

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 ΜΑΪΟΥ 2016

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να υπολογίσετε τα παρακάτω:

$$A = 2\sqrt{9} + \sqrt[3]{8}$$

$$B = \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$$

- 2) Οι θερμοκρασίες για τις πρώτες 10 μέρες του Μαΐου στην Πάφο ήταν οι εξής:
17 , 17 , 18 , 20 , 16 , 19 , 17 , 21 , 19 , 20 . Να υπολογίσετε την μέση τιμή, τη διάμεσο, την επικρατούσα τιμή και το εύρος των παρατηρήσεων.

- 3) Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - x - 1 = 0$

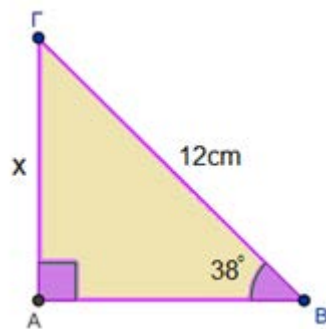
- 4) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$.

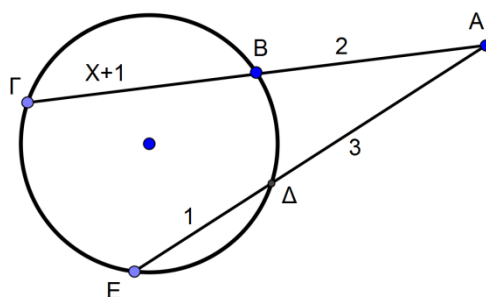
- 5) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού , η οποία να έχει λύσεις:

$$x_1 = \sqrt{2} + 1 \quad \text{και} \quad x_2 = \sqrt{2} - 1$$

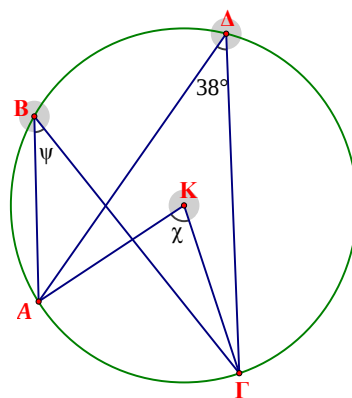
6) Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε την πλευρά χ



7) Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το χ .



8) Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τις γωνίες χ και ψ .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



9) Να λύσετε την παρακάτω ανίσωση: $3\chi^2 - 2\chi - 1 < 0$

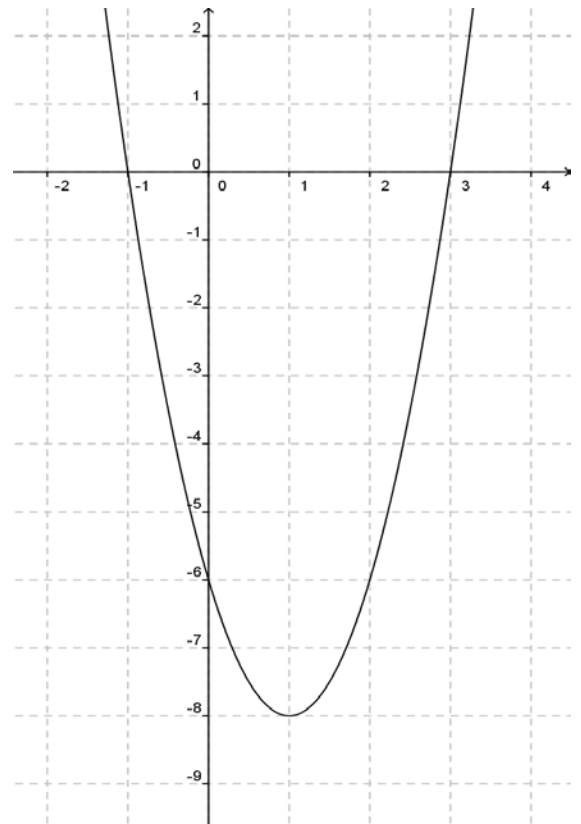
10) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση: $(\lambda^2 - 1)\chi - \lambda = 1$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές του λ .

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Σύμφωνα με αυτή να βρείτε τα ακόλουθα:

- α) Το πρόσημο του a .
- β) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
- γ) Το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
- δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- ε) Το πρόσημο της Διακρίνουσας.
- ζ) Την τιμή του γ .
- η) Τις συντεταγμένες και το είδος του ακροτάτου.
- στ) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.



- 2) α) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 6x + 1 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης, χωρίς να λύσετε την εξίσωση να υπολογίσετε τα παρακάτω:

i) $x_1 + x_2$ ii) $x_1 \cdot x_2$ iii) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

β) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (\lambda - 1)x - 4 = 0$

Να βρείτε την τιμή του λ για την οποία η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες.

- 3) Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τα αποτελέσματα που είχαν οι μαθητές ενός τμήματος σε ένα διαγώνισμα της Φυσικής.

Βαθμός	10	12	14	15	17	19	20
Αριθμός μαθητών	3	1	5	3	5	2	1

- α) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση και
- β) Τον συντελεστή μεταβλητότητας των πιο πάνω παρατηρήσεων.

4) α) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις

1) $\sqrt{x^2 + 3} = 2$

2) $(5x - 1)^{\frac{3}{2}} = 8$, $x \geq \frac{1}{5}$

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $B = \sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt[3]{8}}}$

5) Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από τυχόν σημείο Ε της ΔΓ φέρουμε κάθετη ΕΗ πάνω στη διαγώνιο ΒΔ . Αν η ΗΕ τέμνει την προέκταση της ΒΓ στο Ζ, να δείξετε ότι : $(ZE) \cdot (ZH) = (ZΓ) \cdot (ZB)$

Ο Διευθυντής

.....

Ιωάννης Ορφανίδης

Ο Εισηγητής

.....

Νεόφυτος Νεοφύτου

Η Συντονίστρια Β.Δ.

.....

Αναστασία Ηρακλέους

Ο Διευθυντής

.....

Ιωάννης Ορφανίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 / 05 /2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (3ωρο)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μπλε ή μαύρης πέννας (τα σχήματα με μολύβι).

β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση κινητού τηλεφώνου.

δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΥΟ (2) ΜΕΡΗ ΚΑΙ ΕΞΙ (6) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων :

i. $A = \sqrt{16} + \sqrt{81}$

ii. $B = \sqrt[6]{64} + \sqrt[3]{64} + \sqrt{64}$

A2. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3x + 4 = 0$, να υπολογίσετε χωρίς να λύσετε την εξίσωση, την τιμή της παράστασης: $A = 2x_1 + 2x_2 - x_1 \cdot x_2$

A3. Αν οι βαθμοί ενός μαθητή στα μαθήματα θετικών επιστημών είναι 17, 20, 17, 19 και 17, να υπολογίσετε την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο και τη μέση τιμή τους.

A4. Δίνεται η εξίσωση $(\alpha - 2)x = \beta + 3$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Για ποιες τιμές των α και β η εξίσωση είναι αόριστη;

A5. Δίνονται οι κύκλοι $(K, 3cm)$ και $(\Lambda, 7cm)$. Να βρείτε τη θέση των δύο κύκλων αν η διάκεντρός τους $K\Lambda$ είναι ίση με $7cm$.

A6. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$.

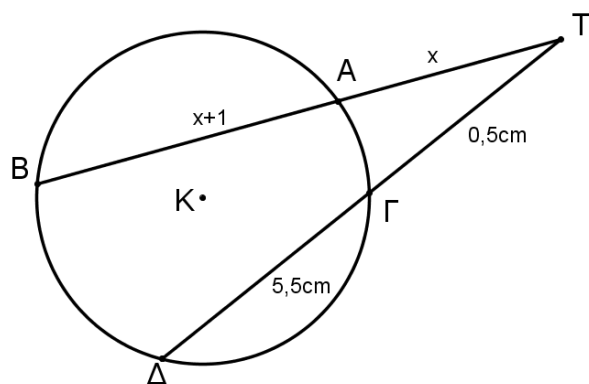
- i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$.
- ii. Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

A7. Αν $\eta\mu\theta = \frac{6}{10}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = 5\sigma\upsilon\nu\theta - \epsilon\phi\theta$$

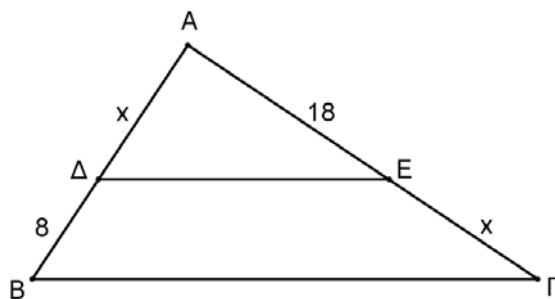
A8. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και εξωτερικό σημείο T του κύκλου.

Να υπολογίσετε την τιμή του x , ($x > 0$).



A9. Δίνεται η παραβολή $y = -2(x-3)^2 + 4$. Να βρείτε την εξίσωση τους άξονα συμμετρίας της και τις συντεταγμένες της κορυφής της.

A10. Στο πιο κάτω τρίγωνο $\left(\overset{\Delta}{\triangle} AB\Gamma \right)$ είναι $\Delta E \square B\Gamma$. Να υπολογίσετε τη τιμή του x .



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

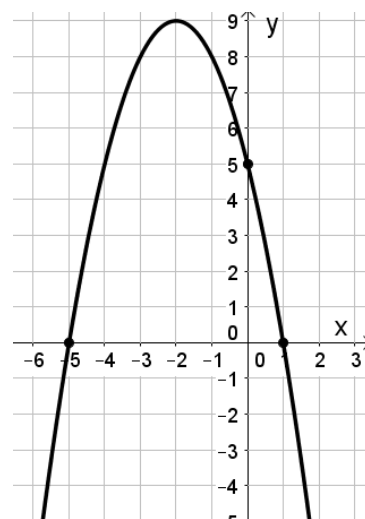
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση

της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$.

Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση να βρείτε:

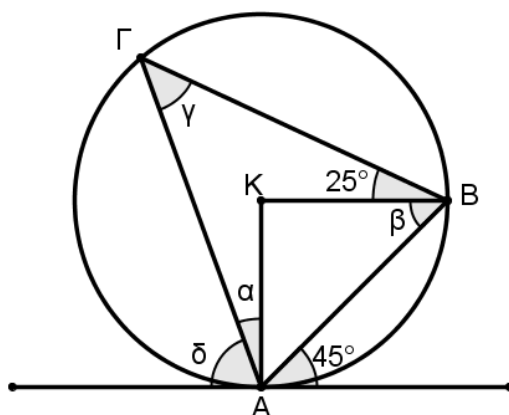
- Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης f .
- Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- Τις τιμές των α , β και γ .



B2. Δίνεται κύκλος (K, R) και ευθεία (ε) εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του A .

Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες στο πιο κάτω σχήμα $(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$. Να

δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

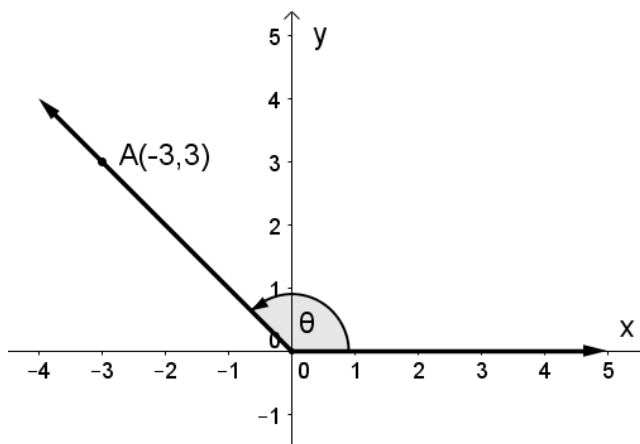


B3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 3)x + 4\lambda - 3 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 . Να βρείτε για ποιες τιμές του λ :

- i. Η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες.
- ii. Η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες.
- iii. Η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.

B4.

- i. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$, $\sigma\varphi\theta$, $\tau\epsilon\mu\theta$ και $\sigma\tau\epsilon\mu\theta$ της γωνιάς θ .



- ii. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων $(0,0)$ και το σημείο $A(-3,3)$.

B5. Αν AB διάμετρος κύκλου με κέντρο K και AG τυχαία χορδή του. Από τυχαίο σημείο Δ της AG φέρουμε τη ΔE κάθετη στην AB . Να δείξετε ότι:

- i. Τα τρίγωνα $A\Delta E$ και AGB είναι όμοια
- ii. $(A\Delta)(B\Gamma) = (AB)(\Delta E)$

Η διευθύντρια
Μαρία Θεοφάνους

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά κοινού κορμού**ΤΑΞΗ:** Α΄κκ.**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 01/6/2016**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:** 2,5 ώρες**ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ:** 11:00**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

1. Να χρησιμοποιείτε μόνο απλή πένα μπλε χρώματος.
2. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
4. Δεν επιτρέπεται να δανείζεστε οτιδήποτε από συμμαθητές σας.
5. Κατοχή κινητού τηλεφώνου = δολίευση.
6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες.

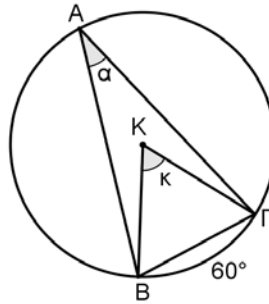
ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

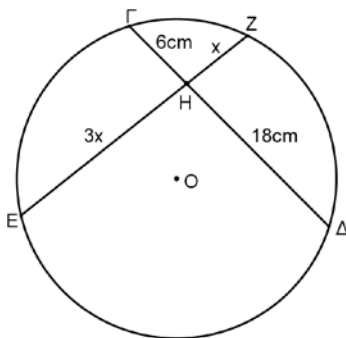
1. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2\chi^2 - 9\chi + 4 = 0$, χωρίς να λυθεί η εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:
 1. $\chi_1 + \chi_2$
 2. $\chi_1 \cdot \chi_2$
2. Η μέγιστη ημερήσια θερμοκρασία στη Λεμεσό τις πρώτες πέντε μέρες του Απρίλη ήταν:
13, 20, 24, 13, 20.
 1. Να υπολογίσετε την μέση τιμή ($\bar{\chi}$) των θερμοκρασιών .
 2. Να βρείτε τη διάμεσο (χ_δ) και την επικρατούσα τιμή (χ_ϵ) των θερμοκρασιών αυτών.

3. Να βρείτε τις τιμές των παραμέτρων α και β , $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η εξίσωση $\alpha\chi - 16 - 3\chi = 4\alpha\chi + \beta$, να είναι αόριστη.

4. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα KB . Αν το τόξο $\widehat{BG} = 60^\circ$, να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες α και κ .



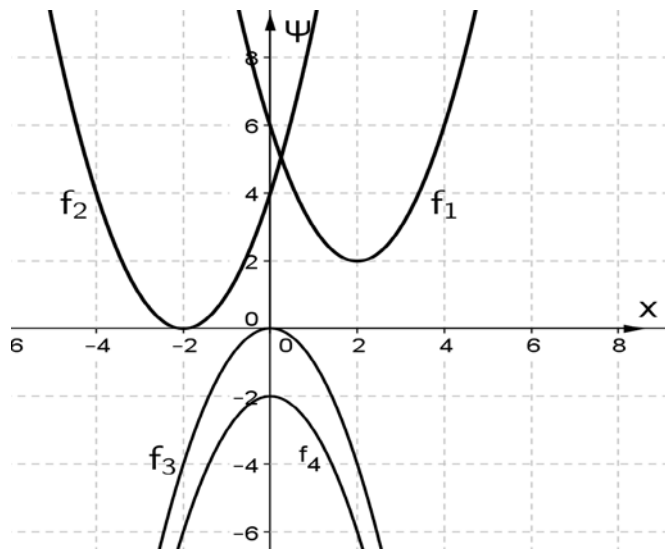
5. Δίνεται κύκλος (O, R) και οι διαστάσεις των τμημάτων $\Gamma H = 6\text{cm}$, $H\Delta = 18\text{cm}$, $\text{EH} = 3x$ και $\text{HZ} = x$. Να υπολογίσετε το x .



6. Να λύσετε την εξίσωση : $(3\chi + 1)^{\frac{5}{2}} = 32$, $\chi \geq -\frac{1}{3}$

7. Να μετατρέψετε από άρρητο σε ρητό παρονομαστή την παράσταση $\frac{1}{6-2\sqrt{3}} - \frac{3}{6+2\sqrt{3}}$ και να δώσετε την απάντησή σας στην πιο απλή μορφή.

8. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f_1, f_2, f_3, f_4 .
Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχώντας κάθε γραφική παράσταση με τον σωστό τύπο.

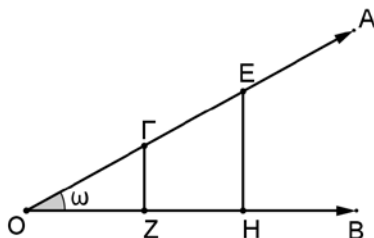


Τύπος Συνάρτησης	$\psi = -\chi^2$	$\psi = (\chi + 2)^2$	$\psi = -\chi^2 - 2$	$\psi = (\chi - 2)^2 + 2$
Γραφική Παράσταση				

9. Δίνεται η οξεία γωνία $\hat{A\hat{O}B} = \omega$. Πάνω στην πλευρά OA της γωνίας παίρνουμε τυχαία σημεία Γ και E . Από τα σημεία Γ και E φέρουμε τις κάθετες ΓZ και EH προς την πλευρά OB της γωνίας.

Να αποδείξετε:

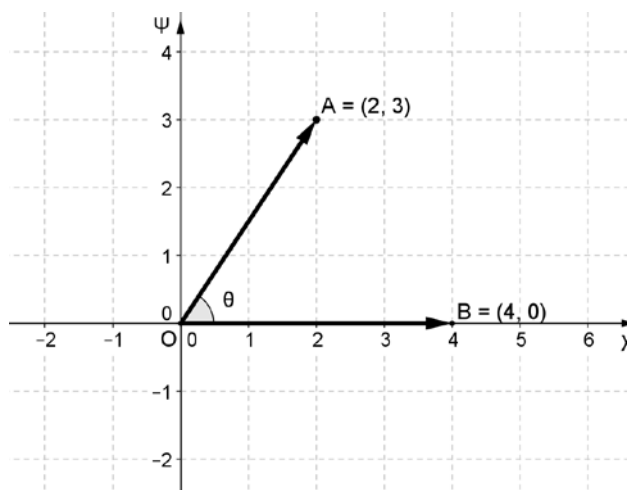
1. ότι τα τρίγωνα ΓOZ και EOH είναι όμοια.
2. τη σχέση $(O\Gamma) \cdot (HE) = (OE) \cdot (\Gamma Z)$



10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα σημεία $A(2,3)$ και $B(4,0)$.

Να υπολογίσετε:

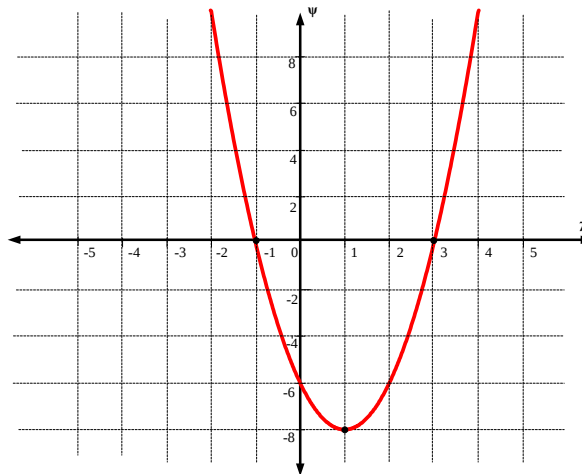
1. τον τριγωνομετρικό αριθμό $\eta\mu\theta$ της γωνίας θ .
2. τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{AB}$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$
 $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$



Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- 1) i. Το πεδίο τιμών της $f(x)$

.....

- ii. Το πρόσημο της διακρίνουσας (Δ).

.....

- 2) i. Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

.....

- ii. Τις συντεταγμένες της κορυφής και να τη χαρακτηρίσετε

.....

- 3) i. Το πρόσημο του a .

.....

- ii. Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) < 0$

.....

- 4) i. Την τιμή του c .

.....

- ii. Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$

.....

- 5) i. Τις τιμές των a και b .

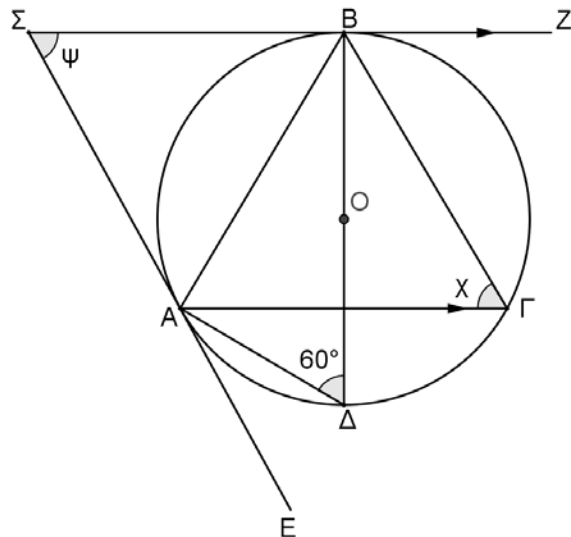
.....

- ii. Την εξίσωση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$.

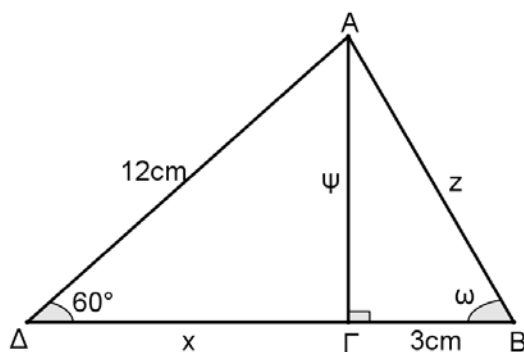
.....
2. α. Να λυθεί η ανίσωση: $3\chi^2 - 4\chi - 4 \geq 0$

β. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 2\chi - \psi &= 8 \\ \chi\psi &= 24 \end{aligned}$$

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) , οι εφαπτομένες ΣZ και ΣE και η γωνία $\hat{A\Delta B} = 60^\circ$.
1. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ και την γωνία $\Delta A E$ αιτιολογώντας πλήρως όλες τις απαντήσεις.
 2. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Sigma B$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.



4. Στο πιο κάτω τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\Gamma B = 3\text{cm}$, $A\Delta = 12\text{cm}$, $\hat{A} = 60^\circ$ και $A\Gamma$ ύψος. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών x , ψ , z και το μέτρο της γωνίας ω . Τα μήκη των πλευρών x , ψ , z να δοθούν σε μορφή ριζικού και το μέτρο της γωνίας ω να δοθεί κατά προσέγγιση ακεραίου.



5. Δίνονται τα σημεία $B(-3, -3)$ και $\Gamma(3, 9)$. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του σημείου A , αν ισχύει ότι $\vec{A\Gamma} = -2\vec{AB}$ και να βρείτε το μέτρο του $\vec{A\Gamma}$.

ΤΕΛΟΣ

Η Διευθύντρια

Δρ Αντωνία Λοΐζου

Οι διδάσκοντες

Χριστιάνα Αντωνίου
Χρυσούλα Χατζηχρίστου

Η συντονίστρια

Χρυσούλα Χατζηχρίστου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3-ΩΡΟ**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2015****ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2½ ώρες****Ονοματεπώνυμο:** _____ **Βαθμός:** _____**Τμήμα:** _____ **Αριθμός:** _____ **Βαθμός ολογράφως:** _____**Υπογραφή καθηγητή:** _____**ΟΔΗΓΙΕΣ :**

- (α) Να γράψετε μόνο με **μπλε** μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- (β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (γ) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία διαδικασία.
- (δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = 3$ και $x_2 = 5$.

2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο ανήκει η τελική πλευρά της γωνιάς θ , αν:
 - (α) $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$
 - (β) $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\epsilon\phi\theta > 0$

3. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 2\vec{a} + \vec{\beta}$.

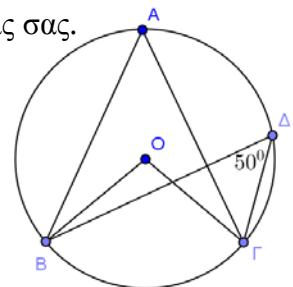
β) Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{a}$.

4. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής

(α) $\sqrt{93 + \sqrt{52 - \sqrt{7 + \sqrt{4}}}}$ =

(β) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} - \sqrt{27} \div \sqrt{3} =$

5. Δίνεται κύκλος (O, ρ). Αν η γωνία $\hat{A} = 50^\circ$, να βρείτε το μέτρο των γωνιών $\hat{BAG}$ και $\hat{BOG}$ (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



6. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 6x + 5 \leq 0$

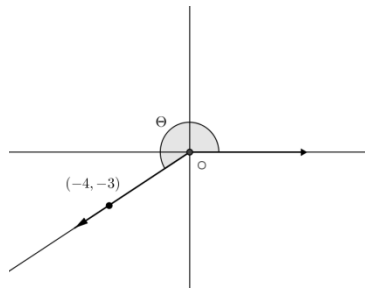
7. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης: $2x^2 - 3x + 1 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$

β) $x_1 \cdot x_2$

γ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + 1$

8. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς θ .



9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{x^2 - 5x}{2x^2 - 9x - 5}$

10. Ο Αντρέας κατέγραψε τα εβδομαδιαία του έξοδα σε ευρώ και ήταν τα ακόλουθα:
25, 29, 30, 29, 25, 30, 28. Να βρείτε:

- (α) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των εξόδων
- (β) το εύρος των εξόδων
- (γ) την τυπική απόκλιση των εξόδων.

ΜΕΡΟΣ Β : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma \text{ με } \alpha \neq 0. \text{ Να βρείτε:}$$

(α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$

(β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και του α

(γ) την τιμή του γ

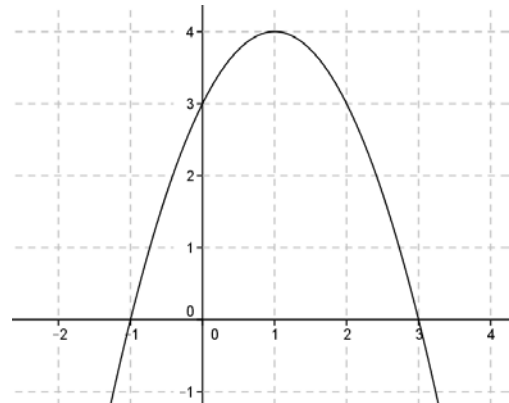
(δ) τις συντεταγμένες της κορυφής της γραφικής παράστασης της $f(x)$

(ε) τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

(στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(ζ) τα διαστήματα στα οποία αληθεύει η ανίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \geq 0$

(η) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\beta - 2\gamma}{\alpha}$.



2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (2\kappa + 1)x + 3\kappa - 13 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

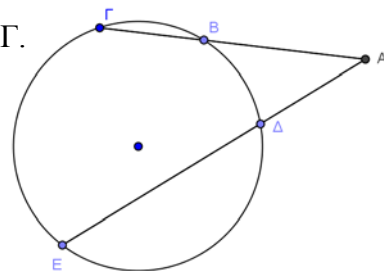
Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε:

- α) να έχει ρίζα τον αριθμό -1
- β) οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίστροφες
- γ) το γινόμενο να είναι διπλάσιο από το άθροισμα των ριζών της.

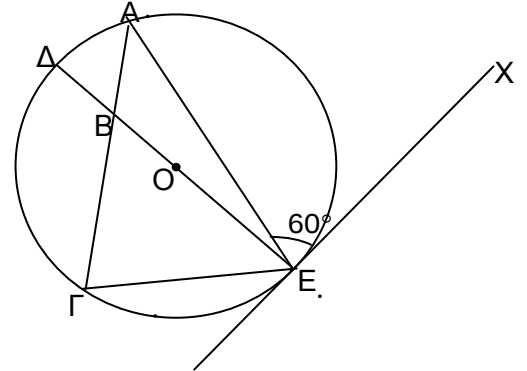
3. Από σημείο Α εκτός κύκλου φέρουμε δύο τέμνουσες όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. α) Να δείξετε ότι $AB \cdot AG = AD \cdot AE$.

β) Αν επιπλέον $AB = 2\chi$, $B\Gamma = \chi$, $AD = 6 \text{ cm}$, $DE = 10 \text{ cm}$, να

υπολογίσετε το μήκος της χορδής ΒΓ.



4. Στο πιο κάτω σχήμα η ED είναι διάμετρος του κύκλου (O, R) και η EX είναι εφαπτομένη του κύκλου στο E . Αν η γωνία $\hat{XEA} = 60^\circ$ και το τόξο $\widehat{EG} = 80^\circ$, να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων AEG και EGB (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



5. Δίνονται οι παραβολές $f(x) = 2[x - (\lambda + \mu)]^2 + 7$ και $g(x) = -x^2 - 2x + \lambda^2 - 2\mu - 4$, $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις κορυφές τους συναρτήσει των λ και μ .

β) Να βρείτε τα λ και μ ώστε οι κορυφές τους να συμπίπτουν.

Οι διδάσκοντες:

Δημήτρης Μιχαήλ

Φρύνη Τοφή

Ξάνθος Χριστοδούλου

Η διευθύντρια:

Έλση Μαργερίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Α΄

ΒΑΘΜΟΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3-ωρο

Αριθμητικώς:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 / 05 / 2016

Ολογράφως:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 07:45

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.

(β) Να γράψετε μόνο με μπλε ανεξίτηλο μελάνι μαύρο (τα σχήματα επιτρέπονται με μολύβι).

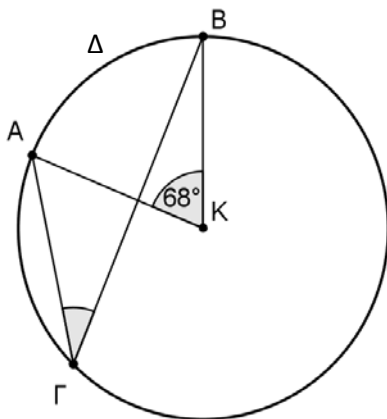
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται κύκλος (K, ρ) και γωνία $\widehat{AKB} = 68^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{AGB}$ και το μέτρο του τόξου $\widehat{AB}$ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

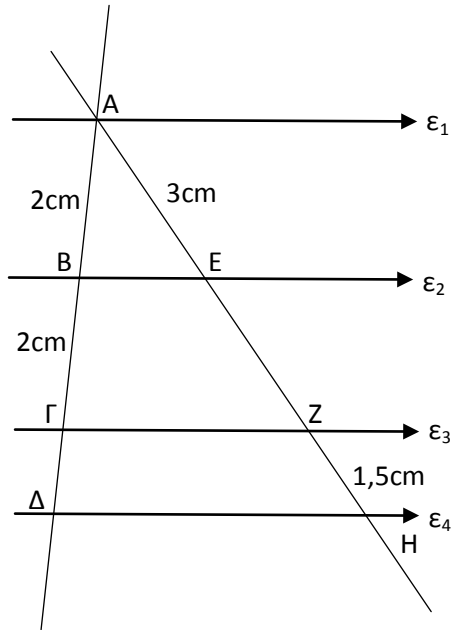


2. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x - 6 \leq 0$

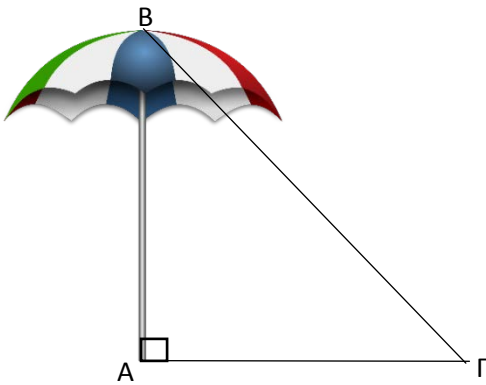
3. Δίνεται εξίσωση $2x^2 - 6x + 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $2x_1 \cdot x_2 + 5x_1 + 5x_2$.

4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και να υπολογίσετε το μέτρο του.

5. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$. Να υπολογίσετε το μήκος του EZ και του ΓΔ.



6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται $\widehat{A\Gamma B} = 45^\circ$ και $B\Gamma = 2\sqrt{2}$ m. Να υπολογίσετε το μήκος ΑΓ της σκιάς της ομπρέλας.



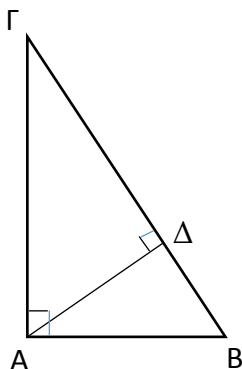
7. (α) Αν οι βαθμοί ενός μαθητή στα Μαθηματικά είναι 15, 16, 16, 14, 17, 17, 17, να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή

(β) Να υπολογίσετε τον τελικό βαθμό ενός μαθητή με βαθμούς στα τετράμηνα 16 και 17 και βαθμό τελικής εξέτασης 15, αν οι βαθμοί των τετραμήνων μετρούν 35% και της τελικής εξέτασης 30%.

8. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
Να φαίνονται όλες οι πράξεις.

$$A = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} - \sqrt[5]{16} \div 2^{\frac{4}{5}} - \sqrt{11 - \sqrt[4]{16}}$$

9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $A\Delta \perp B\Gamma$. Να δείξετε ότι:
- (α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $AB\Delta$ είναι όμοια
- (β) $(AB)(A\Gamma) = (A\Delta)(B\Gamma)$



10. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $\mu^2 x - 2\mu = 4x + 4$:
- (α) είναι αόριστη
- (β) αδύνατη
- (γ) έχει μοναδική λύση

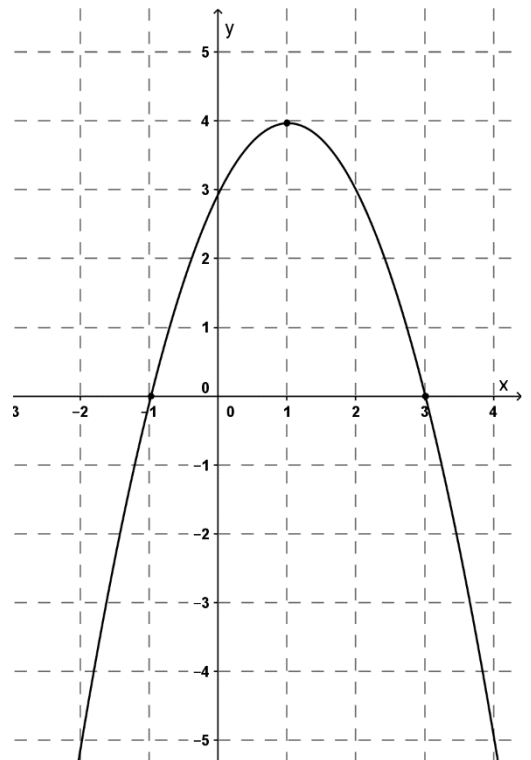
ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$

Να γράψετε:

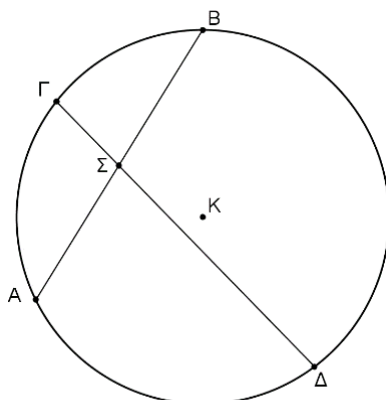
- (α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της f
- (β) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (γ) Το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ
- (δ) Την τιμή του γ
- (ε) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) < 0$
- (στ) Την τιμή της παράστασης $\frac{3\gamma}{a} - \frac{\beta}{2a}$



2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ. Οι χορδές του κύκλου ΑΒ και ΓΔ τέμνονται στο σημείο Σ.

(α) Να δείξετε ότι $(\Sigma\text{Α})(\Sigma\text{Β}) = (\Sigma\Gamma)(\Sigma\Delta)$

(β) Αν $\Sigma\text{Α} = 4\text{cm}$, $\Sigma\text{Β} = 4\text{cm}$, $\Sigma\Gamma = 2\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του ΣΔ.

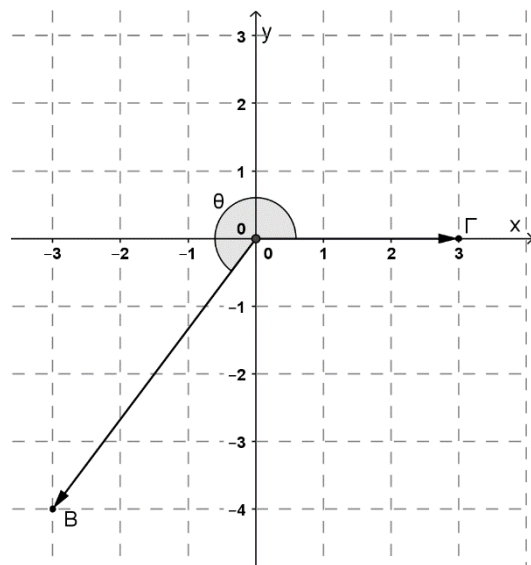


3. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

(α) τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{O\Gamma}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$,

(β) το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{OB}$,

(γ) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .



4. (α) Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή. Να φαίνονται όλες οι πράξεις.

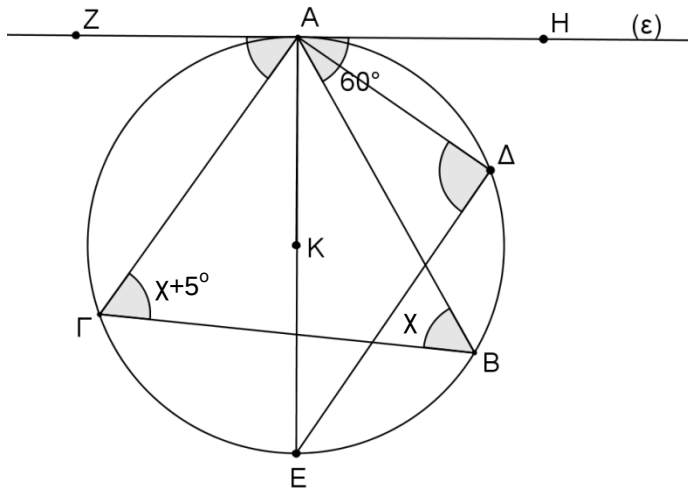
(i) $\frac{2}{\sqrt{5}} =$

(ii) $\frac{1}{\sqrt{5}-2} =$

(iii) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}} =$

(β) Να υπολογίσετε τον μέσο όρο των πιο πάνω αριθμών.

5. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με κέντρο K . Η ευθεία (ε) είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A . Η γωνία $\widehat{BAH} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:
- (α) το χ
 - (β) τις γωνίες $\widehat{A\Gamma B}$, $\widehat{\Gamma A Z}$ και $\widehat{A\Delta E}$
 - (γ) το μέτρο του τόξου $\widehat{A\Delta B}$
- Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



Ο Διευθυντής

Νεόφυτος Παπαϊωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά (3-ωρο)**ΤΑΞΗ:** Α' Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 9/06/16**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρεςΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
(γ) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
(δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

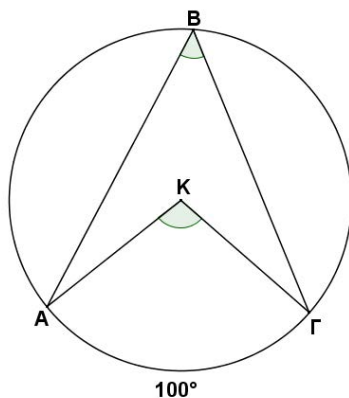
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να εκφράσετε τις πιο κάτω γωνίες σε ακτίνια:

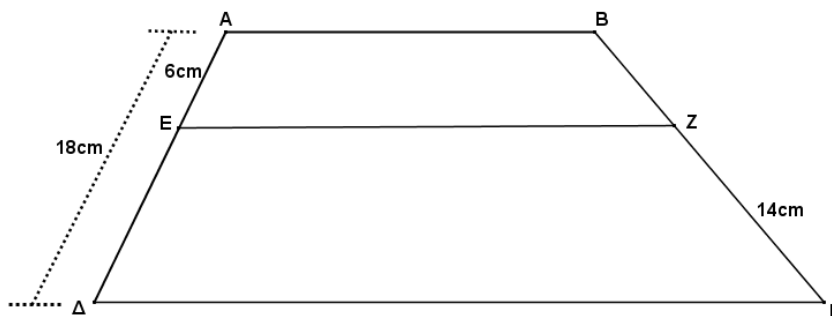
(α) 120° (β) 30°

A2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το μέτρο του τόξου ΑΓ.

Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών ΑΒΓ και ΑΚΓ.

A3. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\kappa(\kappa - 1)x = \kappa - 1$ για όλες τις τιμές του πραγματικού αριθμού $\kappa \in \mathbb{R}$.A4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$.

- A5. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Delta\Gamma$) όπου η EZ είναι παράλληλη στις βάσεις του. Να υπολογίσετε το ευθύγραμμο τμήμα BZ .



- A6. Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

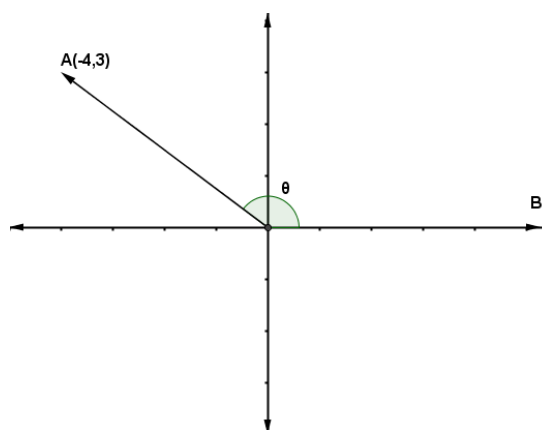
(α) $1^{\frac{3}{8}} =$

(β) $\sqrt{9^3} =$

(γ) $\sqrt[4]{\frac{200}{5}} \cdot \sqrt[4]{\frac{500}{2}} =$

(δ) $\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{3}{4}} =$

- A7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το σημείο A με συντεταγμένες $A(-4,3)$. Να υπολογίσετε το ημίτονο, το συνημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας θ .



- A8. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 6x + 4 = 0$, με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε να υπολογίσετε:

(α) το άθροισμα των ριζών της $S = x_1 + x_2$ και το γινόμενο των ριζών της $P = x_1 \cdot x_2$.

(β) την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + 3x_1 + 3x_2.$$

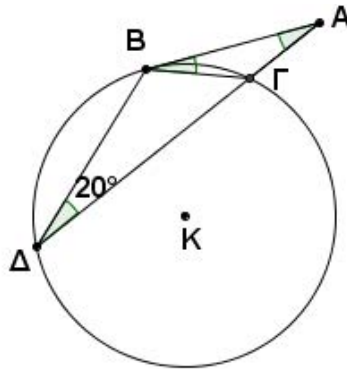
- A9. Ο μέσος όρος της ηλικίας 5 παιδιών είναι 9. Οι τρεις από αυτούς έχουν ηλικίες 8, 10 και 12. Να βρείτε τις ηλικίες των δύο άλλων αν ο ένας είναι κατά 1 χρόνο μεγαλύτερος από τον άλλο.

- A10. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $x^2 + (\mu - 2) \cdot x + 2 - \mu = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

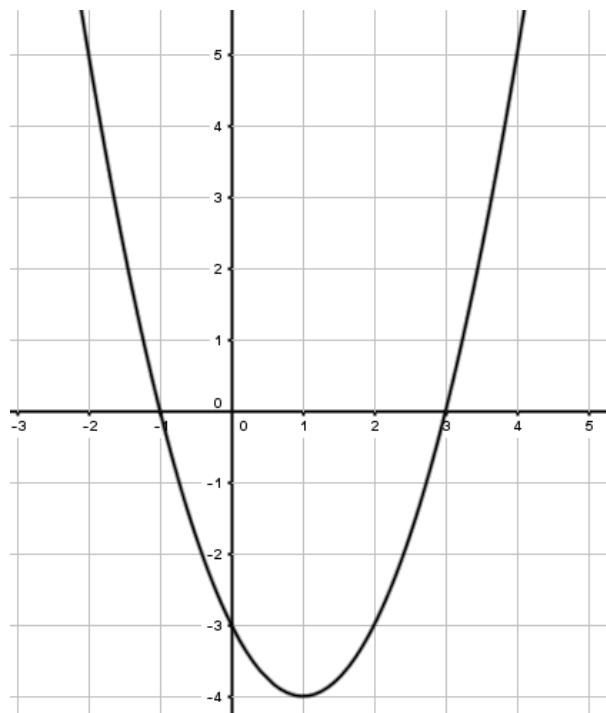
ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1. (α) Να αποδείξετε ότι $\frac{1}{2+\sqrt{3}} + \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 4$
- (β) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $x_1 = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ και $x_2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$.
- B2. Δίνεται κύκλος (K, R) , με εφαπτομένη AB και τέμνουσα $A\Gamma\Delta$.
- (α) Αν $B\Gamma = A\Gamma$, να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
- (β) Αν $AB = (x+1)^{\frac{1}{3}}\text{cm}$, $A\Gamma = 1\text{cm}$ και $\Gamma\Delta = 3\text{cm}$, να βρείτε την τιμή του x , $x \geq -1$.



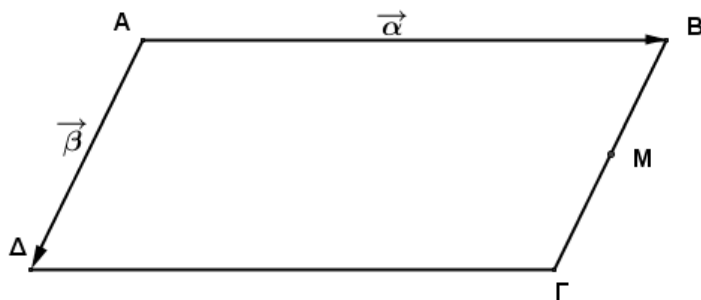
- B3. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$
- Με τη βοήθεια της να βρείτε:
- (α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$.
- (β) Το πρόσημο του α και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- (γ) Τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$.
- (δ) Το πρόσημο των: $f(2)$, $f(-2009)$ και $f(2016)$.



B4. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$, $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$.

(α) Να βρείτε τα διανύσματα $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{GD}$ και $\overrightarrow{BD}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

(β) Αν M είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$ του παραλληλογράμμου, να βρείτε τα διανύσματα $\overrightarrow{DM}$ και $\overrightarrow{MG}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

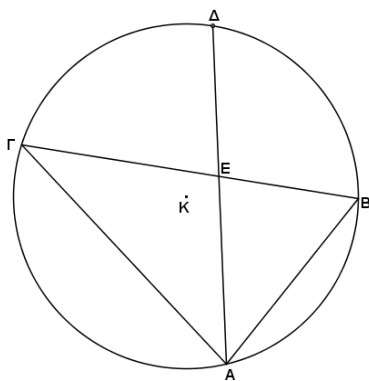


B5. Τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) και Δ το μέσο του τόξου $B\Gamma$. Η $A\Delta$ τέμνει την $B\Gamma$ στο E .

Να δείξετε ότι:

(α) $(AB) \cdot (A\Gamma) = (A\Delta) \cdot (AE)$

(β) $(\Delta B)^2 = (\Delta A) \cdot (\Delta E)$



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ (3ωρο)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2016

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.

Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες.

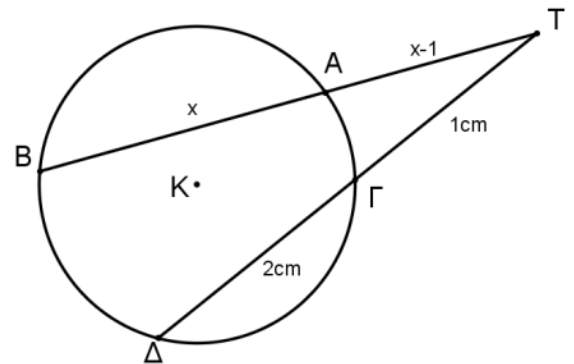
ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

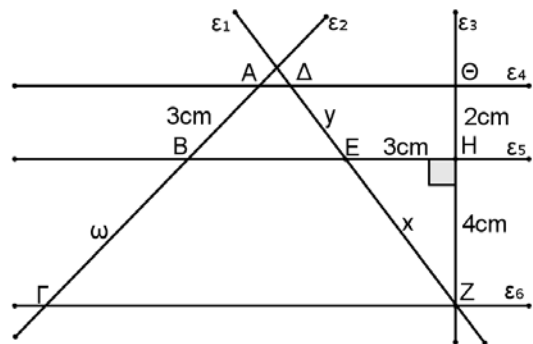
- 1) Αν $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 5x - 1 = 0$, να βρείτε το άθροισμα και το γινόμενο τους.
- 2) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων :
α) $A = \sqrt[3]{9 + 3\sqrt{36}}$
β) $B = \sqrt[4]{16} + \sqrt{16} - 4^{\frac{1}{2}}$
- 3) Δίνονται οι αριθμοί 12, 9, 11, 12 και 16. Να υπολογίσετε την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο και τη μέση τιμή τους.
- 4) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 5\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$ και να υπολογίσετε το μέτρο του.

- 5) Αν $\varepsilon\varphi\theta = -\frac{5}{12}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $A = \eta\mu\theta - 2\sigma\upsilon\nu\theta$.
- 6) Δίνεται η εξίσωση $(\alpha^2 - 25)x = 5 - \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την τιμή του α , ώστε εξίσωση να είναι αδύνατη.
- 7) Δίνονται οι κύκλοι $(K, 12\text{cm})$ και $(\Lambda, 3\text{cm})$. Αν το μήκος της διακέντρου ΚΛ των δύο κύκλων είναι ίση με 14cm , να βρείτε τη θέση τους.
- 8) Δίνεται η παραβολή $y = -(x+5)^2 - 2$. Να βρείτε:
 α) την εξίσωση τους άξονα συμμετρίας της και
 β) τις συντεταγμένες της κορυφής της.

- 9) Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο Τ εκτός του κύκλου.
 Να υπολογίσετε την τιμή του x , ($x > 0$).



- 10) Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_4 \perp \varepsilon_5 \perp \varepsilon_6$ και
 $(AB) = 3\text{cm}$, $(EH) = 3\text{cm}$, $(\Theta H) = 2\text{cm}$,
 $(HZ) = 4\text{cm}$, να υπολογίσετε τις τιμές των
 x, y και ω .



ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

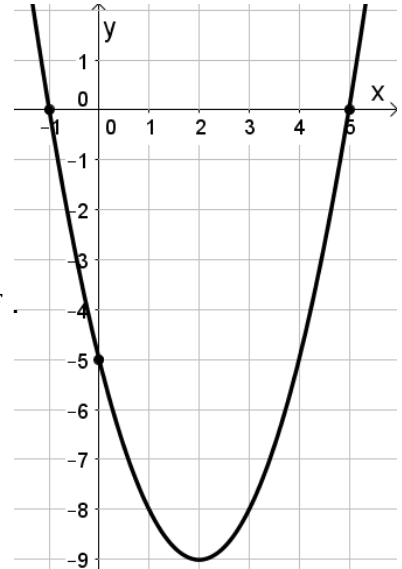
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση

της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$.

Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης f .
- β) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .
- γ) Τις τιμές των α , β και γ .

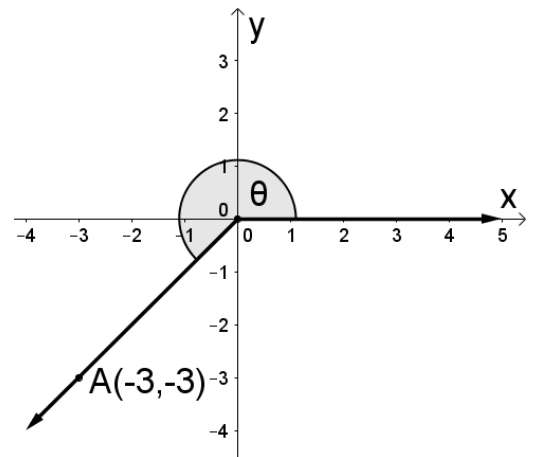


- 2) Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 1)x + 4 = 0$ έχει:

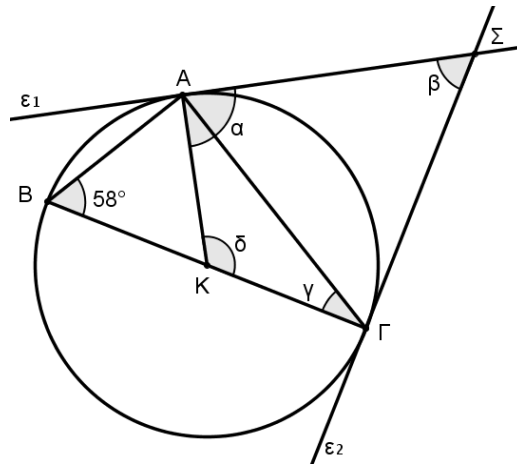
- α) Ρίζες αντίθετες.
- β) Ρίζα τον αριθμό 2.
- γ) Γινόμενο ριζών ίσο με το άθροισμά τους.
- δ) Πραγματικές ρίζες.

- 3) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γωνία θ σε κανονική θέση και σημείο $A(-3, -3)$ της τελικής της πλευράς.

- α) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$, $\sigma\varphi\theta$, $\tau\epsilon\mu\theta$ και $\sigma\tau\epsilon\mu\theta$ της γωνίας θ .
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων $(0, 0)$ και το σημείο $A(-3, -3)$.



- 4) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και οι εφαπτόμενες του (ε_1) και (ε_2) στα σημεία A και Γ αντίστοιχα οι οποίες τέμνονται στο σημείο Σ εκτός κύκλου. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



- 5) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Φέρνουμε το ύψος AD και την DE κάθετη στην $ΑΓ$ (E σημείο τομής με $ΑΓ$). Να δείξετε ότι:
- Τα τρίγωνα ΓDE και $AB\Gamma$ είναι όμοια.
 - $(AD)^2 = (AB)(DE)$.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 / 05 / 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες

ΑΡ. ΣΕΛΙΔΩΝ: 4

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνονται καθαρά τα βήματα επίλυσης των ασκήσεων.
 5. Σύνολο μονάδων δοκιμίου: 100

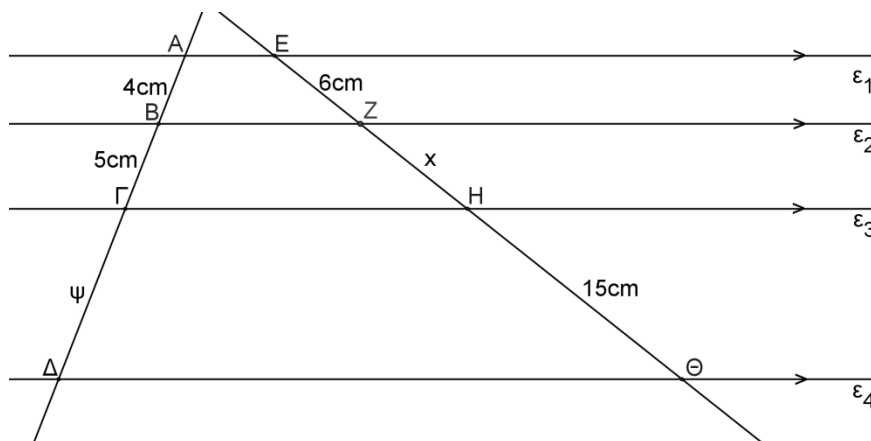
ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

α) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$.β) Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

2. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$. Να υπολογίσετε τα μήκη των ΖΗ και ΓΔ.

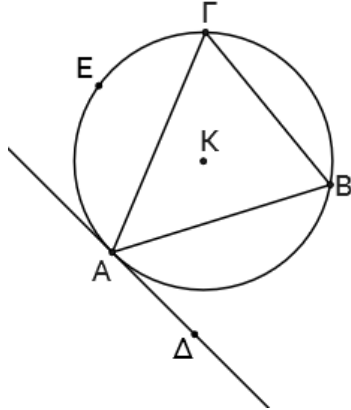


3. α) Να εκφράσετε τη γωνία 135° σε ακτίνια.

β) Να βρείτε για κάθε περίπτωση ξεχωριστά, σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , η οποία είναι σε κανονική θέση και ισχύει:

i) $\eta\mu\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$ ii) $\tau\epsilon\mu\theta > 0$ και $\epsilon\phi\theta < 0$

4. Να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $x_1 = 5 + \sqrt{8}$ και $x_2 = 5 - \sqrt{8}$.
5. Στον κύκλο (K, R) φέρουμε την εφαπτομένη AD , στο σημείο του A . Αν το μέτρο της γωνίας $\widehat{BAD} = 62^\circ$ και το μέτρο του τόξου $\widehat{A\Gamma} = 136^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.



6. α) Πότε μια εξίσωση της μορφής $ax = b$, $a, b \in R$, έχει άπειρες λύσεις; (μον. 1)
 β) Για ποιες τιμές των παραμέτρων λ και μ , $\lambda, \mu \in R$, η εξίσωση $\lambda x + 2 = \mu - 5x$, είναι αόριστη; (μον. 4)
7. Να κάνετε τις πράξεις (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής) και να γράψετε το αποτέλεσμα στην πιο απλή μορφή:
- α) $\sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3}$, όπου $x \geq 0$
- β) $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$
- γ) $4^{-\frac{5}{2}}$
- δ) $\sqrt{75} - \sqrt{12}$
8. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 6x + 5 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
- α) $x_1 + x_2$ (μον. 1)
 β) $x_1 \cdot x_2$ (μον. 1)
 γ) $\frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2}$ (μον. 1,5)
 δ) $(3x_1^2 + 1) \cdot (3x_2^2 + 1)$ (μον. 1,5)

9. Να λύσετε το σύστημα των εξισώσεων

$$x + 3y = 1$$

$$x^2 - 8y^2 = 17$$

10. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τα χρήματα που ξόδεψαν οι μαθητές ενός τμήματος σε μία μέρα στο σχολείο.

Να υπολογίσετε:

α) τη μέση τιμή των χρημάτων που ξόδεψαν. (μον.2)

β) την τυπική απόκλιση των χρημάτων που ξόδεψαν, κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων. (μον.2)

γ) τον συντελεστή μεταβλητότητας και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές. (μον.1)

Χρήματα (€)	Αριθμός μαθητών
1	2
2	8
3	6
4	4
5	4

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, να βρείτε τα παρακάτω:

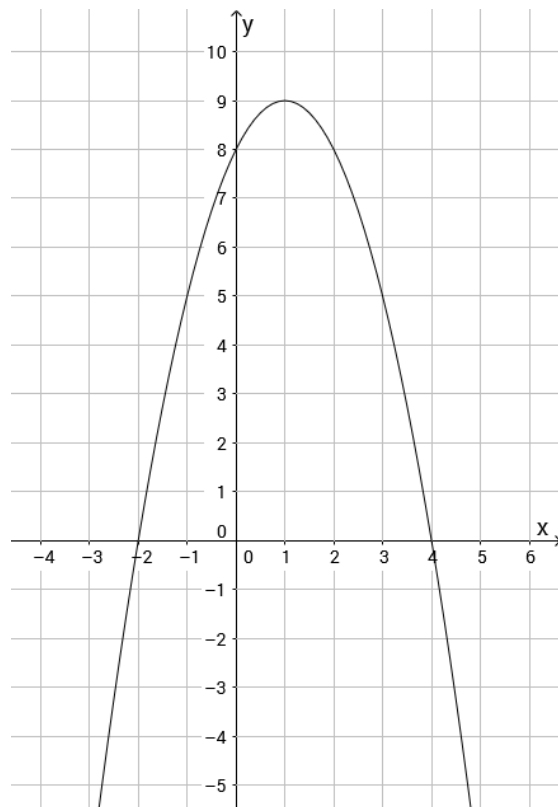
α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$

β) το πρόσημο του a και την τιμή του c

γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και την κορυφή της παραβολής

δ) το πρόσημο της διακρίνουσας και τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$

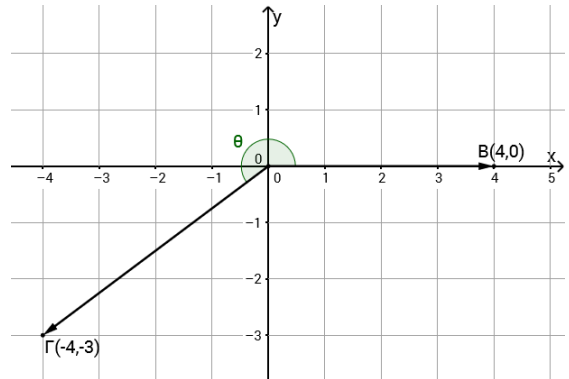
ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$



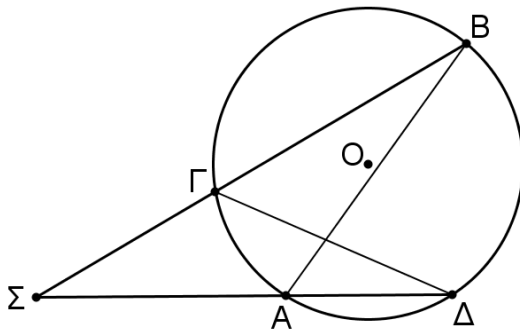
2. Να βρείτε τις τιμές του μ , $\mu \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η εξίσωση $2x^2 - (\mu + 2)x + \mu + 8 = 0$ έχει:
- α) ρίζες αντίστροφες (μον.2)
 - β) ρίζες αντίθετες (μον.2)
 - γ) άθροισμα ριζών τριπλάσιο από το γινόμενό τους (μον.3)
 - δ) ρίζες πραγματικές και άνισες (μον.3)

3. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:
- α) όλους τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{\theta}$. (μον.8)

- β) τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{BG}$. (μον.2)



4. Δίνεται κύκλος (O, R) και A, B, Γ, Δ σημεία του κύκλου.
- α) Να αποδείξετε ότι $(\Sigma A)(\Sigma \Delta) = (\Sigma \Gamma)(\Sigma B)$
 - β) Αν $\Sigma \Gamma = 5\text{cm}$, $\Gamma B = 7\text{cm}$, $A\Delta = 4\text{cm}$ και $\Sigma A = x\text{cm}$, να υπολογίσετε την τιμή του x .



5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Αν τα ύψη $A\Delta$ και BE του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ τέμνονται στο σημείο H , να δείξετε ότι:
- α) $(E\Gamma)(AB) = (B\Delta)(B\Gamma)$
 - β) $(AE)(B\Delta) = (A\Delta)(EH)$.

Ο Διευθυντής:

.....

Παπαμιλτιάδου Δημήτρης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ-3ΩΡΟ**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**

Ημερομηνία: 31/5/2016

Χρόνος: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας .

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

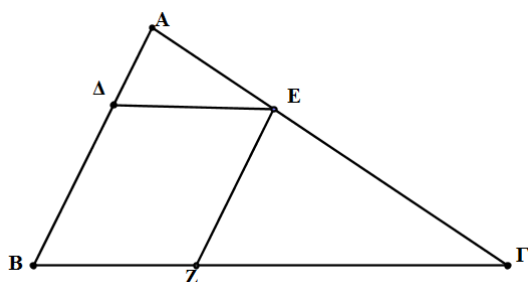
ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

- Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το μέτρο του και να γράψετε ένα διάνυσμα αντίθετο από το $\vec{\alpha}$.
- Να γράψετε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ αν:
(α) $\eta\mu\theta < 0$ και $\epsilon\phi\theta < 0$
(β) $\tau\epsilon\mu\theta < 0$ και $\sigma\phi\theta < 0$
- Να υπολογίσετε το μήκος της διακέντρου των κύκλων (Κ, 4cm) και (Λ, 8cm) ώστε:
(α) οι κύκλοι να εφάπτονται εξωτερικά,
(β) οι κύκλοι να εφάπτονται εσωτερικά.
- Δίνονται $A = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $B = \sqrt{5} - 2$ και $\Gamma = \sqrt{5} + 2$.
(α) Να μετατρέψετε την παράσταση Α σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή.
(β) Να δείξετε ότι $B \cdot \Gamma = 1$.
- Αν η εξίσωση $2x^2 - 8x + 5 = 0$ έχει ρίζες x_1, x_2 , χωρίς να λυθεί η εξίσωση να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
(α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 \cdot x_2$ (γ) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

6. Να γράψετε στη μορφή $\psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$ την παραβολή που δημιουργείται όταν η παραβολή $\psi = \chi^2$ μετατοπίζεται **1 μονάδα αριστερά** και **2 μονάδες προς τα κάτω**.
7. Να λύσετε την ανίσωση $\chi^2 - 5\chi + 6 \geq 0$.
8. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\mu^2\chi + 1 = \mu^2 - \mu\chi$, $\mu \in \mathcal{R}$.

9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $\triangle AB\Gamma$ τρίγωνο με $\Delta E \parallel B\Gamma$ και $ZE \parallel AB$.

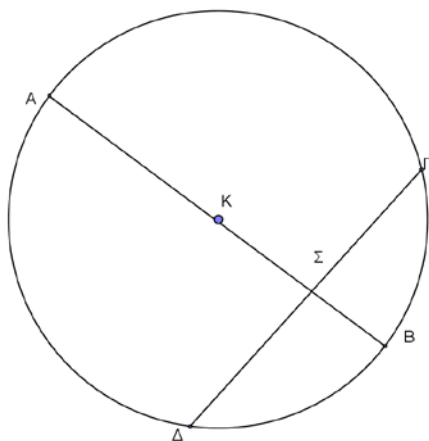
Να δείξετε ότι $\frac{A\Delta}{B\Delta} = \frac{BZ}{Z\Gamma}$



10. Δίνεται κύκλος (Κ, 5cm). Η διάμετρος AB και η χορδή ΓΔ τέμνονται στο σημείο Σ, όπως φαίνεται στο σχήμα.

(α) Να αποδείξετε ότι $(A\Sigma)(\Sigma B) = (\Delta\Sigma)(\Sigma\Gamma)$.

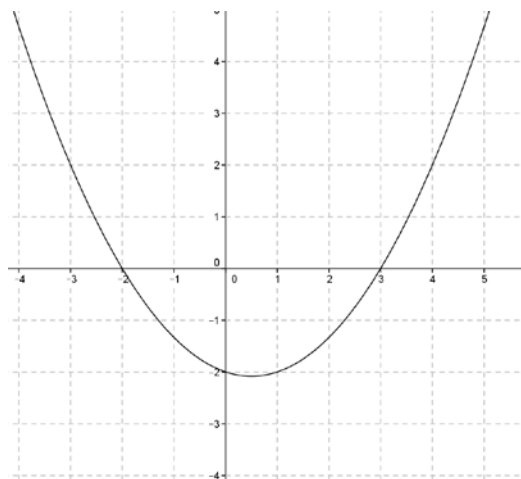
(β) Αν $\Delta\Sigma = \Sigma\Gamma$ και $B\Sigma = 2\text{cm}$ να βρείτε το μήκος της $\Delta\Sigma$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 + (2\lambda + 3)x + \lambda - 2 = 0$, $\lambda \neq -2$. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η εξίσωση να έχει:
- (α) Ρίζα τον αριθμό 1.
 - (β) Ρίζες αντίθετες.
 - (γ) Το άθροισμα των ριζών είναι ίσο με το γινόμενο των ριζών.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, που τέμνει τον άξονα των xx' στα σημεία Α(-2,0) και Β(3,0) και τον άξονα των yy' στο σημείο Γ(0,-2). Από την γραφική παράσταση να βρείτε:
- (α) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και του a ,
 - (β) την τιμή του γ ,
 - (γ) τις τιμές των a και β ,
 - (δ) το πρόσημο των $f(-4)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(4)$.



3. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις ημέρες απουσίας των 40 υπαλλήλων μίας εταιρείας για το μήνα Φεβρουάριο. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση.

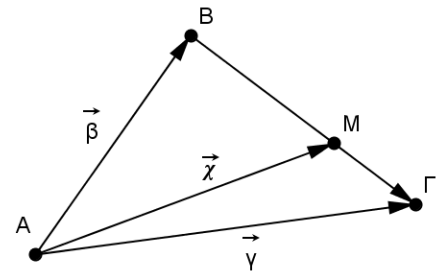
Αρ. απουσιών	0	1	2	3	4
Αρ. υπαλλήλων	5	10	11	8	6

4. Από ένα εξωτερικό σημείο Σ ενός κύκλου φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΣA και ΣB . Η παράλληλη από το A προς τη ΣB τέμνει τον κύκλο στο Γ . Έστω Δ το σημείο, στο οποίο η $\Sigma \Gamma$ τέμνει τον κύκλο. Αν η $A\Delta$ τέμνει τη ΣB στο σημείο E , να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Delta \Sigma E$ και $A \Sigma E$ είναι όμοια.

5. Στο διπλανό σχήμα ισχύει $(BM)=2(M\Gamma)$.

(α) Να δείξετε ότι $\vec{\chi} = \frac{\vec{\beta} + 2\vec{\gamma}}{3}$

- (β) Αν $\vec{B\Gamma} \perp \vec{AB}$, $\hat{B\Gamma A} = 30^\circ$ και $B\Gamma = 8\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος του AB .



.....ΤΕΛΟΣ.....

Ο Διευθυντής

Λοίζος Σέπος

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
- Τα σχήματα επιτρέπεται να είναι με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 4x + 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$ (μ.1.5)

β) $x_1 \cdot x_2$ (μ.1.5)

γ) $\frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2}$ (μ.2)

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 3\vec{a} - 2\vec{\beta}$

3. Δίνεται γωνία ω για την οποία ισχύει $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$.

Να βρείτε το πρόσημο των πιο κάτω τριγωνομετρικών αριθμών:

α) $\eta\mu\omega$

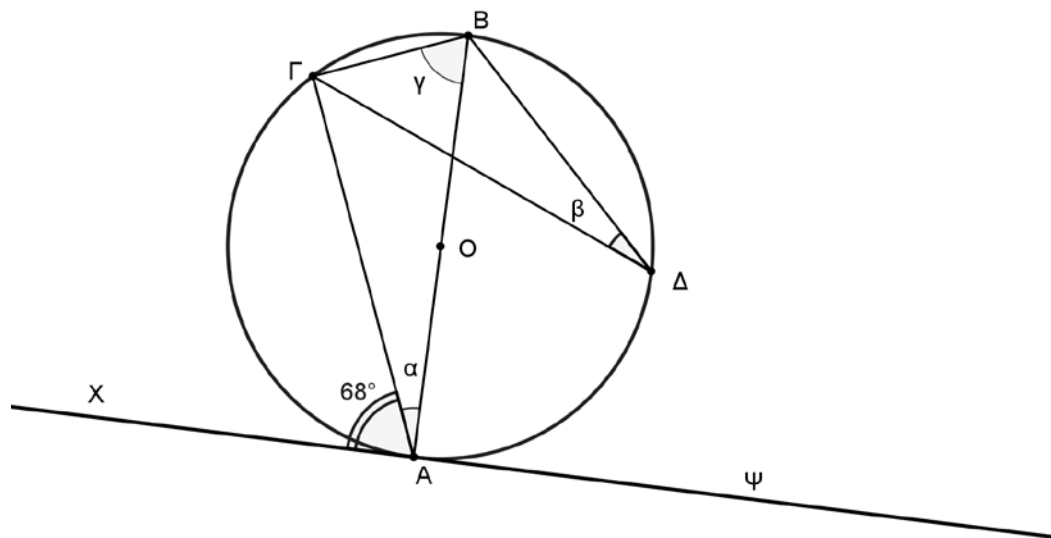
β) $\sigma\upsilon\nu\omega$

γ) $\epsilon\phi\omega$

δ) $\sigma\phi\omega$

4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 2x - 8 \geq 0$

5. Δίνεται κύκλος (O, R) με AB διάμετρο, $XA\Psi$ εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A και η γωνία $\widehat{ΓΑΧ} = 68^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β και γ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



6. Οι ημερήσιοι μισθοί σε ευρώ δέκα υπαλλήλων σε μια εταιρεία είναι:

10, 10, 14, 17, 17, 17, 20, 20, 20, 25. Να βρείτε:

α) τη μέση τιμή των μισθών ($\bar{x}$)

β) την τυπική απόκλιση (s)

7. Δίνονται οι αριθμοί $A = \sqrt{48} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$ και $B = 27^{\frac{1}{3}} - \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$.

α) Να δείξετε ότι $A = \sqrt{3}$ και $B = 1$

β) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{2}{A+B}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

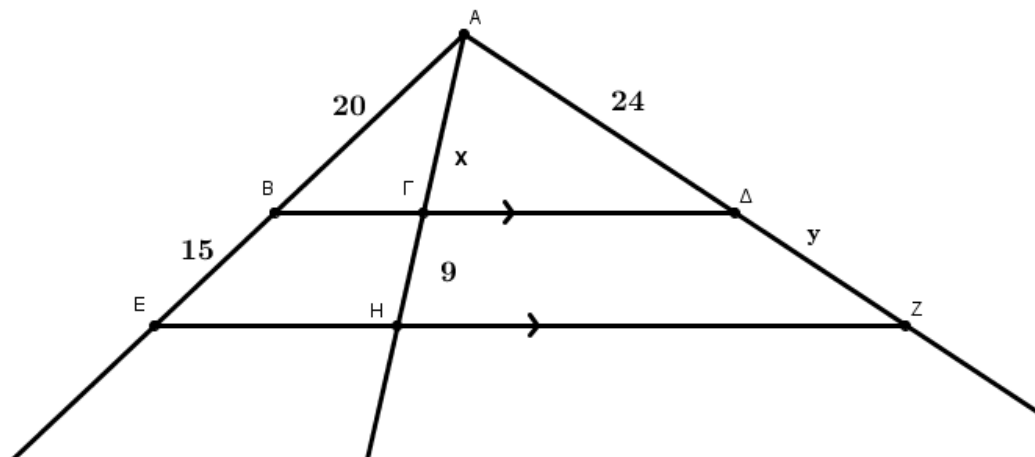
8. Δίνεται η παραβολή $f(x) = (2\mu + 6)x^2 + 4x$, όπου $\mu \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την τιμή (ή τις τιμές) της παραμέτρου μ για τις οποίες η παραβολή

α) παρουσιάζει μέγιστο.

β) έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x=1$.

9. Στο σχήμα δίνονται τα παράλληλα ευθύγραμμα τμήματα $B\Delta \parallel EZ$.

Αν $AB = 20\text{ cm}$, $BE = 15\text{ cm}$, $A\Delta = 24\text{ cm}$ και $\Gamma H = 9\text{ cm}$, να υπολογίσετε τις τιμές των x και y .



10. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $(\kappa^2 - 4)x = 3\kappa + 6$ για τις διάφορες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$.

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.

Να βρείτε:

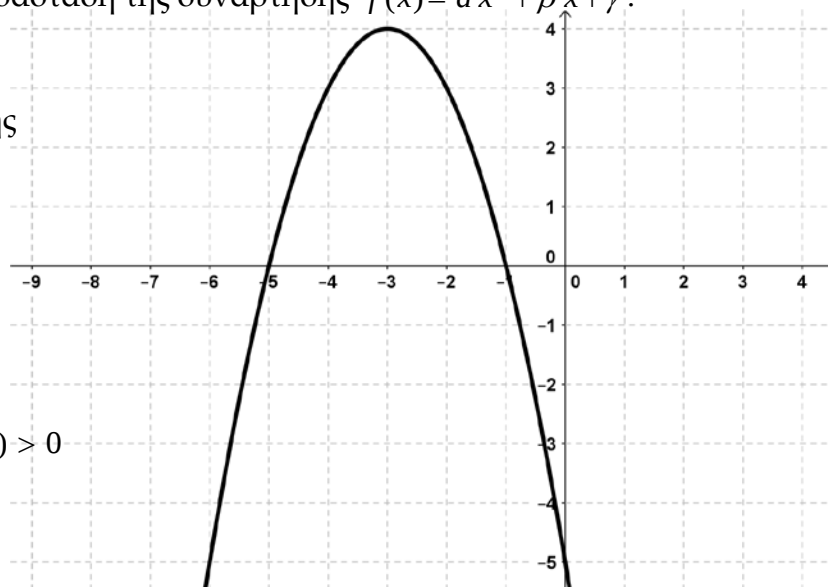
α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της

β) το πρόσημο του a

γ) το πρόσημο της διακρίνουσας

δ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$

ε) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) > 0$



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 2)x + 4 - 2\lambda = 0$ όπου $\lambda \in R$.

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες η πιο πάνω εξίσωση έχει

α) αντίστροφες ρίζες (μ.3)

β) μία ρίζα τον αριθμό -1 (μ.3)

γ) ρίζες πραγματικές. (μ.4)

3. Στο σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ.

Τα τόξα έχουν μέτρα: $\widehat{AEB} = x + 50^\circ$, $\widehat{BZ\Gamma} = 4x + 10^\circ$, $\widehat{\Gamma\Delta A} = 5x$.

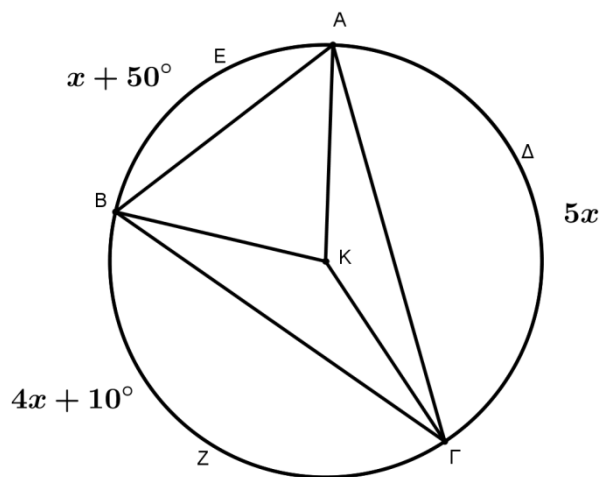
Να υπολογίσετε:

α) την τιμή του x .

β) το μέτρο του τόξου $BZ\Gamma$

γ) τη γωνιά $\widehat{BK\Gamma}$

δ) τη γωνιά $\widehat{A\Gamma B}$



4. Να λύσετε τις εξισώσεις για τις πραγματικές τιμές του x :

α) $\sqrt{x-4} = 3$

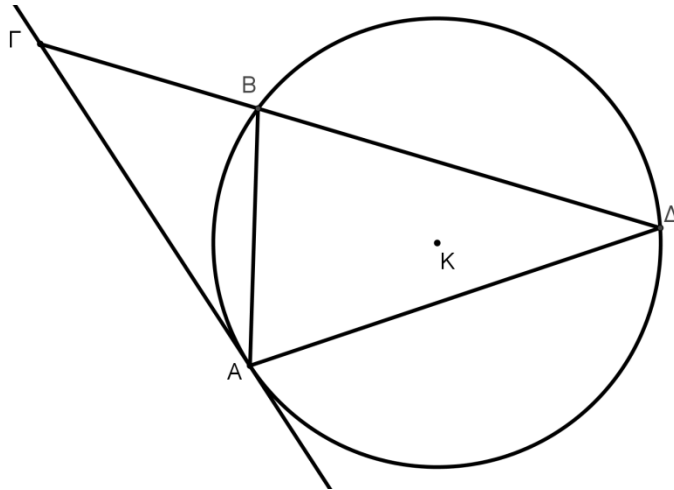
β) $(2x+1)^{\frac{3}{2}} = 27$, $x \geq -\frac{1}{2}$

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Από σημείο A του κύκλου φέρουμε εφαπτόμενη και από σημείο Γ της εφαπτόμενης φέρουμε τέμνουσα $\Gamma B \Delta$.

I) Να δείξετε ότι: α) τα τρίγωνα $\triangle A\Gamma B$ και $\triangle A\Gamma \Delta$ είναι όμοια. (μ.4)

β) ισχύει η σχέση $(A\Gamma)^2 = (\Gamma B)(\Gamma \Delta)$ (μ.3)

II) Αν $A\Gamma = 4\text{ cm}$, $\Gamma B = x\text{ cm}$, $B\Delta = 6\text{ cm}$, να υπολογίσετε το x . (μ.3)



Ο Διευθυντής

A. Ιωσήφ

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ- 3ΩΡΟ)

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 27/05/2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 (β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
 (γ) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
 (δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' : (Μονάδες 50/100)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

A1. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 2 - \sqrt{3}$

A2. Να λύσετε την ανίσωση $2x^2 + 3x - 2 < 0$

A3. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

Να βρείτε:

- (α) Τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$
 (β) Το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$

A4. Σε κάθε μια από τις παρακάτω ισότητες να γράψετε **Σωστό** ή **Λάθος**.

(α) $\sqrt[n]{\alpha + \beta} = \sqrt[n]{\alpha} + \sqrt[n]{\beta}$, $\forall \alpha, \beta \geq 0$	
(β) $\sqrt[n]{x^\mu} = x^{\frac{\mu}{n}}$, για κάθε $x \geq 0$ και μ, n θετικοί ακέραιοι	
(γ) $\sqrt{x^2} = x$, για κάθε πραγματικό αριθμό x	
(δ) $\sqrt[3]{8\beta^3} = 2\beta^3$, για κάθε $\beta \geq 0$	
(ε) $\sqrt[6]{\alpha^{12}} = \alpha^2$, για κάθε $\alpha \geq 0$	

A5. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 4)x = \lambda^2 - 2\lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$

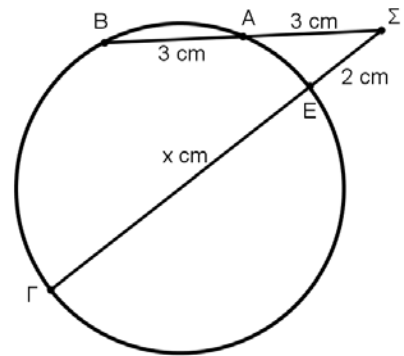
(α) Αν η πιο πάνω εξίσωση είναι ταυτότητα (αόριστη) να βρείτε την τιμή της παραμέτρου λ .

(μον. 3)

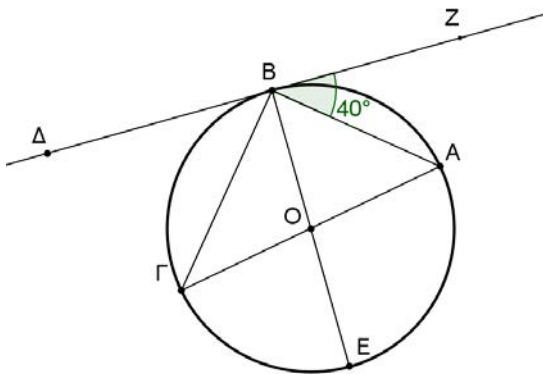
(β) Αν $\lambda = 0$ να λύσετε την πιο πάνω εξίσωση.

(μον. 2)

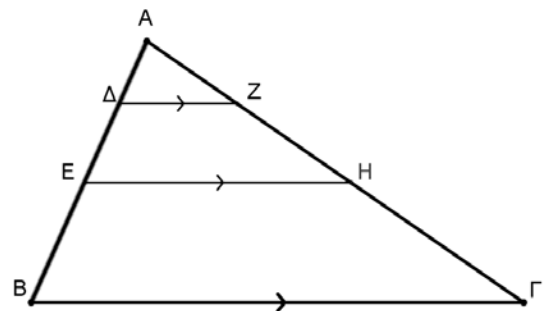
- A6.** Στο διπλανό σχήμα οι ΣAB και $\Sigma E\Gamma$ είναι τέμνουσες του κύκλου. Αν $A\Sigma = AB = 3\text{ cm}$, $\Sigma E = 2\text{ cm}$ και $E\Gamma = x\text{ cm}$, να βρείτε το μήκος του $E\Gamma$.
(Να φαίνονται οι πράξεις σας)



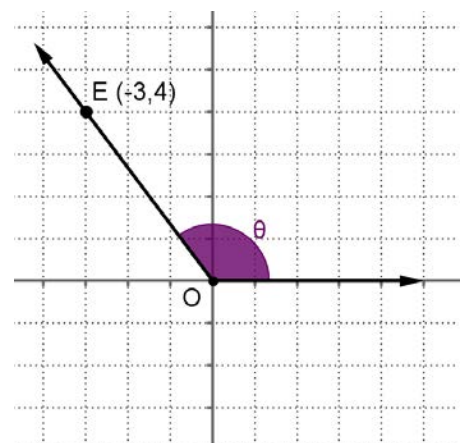
- A7.** Στο πιο κάτω σχήμα η ευθεία ΔZ είναι εφαπτόμενη του κύκλου (O, R) στο σημείο B και η γωνία $\hat{ABZ} = 40^\circ$
- (α) Να εκφράσετε τη γωνία $\hat{ABZ}$ σε ακτίνια. (μον. 1)
- (β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A\Gamma B}$, $\hat{A\Gamma E}$ και $\hat{A\hat{O}B}$ (μον. 3)
- (γ) Να υπολογίσετε το μέτρο του μικρότερου τόξου ΓE (μον. 1)
- (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



- A8.** Στο τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ τα ευθύγραμμα τμήματα ΔZ και EH είναι παράλληλα προς τη βάση $B\Gamma$. Αν $A\Delta = 4\text{ cm}$, $AE = 10\text{ cm}$, $AZ = 6\text{ cm}$ και $A\Gamma = 27\text{ cm}$ να υπολογίσετε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων ZH και EB . (Να φαίνονται οι πράξεις σας)



- A9.** Χρησιμοποιώντας το διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .



A10. Χρησιμοποιώντας το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ στο διπλανό ορθοκανονικό σύστημα αξόνων να γράψετε:

(α) Τις συντεταγμένες των διανυσμάτων:

(i) $\overrightarrow{AB}$

(ii) $\overrightarrow{\Delta A}$

(μον.1)

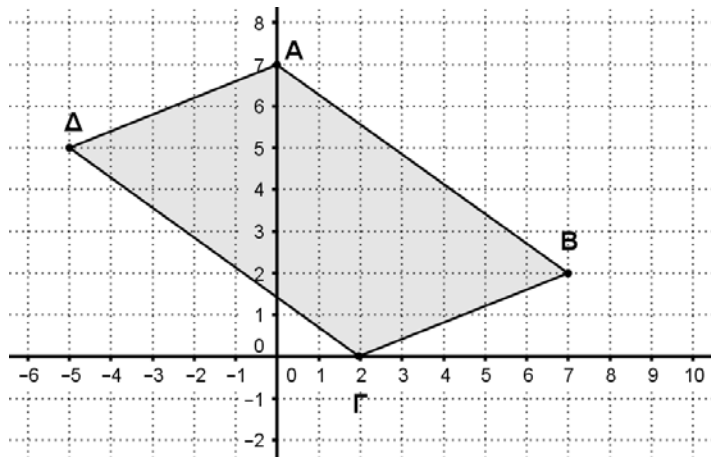
(β) Ένα διάνυσμα που να είναι ίσο με:

(i) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} =$

(ii) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A\Delta} + \overrightarrow{\Delta\Gamma} =$

(iii) $\overrightarrow{A\Delta} + \overrightarrow{AB} =$

(iv) $\overrightarrow{A\Gamma} - \overrightarrow{AB} =$ (μον.4)



ΜΕΡΟΣ Β' : (Μονάδες 50/100)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

B1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$.

Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:

(α) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

(μον. 1)

(β) Το πεδίο τιμών της συνάρτησης

(μον. 1)

(γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής

(μον. 1)

(δ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής

(μον. 1)

(ε) Το πρόσημο του α

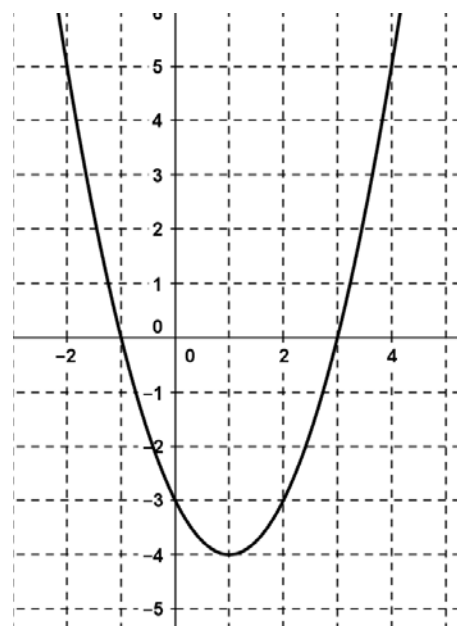
(μον. 1)

(στ) Τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

(μον. 2)

(ζ) Τις τιμές των α , β και γ

(μον. 3)



B2. Δίνονται τα κλάσματα $A = \frac{1}{\sqrt{x}}$ και $B = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ με $x > 0$.

(α) Να μετατρέψετε τις παραστάσεις A και B σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή. (μον. 6)

(β) Να αποδείξετε την ισότητα $2 \cdot A \cdot x - B \cdot (x-1) - \frac{1}{A} = 1$ (μον. 4)

B3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2k+1)x + k^2 - 3 = 0$, $k \in R$ με ρίζες x_1, x_2 .

Να βρείτε για ποιες τιμές του k :

(α) Η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες. (μον. 2,5)

(β) Η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες. (μον. 2,5)

(γ) Η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζα $x = 0$ (μον. 2,5)

(δ) Ισχύει η σχέση: $3 \cdot (x_1 + x_2) = x_1 \cdot x_2$ (μον. 2,5)

B4. Το κόστος κατασκευής έξι (6) προϊόντων είναι: 12, 15, 15, 17, 18, 19 ευρώ.

Να υπολογίσετε:

(α) Την επικρατούσα τιμή (x_e). (μον. 1)

(β) Τη διάμεσο τιμή (x_s). (μον. 1)

(γ) Τη μέση τιμή ($\bar{x}$). (μον. 2)

(δ) Την τυπική απόκλιση (s). (μον. 4)

(ε) Να βρείτε το συντελεστή μεταβλητότητας (CV) των πιο πάνω παρατηρήσεων. (μον. 1)

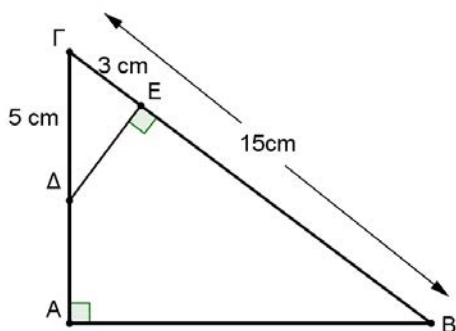
(στ) Αν όλες οι πιο πάνω τιμές αυξηθούν κατά k ευρώ, να βρείτε ποια θα είναι η νέα μέση τιμή. (μον. 1)

B5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνονται $\Delta E \perp B\Gamma$, $\Delta\Gamma = 5\text{ cm}$, $E\Gamma = 3\text{ cm}$ και $B\Gamma = 15\text{ cm}$.

(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ είναι όμοια. (μον. 4)

(β) Να αποδείξετε τη σχέση $(E\Delta) \cdot (B\Gamma) = (AB) \cdot (\Delta\Gamma)$ (μον. 3)

(γ) Να βρείτε το μήκος της κάθετης πλευράς AG του τριγώνου $AB\Gamma$. (μον. 3)



-ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ-

Ο Διευθυντής

.....

Παναγιώτης Λαμπίτσης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ–ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά Κοινού Κορμού**ΤΑΞΗ:** Α΄ Λυκείου (3 – ΩΡΟ)**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 2 / 6 / 2015**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 ώρες και 30 λεπτά**ΩΡΑ:** 7:45 – 10:15**ΒΑΘΜΟΣ**

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α΄:** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

(α) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

(β) $\frac{6}{\sqrt{3}-1}$

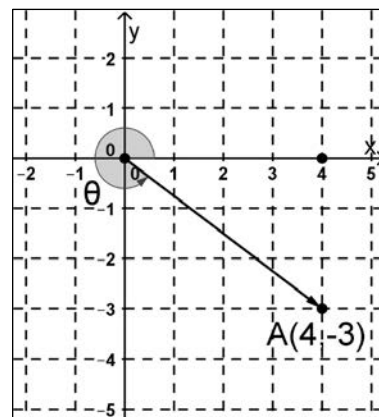
2. Να βρείτε για ποιες τιμές των κ, λ , ($\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$) η εξίσωση $(\kappa - 3)x = \lambda - 4$ είναι αδύνατη.
3. Το μέγεθος παπουτσιών πέντε παικτών καλαθόσφαιρας φαίνεται στον πιο κάτω πίνακα

Παίκτης	A	B	Γ	Δ	Ε
Μέγεθος παπουτσιού	48	52	46	46	49

Να βρείτε:

- (α) την επικρατούσα τιμή (x_e) των παρατηρήσεων
- (β) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων
- (γ) τη διάμεσο (x_δ) των παρατηρήσεων

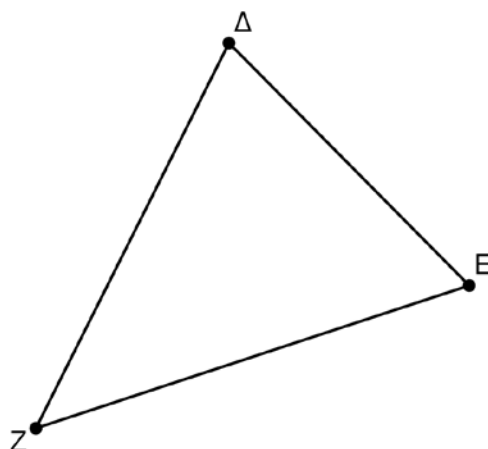
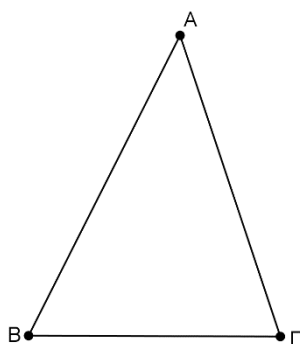
4. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ ($\eta\mu\theta, \sigma\upsilon\nu\theta, \varepsilon\varphi\theta, \tau\epsilon\mu\theta, \sigma\tau\epsilon\mu\theta, \sigma\varphi\theta$).



5. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

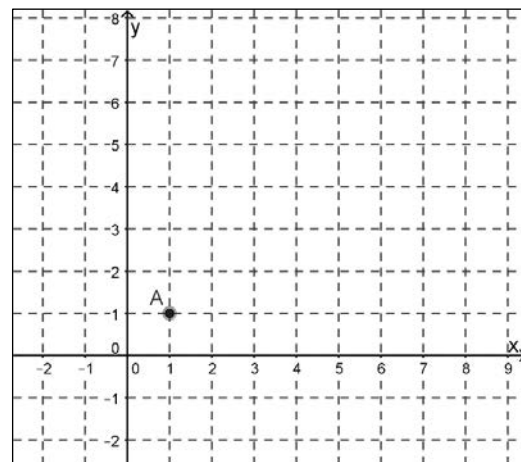
$\eta\mu 136 > 0$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
$\sigma\upsilon\nu 200 > 0$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
$\varepsilon\varphi 336 > 0$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
$\frac{\pi}{6} \text{ rad} = 30^\circ$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
$\tau\epsilon\mu \omega = \frac{1}{\eta\mu \omega}$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

6. Στα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ $\hat{A} = 45^\circ$, $\hat{\Gamma} = 71^\circ$, $\hat{\Delta} = 71^\circ$ και $\hat{E} = 64^\circ$.
 (α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα είναι όμοια.
 (β) Αν $AB=8\text{cm}$, $B\Gamma=6\text{cm}$, $A\Gamma=7\text{cm}$ και $\Delta E=9\text{cm}$ να υπολογίσετε τις πλευρές EZ και ΔZ.



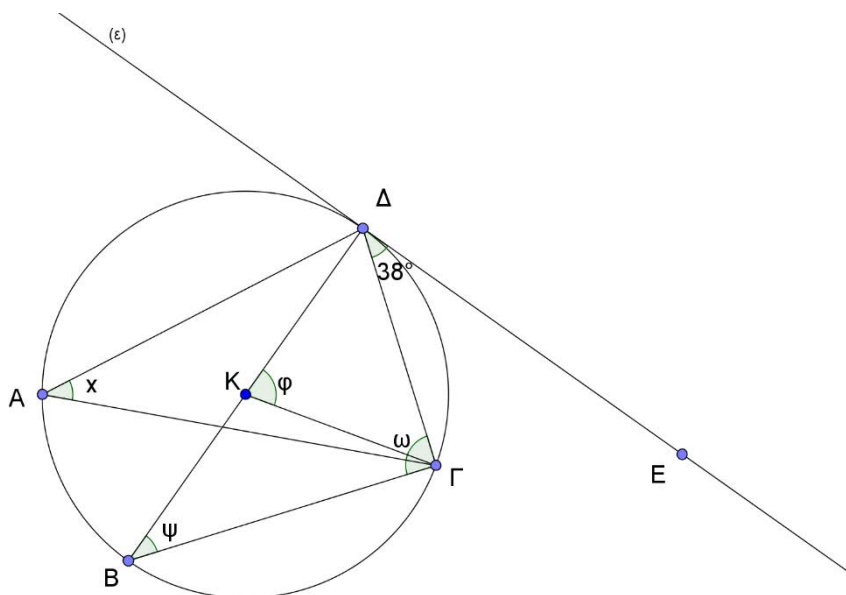
7. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

(α) Να παραστήσετε γραφικά το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ με αρχή το σημείο A και να βρείτε το μέτρο του.



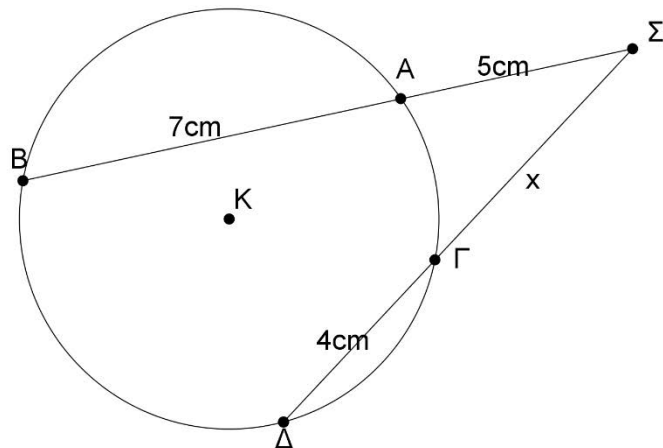
(β) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$.

8. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο ΒΔ και ευθεία (ε) εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Δ. Αν η γωνία $\widehat{\Gamma\Delta E} = 38^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\varphi}, \widehat{x}, \widehat{\psi}, \widehat{\omega}$ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{4x^2 - 1}{2x^2 + 5x - 3}$

10. Δίνεται κύκλος (K, R) και τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων $ΑΣ = 5\text{cm}$, $ΑΒ = 7\text{cm}$ και $ΔΓ = 4\text{cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $ΣΓ$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.

Από το σχήμα να βρείτε:

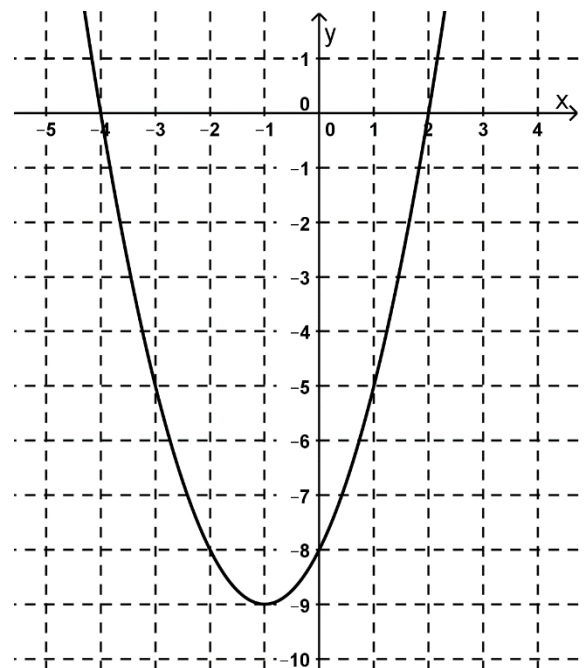
(α) το πρόσημο της διακρίνουσας και να το δικαιολογήσετε

(β) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής

(γ) τις τιμές των $f(-3)$ και $f(0)$

(δ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$

(ε) τις λύσεις της ανίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma < 0$



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 6x + 20 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 .

Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2 =$

(β) $x_1 \cdot x_2 =$

(γ) $\frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2} =$

(δ) $x_1^2 + x_2^2 =$

3. (α) Να αποδείξετε ότι: $\sqrt[2]{\sqrt[5]{7}} \cdot \sqrt[10]{7^9} = 7$

(3 μονάδες)

- (β) Να λύσετε την εξίσωση: $(5x - 7)^{\frac{2}{3}} = 4$,

$x \geq \frac{7}{5}$

(7 μονάδες)

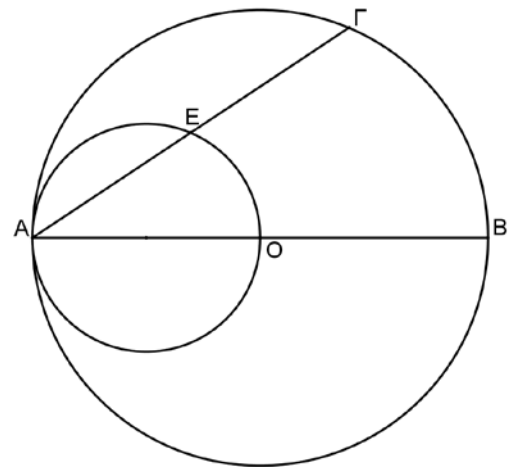
4. Στον κύκλο (O, R) φέρουμε μία διάμετρο AB και μια χορδή ΑΓ, όπως φαίνεται στο σχήμα. Ένας άλλος κύκλος έχει διάμετρο την ΑΟ και τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε.

Να αποδείξετε ότι:

- (α) τα τρίγωνα ΑΕΟ και ΑΒΓ είναι όμοια,

- (β) $(ΑΓ) \cdot (ΑΟ) = (ΑΒ) \cdot (ΑΕ)$,

- (γ) $\frac{ΑΓ}{ΑΕ} = 2$



5. Αν η εξίσωση $(\kappa - 2)x = 9$ είναι αδύνατη και η εξίσωση $x^2 + 2\kappa x + 3 + \lambda^2 = 0$

έχει ρίζες πραγματικές, να υπολογίσετε τις τιμές των κ και λ .

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά 3-ωρο

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Δευτέρα, 30 Μαΐου 2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράφετε με μελάνι χρώματος μπλε. Για τα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι.
 - Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται καθαρά και επιμελημένα όλη η αναγκαία εργασία.
 - Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.
-

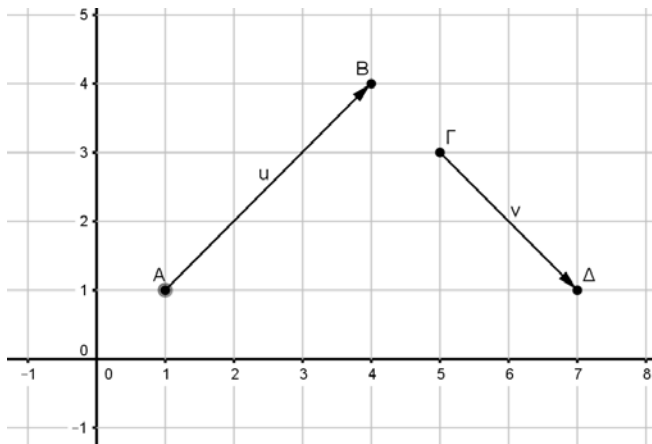
ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

1. Να λύσετε την ανίσωση : $2x^2 - 7x - 4 \leq 0$
2. Να εφαρμόσετε τις ιδιότητες των ριζών για να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των πιο κάτω παραστάσεων (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής) .
α) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - (\sqrt[3]{7})^3 + \sqrt[3]{81} : \sqrt[3]{3}$
β) $8^{\frac{1}{3}} - 32^{\frac{1}{5}} + 36^{\frac{1}{2}}$
3. Οι βαθμοί του Γιάννη στα 12 μαθήματα σε ένα τετράμηνο ήταν οι πιο κάτω:
16 , 17 , 20 , 16 , 19 , 20 , 17 , 17 , 18 , 18 , 20 , 18.
Να υπολογίσετε:
α) το μέσο όρο του τετραμήνου
β) την τυπική απόκλιση
4. Να βρείτε την τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η εξίσωση $(\kappa - 2)x + 4x = 5$ να είναι αδύνατη.
5. Να λύσετε το σύστημα :

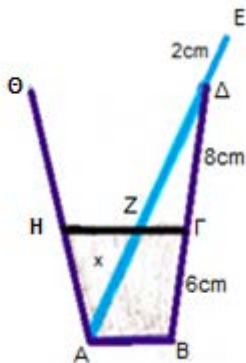
$$x = 2\psi$$

$$3x^2 - \psi = 0$$

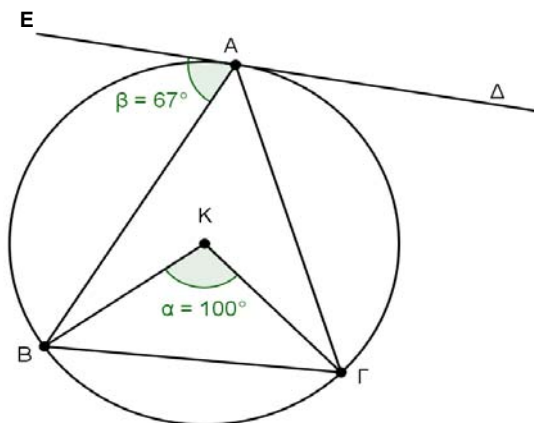
6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα διανύσματα $\vec{u}$ και $\vec{v}$.
- α) Να γράψετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$
- β) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{z} = 3\vec{u} - \vec{v}$



7. Στο πιο κάτω σχήμα έχουμε ένα ανοικτό ποτήρι σχήματος ισοσκελούς τραπεζίου $AB\Delta\Theta$ με $B\Delta = 14\text{cm}$ το οποίο περιέχει λεμονάδα μέχρι το σημείο Γ έτσι ώστε $B\Gamma = 6\text{cm}$. Το καλαμάκι μήκους $AE = 18\text{cm}$ και $\Delta E = 2\text{cm}$, βρίσκεται στο ποτήρι όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να βρείτε το μήκος AZ που είναι βυθισμένο στη λεμονάδα αν $H\Gamma \parallel AB$.

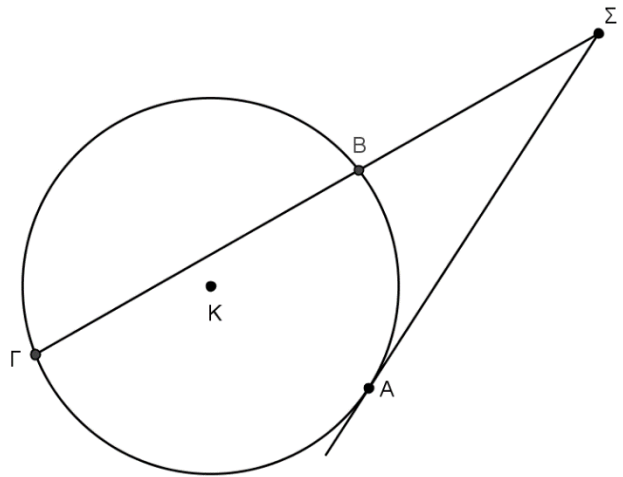


8. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και η ευθεία $EA\Delta$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A . Αν $\hat{EAB} = 67^\circ$ και $\hat{BK\Gamma} = 100^\circ$ να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 3x}$

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Η $\Sigma B\Gamma$ είναι τέμνουσα και η ΣA εφαπτόμενη του κύκλου.
Να υπολογίσετε την πλευρά ΣB αν $\Sigma A = 6\text{cm}$ και $B\Gamma = 5\text{cm}$.



ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Από την γραφική παράσταση της παραβολής, να βρείτε:

α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της

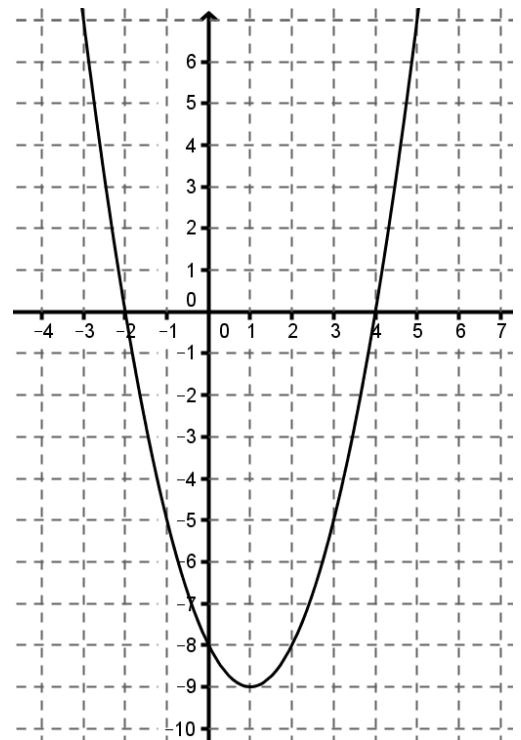
β) τις συντεταγμένες της κορυφής της

γ) το πεδίο τιμών της

δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

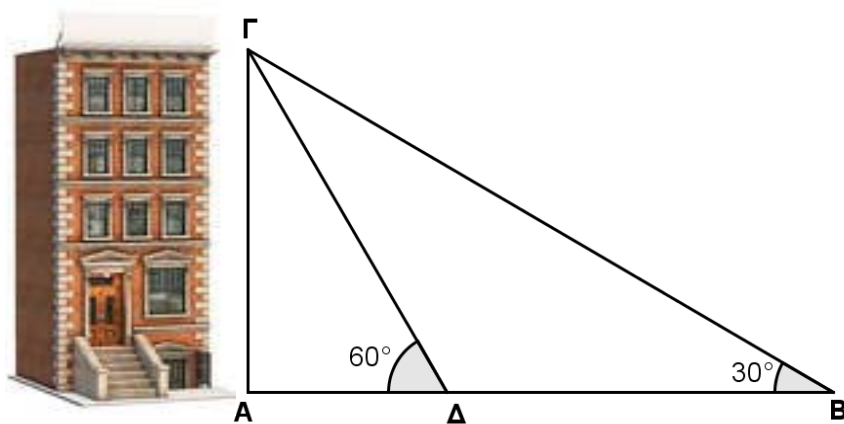
ε) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$

στ) τις τιμές των α , β και γ

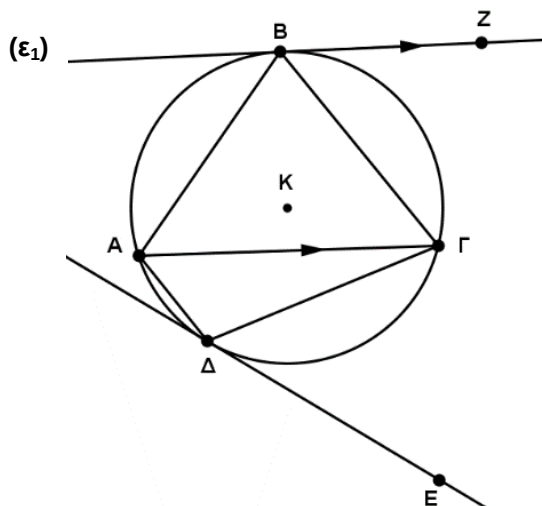


2. Δίνεται η εξίσωση $4x^2 - (\mu + 2)x + \mu - 3 = 0$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\mu, \mu \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει :
- α) Ρίζες αντίθετες
 β) Ρίζες αντίστροφες
 γ) Ρίζες x_1, x_2 που να επαληθεύουν τη σχέση $4x_1 - 8x_1 \cdot x_2 + 4x_2 = 0$

3. Κατά μήκος ενός δρόμου AB ο κύριος Κώστας παρατηρεί από το σημείο Δ μια πολυκατοικία με γωνία ύψους 60° (από τη βάση του δρόμου). Αν όμως απομακρυνθεί κατά 20m , από το σημείο Δ στο σημείο B ($B\Delta = 20\text{m}$), τότε βλέπει την πολυκατοικία με γωνία ύψους 30° (από τη βάση του δρόμου).
 Να υπολογίσετε:
 α) το ύψος της πολυκατοικίας $A\Gamma$
 β) το μήκος του δρόμου $A\Delta$.



4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = B\Gamma$) εγγεγραμμένο σε αυτό. Οι ευθείες (ε_1) και (ε_2) είναι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία B και Δ αντίστοιχα. Η πλευρά $A\Gamma$ είναι διχοτόμος της γωνιάς $\widehat{B\Delta\Delta}$.
- α) Αν η BZ είναι παράλληλη με την $A\Gamma$ να δείξετε ότι $\widehat{ZB\Gamma} = \widehat{\Gamma\Delta E}$ (τα σημεία Z και E είναι σημεία των ευθειών (ε_1) και (ε_2) αντίστοιχα).
- β) Αν το τόξο $\Delta\Gamma = 100^\circ$ να βρείτε τις γωνιές του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.



5. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Από την κορυφή A φέρουμε ευθεία που τέμνει τη διαγώνιο $B\Delta$ στο K , τη $\Gamma\Delta$ στο Λ και την προέκταση της $B\Gamma$ στο M .
Να αποδείξετε ότι:

α) $(A\Delta) \cdot (BK) = (K\Delta) \cdot (BM)$

β) $(K\Lambda) \cdot (BK) = (K\Delta) \cdot (KA)$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 20/05/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
- Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α':

- Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

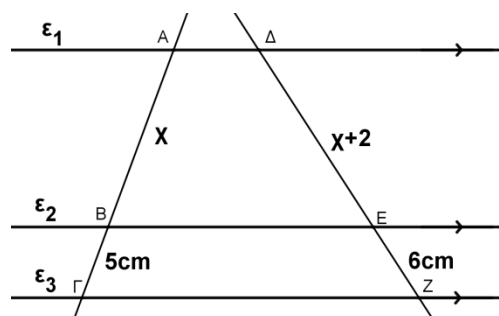
1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$. Να βρείτε:

α) Το διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$

β) Το μέτρο του $\vec{\gamma}$.

2. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{3x-2} = 5$, $x \geq \frac{2}{3}$

3. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνονται $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$, $AB = x$, $B\Gamma = 5\text{cm}$, $\Delta E = x + 2$ και $EZ = 6\text{cm}$. Να βρείτε την τιμή του x .



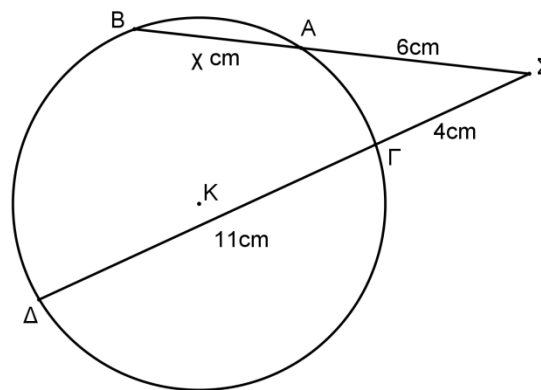
4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x - 5 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων χωρίς να τη λύσετε:

α) $x_1 + x_2 =$

β) $x_1 \cdot x_2 =$

γ) $(x_1 + 2)(x_2 + 2) =$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:
 $\Sigma A = 6\text{cm}$, $\Sigma \Gamma = 4\text{cm}$, $\Gamma \Delta = 11\text{cm}$.
 Να βρείτε το μήκος του AB.



6. Να λύσετε την ανίσωση $2x^2 + 5x - 3 \leq 0$

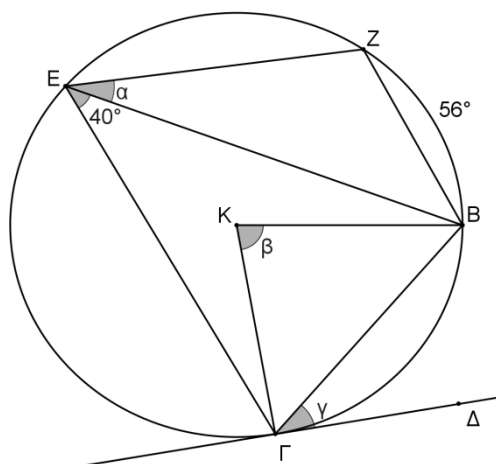
7. Αν $\sin \theta = -\frac{5}{13}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{13\eta\mu\theta - 24\sigma\phi\theta}{15\epsilon\phi\theta}$$

8. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 - 9}$

9. Δίνεται η εξίσωση: $(\mu^2 - 9) \cdot x = 2\mu + 6$. Να βρείτε τις τιμές του μ για τις οποίες η εξίσωση:
 α) είναι αδύνατη.
 β) έχει άπειρες λύσεις.
 γ) έχει μοναδική λύση.

10. Δίνεται κύκλος με κέντρο K, ΓΔ εφαπτόμενη στον κύκλο, $\angle BZ = 56^\circ$, $\angle \widehat{EB} = 40^\circ$.
 Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β και γ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.



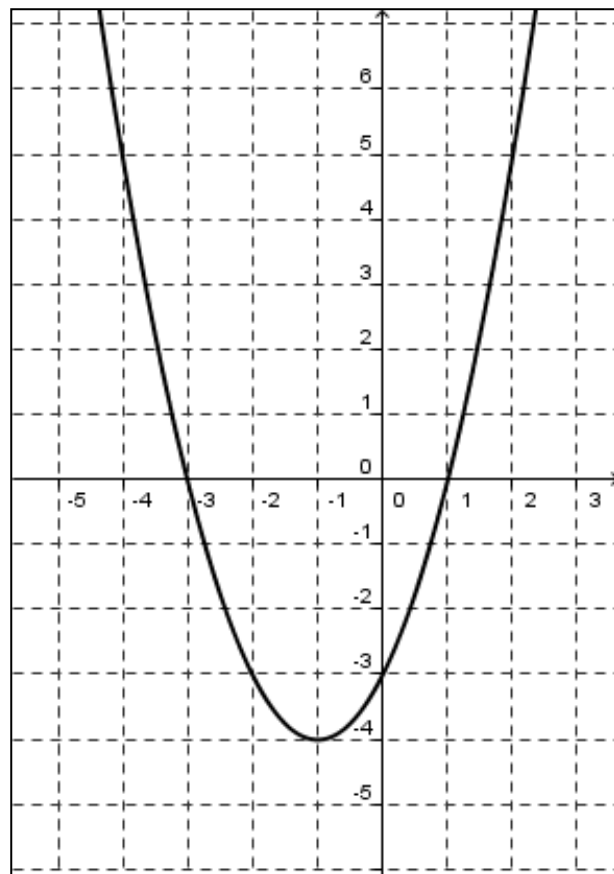
ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.
-

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) Το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
- β) Το πρόσημο του a .
- γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- δ) Την τιμή του γ .
- ε) Την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης.
- στ) Τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης
 $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- ζ) Το πρόσημο της Διακρίνουσας της
 $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- η) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$



2. Την εβδομάδα που μας πέρασε, καταγράφηκαν οι εξής ανώτατες θερμοκρασίες:

27, 32, 30, 32, 30, 32, 27

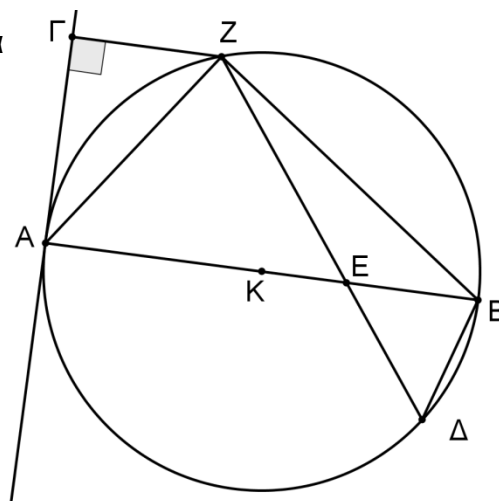
Να βρείτε:

- α)
 - i. Την επικρατούσα τιμή
 - ii. Τη διάμεσο
 - iii. Τη μέση τιμή
- β) Την τυπική απόκλιση με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων.

3. Δίνεται κύκλος με κέντρο Κ. Αν ΑΒ διάμετρος του κύκλου, ΑΓ εφαπτόμενη του κύκλου στο Α, Δ και Ζ τυχαία σημεία στον κύκλο και $Z\Gamma \perp AG$, να αποδείξετε ότι:

- α) i. Τα τρίγωνα $\triangle AZE$ και $\triangle BED$ είναι όμοια
ii. $(ED)(EZ) = (EA)(EB)$.

β) $(AZ)^2 = (AB)(\Gamma Z)$.



4. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - (2\lambda - 1)\chi + \lambda^2 - 3 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, με ρίζες χ_1 και χ_2 .

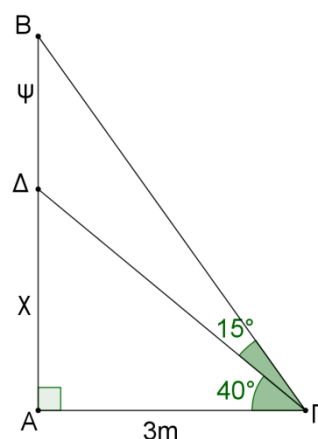
Να υπολογίσετε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει :

- α) Ρίζες αντίθετες.
β) Ρίζες αντίστροφες.
γ) Άθροισμα ριζών ίσο με το τριπλάσιο του γινομένου των ριζών της.
δ) Ρίζες πραγματικές.

5. Στο πιο κάτω σχήμα

$\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{A}\hat{\Gamma}\Delta = 40^\circ$, $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}B = 15^\circ$ και $A\Gamma = 3m$.

Χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους τριγωνομετρικούς αριθμούς να υπολογίσετε, με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων, τα μήκη των ΑΔ και ΔΒ.



Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου Τσιελεπή

ΛΥΚΕΙΟ ΑΡΑΔΙΠΠΟΥ «ΤΑΣΟΣ ΜΗΤΣΟΠΟΥΛΟΣ»

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2015-2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/ 2016

ΤΑΞΗ: Α΄

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .

Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄

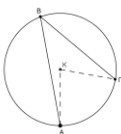
Να λύσετε και τις δέκα ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

(1) Η εξίσωση $x^2 - 4x - 6 = 0$ έχει ρίζες x_1 και x_2 . Να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$2x_1x_2 + x_1 + x_2.$$

(2) Δίνεται κύκλος (K, R) με γωνία $\widehat{AB\Gamma} = 40^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{AK\Gamma}$.



(3) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{a} + 3\vec{\beta}$.

(4) Δίνεται η παραβολή $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Να βρείτε

(α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,

(β) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

(5) Η Νίκη στο μάθημα της Ιστορίας είχε τους ακόλουθους βαθμούς:

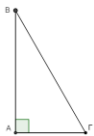
12 στο Α' τετράμηνο, 14 στο Β' τετράμηνο, και 11 στην τελική εξέταση του Ιουνίου.

Αν το βάρος της βαθμολογίας είναι 35% για κάθε τετράμηνο και 30% για την τελική εξέταση, να βρείτε τον σταθμισμένο μέσο όρο για το μάθημα της Ιστορίας.

(6) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ όπου $B\Gamma = 10\text{ cm}$, $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 90^\circ$, και $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = 60^\circ$.

(α) Να βρείτε τη γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B}$ σε ακτίνια.

(β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $A\Gamma$.

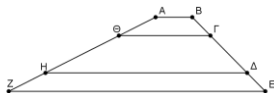


(7) (α) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4 + \sqrt{1 + \sqrt{x}}$. Να βρείτε την τιμή του $f(4)$.

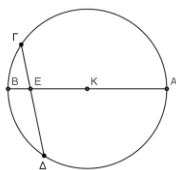
(β) Να μετατρέψετε την παράσταση $\frac{13}{4 + \sqrt{3}}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη

χρήση υπολογιστικής μηχανής.

- (8) Στο πιο κάτω σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα AB , $\Theta\Gamma$, $H\Delta$, και ZE είναι παράλληλα μεταξύ τους. Αν $A\Theta=3,5$ cm, $B\Gamma=\Delta E=2$ cm, και $BE=8$ cm, να βρείτε το μήκος του ΘZ , αιτιολογώντας την απάντησή σας.



- (9) Δίνεται πιο κάτω κύκλος με χορδή $\Gamma\Delta$, διάμετρο AB , και E το σημείο τομής τους. Αν $BE=2$ cm, $AE=12$ cm, και το ευθύγραμμο τμήμα $E\Delta$ είναι κατά 2 cm μεγαλύτερο από το τμήμα ΓE , να βρείτε το μήκος του $E\Delta$.



- (10) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου a ώστε η εξίσωση $x^2 + ax + 4 = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

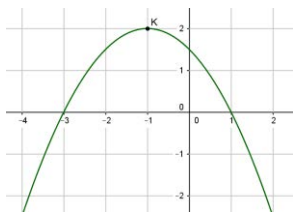
ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις πέντε ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

(1) Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$. Να βρείτε:

- (α) το πρόσημο του a ,
- (β) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$,
- (γ) τις συντεταγμένες της κορυφής K ,
- (δ) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
- (ε) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει ότι $f(x) > 0$.



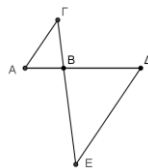
(2) Στο διπλανό σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα $ΑΓ$

και $ΕΔ$ είναι παράλληλα μεταξύ τους. Αν

$ΑΓ = 6cm$, $ΒΓ = 5cm$, $ΕΔ = 12cm$, και $ΒΔ = 8cm$

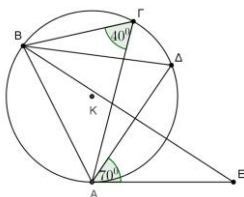
να δείξετε ότι :

- (α) τα τρίγωνα $ΒΔΕ$ και $ΑΒΓ$ είναι όμοια,
- (β) η περίμετρος του τριγώνου $ΒΔΕ$ είναι $30cm$.



(3) Δίνεται κύκλος ώστε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΕ να εφάπτεται του κύκλου στο σημείο Α. Αν

$\widehat{E\hat{A}\Delta} = 70^\circ$ και $\widehat{B\hat{\Gamma}A} = 40^\circ$, να δείξετε ότι το τμήμα ΑΔ διχοτομεί την γωνία $\widehat{E\hat{A}B}$.



(4) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - (\lambda + 3)x + 2\lambda - 1 = 0$.

(α) Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου λ η εξίσωση έχει

(i) ρίζες αντίστροφες,

(ii) ρίζες αντίθετες.

(β) Για $\lambda = 1$ η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες x_1 και x_2 .

(i) Να βρείτε την τιμή του $\rho_1 = x_1^2 + x_2^2$.

(ii) Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες ρ_1 και $\rho_2 = 2$.

(5) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\mu^2 x - \mu = \mu x + 6x - 3$ για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου μ .

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ηλίας Ζήκκος

Έλενα Χατζηγεωργίου

Κούλα Παναγή

Ανδρούλα Χρίστου

Χριστίνα Κουμπάρου

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα με μολύβι.
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.
4. Το γραπτό αποτελείται από τρεις σελίδες.

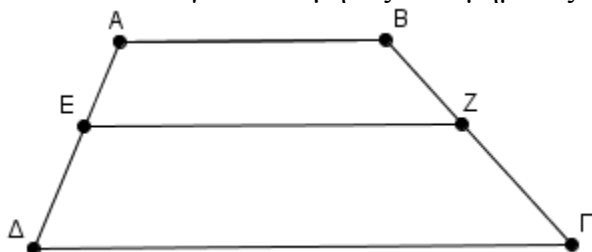
ΜΕΡΟΣ Α' (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να δείξετε ότι: $\frac{5}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

A2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$

A3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $AE = 6\text{cm}$, $AD = 18\text{cm}$, $Z\Gamma = 14\text{cm}$ και $AB \parallel EZ \parallel \Delta\Gamma$.
Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BZ.



A4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x - 5 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

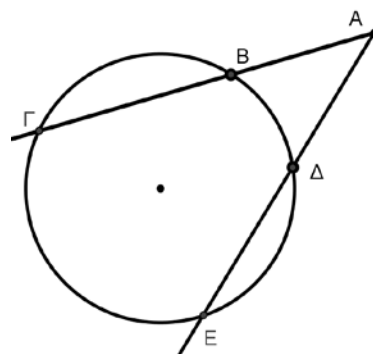
Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $x_1 + x_2 + 3x_1x_2$.

A5. Ένας μαθητής πήρε σε 4 διαγωνίσματα τους βαθμούς 15, 16, 20 και 15. Να βρείτε τι βαθμό πρέπει να πάρει στο πέμπτο διαγώνισμα για να εξασφαλίσει μέσο όρο 16 και στα πέντε διαγωνίσματα.

A6. Δίνεται η παραβολή $f(x) = (x+1)^2 + 2$. Να βρείτε:

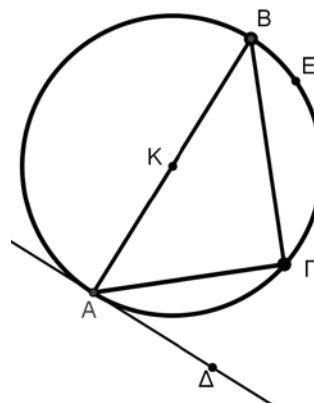
- α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- β) τις συντεταγμένες της κορυφής.

- A7.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $AB = 2\text{cm}$, $AD = 4\text{cm}$ και $DE = 5\text{cm}$.
Να υπολογίσετε το μήκος του $B\Gamma$.



- A8.** Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ αληθεύει η ανίσωση $x^2 - x - 12 > 0$.

- A9.** Στο πιο κάτω σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου και AD εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A . Αν το τόξο $BE\Gamma$ είναι 140° , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$ και τη γωνία $\Gamma A\Delta$.



- A10.** Να βρείτε για ποια τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $(\mu^2 - 1)x = \mu^2 - 3\mu - 4$ είναι αόριστη.

ΜΕΡΟΣ Β' (50 μονάδες)

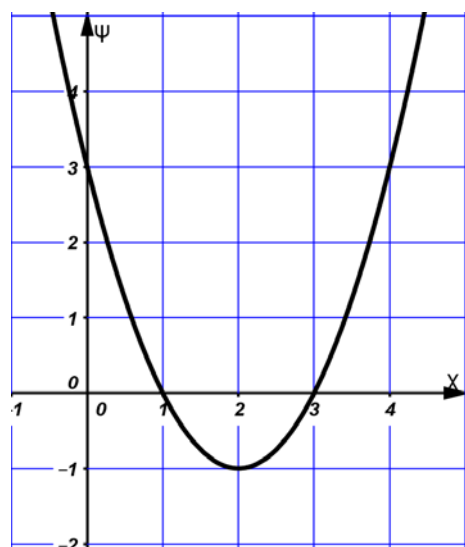
Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$y = f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, \quad a \neq 0.$$

Να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- την τιμή του γ .
- το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .
- τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) < 0$



B2. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 3)x + \lambda + 2 = 0$

α) Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in R$ έτσι ώστε η εξίσωση να έχει:

- i) ρίζες αντίθετες
- ii) ρίζες αντίστροφες
- iii) ρίζα τον αριθμό -2

(Μονάδες 6)

β) Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = x^2 - 4x + 3$ αφού βρείτε: **i)** τα σημεία τομής της με τους άξονες **ii)** τον άξονα συμμετρίας **iii)** τη κορυφή της
(Μονάδες 4)

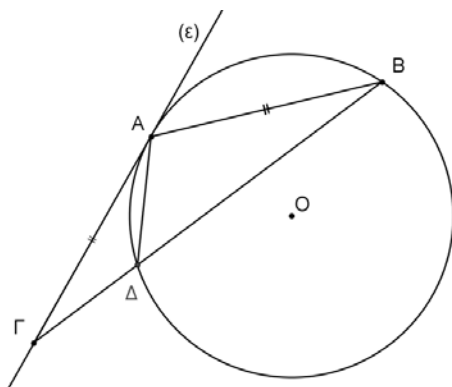
B3. Δίνονται οι παρατηρήσεις: 1, 2, 3, 3, 4, 8, 5, 8, 8, 2, 2, 2. Να βρείτε:

- α) τη μέση τιμή.
- β) την τυπική απόκλιση.

(Μονάδες 3)

(Μονάδες 7)

B4. Δίνεται κύκλος με κέντρο το O και μια χορδή του AB . Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου (ε) στο σημείο του A και σημειώνουμε πάνω σ' αυτή το σημείο Γ , έτσι ώστε $A\Gamma = AB$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να δείξετε ότι $\Delta A = \Delta \Gamma$.



B5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) να φέρετε το ύψος $A\Delta$. Η διχοτόμος της γωνιάς B τέμνει το ύψος $A\Delta$ στο σημείο E και την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα ΔEB και AZB είναι όμοια

(Μονάδες 6)

β) $(EB)(AB) = (BZ)(B\Delta)$

(Μονάδες 4)

Η Διευθύντρια

Οικονομίδου Σύλβια

Εισηγητές

Αλιούρη Παναγιώτα

Ευστρατίου Ανδρέας

Συντονιστής ΒΔ

Ιωάννου Γιάννης

Διευθύντρια

Οικονομίδου Σύλβια

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΤΑΞΗ: Α΄ (3-ωρο)

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:.....

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:..... ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡ.....

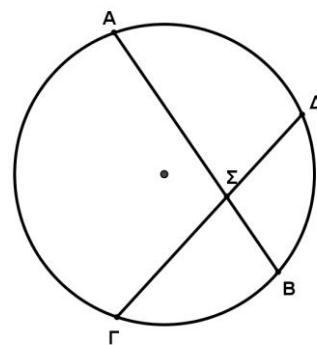
ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ :

1. Να γράψετε μόνο με **μπλε** μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
3. Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης, σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.
4. Να λύσετε τις ασκήσεις πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $(5 - \mu)x = 2$ να είναι αδύνατη.

2. Στο διπλανό σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα AB και ΓΔ τέμνονται σε σημείο Σ μέσα στον κύκλο. Αν $\Sigma B = 3\text{cm}$, $\Sigma \Gamma = 6\text{cm}$ και $\Sigma \Delta = 5\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος του ΣΑ.



3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $4x^2 - 8x + 1 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:
(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

(γ) $4x_1 \cdot x_2 - 3x_1 - 3x_2$

4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 5 \\ -6 \end{pmatrix}$.

(α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\delta} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$.

(β) Αν $\vec{\delta} = \begin{pmatrix} -9 \\ 12 \end{pmatrix}$, να βρείτε το μέτρο του.

5. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα στοιχείο της στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β	(α)
(α) $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$	I. $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu\theta}$	(β)
(β) -300°	II. τελική πλευρά στο 3 ^ο τεταρτημόριο	(γ)
(γ) $\tau\epsilon\mu\theta$	III. τελική πλευρά στο 4 ^ο τεταρτημόριο	(δ)
(δ) $\epsilon\phi\theta < 0$ και $\sigma\tau\epsilon\mu\theta < 0$	IV. 200°	
	V. 140°	
	VI. τελική πλευρά στο 1 ^ο τεταρτημόριο	
	VII. $\frac{1}{\eta\mu\theta}$	

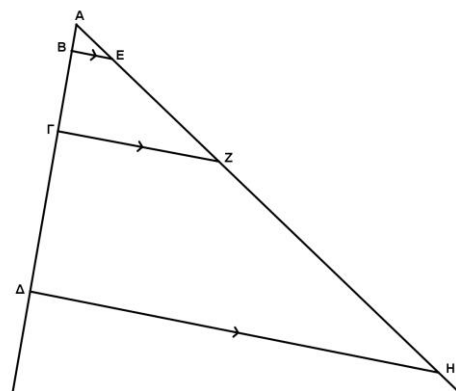
6. Οι βαθμολογίες 5 διαγωνισμάτων στα μαθηματικά για ένα μαθητή κατά τη φετινή σχολική χρονιά ήταν: 19, 13, 18, 11, 14. Να υπολογίσετε:

(α) Τη μέση τιμή των βαθμολογιών.

(β) Το συντελεστή μεταβολής (CV) αν η διασπορά (s^2) είναι 9.2, δίνοντας την απάντησή σας με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων.

7. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$$

8. Στο διπλανό σχήμα $BE \parallel \Gamma Z \parallel \Delta H$ και $AG = 9\text{cm}$, $B\Gamma = 6\text{cm}$, $AE = 4\text{cm}$.
(α) Να υπολογίσετε το μήκος του AZ .



- (β) Τα ευθύγραμμα τμήματα $\Gamma\Delta$ και ZH εκφράζονται από τις σχέσεις $\Gamma\Delta = x^2 - 3x - 4$ και $ZH = x^2 - 16$.

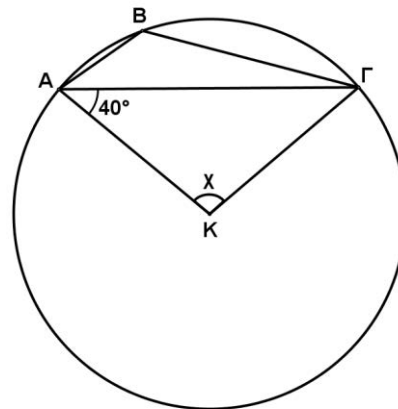
- (i) Να απλοποιήσετε το λόγο $\frac{\Gamma\Delta}{ZH}$.

- (ii) Να υπολογίσετε την τιμή του x .

9. Δίνεται κύκλος (K, R) και γωνία $\hat{K}\hat{A}\hat{\Gamma} = 40^\circ$.

Αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας, να υπολογίσετε:

(α) Το μέτρο της γωνίας x .



(β) Το μέτρο της γωνίας $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$.

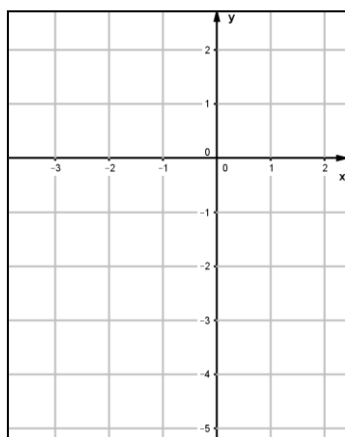
10. Δίνεται η παραβολή με τύπο $y = x^2 + 2x - 3$.

(α) Να δείξετε ότι η παραβολή τέμνει τον άξονα xx' στα σημεία $(-3, 0)$ και $(1, 0)$.

(β) Να βρείτε το σημείο τομής της παραβολής με τον άξονα yy' .

(γ) Με τη βοήθεια του άξονα συμμετρίας ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

(δ) Να σχεδιάσετε την παραβολή δείχνοντας ευκρινώς στο γράφημα τα πιο πάνω σημεία.



ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (κ + 1)x + 2κ = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 .

(α) Να βρείτε το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της εξίσωσης.

(β) Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου $κ \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει:

(i) αντίθετες ρίζες

(ii) αντίστροφες ρίζες

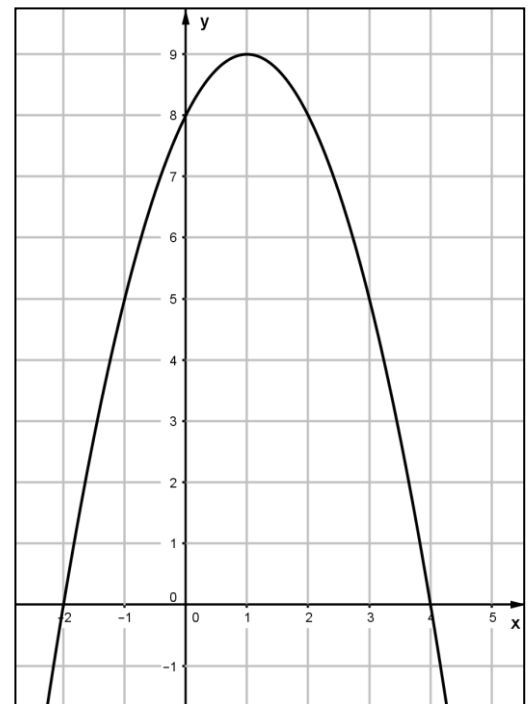
(iii) ρίζα τον αριθμό 3

2. (α) Ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχει πλευρές $AB = \sqrt[10]{x^5} \text{ cm}$, $ΑΓ = \sqrt{x+2} \text{ cm}$ και

$ΒΓ = 4 \text{ cm}$. Να βρείτε την τιμή του x , $x > 0$.

(β) Να βρείτε την τιμή του x στην περίπτωση που $ΑΓ = 2 \text{ cm}$.

3. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



(i) Να βρείτε:

(α) Το πεδίο τιμών της f .

(β) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$.

(γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής.

(δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

(ε) Το πρόσημο της Διακρίνουσας της εξίσωσης $f(x) = 0$.

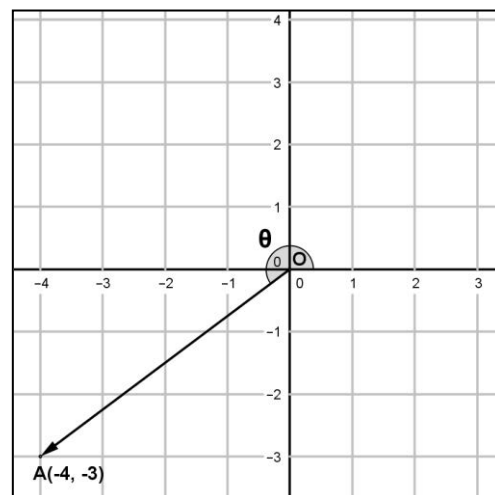
(στ) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \leq 0$.

(ii) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 2x - 8 < 7$.

4. Στο διπλανό γράφημα δίνεται το διάνυσμα $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$ και η γωνία θ .

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο του $\overrightarrow{OA}$.

(β) Να βρείτε τους 6 τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

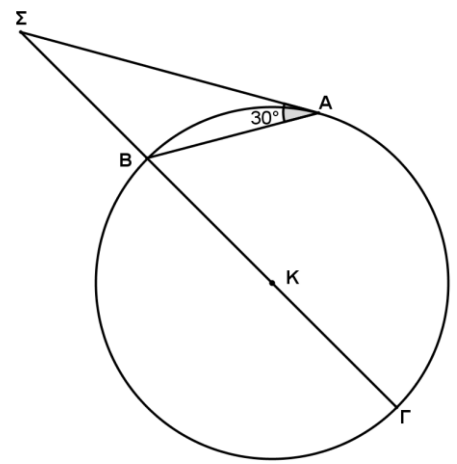


(γ) Να σχεδιάσετε και να ονομάσετε στο πιο πάνω γράφημα τα διανύσματα $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ και

$$\vec{d} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB}.$$

(δ) Να γράψετε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{d}$.

5. Από σημείο Σ εκτός του κύκλου $(K, 3\text{cm})$ φέρουμε εφαπτομένη ΣA (A σημείο επαφής) και τέμνουσα $\Sigma B\Gamma$ που περνά από το κέντρο K (B και Γ σημεία του κύκλου) τέτοια ώστε $\angle \Sigma \hat{A} B = 30^\circ$.



(α) Να δείξετε ότι:

(i) Το τρίγωνο ABK είναι ισόπλευρο.

(ii) Τα τρίγωνα $\Sigma A\Gamma$ και ΣAB είναι όμοια.

(iii) $(\Sigma A)^2 = (\Sigma B) \cdot (\Sigma \Gamma)$

(iv) Ο λόγος ομοιότητας των τριγώνων $\Sigma A\Gamma$ και ΣAB ισούται με $\sqrt{3}$.

- (β) Να βρείτε τη θέση του κύκλου $(\Lambda, 7\text{cm})$ ως προς τον πιο πάνω δοθέντα κύκλο $(K, 3\text{cm})$ αν $K\Lambda = 12\text{cm}$.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ο Διευθυντής

Ανδρέας Γεωργίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3-ωρο

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 31/05/2016

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικώς:-----

Ολογράφως:-----

Υπογραφή :-----

Ονοματεπώνυμο:-----Τμήμα:-----Αριθμός:-----

ΟΔΗΓΙΕΣ: 1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **7** σελίδες.2. Να γράφετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)

3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

4. Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

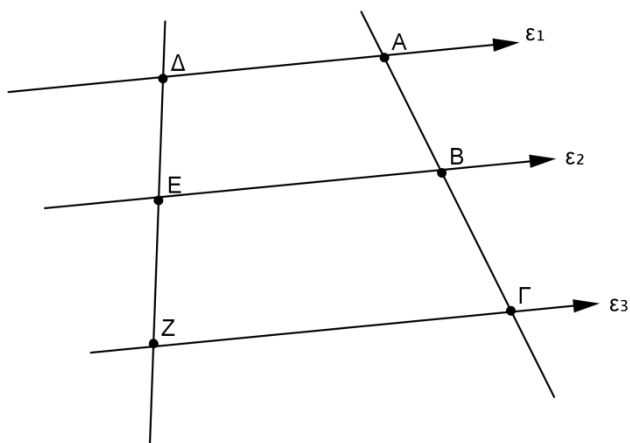
ΜΕΡΟΣ Α' **Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε 5 μονάδες.

A1. Να εκφράσετε γωνία με μέτρο $\frac{\pi}{10}$ rad (ακτίνια) σε μοίρες.**A2.** Δίνεται εξίσωση $x^2 + 6x + 5 = 0$.

Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων

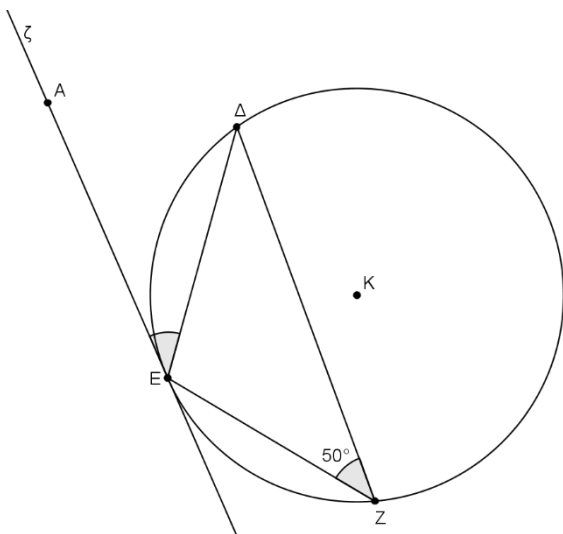
(α) $S = x_1 + x_2$ (β) $P = x_1 \cdot x_2$

A3. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του ΒΓ, αν ΔΕ=4m, ΕΖ=6m και ΑΒ=8m.



A4. Δίνεται η παραβολή $f(x) = (x - 2)^2 + 4$. Να βρείτε το σημείο της κορυφής.

A5. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος (Κ, R) με γωνία $\angle EZD = 50^\circ$ και (ζ) εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Ε, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\angle AED$, αιτιολογώντας την απάντησή σας.



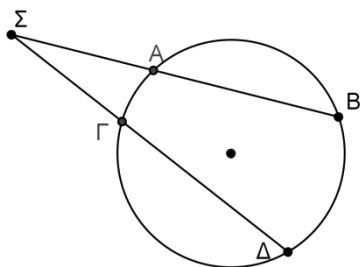
A6. Για ποια τιμή του μ η εξίσωση $4(\mu - 4)x = \mu - 4$ είναι αόριστη με $\mu \in \mathbb{R}$.

A7. Να αντιστοιχήσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα στοιχείο της στήλης Β. Να αιτιολογήσετε.

Στήλη Α	Στήλη Β
(α) $\sqrt{1 + \sqrt{9}}$	I. $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$
(β) $\frac{1}{2 - \sqrt{2}}$	II. 2
(γ) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$	III. 3
(δ) $2^{\frac{1}{7}}$	IV. $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$
	V. $\sqrt[7]{2}$

(α)	-----
(β)	-----
(γ)	-----
(δ)	-----

A8. Στο πιο κάτω σχήμα οι ημιευθείες ΣΑΒ και ΣΓΔ είναι τέμνουσες του κύκλου (Κ, R). Αν ΣΑ=4m, ΣΒ=6m και ΣΔ=8m, να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΣΓ.



A9. Δίνονται οι αριθμοί $\chi_1 = 2$, $\chi_2 = 4$.

(α) Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων

(i) $\chi_1 + \chi_2$ και

(ii) $\chi_1 \cdot \chi_2$.

(β) Να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες χ_1 και χ_2 .

A10. Δίνεται ο πιο κάτω πίνακας για το τριώνυμο $\psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$, $\alpha \neq 0$:

χ	$-\infty$	-5	1	$+\infty$	
Πρόσημο ψ	-	$\bigcirc$	+	$\bigcirc$	-

Να συμπληρώσετε τα κενά:

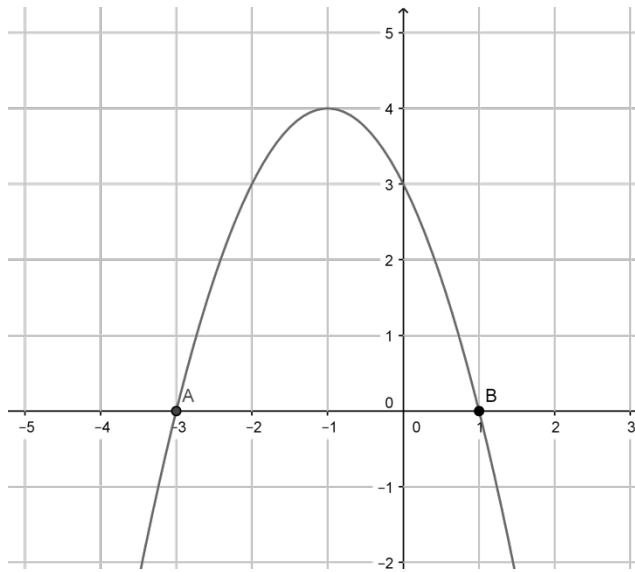
Οι ρίζες της $\psi=0$ είναι $\chi_1=.....$ ή $\chi_2=.....$

Το πρόσημο του α είναι

ΜΕΡΟΣ Β΄Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$ με $a \neq 0$.

Να γράψετε:

(α) το πρόσημο του a ,(β) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$,(γ) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) > 0$.

B2. Οι βαθμοί ενός φοιτητή στο πρώτο εξάμηνο στο Τμήμα Ψυχολογίας ενός Πανεπιστημίου είναι:

10, 6, 10, 7, 5, 4.

Να βρείτε :

(α) τη μέση τιμή $\bar{x}$,

(β) τη διάμεσο τιμή,

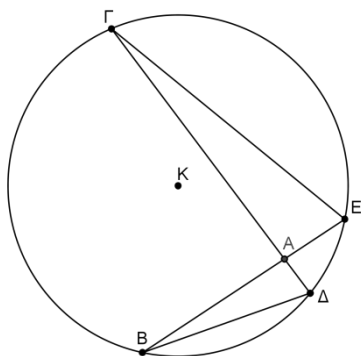
(γ) την επικρατούσα τιμή,

(δ) το εύρος R.

B3. Σε κύκλο (K, R), φέρουμε τις χορδές ΓΕ, ΓΔ, ΒΕ και ΒΔ με Α το σημείο τομής των ΒΕ και ΓΔ.

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών του τριγώνου ΑΒΔ αν το μικρό τόξο ΕΔ έχει μέτρο 60° και το μικρό τόξο ΒΓ έχει μέτρο 100° .

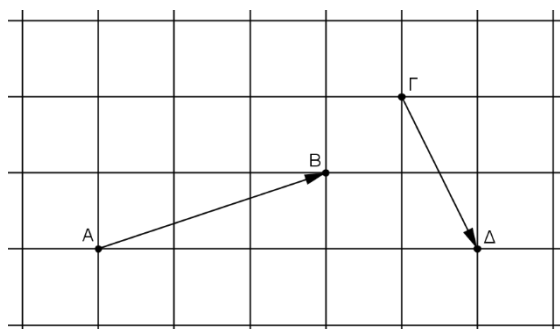
(β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΓΕ και ΑΒΔ είναι όμοια.



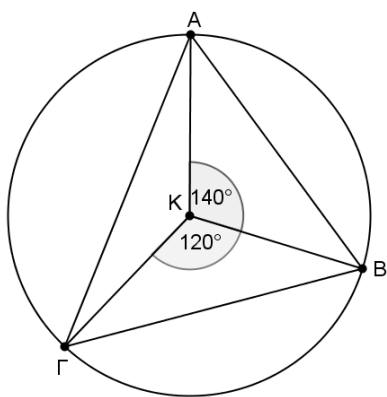
B4. Σύμφωνα με το πιο κάτω σχήμα, να υπολογίσετε :

(α) τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$,

(β) αλγεβρικά ή με άλλο τρόπο, τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{v} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{\Gamma\Delta}$.



B5. Δίνεται το τρίγωνο ABΓ εγγεγραμμένο στον κύκλο (Κ, R) με τις επίκεντρες γωνίες $\angle AKB = 140^\circ$ και $\angle BKG = 120^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών του τριγώνου ABΓ.



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
ΑΛΕΚΟΣ ΘΕΜΙΣΤΟΚΛΕΟΥΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Τάξη: Α' Λυκείου (3-ωρο)

Ημερομηνία: 31/05/2016

Μάθημα: Μαθηματικά

εξέτασης: 2,5 ώρες

Διάρκεια

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

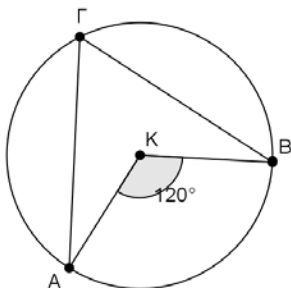
- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι.
- (β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- (γ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.
- (δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (ε) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους αυτού.

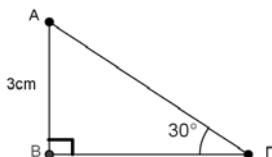
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + x - 2 = 0$

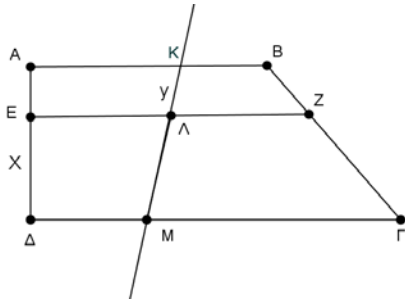
2. Δίνεται κύκλος (K, R) με γωνία $\hat{AKB} = 120^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{AGB}$.



3. Το πιο κάτω τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{B} = 90^\circ$ και $AB = 3\text{cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς BΓ.



4. Στο πιο κάτω σχήμα $AB \parallel EZ \parallel \Delta\Gamma$. Αν $AE=3\text{cm}$, $BZ=5\text{cm}$, $\Lambda M=12\text{cm}$ και $Z\Gamma=15\text{cm}$ να υπολογίσετε τα μήκη x και y .



5. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$.

6. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $5x^2 + 10x + 1 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις παραστάσεις

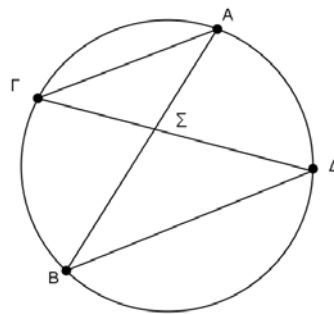
(α) $x_1 + x_2$ και $x_1 \cdot x_2$

(β) $4x_1 + 5x_1 \cdot x_2 + 4x_2$

7. Στο διπλανό σχήμα οι χορδές AB και ΓΔ τέμνονται στο Σ. Να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα ΣΑΓ και ΣΒΔ είναι όμοια

(β) $(\Sigma A)(\Sigma B) = (\Sigma \Gamma)(\Sigma \Delta)$



8. Να λύσετε την ανίσωση $2x^2 - 5x - 3 > 0$.

9. Δίνεται η εξίσωση $(\kappa - 3)x = 2\lambda - 12$, $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το κ και λ έτσι ώστε η εξίσωση να είναι αόριστη.

10. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt[3]{4x-1} = 3$, $x \geq \frac{1}{4}$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους αυτού.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{10\sigma\phi\theta - 13\sigma\upsilon\nu\theta}{-12\epsilon\phi\theta}$$

2. Από την γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$.

Να βρείτε:

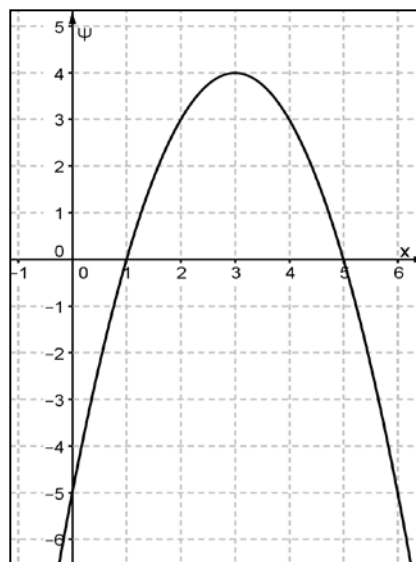
(α) Τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

(β) Τον άξονα συμμετρίας

(γ) Την κορυφή της παραβολής

(δ) Την τιμή του γ

(ε) Τις τιμές των S και P



3. (α) Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ τα ύψη BE και ΓZ τέμνονται στο H . Να δείξετε ότι

$$(BH)(HE) = (HZ)(\Gamma H)$$

(β) Πιο κάτω παρουσιάζονται οι βαθμοί του πρώτου τετραμήνου ενός μαθητή σε 13 μαθήματα

15, 20, 17, 11, 15, 18, 15, 17, 15, 14, 19, 18, 14

Να βρείτε την μέση τιμή, την διάμεσο και την επικρατούσα τιμή των βαθμών.

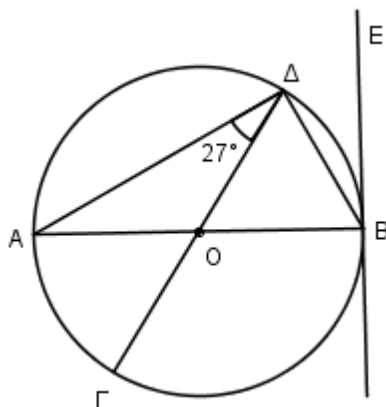
4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει :

(α) Ρίζες πραγματικές και ίσες

(β) Ρίζες αντίθετες

(γ) Ρίζες αντίστροφες

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ο κύκλος (O, R) , AB και $\Gamma\Delta$ είναι διάμετροι του και BE εφαπτόμενη στο B . Δίνεται ότι $\hat{A\Delta\Gamma} = 27^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B\Delta\Delta}$, $\hat{\Gamma\hat{O}B}$ και $\hat{\Delta\hat{B}A}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



Ο Διευθυντής

.....

Γ. Χρυσοστόμου

ΛΥΚΕΙΟ ΚΟΚΚΙΝΟΧΩΡΙΩΝ ΦΩΤΗ ΠΙΤΤΑ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2015-2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3-ωρο

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 7:45 – 10:15

Βαθμός: _____

Ολογράφως: _____

Υπογραφή: _____

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **10** σελίδες και περιλαμβάνει **2** μέρη.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

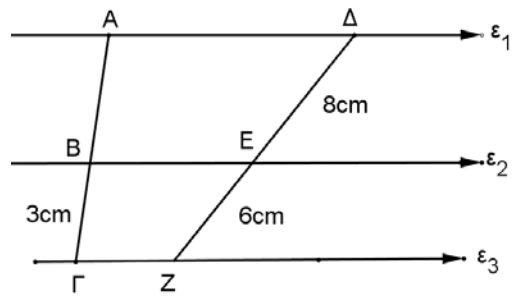
1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 8x + 3 = 0$. Να βρείτε:

α) το άθροισμα (S) και

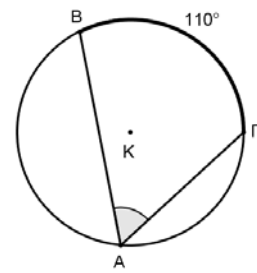
β) το γινόμενο (P) των ριζών της πιο πάνω εξίσωσης.

2. Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$.

Αν $B\Gamma = 3\text{cm}$, $\Delta E = 8\text{cm}$ και $EZ = 6\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του AB .



3. Δίνεται κύκλος (K, R) και τόξο $\widehat{B\Gamma} = 110^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ αιτιολογώντας την απάντησή σας.



4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$.

5. α) Να εκφράσετε τη γωνία $\frac{6\pi}{5}$ rad σε μοίρες.

(μονάδες 3)

β) Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας $\frac{6\pi}{5}$ rad σε κανονική θέση.

(μονάδες 2)

6. Για τη βαθμολόγηση στα Μαθηματικά, ο καθηγητής δίνει βαρύτητα 50% στα διαγωνίσματα, 30% στο προφορικό και 20% στην κατ' οίκον εργασία. Να υπολογίσετε την μέση τιμή των βαθμολογιών ενός μαθητή που πήρε 84 στα διαγωνίσματα, 90 στο προφορικό και 90 στην κατ' οίκον εργασία.

7. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $\sqrt[3]{8x}$, $x \geq 0$

(μονάδες 2)

β) $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$, $x, y > 0$

(μονάδες 3)

8. Δίνεται η παραβολή $f(x) = 5x^2 - 2x - 1$. Να βρείτε:

α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

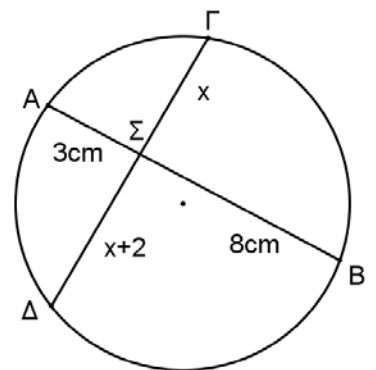
(μονάδες 3)

β) το σημείο τομής της με τον άξονα των τεταγμένων.

(μονάδες 2)

9. Να βρείτε για ποια τιμή της παραμέτρου λ η εξίσωση $(\lambda^2 - 9)x = 3 - \lambda$ είναι ταυτότητα.

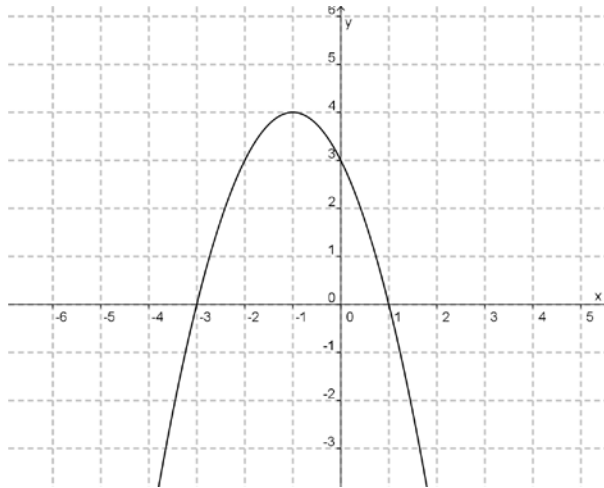
10. Στο διπλανό σχήμα οι AB και ΓΔ είναι χορδές του κύκλου που τέμνονται στο σημείο Σ. Να υπολογίσετε την τιμή του x.



ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

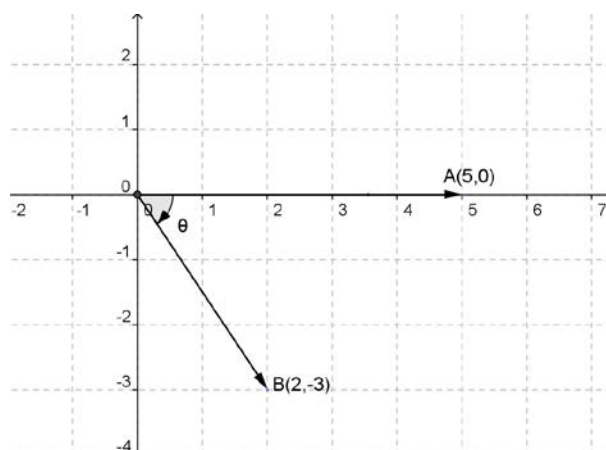
1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Να βρείτε:



- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της f .
- β) την κορυφή της f και να γράψετε αν η f έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή.
- γ) τις λύσεις x_1 και x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$.
- δ) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$.
- ε) το πρόσημο των $f(-\sqrt{3})$ και $f(1002)$.

2. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ , $\mu \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση $x^2 - 2\mu x + 4\mu - 3 = 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

3. Στο πιο κάτω σχήμα, να υπολογίσετε:



α) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$ και $\tau\epsilon\mu\theta$.

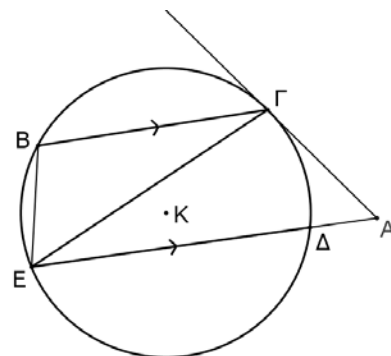
(μονάδες 6)

β) το μήκος του διανύσματος $\overline{BA}$.

(μονάδες 4)

4. Να λύσετε την εξίσωση: $(2x^2 + 9)^{\frac{2}{3}} + 2 = 11$

5. Δίνεται κύκλος (Κ, R) και οι παράλληλες χορδές ΒΓ και ΕΔ του κύκλου. Στο σημείο Γ φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου που τέμνει την προέκταση της ΕΔ στο σημείο Α. Να δείξετε ότι:
α) τα τρίγωνα ΒΓΕ και ΑΓΕ είναι όμοια. (μονάδες 6)



β) $(ΒΓ)(ΕΑ)=(ΕΓ)^2$

(μονάδες 4)

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Κωνσταντίνиду Παρασκευούλα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (3ωρο)

ΣΕΙΡΑ: Α΄

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/05/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 8:00 π.μ. – 10:30 π.μ.

Οδηγίες:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
- Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
- Όλες οι απαντήσεις να δοθούν σε σφραγισμένες κόλλες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).

1. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

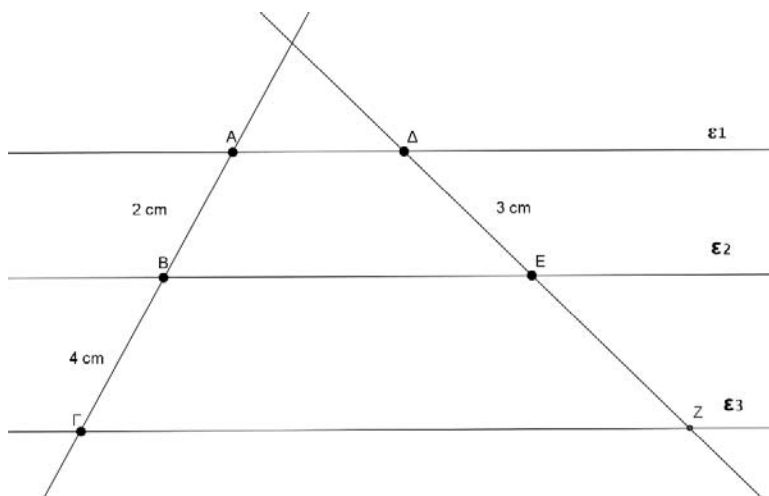
α) $\chi + 2(3\chi + 4) = 5 + 8(\chi + 1)$

β) $\chi - \frac{\chi}{3} = \frac{2\chi}{3} + 1$

2. Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$.

Αν $AB=2\text{cm}$, $B\Gamma=4\text{cm}$ και $\Delta E=3\text{cm}$,

να υπολογίσετε το μήκος του EZ .



3. Δίνεται η εξίσωση: $2\chi^2 - 4\chi + 8 = 0$, όπου χ_1, χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης.
Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $\chi_1 + \chi_2$ (μονάδες 2)
 β) $\chi_1 \cdot \chi_2$ (μονάδες 2)
 γ) $2\chi_1 + 5\chi_1 \cdot \chi_2 + 2\chi_2$ (μονάδες 1)

4. Να λύσετε την ανίσωση: $\chi^2 - 5\chi + 6 \leq 0$

5. Δίνονται τα διανύσματα: $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

- α) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$.
 β) Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

6. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\sqrt{29\chi^2 - \sqrt{16\chi^4}} =$, ($\chi \geq 0$)
 β) $\frac{\alpha - 9}{\sqrt{\alpha} - 3} =$, ($\alpha \geq 0$, $\alpha \neq 9$)

7. Να βρείτε για ποια τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση: $\lambda(\lambda - 3)\chi = \lambda^2 - 9$, είναι αόριστη.

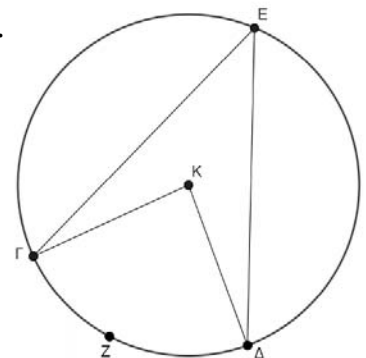
8. α) Να εκφράσετε τη γωνία $\hat{\phi} = \frac{3\pi}{4}$ rad σε μοίρες.

- β) Με τη βοήθεια του τριγωνομετρικού κύκλου, να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών της $\hat{\phi}$.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Κ, ρ), με γωνία $\Gamma\hat{E}\Delta = 30^\circ$.

Να υπολογίσετε:

- α) το μέτρο της γωνίας $\Gamma\hat{K}\Delta$
 β) το μέτρο των τόξων $\Gamma\Delta$ και $\Gamma\text{Ε}\Delta$



10. Να βρείτε τα σημεία τομής της παραβολής $\psi = 2\chi^2$ και της ευθείας $2\chi + \psi = 4$.

ΜΕΡΟΣ Β': (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών

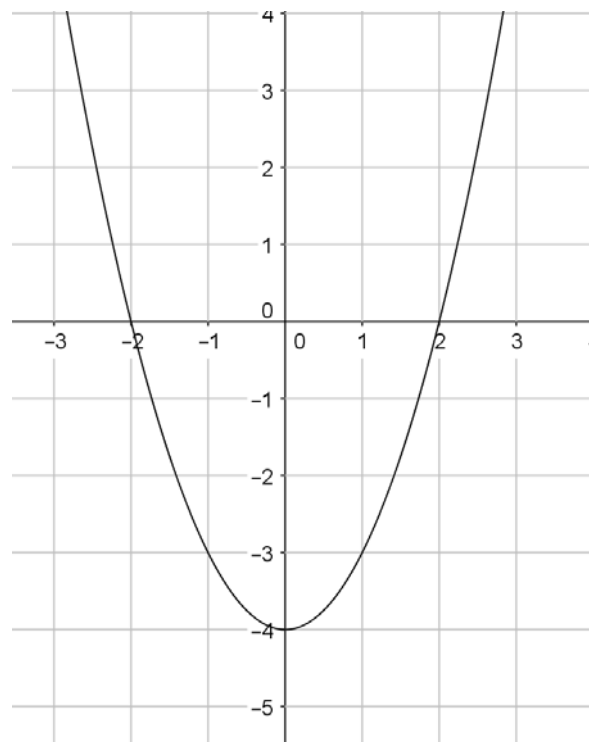
της συνάρτησης

- β) το πρόσημο του a και της

διακρίνουσας Δ

- γ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x)=0$

- δ) τις τιμές των a , b και c



2. Σε έναν έρανο που έγινε ανάμεσα στους μαθητές μιας τάξης μαζεύτηκαν τα πιο κάτω ποσά σε ευρώ :

13, 10, 17, 18, 14, 17, 12, 16, 12, 14, 13, 12.

Να βρείτε:

- α) την επικρατούσα τιμή

- β) τη μέση τιμή

- γ) την τυπική απόκλιση

3. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda - 3)x + 3\lambda - 9 = 0$

Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) ρίζα το 0

- β) ρίζες αντίθετες

- γ) ρίζες αντίστροφες

- δ) άθροισμα ριζών διπλάσιο από το γινόμενο τους

4. Δίνεται κύκλος με διάμετρο AB και χορδή ΑΓ. Αν η προέκταση της ΒΓ τέμνει την εφαπτομένη του κύκλου στο Α στο σημείο Ζ, να δείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα ΑΖΓ και ΑΓΒ είναι όμοια

β) $(ΑΓ).(ΑΒ) = (ΑΖ).(ΒΓ)$

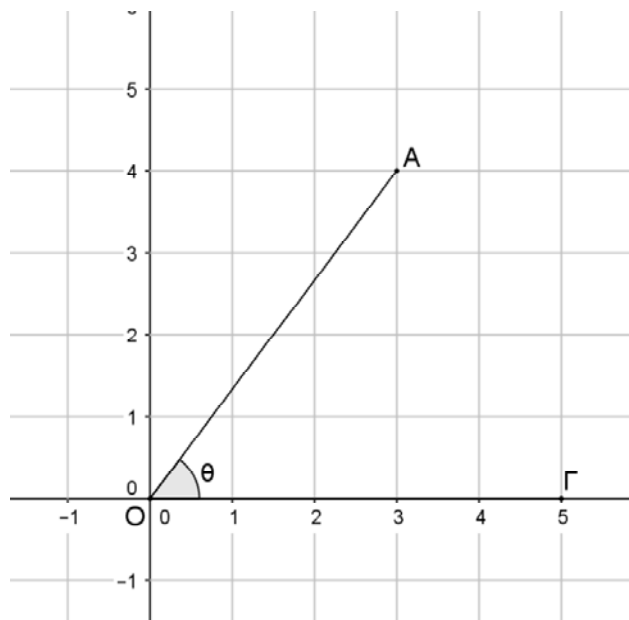
5. α) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς

αριθμούς της γωνίας $\hat{\theta}$.

β) Αν $A(3, 4)$ και $\Gamma(5, 0)$,

να σχεδιάσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{A\Gamma}$

και να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του.



Η Διευθύντρια

Νεοφύτα Ευαγγέλου

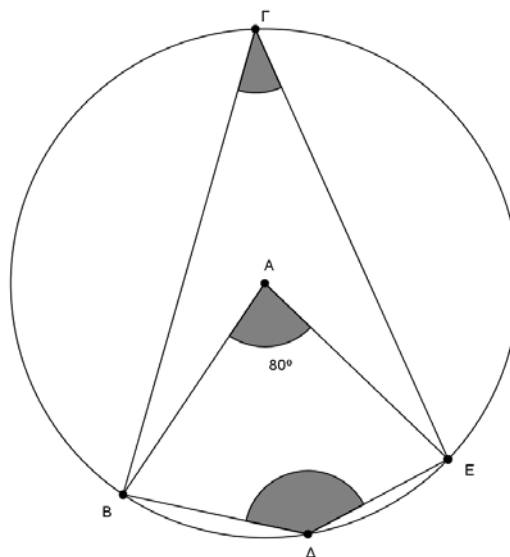
- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε μόνο με μπλε ξηρό μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
ε) Πρέπει να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 04 (τέσσερις) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'

Να λύσετε και τα δέκα (10) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Στις παραστάσεις, που σας δίνονται, να κάνετε τις πράξεις και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα:
α) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{8} - \sqrt{12}) =$
β) $\sqrt[3]{58 + \sqrt{36}} =$
2. Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου μ η εξίσωση $\mu(\mu + 1)x = 43$ είναι αδύνατη για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
3. Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - 5x - 3 \leq 0$
4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 2\vec{a} - \vec{b}$
5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Α. Να υπολογίσετε τις σκιασμένες γωνίες Γ και Δ. Σας δίνεται η επίκεντρη σκιασμένη γωνία $A=80^\circ$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



6. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 2x - 6 = 0$.

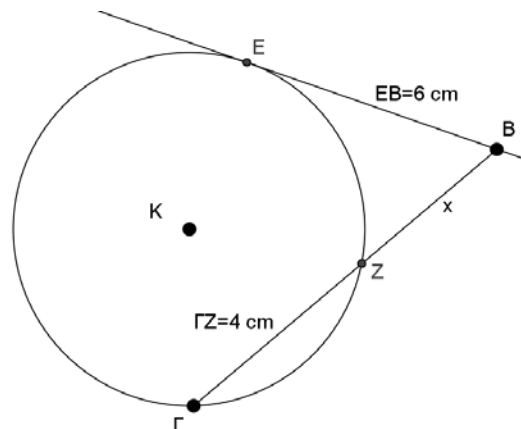
Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της, **χωρίς να τις βρείτε**, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 2x_1 + x_1 \cdot x_2 + 2x_2$$

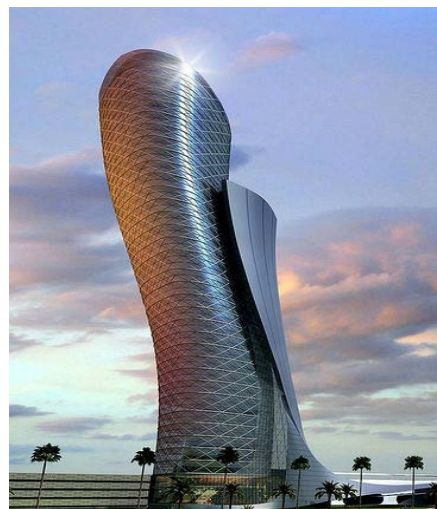
7. Στο διπλανό άγαλμα του Χριστού το ύψος (ΕΓ) από τη βάση ως τον ώμο είναι $ΕΓ=26\text{m}$. Η σκιασμένη γωνία Ε είναι 33° . Να βρείτε το μήκος του χεριού (ΓΔ).



8. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το άγνωστο μήκος του ΒΖ. Δίνεται ότι η ΕΒ είναι εφαπτομένη του κύκλου.



9. Ποιο είναι το ύψος του ουρανοξύστη, αν γνωρίζετε ότι έχει σκιά 89m την ίδια χρονική στιγμή, που ένας επισκέπτης δίπλα του, με ύψος 1,80m έχει σκιά 1m;



10. Στον παρακάτω πίνακα φαίνεται το ημερήσιο χαρτζιλίκι δείγματος 20 μαθητών ενός Γυμνασίου της Λευκωσίας .

Χαρτζιλίκι σε €	0	1	2	3
Αριθμός παιδιών	2	4	6	8

Να βρείτε :

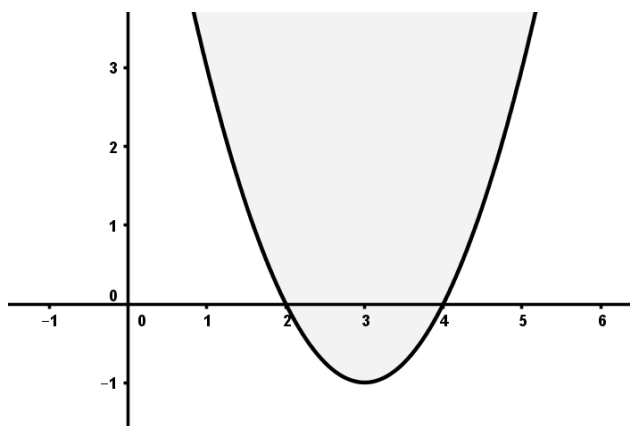
- τη μέση τιμή των παρατηρήσεων
- την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τα πέντε (5) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

- Δίνεται η συνάρτηση $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ της οποίας η γραφική παράσταση έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -4$. Να δείξετε ότι :
 - ισχύει η σχέση $b = 8a$
 - το άθροισμα των ριζών της συνάρτησης S ισούται με -8 .

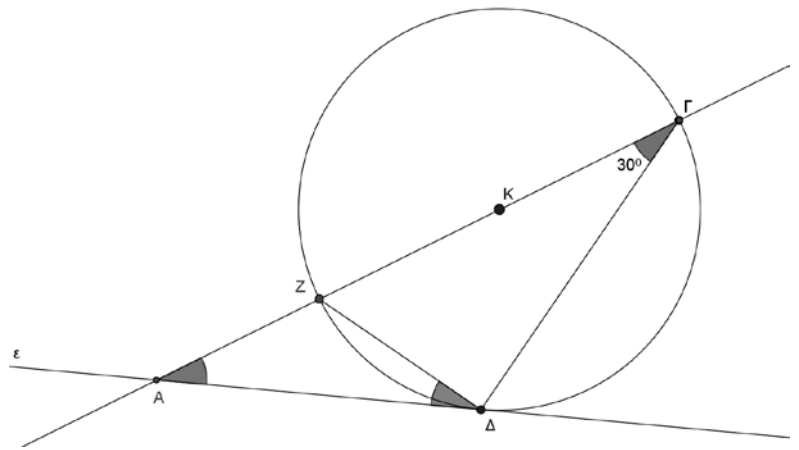
- Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.
Να βρείτε :
 - Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης
 - Την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας της παραβολής
 - Την τιμή της παράστασης $A = S + P$ όπου S, P είναι το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της συνάρτησης



- Να λύσετε την ανίσωση $y \geq 0$.

- Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ και $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} x-1 \\ 2y+1 \end{pmatrix}$.
 - Να βρείτε τα x, y , ώστε $\vec{a} = \vec{\gamma}$.
 - Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{a}$.
 - Να φτιάξετε πλέγμα και να σχεδιάσετε διάνυσμα $\vec{\delta} = -\vec{b}$.
- Δίνεται ότι $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ όπου $90^\circ < \theta < 180^\circ$.
Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \sin\theta + \varepsilon\phi\theta$.

5. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ευθεία ε εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ . Η εγγεγραμμένη γωνία Γ είναι 30° .
- α) Να υπολογίσετε τις σκιασμένες γωνίες A και Δ στο διπλανό σχήμα.
- β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $A\Delta Z$ είναι όμοια.
- γ) Να δείξετε ότι $(A\Delta)^2 = (A\Gamma) \cdot (AZ)$.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ Β.Δ

ΖΗΝΩΝ ΤΑΥΡΟΥ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΤΑΛΙΑΔΩΡΟΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

ΖΑΜΠΑΚΙΔΗΣ ΠΟΛΥΣ

ΣΚΟΥΡΑΣ ΗΛΙΑΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ.

ΤΑΞΗ: Α

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/5/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 1/2 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ:..... ΑΡ.:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ

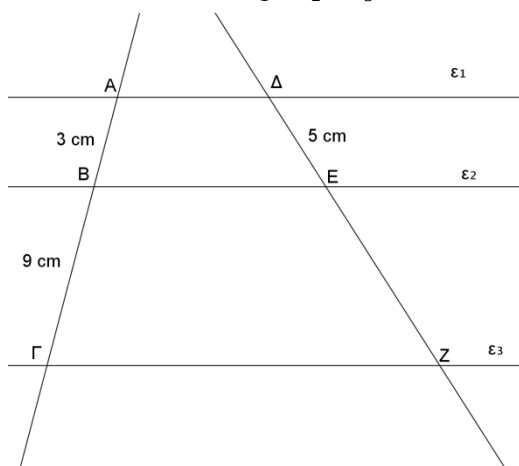
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να κάνετε με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας τύπου Tipp-Ex.
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την ανίσωση : $x^2 - 5x - 6 \leq 0$

2. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του ΕΖ.

3. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{19 - \sqrt{9}}}}$ =

β) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} + \sqrt{27} \div \sqrt{3}$ =

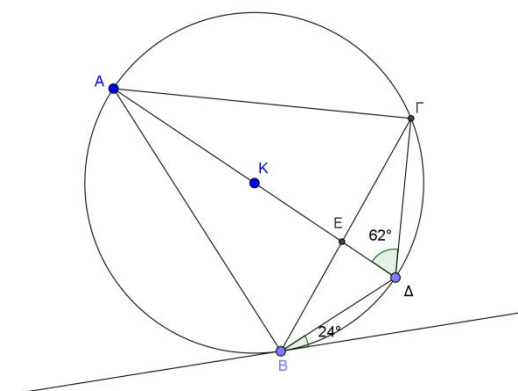
4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} +1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$.
5. Αν $\varepsilon\phi\theta = -\frac{5}{12}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:
 $A = 26\eta\mu\theta + 15\varepsilon\phi\theta - 10\tau\epsilon\mu\theta$
6. Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες: $x_1 = 5 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 5 - \sqrt{3}$.
7. Να γίνουν οι πράξεις: $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{5}} =$
8. Στο πιο κάτω σχήμα (ΣΑ) είναι εφαπτομένη του κύκλου και (ΣΓ) είναι τέμνουσα του κύκλου. Να υπολογίσετε την τιμή του x .
9. Ο Αντρέας πήρε στα μαθηματικά το πρώτο τετράμηνο βαθμό 17, το δεύτερο τετράμηνο βαθμό 15 και στις τελικές εξετάσεις βαθμό 12. Αν ο βαθμός του πρώτου τετραμήνου έχει βαρύτητα 35%, του δευτέρου τετραμήνου επίσης 35% και των τελικών εξετάσεων 30%, να βρείτε τον τελικό βαθμό της χρονιάς του Αντρέα.
10. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\lambda^2 x - \lambda = x + 1$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές της παραμέτρου λ .

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείτε με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με τύπο $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$.
Να βρείτε:
 - α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$
 - β) Τις συντεταγμένες και το είδος του ακροτάτου
 - γ) Το πρόσημο του α και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 - δ) Τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$ και
 - ε) Τις τιμές των συντελεστών α , β , και γ .
2. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου λ , έτσι ώστε η εξίσωση $2x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda - 3 = 0$ να έχει:
 - I. Ρίζες αντίθετες
 - II. Ρίζες αντίστροφες
 - III. Άθροισμα ριζών ίσο με το τριπλάσιο του γινομένου των ριζών
 - IV. Μια ρίζα τον αριθμό -1.
3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από ένα τυχαίο σημείο Δ της $A\Gamma$ φέρουμε ΔE κάθετη στη $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:
 - I. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι όμοιο με το τρίγωνο $E\Delta\Gamma$
 - II. $(A\Gamma) \cdot (E\Delta) = (AB) \cdot (E\Gamma)$
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και εφαπτομένη BZ . Αν $\hat{ZB\Delta} = 24^\circ$ και $\hat{\Gamma\Delta E} = 62^\circ$, να βρείτε τις γωνίες $\hat{\Gamma B\Delta}$, $\hat{\Gamma\Delta\Delta}$, $\hat{A\Gamma B}$ και $\hat{A\hat{E}B}$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



5. Δίνεται το διπλανό σχήμα.
Να υπολογίσετε:

α) Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ

β) Τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$



Η Διευθύντρια

Παναγιώτα Χρυσοχού- Αναστασιάδου

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Α ΛΥΚΕΙΟΥ (3-ωρο)

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου (3- ωρο)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2016

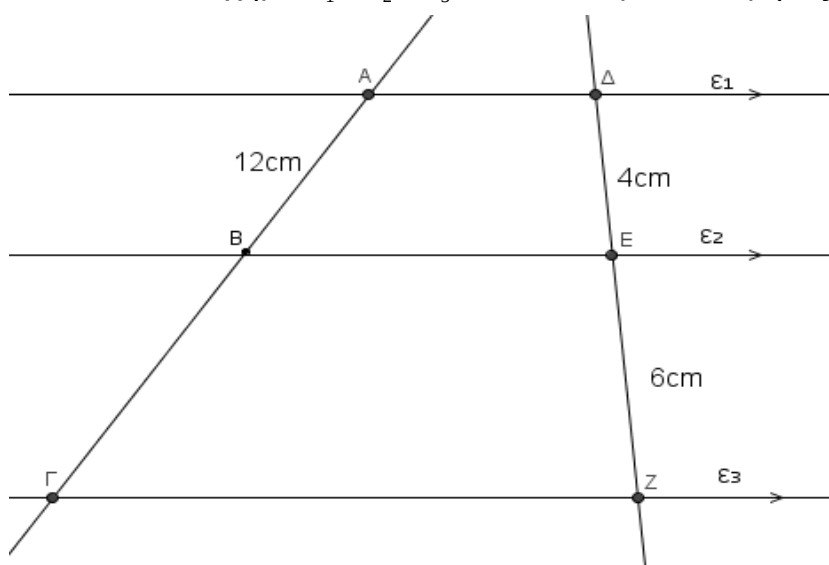
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 Ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι(τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

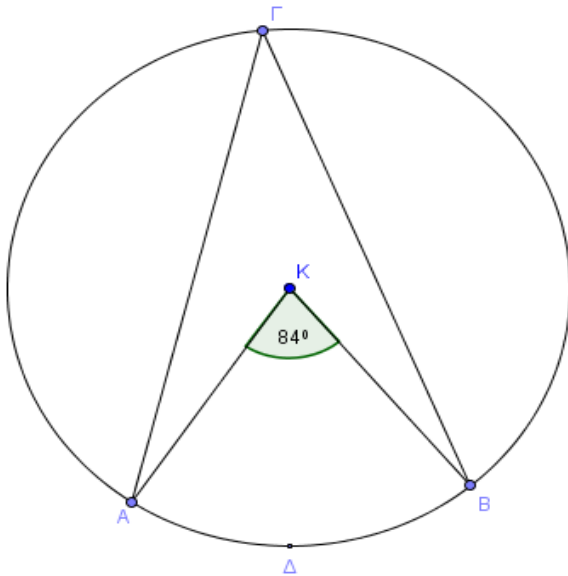
- 1) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x - 6 = 0$.
Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων: α) $x_1 + x_2$ και β) $x_1 \cdot x_2$
- 2) Δίνεται η παραβολή $f(x) = (x - 3)^2 + 6$. Να βρείτε:
α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
β) τις συντεταγμένες της κορυφής
- 3) Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του ΒΓ.



- 4) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ και $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το διάνυσμα

$$\vec{\delta} = \vec{\alpha} + 2 \cdot \vec{\beta} - \vec{\gamma}.$$

- 5) Δίνεται κύκλος (K, R) με γωνία $\hat{A}KB = 84^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{A}GB$ και το μέτρο του τόξου ΑΔΒ. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

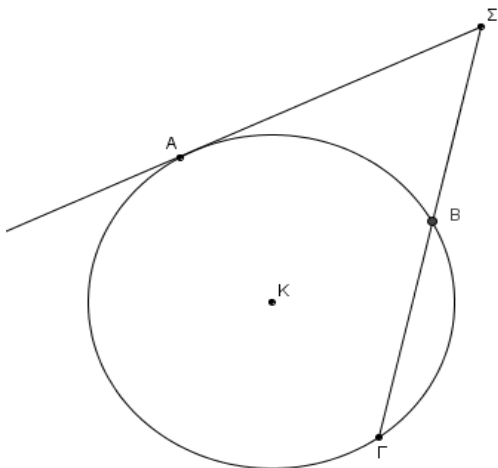


- 6) Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή. (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής)

α) $\frac{7}{\sqrt{5}}$

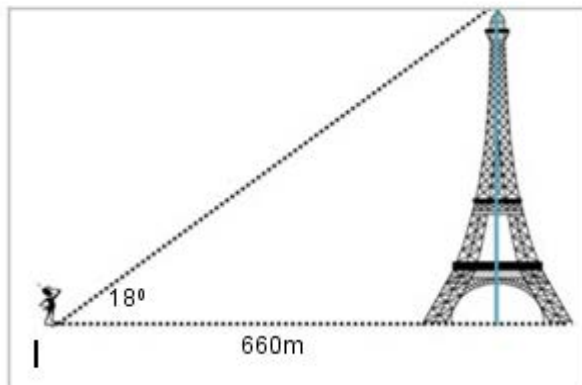
β) $\frac{5}{\sqrt{3}-2}$

- 7) Στο πιο κάτω σχήμα η ΣΑ είναι εφαπτομένη του κύκλου και η ημιευθεία ΣΒΓ είναι τέμνουσα του κύκλου. Αν ΣΑ = 6m και ΣΒ = 4m, να υπολογίσετε το μήκος του ΣΓ.



8) Για ποιες τιμές των α και β η εξίσωση $\alpha \cdot (\alpha - 2) \cdot \chi = 3\beta - \chi$ είναι αόριστη $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

9) Να βρείτε το ύψος του πύργου του Άιφελ κατά προσέγγιση δεκάτου, αν ο Γιώργος στέκεται σε απόσταση 660m από τη βάση του πύργου και βλέπει την κορυφή του πύργου υπό γωνία 18° .



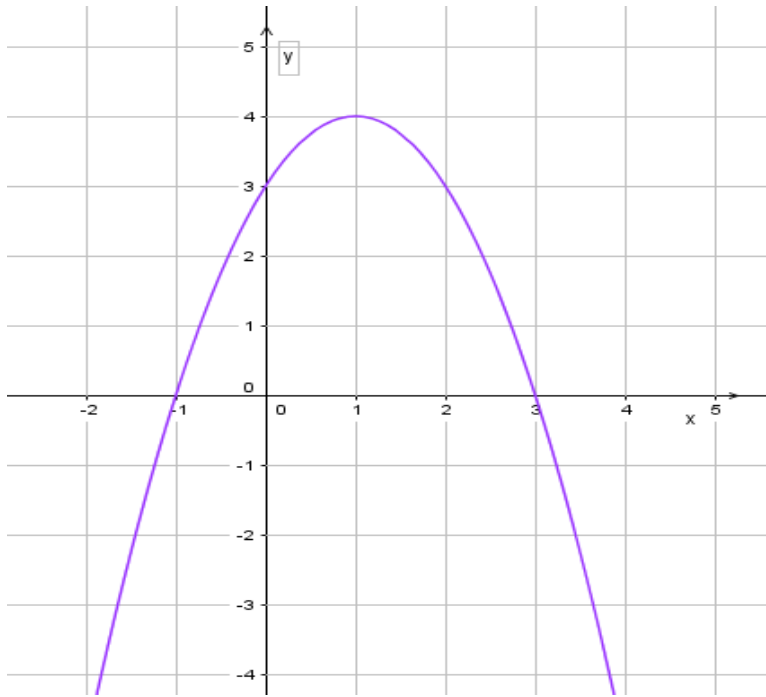
10) Πιο κάτω παρουσιάζονται οι βαθμοί 15 μαθητών στο διαγώνισμα μαθηματικών
19, 8, 18, 14, 15, 17, 13, 10, 15, 16, 17, 12, 9, 15, 12

Να βρείτε:

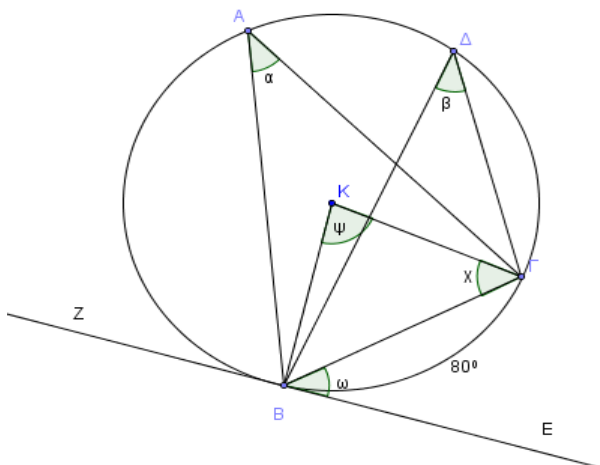
- α) τον μέσο όρο των βαθμών,
- β) τη διάμεσο τιμή,
- γ) την επικρατούσα τιμή,
- δ) την τυπική απόκλιση.

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Να γράψετε:
- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$
 - β) το πρόσημο των a και Δ
 - γ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - δ) τις τιμές των x για τις οποίες ισχύει $f(x) > 0$



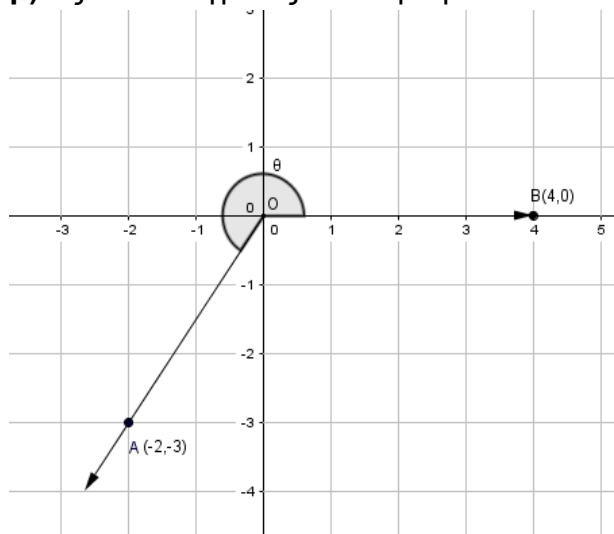
- 2) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται ΕΒΖ εφαπτομένη του κύκλου (Κ, R) στο σημείο Β και το τόξο ΒΓ = 80°. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\chi}, \hat{\psi}, \hat{\omega}$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις)



3) Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε:

α) τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς θ (ημθ, συνθ, εφθ, στεμθ, τεμθ, σφθ),

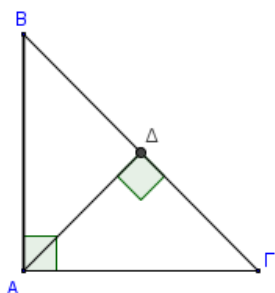
β) τις συντεταγμένες και το μέτρο του διανύσματος $\vec{AB}$.



4) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με την $A\Delta \perp B\Gamma$.
Να αποδείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα $\hat{A}B\Gamma$ και $\hat{\Gamma}A\Delta$ είναι όμοια,

β) $(A\Gamma)^2 = (\Gamma\Delta) \cdot (\Gamma B)$



5) Να βρεθούν οι τιμές των κ , ώστε η εξίσωση $\chi^2 + (6 - 4\kappa) \cdot \chi + 9 + \kappa = 0$ να έχει:

α) ρίζες αντίθετες,

β) ρίζες αντίστροφες,

γ) ρίζα τον αριθμό -2,

δ) ρίζες πραγματικές και ίσες.

... ΤΕΛΟΣ ...

Η Διευθύντρια:

Κυριακή Παπαντωνίου

.....

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2015-2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ.

HMEPOMHNIA: 30-5-2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΒΑΘΜΟΛΟΓΕΙΤΑΙ ΜΕ 100 ΜΟΝΑΔΕΣ.

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τα μέρη Α' και Β'
- Να γράφετε με μελάνι μπλε (με μολύβι μόνο τα σχήματα)
- Να λύσετε όλες τις ασκήσεις
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής

1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού, η οποία να έχει ρίζες το 3 και το -6 .
2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν:
 - α) $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$
 - β) $\epsilon\phi\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$

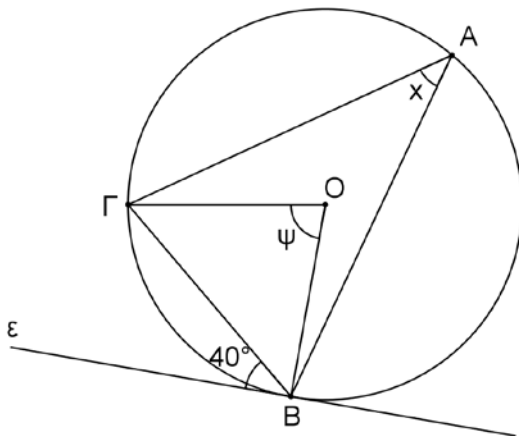
$$\alpha) \frac{2}{\sqrt{5}} \qquad \beta) \frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$$

4. Δίνεται η παραβολή $f(x) = x^2 - 6x + 10$. Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της.

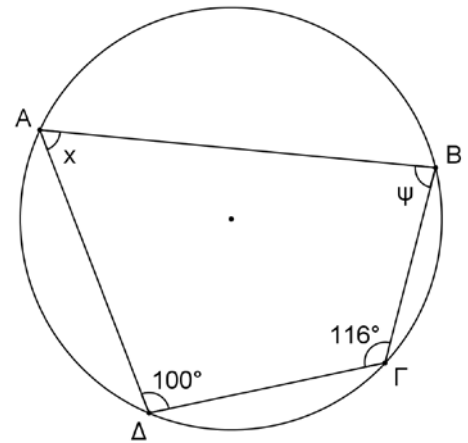
5. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

6. Να υπολογίσετε τις τιμές του x και του ψ σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

α) το σημείο O είναι το κέντρο του κύκλου
η ευθεία ε εφάπτεται του κύκλου στο B



β)

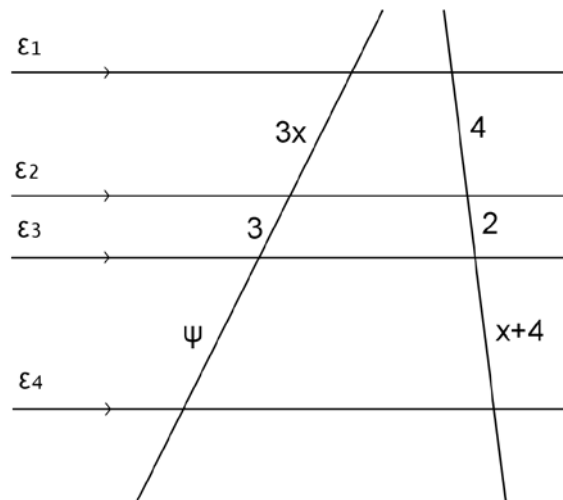


7. Δίνεται η εξίσωση $\mu^2 x - 6 = \mu^2 + 4x - 5\mu$, $\mu \in \mathbb{Q}$. Να βρείτε για ποια τιμή του μ η εξίσωση είναι:

α) αόριστη

β) αδύνατη

8. Να βρείτε τις τιμές των x και ψ στο πιο κάτω σχήμα, αν γνωρίζετε ότι: $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$

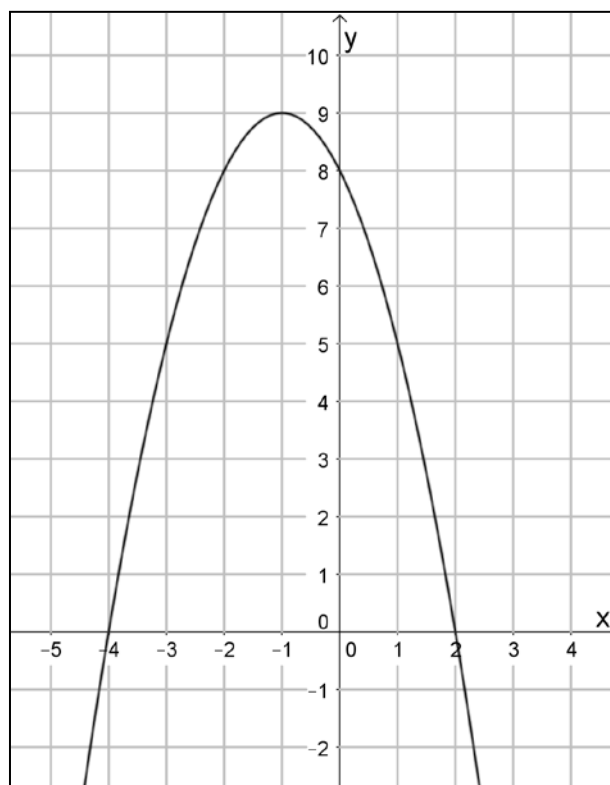


9. Να λύσετε την ανίσωση: $(x - 4)(x - 2) \leq -1$

10. Δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα 10cm. Από σημείο Σ, το οποίο βρίσκεται έξω από τον κύκλο, φέρουμε ευθεία ε_1 , η οποία τέμνει τον κύκλο στα σημεία Α και Β, έτσι ώστε $\Sigma A = 6\text{cm}$ και $AB = 18\text{cm}$. Από το Σ φέρουμε επίσης ευθεία ε_2 , η οποία εφάπτεται του κύκλου στο σημείο Γ. Να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΣΓ.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, να βρείτε:
- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης f
 - β) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
 - γ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - δ) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - ε) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \leq 0$



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda + 4)x + 4\lambda - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε η εξίσωση να έχει:
- α) ρίζα τον αριθμό -1
 - β) ρίζες αντίθετες
 - γ) ρίζες αντίστροφες
 - δ) άθροισμα ριζών διπλάσιο από το γινόμενο των ριζών της.

3. Η σκιά ενός κτηρίου στον παραλιακό δρόμο της πόλης μας είναι 12m. Την ίδια χρονική στιγμή, η σκιά της Μαρίας, η οποία έχει ύψος 1.60m, είναι 96cm. Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω δεδομένα και το γεγονός ότι οι ακτίνες του ήλιου είναι παράλληλες, να υπολογίσετε το ύψος του κτηρίου. (Σημείωση: Να κάνετε σχήμα)

4. Πιο κάτω δίνονται οι θερμοκρασίες των πρώτων 15 ημερών του μήνα Μαρτίου:

17, 14, 15, 17, 19, 18, 13, 21, 20, 19, 18, 15, 18, 18, 13.

Να βρείτε:

- α) τη μέση τιμή των θερμοκρασιών
- β) την επικρατούσα τιμή
- γ) τη διάμεσο τιμή
- δ) την τυπική απόκλιση των θερμοκρασιών

5. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 4x + 5 = 0$.

- α) Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε το άθροισμα (S) και το γινόμενο (P) των ριζών της.
- β) Αν x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:
 - i) $x_1^2 + x_2^2$
 - ii) $(x_1 - x_2)^2$

Οι Εισηγητές

Ο Συντονιστής

Η Διευθύντρια

Κωνσταντίνος Χατζησάββας

Ανδρέας Στυλιανού

Ζωή Οδυσσέως Πολυδώρου

Λούκας Χριστοδουλίδης

Ολυμπία Ορφανίδου

Πέτρος Κωνσταντίνου

Ρολάνδος Αγαθοκλέους

Η Διευθύντρια

Ζωή Οδυσσέως Πολυδώρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3-ΩΡΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 2/6/2016

ΤΑΞΗ: Α'

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Οι απαντήσεις δίνονται μόνο με **μπλε μελάνι**.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (υγρού ή ταινίας/Tipp Ex).
 3. Τα σχήματα μπορούν να σχεδιαστούν με μολύβι.
 4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής με σφραγίδα του Σχολείου.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ **ΟΛΑ** ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

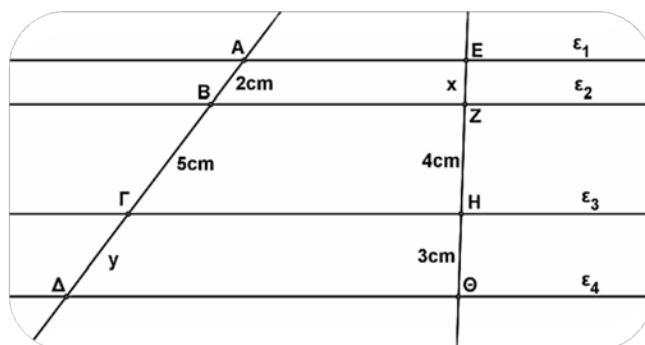
ΜΕΡΟΣ Α' : Περιλαμβάνει 10 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης (χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής) $\sqrt[3]{22 + \sqrt{25}} =$
2. Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του x για τις οποίες ισχύει $(x + 3) \cdot (x - 2) > 0$.
3. Αν η τιμή 18 έχει βαρύτητα 0,35, η τιμή 16 έχει βαρύτητα 0,40 και η τιμή 20 έχει βαρύτητα 0,25, να υπολογίσετε τη μέση τιμή των πιο πάνω τιμών.

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$.

Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y .



5. Αν η εξίσωση $2x^2 - 8x - 7 = 0$ έχει ρίζες x_1, x_2 , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

(1) $x_1 + x_2$

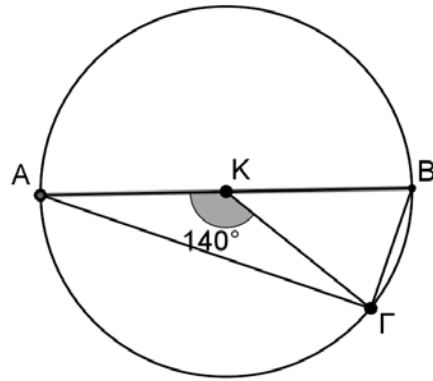
(2) $x_1 \cdot x_2$

(3) $3x_1 + 4x_1x_2 + 3x_2$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο K.

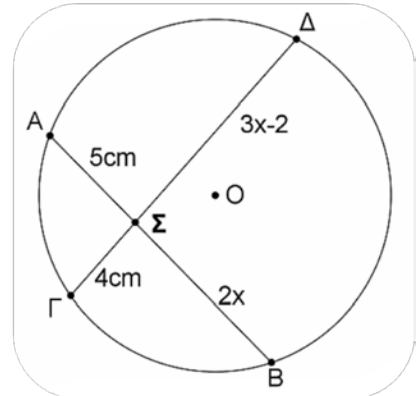
Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{AB\Gamma}$ και $\widehat{A\Gamma B}$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

(Να μεταφέρετε το σχήμα στο φύλλο απαντήσεών σας)



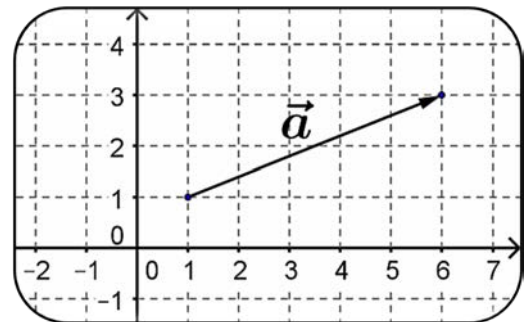
7. Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο O και δύο χορδές του AB και ΓΔ που τέμνονται στο Σ.

Αν $A\Sigma=5\text{cm}$, $\Gamma\Sigma=4\text{cm}$, $B\Sigma=2x$ και $\Delta\Sigma=3x-2$, να υπολογίσετε την τιμή του x .



8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το διάνυσμα $\vec{a}$.

Αν $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, να γράψετε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$.



9. Δίνονται γωνίες φ και θ . Αν $\varphi = 200^\circ$ και $\theta = \frac{5\pi}{9} \text{ rad}$, να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών $\eta\mu\varphi$, $\epsilon\varphi\varphi$, $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\eta\theta$ και $\epsilon\varphi\theta$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

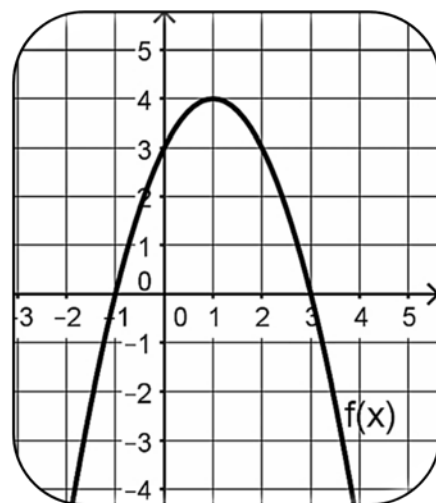
10. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\lambda x - \lambda^2 = 3x - 9$, για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β'

ΜΕΡΟΣ Β': Περιλαμβάνει 5 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.
Από το σχήμα να βρείτε:
- (1) το πρόσημο του a και τον άξονα συμμετρίας
 - (2) την κορυφή και το πεδίο τιμών της συνάρτησης
 - (3) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - (4) το πρόσημο των τιμών $f(0), f(-2), f(2016), f(-0,5)$
 - (5) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της $f(x) = 0$, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



2. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος AD .
Να αποδείξετε ότι $(A\Gamma)(AD) = (AB)(\Gamma D)$.

3. Δίνεται η εξίσωση $x^{\frac{1}{5}} - 2 = 0$.
- (1) Να λύσετε την πιο πάνω εξίσωση
 - (2) Αν $\rho = 32$, να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των αριθμών:

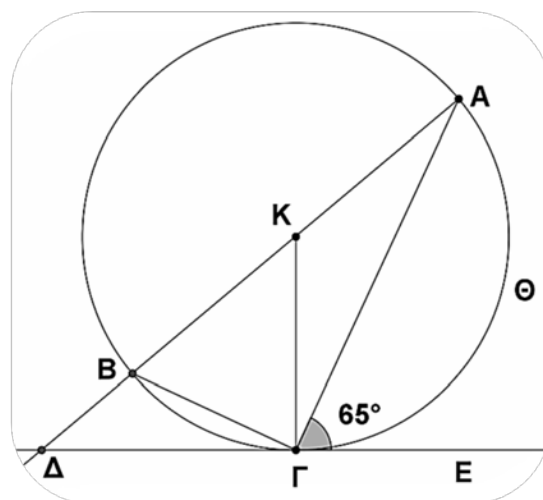
$\rho - 2$	ρ	$\rho + 3$	$\rho + 6$	$\rho + 8$
------------	--------	------------	------------	------------

4. Δίνεται κύκλος με κέντρο το K και η ευθεία $\Gamma\Delta$ εφαπτομένη του κύκλου στο Γ .

Αν η γωνία $A\hat{\Gamma}E = 65^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο του τόξου $A\theta\Gamma$ και τις γωνίες του τριγώνου $B\Gamma\Delta$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

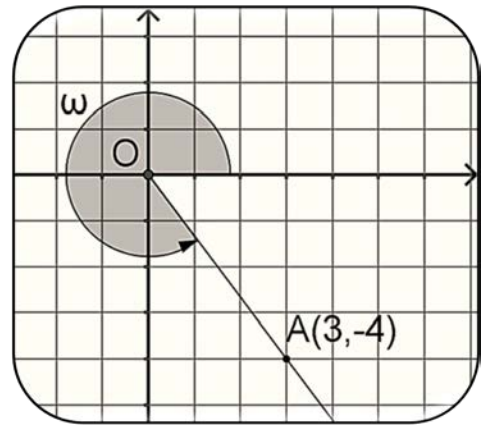
(Να μεταφέρετε το σχήμα στο φύλλο απαντήσεών σας)



5. Στο σχήμα, η γωνία $\hat{\omega}$ είναι σε κανονική θέση και το σημείο $A(3, -4)$ βρίσκεται πάνω στην τελική πλευρά της γωνίας. Αν $\text{syn}\omega = \frac{3}{\mu}$:

- (1) i. Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{OA}$.
ii. Να αποδείξετε ότι $\mu = 5$
- (2) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$K = 15\text{syn}\omega - 5\eta\mu\omega + 9\epsilon\phi\omega$$



Η Διευθύντρια

Ελένη Χαπελή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: Τρίτη 24.5.2016

Ώρα: 7.45 π.μ.

Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε μόνο με μπλε πένα. (Τα σχήματα με μολύβι).
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας
3. Επιτρέπεται η χρήση μη-προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
5. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **6** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (50 μονάδες)

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

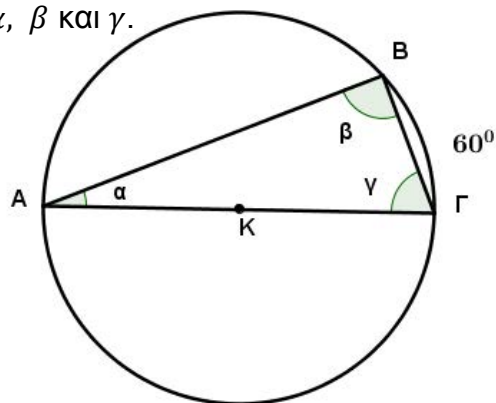
1. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 2x - 15 \leq 0$.

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

α) Να βρείτε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 2\vec{a} - \vec{\beta}$.

β) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$.

3. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος με κέντρο το K και διάμετρο την AG . Αν το τόξο $\overset{\frown}{BG} = 60^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες α , β και γ .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



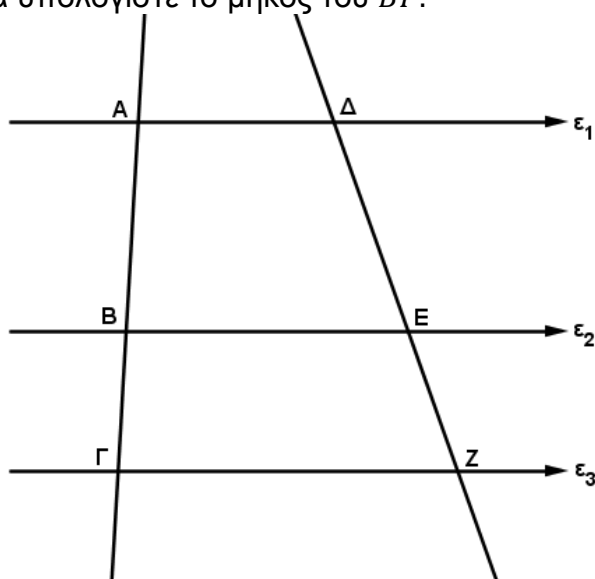
4. Το κόστος κατασκευής οκτώ προϊόντων σε ευρώ είναι:

15, 19, 16, 19, 12, 14, 19, 14

Να υπολογίσετε:

- α) τη μέση τιμή,
- β) την επικρατούσα τιμή και
- γ) τη διάμεσο των πιο πάνω τιμών.

5. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Αν $\Delta Z = 12\text{cm}$, $AB = 6\text{cm}$ και $EZ = 3\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του $B\Gamma$.



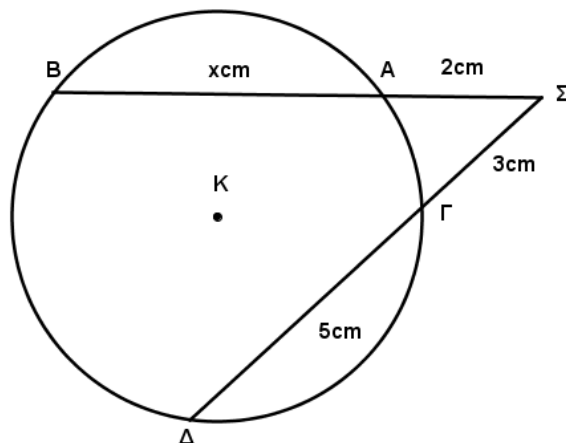
6. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 6x + 5 = 0$ με ρίζες $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των πιο κάτω παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

(γ) $3x_1 - 4x_1x_2 + 3x_2$

7. Από σημείο Σ εκτός κύκλου (K, R) φέρουμε τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$. Αν $AB = x\text{cm}$, $\Sigma A = 2\text{cm}$, $\Sigma \Gamma = 3\text{cm}$ και $\Gamma \Delta = 5\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του AB .



8. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

α) $\frac{8}{\sqrt{2}}$

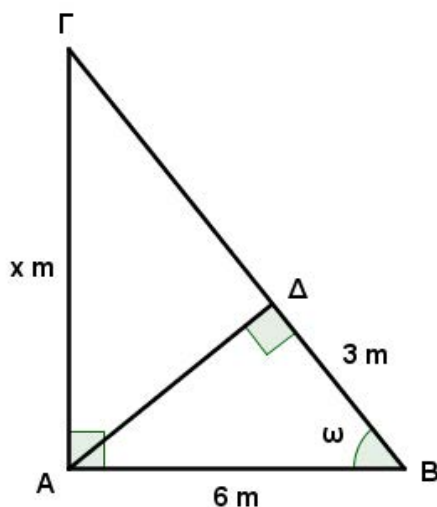
β) $\frac{2}{\sqrt{x}-2}$, με $x \geq 0$ και $x \neq 4$.

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $A\Delta$ ύψος, $B\Delta = 3\text{ m}$ και $AB = 6\text{ m}$.

(α) Να αποδείξετε ότι $\hat{\omega} = 60^\circ$.

(β) Να εκφράσετε τη γωνία ω σε ακτίνια.

(γ) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $A\Gamma$.

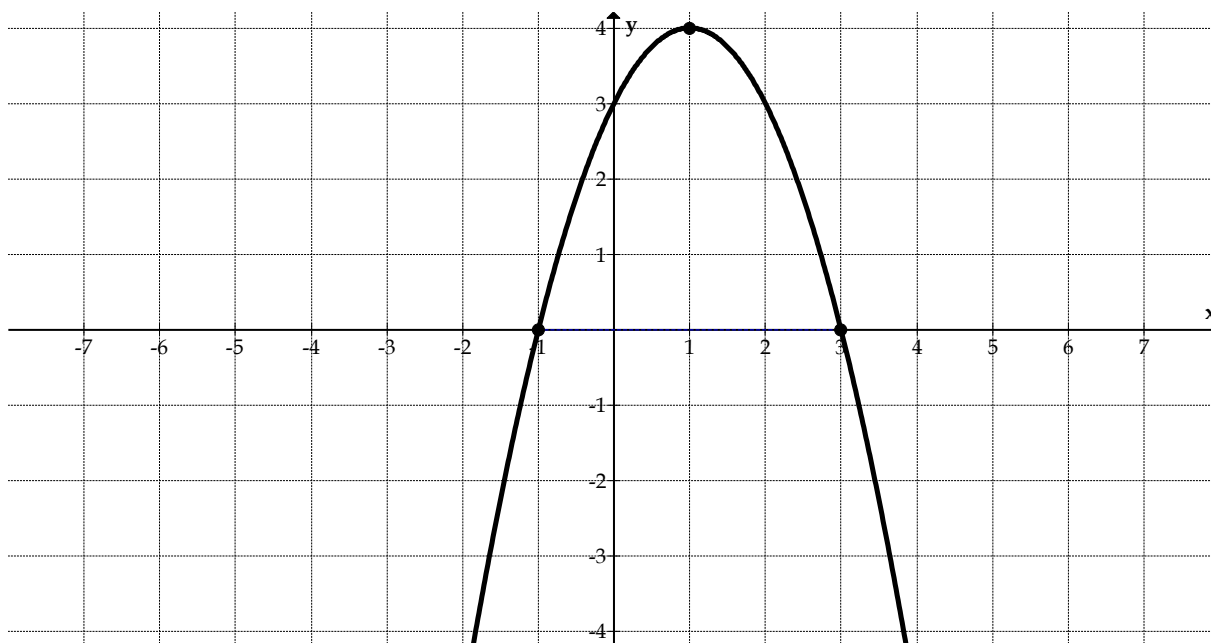


10. Να βρείτε τις τιμές του μ ώστε η εξίσωση $\mu x - \mu^2 = 4x - 16$, να έχει μοναδική λύση.

Μέρος Β: (50 μονάδες)

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

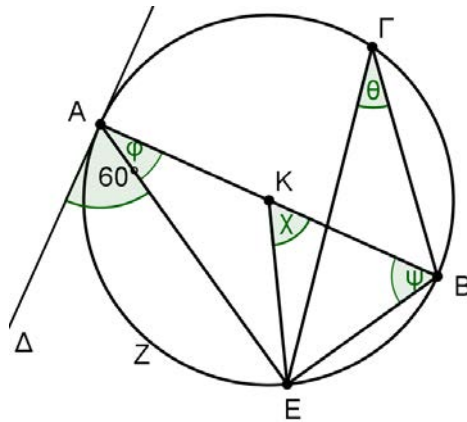
1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής
 $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$.



Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$,
- β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ ,
- γ) το πρόσημο του a ,
- δ) την τιμή του c ,
- ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- στ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής και να χαρακτηριστεί ως μέγιστο ή ελάχιστο,
- ι) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$,
- ια) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και διάμετρο την AB . Η AD είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A και $\angle A\hat{E} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες x, ψ, ϕ, θ και το τόξο $\overset{\frown}{AZE}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



3. Οι θερμοκρασίες που καταμετρήθηκαν καθημερινά σε μια πόλη για ένα δεκαπενθήμερο σε βαθμούς Κελσίου ήταν:

5, 6, 7, 5, 4, 5, 6, 3, 4, 6, 7, 8, 7, 8, 9

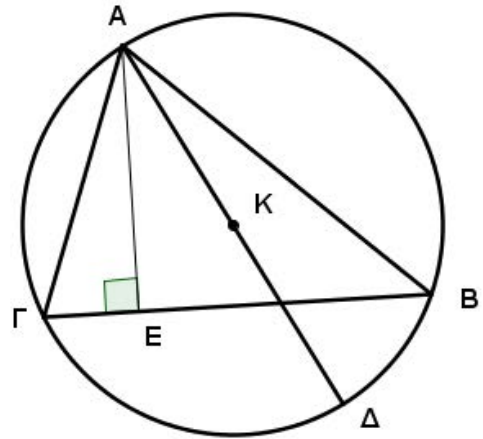
- α) Να βρείτε τη μέση τιμή των μετρήσεων.
- β) Να βρείτε τη τυπική απόκλιση των μετρήσεων αυτών (**s**).
- γ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας (**CV**).
4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2\lambda + 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε η εξίσωση να έχει:
- α) Ρίζες πραγματικές και ίσες .
- β) Ρίζες αντίθετες.
- γ) Ρίζες αντίστροφες.
- δ) Ρίζα τον αριθμό -1 .

5. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με κέντρο K , διάμετρο την $A\Delta$ και ύψος του τριγώνου το AE .

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AE\Gamma$ και $AB\Delta$ είναι όμοια.

β) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση:

$$(AB) \cdot (A\Gamma) = (AE) \cdot (A\Delta)$$



Οι εισηγητές:

A. Σαββίδου (B.Δ.)

M. Λαμπράκη

E. Δημητρίου

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Αλέξης Ντίσκος

ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΜΙΤΣΗ ΛΕΜΥΘΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: 19/05/2016

Διάρκεια: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μόνο με μολύβι).

Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α : Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Α΄ μέρους.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$.

β) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\overrightarrow{AB}$.

2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

α) $x_1 + x_2 =$

β) $x_1 \cdot x_2 =$

3. Να βρείτε τις τιμές των λ και μ για τις οποίες η εξίσωση $(\lambda - 2)x = \mu + 3$ είναι αδύνατη.

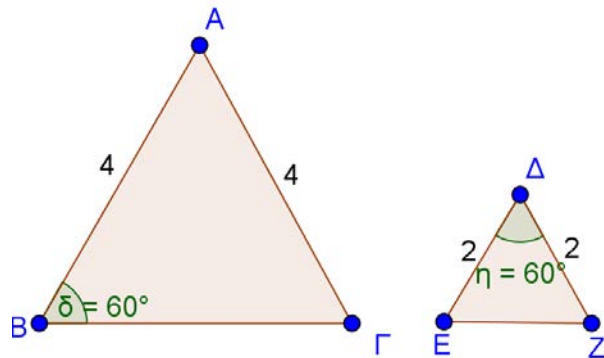
4. α) Να μετατρέψετε σε μοίρες τη γωνία $\frac{\pi}{6}$.

β) Να μετατρέψετε σε ακτίνια τη γωνία 120^0 .

5. Να εξετάσετε αν τα πιο κάτω ζεύγη τριγώνων είναι όμοια . Να γράψετε το αντίστοιχο κριτήριο ομοιότητας δικαιολογώντας πλήρως την απάντηση σας.

α)

β)



6. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα στοιχείο της στήλης Β, μεταφέροντας στο φύλλο εργασίας σας: $\alpha \rightarrow \dots \beta \rightarrow \dots \gamma \rightarrow \dots \delta \rightarrow \dots \epsilon \rightarrow \dots$

Στήλη Α	Στήλη Β
α) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$	I) 5
β) $25^{\frac{1}{2}}$	II) $2 + \sqrt{3}$
γ) $\sqrt{\sqrt{19} - \sqrt{9}}$	III) $3\sqrt{2}$
δ) $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$	IV) 3
ε) $\sqrt{18}$	V) 4
	VI) 2

7. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - \psi = 1 \\ x^2 + \psi = 5 \end{cases}$$

8. Δίνεται κύκλος (Κ,Ρ) με διάμετρο ΑΒ και ΒΔ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Β.

Αν $\varphi=55^0$ να βρείτε τις γωνίες ω και χ . Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

9. Να κάνετε τις γραφικές παρατάσεις (πρόχειρο διάγραμμα) των συναρτήσεων :

α) $\psi = -(x + 2)^2$

β) $\psi = (x - 1)^2 + 3$

10. Δίνεται κύκλος (Κ,Ρ). Από το σημείο Σ εκτός του κύκλου φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα ΣΑ και την τέμνουσα ΣΒΓ η οποία περνά από το κέντρο του κύκλου.

α) Να αποδείξετε $(\Sigma\text{Α})^2 = (\Sigma\text{Β})(\Sigma\Gamma)$

β) Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας του κύκλου αν γνωρίζετε ότι $(\Sigma\text{Α})=8\text{cm}$ και $(\Sigma\text{Β})=4\text{cm}$.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ώρες μελέτης των παιδιών μιας Α΄ Λυκείου για ένα διαγώνισμα στο μάθημα των Μαθηματικών.

Ώρες μελέτης (x_i)	0	1	2	3	4	5
Παιδιά (f_i)	3	8	6	4	2	2

- α) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή των ωρών μελέτης,
- β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή,
- γ) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των ωρών μελέτης και
- δ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας.

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$$f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma \quad \alpha \neq 0$$

Από την γραφική παράσταση να βρείτε :

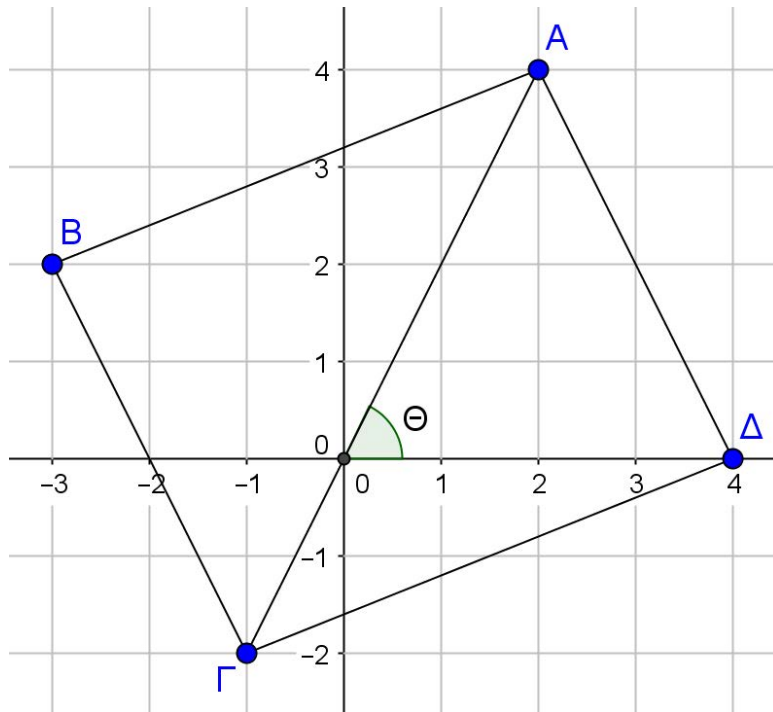


- α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της f
- β) Την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας
- γ) Το πρόσημο του a και της διακρίνουσας
- δ) Τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \leq 0$

3. Στο πιο σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(2,4) , Β(-3,2), Γ(-1,-2) , Δ(4,0).

α) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ

β) Να γράψετε δύο ίσα και δύο αντίθετα διανύσματα.



4 . Δίνεται η εξίσωση : $x^2 + (1 - 2\lambda)x + \lambda^2 - 4 = 0$. Για ποιες τιμές του λ:

α) η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό 3.

β) η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες.

γ) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες.

δ) ισχύει $S < P$.

5. Δίνεται κύκλος (Κ, R), με διάμετρο ΑΒ και χορδή ΑΔ. Αν Μ το μέσο του μικρού τόξου ΒΔ και Ε το σημείο τομής των ΑΜ και ΒΔ

να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΔΕ είναι όμοια

β) $(AM)(AE) = (AB)(AD)$.

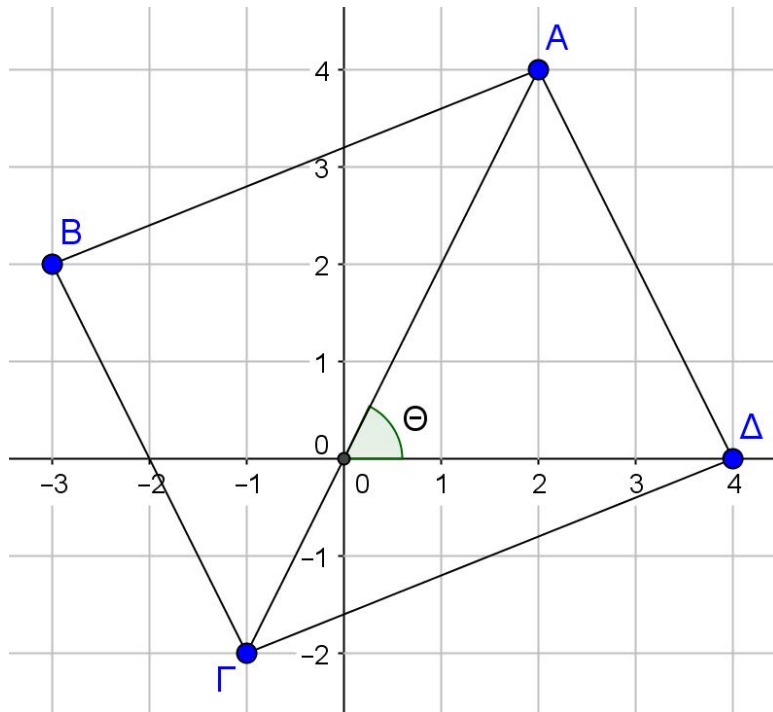
Η Διευθύνουσα

Ανδρούλα Αντωνίου

3. Στο πιο σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(2,4) , Β(-3,2), Γ(-1,-2) , Δ(4,0).

α) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ

β) Να γράψετε δύο ίσα και δύο αντίθετα διανύσματα.



4 . Δίνεται η εξίσωση : $x^2 + (1 - 2\lambda)x + \lambda^2 - 4 = 0$. Για ποιες τιμές του λ:

α) η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό 3.

β) η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες.

γ) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες.

δ) ισχύει $S < P$.

5. Δίνεται κύκλος (K, R), με διάμετρο ΑΒ και χορδή ΑΔ. Αν Μ το μέσο του μικρού τόξου ΒΔ και Ε το σημείο τομής των ΑΜ και ΒΔ

να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΜΒ και ΑΔΕ είναι όμοια

β) $(AM)(AE) = (AB)(AD)$.

Οι εισηγήτριες

Ευγενία Χατζηιωάννου

Ζωή Ιωαννίδου

Η διευθύνουσα

Ανδρούλα Αντωνίου

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/5/2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

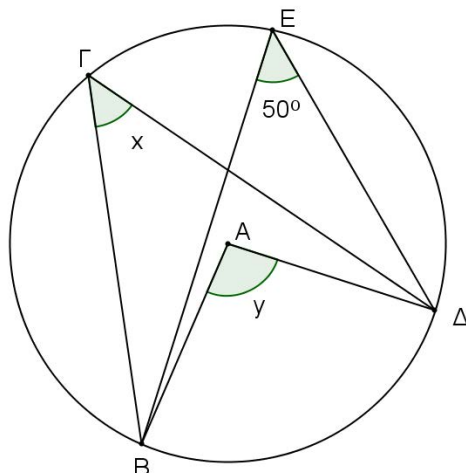
ΧΡΟΝΟΣ: 2.5 Ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + 2x - 1 = 0$. Να υπολογίσετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, την τιμή της παράστασης: $2x_1x_2 + 7x_1 + 7x_2$.
- Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (Α, R). Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



- Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε:
(α) Τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 5\vec{a} - 3\vec{\beta}$.
(β) Το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

4. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $x^2 = 49$

(β) $\sqrt[3]{5-x} = 3$

5. Να χαρακτηρίσετε ΟΡΘΗ ή ΛΑΘΟΣ την κάθε μια από τις πιο κάτω προτάσεις:

	ΠΡΟΤΑΣΗ
i.	Οι αριθμοί ημω και συνω παίρνουν οποιαδήποτε τιμή στο διάστημα $[-1,1]$
ii.	Ισχύει ότι $\varepsilon\varphi 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$
iii.	Ισχύει ότι η γωνιά $\frac{\pi}{6} rad$ ισούται με 60°
iv.	Η γωνιά με μέτρο -210° σε κανονική θέση, έχει τελική πλευρά στο 3° τεταρτημόριο
v.	Αν $\eta\omega < 0$ και $\varepsilon\varphi\omega > 0$ τότε η τελική πλευρά της γωνίας ω βρίσκεται στο 4° τεταρτημόριο.

6. Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις χρησιμοποιώντας ιδιότητες ριζών:

(α) $\frac{\sqrt[4]{12} \cdot \sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{3}}$

(β) $\sqrt{\sqrt[3]{x^6}}, x \geq 0$

(γ) $\sqrt[5]{x^5 \cdot y^{10}}, x \geq 0, y \geq 0$

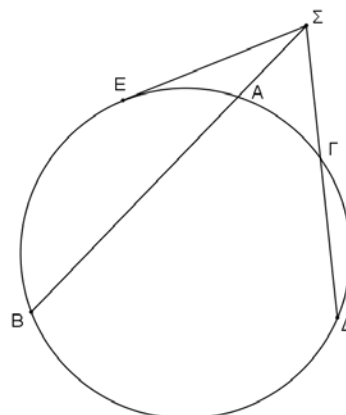
(δ) $2 \cdot 27^{\frac{1}{3}} + 3 \cdot 25^{\frac{1}{2}}$

7. Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2 + 11x - 4 \leq 0$.

8. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει ρίζες $x_1 = 1 + \sqrt{2}$ και $x_2 = 1 - \sqrt{2}$

9. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση: $\lambda x - 10 = 5\lambda + 2x$, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$.

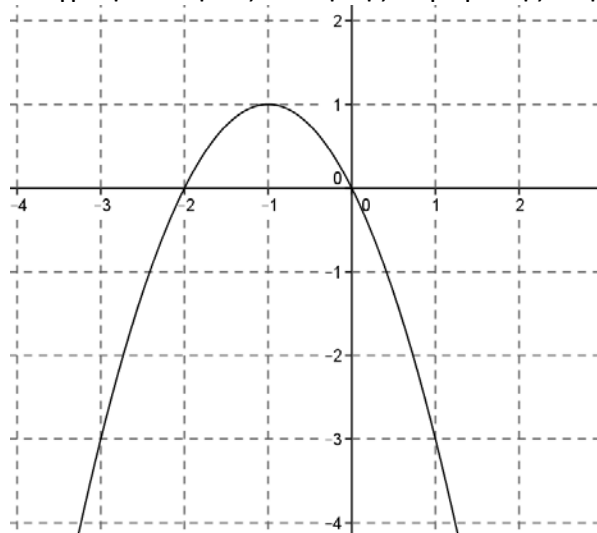
10. Στο πιο κάτω σχήμα η ΣE είναι εφαπτόμενη του κύκλου και οι ΣAB , $\Sigma \Gamma \Delta$ τέμνουσες του κύκλου. Αν $\Sigma B = 12cm$, $\Sigma \Gamma = 4cm$ και $\Gamma \Delta = 5cm$ να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΣA και ΣE .



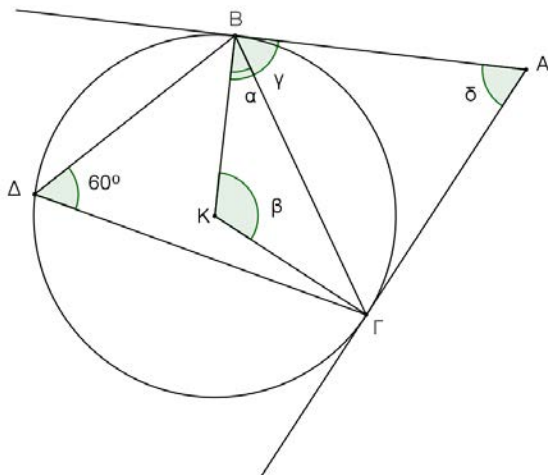
ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η πιο κάτω γραφική παράσταση της παραβολής με τύπο: $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ και $a \neq 0$. Να βρείτε:

- Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$.
- Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της.
- Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
- Τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \leq 0$.
- Να γράψετε την εξίσωση της παραβολής στη μορφή $f(x) = -(x + \kappa)^2 + \lambda$.



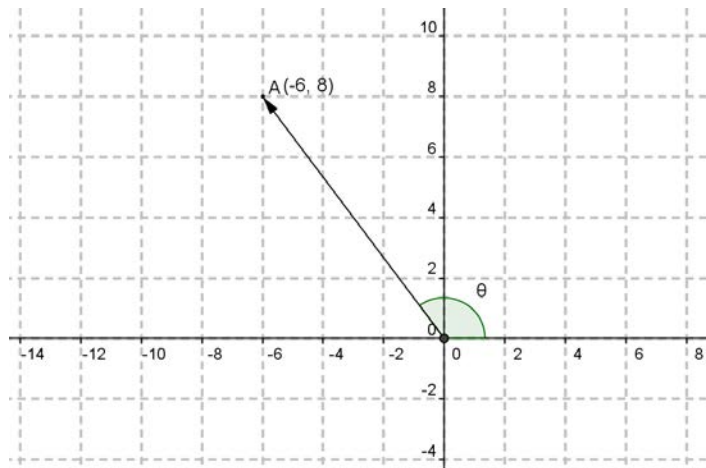
2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και οι εφαπτομένες του ΑΒ και ΑΓ. Αν η γωνία $\widehat{B\Delta\Gamma} = 60^\circ$, να βρείτε τις γωνίες $\alpha = \widehat{KB\Gamma}$, $\beta = \widehat{BK\Gamma}$, $\gamma = \widehat{AB\Gamma}$, $\delta = \widehat{BA\Gamma}$ και το μέτρο του τόξου ΒΔΓ.



3. Πιο κάτω δίνονται οι βαθμοί που πήρε ένας μαθητής σε 6 διαγωνίσματα στο μάθημα των μαθηματικών:

2, 3, 4, 16, 17, 18

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των πιο πάνω βαθμών. (μον. 6)
β) Μαθητής της ίδιας τάξης στα αντίστοιχα διαγωνίσματα είχε μέση τιμή 10 και τυπική απόκλιση 1.5. Να συγκρίνετε τους βαθμούς των δύο μαθητών. (μον. 1)
γ) Να υπολογίσετε το σταθμισμένο μέσο του πρώτου μαθητή αν στα διαγωνίσματα δόθηκε βαρύτητα 10%, 10%, 15%, 15%, 25%, 25%. (μον. 3)
4. α) Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γωνία θ σε κανονική θέση. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$, $\tau\epsilon\mu\theta$.



- β) Να τοποθετήσετε το σημείο $B(-6, 0)$ στο πιο πάνω σύστημα αξόνων και να γράψετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{OA} + \vec{OB}$ και $\vec{OA} - \vec{OB}$ όπου O η αρχή των αξόνων.
5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος $A\Delta$ πάνω στην υποτείνουσα. Να δείξετε ότι:
- α) $(AB)^2 = (\Gamma\Gamma)(B\Delta)$
β) $(A\Delta)^2 = (\Gamma\Delta)(B\Delta)$

Ο Διευθυντής:

Ιωσηφίδης Γιώργος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ (3-ωρο)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25 / 05 / 2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2.30΄

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΒΑΘΜΟΣ ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

100	20

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.: ...

ΟΔΗΓΙΕΣ:

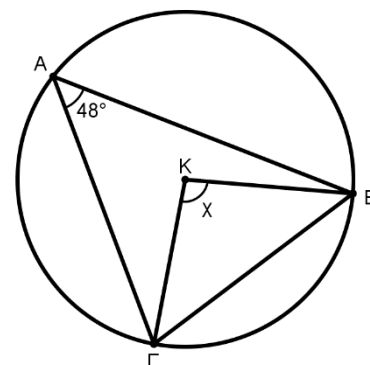
1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννιά (9) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

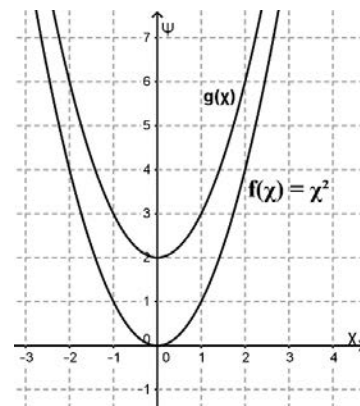
1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του διανύσματος: $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$.
2. Να υπολογίσετε την τιμή του χ στο διπλανό σχήμα, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



3. Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\lambda = \frac{2}{3}$ και η περίμετρος του μεγαλύτερου είναι 18 cm. Να βρείτε την περίμετρο του άλλου πολυγώνου.

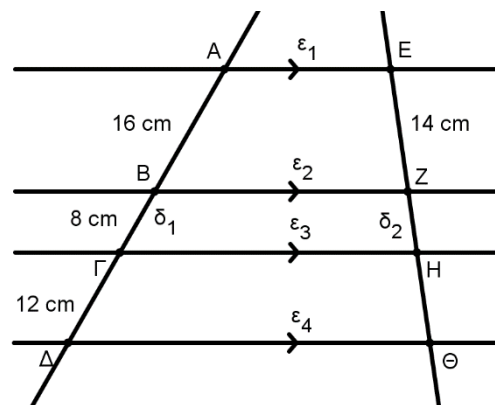
4. Για την τελική επιλογή στην ομάδα καλαθόσφαιρας κάθε παιδί θα βαθμολογηθεί από τα 100 ως εξής: η συμμετοχή στις προπονήσεις θα έχει βαρύτητα 30%, ο βαθμός ευστοχίας στα τρίποντα 30% και ο βαθμός ευστοχίας στα δίποντα 40%. Τι βαθμό θα πάρει ένας μαθητής που βαθμολογήθηκε με 80 από τα 100 στη συμμετοχή, 60 από τα 100 στα τρίποντα και 70 από τα 100 στα δίποντα;

5. Στο διπλανό σχήμα, η παραβολή $g(x)$ προκύπτει από την κατακόρυφη μετατόπιση, 2 μονάδων προς τα πάνω, της παραβολής $f(x) = x^2$. Να επιλέξετε την εξίσωση της $g(x)$:



- α. $g(x) = (x - 2)^2$ β. $g(x) = x^2 - 2$ γ. $g(x) = x^2 + 2$ δ. $g(x) = (x + 2)^2$

6. Στο σχήμα δίνεται ότι $AB = 16$ cm, $B\Gamma = 8$ cm, $\Gamma\Delta = 12$ cm, $EZ = 14$ cm και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$. Να υπολογίσετε, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, τα μήκη των τμημάτων ZH και $E\Theta$.

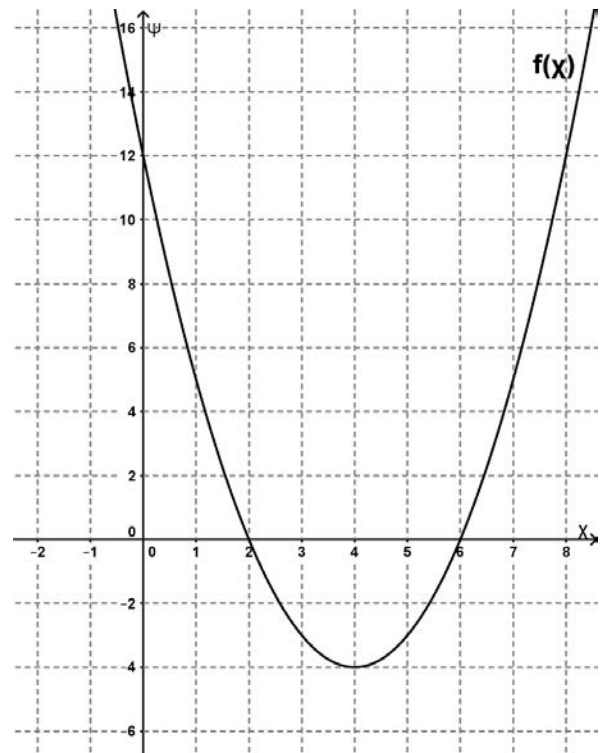


7. Για ποια τιμή της παραμέτρου μ , $\mu \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $(\mu^2 - 2\mu)x = 3\mu - 6$ είναι αδύνατη;
8. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 8x - 20 < 0$.
9. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία περνά από το σημείο $(0, 2)$ και σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα των τετμημένων.
10. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt{x^2 - 32} = 2$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.
 Να βρείτε:

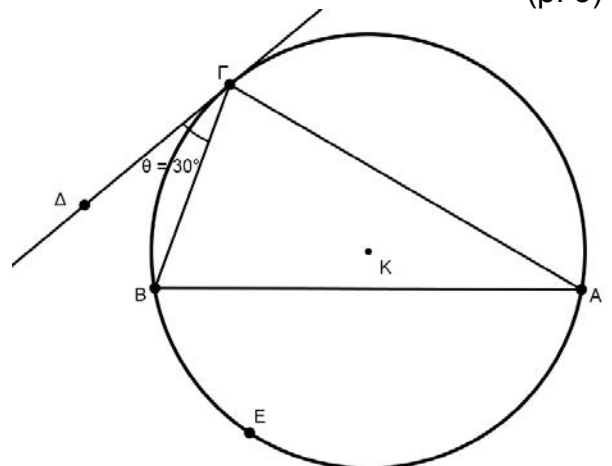
- Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- Τις συντεταγμένες της κορυφής.
- Την τιμή του γ .
- Τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
- Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \leq 0$.



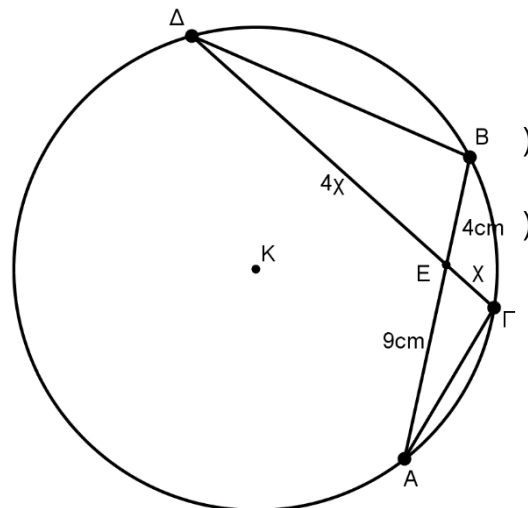
2. Δίνονται οι ρίζες $x_1 = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$, $x_2 = \frac{1}{1-\sqrt{2}}$ μιας
 εξίσωσης β' βαθμού.

- Να υπολογίσετε:
 - Το άθροισμα των ριζών. (β. 3)
 - Το γινόμενο των ριζών. (β. 2)
 - Την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = 3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2$. (β. 2)
- Να κατασκευάσετε την εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τα $x_1 = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$, $x_2 = \frac{1}{1-\sqrt{2}}$.
 (Η εξίσωση να δοθεί στην πιο απλοποιημένη της μορφή). (β. 3)

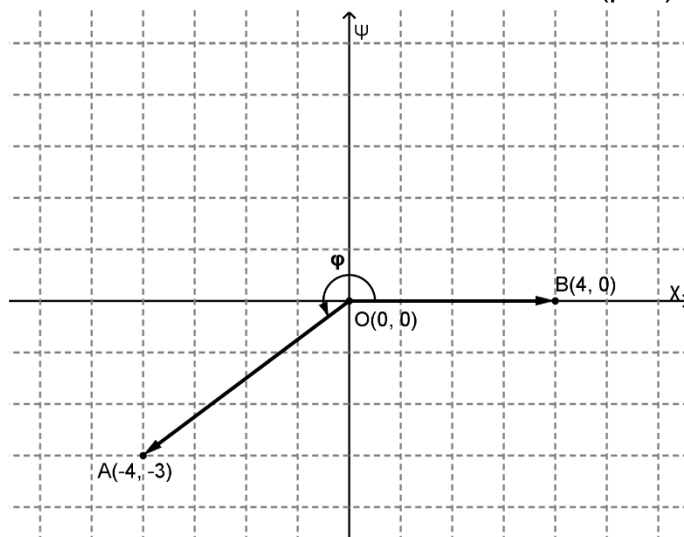
3. α. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, ρ) . Η εφαπτόμενη $\Gamma\Delta$ του κύκλου στην κορυφή Γ του τριγώνου, σχηματίζει γωνία $\theta = 30^\circ$ με την πλευρά $B\Gamma$. Αν το μέτρο του τόξου BEA είναι 160° , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας. (β. 7)
- β. Να εκφράσετε τη γωνία $B\Gamma A$ σε ακτίνια. (β. 3)



4. Δίνεται κύκλος και δύο χορδές του AB, ΓΔ που τέμνονται στο σημείο E.
- α. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα BΔΕ, ΓΑΕ είναι όμοια, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.
- β. Αν $AE = 9 \text{ cm}$, $BE = 4 \text{ cm}$, $ΔΕ = 4\chi \text{ cm}$ και $ΓΕ = \chi \text{ cm}$, να βρείτε την τιμή του χ .



5. α. Με βάση το πιο κάτω σχήμα, να υπολογίσετε όλους τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας φ . (β. 7)
- β. Στο ίδιο σχήμα, να σχεδιάσετε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{OA} + \vec{OB}$ και να βρείτε τις συντεταγμένες του. (β. 3)



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: **Μαθηματικά**Διάρκεια: **2,5 ώρες**Τάξη: **Α' κ.κ Λυκείου**Ημερομηνία: **19.05.2016****Οδηγίες:**

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο. (Τα σχήματα μπορεί να γίνουν με μολύβι)
2. Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α':

Να λύσετε ΟΛΕΣ τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει ρίζες $x_1 = -6$ και $x_2 = 3$.

2. Χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής:

α) Να μετατρέψετε το πιο κάτω κλάσμα σε ισοδύναμο κλάσμα με ρητό παρονομαστή.

$$\frac{2}{\sqrt{6}}$$

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[5]{2} =$

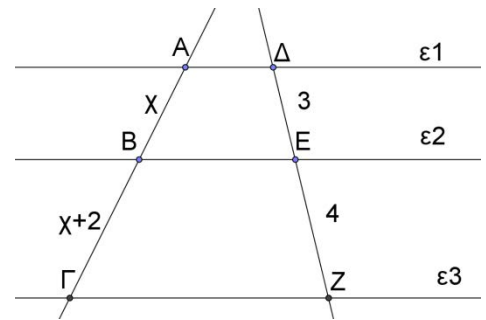
3. Να λύσετε την ανίσωση $(x + 3) \cdot (x - 5) \leq 0$.

4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -2 \\ 13 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε:

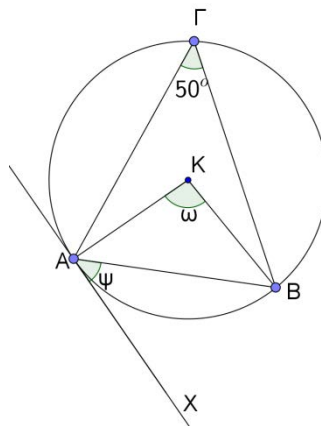
(α) τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$ (β) το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

5. Να βρείτε για ποια τιμή του $K, K \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $(K - 3) \cdot x = 9$ είναι αδύνατη.
6. Ο βαθμός ενός μαθητή στα Μαθηματικά στο πρώτο τετράμηνο ήταν 15, στο δεύτερο τετράμηνο 14, και στις τελικές εξετάσεις έγραψε 13. Αν η βαρύτητα των τετραμήνων είναι 35% και των τελικών εξετάσεων 30%, να βρείτε το βαθμό του στα Μαθηματικά στο τέλος της χρονιάς.

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $\Delta E = 3 \text{ cm}$, $EZ = 4 \text{ cm}$, και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε την τιμή του χ .



8. Δίνεται κύκλος (K, R) . Αν η γωνία $\text{ΑΓΒ} = 50^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες ΑΚΒ , και ΒΑΧ .

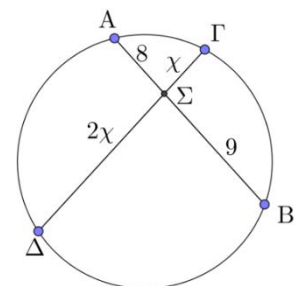


9. Δίνεται η εξίσωση $3\chi^2 + 12\chi + 1 = 0$ με ρίζες χ_1, χ_2 . Χωρίς να λυθεί να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :

α) $\chi_1 + \chi_2$ και β) $\chi_1 \cdot \chi_2$

γ) $6\chi_1\chi_2 + 3\chi_1 + 3\chi_2$

10. Τα σημεία Α, Β, Γ και Δ ανήκουν στο διπλανό κύκλο. Να υπολογίσετε το μήκος του ΣΓ.



ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα** μονάδες από τις **εκατό**.

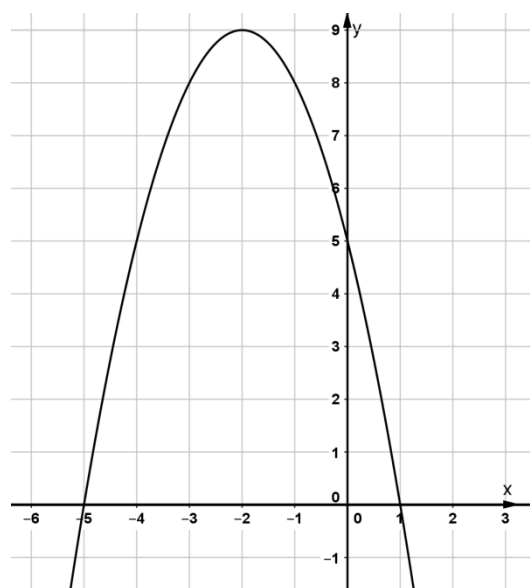
1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (κ+3)x + 2κ + 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

α) Να βρείτε τις τιμές του $κ$ για τις οποίες:

- (i) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες,
- (ii) η εξίσωση έχει μια ρίζα το 3,
- (iii) το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης είναι ίσο με το γινόμενο των ριζών της.

2. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + γ$, $a \neq 0$.
Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- 1) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης
- 2) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,
- 3) το πρόσημο του a και το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- 4) την τιμή του $γ$,
- 5) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής ,
- 6) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$,
- 7) τις λύσεις της $f(x) > 0$,

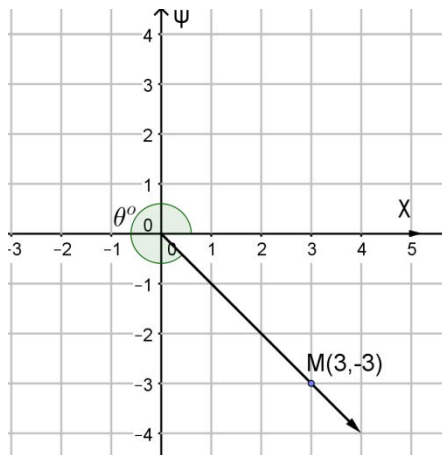


3. α. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} x + \psi = 3 \\ 2x^2 + x\psi = 4 \end{cases}$$

β. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $K = \frac{x^2 - 9}{2x^2 - 5x - 3}$

4. α. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας ω , αν:
- i) $\varepsilon\varphi\omega > 0$ και $\eta\mu\omega < 0$
 - ii) $\sigma\tau\epsilon\mu\omega > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\omega < 0$

β. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .



5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και Δ τυχαίο σημείο της $A\Gamma$. Από το Δ φέρουμε κάθετη στην $B\Gamma$ που την τέμνει στο Z .
- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta Z$ είναι όμοια.
 - β) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $(A\Gamma)(\Delta\Gamma) = (B\Gamma)(Z\Gamma)$.

Ο Διευθυντής:

Ευάγγελος Ευαγγέλου



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου (3 ωρο)

Ημερομηνία: 30/5/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

Ωρα: 07:45 – 10:15

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____

ΤΜΗΜΑ: _____

ΒΑΘΜΟΣ:

Αριθμητικά: _____

Ολογράφως: _____

Υπογραφή: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 2) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΕΚΑ (10) ΣΕΛΙΔΕΣ

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

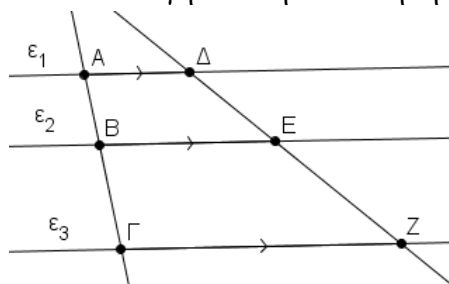
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. (α) Να εκφράσετε τη γωνία $\theta = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$ σε μοίρες και
(β) να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας ω ,
αν ισχύει $\eta\omega > 0$ και $\epsilon\omega < 0$.
2. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{15-x} = 5$.

3. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$.

Να υπολογίσετε το μήκος του EZ αν γνωρίζετε ότι $AB = 14\text{m}$, $B\Gamma = 16\text{m}$, $\Delta E = 18\text{m}$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



4. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω αριθμητικές παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{1}{\sqrt{2}} =$

(β) $\frac{1}{4 - \sqrt{5}} =$

5. Να βρείτε τη θέση των δύο κύκλων σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

(α) Κύκλοι (K, 6 cm) και (Λ, 4 cm) με απόσταση $KL = 10\text{ cm}$

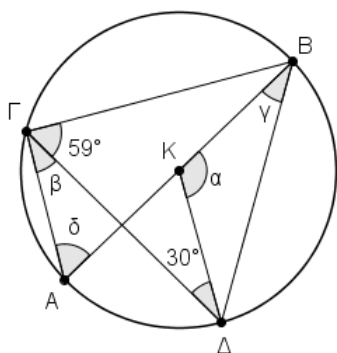
(β) Κύκλοι (M, 5 cm) και (N, 6 cm) με απόσταση $MN = 3\text{ cm}$.

6. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ και $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε:

(α) τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 2\vec{a} + \vec{b}$ και

(β) το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

7. Δίνεται κύκλος με κέντρο K. Αν AB διάμετρος, $\widehat{B\Gamma\Delta} = 59^\circ$ και $\widehat{K\Delta\Gamma} = 30^\circ$, να βρείτε τις γωνίες α, β, γ και δ. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



8. Να λύσετε την ανίσωση: $(x + 5)(x^2 - 16)^3 \geq 0$

9. Ο Αλέξανδρος έχει ύψος 1,60m. Αν η σκιά του είναι 2m και η σκιά ενός ανεμόμυλου την ίδια στιγμή είναι 6m, να βρείτε το ύψος του ανεμόμυλου. (Είναι γνωστό από τη φυσική ότι οι ακτίνες του ήλιου είναι παράλληλες).

10. Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 9)x = \mu^2 + \mu - 12, \mu \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η εξίσωση:

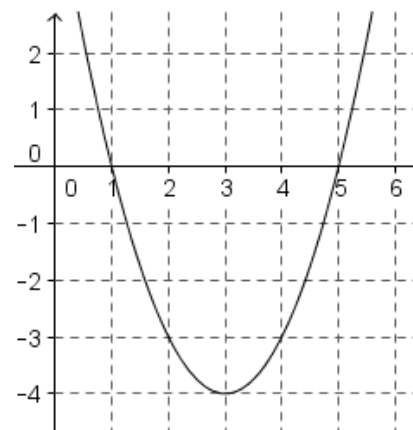
- (α) είναι αδύνατη,
- (β) είναι αόριστη και
- (γ) έχει μοναδική λύση.

Μέρος Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Να βρείτε:

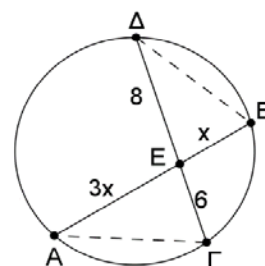
- (α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της $f(x)$
- (β) (i) το Πεδίο Ορισμού (Π.Ο.) της $f(x)$
(ii) το Πεδίο Τιμών (Π.Τ.) της $f(x)$
- (γ) (i) το είδος της κορυφής της $f(x)$ (μέγιστο ή ελάχιστο)
(ii) τις συντεταγμένες της κορυφής της $f(x)$
- (δ) τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$ και
- (ε) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$.



2. Στο διπλανό σχήμα τα Α, Β, Γ, Δ είναι σημεία του κύκλου:

- (α) να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΒΕΔ είναι όμοια και
- (β) να υπολογίσετε το μήκος του ΒΕ.

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



3. Να βρείτε δύο αριθμούς που έχουν διαφορά 14 και γινόμενο -45.
(Υπόδειξη: Να το λύσετε με τη χρήση συστήματος)
4. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 3x - 5 = 0$ και x_1, x_2 οι ρίζες της. **Χωρίς** να τη λύσετε, να βρείτε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:
- (α) $x_1 + x_2 =$
- (β) $x_1 x_2 =$
- (γ) $2x_1 + 2x_2 - 7x_1 x_2 =$
- (δ) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} =$
5. Ο πιο κάτω πίνακας κατανομής συχνοτήτων παρουσιάζει τον αριθμό των βιβλίων που διάβασαν 29 μαθητές της Α΄ Λυκείου κατά τη διάρκεια των καλοκαιρινών διακοπών τους. Να υπολογίσετε:

Βιβλία x_i	0	1	2	3	4	6
Μαθητές f_i	6	8	5	4	4	2

Να υπολογίσετε:

- (α) την επικρατούσα τιμή (x_e),
- (β) τη διάμεσο (x_g),
- (γ) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) και
- (δ) την τυπική απόκλιση (σ) των παρατηρήσεων (η απάντηση να δοθεί με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων).

Η ΔΙΔΑΣΚΟΥΣΑ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Δρουσιώτου Βασούλα

Λοίζου Λοίζος

Ζώτος Ευάγγελος



ΠΑΓΚΥΠΡΙΟΝ ΓΥΜΝΑΣΙΟΝ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2015-2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/ 05 / 2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30΄ ώρες

ΤΑΞΗ: Α΄ Ενιαίου Λυκείου (3 ωρο)

ΩΡΑ: 7:45΄ - 10:15΄

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

- ΟΔΗΓΙΕΣ :
- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
 - (β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
 - (γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - (δ) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσης τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης τους δε θα λαμβάνονται υπόψη.
 - (ε) Τα σχήματα να τα μεταφέρετε στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνονται τα διανύσματα : $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

- (α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του διανύσματος: $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$.
- (β) Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

2. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt[3]{x-1} = 2$, $x \geq 1$.

3. Να βρείτε τις τιμές των λ και μ ώστε η εξίσωση $(\lambda - 2)x = 5\mu - 10$ να είναι αδύνατη.

4. Στον πιο κάτω πίνακα δίνονται οι βαθμοί του μαθητή Α σε 4 εξεταζόμενα μαθήματα.

Μαθηματικά	Βιολογία	Νέα Ελληνικά	Χημεία
8	9	11	12

- (α) Να βρείτε το εύρος των παρατηρήσεων.
- (β) Να βρείτε τη μέση τιμή των βαθμών του μαθητή Α.

5. Να σχηματίσετε εξίσωση δεύτερου βαθμού με ρίζες: $x_1 = 5 - \sqrt{2}$ και $x_2 = 5 + \sqrt{2}$.

6. Οι πλευρές ενός τριγώνου είναι 12cm , 18cm και 24cm .Να βρείτε τις πλευρές ενός όμοιου με αυτό τριγώνου που η περίμετρος του είναι 9cm.

7. Η εξίσωση $x^2 + 7x - 3 = 0$ έχει ρίζες x_1 και x_2 . Χωρίς να τη λύσετε να βρείτε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$.

8. (α) Να εκφράσετε την γωνία $\frac{3\pi}{4}$ σε μοίρες.

(β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$ και $\epsilon\phi\theta$ στο διπλανό σχήμα:

9. Δίνονται κύκλοι $(K, 5\text{cm})$ και $(\Lambda, x\text{cm})$, $x > 5$ και διάκεντρο $K\Lambda = 15\text{cm}$.
Να υπολογίσετε την τιμή ή τις τιμές του x έτσι ώστε οι κύκλοι:

(α) Να εφάπτονται εξωτερικά.

(β) Να είναι ξένοι εσωτερικά.

10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 - y = 7 \end{cases}$$
.

ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση $x^2 + \lambda x + 9 = 0$ έχει:

(α) ρίζα τον αριθμό 1

(β) άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο των ριζών

(γ) δύο ρίζες πραγματικές και ίσες.

2. (α) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση: $(\lambda + 2)x = \lambda^2 - 4$.

(β) Να λύσετε την ανίσωση: $x(x^2 - 4) \leq 0$.

3. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$
- (β) το πεδίο τιμών της $f(x)$
- (γ) το πρόσημο του a
- (δ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (στ) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης

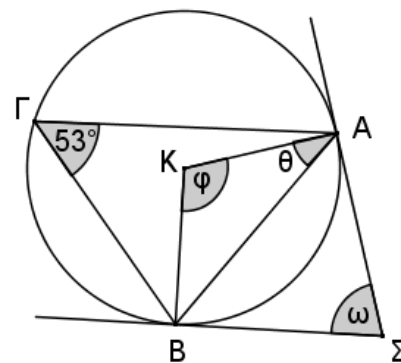
$$ax^2 + bx + \gamma = 0$$

- (ζ) την τιμή της παράστασης $\sqrt{S^2 \cdot P}$ όπου S και P το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.

4. (α) Να διατυπώσετε το θεώρημα χορδής και εφαπτομένης.

- (β) Στο διπλανό σχήμα, K είναι το κέντρο του κύκλου, SA και SB οι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία A και B

αντίστοιχα. Αν $\widehat{BGA} = 53^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες φ , θ και ω δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και Δ τυχαίο σημείο της βάσης $B\Gamma$. Φέρουμε τις ΔE και ΔZ κάθετες στις AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα.

- (α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΔEB και $\Delta Z\Gamma$ είναι όμοια.

- (β) Να δείξετε ότι: $(\Delta E) \cdot (\Delta \Gamma) = (\Delta B) \cdot (\Delta Z)$

- (γ) Να υπολογίσετε το μήκος του ΔZ αν το $\Delta E = 8 \text{ cm}$, $\Delta B = 16 \text{ cm}$ και $\Delta \Gamma = 12 \text{ cm}$.

ΤΕΛΟΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Σόλων Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ – 3 ΩΡΟ**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2016

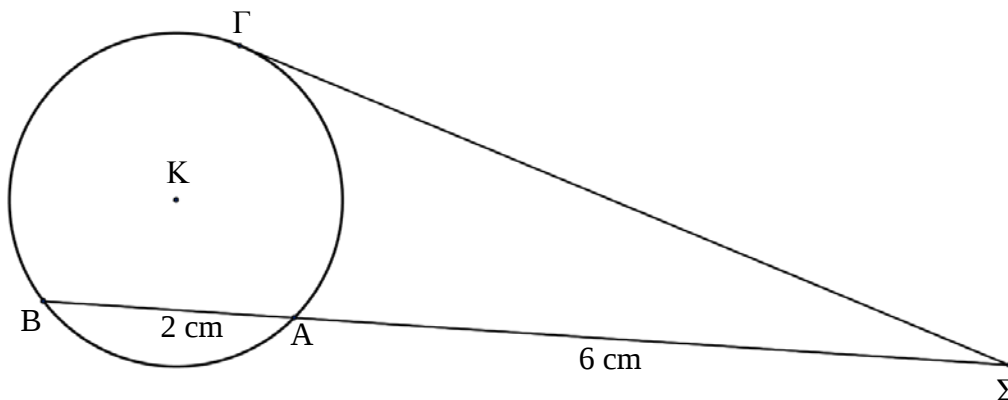
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 07:45 π.μ.

- ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΕΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν και με μολύβι.)
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το Σχολείο.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση β΄ βαθμού με ρίζες x_1, x_2 , όπου $x_1 = 5$ και $x_2 = 2$.
2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και τέμνουσα ΣB του κύκλου, όπου $AB = 2 \text{ cm}$ και $\Sigma A = 6 \text{ cm}$. Αν η $\Sigma \Gamma$ είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ , να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $\Sigma \Gamma$.



3. Δίνεται το διάνυσμα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$

β) τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\beta}$, το οποίο είναι αντίθετο του $\vec{\alpha}$

4. Να μετατρέψετε σε γινόμενο πρωτοβάθμιων παραγόντων το τριώνυμο $2x^2 - 5x - 12$.

5. Δίνεται γωνία $\hat{\omega} = 210^\circ$.

α) Να την εκφράσετε σε ακτίνια.

β) Να βρείτε το πρόσημο των πιο κάτω τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας $\hat{\omega}$:

i) ημω

ii) τεμω

iii) σφω

6. Ένας μαθητής πήρε τους πιο κάτω βαθμούς στο μάθημα των Μαθηματικών:
20, 17, 14, 20, 18, 17, 20.

Να υπολογίσετε:

α) την επικρατούσα τιμή

β) τη διάμεσο

γ) τη μέση τιμή

7. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 2x - 8 \leq 0$

8. Δίνεται η εξίσωση $3x + 8 = \alpha x - 2\beta$. Να βρείτε τις τιμές των $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να είναι αόριστη.

9. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$. Φέρουμε τα ύψη $B\Delta$ και ΓE . Αν Z είναι το σημείο τομής των $B\Delta$ και ΓE , να αποδείξετε ότι:

α) $\triangle BZE \approx \triangle \Gamma Z\Delta$

β) $(EZ) \cdot (\Gamma Z) = (\Delta Z) \cdot (BZ)$

10. α) Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 256 = 0$

β) Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις ($\alpha > 0$):

i) $\sqrt[3]{27\alpha^4} \cdot \sqrt[3]{3\alpha} =$

ii) $\frac{\sqrt[5]{\alpha^3}}{\alpha^{\frac{1}{4}}} =$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x^2 - y^2 = 15 \end{cases}$$

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

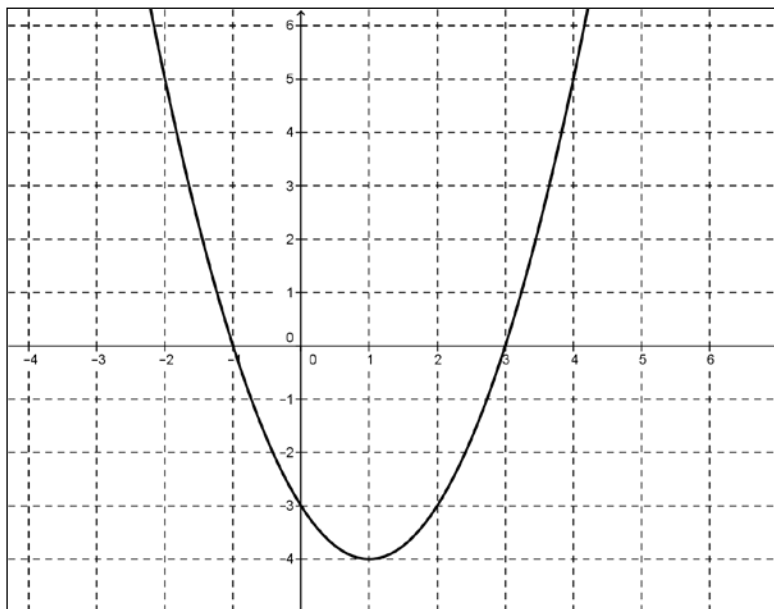
α) το Π. Ο. και το Π. Τ. της συνάρτησης

β) το πρόσημο του a

γ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

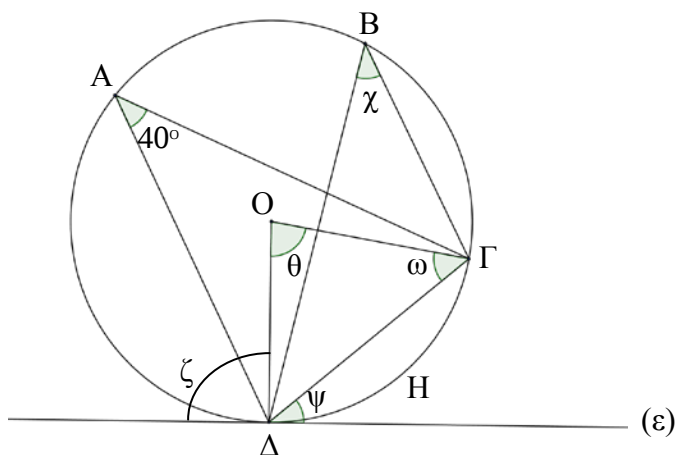
δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

ε) αν $a = 1$, να γράψετε τη συνάρτηση στη μορφή $f(x) = a(x - \kappa)^2 + \delta$



3. Στο πιο κάτω σχήμα, η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου (O, R) στο σημείο Δ και

η γωνία $\hat{A} = 40^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες θ , χ , ψ , ζ , ω και το μέτρο του τόξου $\widehat{GH\Delta}$, δικαιολογώντας, πλήρως, τις απαντήσεις σας.

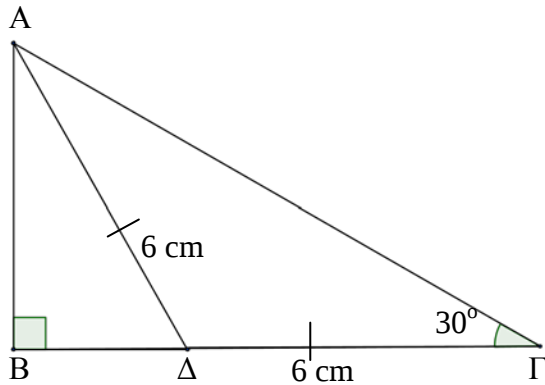


4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: $\hat{B} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $A\Delta = \Delta\Gamma = 6 \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε:

α) τα μήκη των πλευρών $B\Delta$, AB και $A\Gamma$

β) την περίμετρο και το εμβαδόν του τριγώνου $A\hat{B}\Gamma$



5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (1 - 2\kappa)x + \kappa^2 - 3 = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου κ , για τις οποίες η πιο πάνω εξίσωση έχει:

- i) ρίζα τον αριθμό 1
- ii) ρίζες αντίστροφες
- iii) ρίζες πραγματικές και άνισες

β) Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της πιο πάνω εξίσωσης, να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου κ , για τις οποίες ισχύει $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 \leq 7$.

Ο Διευθυντής

Νίκος Πρωτοπαπάς

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Α'(τρίωρο)

Ημερομηνία: 23/5/16

Ώρα: 7.45-10.15

Ημέρα: Δευτέρα

Χρόνος: 2.30'

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται συνολικά από 4 σελίδες
2. Κατοχή κινητού τηλεφώνου = Δολίευση
3. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού
4. Δεν επιτρέπεται να γράφετε με μολύβι παρά μόνο με μπλε πένα
5. Δεν επιτρέπεται να δανείτε οτιδήποτε από συμμαθητές σας
6. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου
7. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

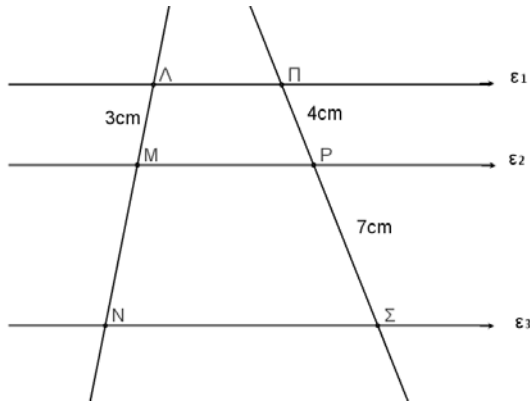
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2+4x-8=0$.
Να βρείτε το είδος των ριζών της.
2. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\sqrt[3]{48} : \sqrt[3]{6} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{8} - (\sqrt{5})^2 =$$

3. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$. Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων :
α) $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$
β) $2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$

4. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Αν $\Lambda M = 3\text{cm}$, $\Pi P = 4\text{cm}$ και $P\Sigma = 7\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος του MN



5. Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = (8 - 2\kappa)\chi^2$ να παρουσιάζει μέγιστο.

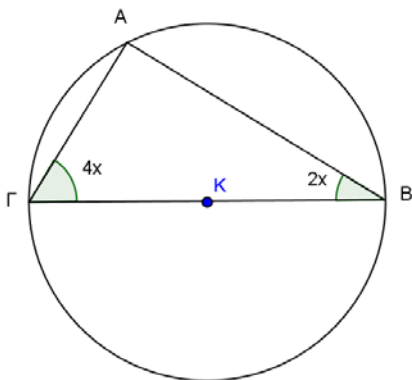
6. Δίνεται η γωνία $\frac{5\pi}{9}$. Να βρείτε:

α) Το μέτρο της γωνίας σε μοίρες

β) Το πρόσημο του τριγωνομετρικού αριθμού $\sin\left(\frac{5\pi}{9}\right)$

7. Για ποια τιμή του λ η εξίσωση $\lambda\chi - 8 = 3(\chi - 4)$ είναι αδύνατη;

8. Δίνεται κύκλος (K, R) . Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες.



9. Η μεγαλύτερη θερμοκρασία στη Λευκωσία τις πρώτες οκτώ μέρες του Απριλίου ήταν 12, 18, 12, 17, 13, 20, 12, 16. Να βρείτε:

- α) Τη μέση τιμή
- β) Την επικρατούσα τιμή
- γ) Τη διάμεσο

10. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 5x + 6 < 0$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + 3\psi = 7 \\ 2x + \psi^2 = 6 \end{cases}$$

2. α) Αν ισχύει $\pi < \chi < \frac{3\pi}{2}$ να αποδείξετε ότι: $5\epsilon\phi\chi - 2\eta\mu\chi > 0$

β) Να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\chi_1 = \sqrt{2}$ και $\chi_2 = 3\sqrt{2}$

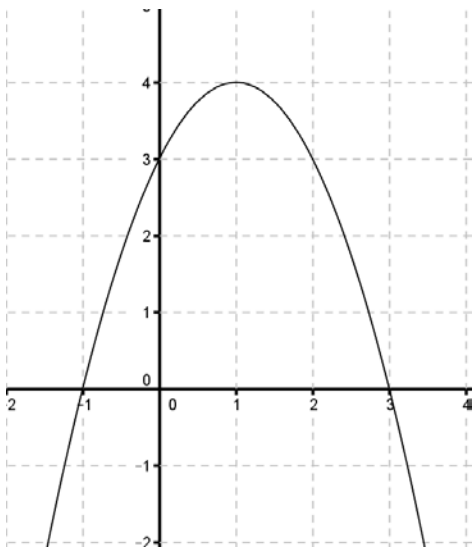
3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\mu - 5)x + \mu - 8 = 0$. Για ποια τιμή του μ η εξίσωση έχει

α) Ρίζες αντίστροφες

β) Μία ρίζα ίση με 2

γ) Ισχύει η σχέση $\chi_1 \cdot \chi_2 - 4\chi_1 - 4\chi_2 = 15$

4. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$



Να βρείτε:

- α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης
- β) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$
- γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- δ) Τις τιμές $f(2)$ και $f(-1)$
- ε) Την τιμή της παράστασης $2a + b - c$

5. Δίνεται κύκλος και δύο παράλληλες χορδές αυτού AB και ΓΔ. Φέρουμε εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B η οποία τέμνει την ΓΔ στο σημείο E.

- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABΔ και BΔE είναι όμοια
- β) Να δείξετε ότι $(BΔ)^2 = (AB) \cdot (ΔE)$

Ο Διευθυντής

Τάσος Τάσου

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΤΑΞΗ: **Α' (3-ωρο)**

Ημερομηνία: 25/5/2016

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που

φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

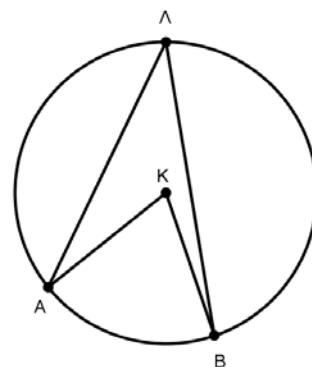
δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.**ΜΕΡΟΣ Α':** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt{x+5}=3$, $x \geq -5$.

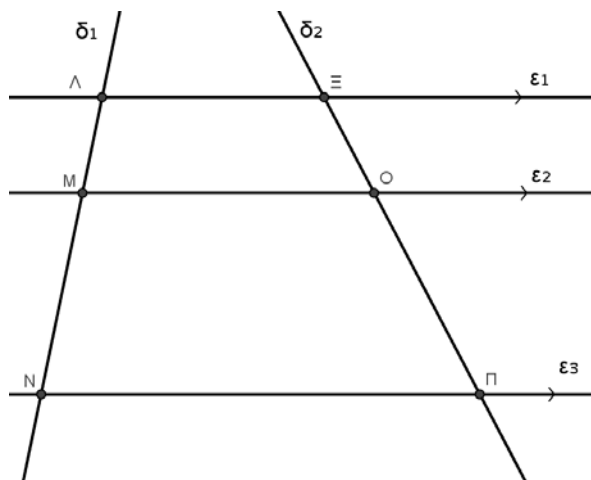
2. Δίνεται κύκλος (K, R) με τόξο $\widehat{AB} = 70^\circ$.

Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\angle AKB$ και $\angle AAB$. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

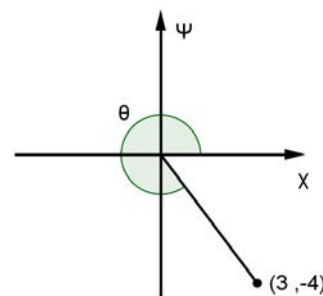
(α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$.(β) Να υπολογίσετε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$.

4. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $AM = 2\text{ cm}$,
 $MN = 4\text{ cm}$, $EO = 3\text{ cm}$ και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$. Να
 υπολογίσετε το μήκος της ΟΠ.

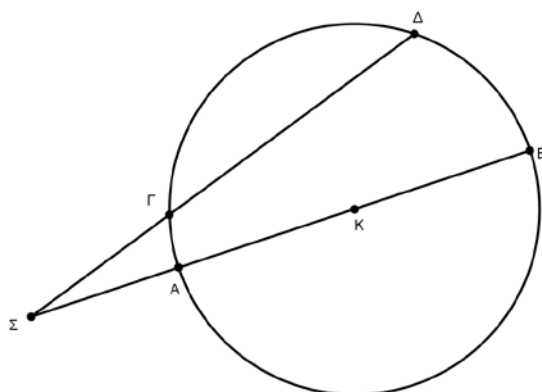


5. Για τον τελικό βαθμό στο μάθημα των Νέων Ελληνικών ένας μαθητής βαθμολογείται με 20% για τη συμμετοχή του στην τάξη, με 50% για το βαθμό του στην έκθεση και 30% για το βαθμό του στις ασκήσεις γραμματικής. Ποιος θα είναι ο τελικός του βαθμός, κατά προσέγγιση ακεραίου, αν βαθμολογήθηκε με 18 για τη συμμετοχή του στην τάξη, 12 στην έκθεση και 15 στις ασκήσεις γραμματικής;

6. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .



7. Στο διπλανό σχήμα ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$ είναι τέμνουσες και AB διάμετρος του κύκλου (K, R) . Αν $\Sigma A = 2cm$, $\Sigma \Gamma = 3cm$ και $\Sigma \Delta = 8cm$, να υπολογίσετε:
(α) το μήκος της ΣB
(β) την ακτίνα R του κύκλου.



8. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με το αντίστοιχο ίσο στοιχείο της στήλης Β.

Στήλη Α

(α) $\frac{7}{3-\sqrt{2}}$

(β) $\sqrt{8-\sqrt{16}}$

(γ) $64^{-\frac{2}{3}}$

(δ) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$

(ε) $\sqrt[3]{\alpha^2} \cdot \sqrt[3]{\alpha}$

Στήλη Β

(1) $\frac{1}{16}$

(2) 4

(3) $3+\sqrt{2}$

(4) α

(5) 2

9. Αν η εξίσωση $2x^2 - 8x + 3 = 0$ έχει ρίζες x_1 και x_2 , να βρείτε:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

και

(γ) $3x_1 + 2x_1x_2 + 3x_2 - 5$

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 5$. Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και να υπολογίσετε τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. (α) Να βρείτε τις τιμές των παραμέτρων λ και μ , $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $\lambda(x+2) = x + \mu$ να έχει άπειρες λύσεις. [4 μον.]

(β) Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.
 (Να δείξετε όλα τα βήματά σας)

(i) $\frac{1}{\sqrt{13}}$ (ii) $\frac{5}{3-\sqrt{7}}$ (iii) $\frac{\alpha-\beta}{\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}}$, $\alpha \neq \beta$ και $\alpha, \beta > 0$ [6 μον.]

2. Οι θερμοκρασίες μιας πόλης σε βαθμούς Κελσίου για το μήνα Φεβρουάριο παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Θερμοκρασία $^{\circ}\text{C}$	Συχνότητα f_i
3	5
4	4
5	3
7	2
8	1
9	2
10	4
12	3
15	2
16	2

(α) Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή είναι $\bar{x} = 8$.

[3 μον.]

(β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση κατά προσέγγιση εκατοστού.

[4 μον.]

(γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβλητότητας CV σε ποσοστό.

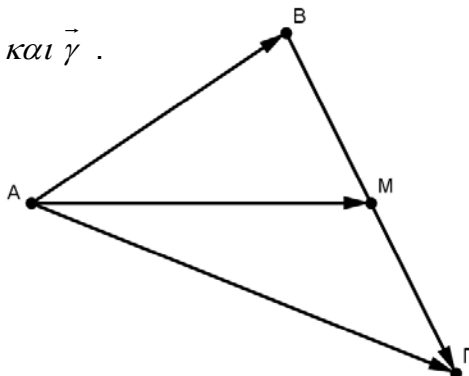
[2 μον.]

(δ) Τον επόμενο μήνα η θερμοκρασία για κάθε μέρα ήταν κατά 3 βαθμούς μεγαλύτερη. Ποια θα είναι η καινούρια μέση τιμή;

[1 μον.]

3. (α) Να αναφέρετε τα στοιχεία ενός διανύσματος και να γράψετε ένα παράδειγμα διανυσματικού μεγέθους. [4 μον.]

(β) Στο πιο κάτω σχήμα $\overrightarrow{AB} = 2\vec{\alpha}$, $\overrightarrow{AG} = 2\vec{\gamma}$ και $BM = MG$. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{BM}$ και $\overrightarrow{AM}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$. [6 μον.]



4. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με τύπο $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$

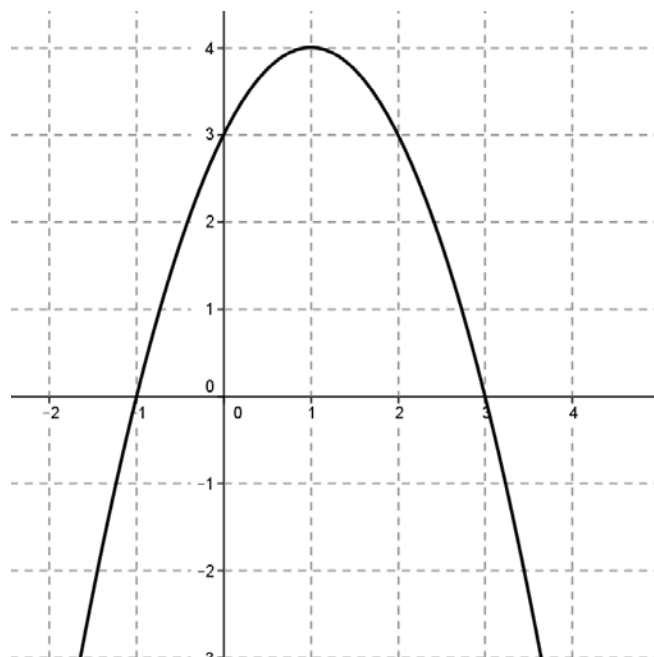
(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της. [1 μον.]

(β) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ και να αναφέρετε το πρόσημο της διακρίνουσας Δ . [2 μον.]

(γ) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής, να αναφέρετε αν παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο καθώς και το πρόσημο του α . [3 μον.]

(δ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$. [1 μον.]

(ε) Να βρείτε τις τιμές των α, β, γ . [3 μον.]

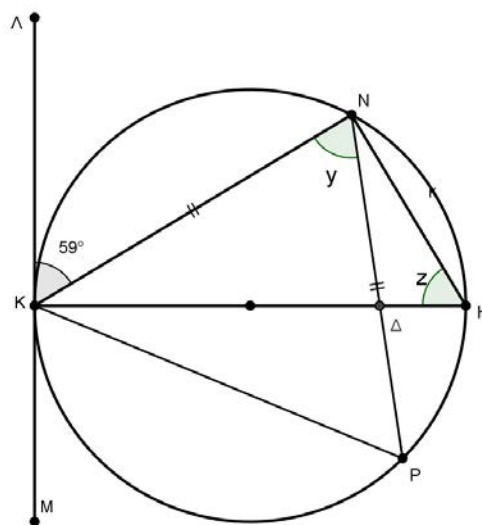


5. (α) Στο διπλανό σχήμα, τα Κ, Ν, Η και Ρ είναι σημεία του κύκλου. ΚΗ είναι διάμετρος του κύκλου και ΛΚΜ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο Κ. Η γωνία $\angle \hat{K} N = 59^\circ$ και οι χορδές ΚΝ και ΝΡ είναι ίσες. Να υπολογίσετε τις γωνίες y και z . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

[5 μον.]

(β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle N \hat{\Delta} H$ και $\triangle K \hat{\Delta} P$ είναι όμοια. [3 μον.]

(γ) Να δείξετε ότι $(N\Delta)(KP) = (K\Delta)(NH)$. [2 μον.]



Εισηγητές

Αγγέλα Χατζηγιάννη ΒΔ.Α.

Ανδρέας Πετρίδης

Δήμητρα Βωβίδου

Διευθυντής

Γρηγόρης Χατζημάρκου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΤΑΞΗ: Α΄****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/2016****ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (3-ωρο)****ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2.30΄****ΩΡΑ: 10:45 – 1:15****Οδηγίες:**

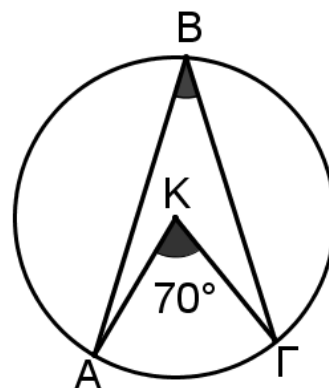
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β) Να γράφετε με μελάνι μπλε (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- ε) Σε όλες τις ερωτήσεις να φαίνεται ο τρόπος απάντησής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης αιτιολόγησης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.
- ζ) Να συμμορφώνεστε πρόθυμα με τις οδηγίες των επιτηρητών.
- στ) Η ΔΟΛΙΕΥΣΗ ΤΙΜΩΡΕΙΤΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τα 10 ερωτήματα. Κάθε ερώτημα βαθμολογείται με 5/100.

1. Δίνεται κύκλος (K, R) με γωνία $\angle AK\Gamma = 70^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\angle AB\Gamma$ αιτιολογώντας την απάντησή σας.

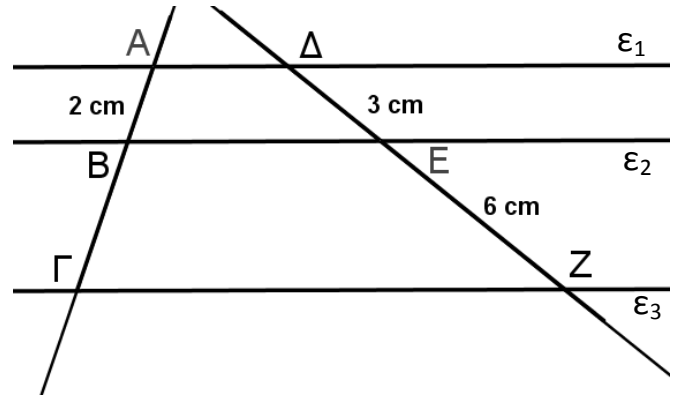


2. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 5x - 6 = 0$, να υπολογίσετε χωρίς να λύσετε την εξίσωση τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$

β) $x_1 \cdot x_2$

3. Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$.
Να υπολογίσετε το μήκος του
ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ.



4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε τις
συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$.

5. Να λύσετε την ανίσωση $(x - 2)(x - 5) \leq 0$.

6. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν:

α) $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$

β) $\epsilon\varphi\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$

7. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $\sqrt[5]{32}$

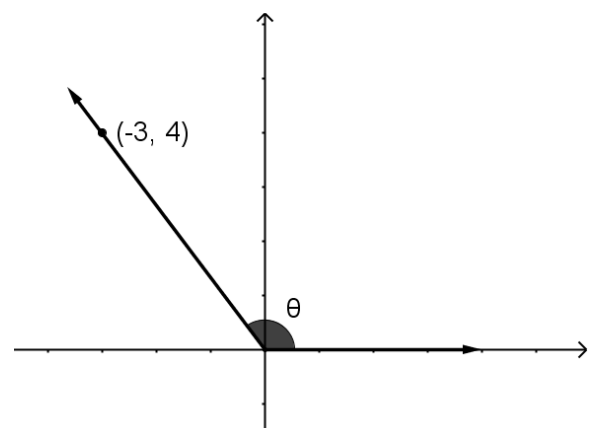
β) $\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$

γ) $\sqrt[3]{54}$

δ) $\frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

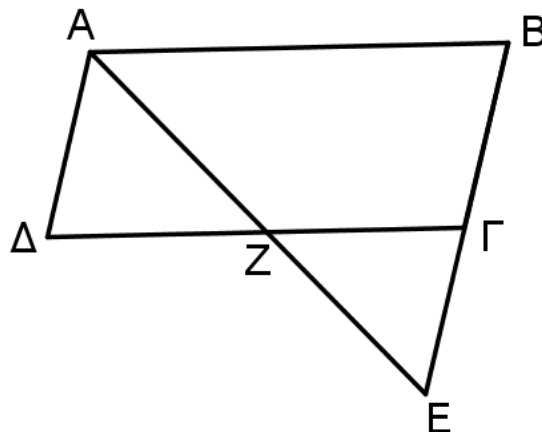
8. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - 4\lambda)x = -25$. Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου λ ,
 $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση είναι αδύνατη.

9. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε
τους τριγωνομετρικούς αριθμούς
 $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$, $\tau\epsilon\mu\theta$, $\sigma\tau\epsilon\mu\theta$.



10. Από την κορυφή Α παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ φέρνουμε ευθεία Ε, η οποία τέμνει τη ΔΓ στο σημείο Ζ και την προέκταση της ΒΓ στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι:

$$(BE) \cdot (\Delta Z) = (AB) \cdot (A\Delta) .$$



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 ερωτήματα. Κάθε ερώτημα βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

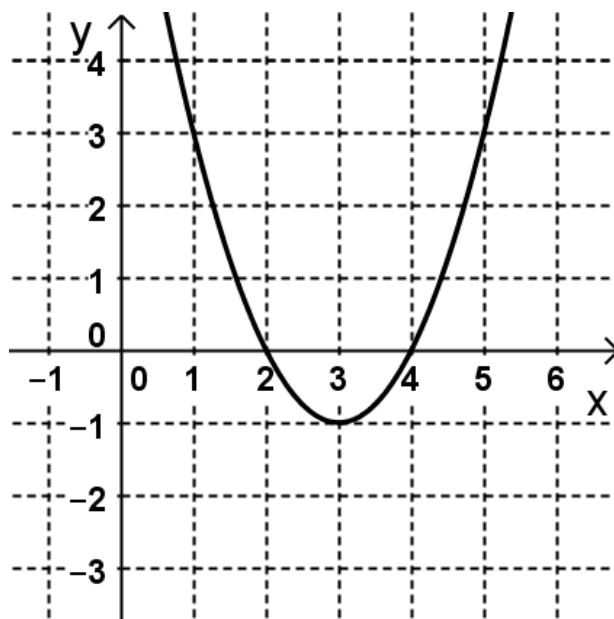
α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της f

β) τις συντεταγμένες της κορυφής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

γ) τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και το πρόσημο του α

ε) τη λύση της ανίσωσης $f(x) \leq 0$.



2. Δίνονται οι αριθμοί 3, 5, 1, 8, 5, 1, 1, 3, 2, 1 .

Να υπολογίσετε :

α) τη μέση τιμή

β) τη διάμεσο τιμή

γ) την επικρατούσα τιμή

δ) την τυπική απόκλιση των αριθμών .

3. α) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $\sqrt{8-x} = 4$

ii) $x^5 - 81x = 0$

β) Να κάνετε τις πράξεις: $(3 - \sqrt{x})^2$

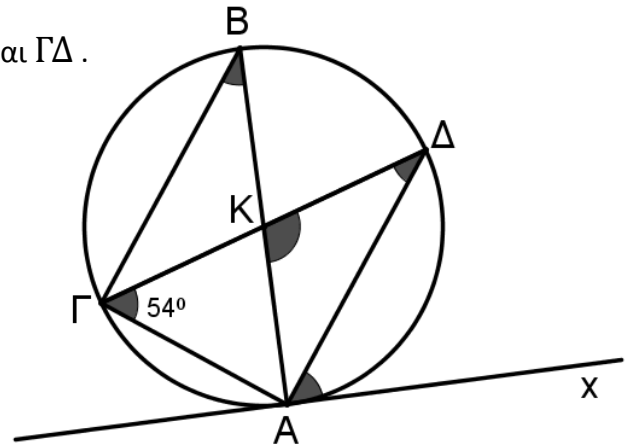
4. Δίνεται κύκλος (K, R) και οι διάμετροι του AB και $\Gamma\Delta$.

Αν AX είναι η εφαπτομένη στο σημείο A

και $\widehat{K\Gamma A} = 54^\circ$,

να υπολογίσετε τις σημειωμένες

γωνίες $\widehat{\Delta Ax}$, $\widehat{A\tilde{K}\Delta}$, $\widehat{\Gamma\tilde{\Delta}A}$, $\widehat{\Gamma\tilde{B}A}$.



5. Από σημείο Σ εκτός του κύκλου, φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα $\Sigma\Gamma$ (Γ σημείο του κύκλου) και τέμνουσα ΣAB (A και B σημεία του κύκλου).

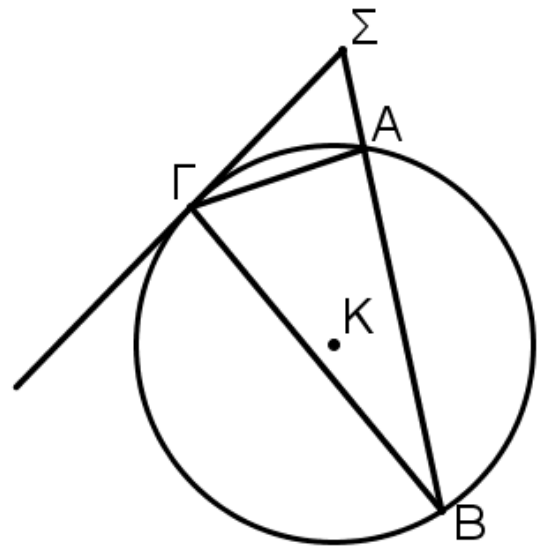
α) Να δείξετε ότι:

(i) Τα τρίγωνα $\Sigma\Gamma A$ και $\Sigma B\Gamma$ είναι όμοια

(ii) $(\Sigma\Gamma)^2 = (\Sigma A) \cdot (\Sigma B)$

β) Αν $(\Sigma\Gamma) = 6\text{cm}$ και $(\Sigma A) = 2\text{cm}$,

να υπολογίσετε το μήκος του AB .



Τέλος Δοκιμίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ:** Α΄ Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** Πέμπτη, 26 Μαΐου 2016**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρες**ΟΔΗΓΙΕΣ**

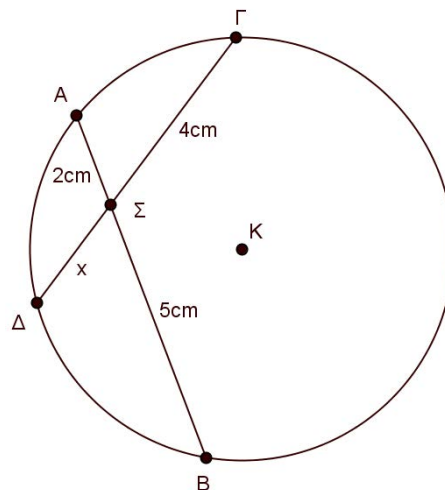
- Γράφετε με πέννα μπλε. Τα σχήματα αν θέλετε με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης** υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες από τις 100.**

1. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 4x - 3 = 0$, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση

(α) $x_1 + x_2$, (β) $x_1 x_2$

2. Στο διπλανό σχήμα οι χορδές $AB, \Gamma\Delta$ του κύκλου τέμνονται στο σημείο Σ .
Αν $\Sigma A = 2\text{cm}$, $\Sigma B = 5\text{cm}$, $\Sigma\Gamma = 4\text{cm}$ και $\Sigma\Delta = x$, να υπολογίσετε το x .



3. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής

(α) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$

(β) $\sqrt{18x^3} : \sqrt{2x}$, $x > 0$

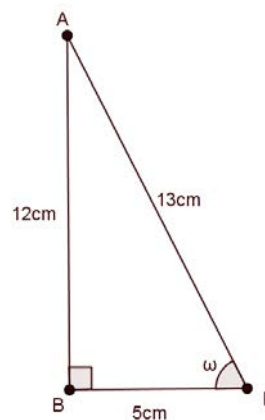
4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ και $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$.

Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των πιο κάτω διανυσμάτων: (α) $\vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma}$

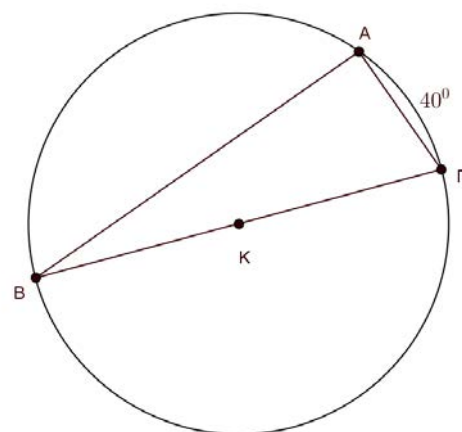
(β) $3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$

5. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με κάθετες πλευρές $AB = 12\text{cm}$, $B\Gamma = 5\text{cm}$ και υποτείνουσα $A\Gamma = 13\text{cm}$.

Αν $\hat{\Gamma} = \omega$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\tau\epsilon\mu\omega$, $\sigma\tau\epsilon\mu\omega$.



6. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο κέντρου K και το τόξο $\widehat{A\Gamma} = 40^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

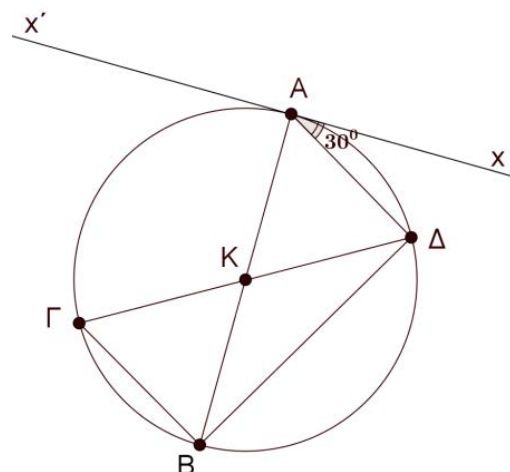


7. Να σχηματίσετε εξίσωση $2^{\text{ου}}$ βαθμού που έχει ρίζες $x_1 = 4 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 4 - \sqrt{3}$.
8. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 2x - 3 \geq 0$.
9. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι όμοια. Αν $AB = 4\text{cm}$, $B\Gamma = 8\text{cm}$, $A\Gamma = 6\text{cm}$, $\Delta E = 2\text{cm}$, η ΔE είναι ομόλογη της AB και η EZ ομόλογη της $B\Gamma$, να υπολογίσετε τις πλευρές EZ , ΔZ .
10. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$, για την οποία η εξίσωση $(\mu^2 - 16) \cdot x = \mu + 4$ είναι αδύνατη.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες από τις 100.

1. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία $x'x$ είναι εφαπτομένη του κύκλου (K, R) στο σημείο A και $\widehat{x\hat{A}\Delta} = 30^\circ$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΓKB είναι ισόπλευρο.



2. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 4)x + 2\lambda - 5 = 0$.

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε:

(α) Η εξίσωση να έχει ρίζα τον αριθμό 3.

(β) Η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες.

(γ) Η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες.

(δ) Το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης να είναι ίσο με άθροισμά τους.

3. Οι ηλικίες 10 παιδιών είναι οι ακόλουθες: 8, 6, 7, 10, 8, 7, 8, 6, 5, 5.

Να υπολογίσετε (α) την μέση τιμή

(β) την τυπική απόκλιση των ηλικιών.

4. Τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) και Δ είναι το μέσο του τόξου $\widehat{B\Gamma}$ που δεν περιέχει το A . Η ευθεία $A\Delta$ τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο E .

Να δείξετε ότι: $(AB)(A\Gamma) = (A\Delta)(AE)$.

5. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

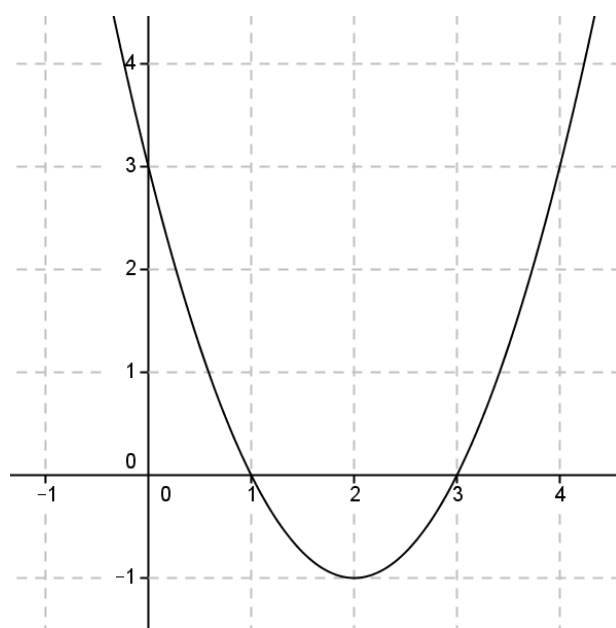
(α) Το πρόσημο του a .

(β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

(δ) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$.

(ε) Τις τιμές των α, β, γ .



Οι Εισηγητές

Ο Συντονιστής

Ο Διευθυντής

.....
Αρσιώτης Παύλος

.....
Αλεξάνδρου Μάριος

.....
Ευστρατίου Αντρέας

.....

.....

Καρανάνος Δημήτριος

Νικολαΐδης Μελής

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Τάξη: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 27 / 05 / 2016

Αρ. σελίδων: 5

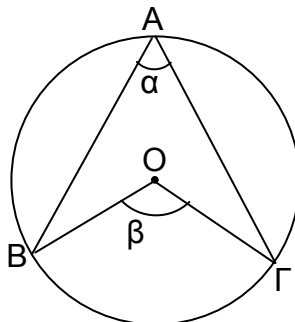
Χρόνος εξέτασης: 2:30 (δύο ώρες και τριάντα λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες (συμπεριλαμβανομένης και της 1^{ης} σελίδας)
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη.
- Το μέρος Α΄ αποτελείται από 10 ασκήσεις. Πρέπει να λύσετε ΚΑΙ τις 10.
(Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**)
- Το μέρος Β΄ αποτελείται από 5 ασκήσεις. Πρέπει να λύσετε ΚΑΙ τις 5.
(Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικών υλικών.
- Γράφετε μόνο με μελάνι, μπλε ή μαύρου χρώματος. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α :

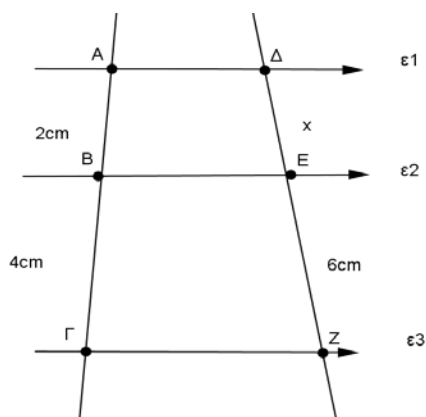
1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε:
(α) Τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = \vec{\beta} - \vec{\alpha}$.
(β) Το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$.
2. Να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες x_1 , x_2 όπου $x_1 = -2$ και $x_2 = 3$.
3. Από το πιο κάτω σχήμα να βρείτε τις γωνίες α και β και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας αν $\widehat{B\Gamma} = 100^\circ$.



4. Να απλοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση, χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής. $A = 5\sqrt{2} - 8\sqrt{8} + \sqrt{72} + 2\sqrt{50} : 5 - \sqrt[3]{8}$.
5. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 3x - 10 \geq 0$
6. Αν x_1 , x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2x + 3 = 0$, να υπολογίσετε χωρίς να λύσετε την εξίσωση τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$
7. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή, χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής.

α) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ β) $\frac{10}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$

8. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$. Αν $AB = 2 \text{ cm}$, $B\Gamma = 4 \text{ cm}$, $\Delta E = x \text{ cm}$ και $EZ = 6 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το x .



9. Να απλοποιηθεί το κλάσμα : $\frac{2x^2 + 3x - 9}{x^2 - 9}$

10. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τους βαθμούς που πήραν 24 μαθητές μιας τάξης σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών.

Βαθμός χ_i	Αριθμός μαθητών f_i
8	2
9	3
10	5
12	7
15	4
16	2
19	1

Να υπολογίσετε:

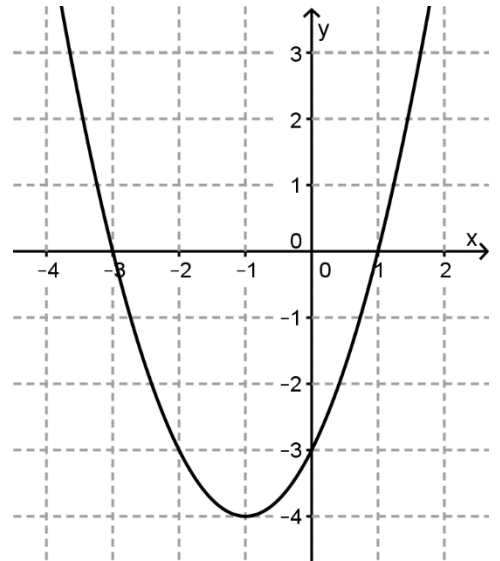
- α) τη μέση τιμή των βαθμών του διαγωνίσματος
β) την τυπική απόκλιση.

ΜΕΡΟΣ Β :

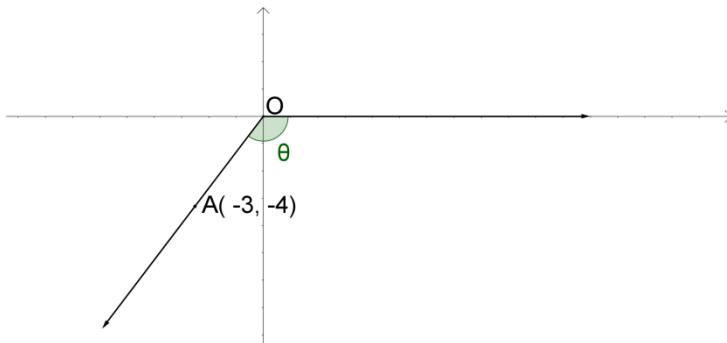
1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με τύπο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$
- (β) τις συντεταγμένες της κορυφής της
- (γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (δ) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (ε) τις τιμές των συντελεστών α , β και γ



2. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς θ :



3. Για ποιες τιμές της παραμέτρου μ , $\mu \in \mathbb{R}$ η εξίσωση: $(\mu^2 - 1)x = \mu + 1$

- (α) είναι αδύνατη
- (β) είναι αόριστη

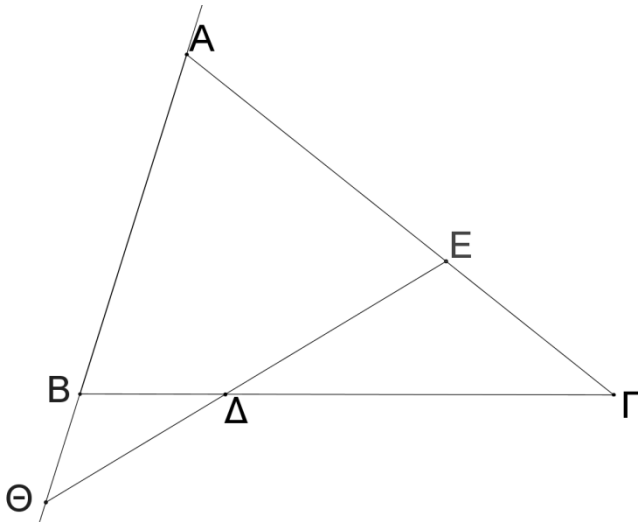
4. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (\mu + 3)x + 3\mu - 7 = 0$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες της.

Να βρείτε για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$:

(α) η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες

(β) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ όπου η γωνία B είναι οξεία και διπλάσια της Γ . Το Δ είναι τυχαίο σημείο της $B\Gamma$ και στην προέκταση της AB παίρνουμε σημείο Θ , τέτοιο ώστε $\Theta B = B\Delta$. Αν η $\Theta\Delta$ τέμνει την $A\Gamma$ στο E , να δείξετε ότι $(AB)(A\Theta) = (A\Gamma)(AE)$



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΕΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ Β.Δ.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
Παπαβασιλείου Καρολίνα

Κωνσταντινίδης Χρίστος

.....
Ανδρέας Χριστοδουλίδης

.....
Κωνσταντινίδου Αστέρω

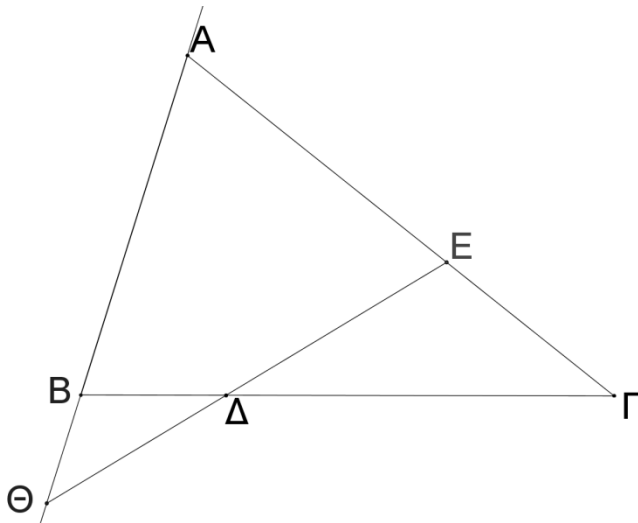
4. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (\mu + 3)x + 3\mu - 7 = 0$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες της.

Να βρείτε για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$:

(α) η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες

(β) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ όπου η γωνία B είναι οξεία και διπλάσια της Γ . Το Δ είναι τυχαίο σημείο της $B\Gamma$ και στην προέκταση της AB παίρνουμε σημείο Θ , τέτοιο ώστε $\Theta B = B\Delta$. Αν η $\Theta\Delta$ τέμνει την $A\Gamma$ στο E , να δείξετε ότι $(AB)(A\Theta) = (A\Gamma)(AE)$



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
Ανδρέας Χριστοδουλίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015-2016**ΤΑΞΗ: Α΄****ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 3-ωρο****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/5/2016****ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 7.45****ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά****ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού .

ΜΕΡΟΣ Α: Το μέρος Α αποτελείται από 10 ασκήσεις. Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \end{pmatrix}$

Να υπολογίσετε:

α) Τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$ και $2 \cdot \vec{\beta}$ β) Το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$.

2. Να γίνουν οι πράξεις (Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής):

$$(\alpha) \sqrt{1} + 3 \cdot \sqrt{4} - \sqrt{9} =$$

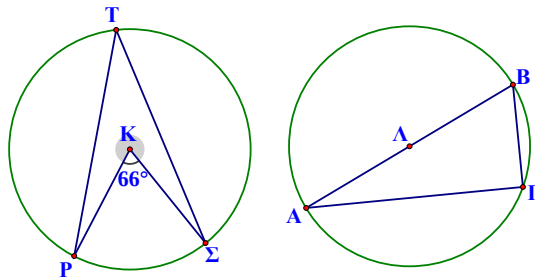
$$(\beta) \sqrt{32} : \sqrt{2} =$$

$$(\gamma) \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$$

$$(\delta) \sqrt{4 + \sqrt{25}} =$$

3. (α) Να βρείτε τη θέση των δύο κύκλων (Κ, 4 cm) και (Λ, 5 cm) με απόσταση ΚΛ = 9 cm.

(β) Στα πιο κάτω σχήματα να βρείτε τις γωνίες $\widehat{P\hat{T}\Sigma}$ και $\widehat{A\hat{\Gamma}B}$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



4. Να συμπληρώσετε:

(α) Να βρείτε την τιμή του α ώστε η εξίσωση $(2a - 8) \cdot x = 5$ να είναι αδύνατη.

(β) Να βρείτε τις τιμές των β και γ ώστε η εξίσωση $(\beta + 8) \cdot x = \gamma - 2$ να είναι αόριστη.

5. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή: (Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής)

$$(\alpha) \frac{2}{\sqrt{3}} =$$

$$(\beta) \frac{1}{3 - \sqrt{2}} =$$

6. (α) Να μετατρέψετε τη γωνία 150° σε ακτίνια.

(β) Να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών

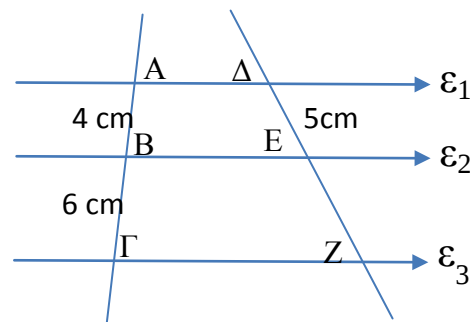
(i) $\eta\mu 170^\circ$

(ii) $\sigma\upsilon\nu(-25^\circ)$

(iii) $\epsilon\varphi 290^\circ$

7. Οι βαθμός ενός μαθητή στο 1^ο και στο 2^ο τετράμηνο έχει βαρύτητα 0,35 ενώ ο βαθμός των τελικών εξετάσεων έχει βαρύτητα 0,3. Ο Πέτρος είχε στο 1^ο τρίμηνο βαθμό 16 και στο δεύτερο τρίμηνο 14. Στις τελικές εξετάσεις έγραψε 11. Να βρείτε το τελικό βαθμό του Πέτρου.
8. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με ΒΓ=6 cm και ΑΓ=9 cm. Φέρουμε τη ΒΕ κάθετη στην ΑΓ (Το Ε είναι σημείο της ΑΓ). Να υπολογίσετε το ΓΕ.
9. (α) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που δημιουργείται όταν η παραβολή $y = x^2$ μετατοπιστεί 3 μονάδες αριστερά και 1 μονάδα πάνω.
 (β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 6x + 15 = 0$, χωρίς να την λύσετε, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $x_1 + x_2 + 5x_1 \cdot x_2$

10. Στο διπλανό κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του ΕΖ



ΜΕΡΟΣ Β: Το μέρος Β αποτελείται από 5 ασκήσεις. Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. (α) Δίνονται οι τιμές: 2, 2, 2, 4, 4, 6, 6, 7, 9, 10, 12. Να βρείτε:
 (i) Τη διάμεσο των παρατηρήσεων (x_{δ})
 (ii) Την επικρατούσα τιμή (x_{ε}) των παρατηρήσεων.
 (β) Ένας μαθητής στις πέντε μέρες που πάει σχολείο ξοδεύει:

Δευτέρα	Τρίτη	Τετάρτη	Πέμπτη	Παρασκευή
5 €	7 €	6 €	3 €	9 €

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των πιο πάνω τιμών.

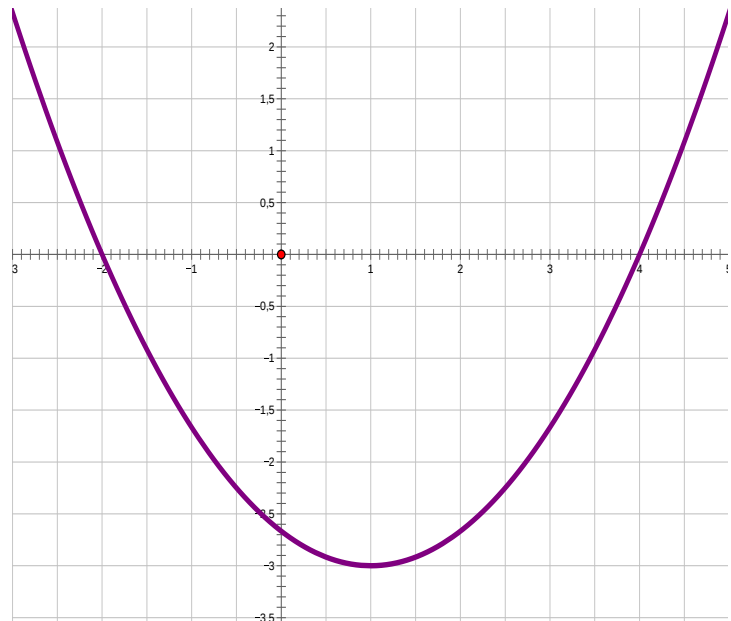
2. Από το διπλανή γραφική της παραβολής $y = ax^2 + \beta x + \gamma$ παράσταση να βρείτε:

(α) Την κορυφή της παραβολής

(β) Τις ρίζες της εξίσωσης $y = 0$.

(γ) Τη λύση της ανίσωσης $y < 0$.

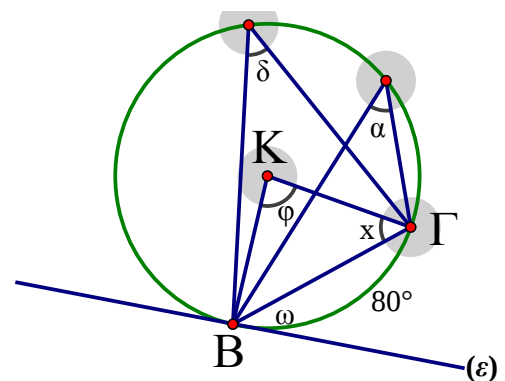
(δ) Το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της εξίσωσης.



3. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση για όλες τις τιμές του κ .

$$(\kappa^2 + 2\kappa - 3) \cdot x = \kappa^2 - 9$$

4. Η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου (K, R) στο σημείο B και το τόξο $B\Gamma = 80^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες: ϕ , χ , δ , α , ω . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



5. (α) Να γίνουν οι πράξεις: $\sqrt{\frac{49^{\frac{1}{2}} - 16^{\frac{1}{4}}}{27^{\frac{1}{3}} + 4^{\frac{1}{2}}}} =$

(β) Αν $x = \sqrt{7} + 3$ και $y = \sqrt{7} - 3$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις

(i) $x + y$

(ii) $x \cdot y$

(iii) x^2



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Α΄

Χρόνος: 2,5 ώρες

Ημερομηνία: 19 Μαΐου 2016

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

Τα θέματα του εξεταστικού δοκιμίου είναι γραμμένα στις σελίδες 2-4.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, Α΄ και Β΄.

ΜΕΡΟΣ Α΄ – Αποτελείται από δέκα (10) ερωτήσεις. Να απαντηθούν **όλες οι ερωτήσεις**. Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΜΕΡΟΣ Β΄ – Αποτελείται από πέντε (5) ερωτήσεις. Να απαντηθούν **όλες οι ερωτήσεις**. Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Να γράφετε μόνο με πένα μαύρη ή μπλε.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου .
- Τα διαγράμματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Όλες οι απαντήσεις και τα σχήματα να μεταφέρονται στο φύλλο απαντήσεων.

1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$.

Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του διανύσματος: $\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

2. Αν χ_1 και χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\chi^2 - 5\chi + 6 = 0$, χωρίς να τη λύσετε να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων :

α) $\chi_1 + \chi_2 =$ β) $\chi_1 \cdot \chi_2 =$

3. Οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρείας σε ευρώ είναι : 800 , 950 , 600 , 700 , 1200 , 800 , 700 , 1400 , 1000 , 800 . Να βρείτε:

α) τη μέση τιμή των μισθών

β) τη διάμεσο τιμή των μισθών

γ) την επικρατούσα τιμή των μισθών.

4. Να βρείτε τις τιμές των λ και μ ώστε η εξίσωση $\mu\chi - \lambda = 8\chi - 4$ να είναι αόριστη.

5. Δίνεται η παραβολή $\psi = (\chi + 5)^2 + 1$. Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας της και τις συντεταγμένες της κορυφής της.

6. Να κάνετε τις πράξεις:

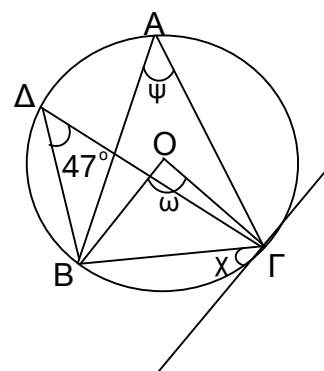
$$\sqrt{33 + \sqrt{2 + \sqrt{44 + \sqrt{25}}}} =$$

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι η ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου (O, R)

στο σημείο Γ και η γωνία $\widehat{B\Delta\Gamma} = 47^\circ$.

Να υπολογιστούν οι γωνίες χ , ψ και ω .

(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).



8. Να μετατρέψετε τα κλάσματα που ακολουθούν σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

β) $\frac{5}{\sqrt{8+3}}$

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$). Από τυχαίο σημείο Ε της ΑΓ φέρουμε την ΕΔ κάθετη πάνω στη ΒΓ. Να δείξετε ότι: $(\Delta E)(A\Gamma)=(\Delta \Gamma)(AB)$.

10. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν

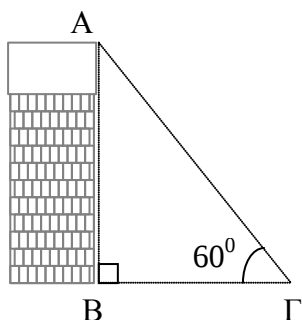
α) $\eta\mu\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$

β) $\tau\epsilon\mu\theta > 0$ και $\sigma\phi\theta < 0$

ΜΕΡΟΣ Β

1. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2x^2 + 5x - 12}{x^2 - 16}$.

2. α) Να βρείτε το ύψος ΑΒ του τοίχου αν ξέρετε ότι $B\Gamma = 18\sqrt{3}$ m



β) Να εκφραστεί σε μοίρες η γωνία $\frac{5\pi}{6}$ ακτίνια

γ) Να εκφραστεί σε ακτίνια η γωνία 315°

3. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Να βρείτε:

α) το πεδίο τιμών της συνάρτησης,

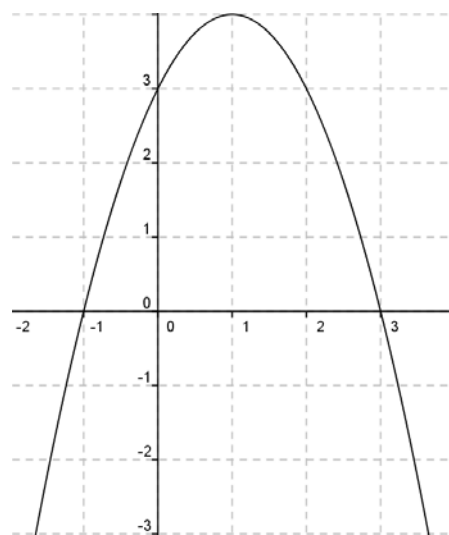
β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,

γ) τα πρόσημα των a και Δ ,

δ) τις συντεταγμένες της κορυφής και το είδος της,

ε) τις ρίζες της συνάρτησης $\varphi(x)$,

στ) τις λύσεις της $\varphi(x) > 0$

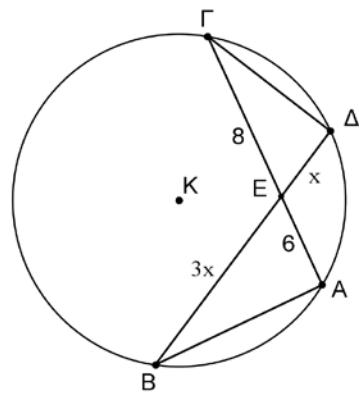


4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R).

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle E\Delta\Gamma$ και $\triangle E\Delta B$ είναι όμοια.

β) Να βρείτε την τιμή του χ .

γ) Αν BΓ είναι διάμετρος του κύκλου να υπολογίσετε τη γωνία $\angle \Gamma\Delta B$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



5. Δίνεται η εξίσωση : $\chi^2 - (\lambda + 3)\chi + \lambda + 2 = 0$

Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\lambda \in R$ έτσι ώστε η πιο πάνω εξίσωση να έχει:

α) ρίζες αντίθετες

β) ρίζες αντίστροφες

γ) ρίζα τον αριθμό 2

δ) ρίζες πραγματικές και άνισες.

ΤΕΛΟΣ

Οι εισηγήτρια:

Κλεονίκη Χριστοδούλου

Η Διευθύντρια:

Δέσποινα Παπαγιάννη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: Μαθηματικά 3 - ωρο

Ημερομηνία: 30/05/2016

Τάξη : Α΄ Λυκείου

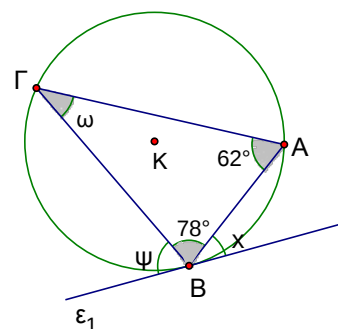
Χρόνος : 2:30'

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
5. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

Μέρος Α΄ : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να εκφράσετε τη γωνία 150° σε ακτίνια.
2. Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της παραβολής $y = (x + 2)^2 + 9$.
3. Δίνεται κύκλος (K, R) με γωνία $\hat{B}A = 78^\circ$ $\hat{A}B = 62^\circ$ και (ε_1) εφαπτομένη στο B. Να υπολογίσετε τις γωνίες x, ψ, ω αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.



4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\nu} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και το μέτρο του.

5. Ένας μαθητής της Γ' Λυκείου στην Ελλάδα τον ενδιαφέρει ο προσανατολισμός των θετικών σπουδών. Παρακάθισε εξετάσεις στα Μαθηματικά, τη Φυσική, τα Νέα Ελληνικά και τη Χημεία και πήρε τους βαθμούς 16, 15, 12 και 19 αντίστοιχα. Ποιος θα είναι ο βαθμός πρόσβασης του αν τα μαθήματα έχουν συντελεστή βαρύτητας που είναι αντίστοιχα 2, 1, 2 και 1.

6. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 3x + 8 = 0$ να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

α) $3x_1 + 3x_2 =$

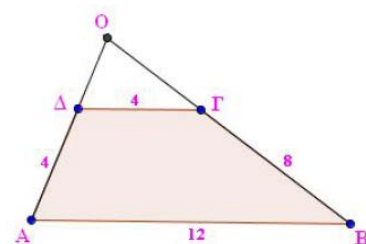
β) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

7. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $x_1 = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ και $x_2 = \sqrt{5} + \sqrt{3}$.

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ΑΒΓΔ τραπέζιο (ΑΒ//ΓΔ) με $AB = 12\text{cm}$, $AD = \Gamma\Delta = 4\text{cm}$ και $B\Gamma = 8\text{cm}$. Οι μη παράλληλες πλευρές ΑΔ και ΒΓ του τραπέζιου ΑΒΓΔ τέμνονται στο σημείο Ο.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΔΓ και ΟΑΒ είναι όμοια.

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΟΔ και ΟΓ.



9. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $(\mu^2 - 4)x = \mu^2 - 2\mu - 8$ για $\mu \in \mathbb{R}$.

10. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

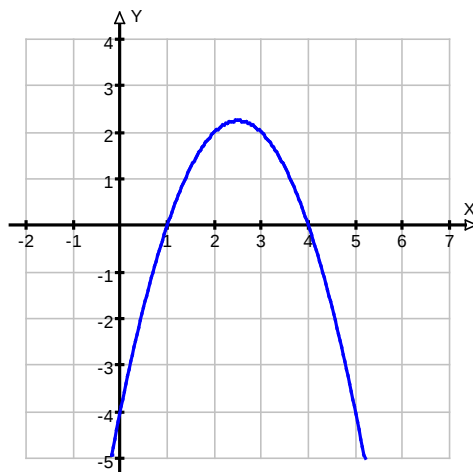
Μέρος Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Να βρείτε:

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

- α) το πρόσημο του a .
- β) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$.
- γ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
- δ) την τιμή της παράστασης $\frac{2\beta}{\alpha}$.



2. Οι ασθενείς που επισκέφτηκαν ένα γιατρό από την Δευτέρα μέχρι το Σάββατο ήταν 10, 13, 8, 13, 5, 5. Να βρείτε:

- α) Τη μέση τιμή $\bar{x}$ της προσέλευσης των ασθενών την συγκεκριμένη εβδομάδα.
- β) Την τυπική απόκλιση σ των παρατηρήσεων κατά προσέγγιση εκατοστού.
- γ) Τον συντελεστή μεταβλητότητας.

3. α) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $4x^4 = 64$

ii) $(3x - 2)^{\frac{3}{2}} = 8$, $x \geq \frac{2}{3}$.

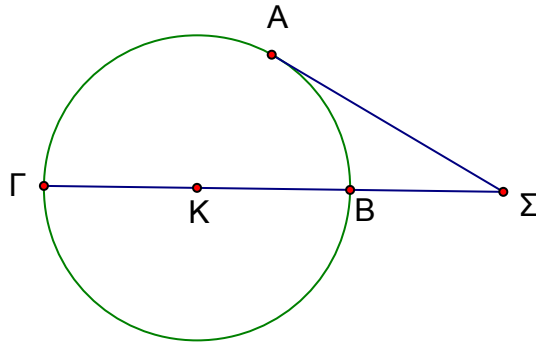
- β) Για ποιές τιμές του κ και λ το τριώνυμο $f(x) = x^2 - (\kappa - \lambda)x + \kappa^2 + \lambda^2$ έχει άθροισμα ριζών 3 και γινόμενο ριζών 5;

4. α) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η εξίσωση $\mu x^2 - 4x + \mu - 3 = 0$, με $\mu \neq 0$, δεν έχει πραγματικές ρίζες.

- β) Αν $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $A = \frac{\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{\epsilon\phi\theta}$.

(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

5. Στο πιο κάτω σχήμα η $\Sigma\Lambda$ είναι εφαπτομένη του κύκλου και η $\Sigma\text{Β}\Gamma$ είναι τέμνουσα, η οποία περνά από το κέντρο του κύκλου.
- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\Sigma\text{ΑΒ}$ και $\Sigma\text{Α}\Gamma$ είναι όμοια.
- β) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση $(\Sigma\text{Α})^2 = (\Sigma\text{Β}) \cdot (\Sigma\Gamma)$.
- γ) Αν από το σημείο Λ φέρουμε την $\Lambda\Delta$ κάθετη στην $\text{Β}\Gamma$ (Δ σημείο της $\text{Β}\Gamma$) να δείξετε ότι $(\text{Α}\Gamma)^2 = (\Gamma\Delta) \cdot (\text{Β}\Gamma)$.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσικάρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου (3-ωρο)

ΩΡΑ: 7:45

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Δευτέρα 23/ 5 /2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Μόνο τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- 2) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 3) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- 4) Τα σχήματα των ασκήσεων μεταφέρονται στα φύλλα των λύσεών σας.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.****1)** Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις, αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας:

1) $\sqrt[5]{2} \cdot \sqrt[5]{16}$

2) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

2) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε:

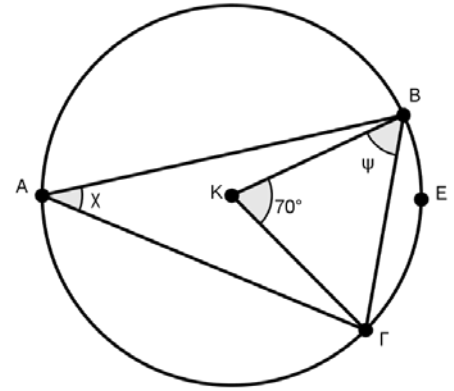
- 1) τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$.
- 2) το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$.

3) Δίνονται οι γωνίες $\omega = 240^0$ και $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ σε κανονική θέση.

- 1) Να βρείτε το τεταρτημόριο στο οποίο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας ω καθώς και το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών $\eta\mu\omega$, $\sigma\tau\epsilon\mu\omega$ και $\sigma\varphi\omega$.
- 2) Να εκφράσετε τη γωνία φ σε μοίρες και να βρείτε το πρόσημο της $\tau\epsilon\mu\varphi$.

4) Να λύσετε την ανίσωση: $(\chi + 2)(3 - \chi) \geq 0$.

5) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (K, ρ) και τα σημεία του A, B, Γ, E . Εάν $\widehat{B\hat{K}\Gamma} = 70^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες χ και ψ , καθώς και το μέτρο του τόξου $\widehat{B\Gamma}$ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.



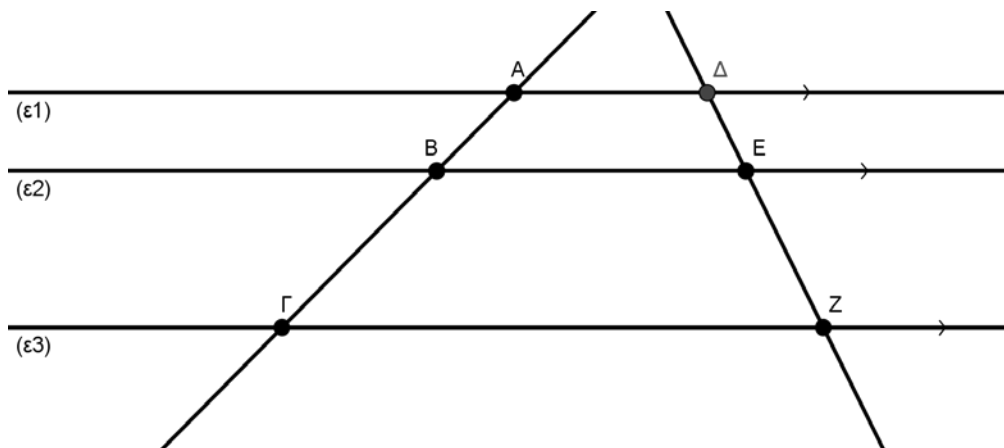
6) Αν η εξίσωση $2\chi^2 - 8\chi + 5 = 0$ έχει ρίζες χ_1, χ_2 να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

1) $\chi_1 + \chi_2$

2) $5\chi_1 - 4\chi_1\chi_2 + 5\chi_2$

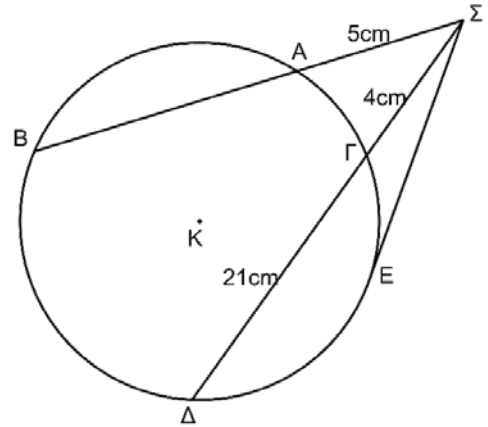
3) $\frac{3}{\chi_1} + \frac{3}{\chi_2}$

7) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$ και τα ευθύγραμμα τμήματα $AG = 24cm$, $DE = 6cm$ και $EZ = 10cm$. Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων AB και $B\Gamma$.



8) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi + \psi = 2 \\ \chi\psi = -3 \end{cases}$$

- 9) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (K, R) . Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρνουμε τις τέμνουσες ΣAB , $\Sigma \Gamma \Delta$ και την εφαπτομένη ΣE . Εάν επιπλέον $\Sigma A = 5\text{cm}$, $\Sigma \Gamma = 4\text{cm}$ και $\Gamma \Delta = 21\text{cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων AB και ΣE .

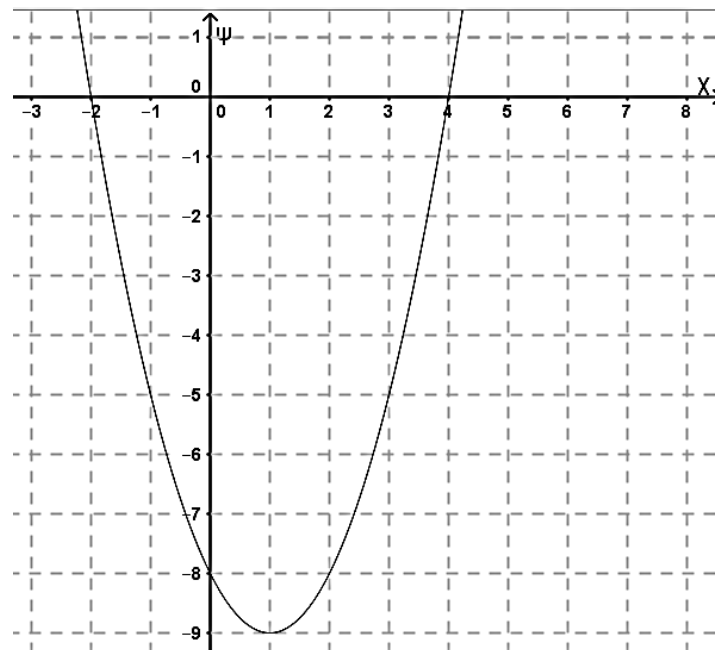


- 10) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\mu^2 \chi = 4\mu \chi + \mu^2 - \mu - 3\chi$ για τις διάφορες τιμές του $\mu \in R$.

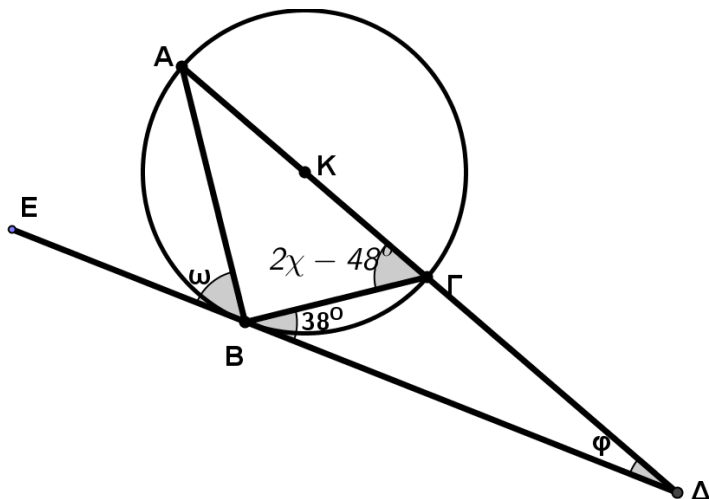
ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Δίνονται οι παρατηρήσεις: 1, 3, 3, 8, 6, 4, 7, 7, 4, 7. Να υπολογίσετε:
- 1) την επικρατούσα τιμή χ_ϵ των παρατηρήσεων.
 - 2) τη διάμεσο τιμή χ_δ των παρατηρήσεων.
 - 3) τη μέση τιμή $\bar{\chi}$ των παρατηρήσεων.
 - 4) την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

- 2) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης,
 $f(\chi) = \alpha \chi^2 + \beta \chi + \gamma$, $\alpha \neq 0$.
Να βρείτε:
- 1) Το πρόσημο του α .
 - 2) Την τιμή του γ .
 - 3) Τις ρίζες της εξίσωσης $f(\chi) = 0$.
 - 4) το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(\chi)$.
 - 5) τις τιμές του χ για τις οποίες ισχύει $f(\chi) \leq 0$.



- 3) Στο πιο κάτω σχήμα οι κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι σημεία του κύκλου (K, ρ) έτσι ώστε η $A\Gamma$ να είναι διάμετρος. Η εφαπτομένη BE του κύκλου τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ . Εάν επιπλέον $\angle \Gamma B \Delta = 38^\circ$ και $\angle A \hat{B} = 2\chi - 48^\circ$, να υπολογίσετε:
- 1) τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$ και την τιμή του χ .
 - 2) τις γωνίες φ και ω .



- 4) Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + (\mu - 3)\chi + 3 - 2\mu = 0$ με ρίζες χ_1 και χ_2 . Να βρείτε στην κάθε περίπτωση τις τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε:
- 1) η εξίσωση να έχει ρίζα τον αριθμό -2 .
 - 2) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες.
 - 3) $\chi_1^2 \chi_2 + \chi_1 \chi_2^2 = 0$
 - 4) η εξίσωση να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.
- 5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) . Να φέρετε τη διχοτόμο $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$, η οποία τέμνει τον κύκλο στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:
- 1) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια.
 - 2) $(AB)(A\Gamma) = (A\Delta)(AE)$.
 - 3) $(EB)^2 = (EA)(ED)$.

Ο Διευθύνων

Γιώργος Ιωαννίδης