

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2016****Τάξη:** Β' Λυκείου**Μάθημα:** Μαθηματικά Κοινού Κορμού**Ημερομηνία:** 19/05/2016**Διάρκεια εξέτασης:** 2,5 ώρες**Ονοματεπώνυμο:** **Τμήμα:****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
- (β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- (γ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- (δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (ε) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους αυτού.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Η διάμετρος ενός κύκλου είναι 8 cm. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του.
2. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €35000 αν τοκιστούν με επιτόκιο 4% για 2 χρόνια.
3. Δίνεται η Αριθμητική Πρόοδος 3,9, x , y , Να υπολογίσετε:
 - (α) την διαφορά της
 - (β) τις τιμές των x και y
 - (γ) τον εικοστό πέμπτο όρο της (a_{25})
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - (α) $25 = 5^{3x-1}$
 - (β) $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{x-5}$
5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ για το οποίο ισχύουν $\alpha = \sqrt{3}$ cm, $\beta = \sqrt{2}$ cm και $\hat{A} = 120^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες του.

6. Να αποδείξετε τις ισότητες (με τη χρήση ιδιοτήτων των λογαρίθμων).

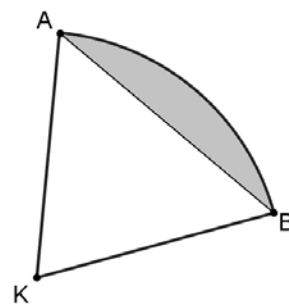
$$(α) \frac{\log 3 + \log 27}{\log 18 - \log 2} = 2 \quad (β) \frac{\log_5 125 + \log_4 \frac{1}{16}}{\log_3 27 - 2\log_4 \sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

7. Σε Αριθμητική Πρόοδο ο ένατος όρος είναι κατά 20 μεγαλύτερος από τον τέταρτο και το άθροισμα του δεύτερου με τον πέμπτο ισούται με 42.

(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

(β) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 1475.

8. Στο σχήμα δίνεται κυκλικός τομέας που ανήκει σε κύκλο με κέντρο K και ακτίνα 7cm. Αν $\hat{AKB} = 60^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



9. Να λύσετε την εξίσωση $2^{2x+1} - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$.

10. Μια έπαυλη αξίας €370000 πωλήθηκε με έκπτωση 20%. Στη συνέχεια οι αγοραστές έκαναν έξοδα ανακαίνισης ύψους €14000 και την πούλησαν με κέρδος 10% πάνω στο συνολικό κόστος. Να βρείτε την τελική τιμή πώλησης της έπαυλης.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους αυτού.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

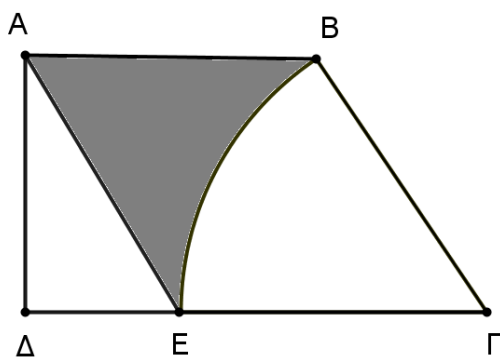
1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log^2 x - 4\log x - 5 = 0$

(β) Να βρείτε το x έτσι ώστε οι αριθμοί $\log x$, $\frac{1}{2}$, $\log(x-3)$ να αποτελούν διαδοχικούς όρους

Αριθμητικής Προόδου.

2. Κάποιος κατάθεσε τα $\frac{2}{5}$ ενός κεφαλαίου προς 3% για 2 χρόνια και το υπόλοιπο κεφάλαιο προς 4% για 3 χρόνια και 9 μήνες. Πήρε συνολικό τόκο €855. Να βρείτε το κεφάλαιο.
3. (α) Αν σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $a = \beta$ να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση $\gamma^2 = 2a^2(1 - \sigma\upsilon\nu\Gamma)$.
- (β) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $E = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\beta = 8 \text{ cm}$ και $\gamma = 6 \text{ cm}$. Να βρείτε:
- 1) τη γωνία A ($\hat{A} < 90^\circ$)
 - 2) την πλευρά a .
4. Σε απολύτως Φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο το άθροισμα των άπειρων όρων της ισούται με $\frac{9}{2}$ και η διαφορά του δεύτερου από τον πρώτο όρο είναι 8. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
5. Στο σχήμα δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$. Με κέντρο το Γ και με ακτίνα $B\Gamma$ γράφουμε κυκλικό τομέα γωνίας 60° ($\hat{\Gamma} = 60^\circ$). Αν $AB = B\Gamma = 10 \text{ cm}$:
- (α) Να δείξετε ότι $A\Delta = 5\sqrt{3} \text{ cm}$.
 - (β) Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



Ο Διευθυντής

Γ. Χρυσοστόμου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κοινού Κορμού**

ΤΑΞΗ: **Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: **2,5 ΩΡΕΣ**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **26 ΜΑΪΟΥ 2016**

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Δίνεται η πρόοδος 3, 7, 11, Να βρείτε:
 α) Το είδος της προόδου.
 β) Να βρείτε τον 28^ο όρο της προόδου.
- Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €2400 τοκίζόμενο με απλό τόκο προς 3% για 8 χρόνια.
- Το μήκος ενός κύκλου είναι 12π cm. Να βρείτε:
 α) την ακτίνα του.
 β) το εμβαδόν του.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
 α) $5^{x-2} = 125$
 β) $\log_3(2x+5) = 2$
- Σε ένα αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:200, το μήκος ενός ορθογώνιου υπόγειου χώρου στάθμευσης είναι 5cm και το πλάτος του 3cm. Να βρείτε το πραγματικό εμβαδόν του υπόγειου χώρου στάθμευσης.

6. Ο Βίκτωρας πούλησε το αυτοκίνητο του με κέρδος 35% πάνω στην αξία του και είσπραξε €27000. Ποια ήταν η αξία του αυτοκινήτου;
7. Να λυθεί η εξίσωση $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$.
8. Δίνεται φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος με λόγο $\lambda = \frac{1}{3}$. Αν ο τρίτος όρος της ισούται με 6, να βρείτε:
α) τον πρώτο όρο της και
β) Σ_{∞}
9. Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ είναι $12\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Αν $\alpha = 6 \text{ cm}$ και $\gamma = 8 \text{ cm}$, να υπολογίσετε τη γωνία B ($\hat{B} < 90^\circ$) και την πλευρά β.
10. Οι αριθμοί $\log \frac{1}{x+1}$, $\log \sqrt{5x}$, 2 είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου (Α.Π.).
α) Να βρείτε τη τιμή του x .
β) Να δείξετε ότι η διαφορά της Α.Π. είναι $\delta = 1 + \log \sqrt{5}$.

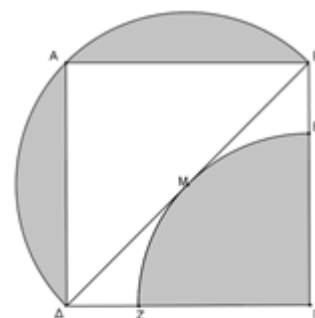
ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του 7^{ου} και του 10^{ου} όρου της είναι ίσο με 49 και ο 9^{ος} όρος της είναι κατά 15 μεγαλύτερος από τον 4^{ον} όρο της.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
β) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε ώστε το άθροισμα τους να είναι ίσο με 345.
2. Η Ελευθερία κατάθεσε στην τράπεζα Κύπρου τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων της με επιτόκιο 4% για 2 χρόνια και τα υπόλοιπα στο Συνεργατικό Ταμιευτήριο προς 5% για 3 χρόνια. Αν ο τόκος που πήρε από την τράπεζα Κύπρου είναι κατά 40 ευρώ περισσότερος από τον τόκο που πήρε από το Συνεργατικό Ταμιευτήριο να βρείτε πόσο ήταν συνολικά το κεφάλαιο της Ελευθερίας.
3. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

4. Ένας επιπλοποιός έκανε εισαγωγή ξυλείας αξίας €15.000 και πλήρωσε φόρους 20% πάνω στην αξία της ξυλείας. Με τη ξυλεία που εισήγαγε κατασκεύασε 60 ερμάρια και έκανε κατασκευαστικά έξοδα 15% πάνω στο συνολικό κόστος της ξυλείας. Να βρείτε:
- α) Πόσα του κόστισε το κάθε ερμάρι;
- β) Πόσα πρέπει να πωλεί το κάθε ερμάρι, για να έχει κέρδος 65%;
- γ) Πόσα θα κοστίσει στον καταναλωτή ένα ερμάρι, αν θα πληρώσει και 19% Φ.Π.Α.;

5. Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με πλευρά 12cm και Μ είναι το μέσο της διαγωνίου ΒΔ. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο Διευθυντής

.....

Ορφανίδης Ιωάννης

Εισηγήτρια

Η Συντονίστρια:

Ο Διευθυντής:

.....

Ερωτοκρίτου Χριστιάνα

.....

Ηρακλέους Αναστασία (Β.Δ.)

.....

Ορφανίδης Ιωάννης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18 /05/2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μπλε ή μαύρης πέννας (τα σχήματα με μολύβι).
β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση κινητού τηλεφώνου.
δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Δίνεται η πρόοδος 10, 16, 22, 28, ... Να βρείτε:
(α) Το είδος της προόδου (να το δικαιολογήσετε).
(β) Τον 51^{ον} όρο της.
- Η περίμετρος ενός κύκλου είναι ίση με 14πcm .
Να υπολογίσετε: α) Την ακτίνα του κύκλου.
β) Το εμβαδόν του κύκλου.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $4^{x-1} = 8^x$
β) $\log_x 8 = 3$
- Αν η απόσταση της πόλης Α από την πόλη Β είναι 40km , να βρείτε την απόσταση των δυο πόλεων (σε cm) σε χάρτη κλίμακας 1:1000000
- Να δείξετε ότι : $\frac{\log 4 + 3\log 2}{\log 12 - \log 6} = 5$
- Δίνεται φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο $a_1 = 18$ και τέταρτο όρο $a_4 = \frac{2}{3}$.
α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο .
β) Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της.

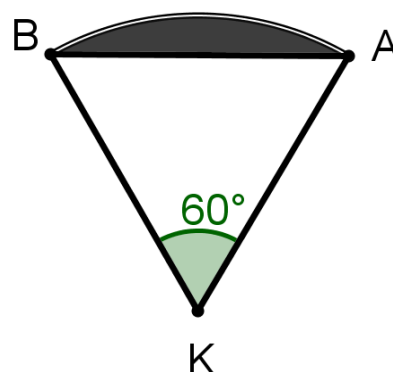
7. Αν τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρές $a = 6\text{ cm}$, $\gamma = 3\text{ cm}$ και γωνία $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ Να βρείτε:

- α) Τις γωνίες του $\hat{A}$ και $\hat{B}$.
- β) Την πλευρά του β .
- γ) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

8. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \sin \Gamma - \gamma \sin B = \alpha$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

9. Το μήκος τόξου AB με επίκεντρη γωνία 60° είναι ίσο με $2\pi\text{ cm}$.

- α) Να βρείτε το εμβαδό του σκιασμένου χωρίου.
- β) Να βρείτε την περίμετρο του σκιασμένου χωρίου.



10. Μια εταιρεία αγόρασε ένα σπίτι για το οποίο πλήρωσε 18% Φ.Π.Α και επιπλέον €1000 διάφορα άλλα έξοδα. Σε ένα χρόνο αποφάσισε να το πουλήσει με ζημιά 8% στο συνολικό του κόστος και εισέπραξε €272320. Να βρείτε την αρχική τιμή αγοράς του σπιτιού.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

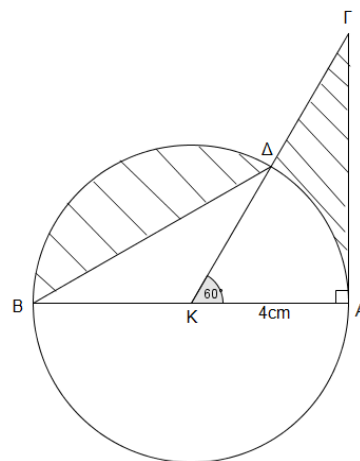
1. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει:

- (α) $2\alpha\beta\sin\Gamma + 2\beta\gamma\sin A + 2\alpha\gamma\sin B = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$
- (β) $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 4\text{Εσφ}A$

2. Να λύσετε τις εξισώσεις :

- α) $\log(x-2) + 1 = \log 2 + \log(x+2)$
- β) $9^x - 18 \cdot 3^{x-1} - 27 = 0$

3. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της είναι ίσο με 20 και ο έβδομος όρος της είναι τριπλάσιος του δευτέρου όρου της.
 α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 β) Να βρείτε πόσους όρους της Αριθμητικής προόδου πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 120.
4. Κάποιος τόκισε τα $\frac{4}{10}$ ενός κεφαλαίου προς 2%, το $\frac{1}{2}$ του κεφαλαίου προς 2,5% και το υπόλοιπο του κεφαλαίου προς 1,5%. Σε δύο χρόνια πήρε συνολικούς τόκους €2200.
 α) Να βρείτε το αρχικό κεφάλαιο.
 β) Το κεφάλαιο και τους τόκους θα τα μοιράσει στα τρία παιδιά του, ανάλογα με τις ηλικίες τους. Να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει το κάθε παιδί, αν τα παιδιά του έχουν ηλικίες 13, 17 και 20 .
5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται η ακτίνα κύκλου $R = 4\text{cm}$, $AG \perp AB$ και γωνία $\hat{\Delta K A} = 60^\circ$.
 Να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Θεοφάνους Μαρία

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά κοινού κορμού

ΤΑΞΗ: Β' κκ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/5/2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 7:45

Οδηγίες:

- 1) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 2) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- 4) Κατοχή κινητού τηλεφώνου = δολίευση

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις σελίδες

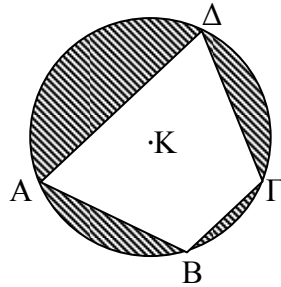
Μέρος Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος 6,3,0,-3,...
Να βρείτε:
 - 1) το είδος της προόδου,
 - 2) τον εικοστό πέμπτο όρο της προόδου.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - 1) $3^x = 27^{x-1}$
 - 2) $\log_5 125 = x$
3. Αν η αξία ενός πουκαμίσου είναι €50, να υπολογίσετε πόσα στοιχίζει, αν το Φ.Π.Α είναι 19%.
4. Δίνεται κύκλος με εμβαδόν $64\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε την ακτίνα και το μήκος του.
5. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €4000, αν τοκιστούν προς 6% για 2 χρόνια και 5 μήνες.
6. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\log_4 16 + \log_2 0,1}{\log_6 1 + \log_5 25} = \frac{1}{2}$
7. Αν $x-2$, x , $x+3$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου (Γ.Π).
Να βρείτε:
 - 1) την τιμή του x .
 - 2) τον λόγο της Γ.Π.
8. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $a\eta\mu A + b\eta\mu B = 2R\eta\mu^2 \Gamma$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

9. Δίνεται φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος (Γ.Π) που έχει άθροισμα απείρων όρων $\sum_{\infty} = \frac{1}{2}$ και δεύτερο όρο $\alpha_2 = \frac{1}{9}$. Να σχηματίσετε την πρόοδο, αν ισχύει $0 < \lambda < \frac{1}{2}$.

10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (Κ,Ρ) με $R=10\text{cm}$ και εγγεγραμμένο τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Στην περιφέρειά του παίρνουμε τόξα $AB = \Gamma\Delta = 90^\circ$ και $B\Gamma = 60^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του ΑΒΓΔ και το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



Μέρος Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και πέμπτου όρου της είναι 20 και το άθροισμα του τρίτου και του έβδομου είναι 26.

- 1) Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε τον 25° όρο της.
- 2) Να βρείτε το πλήθος των όρων που πρέπει να προσθέσουμε για να πάρουμε άθροισμα 672.

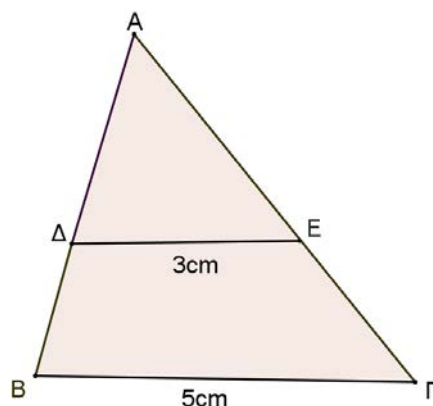
2. Εργολάβος οικοδομών κτίζει διαμερίσματα που στοιχίζουν €70 000 το ένα και τα πωλεί με κέρδος 30% πάνω στην τιμή κόστους. Ένα διαμέρισμα το πώλησε σε συγγενή του, κάνοντάς του έκπτωση 15% πάνω στην τιμή πώλησης.

Να βρείτε:

- 1) πόσα πουλήθηκε το διαμέρισμα στο συγγενή του;
- 2) ποιο είναι το τελικό ποσοστό κέρδους του εργολάβου πάνω στην τιμή κόστους;

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι παράλληλες πλευρές ($\Delta E // B\Gamma$) με $\Delta E = 3\text{cm}$ και $B\Gamma = 5\text{cm}$.

- 1) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΕ και ΑΒΓ είναι όμοια.
- 2) Αν η περίμετρος του τριγώνου ΑΒΓ είναι 15 cm, να βρείτε την περίμετρο του τριγώνου ΑΔΕ.
- 3) Αν το τρίγωνο ΑΔΕ έχει εμβαδόν 9cm^2 , να υπολογίσετε το πραγματικό εμβαδόν του τραπεζίου ΒΔΕΓ, με κλίμακα 1:100 σε m^2 .

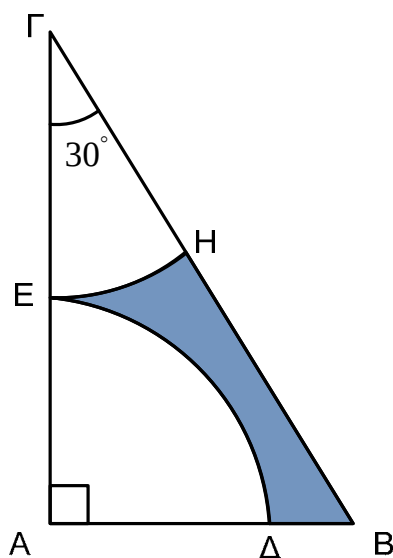


4. Να λύσετε την εξίσωση $4^x - 12 \cdot 2^x + 32 = 0$

1) Αν οι τιμές 2 και 3 είναι ρίζες της πιο πάνω εξίσωσης και αποτελούν τις δύο πλευρές τριγώνου ΑΒΓ με περιεχόμενη γωνία 30° , να βρείτε το εμβαδόν του.

2) Να δείξετε ότι η τρίτη πλευρά του τριγώνου είναι ίση με $\sqrt{13 - 6\sqrt{3}}$.

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν $B\Gamma = 8\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και σημείο Δ της ΑΒ με $\Gamma\Delta = 2\sqrt{3}\text{cm}$, όπου Ε σημείο της ΑΓ. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



ΤΕΛΟΣ

Η Διευθύντρια

.....
Δρ Αντωνία Λοΐζου

Διδάσκοντες

Γαβριήλ Γαβριήλ
Γιάννης Χρίστου
Ιωάννα Σωκράτους
Χριστιάνα Αντωνίου
Χριστόδουλος Χριστοδούλου
Χρυστάλλα Ζερζελίδου

Η Συντονίστρια

Χρυσούλα Χατζηχρίστου (Β.Δ.Α.)

Η Διευθύντρια

Δρ Αντωνία Λοΐζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' – Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2½ ώρες

Ονοματεπώνυμο: _____ Βαθμός: _____

Τμήμα: _____ Αριθμός: _____ Βαθμός ολογράφως: _____

Υπογραφή καθηγητή: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- (α) Να γράψετε μόνο με **μπλε** μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- (β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (γ) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία διαδικασία.
- (δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από (08) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Κύκλος έχει ακτίνα 6 cm. Να βρείτε την περίμετρό του.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $3^{2x+1} = 27$

β) $\log_x 16 = 4$

3. Αν οι αριθμοί $x+1$, $2x+1$, $4x-3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής πρόοδου, να υπολογίσετε την τιμή του x .

4. Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{3}{4}$. Να βρείτε:

α) τον λόγο των περιμέτρων τους,

β) τον λόγο των εμβαδών τους.

5. Ένας έμπορος εισήγαγε αυτοκίνητο αξίας €12500 με έξοδα μεταφοράς €500. Αν θέλει το πουλήσει με κέρδος 12% να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου.

6. Να βρείτε τον αριθμό των πλευρών του κανονικού πολυγώνου με γωνία 140° και ακολούθως να βρείτε την κεντρική του γωνία.

7. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots$

8. Σε αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:200 το εμβαδόν ενός δωματίου είναι 6cm^2 . Να υπολογίσετε το πραγματικό εμβαδόν του δωματίου σε m^2 .

9. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x + 6 \cdot 2^{x+1} - 64 = 0$

10. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

$$E = \frac{\beta^2 \eta_{\mu A} \cdot \eta_{\mu \Gamma}}{2 \eta_{\mu B}}$$

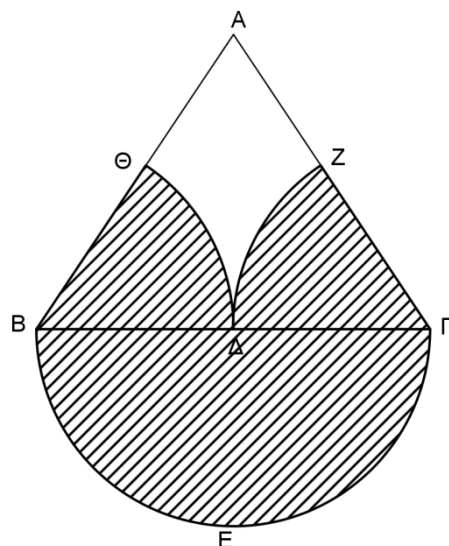
ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ο πέμπτος όρος γεωμετρικής πρόοδου είναι 32 και ο όγδοος όρος της είναι 256.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο,
β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της.

2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\beta = 3 \text{ cm}$, $\gamma = 3\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.
Αν $\hat{B} < 90^\circ$,
α) να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ,
β) να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

3. Το $AB\Gamma$ είναι ισοπλευρο τρίγωνο πλευράς 12 cm και Δ το μέσον της $B\Gamma$. Το ημικύκλιο $BE\Gamma$ γράφτηκε με κέντρο Δ και ακτίνα $B\Delta$ ενώ τα τόξα $\Delta\Theta$ και ΔZ γράφτηκαν με κέντρα B και Γ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



4. α) Να λύσετε την εξίσωση: $\log \chi + \log(\chi - 3) = 1$.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 4 + 8 + 12 + \dots + 96$.

γ) Αν χ είναι η λύση της εξίσωσης του ερωτήματος α) και Σ το άθροισμα του ερωτήματος β) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\frac{\log_{\Sigma} 1 + \log_{\chi} 25}{\log \Sigma - \log 12}$$

5. Κάποιος κληρονόμησε €250000 και επένδυσε αυτά τα χρήματα ως εξής:
- i) τόκισε τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων του προς 4% με απλό τόκο,
 - ii) αγόρασε ένα χωράφι αξίας €90000 και
 - ii) επένδυσε τα υπόλοιπα χρήματά του αγοράζοντας μετοχές.
- Μετά από 5 χρόνια απέσυρε τα χρήματα από την τράπεζα, μαζί με τους τόκους, πώλησε το χωράφι για €124000 και πώλησε τις μετοχές με ζημιά 15%. Να υπολογίσετε:
- α) το συνολικό ποσόν που εισέπραξε,
 - β) το συνολικό ποσοστό κέρδους από τις επενδύσεις που έκανε.

Οι διδάσκοντες

Χειμώνας Ανδρέας

Τοφή Φρύνη

Αλεξάνδρου Χρυστάλλα

Ευαγγελίδου Αναστασία

Η διευθύντρια

Έλση Μαργνερίδου

Ο Συντονιστής

Χειμώνας Ανδρέας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Τάξη: Β΄ Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 ΜΑΪΟΥ 2016

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2:30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 - Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
 - Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄:Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος 2, 5, 8, 11, Να βρείτε:

- α) Το είδος της προόδου.
- β) Τον δέκατο όρο της προόδου.

2. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 16π cm. Να βρείτε:

- α) Την ακτίνα του κύκλου.
- β) Το εμβαδόν του κύκλου.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $3^{2x+4} = 27$

β) $\log_2(3x-5) = 4$

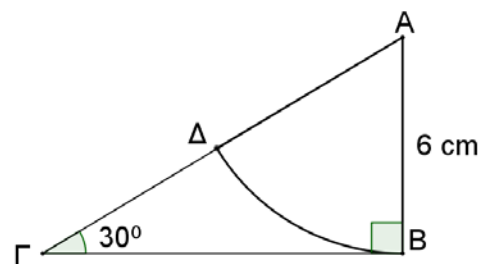
4. Ένα όχημα αγοράστηκε στην τιμή των €16660. Αν σε αυτή την τιμή συμπεριλαμβάνεται Φ.Π.Α. με συντελεστή 19%, να υπολογίσετε την αρχική αξία του οχήματος.

5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $a = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 120^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.6. Σε γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος της είναι 81 και ο έκτος όρος της είναι $\frac{32}{3}$. Να βρείτε:

- α) το λόγο της
- β) το άθροισμα των άπειρων όρων της.

7. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\log_3 9\alpha - \log_3 \alpha}{2\log_\beta \sqrt{\beta} + \log_\beta 0,1 + \log_\beta 10} = 2$, $\alpha, \beta > 0$ και $\beta \neq 1$
8. Ένα κεφάλαιο τοκίζεται με απλό τόκο για 3 χρόνια ως εξής: τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου προς 2%, και το υπόλοιπο μέρος του κεφαλαίου προς 1.5%. Αν ο συνολικός τόκος που θα αποδώσει το κεφάλαιο είναι €270, να βρείτε το κεφάλαιο.

9. Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $AB = 6$ cm και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Με κέντρο το A και ακτίνα το ύψος AB του τριγώνου, γράφεται τόξο BΔ μέσα στο τρίγωνο. Να βρείτε την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου BΓΔ.



10. Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\alpha \sin B - \beta \sin A = 2R \eta \mu \Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο. Αν επιπλέον $E = \frac{\beta^2}{2}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι και ισοσκελές.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

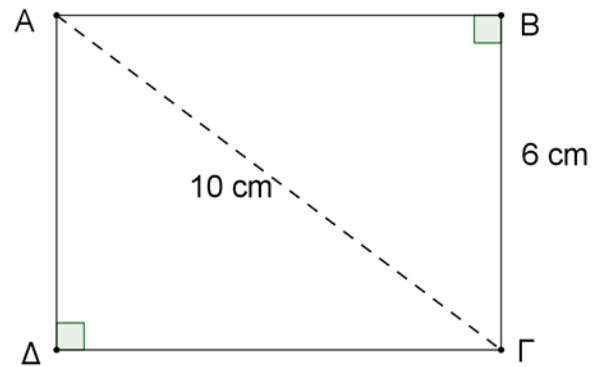
1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log(\chi - 3) + \log(\chi - 2) = 1 - \log 5$

β) $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

2. Εισαγωγέας αγόρασε από εργοστάσιο 50 ηλεκτρονικούς υπολογιστές και πλήρωσε €20000. Πλήρωσε επιπλέον 25% της αξίας τους για έξοδα μεταφοράς. Ο εισαγωγέας πωλεί τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές με κέρδος 20% επί του συνολικού κόστους. Να υπολογίσετε πόσα πρέπει να πωλεί τον κάθε ηλεκτρονικό υπολογιστή αν στη τιμή πώλησης συμπεριλαμβάνεται 19% Φ.Π.Α.

3. Το διπλανό σχήμα παρουσιάζει, σε ένα χάρτη του κτηματολογίου, ένα κτήμα σε σχήμα ορθογωνίου με $B\Gamma = 6 \text{ cm}$ και $A\Gamma = 10 \text{ cm}$. Ο χάρτης είναι υπό κλίμακα 1:1500.



α) Να βρείτε τις πραγματικές διαστάσεις και το πραγματικό εμβαδόν του ορθογωνίου.

β) Το κτήμα είναι κληρονομιά σε 3 αδέρφια, τον Γιώργο, Ανδρέα και Κώστα ανάλογα με τους αριθμούς 2, 3, 4 αντίστοιχα. Να βρείτε πόσα θα πάρει ο καθένας από τους τρεις κληρονόμους, αν το κτήμα πωληθεί προς €10 το τετραγωνικό μέτρο.

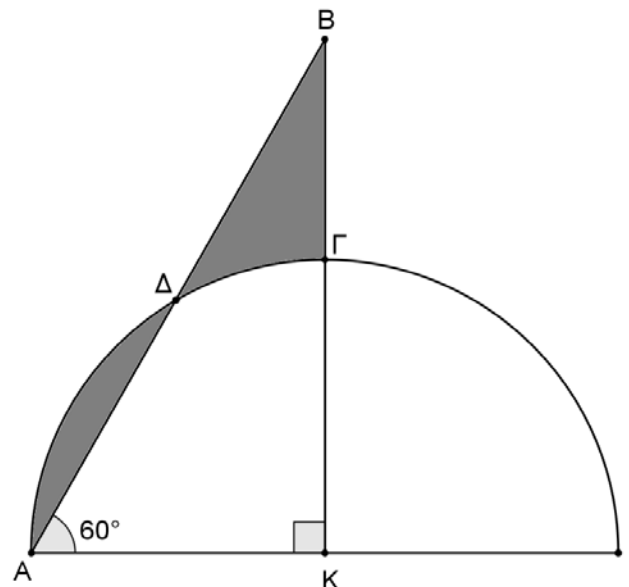
4. Οι αριθμοί $\chi - 3$, $2\chi + 1$, $\chi + 9$ αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους μιας αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί $3\chi + 2$, ψ , $\psi - \chi$ αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους μιας γεωμετρικής προόδου.

α) Να βρείτε τις τιμές των χ και ψ .

β) Να σχηματίσετε τις δύο προόδους (4 πρώτοι όροι).

γ) Αν $\chi = 2$, να βρείτε το πλήθος των n πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου που δίνουν άθροισμα ίσο με 160.

5. Στο διπλανό σχήμα το K είναι το κέντρο ημικυκλίου με ακτίνα $AK = 4 \text{ cm}$ και οι γωνίες $\hat{A}KB = 90^\circ$ και $\hat{B}AK = 60^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Ο Διευθυντής

Νεόφυτος Παπαϊωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά Κοινού Κορμού**ΤΑΞΗ:** Β' Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 31/05/16**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρες**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
- (γ) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- (δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1. α) Ποιο κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνιά $K_v = 30^\circ$;
β) Να υπολογίσετε τη γωνία κανονικού δεκαγώνου.
- A2. Δίνεται κύκλος με διάμετρο 20cm. Να βρείτε:
α) το μήκος του κύκλου,
β) το εμβαδόν του κύκλου.
- A3. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $2^{x+1} = 16$
β) $\log_5 x = 2$
- A4. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 4,7,10,13,... . Να βρείτε:
α) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της,
β) τον εικοστό πέμπτο όρο της.
- A5. Τηλεόραση πωλήθηκε την περίοδο των εκπτώσεων προς €360. Αν η έκπτωση ήταν 20%, να βρείτε την αρχική τιμή της.

- A6. Οι ομόλογες πλευρές δύο όμοιων πολυγώνων είναι 12 cm και 8 cm. Η περίμετρος του ενός είναι 17 cm μεγαλύτερη από την περίμετρο του άλλου. Να βρείτε τις περιμέτρους των δύο πολυγώνων.
- A7. Μεταξύ των αριθμών 5 και 160 να παρεμβάλετε 4 αριθμούς ώστε όλοι μαζί να σχηματίζουν γεωμετρική πρόοδο.
- A8. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να αποδείξετε ότι:
- $$\frac{2\log 3 - \frac{1}{2}\log 36 + \log 6}{\log 12 - \log 4} = 2$$
- A9. Να βρείτε το επιτόκιο με το οποίο τοκίστηκαν €740 για 3 χρόνια και 4 μήνες και έγιναν μαζί με τους τόκους €814.
- A10. Δίνεται κύκλος με ακτίνα 6 cm και γωνία $\hat{A}KB = 120^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου τμήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του έβδομου και του δέκατου όρου είναι ίσο με 49, ενώ ο ένατος όρος είναι κατά δεκαπέντε μεγαλύτερος από τον τέταρτο όρο. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα των δεκαέξι πρώτων όρων της.

B2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

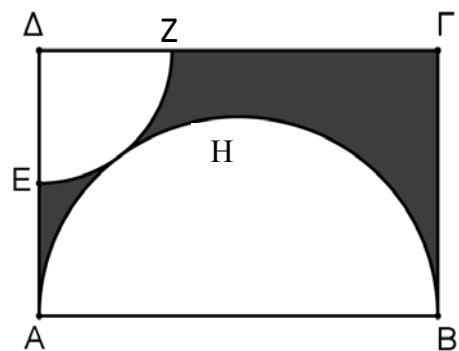
α) $\log(x-3) + \log(x+1) = \log 12$

β) $4^x - 2 \cdot 2^x - 8 = 0$

B3. Ο κ. Αντρέας έχει €50000. Ξόδεψε το 20% για επιδιορθώσεις του σπιτιού του και τα υπόλοιπα τα τόκισε με απλό τόκο για 2 χρόνια με επιτόκιο 4%. Τον τόκο που πήρε τον μοίρασε στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 5, 11 και 16 χρονών. Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε το κάθε παιδί.

B4. α) Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ, αν $\beta = 4\text{cm}$, $\gamma = 2\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$.
β) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\alpha \sin B - \beta \sin A = \gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

B5. Στο διπλανό σχήμα το ABΓΔ είναι ορθογώνιο. Το ημικύκλιο AHB έχει ακτίνα 3cm, το τεταρτοκύκλιο ΕΔΖ έχει ακτίνα 2cm και Ε είναι το μέσο του ΑΔ. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



Οι Εισηγητές

.....
Κωνσταντίνου Λοΐζος

.....
Μιχαήλ Μύρια

.....
Ματθαίου Αφροδίτη

Η Συντονίστρια Β.Δ.

.....
Πολυκάρπου Ελευθερία

Ο Διευθυντής

.....
Φλουρής Σωτήρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ κ.κ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 4, 8, 12,... Να υπολογίσετε:

- α. τη διαφορά της,
- β. τον εικοστό όρο της.

A2. Κατά την διάρκεια των εκπτώσεων ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής αξίας 700 ευρώ πωλήθηκε με έκπτωση 20 % πάνω στην αξία του. Πόσα πωλήθηκε;

A3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

- i. $2^{3x-1} = 32$
- ii. $\log_3(x + 5) = 2$.

A4. Ο λόγος ομοιότητας δυο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{2}{5}$ και η περίμετρος του μεγαλύτερου είναι 75cm. Να βρείτε την περίμετρο του άλλου πολυγώνου.

A5. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρές $\beta = 2\text{ cm}$, $\gamma = 2\sqrt{3}\text{ cm}$ γωνία $\hat{A} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.

A6. Να βρείτε το x έτσι ώστε οι αριθμοί $\log \frac{1}{x+1}$, $\log \sqrt{5x}$, 2 να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

A7. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν οι σχέσεις:

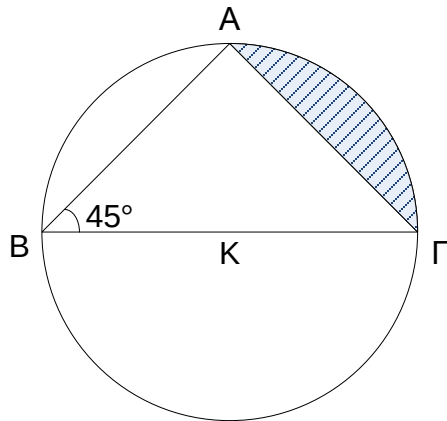
i. $8R^2 \sin A \cdot \eta\mu B \cdot \eta\mu \Gamma = \beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2$

ii. $E = \frac{a^2 \eta\mu B \eta\mu \Gamma}{2\eta\mu A}$

A8. Ο κύριος Ανδρέου κέρδισε στο ΛΟΤΤΟ €100 000. Τόκισε €60000 σε τράπεζα με επιτόκιο 8% και επένδυσε τα υπόλοιπα χρήματα του στο χρηματιστήριο. Μετά από 5 χρόνια απέσυρε τα χρήματά του από την τράπεζα μαζί με τους τόκους και εξαργύρωσε τις μετοχές του από το χρηματιστήριο και εισέπραξε συνολικά €122 000. Να υπολογίσετε αν κέρδισε ή ζημίωσε και πόσα % από την επένδυση του στο χρηματιστήριο.

A9. Σε φθίνουσα Γ.Π το άθροισμα του πρώτου και του δεύτερου όρου της είναι ίσο με 12 και το άθροισμα του τέταρτου και του πέμπτου όρου της είναι ίσο με $-\frac{4}{9}$. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της.

A10. Σε κύκλο (K, R) εγγράφουμε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 45^\circ$ και $A\Gamma = 5\sqrt{2} \text{ cm}$, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος.



ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Εστω ότι οι αριθμοί $\alpha = x - 3$, $\beta = 2x + 1$ και $\gamma = 2x + 3$ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π. Αν ο α είναι ο $3^{\text{ος}}$ όρος της προόδου αυτής, να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha_1 + \alpha_4 + \alpha_7 + \dots + \alpha_{37}$

B2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

i. $\log x - \frac{2}{\log x} = 1$

ii. $4^{x+2} - 9 \cdot 2^{x+2} + 8 = 0$

B3. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 3 χρόνια ως εξής:

Τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου προς 5% και το υπόλοιπο προς 4%. Να βρείτε το κεφάλαιο αν στο τέλος της τριετίας εισέπραξε συνολικά τόκο € 1320.

B4. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται ότι: $\frac{\alpha}{\beta+\gamma} + \frac{\beta}{\alpha+\gamma} = 1$.

i. Να δείξετε ότι $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.

ii. Αν επιπλέον $\alpha = 2\text{cm}$ και $\beta = 4\text{cm}$, να υπολογίσετε την πλευρά γ καθώς και τις υπόλοιπες γωνιές του τριγώνου.

B5. Δίνονται κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) όπου $R = 3\rho$ οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο Γ .

Η AB είναι η κοινή εξωτερική τους εφαπτομένη. Αν $AN \perp AK$ να δείξετε ότι $AB = 2\sqrt{3}\rho$ και να βρείτε το εμβαδόν και τη περίμετρο του μiktόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$ αν $\rho = 2\text{cm}$.

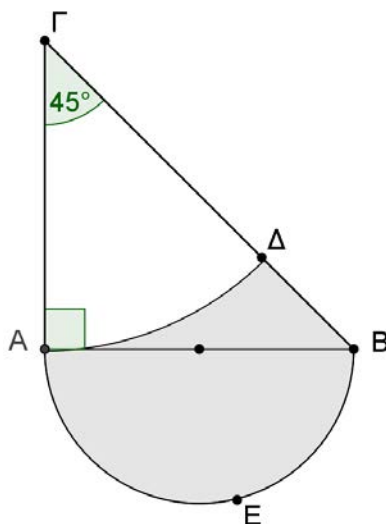
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 01 / 06 / 2016****ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ****ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες****ΑΡ. ΣΕΛΙΔΩΝ: 3**

-
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνονται καθαρά τα βήματα επίλυσης των ασκήσεων.
 5. Σύνολο μονάδων δοκιμίου 100.
 6. Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
-

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 8,13,18, ... Να υπολογίσετε:
α) τον δέκατο όρο της.
β) το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.
2. Κάποιος κατέθεσε στην τράπεζα κεφάλαιο €2500 με απλό τόκο για 2 χρόνια με επιτόκιο 3%. Να βρείτε τον τόκο που θα αποδώσει το κεφάλαιο αυτό.
3. Κύκλος έχει εμβαδόν $64\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:
α) την ακτίνα του κύκλου.
β) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου .
4. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(\chi - 3) + \log 2 = \log(\chi + 2) - \log 3$.
5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{F} < 90^\circ$) με εμβαδόν $E = 6\sqrt{3}\text{cm}^2$ και πλευρές $\alpha = 4 \text{ cm}$ και $\beta = 6 \text{ cm}$.
Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{F}$ και την πλευρά γ του τριγώνου.
6. Σε χάρτη με κλίμακα 1:250 000 η απόσταση δύο χωριών είναι 10 cm . Να βρείτε την πραγματική τους απόσταση σε Km .
7. Σε ένα ορεινό χωριό ο πληθυσμός του καταγράφεται κάθε 1^η Ιανουαρίου. Σύμφωνα με την καταγραφή ο πληθυσμός μειώνεται κατά 5% τον χρόνο. Αν την 1^η Ιανουαρίου 2016 είχε 1520 κατοίκους, να υπολογίσετε πόσους κατοίκους είχε πριν ένα χρόνο.
8. Οι αριθμοί $2\chi - 1$, $2\chi + 3$, $4\chi + 1$ αποτελούν τρεις διαδοχικούς όρους μιας αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί $2\chi - 3$, 6, $\psi + 6$ αποτελούν τρεις διαδοχικούς όρους μιας γεωμετρικής προόδου.
Να βρείτε τις τιμές των χ και ψ καθώς και τον λόγο της γεωμετρικής προόδου.

9. Σε ένα συνέδριο συγκεντρώθηκε το ποσό των €3300 από τις εγγραφές των συνέδρων. Από αυτά τα χρήματα το 40% δόθηκε ως επιχορήγηση σε δύο ερευνητικά κέντρα ανάλογα με τον αριθμό των εργαζομένων τους. Αν οι εργαζόμενοι στα δύο ερευνητικά κέντρα ήταν 25 και 35 αντίστοιχα, να βρείτε πόσα χρήματα δόθηκαν στο κάθε ερευνητικό κέντρο.
10. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρά $B\Gamma = 10\sqrt{2}$ cm και γωνία $\hat{B} = 45^\circ$. Με κέντρο το Γ και ακτίνα την πλευρά ΓA γράφουμε το τόξο $A\Delta$ και με διάμετρο την AB γράφουμε το ημικύκλιο AEB . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β' Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες .

- α) Να δώσετε τον ορισμό της Γεωμετρικής Προόδου. (μον. 2)

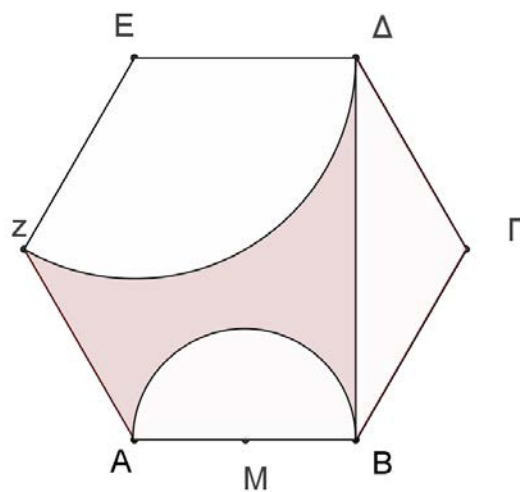
β) Σε φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 16 ενώ το άθροισμα του πρώτου και δεύτερου όρου της είναι 12. Αν $\lambda > 0$, να σχηματίσετε τη Γεωμετρική Πρόοδο. (μον. 8)
- Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log[\log(x^2 + 8x + 25)] = 0$

β) $3^{2x+1} - 26 \cdot 3^x - 9 = 0$
- α) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $2\eta\mu\Gamma\sigma\upsilon\nu A = \eta\mu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση : $\frac{\sigma\upsilon\nu A}{\alpha} + \frac{\sigma\upsilon\nu B}{\beta} + \frac{\sigma\upsilon\nu \Gamma}{\gamma} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\alpha\beta\gamma}$

4. Έμπορος εισήγαγε εμπορεύματα αξίας €38000 και πλήρωσε φόρο εισαγωγής 25%. Επιπλέον είχε έξοδα €1000 για μεταφορικά. Ο έμπορος υπολόγισε το κέρδος του πάνω στο συνολικό του κόστος και τα πώλησε με συντελεστή φόρου προστιθέμενης αξίας (Φ.Π.Α.) 19% .Αν τα εμπορεύματα πωλήθηκαν προς €69258 , να υπολογίσετε:
- Τον φόρο εισαγωγής.
 - Το συνολικό κόστος των εμπορευμάτων.
 - Τον φόρο προστιθέμενης αξίας (Φ.Π.Α.) που εισπράχθηκε από τον έμπορο .
 - Το ποσοστό του κέρδους του.
5. Στο πιο κάτω σχήμα το πολύγωνο $ABΓΔΕΖ$ είναι κανονικό εξαγώνο και το σημείο M είναι το μέσο της πλευράς AB . Με κέντρο το M και ακτίνα MB γράφουμε το ημικύκλιο AB . Με κέντρο το E και ακτίνα $ΕΔ$ γράφουμε το τόξο $ZΔ$.
- Αν το εμβαδόν του κανονικού εξαγώνου είναι $E = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$ να δείξετε ότι η πλευρά του κανονικού εξαγώνου είναι ίση με 4cm . (μον. 2)
 - Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής. (μον. 8)



Ο Διευθυντής:

.....

Παπαμιλιτιάδου Δημήτρης

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ Κοινού Κορμού**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**

Ημερομηνία: 26/05/2016

Χρόνος: 2,5 ώρες

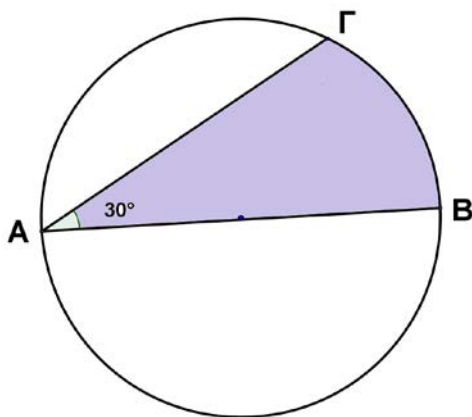
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας .

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε προς ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκίσουμε κεφάλαιο €5000 για 2 χρόνια για να δώσει τόκο €400.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $5^{x-2}=125$ (β) $\log_x 32 = 5$
3. Δίνεται η πρόοδος : 85, 81, 77, 73, ...
Να βρείτε: (α) το είδος της προόδου,
(β) τον δέκατο όρο της προόδου.
4. Η απόσταση δύο πόλεων Α και Β είναι 5cm σε ένα χάρτη με κλίμακα 1:40000.
Να βρείτε την πραγματική τους απόσταση σε km.
5. Σε οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\alpha=3\text{cm}$, $\beta=3\sqrt{3}\text{ cm}$ και $B=60^\circ$.
Να βρείτε: (α) την γωνία Α,
(β) το εμβαδόν του τριγώνου.
6. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3x+1) - \log 2 = \log(7-x) + \log 4$.
7. Σε φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 8. Ο πρώτος όρος της (a_1) ισούται με το οκταπλάσιο του λόγου της. Να σχηματίσετε την γεωμετρική πρόοδο.

8. Η ακτίνα του κύκλου στο πιο κάτω σχήμα είναι 6cm.
 Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ABΓ
 (AB διάμετρος, ΑΓ χορδή, $\Gamma AB=30^\circ$).

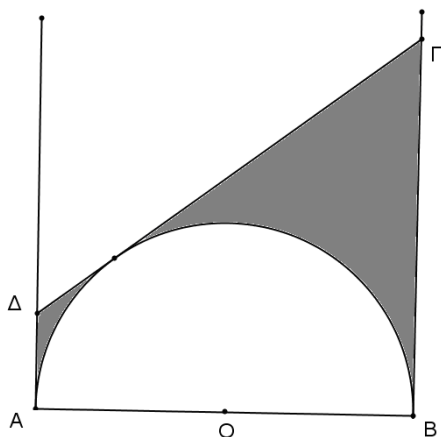


9. Κτηματομεσίτης πώλησε σπίτι αξίας 150000€ με ζημιά 3%. Ο αγοραστής ξόδεψε ακόμα 5000€ για επιδιορθώσεις. Πόσα πρέπει να το πωλήσει ο αγοραστής για να κερδίσει 4%;
10. Τρίγωνο ABΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O,R) και Δ είναι το μέσο του τόξου BΓ. Η ΑΔ τέμνει τη BΓ στο Ε. Να δείξετε ότι: $(AB)(A\Gamma)=(A\Delta)(A\epsilon)$.

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Β' μέρους.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες .

1. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\log[\log(2x^2+x-11)] = 0$
 β) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$
2. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 2 χρόνια ως εξής: τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου προς 6% και το υπόλοιπο ποσό προς 8%. Ποιο ήταν το κεφάλαιο αν πήρε συνολικά €680 τόκους;
 Αν το ποσό των €680 αποφάσισε να το μοιράσει στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 10, 11 και 13 χρόνων, πόσα λεφτά θα πάρει το μικρότερο παιδί;

3. Στο σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB . Οι AD και $B\Gamma$ είναι εφαπτομένες του ημικυκλίου στα άκρα της διαμέτρου AB και η $\Gamma\Delta$ είναι εφαπτόμενη του ημικυκλίου με μήκος $\Gamma\Delta=10$ cm. Αν $AD=2$ cm και $B\Gamma=8$ cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.

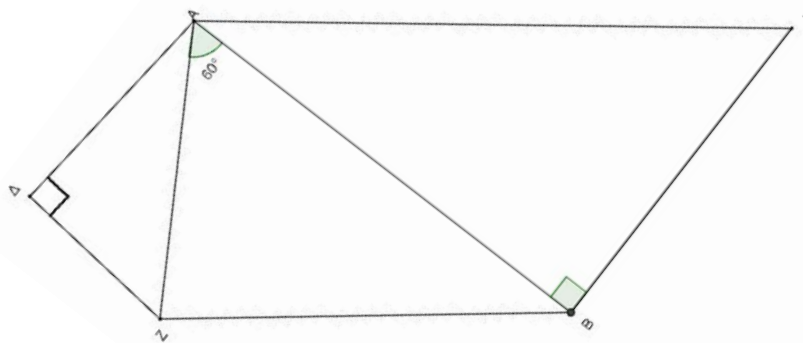


4. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τέταρτου και του έκτου όρου είναι 20 και ο έβδομος όρος είναι τετραπλάσιος του τρίτου όρου.
- (α) Να σχηματίσετε την πρόοδο. (β. 4)
- (β) Αν $a_1 = -2$ και $\delta = 3$ να βρείτε: (β. 6)
- (i) πόσους όρους πρέπει να πάρουμε από την αριθμητική πρόοδο ώστε να έχουμε άθροισμα 143.
- (ii) τους τρεις αριθμούς που πρέπει να παρεμβάλουμε ανάμεσα στον 2^ο όρο και στον 7^ο όρο της πιο πάνω αριθμητικής προόδου ώστε μαζί να αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.

5. (α) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $2R\eta\mu A \cdot (\beta - \alpha) = \gamma^2 - 2\alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B$.

Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι **ισοσκελές**.

(β) Ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($B = 90^\circ$) με πλευρές $AB=8\text{cm}$ και $A\Gamma=10\text{cm}$ έχει εμβαδόν $E_{AB\Gamma}=24\text{cm}^2$, είναι όμοιο με το τρίγωνο $A\Delta Z$ ($\Delta = 90^\circ$) που έχει εμβαδόν $E_{A\Delta Z}=6\text{cm}^2$. Αν η γωνία $ZAB = 60^\circ$, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα, να βρεθεί η πλευρά BZ .



.....**ΤΕΛΟΣ**.....

Ο Διευθυντής

Λοίζος Σέπος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ****ΤΑΞΗ: Β΄****Ημερομηνία: 19/5/2016****Χρόνος: 2,5 ώρες****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

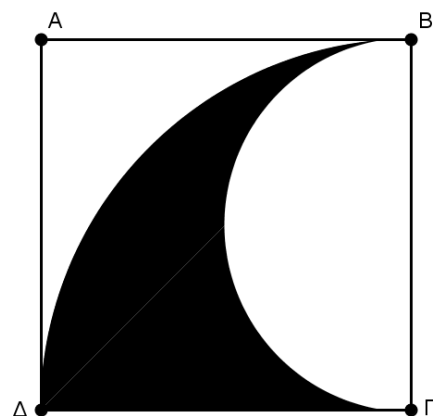
- Δίνεται η αριθμητική πρόοδος -1, 3, 7, 11, 15. Να βρείτε τον εικοστό πρώτο όρο της.
- Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου είναι 16π cm. Να βρείτε:
 - Την ακτίνα του κύκλου.
 - Το εμβαδόν του κύκλου.
- Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει: $\beta\eta\mu A + \alpha\eta\mu B + \gamma\eta\mu\Gamma = \frac{2\alpha\beta + \gamma^2}{2R}$,
όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου.
- Σε χάρτη η απόσταση δύο πόλεων είναι 5 cm. Αν η πραγματική απόσταση είναι 100 km να βρεθεί η κλίμακα του χάρτη.
- Να λύσετε την εξίσωση $\log(5x-1) - \log 3 = \log(4x-5)$.

6. Να βρείτε την κεντρική γωνία και τη γωνία κανονικού δεκάγωνου εγγεγραμμένου σε κύκλο.
7. Να βρείτε το κεφάλαιο, το οποίο τοκίζόμενο προς 4% για 6 μήνες γίνεται μαζί με τους τόκους του €9792 .
8. Έμπορος αγόρασε ένα ποδήλατο αξίας €320 και θέλει να έχει κέρδος 25% στην αξία του. Πόσα θα το πουλήσει αν το Φ.Π.Α είναι 18% ;
9. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι τριπλάσιο του πρώτου όρου της. Αν ο τρίτος όρος ισούται με 8 να βρείτε:

(α) την πρόοδο και

(β) ποιος όρος της είναι ίσος με $\frac{32}{9}$.

10. . Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 4cm. Με διάμετρο την ΒΓ γράφουμε ημικύκλιο και με κέντρο το Γ και ακτίνα ΒΓ γράφουμε τόξο εντός του τετραγώνου. Να βρείτε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** του σκιασμένου μέρους



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

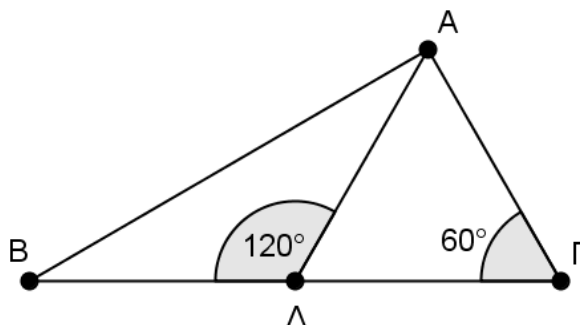
1. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(4^x - 4) = \log 3 + \log(2^x)$.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$BD = 2$ μονάδες , $\hat{BDA} = 120^\circ$ και $\hat{AGD} = 60^\circ$.

Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΔ είναι

$E = \sqrt{3}$ τετραγωνικές μονάδες, να βρείτε τα μήκη των πλευρών ΑΔ, ΑΓ, ΑΒ.



3. Δίνεται Αριθμητική Πρόοδος $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$. Το άθροισμα του πέμπτου και του έκτου όρου της είναι 44 και οι όροι $\alpha_1, \alpha_4, \alpha_{16}$ αποτελούν διαδοχικούς όρους Γεωμετρικής Πρόοδου
 (α) να προσδιορίσετε την Αριθμητική Πρόοδο
 (β) να βρείτε πόσους όρους της Αριθμητικής Πρόοδου πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 220.

4. Δύο αδέρφια, ο Κώστας και ο Ανδρέας πήραν κληρονομιά από 150 000 ευρώ ο κάθε ένας.

Ο Κώστας αποφάσισε να καταθέσει το ποσό για 8 χρόνια ως εξής: Τόκισε τα $\frac{2}{3}$ του

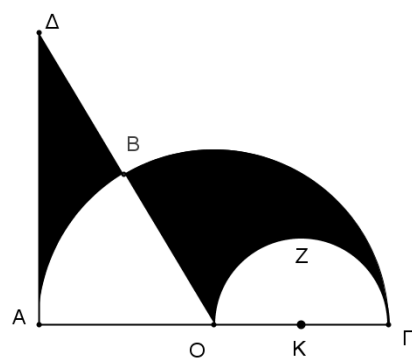
κεφαλαίου του σε τράπεζα προς 5% και τα υπόλοιπα σε ταμειευτήριο προς 4% .

Ο Ανδρέας αποφάσισε να επενδύσει το ποσό, προσθέτοντας και δικά του χρήματα, αγοράζοντας ένα οικόπεδο που η αξία του ήταν κατά 10% μεγαλύτερη από το ποσό που κληρονόμησε. Στη συνέχεια πούλησε το οικόπεδο με κέρδος 25% στην τιμή που το αγόρασε.

Να βρείτε ποιος από τα δύο αδέρφια είχε το μεγαλύτερο κέρδος.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: ημικύκλιο ABΓ με κέντρο O και διάμετρο ΑΓ=8 cm και ημικύκλιο ΟΖΓ με κέντρο το Κ. Αν

$ΑΔ \perp ΑΓ$ και $\hat{ΑΟΔ} = 60^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής (συναρτήσει του π).



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

Ανδρέας Ιωσήφ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Β΄ Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/16

ΒΑΘΜΟΣ:.....

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.30΄

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
(β) Όλες οι απαντήσεις να γράφονται πάνω στο δοκίμιο.
(γ) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
(δ) Το γραπτό αποτελείται από επτά (7) σελίδες.
(ε) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 10/20)

Να απαντήσετε και στις 10 ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να βρείτε το άθροισμα $2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \dots$

2. Τηλεόραση έχει αξία €800 και πωλείται με κέρδος 15%. Να βρείτε την τιμή πώλησης της.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $5^{2x-3} = 125$

β) $\log x + \log 3 = \log 30$

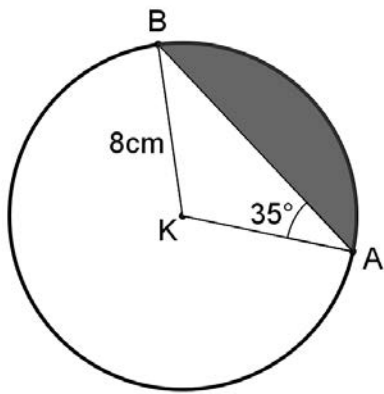
4. Να βρείτε πόσο τόκο δίνουν €4800 για 8 μήνες με επιτόκιο 4%

5. Σε ένα αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1: 100 ένα κτίριο έχει εμβαδόν 60cm^2 . Να υπολογίσετε το πραγματικό εμβαδόν του(σε m^2)

6. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας κύκλου που έχει διάμετρο 20cm
7. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 40° είναι $9\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
8. Να επιλύσετε τρίγωνο ABΓ, αν δίνονται $\gamma = 4 \text{ cm}$, $\beta = 8 \text{ cm}$, $\hat{A} = 60^\circ$

9. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση $\beta \sigma\upsilon\nu\Gamma - \gamma \sigma\upsilon\nu B = \frac{\beta^2 - \gamma^2}{\alpha}$

10. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους στο σχήμα.



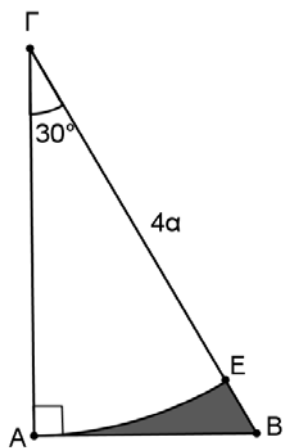
ΜΕΡΟΣ Β΄: (Μονάδες 10/20)

Να απαντήσετε και στις 5 ερωτήσεις.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Το άθροισμα των 10 πρώτων όρων αριθμητικής προόδου είναι 85 και το άθροισμα των 16 πρώτων όρων είναι 280. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε τον εικοστό όρο της.

2. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους στο σχήμα.
(με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓA γράφουμε τόξο $A E$, $B \Gamma = 4\alpha$)



3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log x(\log x - 2) + 1 = 0$

β) $\log[\log(3x + 1)] = 0$

4. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 3 χρόνια ως εξής.

Τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου προς 8% και το υπόλοιπο προς 10%. Να βρείτε το κεφάλαιο αν πήρε συνολικό τόκο €1380.

5. Να επιλύσετε το τρίγωνο αν δίνονται: $\alpha = 1\text{cm}$, $\beta = \sqrt{3}\text{cm}$ και $\gamma = 2\text{cm}$.
Στη συνέχεια να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου.

Ο Διευθυντής

.....

Παναγιώτης Λαμπίσης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ–ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά Κοινού Κορμού**ΤΑΞΗ:** Β΄ Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 31 / 05 / 2016**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 ώρες και 30 λεπτά**ΩΡΑ:** 7:45 – 10:15**ΒΑΘΜΟΣ**

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 2 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνονται οι αριθμοί 4, 7, 10, 13, ...
(α) Να βρείτε το είδος της προόδου.
(β) Να υπολογίσετε τον εικοστό όρο της.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $2^{x-1} = 8$
(β) $\log_5 x = 3$
3. Ο Κώστας κατέθεσε στην τράπεζα €10.000 με απλό τόκο και επιτόκιο 3%.
Να υπολογίσετε τον τόκο που θα πάρει σε 5 χρόνια.
4. Δίνεται κύκλος με εμβαδόν $64\pi \text{ cm}^2$.
Να υπολογίσετε: (α) την ακτίνα του κύκλου
(β) το μήκος τόξου 80° του κύκλου.
5. Το εμβαδόν της αίθουσας του καθηγητικού συλλόγου είναι 125 m^2 .
Να υπολογίσετε το εμβαδόν της στο αρχιτεκτονικό σχέδιο του σχολείου μας σε cm^2 ,
αν η κλίμακα του σχεδίου είναι 1 : 100.
6. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{B} = \hat{\Gamma}$) με $\hat{A} = 120^\circ$ και $a = 10 \text{ cm}$.
Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.
7. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x - 2^x - 20 = 0$.
8. Οι τρεις πρώτοι όροι Γεωμετρικής Προόδου είναι: $2x - 2$, $x + 5$, $5x + 1$, με $x > 0$.
Να υπολογίσετε: (α) την τιμή του x
(β) τον ένατο όρο της.

9. Σε κύκλο με ακτίνα 6 cm να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τμήματος, που αντιστοιχεί σε πλευρά κανονικού εξαγώνου, εγγεγραμμένου στον κύκλο.

10. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x (\log x - \log 1000) = \frac{\log 32 - \log 2}{\log 2}$.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται Αριθμητική Πρόοδος στην οποία το άθροισμα του δεύτερου και του όγδοου όρου της είναι 26, ενώ το άθροισμα του τρίτου και του πέμπτου όρου της είναι 22.

(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο. (5 μον.)

(β) Να υπολογίσετε τον 23^ο όρο της. (2 μον.)

(γ) Να υπολογίσετε την τιμή του n , αν το άθροισμά των n πρώτων όρων της είναι ίσο με 320. (3 μον.)

2. (α) Οι πλευρές τριγώνου $AB\Gamma$ είναι: $a = 8 \text{ cm}$, $\beta = 7 \text{ cm}$ και $\gamma = 5 \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε: (i) τη γωνία B του τριγώνου

(ii) το εμβαδόν του τριγώνου. (5 μον.)

(β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \cdot \gamma \cdot \eta\mu\Gamma = 4 \cdot E \cdot \sigma\upsilon\nu B$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές. (5 μον.)

3. Να λύσετε τη εξίσωση: $\log \sqrt{x} - \log \sqrt[4]{x} + \log \sqrt[8]{x} - \log \sqrt[16]{x} + \dots = -1$, όπου $x > 0$.

4. Η εταιρεία PlantB του σχολείου μας πώλησε 1120 γλαστράκια προς €5 το κάθε ένα συμπεριλαμβανομένου 12% Φ.Π.Α. Τα έξοδα της εταιρείας ήταν το 20% των καθαρών εισπράξεων (χωρίς το Φ.Π.Α.).

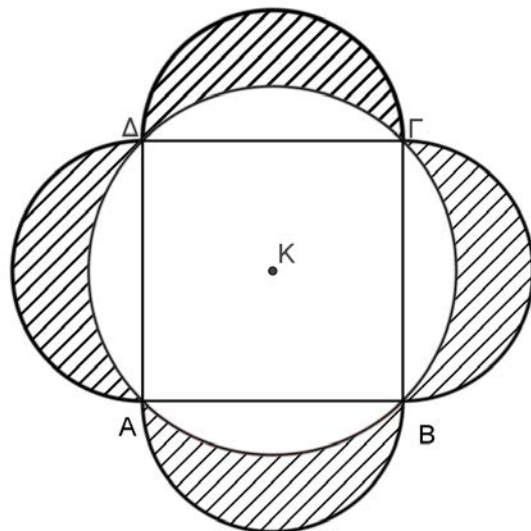
(α) Να υπολογίσετε το κέρδος της εταιρείας.

(β) Το $\frac{1}{5}$ των κερδών κατατέθηκε σε τράπεζα, ενώ τα υπόλοιπα μοιράστηκαν στους

τέσσερις μετόχους της εταιρείας ανάλογα με τις μετοχές που κατείχε ο καθένας.

Ο πρώτος είχε 10 μετοχές, ο δεύτερος 13 μετοχές, ο τρίτος 18 μετοχές και ο τέταρτος 23 μετοχές. Πόσα χρήματα πήρε ο μέτοχος με τις λιγότερες μετοχές;

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο το K και ακτίνα 8 cm. Με διαμέτρους τις πλευρές του τετραγώνου γράφονται ημικύκλια έξω από τον κύκλο. Να δείξετε ότι το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας ισούται με το εμβαδόν του τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΤΑΞΗ: Β΄ Ενιαίου Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Τρίτη, 24 Μαΐου 2016

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- Να γράφετε με μελάνι χρώματος μπλε. Για τα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται καθαρά και επιμελημένα όλη η αναγκαία εργασία.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

1) $2^{3x-1} = 4^x$

2) $\log(4x+8) - \log(x-1) = 1$

2. Σε αριθμητική πρόοδο ο πρώτος όρος (a_1) είναι 5 και η διαφορά (δ) είναι -2.

Να υπολογίσετε:

1) τον εικοστό όρο της και

2) το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

3. Ο κύριος Κώστας θα αγοράσει στην κόρη του έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή αξίας €500.

Να βρείτε πόσο θα κοστίσει τελικά, αν πρέπει να πληρώσει επιπλέον 19% Φ.Π.Α.

4. Το εμβαδόν κύκλου είναι $9\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:

1) το μήκος της ακτίνας του και

2) το μήκος τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 120° .

5. Ένα κατάστημα επίπλων, κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων κάνει έκπτωση 30% σε όλα τα προϊόντα. Κατά την περίοδο των εκπτώσεων ένα γραφείο πωλήθηκε €315.

Να βρείτε:

- 1) την αρχική τιμή του γραφείου και
- 2) πόσα ήταν η έκπτωση.

6. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 30^\circ$, $\beta = 10\text{cm}$, $\alpha = 10\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{A} < 90^\circ$.

Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

7. Ο λόγος των πλευρών δύο τετραγώνων είναι $\frac{1}{5}$. Αν η περίμετρος του ενός τετραγώνου είναι 40cm μεγαλύτερη από την περίμετρο του άλλου, να υπολογίσετε τις περιμέτρους των δύο τετραγώνων.

8. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha \sin B + \beta \sin A}{2\gamma} + \frac{R \eta \mu \Gamma}{\gamma} = 1$

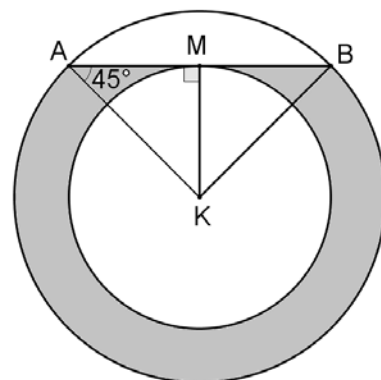
9. Να αποδείξετε ότι: $3\log_{\alpha} \alpha^4 - 12\log_{\alpha} (\alpha\sqrt{\alpha}) - 2\log_{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha^3}\right) = 0$

10. Στο διπλανό σχήμα δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι (K, KM) και (K, KA) .

Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής,

αν $KM \perp AB$, $MK = 6\text{cm}$ και $\hat{MAK} = 45^\circ$

(η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π)



ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Κτηματομεσίτης αγόρασε ένα σπίτι αξίας €200 000. Έκανε έξοδα για επιδιορθώσεις 5% πάνω στην τιμή αγοράς. Πώλησε το σπίτι με κέρδος 20% πάνω στο συνολικό κόστος.

1) Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε από την πώληση.

2) Ένα μέρος των χρημάτων που πήρε από την πώληση του σπιτιού το κατάθεσε στην τράπεζα με επιτόκιο 3% για 3 χρόνια και 4 μήνες και πήρε τόκο €20 000. Τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα δύο του παιδιά ανάλογα με τις ηλικίες τους, 14 και 12 χρόνων.

Να βρείτε:

i. πόσα χρήματα κατέθεσε στην τράπεζα,

ii. πόσα χρήματα πήρε το κάθε του παιδί.

2. Σε αριθμητική πρόοδο ο δεύτερος και ο όγδοος όρος της έχουν άθροισμα 28, ενώ ο τρίτος και ο πέμπτος έχουν άθροισμα 24.

1) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

2) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 500;

3) Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων φθίνουσας γεωμετρικής προόδου, με πρώτο όρο ίσο με τον πρώτο όρο της αριθμητικής και λόγο $\lambda = \frac{1}{\delta}$, όπου δ η διαφορά της αριθμητικής προόδου.

3. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $AB = 6$ cm.

Έστω M το μέσο της πλευράς BΓ.

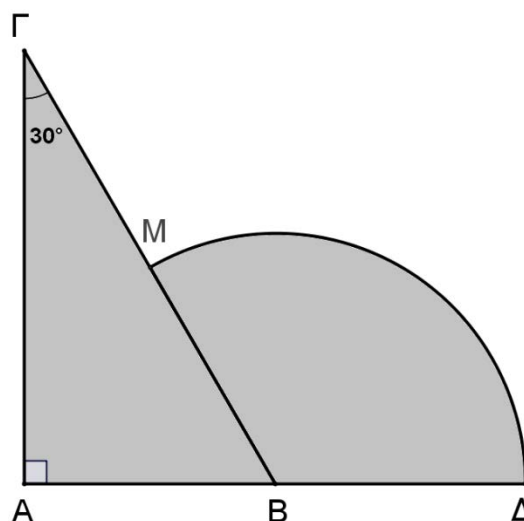
Με κέντρο το B και ακτίνα BM γράφουμε τόξο $\overset{\frown}{M\Delta}$ το οποίο τέμνει την προέκταση της AB (προς το μέρος του B) στο σημείο Δ.

Να βρείτε:

1) το εμβαδόν και

2) την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.

(η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π)



4. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και ισχύει η σχέση $\alpha = 2\beta$, όπου α, β πλευρές του τριγώνου.

1) Να δείξετε ότι η πλευρά γ , είναι $\gamma = \beta\sqrt{3}$

2) Να υπολογίσετε τις γωνίες A και B .

3) Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου είναι $E = \frac{\beta^2\sqrt{3}}{2}$

5. Οι τρεις πρώτοι όροι αριθμητικής προόδου είναι: $\log 4, \frac{1}{2}\log(9^{x-1} + 7), \log(3^{x-1} + 1)$

1) Να δείξετε ότι προκύπτει η εξίσωση: $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$

2) Να λύσετε την πιο πάνω εξίσωση.

3) Οι λύσεις της εξίσωσης είναι οι δύο πρώτοι όροι αύξουσας γεωμετρικής προόδου.

Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.

----- ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ -----

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΠΕΜΠΤΗ, 19/05/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Δίνεται η ακολουθία $2, 4, \dots$. Να βρείτε τον επόμενο όρο ώστε να αποτελεί:

- α) Αριθμητική Πρόοδο
- β) Γεωμετρική Πρόοδο.

2. Να λύσετε την εξίσωση $4^{2x-1} = 64$

3. Ο Αντρέας αγόρασε ένα κινητό τηλέφωνο και πλήρωσε μαζί με το Φ.Π.Α. €476. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 19% , να υπολογίσετε την τιμή του τηλεφώνου χωρίς το Φ.Π.Α.

4. Να λύσετε την εξίσωση $\log 4 + \log x = \log(8x + 12) - \log 3$

5. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $16\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:

- α) την ακτίνα του κύκλου
- β) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου
- γ) το εμβαδόν κυκλικού τομέα του γωνίας 40° .

6. Η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων Α και Β είναι 100 km. Να βρείτε την κλίμακα ενός χάρτη στον οποίο οι δύο πόλεις απέχουν μεταξύ τους 40 cm.

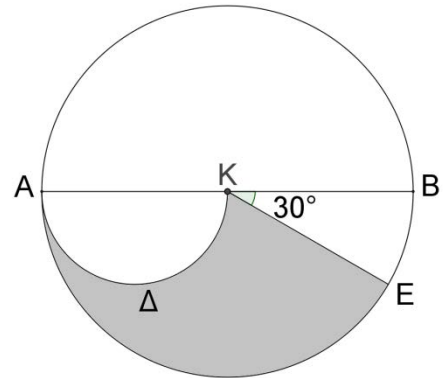
7. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, $\alpha = 20\text{ cm}$ και $\gamma = 10\sqrt{3}\text{ cm}$. Να υπολογίσετε:

- α) τη γωνία A του τριγώνου
- β) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

8. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα $KA=8\text{ cm}$.

Το $A\Delta K$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο AK και

$\hat{BKE} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.

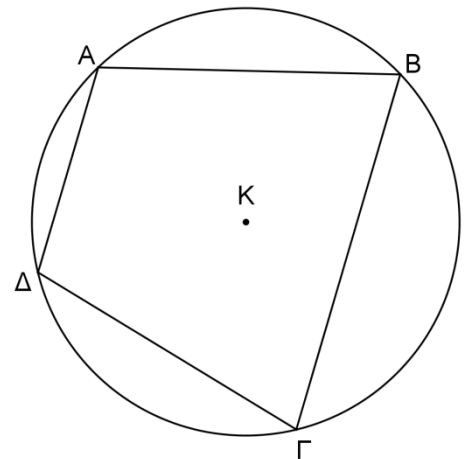


9. Οι αριθμοί $3x, x+1, \frac{3}{x}$, όπου $x > 0$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι φθίνουσας Γεωμετρικής Προόδου. Να βρείτε:

- α) την τιμή του x
- β) τον έβδομο όρο της
- γ) το άθροισμα των απείρων όρων της.

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα 4 cm , καθώς και τα διαδοχικά τόξα $\widehat{AB} = 90^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 120^\circ$, $\widehat{\Gamma\Delta} = 90^\circ$.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.



ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.
-

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα του έβδομου και του δέκατου όρου είναι ίσο με 49, ενώ ο ένατος όρος είναι κατά 4 μεγαλύτερος από το διπλάσιο του τέταρτου όρου.

- α) Να σχηματίσετε την Αριθμητική Πρόοδο.
- β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log x(\log x - 5) = 6$

β) $25^{x+1} + 24 \cdot 5^x - 1 = 0$

3. Κάποιος κέρδισε €400 000. Μοίρασε το 75% στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 14, 16, και 20. Με τα χρήματα που του απέμειναν είχε δύο επιλογές:

1^η: Να καταθέσει όλο το ποσό στην τράπεζα με επιτόκιο 2,5% για τρία χρόνια ή

2^η: Να αγοράσει με το ποσό αυτό οικόπεδο και να το μεταπωλήσει σε τρία χρόνια με κέρδος 7%.

α) Πόσα χρήματα πήρε το κάθε παιδί;

β) Ποια επιλογή τον συμφέρει; (Να δικαιολογήσετε με πράξεις την απάντησή σας.)

4. α) Τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{\Gamma} < 90^\circ$ έχει $\alpha = 6 \text{ cm}$, $\beta = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ και $E = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

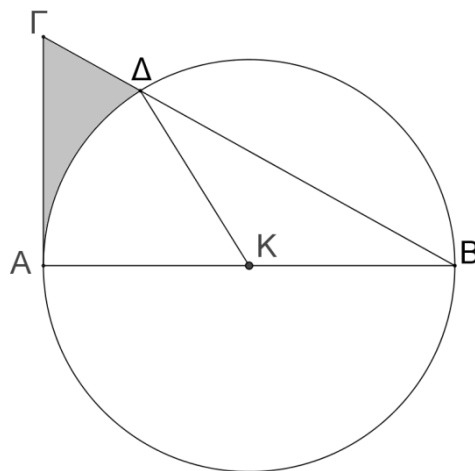
Να υπολογίσετε τη γωνία Γ και την πλευρά γ .

β) Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ να δείξετε ότι ισχύει η σχέση $\alpha \sin \beta - \beta \sin \alpha = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{\gamma}$

5. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και $B\Gamma = 4 \text{ cm}$. Το $A\Delta$ είναι τόξο του κύκλου με κέντρο K και ακτίνα KA .

α) Να δείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου είναι $R = \sqrt{3} \text{ cm}$.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου $A\Gamma\Delta$.



Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου Τσιελεπή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Κοινού Κορμού)**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 1/06/ 2016**ΤΑΞΗ:** Β΄**ΧΡΟΝΟΣ:** 2,5 Ώρες

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας .
(γ) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
(δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

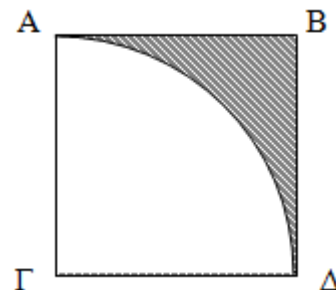
ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Κύκλος έχει διάμετρο 12 cm. Να υπολογίσετε το μήκος της περιφέρειάς του .
- Αυτοκίνητο αξίας €15000 πωλήθηκε με έκπτωση 20% πάνω στην αξία του. Πόσα πωλήθηκε;
- Σ' ένα αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:150 ένας διάδρομος έχει μήκος 2cm. Να βρείτε το πραγματικό μήκος του διαδρόμου.
- Να υπολογίσετε το x :
α) $\log_2 x = 3$
β) $\log_4 64 = x$
- Τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρά $a = 20\text{cm}$ και γωνίες $\hat{A} = 30^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να βρείτε την πλευρά β.
- Να βρείτε για πόσους μήνες πρέπει να τοκιστούν €800 προς 6% για να δώσουν απλό τόκο €36.
- Δίνεται η πρόοδος 24,12,6,... . Να βρείτε :
α) Τον έβδομο όρο της
β) Το άθροισμα των άπειρων όρων της.

8. Το εμβαδόν ενός κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου στον οποίο είναι εγγεγραμμένο το εξάγωνο.
9. Να λύσετε την εξίσωση: $9^x + 7 \cdot 3^x = 18$
10. Στο διπλανό σχήμα, το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο πλευράς 10cm και το ΑΔ είναι τόξο κύκλου με κέντρο το Γ. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο τρίτος και ο έκτος όρος έχουν άθροισμα 29 ενώ ο τέταρτος και ο έβδομος όρος έχουν άθροισμα 35. Να βρείτε την πρόοδο και το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της.

2. α) Να λύσετε την εξίσωση: $\log x + \log(x - 1) - \log 3 = 2\log 2$

β) Αν α και β είναι θετικοί αριθμοί, να δείξετε (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής) ότι :

$$\frac{\log_{\beta} \beta^7 - \log 100 - \log_9 3}{\log_2 8 + \log_{\alpha} 1 + 3 \log_{\alpha} \sqrt{\alpha}} = 1$$

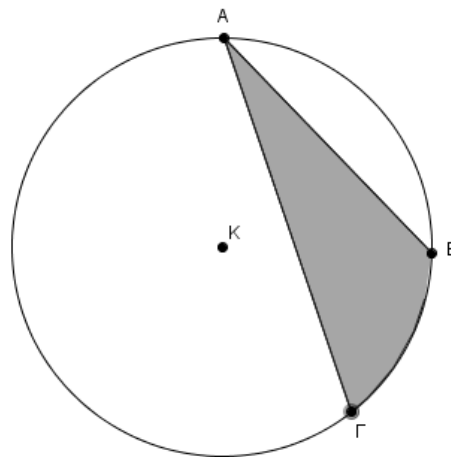
3. α) Ένας έμπορος αγόρασε εμπόρευμα αξίας € 5400 και πλήρωσε επιπρόσθετα για άλλα έξοδα 12% επί της αξίας του εμπορεύματος. Πόσα πρέπει να πουλήσει το εμπόρευμα για να έχει κέρδος 25%;

β) Ποιο κεφάλαιο τοκισόμενο με απλό τόκο προς 5% για 3 χρόνια έγινε μαζί με τους τόκους €1380;

4. α) Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\alpha = 5\text{cm}$, $\gamma = 5\sqrt{2}\text{cm}$, και $\hat{B} = 45^\circ$ Να επιλύσετε το τρίγωνο και να βρείτε το εμβαδόν του.

β) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση
$$\beta(\alpha \sin \Gamma - \gamma \sin A) = \alpha^2 - \gamma^2$$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το K και ακτίνα 6cm . Αν η AB είναι πλευρά εγγεγραμμένου τετραγώνου στον κύκλο και η $A\Gamma$ είναι πλευρά εγγεγραμμένου ισόπλευρου τριγώνου στον κύκλο να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Κωνσταντίνου Δημήτρης, ΒΔ
Κωνσταντίνου Κωνσταντίνος
Ζήκκος Ηλίας
Παναγή Κυριακούλλα
Κουμπάρου Χριστίνα

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ανδρούλλα Χρίστου

ΛΥΚΕΙΟ ΑΓΙΟΥ ΙΩΑΝΝΗ ΛΕΜΕΣΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2015-2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΤΑΞΗ: Β' Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 20/05/2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΩΡΑ: 10:30 – 13:00

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα με μολύβι.
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.
4. Το γραπτό αποτελείται από τρεις σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' (50 μονάδες)**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

A1. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €4000 τοκίζόμενο με απλό τόκο προς 3% για 6 μήνες.

A2. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $27^x = 3^{x+4}$
(β) $\log_x 125 = 3$

A3. Ένα κινητό τηλέφωνο αξίας €180 πωλήθηκε σε περίοδο εκπτώσεων 25% φθηνότερα. Να βρείτε την τιμή πώλησης του .

A4. Η απόσταση μεταξύ Λεμεσού και Πάφου είναι 65km. Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των δύο πόλεων σε χάρτη με κλίμακα 1: 500 000.

A5. Οι αριθμοί $x + 6$, x , $x - 2$ είναι διαδοχικοί όροι φθίνουσας γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε : (α) το x και
(β) το λόγο (λ) της προόδου .

A6. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα 30° είναι $12\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
(α) την ακτίνα του κύκλου και
(β) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου.

A7. (α) Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία και τη γωνιά κανονικού 10-γώνου.
(β) Να βρείτε την περίμετρο κανονικού τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας $R = 4 \text{ cm}$.

A8. Ο λόγος των εμβαδών δύο τετραγώνων είναι $\frac{1}{9}$. Η περίμετρος του ενός είναι 24 cm μεγαλύτερη από την περίμετρο του άλλου. Να βρείτε τις περιμέτρους των δυο τετραγώνων.

A9. Να αποδείξετε ότι: $\log_a a^4 - \log_a \frac{1}{a^2} - 9 \cdot \log_a \sqrt[3]{a^2} = 0$, $a > 0$, $a \neq 0$

A10. Σε φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της είναι διπλάσιο από τον πρώτο όρο της . Αν το άθροισμα του δεύτερου και του τρίτου ορού είναι 24, να σχηματίσετε την πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β' (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $2 \cdot \log \sqrt{4x+2} = 1 + \log(x-1)$

(β) $9^x - 12 \cdot 3^{x-1} - 5 = 0$

B2. Ο κύριος Πέτρος αγόρασε ένα σπίτι προς €280 000. Ξόδεψε €40 000 για να το ανακαινίσει. Στη συνέχεια αποφάσισε να το πωλήσει.

(α) Πόσα πρέπει να πωλήσει το σπίτι ώστε να κερδίσει 30% πάνω στο συνολικό κόστος;

(β) Αν κάποιος αγοραστής προσφέρει €384 000, να υπολογίσετε το ποσοστό (%) του κέρδους που θα έχει ο κύριος Πέτρος πάνω στο συνολικό κόστος.

B3. Σε αριθμητική πρόοδο ο ένατος όρος είναι τετραπλάσιος του πέμπτου όρου και ο τρίτος μαζί με τον έκτο όρο έχουν άθροισμα 5.

(α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο

(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των έντεκα πρώτων όρων της προόδου.

B4. (α) Να επιλύσετε το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{\Gamma} < 90^\circ$ όταν δίνονται οι πλευρές

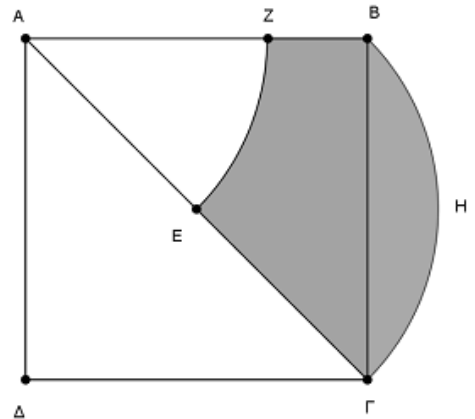
$$\alpha = 6 \text{ cm} , \beta = 3\sqrt{3} \text{ cm} \text{ και } E = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2 .$$

(β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\frac{2\beta E}{\gamma\mu\Lambda} - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu\Lambda = \beta^2$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

B5. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο

πλευράς $6\sqrt{2} \text{ cm}$ και E το μέσο της διαγώνιου AG .

Με κέντρο την κορυφή A και ακτίνα AE γράφουμε τόξο που τέμνει την AB στο σημείο Z . Το τόξο $B\Gamma\Gamma$ έχει γίνει με κέντρο το E και ακτίνα EG . Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τη περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.
(Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).



Διευθύντρια

Οικονομίδου Σύλβια

Εισηγητές

Αλιούρη Παναγιώτα

Μορφή Κατερίνα

Χατζηπιερή Χρυστάλλα

Χρυσάνθου Αριάδνη.

Συντονιστής ΒΔ

Ιωάννου Γιάννης

Διευθύντρια

Οικονομίδου Σύλβια

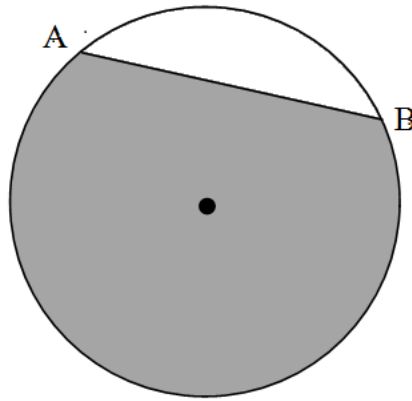
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά Κοινού Κορμού**ΤΑΞΗ:** Β' Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 23 / 5 / 2016**ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ:** 2,5 ώρες**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- Να γράφετε μόνο με **μπλε** μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού/ταινίας.
- Τα προσωπικά σας στοιχεία και οι λύσεις των ασκήσεων να γραφτούν στα φύλλα εξέτασης.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.**ΜΕΡΟΣ Α':** Να λύσετε και τις δέκα(10) ασκήσεις του ΜΕΡΟΥΣ Α'.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε(5) μονάδες.**

1. Δίνεται αριθμητική πρόοδος με πρώτο όρο $a_1 = 1$ και δεύτερο $a_2 = 4$. Να βρείτε τον δωδέκατο (a_{12}) όρο της.
2. Κατάστημα πωλεί κινητά τηλέφωνα προς €550 το ένα. Πόσα θα πληρώσει κάποιος, αν αγοράσει το τηλέφωνο με 25% έκπτωση;
3. Η διάμετρος ενός κύκλου είναι 12 cm. Να υπολογίσετε:
α) το μήκος της περιφέρειας του και
β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 60° .
4. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές $\alpha = 3\sqrt{3}$ cm, $\beta = 3$ cm και $\hat{A} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.
5. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $9^{3x} = 27$ β) $\log_x 64 = 6$
6. Σε αρχιτεκτονικό σχέδιο, που έγινε με κλίμακα 1: 300, το μήκος ενός διαδρόμου είναι 1,4 cm και το εμβαδόν ενός δωματίου είναι 6 cm². Να βρείτε:
α) το πραγματικό μήκος του διαδρόμου σε m.
β) το πραγματικό εμβαδόν του δωματίου σε m².

7. Σε πόσο χρόνο κεφάλαιο €12 000 που ανατοκίζεται κάθε χρόνο προς 4% γίνεται μαζί με τους τόκους €17 749;
8. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{E}{4R^2\eta\mu A\eta\mu B\eta\mu\Gamma} = \frac{1}{2}$
9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, 6cm) και $AB=\lambda_3$.
Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



10. Ο λόγος ομοιότητας δύο ορθογώνιων ισοσκελών τριγώνων είναι $\frac{1}{3}$. Αν η υποτείνουσα του μεγαλύτερου τριγώνου είναι 42 cm, να βρείτε το εμβαδόν των δύο τριγώνων.

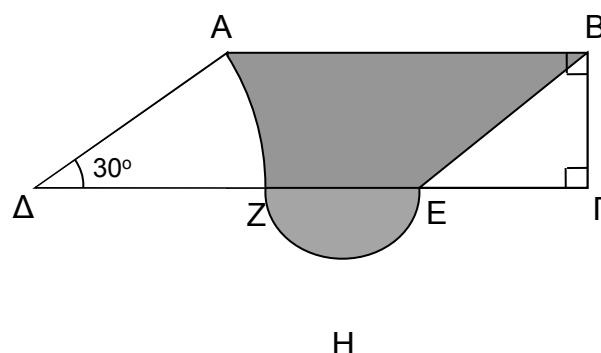
ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε(5) ασκήσεις του ΜΕΡΟΥΣ Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα(10) μονάδες.

- Ο πρώτος όρος μιας φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι η λύση της εξίσωσης $\log(x-3) + \log(x-2) = 1 - \log 5$. Ο λόγος λ της γεωμετρικής προόδου είναι το αντίστροφο της λύσης της εξίσωσης $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$. Να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της πιο πάνω προόδου.
- Ένας έμπορος πούλησε διάφορα εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά €47 200 συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α. που ήταν 18%. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α., κατέθεσε τα $\frac{3}{4}$ του ποσού που έμεινε στην τράπεζα προς 5% με απλό τόκο. Τα υπόλοιπα τα μοίρασε σε δύο άπορες οικογένειες, η μια με τρία παιδιά και η άλλη με ένα, ανάλογα με τον αριθμό των παιδιών. Να βρείτε:
α) Πόσα χρόνια πρέπει να τοκίσει τα λεφτά του για να πάρει συνολικά με τους τόκους €43 500;
β) Πόσα λεφτά θα δώσει σε κάθε οικογένεια;

3. Σε γεωμετρική πρόοδο ο 3^{ος} από τον 5^ο όρο διαφέρουν κατά 288, ενώ ο 4^{ος} από τον 5^ο διαφέρουν κατά 216.
 α) Να βρείτε την πρόοδο.
 β) Ποιο είναι το άθροισμα των όρων της που βρίσκονται μεταξύ του 2^{ου} και του 7^{ου} όρου της στην περίπτωση αυτή;
4. (α) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\eta\mu B}{\eta\mu \Gamma} = \sigma\upsilon\nu A$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
 (β) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $a=4\text{ cm}$, $\hat{B}=30^\circ$ και $E=4\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ΑΒΕΔ παραλληλόγραμμο με περίμετρο 64 cm, ύψος ΒΓ=6 cm και $\hat{A}=30^\circ$. Με κορυφή το Δ και ακτίνα ΔΑ=12 cm σχηματίζουμε το τόξο ΑΖ και με διάμετρο τη ΖΕ σχηματίζουμε το ημικύκλιο ΖΗΕ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ο Διευθυντής

Αντρέας Γεωργίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** (α) Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
(β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
(δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
(ε) Στην επίλυση των ασκήσεων να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 3, 8, 13, Να υπολογίσετε:
(α) τη διαφορά της.
(β) τον δέκατο τρίτο όρο της.
- Η ακτίνα ενός κύκλου είναι 10 cm. Να υπολογίσετε:
(α) το μήκος του κύκλου.
(β) το εμβαδόν του κύκλου.
- Σε ένα ξεπούλημα προσφέρεται έκπτωση 20% σε όλα τα προϊόντα. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης μιας τηλεόρασης μετά την έκπτωση, αν η αρχική της τιμή ήταν €450.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $\log_2 x = 5$
(β) $3^{2x-6} = 9^4$
- Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $a = 5$ cm, $\gamma = 8$ cm και $\hat{B} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε την πλευρά β του τριγώνου.
- Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο τέταρτος όρος είναι ίσος με 24 και ο έβδομος όρος είναι ίσος με 192. Να βρείτε τη Γεωμετρική Πρόοδο.

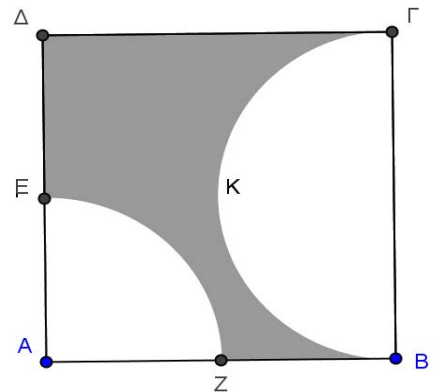
7. Να αποδείξετε ότι ισχύει η ισότητα:

$$\frac{2\log_3 9 - \log_2 8 + \log_4 1}{\log_5 \left(\frac{1}{25}\right) + \log 0,1} = -\frac{1}{3}$$

8. Κάποιος τόκισε δύο κεφάλαια για τέσσερα χρόνια ως εξής:

Το πρώτο κεφάλαιο προς 5% και το δεύτερο κεφάλαιο που ήταν τριπλάσιο του πρώτου προς 4%. Αν από τα δύο κεφάλαια πήρε συνολικά τόκο €3400, να βρείτε τα δύο κεφάλαια.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 16 cm. Με διάμετρο ΒΓ γράφουμε ημικύκλιο ΒΚΓ. Με κέντρο Α και ακτίνα ΑΕ, όπου Ε το μέσο της πλευράς ΑΔ, γράφουμε τόξο ΕΖ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του τετραγώνου.



10. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $(\alpha + \beta)\eta\mu\Gamma - (\beta + \gamma)\eta\mu\alpha = 2R(\eta\mu^2\Gamma - \eta\mu\alpha\eta\mu\beta)$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο ο έκτος όρος είναι ίσος με 17 και ο έβδομος όρος είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου. Να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων φθίνουσας Γεωμετρικής Προόδου, που έχει τον ίδιο πρώτο όρο με την Αριθμητική Πρόοδο και λόγο $\lambda = \frac{1}{\delta}$, όπου δ η διαφορά της Αριθμητικής Προόδου.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log(x+3) - \log(x-1) = 2 - \log 50$

(β) $4^{x+1} - 9 \cdot 2^x + 2 = 0$

3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: $a = 2\gamma$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$.

(α) Να υπολογίσετε τις γωνίες A, B του τριγώνου.

(β) Να δείξετε ότι: $E = \frac{a^2\sqrt{3}}{8} \text{ cm}^2$.

4. Ένας έμπορος πούλησε εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά με το Φ.Π.Α. €28560.

Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α. με συντελεστή 19%, κατάθεσε τα υπόλοιπα

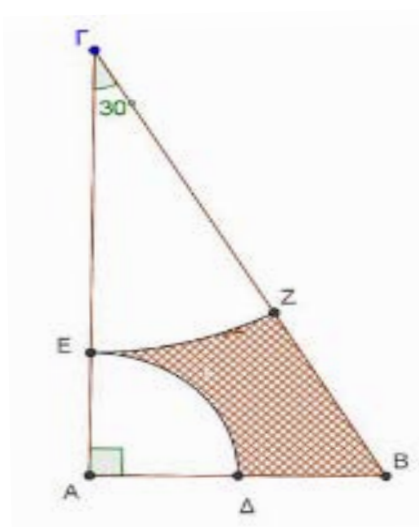
χρήματα του στην τράπεζα ως εξής: Τα $\frac{3}{8}$ των χρημάτων του προς 5% και τα υπόλοιπα

προς 8%. Πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα του, ώστε να πάρει συνολικά τόκο €6600;

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο

$AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Gamma = 8 \text{ cm}$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και Δ μέσο της AB . Το τόξο EZ ανήκει στον κύκλο με κέντρο την κορυφή Γ και ακτίνα ΓE και το τόξο $E\Delta$ ανήκει στον κύκλο με κέντρο την κορυφή A και ακτίνα $A\Delta$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Αλέκος Θεμιστοκλέους

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Μάρω – Χρίστου Ροΐδη

Μάρω – Χρίστου Ροΐδη

Αλέκος Θεμιστοκλέους

Χαράλαμπος Καττιμέρης

Νικόλας Γερμανός

Παναγιώτης Νεάρχου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26/05/2016
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ:ΑΡΙΘΜΟΣ:.....

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δέκα (10) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλέ (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε οι αριθμοί να σχηματίζουν Γεωμετρική Πρόοδο:

4, 12, 36, ,

2. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €340, αν τοκιστεί με επιτόκιο 5% για 3 χρόνια.

3. Δίνεται η Αριθμητική Πρόοδος - 3, 1, 5, 9, ...
Να υπολογίσετε τον εικοστό όρο της.

4. Η Μαρία θέλει να αγοράσει ένα κινητό αξίας €460. Πόσα θα πληρώσει αν το αγοράσει με έκπτωση 15%;

5. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x - \log 4 = \log 3$

6. Κύκλος έχει εμβαδόν $49\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
(α) την ακτίνα του
(β) το μήκος της περιφέρειάς του.

7. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται ότι $\beta = 5\text{cm}$, $\gamma = 10\text{cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$.
Να υπολογίσετε:
(α) το εμβαδόν του
(β) την πλευρά α .

8. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $7^{x+3} = \left(\frac{1}{7}\right)^{2x}$
(β) $\log^2 x - 4\log x + 3 = 0$

9. Οι αριθμοί $\frac{x+20}{2}$, x , $2x-60$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου.
(α) Να υπολογίσετε την τιμή του x .
(β) Αν ο πρώτος όρος είναι 60, να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.

10. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν οι πιο κάτω σχέσεις:

$$(\alpha) \quad \frac{\beta \sigma \upsilon \nu A + \alpha \sigma \upsilon \nu B}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma}$$

$$(\beta) \quad E = 2R^2 \eta \mu A \eta \mu B \eta \mu \Gamma$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $4^x - 2 \cdot 2^x - 8 = 0$

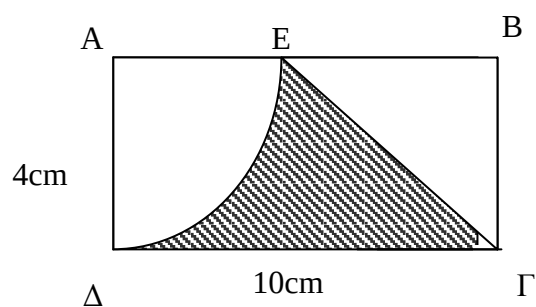
(β) $\log(x - 1) + \log 5x = 1$

2. Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο έβδομος όρος είναι ίσος με το διπλάσιο του έκτου και το άθροισμα του τρίτου και του πέμπτου όρου είναι ίσο με 80.
- (α) Να βρείτε τον πρώτο όρο και το λόγο της.
 - (β) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 - (γ) Να βρείτε το άθροισμα των επτά πρώτων όρων της.

3. Ο κύριος Αλέξανδρος αγόρασε ένα διαμέρισμα αξίας €80000. Το πούλησε με κέρδος 10% πάνω στην αρχική του αξία. Με ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκίσει τα χρήματα που πήρε, έτσι ώστε μετά από 4 χρόνια να πάρει συνολικά €107360;

4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sigma\upsilon\nu\Gamma$.
- (α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- (β) Αν επιπλέον $\beta = 12\text{ cm}$ και $\alpha = 12\sqrt{3}\text{ cm}$, να υπολογίσετε τη γωνία Α.

5. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με μήκη πλευρών $A\Delta=4\text{cm}$ $\Delta\Gamma=10\text{cm}$. Με κέντρο την κορυφή A και ακτίνα $A\Delta$ γράφουμε τεταρτοκύκλιο μέσα στο ορθογώνιο. Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



Η Διευθύντρια

Αχειρώτου Σοφούλλα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/05/2016

Βαθμός: _____

Ολογράφως: _____

Υπογραφή: _____

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 7:45 – 10:15

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **3** σελίδες και περιλαμβάνει **2** μέρη.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να μεταφέρετε τα σχήματα στο τετράδιο απαντήσεων σας.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5** μονάδες.

1. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €9100 μετά από 3 χρόνια με επιτόκιο 4%.
2. Οι αριθμοί $x + 2$, $2x$, $2x + 3$ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.. Να βρείτε το x .
3. Σε ένα κατάστημα πωλείται κινητό αξίας €650. Να βρείτε πόσο θα κοστίσει τελικά στον πελάτη που το αγοράζει, αν πρέπει να πληρώσει επιπλέον 19% Φόρο Προστιθέμενης Αξίας (Φ.Π.Α).
4. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 80° είναι $8\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του (3 μονάδες)
β) την περίμετρό του. (2 μονάδες)

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $9^{x+3} = 3^{5x-2}$

β) $\log 5x - \log(x-1) = 1$

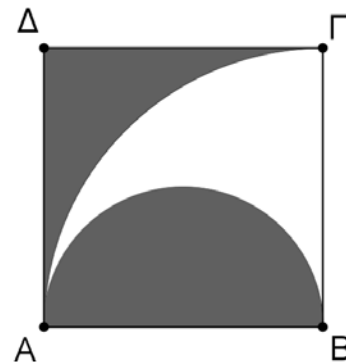
6. Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$, αν $a = 4 \text{ m}$, $\gamma = 2 \text{ m}$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

7. Να βρείτε το άθροισμα: $A = 2 + 6 + 10 + \dots + 102$

8. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{2x+3} - 6 \cdot 2^x + 1 = 0$

9. Να δείξετε ότι: $\frac{\log_2 16 - \log_a a^5}{2\log_\beta \sqrt{\beta^3} - \log_3 \frac{1}{9}} = -\frac{1}{5}$

10. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά 6 cm. Με διάμετρο την AB γράφουμε ημικύκλιο AB ενώ με κέντρο το B και ακτίνα την AB γράφουμε τόξο $ΑΓ$. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Μέρος Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ο τρίτος όρος φθίνουσας Γ.Π. είναι 324 και ο έκτος όρος είναι 96. Να βρείτε:

α) το λόγο και τον πρώτο όρο της Γ.Π.

(4 μονάδες)

β) τη Γ.Π.

(3 μονάδες)

γ) το άθροισμα των απείρων όρων της.

(3 μονάδες)

2. Ο λόγος των πλευρών δύο τετραγώνων είναι $\frac{1}{3}$. Αν η διαφορά των εμβαδών τους είναι 200 cm^2 , να βρείτε τις πλευρές τους.

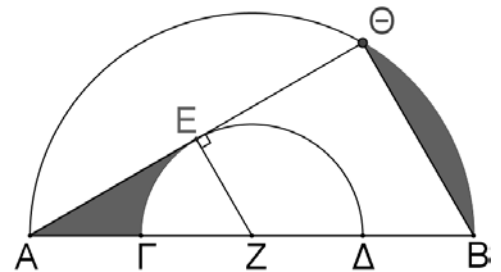
3. α) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \cdot \sin \Gamma = R \cdot \eta \mu A$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του πιο πάνω τριγώνου $AB\Gamma$, αν $\hat{A} = 120^\circ$ και $\alpha = 6 \text{ cm}$.

4. Η κυρία Ελένη κατέθεσε στην τράπεζα Α ένα κεφάλαιο με επιτόκιο 3% για 1 χρόνο και 3 μήνες. Κατέθεσε επίσης ένα άλλο κεφάλαιο στην τράπεζα Β με επιτόκιο 4% για 3 χρόνια. Το κεφάλαιο που κατέθεσε στην τράπεζα Α ήταν κατά €5000 μεγαλύτερο από το κεφάλαιο που κατέθεσε στην τράπεζα Β. Από την τράπεζα Β πήρε τριπλάσιο τόκο από τον τόκο που πήρε από την τράπεζα Α.

Να υπολογίσετε:

- α) Τα κεφάλαια που κατέθεσε στις δύο τράπεζες. (7 μονάδες)
- β) Το συνολικό τόκο που πήρε από τις δύο τράπεζες. (3 μονάδες)
5. Δίνονται τα ομόκεντρα ημικύκλια με διαμέτρους $\Gamma\Delta$, AB και κέντρο Z . Φέρουμε την εφαπτομένη AE του ημικυκλίου $\Gamma\Theta\Delta$ που τέμνει το ημικύκλιο $A\Theta B$ στο σημείο Θ . Αν $AB = 4a$ και $\Gamma\Delta = 2a$, να βρείτε το άθροισμα των εμβαδών των σκιασμένων περιοχών συναρτήση του a .



Η Διευθύντρια

Κωσταντινίδου Παρασκευούλα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΣΕΙΡΑ: Α΄

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 8:00 π.μ. – 10:30 π.μ.

Οδηγίες:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.
 - Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
 - Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
 - Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
 - Όλες οι απαντήσεις να δοθούν σε σφραγισμένες κόλλες.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).

1. Η ακτίνα ενός κύκλου είναι 4 cm. Να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.
2. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 9, x, 17, 21, 25, y, ... Να υπολογίσετε:
(α) τις τιμές των x και y
(β) τον εικοστό έκτο όρο της (a_{26})
3. Σε ένα τοπογραφικό σχέδιο το μήκος ενός ορθογωνίου οικοπέδου είναι 12 cm. Αν το πραγματικό μήκος του οικοπέδου είναι 300 m. Να βρεθεί η κλίμακα του σχεδίου.
4. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις :
(α) $3^{2x+1} = 27$ (β) $\log_2 x = 8$, $x > 0$
5. Κεφάλαιο 7000 ευρώ τοκίζεται με απλό τόκο και με επιτόκιο 6% . Να υπολογίσετε τον τόκο που θα δώσει σε 3 χρόνια .

6. Να υπολογίσετε το x ώστε οι αριθμοί: $x-6$, x , $x+4$, να είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής προόδου.

7. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $\alpha=3\text{cm}$, $\beta=4\text{cm}$ και εμβαδόν $E=3\sqrt{3}\text{ cm}^2$.
Να υπολογίσετε :

(α) τη γωνιά Γ , $\hat{\Gamma} < 90^\circ$

(β) την πλευρά γ του τριγώνου

8. Να δείξετε ότι ισχύουν οι πιο κάτω ισότητες :

$$(α) \frac{\log 25 + \log 4}{5 \log 2 - \log 2} = \frac{1}{2 \log 2}$$

$$(β) 5 \log_{\alpha} \alpha^3 - 2 \log_{\alpha} \left(\frac{1}{\alpha^2} \right) - 2 \log_{\alpha} \alpha \sqrt{\alpha} = 16$$

9. Ο Γιώργος πώλησε το αυτοκίνητο του με κέρδος 12% πάνω στην αξία του και είσπραξε το ποσό των € 5600. Να υπολογίσετε :

(α) την αξία του αυτοκινήτου

(β) πόσα κέρδισε από την πώληση του αυτοκινήτου

10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$. Δίνονται: $A\Gamma=4\text{cm}$, Δ μέσο της AB και η γωνιά $\hat{B} = 45^\circ$. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.

ΜΕΡΟΣ Β΄: (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου είναι 25, ενώ ο έβδομος όρος είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

2. (α) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, δίνονται $\alpha=4\text{cm}$, $\beta=2\sqrt{3}\text{cm}$, $\hat{\Gamma}=30^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

(β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \sin \Gamma + \gamma \sin B = 2R$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

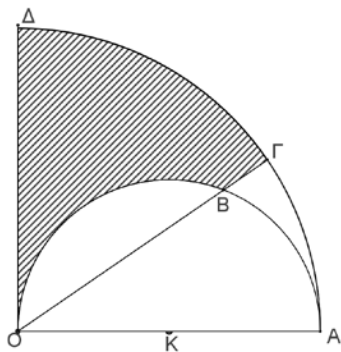
3. (α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\log_2(4^x - 6 \cdot 2^x) = 4$$

(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων φθίνουσας Γ.Π με πρώτο όρο $\alpha_1 = x$ και λόγο, $\lambda = \frac{1}{x}$ (όπου x είναι η λύση της πιο πάνω εξίσωσης).

4. Ο Κύριος Διομήδης κατάθεσε τα $\frac{3}{7}$ των χρημάτων του προς 5 % στην τράπεζα Α και τα υπόλοιπα στην τράπεζα Β προς 8 % . Μετά από 3 χρόνια πήρε συνολικά τόκο €282 . Να βρείτε πόσα χρήματα κατάθεσε στην τράπεζα Β.

5. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $OA = 6\text{cm}$. Με ακτίνα OA γράφουμε τεταρτοκύκλιο. Αν $OB = \lambda_3$, να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



Η Διευθύντρια:

Νεοφύτα Ευαγγελου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30΄

-
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράφετε μόνο με ξηρό μπλε μελάνι (τα σχήματα μόνο με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από (3) τρεις σελίδες

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις: Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 (πέντε) μονάδες.

1. Να υπολογίσετε τον τόκο, που δίνουν €5000 , τοκίζόμενα προς 4% για 3 χρόνια.

2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $2^{x+2} = 16$ β) $\log_x 27 = 3$

3. Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου είναι 16πcm. Να βρείτε:

- α) την ακτίνα του κύκλου
- β) το εμβαδόν του κυκλικού τομέα του γωνίας 45° .

4. Να αποδείξετε ότι : $2\log 25 + \frac{1}{2}\log 64 - \frac{1}{3}\log 125 + \log_a 1 = 3$

5. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\alpha=3\text{cm}$, $\beta=3\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B}=120^\circ$. Να βρείτε τη γωνία $\hat{A}$ και το εμβαδόν του τριγώνου.
6. Να βρείτε το άθροισμα : $12+4+\frac{4}{3}+\dots$
7. Οι πλευρές ενός τριγώνου είναι 15cm , 18cm και 12cm . Να βρείτε τις πλευρές ενός ομοίου με αυτό τριγώνου, που η περίμετρός του είναι 30cm .
8. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση : $\frac{\gamma\sigma\upsilon\nu\hat{A}+a\sigma\upsilon\nu\hat{\Gamma}}{\beta^2}=\frac{1}{\beta}$
9. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και του τέταρτου όρου είναι 18 , ενώ το άθροισμα του πέμπτου και του όγδοου όρου είναι 32 .
 α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
 β) Να βρείτε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
10. Ένας έμπορος ηλεκτρικών ειδών θέλει να κερδίζει 25% για κάθε τηλεόραση, που πωλεί. Αν μια τηλεόραση πωλείται στην τιμή των $\text{€}595$ και στην τιμή αυτή συμπεριλαμβάνεται και Φ.Π.Α 19% , να βρείτε πόση ήταν η αρχική αξία της τηλεόρασης.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις **5 ασκήσεις**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 (δέκα) μονάδες.

1. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι τριπλάσιο του πρώτου όρου και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 10 .
 α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
 β) Ποιος όρος της είναι ίσος με $\frac{256}{729}$;

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

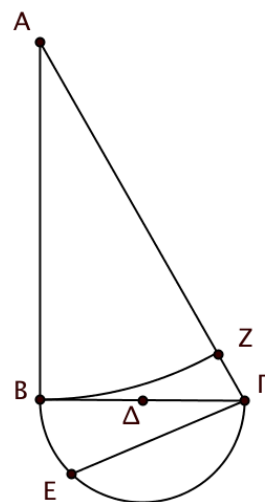
α) $4^{x+1} + 3 \cdot 2^x - 1 = 0$

β) $\log[\log(x^2 + 3x)] = 0$

3. α) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$, αν δίνονται :

$\beta = 4\text{cm}$, $\gamma = 2\sqrt{3}\text{cm}$ και η γωνία $\hat{A} = 30^\circ$.

β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu B = 2\eta\mu A \sigma\upsilon\nu\Gamma$,
δείξτε ότι το τρίγωνο είναι
ισοσκελές.



να

4. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο

($\hat{B} = 90^\circ$) με $\hat{A} = 30^\circ$ και $A\Gamma = 8\text{cm}$.

Με κέντρο την κορυφή A και ακτίνα AB γράφουμε

τόξο $\widehat{BZ}$ μέσα στο τρίγωνο.

Με κέντρο το Δ (μέσο της $B\Gamma$) και ακτίνα $B\Delta$ γράφουμε

ημικύκλιο $\widehat{BEG}$ έξω από το τρίγωνο $AB\Gamma$.

Αν η χορδή $\Gamma E = \lambda_3$, να υπολογίσετε το εμβαδόν και
την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.

5. Ο κύριος Ανδρέας τόκισε ένα κεφάλαιο για 2 χρόνια ως εξής:

τα $\frac{4}{9}$ του κεφαλαίου προς 7% και το υπόλοιπο προς 5%.

α) Να βρείτε το αρχικό κεφάλαιο, αν πήρε συνολικά τόκο €848.

β) Ο κύριος Αντρέας, αφού κατέθεσε το αρχικό κεφάλαιο στην τράπεζα, μοίρασε τους συνολικούς τόκους, που ήταν €848, στα τρία παιδιά του σε μέρη ανάλογα προς τους αριθμούς 8, 5 και 3. Να βρείτε το ποσό, που πήρε το κάθε παιδί.

Ο Διευθυντής

Οι Εισηγητές
Τάυρου Ζήνων Β.Δ.
Παπαφιλίππου Παναγιώτα
Ζαμπακίδης Πόλυς

Δημήτρης Ταλιαδώρας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ: **Β΄**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **03/06/2016**ΧΡΟΝΟΣ: **2,5 ΩΡΕΣ**

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.**ΟΔΗΓΙΕΣ**

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας τύπου Tippo-Ex.
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α΄**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

A1. Το 12% των μαθητών ενός Λυκείου είναι αθλητές. Αν οι αθλητές του Λυκείου είναι 54, να υπολογίσετε πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του σχολείου.

A2. Να λύσετε την εξίσωση: $4^{3x-2} = 8^{1-x}$

A3. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο $a_1=5$ και λόγο $\lambda = \frac{1}{2}$.

Να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της.

A4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\alpha = \sqrt{3}$ cm, $\beta = 2$ cm και $\hat{A} = 60^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες Β και Γ του τριγώνου.

A5. Σε χάρτη με κλίμακα 1: 200000 οι πόλεις Α και Β απέχουν 6 cm.

Να υπολογίσετε (σε χιλιόμετρα) την πραγματική απόσταση των δύο πόλεων.

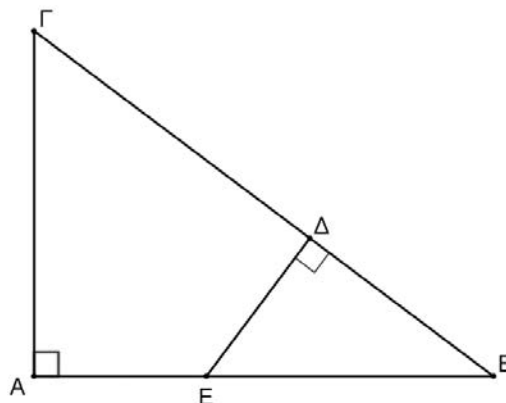
A6. Οι αριθμοί x , 3 , $x-8$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
Να υπολογίσετε την τιμή του x .

A7. Να υπολογίσετε τον τόκο που θα δώσει κεφάλαιο € 3000 που τοκίζεται (με απλό τόκο) με επιτόκιο 2% για 5 χρόνια και 3 μήνες.

A8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(6x+2) - \log(x-3) = 1$

A9. Να επιλύσετε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $a=10\text{cm}$, $\beta=5\sqrt{3}\text{ cm}$ και $\hat{\Gamma}=30^\circ$.

A10. Στο διπλανό σχήμα $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $B\Delta=8\text{ cm}$,
 $\Delta\Gamma=12\text{ cm}$ και $\Delta E=6\text{ cm}$.
Να υπολογίσετε την περίμετρο του
τριγώνου $AB\Gamma$.



ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Σε αριθμητική πρόοδο ο τρίτος και ο εντέκατος όρος έχουν άθροισμα 40, ενώ ο έβδομος όρος είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου.

(α) Να υπολογίσετε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου.

(β) Αν ο πρώτος όρος της πιο πάνω προόδου είναι το 2 και η διαφορά της το 3, να υπολογίσετε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

(γ) Να εξετάσετε αν ο αριθμός 75 είναι όρος της πιο πάνω προόδου (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

B2. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $25^x - 150 \cdot 5^x + 3125 = 0$

(β) Οι λύσεις της πιο πάνω εξίσωσης είναι τα μήκη (σε cm) των πλευρών α και β

τριγώνου ΑΒΓ με εμβαδόν $\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:

(i) το μέτρο της γωνίας Γ του τριγώνου ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$)

(ii) το μήκος της πλευράς γ του τριγώνου.

B3. Ο κύριος Αντωνίου και ο κύριος Βασιλείου είναι υπάλληλοι στην ίδια εταιρεία και εργάστηκαν μαζί σε ένα έργο. Ο κύριος Αντωνίου εργάστηκε 3 μήνες σε αυτό το έργο και ο κύριος Βασιλείου εργάστηκε 6 μήνες.

Ο εργοδότης τους τους μοίρασε το ποσό της αμοιβής ανάλογα προς τους μήνες εργασίας τους.

Οι δύο υπάλληλοι κατέθεσαν τα χρήματα τους στην τράπεζα με απλό τόκο. Ο

κύριος Αντωνίου τόκισε τα χρήματα του με επιτόκιο 1% και ο κύριος Βασιλείου με επιτόκιο 2%. Μετά από 3 χρόνια πήραν συνολικά €300 τόκο.

Να υπολογίσετε ποιο ήταν το συνολικό ποσό της αμοιβής για το έργο.

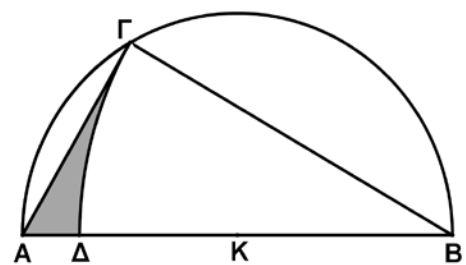
B4. Σε ημικύκλιο με διάμετρο ΑΒ=12 cm, παίρνουμε σημείο Γ τέτοιο ώστε η χορδή ΒΓ να είναι ίση με την πλευρά ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας 6cm.

Με κέντρο το Β και ακτίνα ΒΓ γράφουμε τόξο μέσα στο ημικύκλιο, που τέμνει την ΑΒ στο σημείο Δ.

Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του σχήματος

(β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



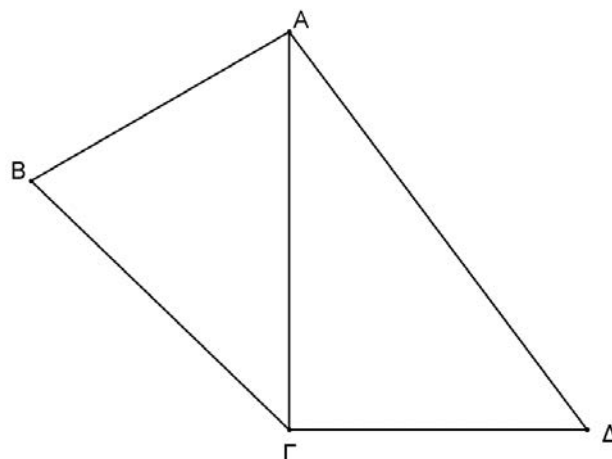
B5. (α) Στο διπλανό σχήμα $AB=ΓΔ=6\text{cm}$,
 $ΑΓ=8\text{cm}$, $ΑΔ=10\text{cm}$ και
 $ΒΓ = 2\sqrt{13}\text{cm}$.

(i) Να υπολογίσετε τις γωνίες $ΒΑΓ$
και $ΑΓΔ$.

(ii) Να δείξετε ότι το εμβαδόν του
τετραπλεύρου $ΑΒΓΔ$ είναι ίσο
με $(12\sqrt{3} + 24)\text{cm}^2$.

(β) Το διπλανό σχήμα $ΑΒΓΔ$ είναι το
σχέδιο ενός οικοπέδου με κλίμακα
1:50.

Θα καλύψουμε το οικόπεδο με
κεραμικές πλάκες, σύμφωνα με
την πιο κάτω προσφορά.



Αγορά πλακών	12.50€/m^2
Εφαρμογή	150€ για όλο το οικόπεδο
Φόρος προστιθέμενης αξίας	19% στο σύνολο των υπηρεσιών

Να υπολογίσετε πόσα θα πληρώσουμε (να θεωρήσετε $\sqrt{3} = 1.7$)

Η Διευθύντρια

Παναγιώτα Χρυσοχού-Αναστασιάδου

ΛΑΝΙΤΕΙΟ ΛΥΚΕΙΟ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2015-2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ.

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/2016

ΤΑΞΗ: Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΤΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΒΑΘΜΟΛΟΓΕΙΤΑΙ ΜΕ 100 ΜΟΝΑΔΕΣ.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τα μέρη Α΄ και Β΄
- Να γράφετε με μελάνι μπλε (με μολύβι μόνο τα σχήματα)
- Να λύσετε όλες τις ασκήσεις
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 4 , 7, 10 , 13 ,... Να υπολογίσετε:

- α) τη διαφορά δ της αριθμητικής προόδου
- β) τον δέκατο πέμπτο όρο της.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $4^{3x-12} = 64$ β) $\log_x 27 = 3$

3. Δίνεται κύκλος με ακτίνα 3 cm. Να υπολογίσετε:

- α) το εμβαδόν του κύκλου
- β) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου
- γ) το μήκος τόξου 60° του κύκλου αυτού.

4. Να βρείτε το επιτόκιο με το οποίο πρέπει να τοκιστεί κεφάλαιο €3000 για 20 μήνες, με απλό τόκο, έτσι ώστε να δώσει τόκο €400.

5. Σε χάρτη με κλίμακα $1 : 200\,000$ η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 20 cm. Να υπολογίσετε την πραγματική τους απόσταση, σε χιλιόμετρα.
6. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x - 3) + \log(x - 4) = 2 - \log 50$
7. Τα τρίγωνα ABΓ και ΔΕΖ είναι όμοια. Οι ομόλογες πλευρές των AB και ΑΓ είναι οι ΔΕ και ΔΖ αντίστοιχα. Αν $AB = 10\text{ cm}$, $B\Gamma = 12\text{ cm}$, $A\Gamma = 14\text{ cm}$ και η περίμετρος του ΔΕΖ είναι 108 cm, να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου ΔΕΖ.
8. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $\alpha = 2\text{ cm}$, $\beta = 1\text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε την πλευρά γ, τις γωνίες Α και Β και το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.
9. Το άθροισμα των δύο πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου είναι 36, ενώ το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της είναι 45.
α) να σχηματίσετε την πρόοδο
β) να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της.
10. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 4\text{ cm}$. Στην περιφέρειά του παίρνουμε διαδοχικά τόξα $\widehat{AB} = 120^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 90^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:
α) την περίμετρο του τετραπλεύρου ABΓΔ
β) το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το τετράπλευρο ABΓΔ.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της είναι 150, ενώ ο τρίτος και ο πέμπτος όρος έχουν άθροισμα 24.
α) να δείξετε ότι $\alpha_1 = 6$ και $\delta = 2$
β) να βρείτε πόσους όρους της αριθμητικής προόδου πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 500.
2. Σε οξυγώνιο τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $(\alpha + \beta) \cdot \eta\mu\Gamma - (\beta + \gamma) \cdot \eta\mu\alpha = 2R \cdot (\eta\mu^2\Gamma - \eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta)$
α) να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές
β) αν επιπλέον ισχύει $E = \frac{\beta^2}{4}$, όπου E είναι το εμβαδόν του ABΓ, να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2^{2x+2} - 18 \cdot 2^{x-1} + 2 = 0$

β) $\log_4 x \cdot (\log_4 x - 3) = -2$

4. Ο κ. Κώστας τόκισε τα $\frac{2}{7}$ ενός κεφαλαίου προς 5% και τα υπόλοιπο προς 3%, με απλό τόκο.

Σε 4 χρόνια το κεφάλαιο έγινε μαζί με τους τόκους €4760.

α) Να βρείτε το ποσό που τόκισε προς 5% και το ποσό που τόκισε προς 3%.

β) Με τα χρήματα που πήρε από τους τόκους αγόρασε έναν υπολογιστή. Στην τιμή του υπολογιστή συμπεριλαμβάνεται και Φ.Π.Α., με συντελεστή 19%. Να βρείτε την αξία του υπολογιστή χωρίς τον Φ.Π.Α..

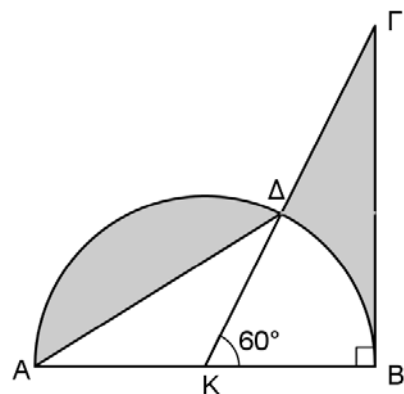
5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: AB διάμετρος του ημικυκλίου (K,KA), $R = 4\text{cm}$,

$\Gamma B \perp AB$ και $\hat{\Gamma KB} = 60^\circ$.

Να βρείτε:

α) το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας

β) την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



Οι Εισηγητές

Ο Συντονιστής

Η Διευθύντρια

Παναγή Καίτη

Ανδρέας Στυλιανού

Ζωή Οδυσσέως Πολυδώρου

Μενελάου Κούλα

Χατζησάββας Κωνσταντίνος

Χριστοδουλίδης Λούκας

Νικολάου Παναγιώτα

Αγαθοκλέους Ρολάνδος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/5/2016

ΤΑΞΗ: Β'

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Οι απαντήσεις δίνονται μόνο με **μπλε μελάνι**.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (υγρού ή ταινίας/Tipp Ex).
 3. Τα σχήματα μπορούν να σχεδιαστούν με μολύβι.
 4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής με σφραγίδα του σχολείου.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΥΟ (02) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ **ΟΛΑ** ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΜΕΡΟΣ Α' : Περιλαμβάνει 10 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

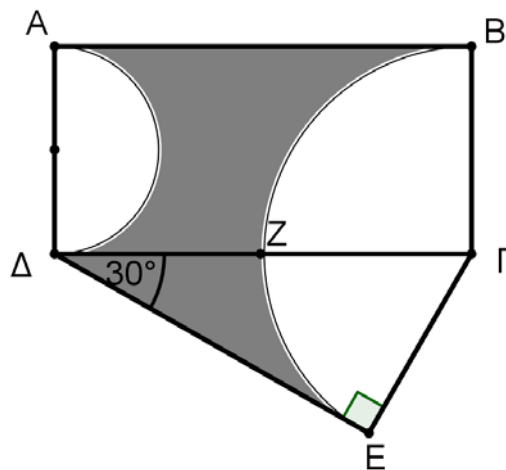
1. Να υπολογίσετε πόσο τόκο δίνουν €12000, αν τοκιστούν με επιτόκιο 8% για 6 μήνες.
2. Δίνεται κύκλος με περίμετρο 24π cm. Να υπολογίσετε:
 - 1) το εμβαδόν του κύκλου
 - 2) το εμβαδόν κυκλικού τομέα με γωνία 60° .
3. Η απόσταση μεταξύ δύο χωριών είναι 80 Km. Να υπολογίσετε την απόσταση που έχουν τα δύο χωριά σε χάρτη με κλίμακα 1:200000.
4. Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο πρώτος όρος είναι ίσος με 800 και ο $a_6 = 25$.
 - 1) Να γράψετε τους πέντε πρώτους όρους της προόδου
 - 2) Να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της.
5. Οικόπεδο με αξία €50000 πωλήθηκε στην τιμή των €42500. Να υπολογίσετε το ποσοστό της ζημιάς.
6. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(2x + 50) - \log(x + 1) = 1$.
7. Δίνεται τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ με $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{B} = 45^\circ$ και $\beta = 10\sqrt{2}$ cm. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς α .
8. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $5 + 11 + 17 + \dots + 239$.
9. Σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha\chi\mu\Gamma + \beta = \gamma\chi\mu A + 2R$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
10. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2(4^x - 12) = x$.

ΜΕΡΟΣ Β': Περιλαμβάνει 5 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε μια Αριθμητική Πρόοδο ο τέταρτος και ο έκτος όρος της έχουν άθροισμα 26, ενώ ο ένατος όρος της είναι 25.
 - 1) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 - 2) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 100 πρώτων όρων.
 - 3) Να βρείτε το πλήθος των όρων της προόδου που δίνουν άθροισμα ίσο με 51.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - 1) $2 \cdot (\log_3 x)^2 + \log_3 x - 1 = 0$
 - 2) $\log_2 [-2 + 3\log(x - 2)] = 0$
3. α) Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $a = 2 \text{ m}$, $\beta = 2\sqrt{3} \text{ m}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο και να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

β) Αν E είναι το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι ισχύει: $E = \frac{a^2 + \beta^2 - \gamma^2}{4\sigma\phi\Gamma}$.
4. Ο κύριος Πρόδρομος έδωσε για την αγορά ενός λεωφορείου €12000. Αφού ξόδεψε €3000 για κάποιες επισκευές, πώλησε το λεωφορείο με κέρδος 30% πάνω στο συνολικό κόστος. Το συνολικό ποσό που εισπράχθηκε κατατέθηκε στην τράπεζα για 2 χρόνια με επιτόκιο 12%.
 - 1) Να βρείτε τον τόκο που εισέπραξε ο κύριος Πρόδρομος μετά από 2 χρόνια.
 - 2) Με τα χρήματα που πήρε από τους τόκους ο κύριος Πρόδρομος πλήρωσε τους τρεις υπαλλήλους του. Η πληρωμή έγινε ανάλογα με τον αριθμό των ημερών που εργάστηκε ο καθένας. Αν ο πρώτος υπάλληλος εργάστηκε 11, ο δεύτερος 28 και ο τρίτος 13 ημέρες, να υπολογίσετε πόσα χρήματα πήρε ο καθένας.
5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο, $\Gamma E\Delta$ ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{E} = 90^\circ$, $\hat{\Delta} = 30^\circ$ και $\Delta\Gamma = 12\text{cm}$. Με κέντρο το Γ και ακτίνα $B\Gamma$ σχηματίστηκε το τόξο BZE και με διάμετρο $A\Delta$ σχηματίστηκε ημικύκλιο μέσα στο ορθογώνιο.
 - 1) Να δείξετε ότι η πλευρά $B\Gamma$ είναι ίση με 6 cm.
 - 2) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.
 - 3) Να υπολογίσετε την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



Η Διευθύντρια

Ελένη Χαπελή

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΚΑΙ ΛΥΚΕΙΟ ΛΕΥΚΑΡΩΝ
Σχολική χρονιά 2015 – 2016

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ημερομηνία: Δευτέρα, 23.5.2016

Ωρα: 7.45 π.μ.

Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε πένα. (Τα σχήματα με μολύβι).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος : 12, 17, 22, 27, ...

Να βρείτε: α) το είδος της προόδου

β) τον εκατοστό εικοστό πρώτο όρο της (a_{121}).

2. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο € 4000, το οποίο τοκίζεται με απλό τόκο 6% για 5 χρόνια.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $2^{5x+1} = 64$

β) $\log_x 27 = 3$

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Να δείξετε ότι $\frac{\beta + \gamma}{2\alpha} = \frac{\eta\mu B + \eta\mu \Gamma}{2}$

5. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 9cm$. Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία που αντιστοιχεί σε τόξο μήκους $6\pi cm$.

6. Οι αριθμοί $x, 9, y$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί $1, x, 9$ αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε τις τιμές των x και y .

7. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\alpha = 7\text{cm}$, $\gamma = 7\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.

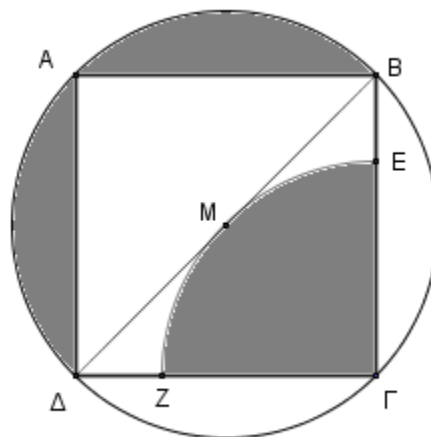
Να βρείτε: α) τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{B}$

β) την πλευρά β του τριγώνου $AB\Gamma$.

8. Σε χάρτη η απόσταση μεταξύ των πόλεων A και B είναι 20cm και η πραγματική τους απόσταση είναι 80km . Να βρείτε την κλίμακα του χάρτη.

9. Σε κύκλο (K, R) με ακτίνα $R = 6\text{cm}$, κυκλικός τομέας έχει εμβαδόν $3\pi\text{cm}^2$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

10. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο με πλευρά 16cm , εγγεγραμμένο σε κύκλο (M, R) . Με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓM γράφουμε τόξο ZME . Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$
β) $\log x (\log x - 3) - 10 = 0$

2. Σε γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και του τέταρτου όρου της είναι -30 και το άθροισμα του τρίτου και του πέμπτου όρου της είναι 60 .

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

β) Να βρείτε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

γ) Να παρεμβάλετε τέσσερις όρους μεταξύ του α_1 και του α_5 , ώστε να σχηματίζουν μαζί αριθμητική πρόοδο.

3. Ο Ζήνωνας αγόρασε ένα διαμέρισμα αξίας €64000. Πλήρωσε επιπλέον 15% πάνω στην αξία του διαμερίσματος για να το ανακαινίσει. Σε τρία χρόνια, λόγω οικονομικής κρίσης, αναγκάστηκε να πουλήσει το διαμέρισμα στον αδελφό του, στην τιμή των €58880.

Να βρείτε: α) το ποσοστό που ζημίωσε ο Ζήνωνας από την πώληση του διαμερίσματος
β) το συνολικό ποσό που στοίχισε στον αδελφό του η αγορά του διαμερίσματος, αν πλήρωσε επιπλέον 19% ΦΠΑ.

4. α) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $\alpha = 6\text{cm}$, $\beta = 6\sqrt{3}\text{cm}$ και εμβαδόν $E = 9\sqrt{3}\text{cm}^2$.

Να υπολογίσετε: ι) τη γωνία $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$)

ιι) την πλευρά γ του τριγώνου

ιιι) τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{B}$ του τριγώνου.

β) Να αποδείξετε ότι αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

$\gamma^2 - 2\beta\gamma\sin A = 4R^2(1 - \sin\Gamma)(1 + \sin\Gamma)$, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

5. Ο κύριος Αναξαγόρας κληρονόμησε ένα χρηματικό ποσό και αφού έδωσε το 10% της κληρονομιάς σε φιλανθρωπικό σκοπό, τα υπόλοιπα τα κατάθεσε στην τράπεζα για 2 χρόνια ως εξής:

Τα $\frac{4}{9}$ του κεφαλαίου προς 7% και το υπόλοιπο προς 5%. Από το πρώτο κεφάλαιο πήρε τόκο

€900 περισσότερα από τον τόκο που έδωσε το δεύτερο κεφάλαιο.

Να βρείτε: α) τι ποσό κατέθεσε στην τράπεζα

β) το χρηματικό ποσό που κληρονόμησε.

Ντίσκος Αλέξιος

Οι Εισηγητές:

Σαββίδου Κασπαρή Άντρη

Λαμπράκη Μάρθα

Διευθυντής

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 31 / 05/2016
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το γραπτό αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να βρείτε πόσο τόκο αφήνει κεφάλαιο €4000, τοκίζόμενο με απλό τόκο για 3 χρόνια με επιτόκιο 3,5%.

A2. Σε αριθμητική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι 6 και η διαφορά 3.

Να βρείτε :

α) τον ένατο όρο της (a_9) και

β) το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της (Σ_6).

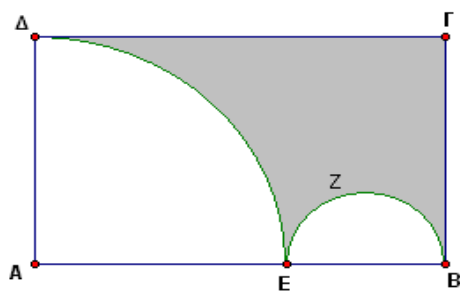
A3. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $64\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε :

α) την ακτίνα του κύκλου

β) το μήκος τόξου γωνίας 60° .

A4. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\log 5 + \log 2}{4\log 2 - \log 4 + 2\log 5} = \frac{1}{2}$.

A5. Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με $AB=16\text{cm}$ και $AD=10\text{cm}$. Το ΑΕΔ είναι τεταρτοκύκλιο και το ΕΖΒ ημικύκλιο.
Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.

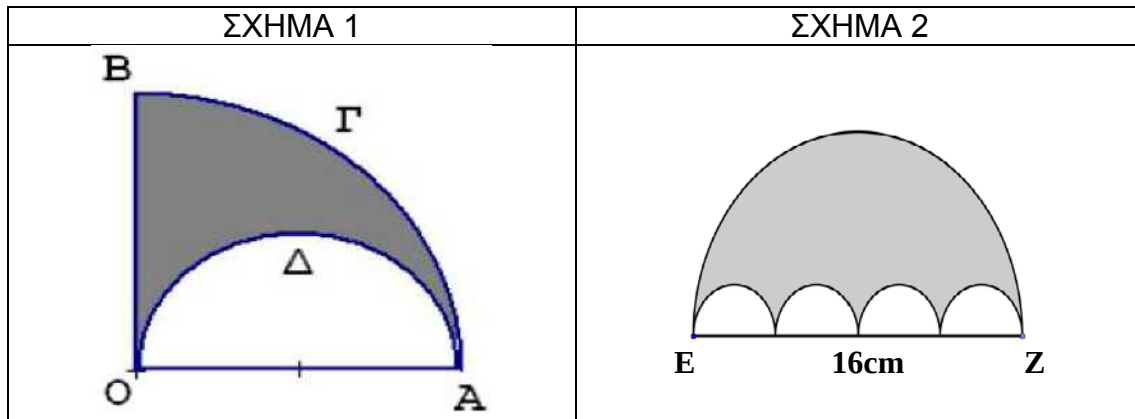


- A6.** Τρίγωνο ABΓ έχει πλευρές $\beta=4\text{ cm}$, $\gamma=2\sqrt{3}\text{ cm}$ και εμβαδόν $E=2\sqrt{3}\text{ cm}^2$.
Να υπολογίσετε την πλευρά του α και τις γωνίες του A, B και Γ.
- A7.** Σε φθίνουσα Γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος όρος της είναι 16 και πέμπτος όρος της είναι 2. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της.
- A8.** Ένα κότερο το 2011 κόστιζε €360000. Το 2012 η τιμή του αυξήθηκε κατά 25% και τον Ιανουάριο του 2013, λόγω της οικονομικής κρίσης, μειώθηκε κατά 20%. Το 2016 το κότερο πωλείται με έκπτωση 5%. Πόσο θα πληρώσει κάποιος σήμερα να το αγοράσει, αν θα πρέπει να πληρώσει και 19% Φ.Π.Α. ;
- A9.** Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\gamma(\alpha\sigma\upsilon\nu B - \beta\sigma\upsilon\nu A) = \alpha^2 - \beta^2$
- A10.** Να λύσετε τις εξισώσεις:
- $$\alpha) \left(\frac{3}{5}\right)^{3\chi-1} = \left(\frac{5}{3}\right)^{-\chi+9} \qquad \beta) (\log\chi)^2 - 2\log\chi - 8 = 0$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1.** Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και πέμπτου όρου της είναι ίσο με 30 και το άθροισμα των έξι πρώτων όρων είναι 136.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
β) Πόσους πρώτους όρους της αριθμητικής προόδου πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα -80;
- B2.** α) Να λύσετε την εξίσωση: $\log(\chi-3) + \log\chi = 3\log 2 - \frac{1}{2}\log 4$.
β) Αν οι αριθμοί 25^x , 5 , $9 \cdot 5^x$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε την τιμή του χ .
- B3.** α) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma - \gamma\sigma\upsilon\nu B = \alpha$, να αποδείξετε ότι είναι ορθογώνιο.
β) Αν επιπλέον στο ABΓ ισχύει και η σχέση $\eta\mu B = 2\eta\mu A\sigma\upsilon\nu\Gamma$, να αποδείξετε ότι είναι ισοσκελές και να υπολογίσετε τις γωνίες του.
- B4.** Έμπορος αγόρασε εμπορεύματα και πλήρωσε €120000 και είχε επιπλέον έξοδα 10% πάνω στο κόστος των εμπορευμάτων. Ακολούθως πώλησε τα εμπορεύματα με κέρδος 30% και μοίρασε το κέρδος του στα 3 παιδιά του ανάλογα με τους βαθμούς τους στα μαθηματικά. Αν οι βαθμοί τους ήταν 15, 17 και 18, να βρείτε πόσα έδωσε στο κάθε του παιδί.

- B5.** Στο σχήμα 1 το $OA = OB = R$. Το τόξο $ΑΓΒ$ είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο το O και ακτίνα OA και το τόξο $ΑΔΟ$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο την OA . Στο σχήμα 2 φαίνονται 5 ημικύκλια με τα μικρά ημικύκλια να έχουν ίσες διαμέτρους και $EZ=16\text{ cm}$. Αν το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής του σχήματος 1 είναι τριπλάσιο από το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής του σχήματος 2, να υπολογίσετε το R .



Ο Διευθυντής

Ιωσηφίδης Γιώργος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΤΑΞΗ: Β' (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ)****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19.05.2016****ΧΡΟΝΟΣ: 2.30'****ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:****ΒΑΘΜΟΣ ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:**

<u>100</u>	<u>20</u>

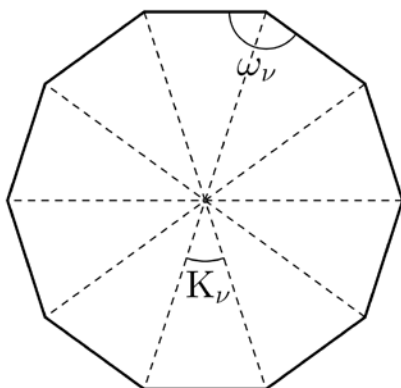
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:**ΤΜΗΜΑ:****ΑΡ.:****ΟΔΗΓΙΕΣ :**

- (α) Να γράψετε μόνο με **μπλε** μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
(β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από οκτώ (8) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'**Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Η διάμετρος κύκλου είναι 12cm. Να βρείτε:
(α) Την περίμετρο (β) Το εμβαδόν του
2. Η κλίμακα ενός χάρτη είναι 1 : 50000. Να βρείτε πόσα χιλιόμετρα (km) είναι η πραγματική απόσταση δύο χωριών, αν η απόστασή τους στο χάρτη είναι 12 cm.
3. Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία K_ν και τη γωνία ω_ν κανονικού δεκαγώνου.



4. Οι αριθμοί $x, 7, x+8$ αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους μιας αριθμητικής προόδου. Να βρείτε:
(α) την τιμή του x ,
(β) τον 21^ο όρο της προόδου.

5. Να βρείτε το χ στις πιο κάτω ισότητες:

(α) $2^{\chi-3} = \frac{1}{2}$

(β) $\log \chi + \log 8 = \log(\chi - 1) + 1$

6. Τρία αδέρφια, ο Νίκος, η Ειρήνη και ο Δημήτρης, είναι ηλικίας 18, 12 και 9 ετών αντίστοιχα.

Τα τρία αδέρφια κληρονόμησαν από κάποιο θείο τους €23400. Να βρείτε πόσα θα πάρει το κάθε παιδί, αν τα χρήματα μοιραστούν ανάλογα με τις ηλικίες τους.

7. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha^2 - 2\beta^2}{4R^2} = \eta\mu^2 A - 2\eta\mu^2 B$.

8. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα 45° είναι $18\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

9. Να επιλύσετε το τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$, αν $\alpha = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, $\gamma = 4 \text{ cm}$, $\hat{A} = 60^\circ$.

10. Ο δεύτερος όρος γεωμετρικής προόδου είναι 48 και ο πέμπτος όρος 6.

(α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.

(β) Να υπολογίσετε το Σ_∞ .

ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο έκτος και ο δέκατος όρος έχουν άθροισμα 34, ενώ ο έβδομος όρος είναι τριπλάσιος του δεύτερου όρου. Να βρείτε:

(α) τους πέντε πρώτους όρους της προόδου,

(β) το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της,

(γ) πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 840.

2. Ο κύριος Κώστας αγόρασε ένα οικόπεδο αξίας €150000. Το πώλησε με κέρδος 12% και τόκισε τα χρήματα που πήρε ως εξής: Τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων προς 6% και τα υπόλοιπα προς 8%. Να υπολογίσετε σε πόσα χρόνια θα πάρει συνολικά τόκους €36288.

3. (α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}$ ($\hat{A} < 90^\circ$) τριγώνου $\hat{A}B\Gamma$ που έχει $E = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^2$ και $\beta = 2 \text{ cm}$, $\gamma = 3 \text{ cm}$.

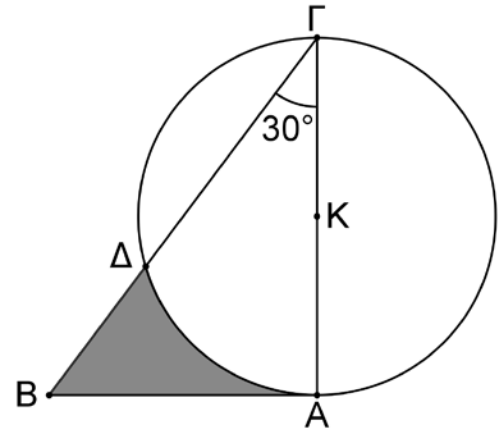
(β) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2}{\alpha^2 + \gamma^2 - \beta^2} = \frac{\sigma\phi\Gamma}{\sigma\phi B}$.

4. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $5^{2\chi+1} - 6 \cdot 5^\chi + 1 = 0$

(β) $\log \chi \cdot (6 - \log \chi) = 5$

5. Στο πιο κάτω σχήμα ο κύκλος έχει κέντρο K και ακτίνα $R = 10$ cm. Η AB είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A και η AG είναι διάμετρος. Αν $\hat{AGB} = 30^\circ$ να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

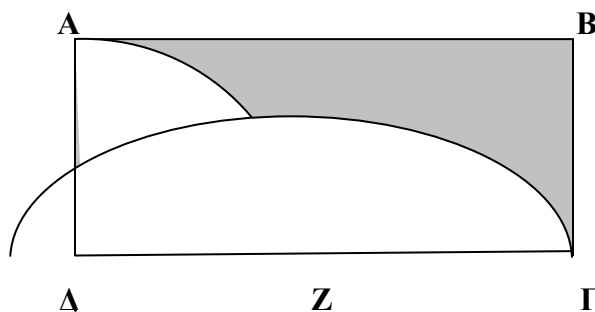
Μάθημα: **Μαθηματικά Β' Κοινού Κορμού**Διάρκεια: **2,5 ώρες**Ημερομηνία: **23.05.2016****Οδηγίες:**

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
2. Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Μία τηλεόραση κοστίζει σε έναν έμπορο για να την εισάγει 600€. Αν την πουλά με κέρδος 30% , ποια είναι η τιμή πώλησής της;
2. Η περιφέρεια κύκλου έχει μήκος με 12π cm . Να βρείτε:
 - α) την ακτίνα του κύκλου,
 - β) το εμβαδόν του κύκλου.
3. Κεφάλαιο 5000€ τοκίστηκε για 3 χρόνια και μας έδωσε τόκο 300€. Με τι επιτόκιο το τοκίσαμε;
4. Ένας πατέρας μοίρασε στα τρία του παιδιά ποσό 8000€ ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 11, 13 και 16 χρόνων. Πόσα πήρε ο καθένας;
5. Να δείξετε ότι η ακολουθία: 7 , 3, -1, -5 , -9, ... αποτελεί αριθμητική πρόοδο. Στη συνέχεια να βρείτε:
 - α) τον εικοστό όρο της (a_{20}),
 - β) το άθροισμα των 15 πρώτων όρων της (Σ_{15}).
6. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - α) $\log(2x-4)=1$.
 - β) $3^{x-2} = 9^{1-x}$.

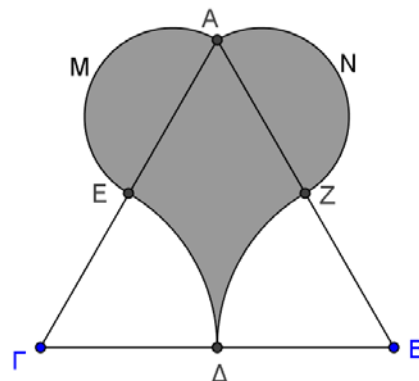
7. Οι αριθμοί $\chi+2$, 2χ , $2\chi+4$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί $\psi-2$, χ , $\psi+7$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε τους χ και ψ .
8. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\alpha=8\text{cm}$, $\beta=4\text{cm}$ και $\gamma=4\sqrt{3}\text{cm}$. Να βρείτε:
α) την γωνία A ,
β) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
9. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(2\chi-3)+\log\chi=\log(7\chi+6)-\log 3$.
10. Το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ έχει διαστάσεις $A\Delta=4\text{cm}$, $\Delta\Gamma=10\text{cm}$. Αν $ZE\Gamma$ ημικύκλιο και $AZ\Delta$ τεταρτοκύκλιο, να βρείτε το εμβαδόν της σκασμένης επιφάνειας.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα μονάδες από τις εκατό.

1. Κάποιος αγόρασε σπίτι αξίας 160000€ για το οποίο ο συντελεστής Φ.Π.Α είναι 20%. Όμως επειδή δεν είχε όλα τα λεφτά, πλήρωσε το 30% και τα υπόλοιπα συμφώνησε να τα πληρώσει σε 40 δόσεις. Να βρείτε πόσο θα είναι κάθε δόση.
2. Δίνεται η εξίσωση $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$.
 α) Να λύσετε την εξίσωση.
 β) Αν $x=3$ είναι η μεγαλύτερη λύση της εξίσωσης, να δείξετε ότι οι αριθμοί $\log_2(x+1)$, $x+1$, $4\log_5(x^3-2)$ αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.
3. α) Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει $\beta = 2\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma$, να δείξετε ότι είναι ισοσκελές.
 β) Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει $2R \cdot \beta \cdot \eta\mu B = \alpha^2 - 2R \cdot \gamma \cdot \eta\mu\Gamma$, να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.
4. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της είναι διπλάσιο του πρώτου όρου της και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της ισούται με 12. Να βρείτε την πρόοδο και να υπολογίσετε τον δέκατο όρο της.

5. Στο διπλανό σχήμα το $\triangle AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς 8cm. Τα E, Z, Δ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΓ, ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα. Τα ΑΜΕ και ΑΝΖ είναι ημικύκλια. Ο ΕΓΔ είναι κυκλικός τομέας με κέντρο Γ και ο ΔΒΖ κυκλικός τομέας με κέντρο Β. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Ο Διευθυντής:

Ευαγγέλου Ευάγγελος



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ

ΤΑΞΗ: Β' Λυκείου

Ημερομηνία: 23/5/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

Ώρα: 07:45- 10:15

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **2** σελίδες.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **δύο** μέρη.
- Το **μέρος Α'** αποτελείται από **δέκα (10) ερωτήσεις**. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **πέντε (5) μονάδες**.
- Το **μέρος Β'** αποτελείται από **πέντε (5) ερωτήσεις**. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **δέκα (10) μονάδες**.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- **Απαγορεύεται** η χρήση διορθωτικού υγρού (Tirrex).
- Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν κύκλου ακτίνας $R = 4\text{ cm}$.
2. Δίνεται η ακολουθία $5, 7, 9, 11, \dots$. Να βρείτε:
α) το είδος της.
β) το δωδέκατο όρο της (a_{12}).
3. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $2^{7x-1} = 64$ β) $\log_3 x = 1$
4. Να υπολογίσετε τον τόκο κεφαλαίου €5000 το οποίο τοκίζεται για 4 χρόνια με απλό τόκο και με επιτόκιο 6%.
5. Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί $4x - 2$, $6x$, $9x + 5$ να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
6. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ με πλευρές $a=4\text{cm}$, $\gamma=2\text{cm}$ και γωνία $\hat{B}=30^\circ$.
7. Ένας καταστηματούχος αγόρασε ένα ποδήλατο €250 και το πώλησε με κέρδος 20% και επιπλέον Φ.Π.Α 17%. Να βρείτε πόσα το πώλησε.
8. Σε τρίγωνο ΑΒΓ η πλευρά $a = 5\text{cm}$, $\angle \Gamma = 60^\circ$ και η πλευρά β είναι κατά 1cm μεγαλύτερη από την πλευρά γ . Να υπολογίσετε τις πλευρές β και γ .

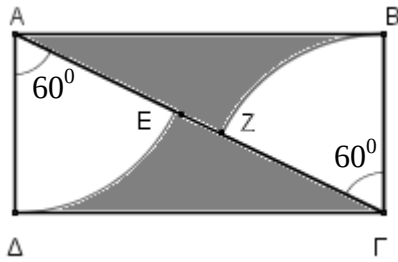
9. Να αποδείξετε ότι : $\frac{\log 32 + \log 4 - \log 2}{\log 40 - \log 5} = 2$
10. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο, το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι διπλάσιο του πρώτου όρου της και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 20. Να βρείτε την πρόοδο.
-

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις . Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Ένας καταστηματάρχης πλήρωσε € 690 για την αγορά τηλεόρασης υπό κάποιο εισαγωγέα. Η τηλεόραση επωλήθη από τον καταστηματάρχη €920. (Στην τιμή αγοράς και πώλησης συμπεριλαμβάνεται και Φ.Π.Α 15%) . Να υπολογίσετε :
 - α) πόσο Φ.Π.Α πλήρωσε ο καταστηματάρχης κατά την αγορά
 - β) πόσο Φ.Π.Α εισέπραξε ο καταστηματάρχης κατά την πώληση
 - γ) πόσο Φ.Π.Α θα πληρώσει στο κράτος
 - δ) πόσο κέρδισε από την πώληση της τηλεόρασης ο καταστηματάρχης .
 - Να λύσετε την εξίσωση: $\log(4^x - 10 \cdot 2^x + 26) = 1$
 - Ένας πωλητής αυτοκινήτων αγόρασε ένα αυτοκίνητο πολυτελείας αξίας €50000. Το πώλησε με κέρδος 20%. Κατόπιν κατέθεσε τα χρήματα από την πώληση στην τράπεζα ως εξής: τα $\frac{2}{5}$ του ποσού προς 4% και τα υπόλοιπα προς 5%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν ώστε να πάρει συνολικά τόκο €5520
 - Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και του έκτου όρου είναι 18 και ο έβδομος όρος της είναι τριπλάσιος του δεύτερου.
 - α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο .
 - β) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να πάρουμε για να έχουμε άθροισμα 120.
-

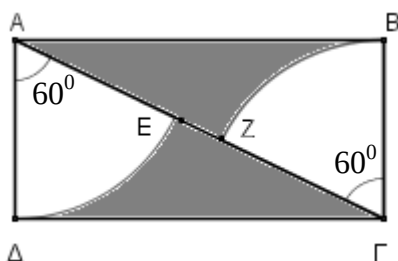
5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν ΑΕΔ, ΒΓΖ είναι κυκλικοί τομείς επίκεντρης γωνίας 60° και $AB = 10\text{ cm}$, $B\Gamma = 5\text{ cm}$, να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας του.



Ο Διευθυντής

Ζώτος Ευάγγελος

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν ΑΕΔ , ΒΓΖ είναι κυκλικοί τομείς επίκεντρης γωνίας 60° και $AB = 10\text{ cm}$, $B\Gamma = 5\text{ cm}$, να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας του.



Ο Εισηγητής

Ο Συντονιστής

Ο Διευθυντής

Λοΐζου Λοΐζος

Λοΐζου Λοΐζος

Ζώτος Ευάγγελος



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/ 05 / 2016

ΤΑΞΗ: Β΄ Ενιαίου Λυκείου

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30΄ ώρες

ΩΡΑ: 7:45΄ - 10:15΄

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ : (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

(β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).

(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

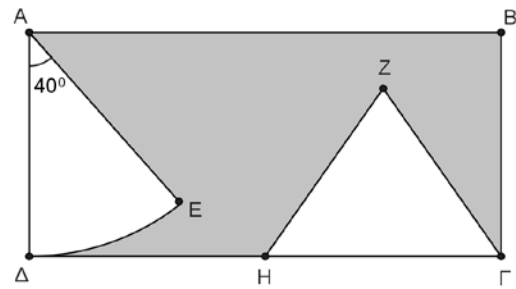
(δ) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσης τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης τους δε θα λαμβάνονται υπόψη.

(ε) Τα σχήματα να τα μεταφέρετε στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

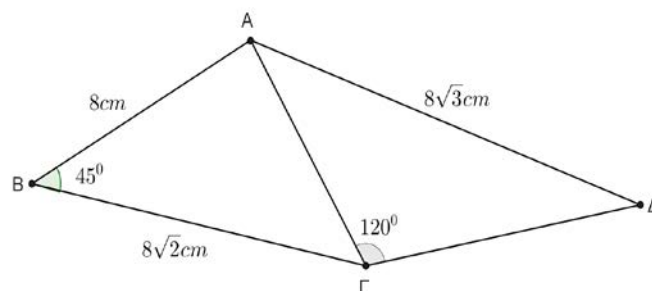
1. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{5x-1} = 16$.
2. Οι αριθμοί $x + 2$, $3x - 1$, $4x - 1$ αποτελούν τρεις διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να βρείτε το x .
3. Να δείξετε ότι: $\frac{\log 9 + 2\log 2}{\log 18 - \log 3} = 2$.
4. Ποιο είναι το επιτόκιο με το οποίο κεφάλαιο € 5000 τοκίζεται με απλό τόκο για 2 χρόνια και 6 μήνες και γίνεται € 5500.
5. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $\alpha = 5\sqrt{3}\text{cm}$, $\beta = 5\text{cm}$, $\hat{A} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.
6. Ο λόγος των εμβαδών δύο ομοίων τριγώνων είναι $\frac{25}{9}$. Αν η μια πλευρά του μεγαλύτερου τριγώνου είναι 10 cm, να βρείτε την ομόλογη πλευρά του μικρότερου τριγώνου.
7. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R). Αν το εμβαδόν του τριγώνου είναι $E_3 = 12\sqrt{3}\text{cm}^2$, να βρείτε το απόστημα α_3 και την πλευρά λ_3 του τριγώνου.
8. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\beta\gamma\sin A + \alpha\beta\sin \Gamma = 4R^2\eta\mu^2 B$.
9. Ο τρίτος όρος φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι 54 και ο πέμπτος όρος της 6. Αν $\lambda > 0$, να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της.

10. Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει εμβαδόν 72 cm^2 . Το μήκος του ορθογωνίου είναι διπλάσιο από το πλάτος του. Με κέντρο το Α και ακτίνα την ΑΔ γράφουμε το τόξο ΔΕ. Το Η είναι το μέσο της ΔΓ και ΖΗ = ΖΓ = 5 cm. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.

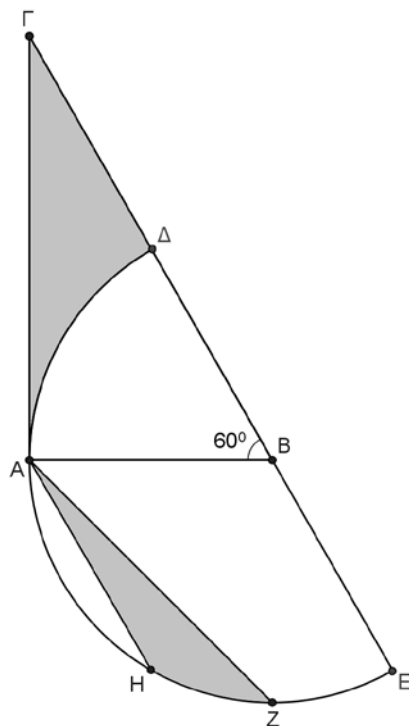


ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της είναι 20, ενώ η διαφορά του τέταρτου όρου της από τον όγδοο όρο της είναι 8. Να βρείτε:
 (α) Τον δέκατο πέμπτο όρο της.
 (β) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 120.
- Να λύσετε τις εξισώσεις (α) $\log x(3\log x - 7) + 2 = 0$
 (β) $4^{x+1} - 13 \cdot 2^x + 3 = 0$
- Τρία αδέρφια ο Α, Β και ο Γ κληρονόμησαν από τον παππού τους € 400000. Πλήρωσαν το 10% στο κράτος για φόρο κληρονομιάς και το υπόλοιπο ποσό το μοιράστηκαν μεταξύ τους ως εξής: ο Α πήρε το $\frac{1}{3}$ του ποσού, ο Β πήρε το 45% των υπολοίπων και ο Γ πήρε ότι απέμεινε. Αφού βρείτε πόσα χρήματα πήρε ο καθένας τους, να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα:
 (α) Με τα χρήματα που πήρε ο Α τι τον συμφέρει: Να καταθέσει όλο το ποσό στην τράπεζα με επιτόκιο 5% για δέκα χρόνια ή να καταθέσει όλο το ποσό με ανατοκισμό και επιτόκιο 3% για δέκα χρόνια. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
 (β) Οι Β και Γ με τα χρήματα που πήραν δημιούργησαν μαζί μια επιχείρηση, η οποία τους απέφερε κέρδη € 150000 σε ένα χρόνο. Τι ποσό θα εισπράξει ο καθένας εάν τα κέρδη θα τα μοιραστούν ανάλογα με το κεφάλαιο που επένδυσε ο καθένας;
- Πιο κάτω σας δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΔ.



5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B\Gamma = 8 \text{ cm}$, $\hat{\alpha} = 90^\circ$ και $\hat{\omega} = 60^\circ$. Με κέντρο την κορυφή B και ακτίνα την BD γράφουμε το ημικύκλιο ΔAE . Δίνεται ότι $AZ = \lambda_4$ και $AH = \lambda_6$. Να βρείτε:
- (α) Το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας .
- (β) Την περίμετρο του AHZ .



ΤΕΛΟΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Σόλων Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2015

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 07:45 π.μ.

- ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν και με μολύβι.)
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το Σχολείο.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Δίνεται Αριθμητική Προόδος με $a_1 = 3$ και $\delta = 4$. Να βρείτε τον εικοστό όρο της.
2. Το 40% των μαθητών ενός σχολείου είναι αγόρια. Αν όλοι οι μαθητές είναι 510, πόσα είναι τα αγόρια;
3. Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου είναι 16π cm. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του κύκλου
β) το μήκος τόξου γωνίας 90°
4. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €3600 τοκίζόμενα με απλό τόκο, για 6 μήνες, με επιτόκιο 4%.
5. Να λύσετε την εξίσωση: $\log 2 + \log(x+1) = \log 12 - \log 3$

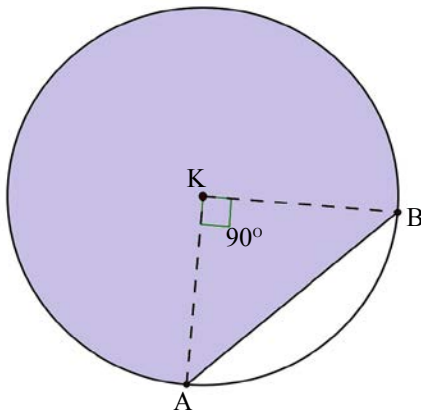
6. Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ δίνονται: $\beta = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:

- α) τη γωνία $\hat{B}$
- β) το εμβαδόν του τριγώνου

7. Σε ένα αρχιτεκτονικό σχέδιο ένα δωμάτιο έχει εμβαδόν 40 cm^2 . Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το πραγματικό εμβαδόν του δωματίου, αν το αρχιτεκτονικό σχέδιο σχεδιάστηκε με κλίμακα 1:50;

8. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{4E}{\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2} = \varepsilon\phi \Gamma$

9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K , χορδή $AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ και $\hat{AKB} = 90^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



10. Να υπολογίσετε την τιμή του x στην πιο κάτω εξίσωση:
 $-3 - 1 + 1 + 3 + \dots + 95 = 5(4x + 20)$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε Απόλυτα Φθίνουσα Γεωμετρική Προόδo, δίνονται: $\alpha_1 = 32$ και $\alpha_4 = 4$

Να υπολογίσετε τα πιο κάτω:

- α) τον λόγο της προόδου
- β) τον όγδοο όρο της προόδου
- γ) το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της προόδου
- δ) το άθροισμα των άπειρων όρων της προόδου

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

β) $6^{\log^2 x - 2 \log x} = 1$

3. α) Αν οι πλευρές α , β και γ ενός τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου, να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $2\eta\mu B = \eta\mu A + \eta\mu \Gamma$

β) Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A \sin \Gamma + \eta\mu \Gamma \sin A = 1$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

4. Ένας πατέρας αγόρασε από το εξωτερικό ένα αυτοκίνητο πολυτελείας και το μεταπώλησε με κέρδος 20%, εισπράττοντας €45000. Ολόκληρο το χρηματικό ποσό που εισέπραξε το μοίρασε στα τρία παιδιά του, ηλικιών 10, 15 και 20 χρόνων, ανάλογα με τις ηλικίες τους.

α) Να βρείτε τα πιο κάτω:

i) την τιμή αγοράς του αυτοκινήτου

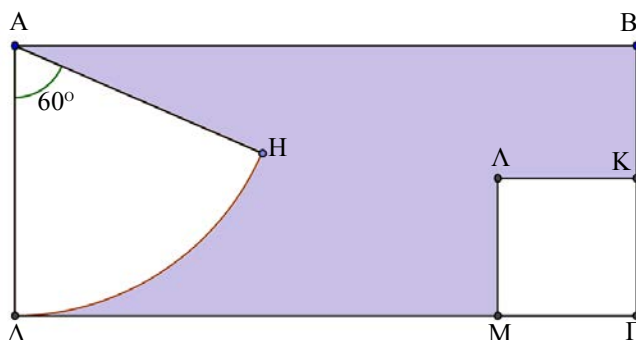
ii) το ποσό που πήρε το κάθε παιδί

β) Αν ο πατέρας κατέθετε το καθαρό κέρδος από την πώληση του αυτοκινήτου σε λογαριασμό με απλό τόκο και επιτόκιο 5%, να βρείτε σε πόσα χρόνια το ποσό που κατέθεσε θα γινόταν μαζί με τους τόκους του €11250.

5. Στο πιο κάτω σχήμα, το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ αντιπροσωπεύει την αυλή ενός εξοχικού σπιτιού. Η αυλή έχει εμβαδόν 64 m^2 και το μήκος της είναι τετραπλάσιο από το πλάτος της. Ο κυκλικός τομέας τόξου $\widehat{\Delta H}$ και ακτίνας ίσης με το πλάτος της αυλής, αντιπροσωπεύει μια πισίνα. Το τετράγωνο $\Gamma K\Lambda M$ με πλευρά ίση με το μισό του πλάτους της αυλής, αντιπροσωπεύει ένα μικρό αποθηκευτικό χώρο.

α) Αν η σκιασμένη περιοχή αντιπροσωπεύει το χώρο με γρασίδι στην αυλή, να υπολογίσετε πόσα τετραγωνικά μέτρα γρασίδι έχει η αυλή.

β) Θα γίνει διακοσμητική περίφραξη του χώρου με το γρασίδι. Το υλικό περίφραξης στοιχίζει €10 το μέτρο. Να υπολογίσετε το συνολικό κόστος της περίφραξης.



Ο Διευθυντής

Νίκος Πρωτοπαπάς

ΤΑΞΗ Β΄

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19 /05/2016

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 7:45 – 10:15

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.
- Κατοχή κινητού τηλεφώνου = Δολίευση.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (για τα σχήματα επιτρέπεται η χρήση μολυβιού).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις . Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Δίνεται η πρόοδος 7, 10, 13,

Να βρείτε:

- α) το είδος της προόδου,
- β) τον εικοστό πρώτο όρο της.

2) Να λύσετε την εξίσωση: $3^{x^2-1} = 27$

3) Να βρείτε τον τόκο που θα δώσει κεφάλαιο €2400 τοκίζόμενο με επιτόκιο 3% για 8 μήνες.

4) Κατά την διάρκεια των εκπτώσεων ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής αξίας €600 πωλήθηκε στην τιμή των €480. Να βρείτε το ποσοστό της έκπτωσης.

5) Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου είναι 12π cm και το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα του πιο πάνω κύκλου είναι 9π cm² . Να βρείτε:

- α) την κεντρική γωνία του κυκλικού τομέα και
- β) την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

6) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $a=8$ cm, $\gamma=4\sqrt{3}$ cm και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

7) Οι κάθετες πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου έχουν μήκος 6 cm και 8 cm .

Η περίμετρος ενός τριγώνου που είναι όμοιο με αυτό είναι 72 cm .

- α) Να βρείτε το λόγο ομοιότητας.
- β) Να βρείτε το εμβαδόν του μεγαλύτερου τριγώνου.

8) Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο δεύτερος όρος είναι ίσος με 4 και ο πέμπτος όρος είναι διπλάσιος του τέταρτου όρου. Να βρείτε:

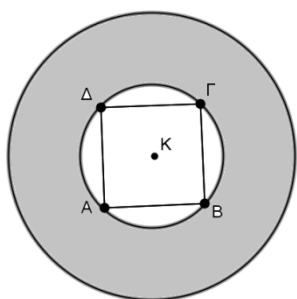
- α) Τον πρώτο όρο (a_1) και το λόγο (λ) της προόδου.
- β) Το άθροισμα των πρώτων 10 όρων της προόδου.

9) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \sqrt[3]{\frac{3 \log_2 4 + \log_2 40 - \log_2 10}{\log_{2016} 2016}}$

10) Στο πιο κάτω σχήμα το τετράγωνο ΑΒΓΔ έχει εμβαδόν 8 cm^2 και είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, ρ). Ο κύκλος (K, R) είναι ομόκεντρος με τον κύκλο (K, ρ) και έχει εμβαδόν $16\pi \text{ cm}^2$.

Να βρείτε:

- α) Τις ακτίνες R και ρ των δύο κύκλων.
- β) Το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις . Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

β) $\log[\log(x-1) - \log 2] = 0$

2) α) Οι αριθμοί 4, $2x+3$, $3x+4$ αποτελούν τους 3 πρώτους όρους μίας αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί xy , y , x αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους μίας γεωμετρικής προόδου.

Να σχηματίσετε τις δύο προόδους.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα $A+B$ όπου:

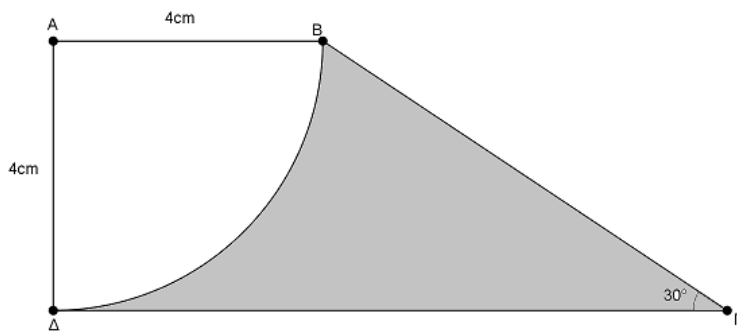
$A = 8 + 4 + 2 + 1 + \dots$

$B = 4 + 7 + 10 + \dots + 40$

3) α) Αν το τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές $\beta = 7 \text{ cm}$, $\gamma = 8 \text{ cm}$ και εμβαδόν $E = 14\sqrt{3} \text{ cm}^2$, να βρείτε τη γωνία $\hat{A}$ ($\hat{A} < 90^\circ$) και την πλευρά α .

β) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\alpha \sin \Gamma = 2R \eta \mu B$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

- 4) α) Ο κύριος Μάριος κληρονόμησε ένα χρηματικό ποσό το οποίο κατέθεσε στην τράπεζα για 2 χρόνια ως εξής: Τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου προς 5% και το υπόλοιπο προς 6%.
Αν πήρε συνολικά τόκο €8640 να βρείτε το ποσό που κατέθεσε στην τράπεζα.
- β) Αν θέλει να μοιράσει το 20% του ποσού που κληρονόμησε στα δύο του παιδιά Νίκο και Δημήτρη ανάλογα με τις ηλικίες τους, που είναι 12 και 8 χρονών αντίστοιχα, να βρείτε το χρηματικό ποσό που θα πάρει το κάθε ένα από τα δύο του παιδιά.
- 5) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $AB = AD = 4\text{cm}$.
Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΒ φέρουμε τόξο ΒΔ.
α) Να δείξετε ότι η ΒΓ = 8cm.
β) Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



Εισηγητές :

Χρίστος Γεωργιάδης
Αλίκη Πατσαλίδου
Ελένη Γεωργίου

Ο Διευθυντής

Τάσος Τάσου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2016ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

Ημερομηνία: 30/5/2016

ΤΑΞΗ: **Β΄ Λυκείου Κοινού Κορμού**

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που

φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας .

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής αξίας €1200 πωλήθηκε με έκπτωση 20% πάνω στην αξία του.
Να βρείτε πόσο πωλήθηκε ο ηλεκτρονικός υπολογιστής.
2. Να βρείτε το x , ώστε οι αριθμοί $2x + 1$, $3x + 1$, $16 - x$, να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
3. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $25\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:
 - α) την ακτίνα του κύκλου [3 μον.]
 - β) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου [2 μον.]

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log_5 x = 3$ [2 μον.]

β) $4^x = 8^{x+1}$ [3 μον.]

5. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{5\beta - 2\alpha}{\gamma} = \frac{5\eta\mu B - 2\eta\mu A}{\eta\mu\Gamma}$.

6. Ισόπλευρο τρίγωνο, τετράγωνο και κανονικό εξάγωνο είναι εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο (K, R) .

α) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $\lambda_4^2 + \lambda_6^2 = \lambda_3^2$ [2 μον.]

β) Αν $\alpha_3 = 2\text{cm}$, να βρείτε τα E_4 , α_6 και Π_3 . [3 μον.]

7. Τρεις συνέταιροι Α, Β, Γ δημιούργησαν μία εταιρεία καταθέτοντας ο καθένας €8000, €5000 και €3000 αντίστοιχα. Τον περσινό χρόνο η εταιρεία είχε κέρδος € 80000. Αφού πλήρωσαν στο φόρο 20% του κέρδους, μοιράστηκαν τα υπόλοιπα χρήματα ανάλογα με το κεφάλαιο που κατάθεσαν. Πόσα χρήματα πήρε ο καθένας;

8. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από την κορυφή Α φέρουμε ευθεία που τέμνει την ΔΓ στο Ζ και την προέκταση της ΒΓ στο Ε. Να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $\triangle ABE$ και $\triangle EZ\Gamma$ είναι όμοια, [3 μον.]

β) ισχύει η σχέση: $(AB) \cdot (\Gamma E) = (\Gamma Z) \cdot (BE)$. [2 μον.]

9. Να δείξετε ότι: $\frac{5\log 2 - \frac{1}{3}\log 8 + 2\log 3}{\log 15 + 3\log 2 - 1} = 2$

10. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο δίνονται $\alpha_3 = 2$ και $\alpha_6 = \frac{1}{4}$.

α) Να γράψετε τους πέντε όρους της γεωμετρικής πρόοδου. [3 μον.]

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της. [2 μον.]

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες .

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο δεύτερος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 28 ενώ ο δέκατος όρος είναι διπλάσιος του τέταρτου όρου της.

α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο. [6 μον.]

β) Πόσους όρους της πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 500. [4 μον.]

2. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $\log(x+3) = 3\log 2 - \log(x-4)$

β) $4^x - 4 \cdot 2^{x+1} + 7 = 0$

3. α) Να επιλύσετε το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, αν δίνονται $\beta = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, $E = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και η γωνιά $\hat{\Gamma} = 30^\circ$.

β) Αν σε ένα τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha \cdot \sin B - \beta \cdot \sin A = \gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

4. Ένας έμπορος πούλησε διάφορα εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά μαζί με το Φ.Π.Α. €54502. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α. που ήταν το 19% κατάθεσε στην τράπεζα τα υπόλοιπα χρήματα ως εξής: Τα $\frac{3}{4}$ του ποσού προς 4% και τα υπόλοιπα προς 6%.

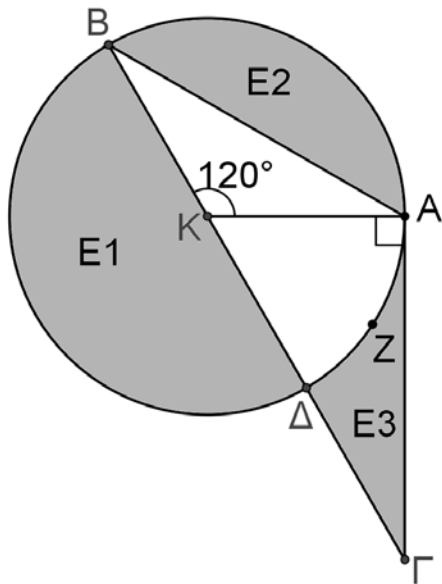
Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικά τόκο €10305;

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K , ακτίνα 8 cm , $\angle AKB = 120^\circ$ και $KA \perp AG$.

Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους $E1 + E2 + E3$. [7 μον.]

β) Την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου $\triangle AB\Delta$ που αποτελείται από τα ευθύγραμμα τμήματα AB και $B\Delta$ και το τόξο $\overset{\Delta}{A}ZA$. [3 μον.]



ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Δημητρίου Νίκος

Πιτσιλλίδης Χαράλαμπος

Κλώνης Ιάκωβος

ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Χατζημάρκου Γρηγόρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΤΑΞΗ: Β΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/05/2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2:30΄

ΩΡΑ: 7:45 – 10:15

Οδηγίες:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β) Να γράψετε με μελάνι μπλε (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- ε) Σε όλες τις ερωτήσεις να φαίνεται ο τρόπος απάντησής σας. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης αιτιολόγησης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.
- ζ) Να συμμορφώνεστε πρόθυμα με τις οδηγίες των επιτηρητών.
- στ) Η ΔΟΛΙΕΥΣΗ ΤΙΜΩΡΕΙΤΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Α΄ μέρους.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

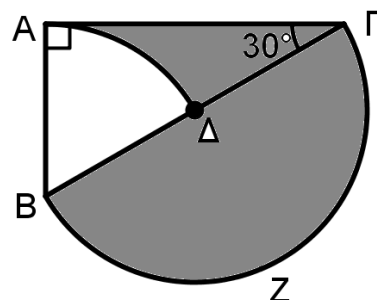
- 1) Δίνεται η πρόοδος 3, 8, 13, Να υπολογίσετε το δέκατο όρο της.
- 2) Να λύσετε την εξίσωση: $5^x = 25$.
- 3) Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €3000 τοκίζόμενο προς 2% για 5 χρόνια.
- 4) Κύκλος έχει ακτίνα 3cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κύκλου.
- 5) Ένα σπίτι αξίας €200 000 πωλείται με κέρδος 10% πάνω στην αξία του. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του σπιτιού.

- 6) Να υπολογίσετε τις πλευρές α , β , γ του τριγώνου $AB\Gamma$ αν δίνονται: $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{B} = 120^\circ$ και $R = 4 \text{ cm}$.
- 7) Σε Γεωμετρική πρόοδο ο $3^{\text{ος}}$ όρος είναι 16 και ο $6^{\text{ος}}$ όρος είναι 2.
 (α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 (β) Να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της προόδου.
- 8) Σε αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:50 το εμβαδόν μίας μικρής εκκλησίας είναι 360 cm^2 . Να υπολογίσετε το πραγματικό εμβαδόν της εκκλησίας σε m^2 .
- 9) Να λύσετε την εξίσωση: $\log^2 x - 3 \log x - 4 = 0$.
- 10) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu B(\gamma\sigma\upsilon\nu A - \alpha\sigma\upsilon\nu\Gamma) = \frac{\beta^2}{2R}$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Β' μέρους.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

- 1) (α) Να λύσετε την εξίσωση $4^x - 6 \cdot 2^x - 16 = 0$.
 (β) Αν $x = 3$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $A = \log[\log_3 x^6 - \log 10^7 + \log_9 x^4]$.
- 2) Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο προς 3% για 4 χρόνια και ένα άλλο κεφάλαιο τριπλάσιο του πρώτου προς 2% για 2 χρόνια και 4 μήνες. Αν πήρε συνολικά τόκο €650, να βρείτε τα δύο κεφάλαια.
- 3) Οι αριθμοί x , $x + 3$, $4x$ διαδοχικοί όροι Αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί x , y , $y + 40$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής προόδου όπου $y > 0$.
 (α) Να υπολογίσετε τα x και y .
 (β) Αν $y = 10$ και ο αριθμός x είναι ο πρώτος όρος των δύο προόδων, να αποδείξετε ότι το άθροισμα των 4 πρώτων όρων της πιο πάνω Γεωμετρικής προόδου είναι κατά 11 μεγαλύτερο από το άθροισμα των 14 πρώτων όρων της Αριθμητικής προόδου.
- 4) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}B = 30^\circ$ και $B\Gamma = 8 \text{ m}$. Με κέντρο το B και ακτίνα BA γράφουμε τόξο AD και με κέντρο το Δ γράφουμε ημικύκλιο $BZ\Gamma$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



5) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει ότι $\alpha = \gamma\sqrt{3}$ και $E = \frac{\gamma^2\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$.

(α) Να υπολογίσετε τη γωνία B .

(β) Αν $\hat{B} = 90^\circ$ και $\beta = 6 \text{ cm}$, να επιλύσετε το τρίγωνο.

Τέλος Δοκιμίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ:** Β΄ Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** Πέμπτη, 2 Ιουνίου 2016**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρες**ΟΔΗΓΙΕΣ**

- Γράφετε με πένα μπλε. Τα σχήματα αν θέλετε με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης** υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες στις 100.**

1. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο € 8000 τοκίζόμενο για 3 χρόνια, με επιτόκιο 4%.
2. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος 3, 6, 12,
Να βρείτε το λόγο λ και τον πέμπτο όρο a_5 της προόδου.
3. Να υπολογίσετε το x ώστε οι αριθμοί : 2 , $x - 1$, $3x + 1$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
4. Να βρείτε το εμβαδόν κύκλου αν το μήκος περιφέρειάς του ισούται με 8π cm.
5. Ο Μάριος πώλησε ηλεκτρονικό υπολογιστή με κέρδος 30% πάνω στην αξία του και εισέπραξε €520. Να βρείτε την αξία του ηλεκτρονικού υπολογιστή.
6. Να δείξετε, χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής, ότι ισχύει η σχέση:

$$\frac{\log 24 - \log 3}{\log 2 + \log 4} = 1$$

7. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $a = 8\text{cm}$, $\gamma = 4\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε
(α) το εμβαδόν του τριγώνου
(β) την πλευρά $A\Gamma = \beta$ του τριγώνου.

8. Να λύσετε την εξίσωση : $\log^2 x - 4 \cdot \log x + 3 = 0$

9. Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{2}{5}$. Να βρείτε:

(α) Την περίμετρο του μεγαλύτερου πολυγώνου, αν η περίμετρος του μικρότερου είναι κατά 12 cm μικρότερη από την περίμετρο του μεγαλύτερου πολυγώνου.

(β) Το εμβαδόν του μικρότερου πολυγώνου αν το εμβαδόν του μεγαλύτερου είναι 100 cm^2 .

10. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

$$\frac{\alpha \eta\mu A + \beta \eta\mu B - \gamma \eta\mu \Gamma}{2\alpha\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma} = \frac{1}{2R}$$

(R είναι η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου).

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες στις 100.

1. Σε αριθμητική πρόοδο (Α.Π.) ο δεύτερος όρος και ο όγδοος όρος της έχουν άθροισμα 38, ενώ ο δέκατος τέταρτος όρος είναι πενταπλάσιος του τρίτου όρου της.

(α) Να αποδείξετε ότι η Α.Π. είναι η ακολουθία: 3, 7, 11, . . .

(β) Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων γεωμετρικής προόδου η οποία έχει πρώτο όρο ίσο με 5 και λόγο $\lambda = \frac{1}{\delta}$, όπου δ είναι η διαφορά της πιο πάνω Α.Π.

2. (α) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha = \beta \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma$, να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

(β) Αν επιπλέον $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $\gamma = 2 \text{ cm}$, να επιλύσετε το τρίγωνο.

3. Να λύσετε την εξίσωση : $\log(9^x + 10 \cdot 3^x - 1) = 1 + \log(2 \cdot 3^x - 1)$.

4. Εισαγωγέας αυτοκινήτων αγόρασε ένα αυτοκίνητο και πλήρωσε €7500. Πλήρωσε επιπλέον 25%, πάνω στην τιμή αγοράς, για έξοδα μεταφοράς. Η αρχική τιμή πώλησης του αυτοκινήτου συμπεριλαμβάνει και κέρδος 20%, πάνω στο συνολικό κόστος. Ο εισαγωγέας πούλησε τελικά το αυτοκίνητο σ' ένα φίλο του κάνοντάς του έκπτωση 10% πάνω στην αρχική τιμή πώλησης.

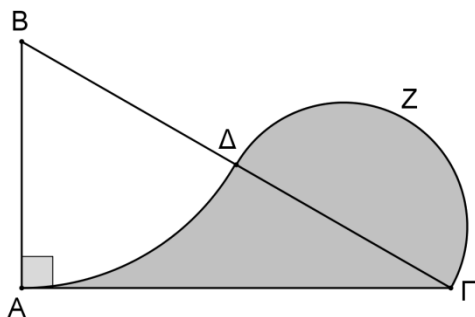
Να βρείτε: (α) Την αρχική τιμή πώλησης.

(β) Την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου, μετά την έκπτωση.

(γ) Το ποσοστό (%) κέρδους του εισαγωγέα, σε σχέση με την τιμή πώλησης μετά την έκπτωση.

(δ) Το ποσόν που πλήρωσε ο φίλος του εισαγωγέα για την αγορά του αυτοκινήτου, συμπεριλαμβανομένου ΦΠΑ 19%.

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma = 8\text{ cm}$ και γωνία $\widehat{A\Gamma B} = 30^\circ$. Το τόξο $A\Delta$ ανήκει στον κύκλο κέντρου B και ακτίνας AB . Το ημικύκλιο $\Gamma Z\Delta$ κατασκευάστηκε με διάμετρο $\Gamma\Delta$. Να υπολογίσετε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** της σκιασμένης περιοχής.



Οι Εισηγητές

.....
Καραντάνος Δημήτριος

.....
Αρσιώτης Παύλος

.....
Ζαντής Ανδρέας

.....
Ευριπίδου Γιώργος

Ο Συντονιστής

.....
Καραντάνος Δημήτριος

Ο Διευθυντής

.....
Νικολαΐδης Μελής

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Τάξη: Β΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΡΜΟΣ

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 23 / 05 / 2016

Αρ. σελίδων: 4

Χρόνος εξέτασης: 2:30 (δύο ώρες και τριάντα λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες (συμπεριλαμβανομένης και της 1^{ης} σελίδας)
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη.
- Το μέρος Α΄ αποτελείται από 10 ασκήσεις . Πρέπει να λύσετε ΚΑΙ τις 10.
(Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**)
- Το μέρος Β΄ αποτελείται από 5 ασκήσεις . Πρέπει να λύσετε ΚΑΙ τις 5.
(Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικών υλικών.
- Γράφετε μόνο με μελάνι, μπλε ή μαύρου χρώματος. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

Μέρος Α:

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις . Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

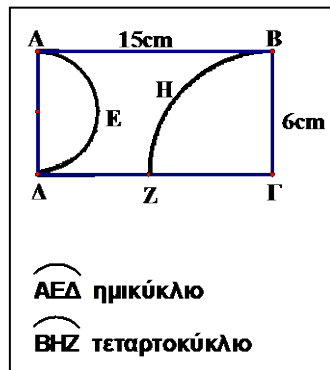
- Δίνεται η πρόοδος 7, 11, 15, 19, ... Να βρείτε:
α) το είδος της (αριθμητική, γεωμετρική)
β) τον δέκατο τρίτο όρο της (a_{13}).
- Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R=5\text{cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.
- Να λύσετε τις εξισώσεις
α) $3^x = 27$
β) $\log x + \log 3 = \log(x+2)$
- Ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής αξίας 1200 ευρώ πουλήθηκε με έκπτωση 20% πάνω στην αξία του. Πόση ήταν η έκπτωση;
- Ένα τρίγωνο έχει εμβαδόν $E=5\sqrt{3}\text{ cm}^2$, $\beta=5\text{cm}$, $\gamma=4\text{cm}$. Να υπολογίσετε την γωνία $\hat{A}$ ($\hat{A} < 90^\circ$).
- Αν οι αριθμοί $\chi+1$, $2\chi+1$, $4\chi-3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου (Α.Π) να βρείτε το χ .
- Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο (Γ.Π) το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 8 και ο πρώτος όρος της είναι τετραπλάσιος του λόγου της .Να σχηματίσετε τη Γ.Π
- Κυκλικός τομέας έχει εμβαδόν $3\pi\text{ cm}^2$. Αν η ακτίνα του κύκλου είναι $R=6\text{cm}$ να βρείτε :
α) την επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στον κυκλικό τομέα
β) το μήκος του αντίστοιχου τόξου.
- Να δείξετε ότι: $\frac{\log 32 + \log 4 - \log 2}{\log 40 - \log 5} = 2$
- Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση : $\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \gamma} = \frac{\eta\mu A + \eta\mu B}{\eta\mu A - \eta\mu \Gamma}$.

Μέρος Β:

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις .Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο (Α.Π) το άθροισμα του δεύτερου και τέταρτου όρου είναι 10, ενώ το άθροισμα του πέμπτου και όγδοου όρου είναι 24.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
β) Να βρείτε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
β) $\log(2x - 3) + \log 3 = \log(x + 4) - \log 2$
3. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο με απλό τόκο για 7 χρόνια προς 6% γίνεται μαζί με τους τόκους του 4970 ευρώ;
4. α) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\frac{\gamma}{2\alpha} = \sigma\upsilon\nu\beta$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές. (μονάδες 4)
β) Τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές , $\alpha=2\sqrt{3}$ cm , $\beta=4$ cm και γωνία $\hat{\Gamma}=30^\circ$. Να βρείτε την πλευρά γ και τις γωνίες $\hat{A}$ ($\hat{A} < 90^\circ$) και $\hat{B}$. (μονάδες 6)

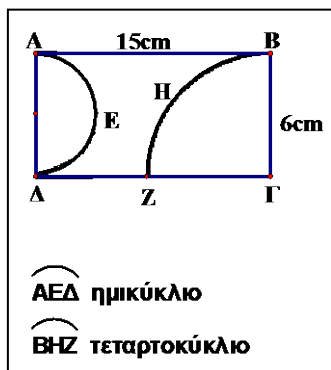
5. Στο σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB=15\text{cm}$ και $B\Gamma=6\text{cm}$. Με διάμετρο την πλευρά $A\Delta$ και με κέντρο την κορυφή Γ γράφουμε αντίστοιχα ημικύκλιο και τεταρτοκύκλιο μέσα στο ορθογώνιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Α. Χριστοδουλίδης

6. Στο σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB=15\text{cm}$ και $B\Gamma=6\text{cm}$. Με διάμετρο την πλευρά $A\Delta$ και με κέντρο την κορυφή Γ γράφουμε αντίστοιχα ημικύκλιο και τεταρτοκύκλιο μέσα στο ορθογώνιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Α. Κωνσταντινίδη

Χ. Κωνσταντινίδης

Α. Χριστοδουλίδης

Κ. Παπαβασιλείου

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Βκκ

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 7:45

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 31/05/16

ΩΡΑ ΛΗΞΗΣ: 10:15

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 3 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής .

(β) Να γράφετε **μόνο** με μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι)

(γ) **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού

ΜΕΡΟΣ Α΄

(50 μον.)

Το μέρος Α΄ αποτελείται από 10 (δέκα) θέματα. Να λύσετε όλα τα θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και το μήκος κύκλου που έχει ακτίνα 5cm.
2. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 5, 8, 11, 14, Να υπολογίσετε:
(α) τη διαφορά της
(β) το δέκατο έκτο όρο της.
3. Κάποιος κατέθεσε σε μια τράπεζα €25000 με ετήσιο επιτόκιο 4% . Να βρείτε πόσο τόκο θα πάρει μετά από ένα χρόνο και τρεις μήνες.
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $2^{x+5} = 16^2$
(β) $\log(2x-5) = 0$
5. Ο κύριος Γιώργος αγόρασε στις εκπτώσεις έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή αρχικής αξίας €850. Αν πλήρωσε €731, να βρείτε το ποσοστό της έκπτωσης που έγινε.
6. Σε γεωμετρική πρόοδο δίνονται $\alpha_2=6$ και $\alpha_3=2$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της.

7. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνιάς 120° σε κύκλο είναι $48\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε το μήκος του τόξου του κυκλικού τομέα.
8. Αν σε ένα τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση : $\beta \sin \Gamma - \gamma \sin B = \alpha$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
9. Ο λόγος ομοιότητας δύο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{2}{3}$ και το άθροισμα των εμβαδών τους είναι ίσο με 26 τ.μ. . Να βρείτε το εμβαδόν του μικρότερου πολυγώνου.
10. Τρίγωνο ABΓ έχει $\alpha = 6\text{cm}$, $\beta = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ και εμβαδόν $E = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του αν $\hat{\Gamma} < 90^\circ$ και την πλευρά του γ.

ΜΕΡΟΣ Β΄

(50 μον.)

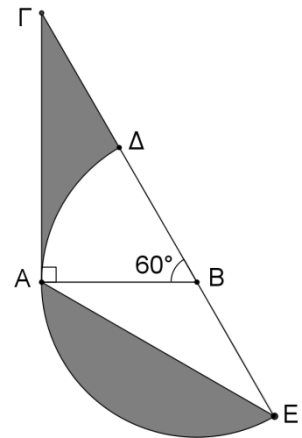
Το μέρος Β΄ αποτελείται από 5 (πέντε) θέματα. Να λύσετε όλα τα θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο δεύτερος και ο πέμπτος όρος έχουν άθροισμα 5 ενώ ο τρίτος και ο όγδοος έχουν άθροισμα 17.
 (α) Να σχηματίσετε τη πρόοδο.
 (β) Να βρείτε τον 12ον όρο της.
 (γ) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 44;
2. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $2^{x+2} + 2^{x-1} - 36 = 0$
 (β) Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί : $\log 2, \log x, \log(12-x)$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
3. Τα $\frac{2}{3}$ ενός κεφαλαίου τοκίσθηκαν προς 6% και το υπόλοιπο προς 8% και σε τρία χρόνια έγιναν μαζί με τους τόκους τους £4200. Να βρείτε το κεφάλαιο.
4. Έμπορος αγοράζει εμπόρευμα προς €20000 και πληρώνει 25% επιπλέον Φ.Π.Α.
 (α) να υπολογίσετε πόσο στοιχίζει το εμπόρευμα
 (β) αν πλήρωσε από αυτά 60% σε μετρητά και τα υπόλοιπα σε 12 μηνιαίες δόσεις με 2% επιτόκιο, να βρείτε πόσα ήταν η κάθε δόση

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με $B\Gamma = 8\text{cm}$ και $\hat{AB}\Gamma = 60^\circ$. Το τόξο $\widehat{\Delta A E}$ είναι ημικύκλιο με κέντρο το B και ακτίνα την BA . Να υπολογίσετε:

α) το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας

β) την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....

Φοινίκη Χριστοδούλου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

Μάθημα: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

Τάξη: Β'

Χρόνος: 2,5 ώρες

Ημερομηνία: 19 - Μαΐου 2016

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- γ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο φύλλο απαντήσεων.
- δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPP-EX).

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες συμπεριλαμβανομένου του τυπολογίου.

ΜΕΡΟΣ Α':

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Σε ένα χάρτη με κλίμακα 1: 1 000 000 δύο πόλεις απέχουν 4 cm. Να βρείτε σε χιλιόμετρα την πραγματική απόσταση των δύο πόλεων.
2. Το 80% των μαθητών της Α' τάξης ενός Λυκείου πήγε εκδρομή στην Ελλάδα. Οι μαθητές που πήγαν εκδρομή ήταν 200. Να βρείτε πόσοι ήταν όλοι οι μαθητές της Α' τάξης.
3. Δίνεται η ακολουθία αριθμών: 4, 7, 10, 13, 16, ...
 - (α) Να προσδιορίσετε το είδος της προόδου (αριθμητική / γεωμετρική) αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.
 - (β) Να υπολογίσετε τον εκατοστό όρο της ακολουθίας.
4. Δίνεται κύκλος με ακτίνα 6cm. Να υπολογίσετε:
 - (α) Το μήκος της περιφέρειάς του
 - (β) Το εμβαδόν του.

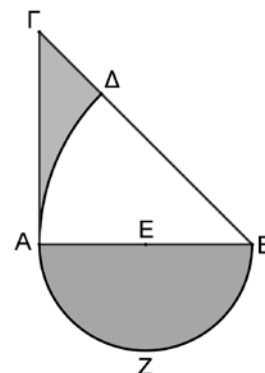
5. Να υπολογίσετε πόσο απλό τόκο θα δώσει κεφάλαιο €3600 αν τοκιστεί με επιτόκιο 4% για δύο χρόνια και τρεις μήνες.

6. Σε φθίνουσα Γ.Π. με πρώτο όρο 1, το άθροισμα των απείρων όρων της είναι ίσο με $\frac{3}{2}$. Να υπολογίσετε το λόγο της.

7. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha \cdot \sigma\upsilon\upsilon\Gamma + \gamma \cdot \sigma\upsilon\upsilon\Lambda}{\beta} = 1$.

8. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ β) $\log(x+1) + \log x - \log 2 = \log 3$.

9. Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές ($AB = A\Gamma$) με $B\Gamma = 16\sqrt{2} \text{ cm}$. Το τόξο ΑΔ ανήκει σε κύκλο με κέντρο το Β και ακτίνα τη ΒΑ. Με κέντρο το Ε, μέσο του ΑΒ, φέρουμε ημικύκλιο ΑΖΒ. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



10. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (Κ, R). Αν το εμβαδόν του τριγώνου είναι $E_3 = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$, να βρείτε το απόστημα α_3 και την πλευρά λ_3 του τριγώνου.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ $A\Gamma = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$

α) Να επιλύσετε το τρίγωνο. (Με προσέγγιση μονάδας)

β) Να βρείτε το εμβαδόν του.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$(\alpha) 2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0,$$

$$(\beta) \log(\log(3x - 5)) = 0.$$

3. Επιχειρηματίας πούλησε την επιχείρησή του και εισπράξε €150000. Αφού πλήρωσε στο κράτος 15% Φ.Π.Α. έδωσε το $\frac{1}{5}$ των χρημάτων που έμειναν στα παιδιά του και τα υπόλοιπα τα κατάθεσε σε τράπεζα τοκίζοντας το $\frac{1}{4}$ του ποσού προς 4% και το υπόλοιπο ποσό προς 5%. Να βρείτε για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικά €9690 τόκο.

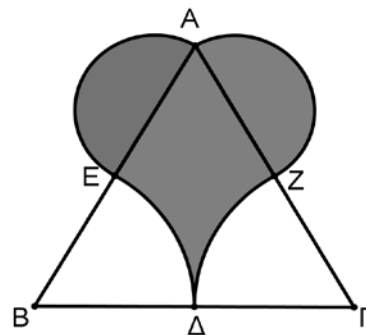
4. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο με $\lambda > 0$, ο πρώτος όρος είναι τετραπλάσιος του τρίτου και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 96.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

β) Χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους τύπους να παρεμβάλετε 4 αριθμούς μεταξύ του πρώτου και του πέμπτου όρου ώστε να σχηματίζουν όλοι μαζί αριθμητική πρόοδο.

5. Το $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 8cm και Δ , E , Z , είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma$, AB , $A\Gamma$ αντίστοιχα. Με διάμετρο τα τμήματα AE και AZ γράφουμε ημικύκλια έξω από το τρίγωνο και με κέντρα τα B και Γ γράφουμε τόξα με

ακτίνα $\frac{B\Gamma}{2}$ μέσα στο τρίγωνο. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Οι εισηγητές :

Αριστείδης Τίρκας

Κλεοβούλη Παναγή

Η Διευθύντρια :

Δέσποινα Παπαγιάννη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ : Β΄

Ημερομηνία: 26/05/2016

Χρόνος : 2,5 ώρες

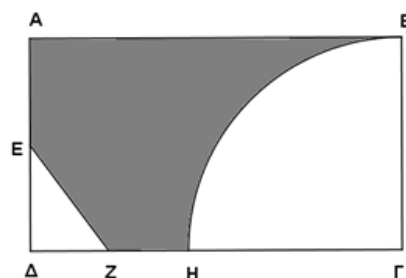
ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

■ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες. ■

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε όλες τις ασκήσεις .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας κύκλου ο οποίος έχει διάμετρο 14 cm.
2. Κατά την περίοδο των εκπτώσεων ποδήλατο αξίας €400 πωλείται με έκπτωση 15% .
Να βρείτε την τιμή πώλησης .
3. Σε αριθμητική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι ίσος με 1 και το άθροισμα του δεύτερου και του έβδομου όρου της είναι ίσο με 14.
α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο.
β) Να βρείτε το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της.
4. Η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 30 Km . Να βρείτε την απόσταση τους σε χάρτη με κλίμακα 1: 250000 (η απάντησή σας να δοθεί σε cm) .
5. Να λύσετε τις εξισώσεις :
α) $2^{2x-7} = 32^{x+1}$, (β) $\log(x-3) + \log x = 1$
6. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται : $\alpha = 5\text{cm}$, $\gamma = 4\text{cm}$ και $E = 5\sqrt{3}\text{ cm}^2$.
Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}$ ($\hat{B} < 90^\circ$) και την πλευρά β του τριγώνου.
7. Η κυρία Μαρία κατέθεσε στην τράπεζα , με απλό τόκο , το ποσό των € 50000 , με επιτόκιο 4% για 15 μήνες . Στο τέλος της περιόδου αυτής πήρε το ποσό μαζί με τους τόκους και το μοίρασε στα τρία εγγόνια της ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 10 , 14 και 18 χρόνων αντίστοιχα . Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε το κάθε παιδί.

8. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με $B\Gamma = 8 \text{ cm}$ και $EZ = 5 \text{ cm}$. Τα E και Z είναι τα μέσα των $A\Delta$ και ΔH αντίστοιχα. Με κέντρο Γ και ακτίνα ΓB γράφουμε τόξο BH μέσα στο ορθογώνιο. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



9. α) Να βρείτε την τιμή του $A = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \dots$
 β) Αν $\log_x 8 = A$, να βρείτε την τιμή του x , $x > 1$.
10. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, με πλευρές α, β, γ , ισχύει η σχέση: $4R^2 \eta \mu^2 A + \frac{4E \sigma \nu \Gamma}{\eta \mu \Gamma} = \alpha^2 + \beta^2$
 α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
 β) Αν επιπλέον οι αριθμοί $2\alpha, 3\beta, 32\gamma$, αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, να αποδείξετε ότι $\alpha = \frac{3}{8}\beta$.

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ($\lambda > 0$), ο δεύτερος όρος της είναι ίσος με 8 και ο έκτος όρος της είναι ίσος με $\frac{1}{2}$.
 α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.
 β) Να βρείτε ποιος όρος της γεωμετρικής προόδου είναι ίσος με $\frac{1}{128}$.
 γ) Να βρείτε το άθροισμα των 13 πρώτων όρων της.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $3\log^2 x + 10\log\sqrt{x} - 2 = 0$
 β) $2^{x+1} + 2^{x-1} = 15$

3. Ο κύριος Ανδρέου πούλησε εμπορεύματα και εισέπραξε € 595000 μαζί με το Φ.Π.Α. που ήταν 19% . Πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α. και με τα $\frac{3}{5}$ των χρημάτων που του έμειναν αγόρασε ένα σπίτι . Τα υπόλοιπα τα κατέθεσε στην τράπεζα ως εξής:
Το $\frac{1}{4}$ του ποσού προς 3% και τα υπόλοιπα προς 4% .

α) Να βρείτε την αξία των εμπορευμάτων χωρίς το Φ.Π.Α.

β) Να βρείτε για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα που κατέθεσε στην τράπεζα , ώστε να πάρει συνολικά τόκο € 22500.

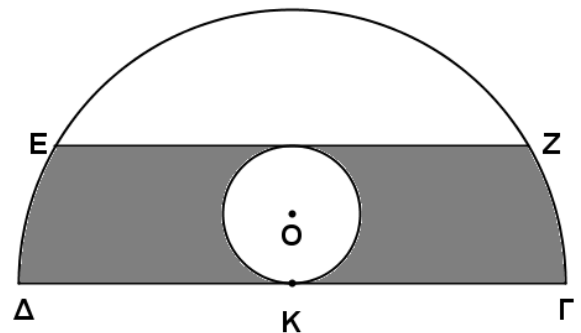
4. α) Τρίγωνο $AB\Gamma$, με πλευρές α, β, γ , είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R .

i) Αν οι αριθμοί $\log(\eta\mu A)$, $\log \alpha$ είναι οι δύο πρώτοι όροι αριθμητικής προόδου με διαφορά $\delta = \log 4$, να αποδείξετε ότι $R = 2$ cm.

ii) Αν επιπλέον $\beta = 2$ cm , $\gamma = 2\sqrt{3}$ cm και $\hat{\Gamma} < 90^\circ$, να επιλύσετε το τρίγωνο.

β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση : $\frac{\gamma \sin A}{2} - R \eta\mu B = 0$, να αποδείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ημικύκλιο με κέντρο K και διάμετρο $\Delta\Gamma$.
Η χορδή EZ είναι πλευρά ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο $(K, K\Gamma)$ και ο κύκλος (O, OK) εφάπτεται της EZ και της $\Delta\Gamma$.
Αν $EZ = 4\sqrt{3}$ cm , να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσικάρης