

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ
ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

Τάξη: Α΄ Λυκείου (3-ωρο)

Ημερομηνία: 19/05/2017

Μάθημα: Μαθηματικά

ώρες

Διάρκεια εξέτασης: 2,5

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
- (β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- (γ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.
- (δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
- (ε) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των πιο κάτω παραστάσεων (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής) .

α) $\sqrt[3]{32}$, $\sqrt[3]{4}$

β) $\sqrt{7 + \sqrt{9 - \sqrt{25}}}$

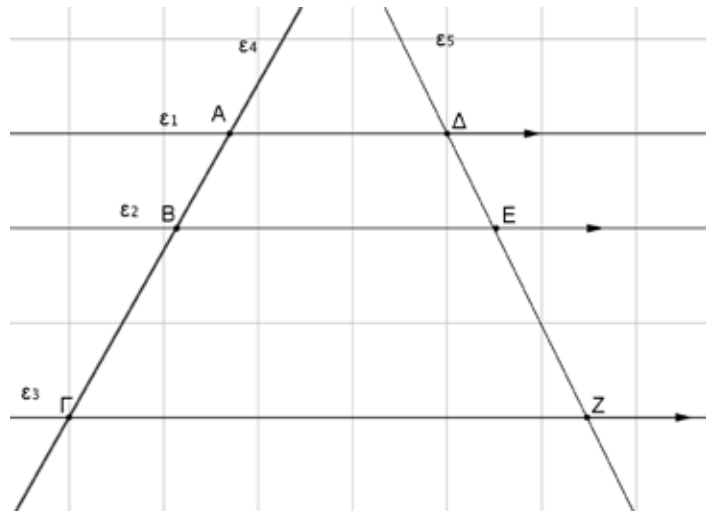
2. Για ποιες τιμές των παραμέτρων λ και μ , $\lambda, \mu \in R$, η εξίσωση $(7 - \mu) \cdot x = \lambda + 3$, είναι αόριστη;

3. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 - 6x + 4 = 0$, χωρίς να λυθεί η εξίσωση, να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

α) i) $x_1 + x_2 =$ ii) $x_1 \cdot x_2 =$

β) $3x_1 - 2x_1 \cdot x_2 + 3x_2 =$

4. Στο διπλανό σχήμα, $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Η ε_4 τέμνει τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και ε_3 στα σημεία A, B και Γ αντίστοιχα, ενώ η ε_5 τέμνει τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και ε_3 στα σημεία Δ, E, και Z αντίστοιχα. Αν $(AB) = 3\text{cm}$, $(B\Gamma) = 9\text{cm}$ και $(\Delta E) = 5\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του EZ.



5. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, να υπολογίσετε

την τιμή της παράστασης:

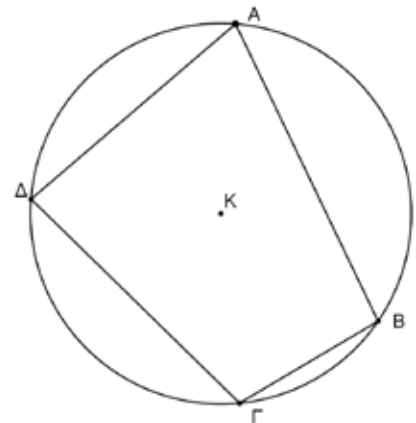
$A =$

$$\frac{5 \cdot (\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)}{4 \cdot \epsilon\phi\theta}.$$

6. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\mu + 2) \cdot x + 2\mu + 1 = 0$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου μ ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) ρίζες αντίστροφες
β) ρίζες αντίθετες

7. Τετράπλευρο ABΓΔ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, ρ) με $\angle A = 120^\circ$, $\angle B = 50^\circ$ και $\angle D = 100^\circ$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών του τετράπλευρου.

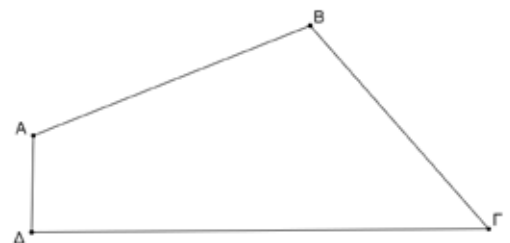


8. Ένας μαθητής πήρε τους πιο κάτω βαθμούς σε 9 διαγωνίσματα: 8, 8, 14, 10, 8, 14, 6, 14, 8. Να βρείτε:

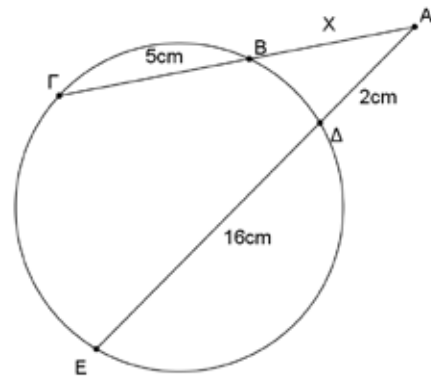
- α) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων
β) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων.

9. Δίνεται το τετράπλευρο ABΓΔ. Να βρείτε διανύσματα ίσα με τα πιο κάτω:

- α) $\vec{AB} + \vec{DA}$
β) $\vec{BG} - \vec{AG}$
γ) $\vec{BG} + \vec{GA} - \vec{BA}$



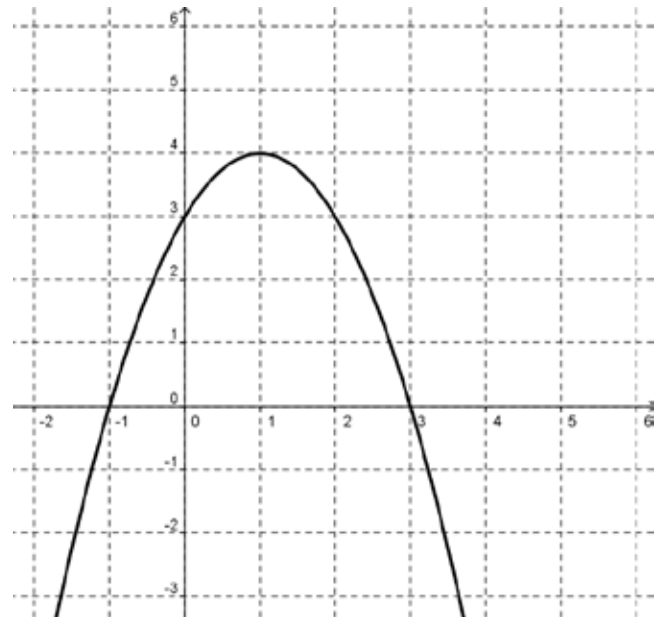
10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Κ, R) και οι τέμνουσες του ΑΒΓ και ΑΔΕ, όπου Β, Γ, Δ και Ε σημεία του κύκλου. Αν $(AB) = \chi$ cm, $(B\Gamma) = 5$ cm, $(A\Delta) = 2$ cm και $(\Delta E) = 16$ cm, να υπολογίσετε το χ .



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

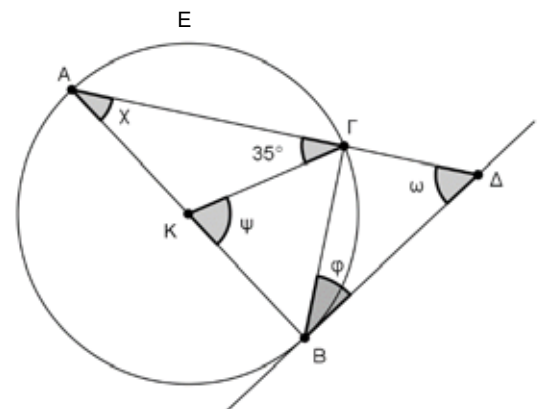
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0, \chi \in \mathbb{R}$. Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση να βρείτε:
- το σύνολο τιμών και το πεδίο ορισμού της f
 - το πρόσημο του α και της διακρίνουσας
 - τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 - το είδος του ακρότατου (μέγιστο ή ελάχιστο) και τις συντεταγμένες του.



2. Δίνεται κύκλος (Κ, R) με διάμετρο ΑΒ, ΒΔ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Β και Δ το σημείο τομής της εφαπτομένης με την προέκταση της χορδής ΑΓ. Αν $\angle AGK = 35^\circ$, να υπολογίσετε (δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας) :

- Τις γωνίες χ , ψ , ϕ και ω (8 μονάδες)
- Το μέτρο του τόξου ΑΕΓ. (2 μονάδες)



3. α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις $x_1 = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ και $x_2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ είναι η $x^2 - 4x + 1 = 0$.
β) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 4x + 1 \geq 0$.

4. Να αποδείξετε την ταυτότητα:
$$\frac{\sin \omega}{1 + \sin(90^\circ + \omega)} + \frac{\eta\mu(180^\circ - \omega)}{1 - \sigma\varphi\omega} = \eta\mu\omega + \sin\omega$$

5. Δίνεται κύκλος (K, ρ) και σημείο A του κύκλου. Από το A φέρουμε κάθετη στη διάμετρο ΒΓ του κύκλου που την τέμνει στο σημείο Δ. Να αποδείξετε ότι $(AB) \cdot (AG) = (BG) \cdot (AD)$.

Οι Εισηγητές

Κλεανθία Γεωργίου

Πολύμνια Τρύφωνος

Χάρης Κωνσταντινίδης

Μαρίνα Στυλιανίδη

Ο Συντονιστής

Γεώργιος Παναγή

Β.Δ.

Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ιωσήφ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά κοινού κορμού
ΤΑΞΗ: Α

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/5/2017
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2.30 ώρες
ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 08:00

Βαθμός:
Ολογράφως:
Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να χρησιμοποιείτε μόνο μπλε μελάνι.
2. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
4. Δεν επιτρέπεται να δανείζεστε οτιδήποτε από συμμαθητές σας.
5. Κατοχή κινητού τηλεφώνου = δολίευση.
6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες.

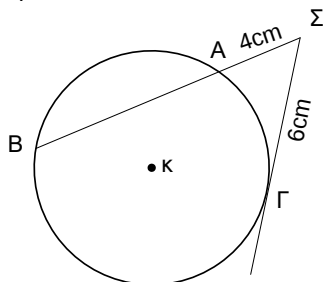
ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $c^2 - 2c - 15 = 0$.
2. Να βρείτε για ποια τιμή του λ η εξίσωση $(2\lambda - 6)c = 5$, $\lambda \in \mathbb{R}$, είναι αδύνατη.
3. Να μετατρέψετε τις παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.
(χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής)

α. $\frac{3}{\sqrt{5}} =$

β. $\frac{2}{\sqrt{35} + \sqrt{33}} =$

4. Δίνεται παραβολή $f(c) = (c + 2)^2 - 1$.
Να βρείτε : α. την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
β. τις συντεταγμένες της κορυφής.
5. Δίνεται κύκλος (K, R) με τέμνουσα ΣAB και εφαπτομένη $\Sigma \Gamma$ (Γ το σημείο επαφής με τον κύκλο). Αν $\Sigma A = 4\text{cm}$, $\Sigma \Gamma = 6\text{cm}$, να βρείτε το μήκος της AB .



6. Δίνονται οι βαθμοί ενός μαθητή της Α' Λυκείου στα επτά διαγωνίσματα των μαθηματικών:

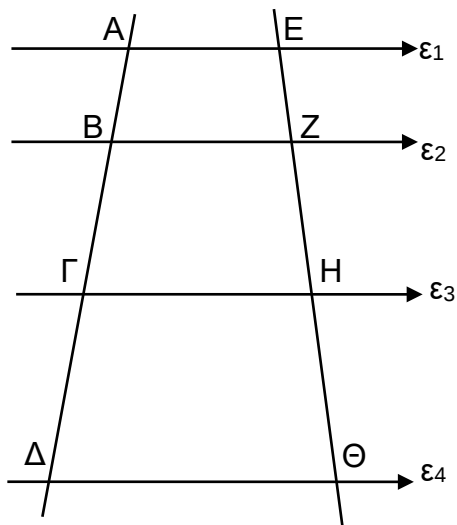
20, 18, 19, 16, 19, 15, 19

α. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή ($\bar{c}$) των πιο πάνω βαθμών.

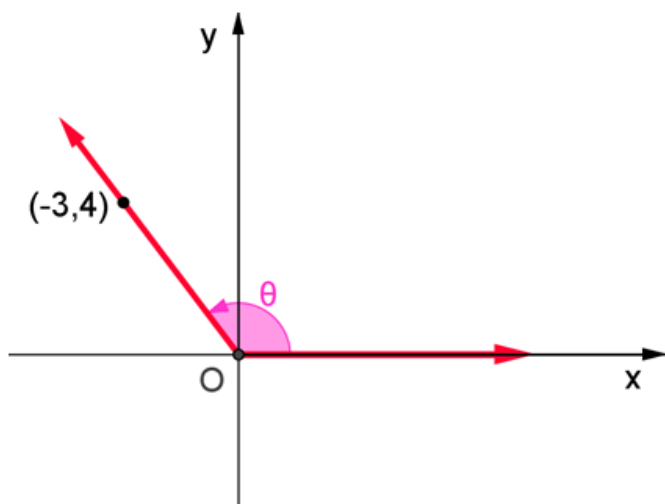
β. Να βρείτε τη διάμεσο (c_d) και την επικρατούσα τιμή (c_e) των βαθμών αυτών.

7. Να λύσετε την εξίσωση: $(5c - 1)^{\frac{2}{3}} = 16$, $c \neq \frac{1}{5}$

8. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$, $AB=6\text{cm}$, $\Gamma\Delta=15\text{cm}$, $EZ=4\text{cm}$ και $Z\Theta=18\text{cm}$. Να υπολογίσετε τις $B\Gamma$, ZH και $H\Theta$.



9. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$ και $\epsilon\varphi\theta$ της γωνίας θ .

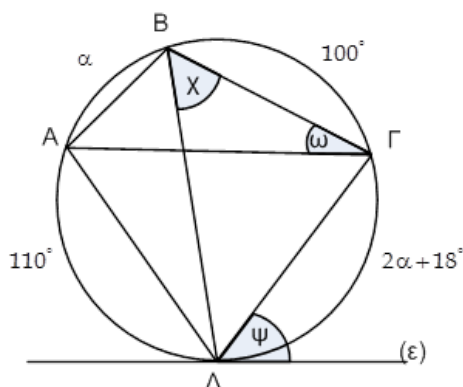


10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα τόξα $\widehat{AB} = \alpha$, $\widehat{BG} = 100^\circ$, $\widehat{GD} = 2\alpha + 18^\circ$, $\widehat{DA} = 110^\circ$ και η εφαπτομένη (ε) του κύκλου στο σημείο Δ. Να βρείτε:

α. το μέτρο του τόξου $\widehat{AB} = \alpha$.

β. τις γωνίες χ , ψ , και ω .

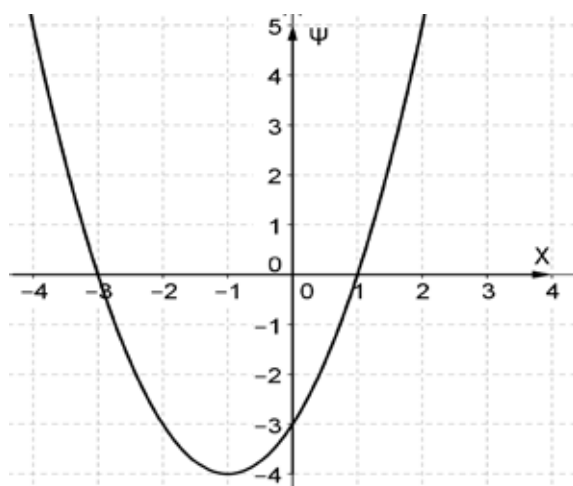
Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες σας τις απαντήσεις.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(c) = ac^2 + bc + g$
 $a \neq 0$, $a, b, g \in \mathbb{R}$



Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α)
 - i. Το πεδίο ορισμού της $f(c)$.
 - ii. Το σύνολο τιμών της $f(c)$.
- β)
 - i. Το πρόσημο του a .
 - ii. Το πρόσημο της διακρίνουσας (Δ).
- γ)
 - i. Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
 - ii. Τις συντεταγμένες της κορυφής.
- δ)
 - i. Την τιμή του g .
 - ii. Το μέγιστο ή ελάχιστο της καμπύλης.
- ε)
 - i. Τις λύσεις της εξίσωσης $f(c) = 0$.
 - ii. Τις τιμές του c για τις οποίες ισχύει $f(c) < 0$.

2. Δίνεται το τριώνυμο $(m+1)c^2 - 2(m-2)c + 3m = 0$, με $m \neq -1$, $m \neq 0$.

Να βρείτε για ποιες τιμές του m :

- α. Έχει ρίζες αντίθετες.
- β. Έχει ρίζες αντίστροφες.
- γ. Έχει μια ρίζα ίση με το -1 .
- δ. Ικανοποιεί την εξίσωση: $2c_1 + 2c_2 - c_1c_2 = 4$.
- ε. Έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

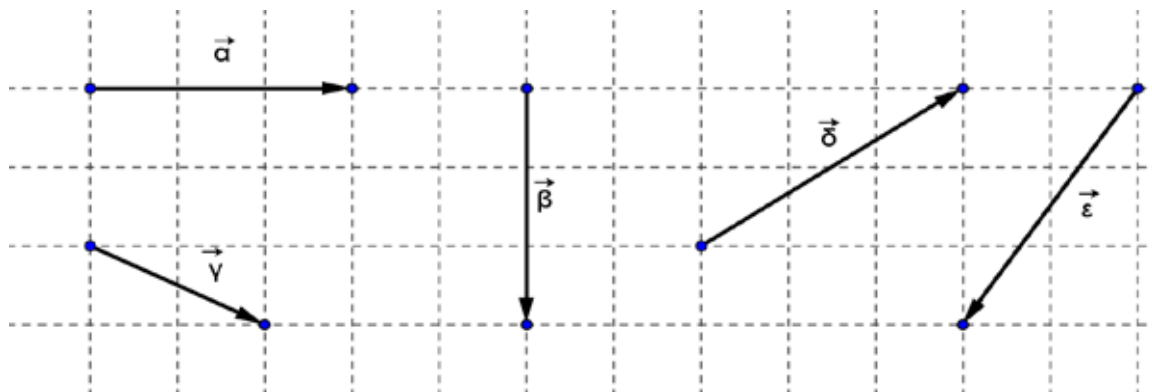
3. α. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2c^2 - c - 10}{c^2 - 4}$

β. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 2c + y = 5 \\ c \cdot y + c^2 = 6 \end{cases}$$

4. Με βάση το πιο κάτω σχήμα:

- α. Να γράψετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{g}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$
- β. Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{a} + \vec{b}$, $2\vec{g}$, $\vec{e} - 3\vec{a}$.
- γ. Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = 3|\vec{a}| + 2|\vec{b}|$



5. Δίνεται κύκλος (K,R) με διάμετρο AB . Από τυχαίο σημείο Σ της εφαπτομένης του κύκλου στο A , φέρνουμε την τέμνουσα $\Sigma\Gamma B$ και από το σημείο Γ φέρνουμε την κάθετη $\Gamma\Delta$ στη διάμετρο AB του κύκλου. Να δείξετε ότι:

- α. $(AB)^2 = (B\Sigma) \cdot (B\Gamma)$
- β. $(\Gamma A) \cdot (\Delta A) = (\Sigma\Gamma) \cdot (\Delta\Gamma)$

ΤΕΛΟΣ

Οι Διδάσκοντες

Ο Συντονιστής

Η Διευθύντρια

Χριστιάνα Αντωνίου

Ευάνθης Κωνσταντίνου (Β.Δ.)

Θεοδούλα Ερωτοκρίτου

Δέσπω Δημητρίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ (3ωρο)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2017

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.

Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

Το γραπτό αποτελείται από 5 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Δίνεται η εξίσωση $3c^2 - 4c - 1 = 0$ με ρίζες τις $\chi_1, \chi_2 \in R$. Να βρείτε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της.

- 2) Να μετατρέψετε την πιο κάτω παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή.

$$\frac{3}{4 - \sqrt{3}}$$

- 3) Οι ημερήσιοι μισθοί σε ευρώ δέκα υπαλλήλων σε μια εταιρεία είναι: 10, 10, 14, 17, 17, 17, 20, 20, 20, 25. Να βρείτε:

(α) Τη μέση τιμή των μισθών ($\bar{x}$).(β) Την τυπική απόκλιση των μισθών (s).

- 4) Δίνεται ότι το $\sin q = \frac{5}{13}$, $0^\circ < q < 90^\circ$. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \sin q - 2 \sin q$$

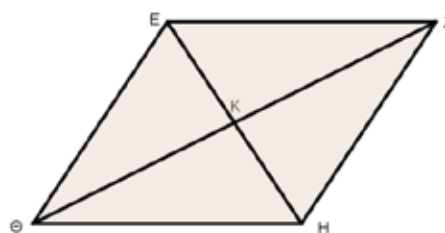
- 5) Δίνεται η εξίσωση $(a^2 - 25)x = 10$, $a \in R$. Να βρείτε την τιμή του a , ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη.

- 6) (α) Δίνονται οι κύκλοι $(K, 12\text{cm})$ και $(L, 3\text{cm})$. Να βρείτε τη θέση των δύο κύκλων αν το μήκος της διακέντρου KL είναι ίσο με 15cm .

(β) Δίνονται οι κύκλοι (K, R) και (L, r) με διάκεντρο $(KL) = 7\text{cm}$. Να δώσετε τιμές στις ακτίνες των κύκλων ώστε αυτοί να εφάπτονται εσωτερικά.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

- 7) Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΕΖΗΘ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό ή Λάθος τις πιο κάτω ισότητες .

(α) $EZ = QH$	Σωστό/Λάθος
(β) $ZK = QK$	Σωστό/Λάθος
(γ) $ZH = QE$	Σωστό/Λάθος
(δ) $EZ + ZH = HE$	Σωστό/Λάθος
(ε) $EZ - HZ = EH$	Σωστό/Λάθος

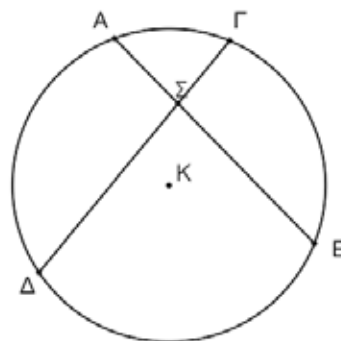


- 8) Δίνεται ο κύκλος (K, R) και οι τέμνουσες του ASB και GSD.

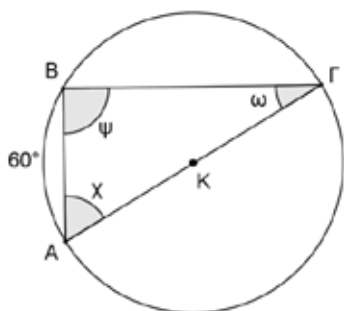
Να βρείτε την τιμή του x αν δίνονται :

$$(A\Sigma) = x \text{ cm} , (\Sigma B) = 3x \text{ cm} ,$$

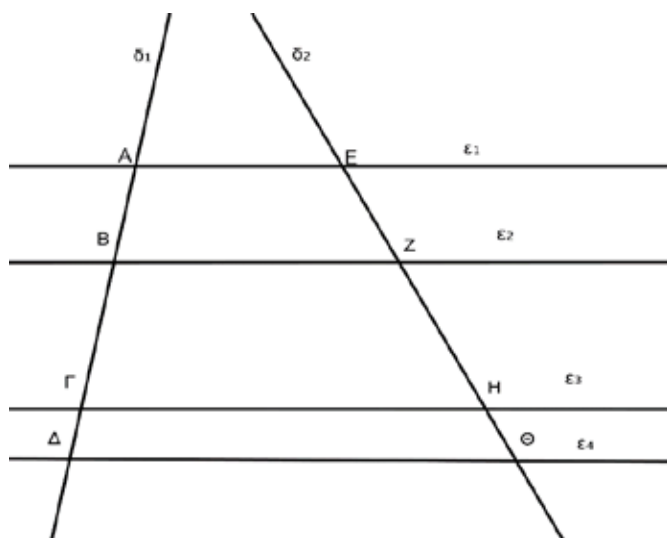
$$(\Gamma\Sigma) = 2.5 \text{ cm} \text{ και } (\Sigma\Delta) = 10.8 \text{ cm}$$



- 9) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο ΑΙ. να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών χ , ψ , ω . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



- 10) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: $AB = 4 \text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 2 \text{ cm}$, $A\Delta = 12 \text{ cm}$, $E\Theta = 18 \text{ cm}$ και $\epsilon_1//\epsilon_2//\epsilon_3//\epsilon_4$. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων EZ, HΘ και EH.

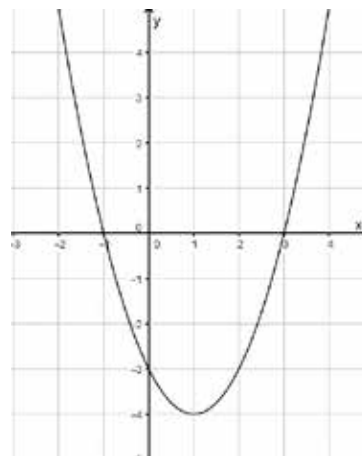


ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2 + bx + g$. Να βρείτε:

- (α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.
- (β) Το πρόσημο του a και το πρόσημο της διακρίνουσας.
- (γ) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + g = 0$.
- (δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της και τις συντεταγμένες της κορυφής της.
- (ε) Τις τιμές των a , b και g .



2) Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 1)x + 4 = 0$ έχει:

- (α) Ρίζες αντίθετες.
- (β) Ρίζα τον αριθμό -2 .
- (γ) Το Γινόμενο των ριζών της ίσο με το άθροισμά των ριζών της.
- (δ) Ρίζες πραγματικές και ίσες.

3) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ο κύκλος (O, R) . Τα σημεία A, B, Γ είναι σημεία του κύκλου έτσι ώστε $\widehat{B\Gamma A} = 65^\circ$ και η ευθεία (ε) εφάπτεται του κύκλου στο σημείο A .

Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών α, β, γ καθώς και το μέτρο του τόξου $\widehat{AZB}$.

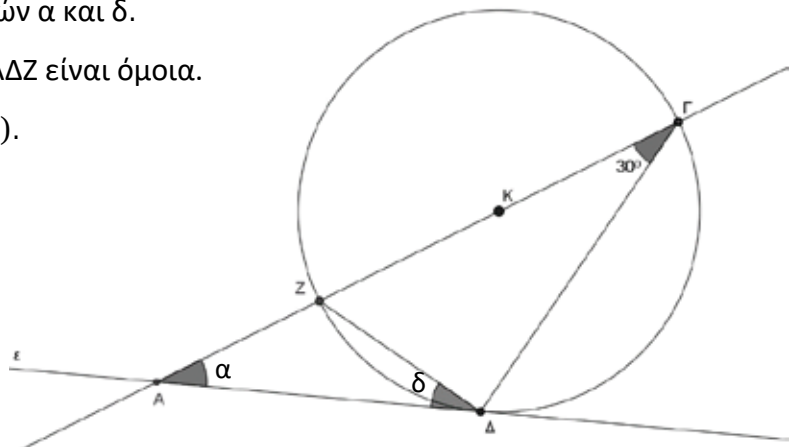
- 4) (i) Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω σχέσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α) Αν $\eta\mu\theta$ και $\sigma\upsilon\nu\theta$ είναι αρνητικοί αριθμοί, τότε και η $\epsilon\phi\theta$ είναι αρνητικός αριθμός.	Σωστό/Λάθος
(β) Δεν υπάρχει γωνία θ , για την οποία ισχύει $\epsilon\phi\theta > 0$ και $\sigma\phi\theta < 0$.	Σωστό/Λάθος
(γ) Αν $\theta \in (90^\circ, 180^\circ)$, τότε $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$.	Σωστό/Λάθος
(δ) Αν $\epsilon\phi\theta > 0$ και $\eta\mu\theta < 0$ τότε η τελική πλευρά της γωνίας θ είναι στο 2 ^ο τεταρτημόριο.	Σωστό/Λάθος
(ε) Η τελική πλευρά της γωνίας -200° σε κανονική θέση είναι στο 2 ^ο τεταρτημόριο.	Σωστό/Λάθος
(στ) Ο τριγωνομετρικός αριθμός $\epsilon\phi(-210^\circ)$ είναι θετικός.	Σωστό/Λάθος

(ii) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\sin c}{1 - \hbar \eta \epsilon} - \frac{\sin c}{1 + \hbar \eta \epsilon} = 2\epsilon \cdot c$

- 5) Δίνεται κύκλος (Κ, R) και η ευθεία ϵ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ. Αν η γωνία Γ έχει μέτρο 30° :

- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών α και δ .
 (β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΑΔΖ είναι όμοια.
 (γ) Να δείξετε ότι $(AD)^2 = (AG) \cdot (AZ)$.



Η Διευθύντρια

.....

Θεοφάνους Μαρία

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' (3-ΩΡΟ)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22/05/2017

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά

Ονοματεπώνυμο: _____ Βαθμός: _____

Τμήμα: _____ Αριθμός: _____ Βαθμός ολογράφως: _____

Υπογραφή καθηγητή: _____

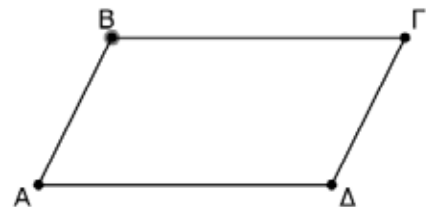
ΟΔΗΓΙΕΣ :

- (α) Να γράψετε μόνο με **μπλε** μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
 (β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 (γ) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία διαδικασία.
 (δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από έντεκα (11) σελίδες.

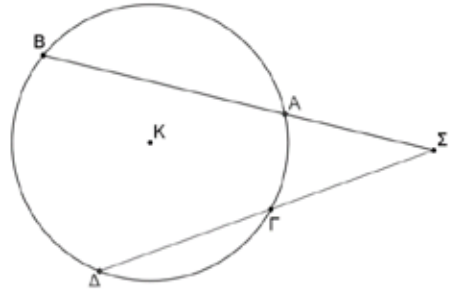
ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω σχέσεις βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

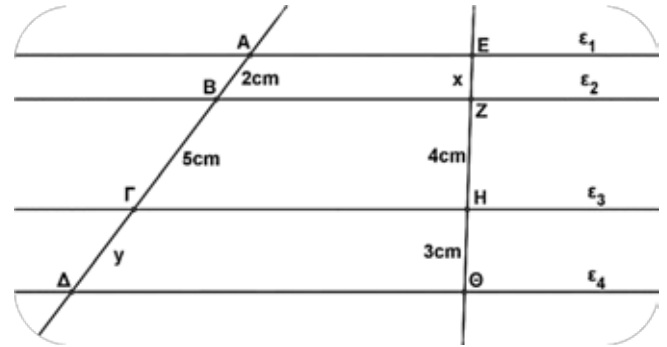


α)	$\overline{AB} = \overline{DC}$	Σωστό/Λάθος
β)	$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC}$	Σωστό/Λάθος
γ)	$\overline{BC} - \overline{DC} = \overline{BD}$	Σωστό/Λάθος
δ)	$\overline{AB} = - \overline{BA}$	Σωστό/Λάθος
ε)	$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{DA}$	Σωστό/Λάθος

2. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $(\Sigma A)=5\text{cm}$, $(AB)=9\text{cm}$ και $(\Sigma \Gamma)=6,3\text{cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $\Gamma\Delta$.



3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$. Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y .



4. Αν η εξίσωση $2x^2 - 8x - 7 = 0$ έχει ρίζες x_1, x_2 , **χωρίς να λύσετε την εξίσωση**, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \times x_2$ γ) $3x_1 + 2x_1 \times x_2 + 3x_2$

5. Δίνεται το δείγμα παρατηρήσεων 5, 8, 11, 4, 16, 8, 4. Να υπολογίσετε:

- α) το εύρος και
β) την τυπική απόκλιση του δείγματος.

6. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu^2\theta + \eta\mu^2\theta \cdot \sigma\phi^2\theta = 1$

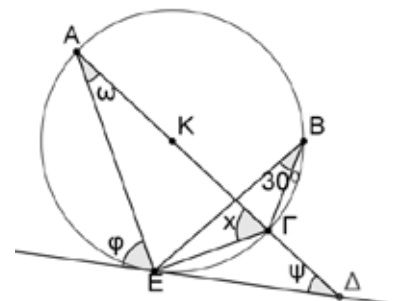
7. **Χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής** να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

β) $\frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}$

8. Να λύσετε την ανίσωση $3x^2 - x - 2 \geq 0$

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και γωνία $\angle EBG = 30^\circ$. Αν ΔE είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο E , να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ , ϕ , ω . (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



10. Να λύσετε το σύστημα: $\chi - 2\psi = 1$

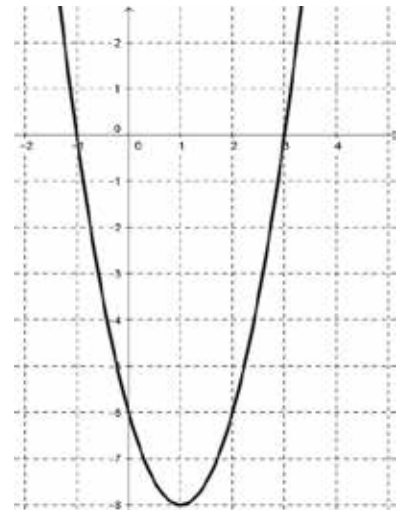
$$\chi\psi + \psi^2 = 4$$

ΜΕΡΟΣ Β : Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Από το σχήμα να βρείτε:

- (α) το πρόσημο του a και τον άξονα συμμετρίας
- (β) την κορυφή και το σύνολο τιμών της συνάρτησης
- (γ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (δ) το πρόσημο των τιμών $f(0), f(-2), f(2017)$.
- (ε) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της $f(x) = 0$, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



2. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $a^2c - a = ac + 6c - 3$, για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $a \in \mathbb{R}$.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $c^4 - 81 = 0$

β) $(c+1)^{\frac{1}{3}} = 2, c^3 - 1$

4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda + 4)x + 4\lambda - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε η εξίσωση να έχει:

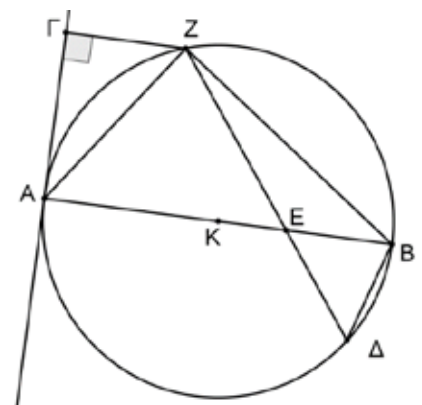
- α) ρίζα τον αριθμό -1
- β) ρίζες αντίθετες
- γ) ρίζες αντίστροφες
- δ) άθροισμα ριζών διπλάσιο από το γινόμενο των ριζών της.

5. Δίνεται κύκλος (K, ρ) με διάμετρο AB και $A\Gamma$ εφαπτομένη του κύκλου στο A . Αν Δ και Z τυχαία σημεία του κύκλου και $Z\Gamma \perp AG$, να αποδείξετε ότι:

- α) i. Τα τρίγωνα $\triangle AZE$ και $\triangle BED$ είναι όμοια

ii. $(ED) \cdot (EZ) = (EA) \cdot (EB)$

β) $(AZ)^2 = (AB) \cdot (GZ)$



ΤΕΛΟΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Έλση Μαργνερίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΤΑΞΗ: Α΄

ΒΑΘΜΟΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Αριθμητικώς:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 / 05 / 2017

Ολογράφως:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 07:45

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:.....

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 8 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης και μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.**(β)** Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)**(γ)** Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.**ΜΕΡΟΣ Α:** Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

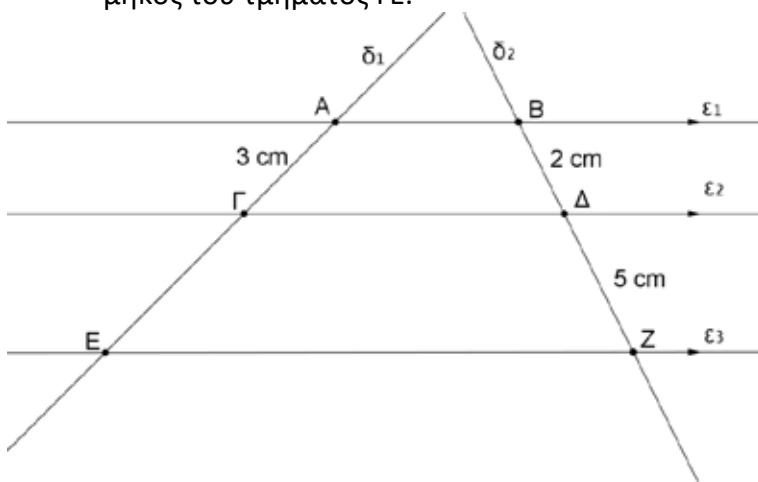
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 6x + 2 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

(α) $x_1 + x_2$

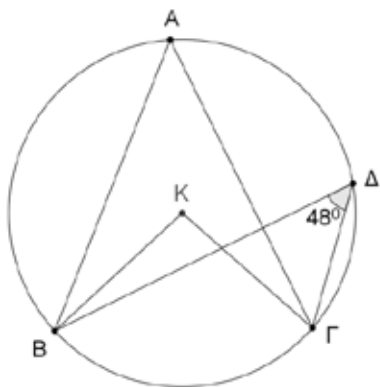
(β) $x_1 \times x_2$

2. Στο σχήμα δίνεται ότι $ΑΓ = 3 \text{ cm}$, $ΒΔ = 2 \text{ cm}$, $ΔΖ = 5 \text{ cm}$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓΕ.

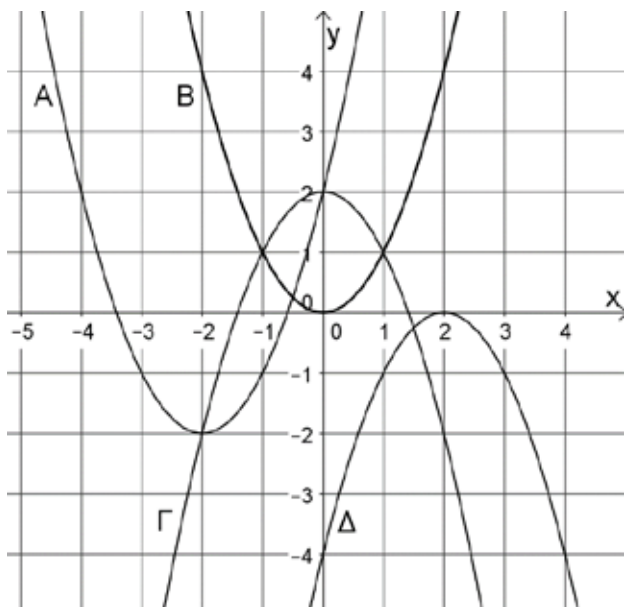


3. Να λύσετε την ανίσωση: $(x - 3)(x + 2) \notin 0$

4. Δίνεται κύκλος (K, r) και γωνία $\widehat{BDG} = 48^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{BAG}$ και $\widehat{BKG}$ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

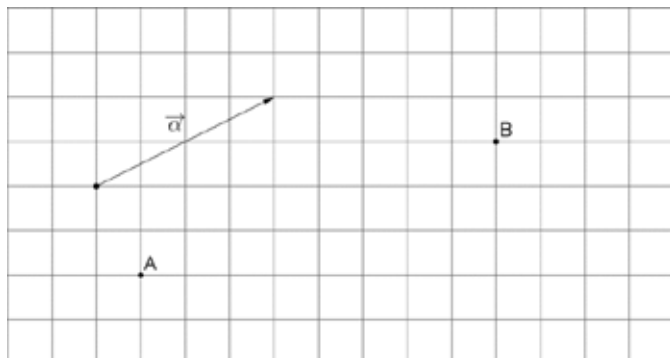


5. Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχώντας κάθε γραφική παράσταση με τον σωστό τύπο.

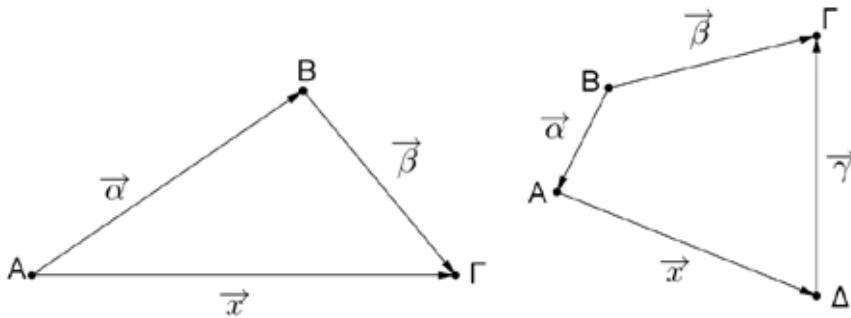


Τύπος Συνάρτησης	Γραφική Παράσταση
$y = x^2$	
$y = -(c - 2)^2$	
$y = -x^2 + 2$	
$y = (c + 2)^2 - 2$	

6. (α) Να σχεδιάσετε στο πιο κάτω σχήμα ένα διάνυσμα που:
- Είναι ίσο με το $\vec{a}$ και αρχίζει από το A.
 - Είναι αντίθετο του $\vec{a}$ και αρχίζει από το B.

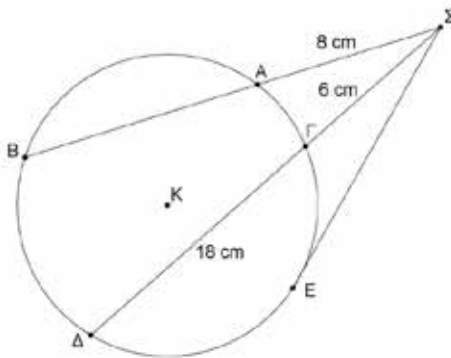


(β) Για καθένα από τα πιο κάτω σχήματα, να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{x}$ ως άθροισμα ή διαφορά των άλλων διανυσμάτων που δίνονται.

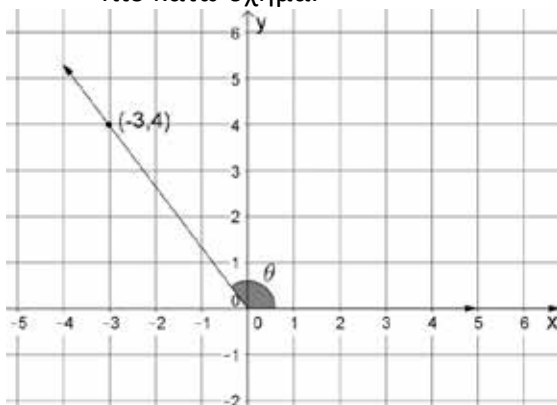


7. Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{2} \times \sqrt{18} + \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{6} - \sqrt[3]{27}$. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να αποδείξετε ότι $A = 6$.

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (K, R). Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρνουμε τις τέμνουσες ΣΑΒ, ΣΓΔ και το εφαπτόμενο τμήμα ΣΕ. Αν επιπλέον ΣΑ = 8 cm, ΣΓ = 6 cm και ΓΔ = 18 cm, να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ και ΣΕ.



9. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $B = \frac{5\sin\theta - 6\csc\theta}{10\sin\theta}$, όπου θ είναι η γωνία στο πιο κάτω σχήμα.



10. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\sqrt{x-1} = 16x-4$, για τις διάφορες τιμές του $\sqrt{x-1}$.

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

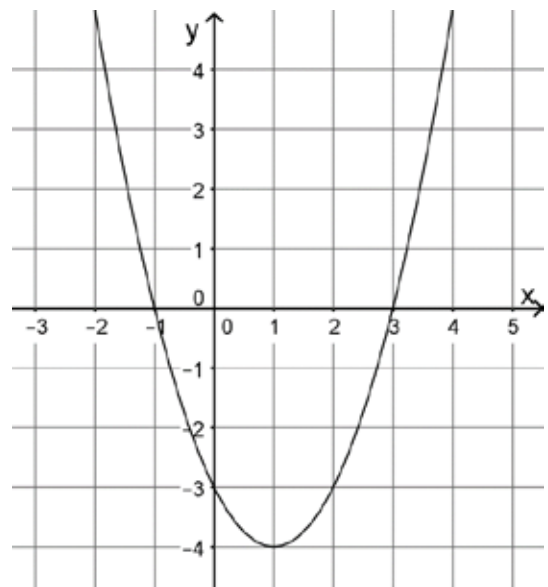
1. Οι θερμοκρασίες στην ευρύτερη περιοχή της Λακατάμειας σε βαθμούς Κελσίου για το πρώτο δεκαήμερο του 2017 παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Θερμοκρασία $^{\circ}\text{C}$ (x_i)	Συχνότητα (f_i)
5	1
6	2
8	2
9	3
10	2

- (α) Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή της θερμοκρασίας είναι $\bar{x} = 8$.
- (β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση κατά προσέγγιση εκατοστού.
- (γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβλητότητας (CV) σε ποσοστό.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + g$, $a \neq 0$. Με βάση το σχήμα, να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα:

- (α) το πρόσημο του a
- (β) την τιμή του g
- (γ) το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + g$
- (δ) τον άξονα συμμετρίας της
- (ε) τις συντεταγμένες της κορυφής
- (στ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + g = 0$
- (ζ) την τιμή της παράστασης $A = \frac{2g - b^2}{a}$



3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (m+2)x + m - 6 = 0$, $m \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για ποιες τιμές του m :

(α) η εξίσωση έχει λύση τον αριθμό 0

(β) η εξίσωση έχει λύσεις αντίθετες

(γ) ισχύει $x_1^2 + x_2^2 = 16$

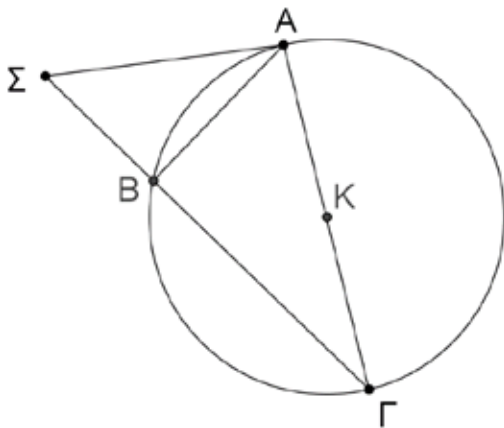
4. (α) Αν $a = 3\sin\theta$ και $b = 3\sin\theta$ να δείξετε ότι $a^2 + b^2 = 9$.

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1 - \sin\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{1 - \sin\theta} = \frac{2}{\sin\theta}$

5. Δίνεται κύκλος (K, r) και σημείο S εκτός του κύκλου. Από το S φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα SA και τέμνουσα SBG . Αν AG είναι διάμετρος του κύκλου, να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα ABG και SBA είναι όμοια

(β) $(AB)^2 = (SB)(GB)$



Ο Διευθυντής

Νεόφυτος Παπαϊωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2017

ΧΡΟΝΟΣ: 7:45 π.μ. – 10:15 π.μ.

Οδηγίες:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το σχολείο.
- Όλες οι απαντήσεις να δοθούν σε σφραγισμένες κόλλες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).

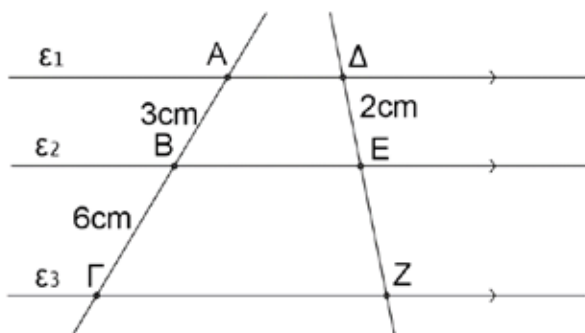
1. Να λύσετε την εξίσωση: $2 \times (9x - 8) + 24 - 4x = 3 \times (x - 1)$

2. Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$, $AB=3\text{cm}$,

$B\Gamma=6\text{cm}$ και $\Delta E=2\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος του EZ και

β) το μήκος του ΔZ .



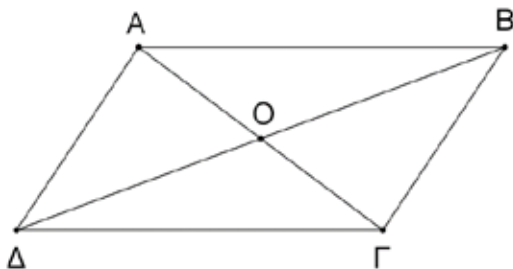
3. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

4. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής

α) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

β) $\frac{8}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

5. Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις παρακάτω ισότητες: (Να γράψετε τις απαντήσεις σας στις σφραγισμένες κόλλες)



α) $\overline{AB} = \overline{DC}$

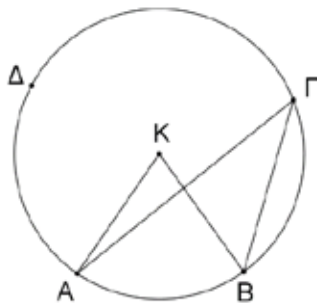
β) $\overline{AO} = \overline{DO}$

γ) $|\overline{AO}| = |\overline{BO}|$

δ) $\overline{DO} = \overline{BO}$

ε) $\overline{AD} + \overline{DC} = \overline{AC}$

6. Στο διπλανό σχήμα το Κ είναι το κέντρο του κύκλου και η γωνία $\angle AKB$ έχει μέτρο 40° .



Να υπολογίσετε:

α) το μέτρο της γωνίας ΑΚΒ

β) το μέτρο του τόξου ΑΔΓΒ

7. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 2 = 0$, με λύσεις x_1 και x_2 . Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις (χωρίς να λύσετε την εξίσωση):

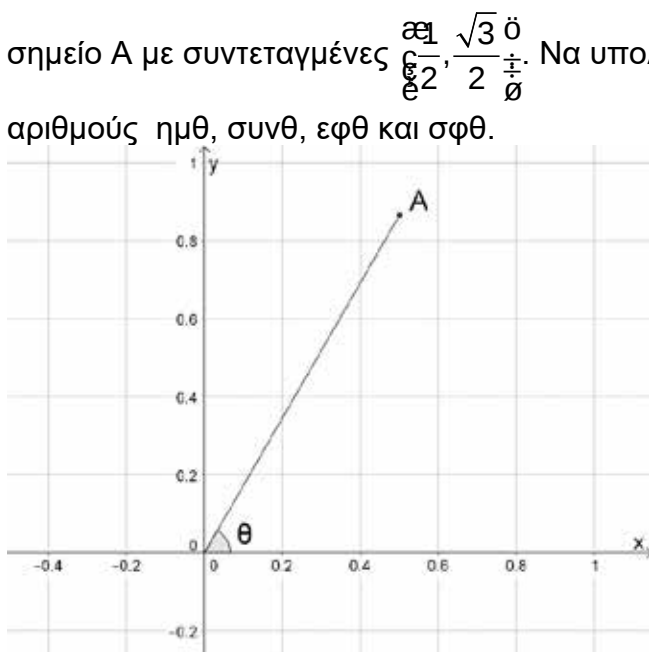
α) $x_1 + x_2$

β) $x_1 \cdot x_2$

γ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

δ) $x_1^2 + x_2^2$

8. Η τελική πλευρά OA της γωνίας θ , τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο A με συντεταγμένες $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\eta\theta$, $\epsilon\phi\theta$ και $\sigma\phi\theta$.



9. Να βρείτε για ποια τιμή της παραμέτρου λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $\lambda^2(x-1) + 3\lambda = x+2$ είναι αδύνατη.

10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} y - 3x^2 = 0 \\ 12x - 3y = 4 \end{cases}$$

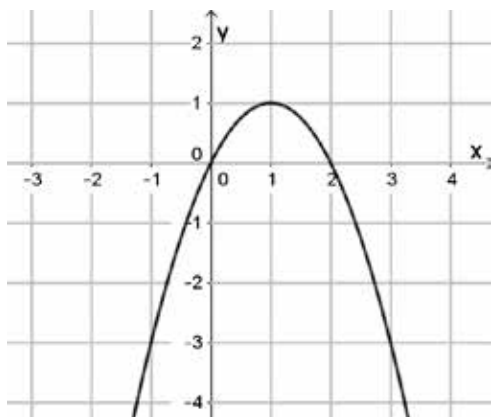
ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

1. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των παιδιών των οικογενειών μιας πολυκατοικίας.

Αριθμός παιδιών x_i	Οικογένειες f_i
0	5
1	10
2	7
3	4
4	3
5	2
6	1
ΣΥΝΟΛΟ	32

Να βρείτε:

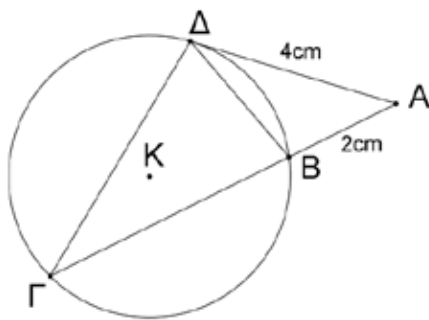
- α) τη μέση τιμή και
β) την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.
2. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 - (\lambda + 1)x + 3\lambda - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε εξίσωση να έχει:
- α) λύση το 2
β) λύσεις αντίθετες
γ) λύσεις αντίστροφες
δ) λύσεις με άθροισμα ίσο με -5
ε) γινόμενο των λύσεων ίσο με το άθροισμα των λύσεων
3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- α) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ
- β) την τιμή του γ
- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
- δ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 0$

4. Στο διπλανό σχήμα η $AB\Gamma$ είναι τέμνουσα του κύκλου και το $A\Delta$ εφαπτόμενο τμήμα.



- α) να δείξετε ότι:
 - i) τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $AB\Delta$ είναι όμοια
 - ii) $(A\Delta)^2 = (AB) \times (A\Gamma)$
 - β) αν $(AB) = 2\text{cm}$ και $(A\Delta) = 4\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του $B\Gamma$.
5. Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τη διχοτόμο AD . Από την κορυφή Γ φέρουμε ευθεία παράλληλη με τη διχοτόμο AD , που τέμνει την προέκταση της πλευράς BA , προς το μέρος του A , στο σημείο E .
- α) να κάνετε το σχήμα
 - β) να δείξετε ότι το τρίγωνο $AE\Gamma$ είναι ισοσκελές
 - γ) να δείξετε ότι ισχύει $\frac{(AB)}{(A\Gamma)} = \frac{(BD)}{(\Gamma\Delta)}$

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ
Αλέξανδρος Δημητρίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΤΑΞΗ Α΄ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ κ.κ.ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2017ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής.
- Να γράψετε με μελάνι μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

Μέρος Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

Α1. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

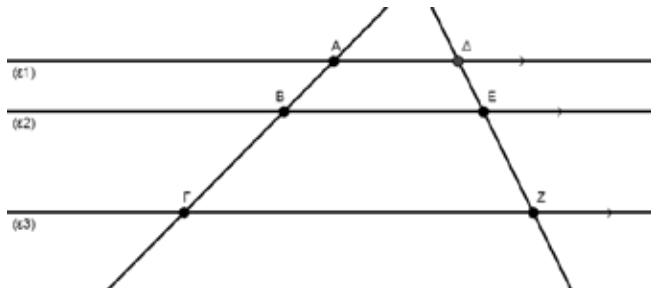
α) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} =$

β) $\sqrt[3]{32} \div \sqrt[3]{4} =$

Α2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 6x + 8 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $A = x_1 + x_2 - 3x_1 \cdot x_2$ Α3. Να βρείτε σε πιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνιάς θ , αν:

α) $\eta\mu\theta > 0, \quad \sigma\upsilon\nu\theta < 0$

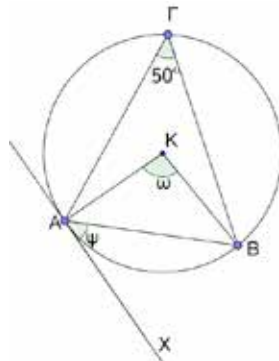
β) $\eta\mu\theta < 0, \quad \epsilon\phi\theta > 0$

Α4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ και τα ευθύγραμμα τμήματα $AB = 9\text{cm}$, $\Delta E = 6\text{cm}$ και $EZ = 10\text{cm}$.Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων $B\Gamma$ και $A\Gamma$.

- A5. Οι μηνιαίοι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρείας σε ευρώ είναι :
800 , 900 , 600 , 700 , 1000 , 800 .
- α) Να βρείτε τη μέση τιμή των μισθών.
- β) Αν ο κάθε υπάλληλος πάρει αύξηση 50 ευρώ το μήνα να βρείτε τη νέα μέση τιμή των μισθών.

A6. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x + 2 \geq 0$.

- A7. Δίνεται κύκλος (K, R) . Αν η γωνία $\angle AGB = 50^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες ω και ψ (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



- A8. Να βρείτε τη θέση των δύο κύκλων σε καθεμιά από τις πιο κάτω περιπτώσεις:
- α) Κύκλοι $(K, 6 \text{ cm})$ και $(\Lambda, 4 \text{ cm})$ με απόσταση $K\Lambda = 10 \text{ cm}$.
- β) Κύκλοι $(M, 5 \text{ cm})$ και $(N, 6 \text{ cm})$ με απόσταση $MN = 3 \text{ cm}$.
- A9. Οι πλευρές ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $AB = 12 \text{ cm}$, $B\Gamma = 18 \text{ cm}$ και $A\Gamma = 24 \text{ cm}$. Το τρίγωνο ΔEZ είναι όμοιο με το $AB\Gamma$ και έχει περίμετρο 9 cm . Να βρείτε:
- α) Το λόγο ομοιότητας των περιμέτρων των τριγώνων.
- β) Το μήκος των πλευρών του τριγώνου ΔEZ .
- A10. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $(\mu^2 - 4\mu + 3) \cdot x = \mu^2 - \mu$ για τις διάφορες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$.

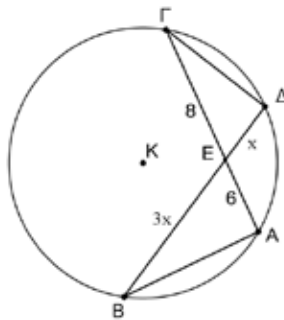
Μέρος Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

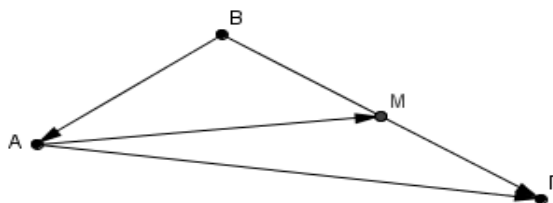
B1. Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{33 + \sqrt{2 + \sqrt{44 + \sqrt{25}}}}$.

- α) Να αποδείξετε ότι $A = 6$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt[3]{x - A} = 2$
- γ) Να εξετάσετε αν η εξίσωση $(A - 5)x = A - 6$ έχει λύση.
- δ) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $x_1 = A - \sqrt{3}$ και $x_2 = A + \sqrt{3}$.

- B2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με $GE = 8\text{cm}$, $EA = 6\text{cm}$, $DE = x\text{cm}$ και $EB = 3x\text{cm}$.



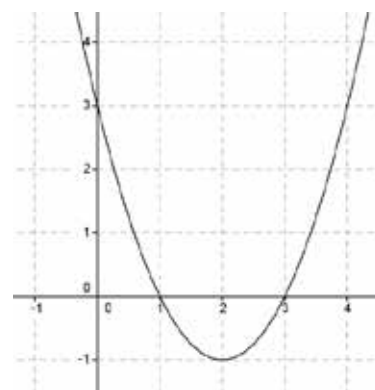
- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $ΓΕΔ$ και $ΒΑΕ$ είναι όμοια.
 β) Να βρείτε την τιμή του x .
 γ) Αν $ΒΓ$ είναι διάμετρος του κύκλου, να υπολογίσετε τη γωνία $ΓΔΒ$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- B3. α) Ποια από τις πιο κάτω προτάσεις περιγράφει μονόμετρο και ποια διανυσματικό μέγεθος;
 i. Σε ένα διαγώνισμα έγραψα 20.
 ii. Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 80 χιλιόμετρα την ώρα δυτικά της Λεμεσού.
 iii. Το σπίτι του Αντρέα βρίσκεται νοτιοανατολικά από το δικό μου.
 iv. Το ξενοδοχείο μας βρίσκεται σε απόσταση 30 χιλιόμετρα από το αεροδρόμιο της πόλης.
- β) Στο πιο κάτω σχήμα $\overrightarrow{BA} = 2\vec{\alpha}$, $\overrightarrow{AG} = 2\vec{\beta}$ και $BM = MG$. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{MG}$ και $\overrightarrow{AM}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.



- B4. α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = (\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 + (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2$.
 β) Αν $A = 2$ να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $Ax^2 - (\lambda - 5)x + \lambda - 1 = 0$ να έχει ρίζες αντίστροφες.

- B5. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Να βρείτε:

- α) Το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ .
 β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
 γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.
 δ) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
 ε) Τις τιμές των a , b και γ .



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ (3ωρο)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 01/06/2017

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.

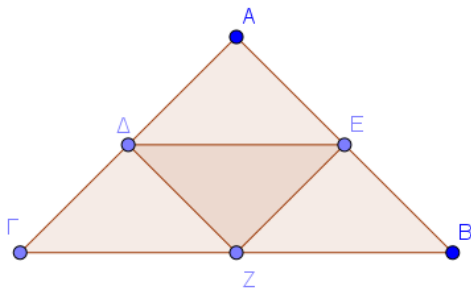
Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

Το γραπτό αποτελείται από 5 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Αν $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 5x + 7 = 0$, να βρείτε το άθροισμα και το γινόμενο τους.
- 2) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά 2cm . Αν Δ, Ε, Ζ τα μέσα των πλευρών ΑΓ, ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω ισότητες, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.



α.	$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AZ}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β.	$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AZ} = \overrightarrow{ZG}$	ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ
γ.	$ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{GB} $	ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ
δ.	$\overrightarrow{ZE} - \overrightarrow{ZD} = \overrightarrow{ZB}$	ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ

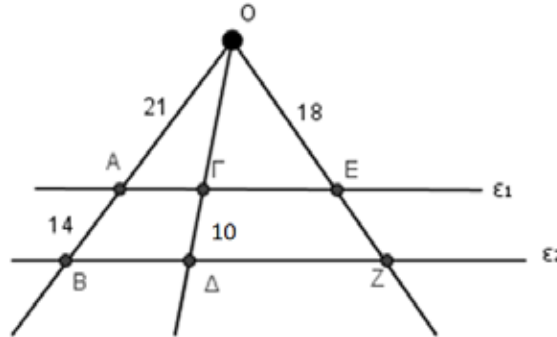
3) Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

α) $\frac{5}{\sqrt{3}}$

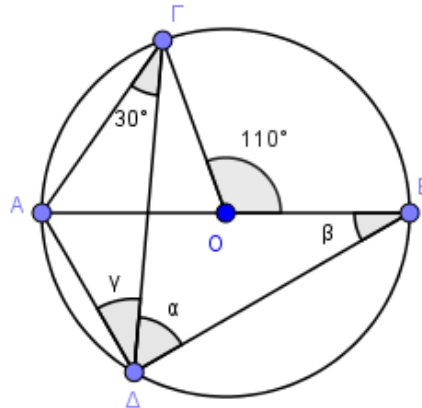
β) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

4) Δίνονται οι κύκλοι $(M, 8cm)$ και $(N, 3cm)$. Αν το μήκος της διακέντρου MN των δύο κύκλων είναι ίση με $3cm$, να βρείτε τη θέση τους.

5) Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Να υπολογίσετε τα ευθύγραμμα τμήματα $ΟΓ$ και $ΟΖ$.



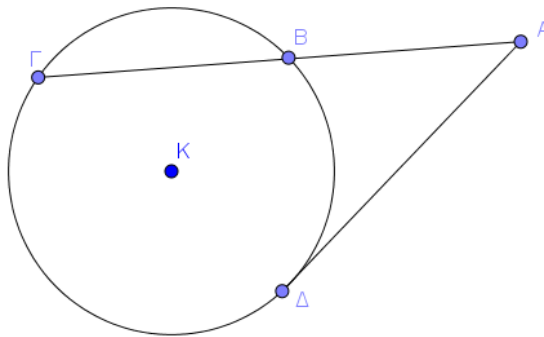
6) Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και το τόξο $\widehat{BG}$.



7) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γωνία θ σε κανονική θέση και σημείο $A(-4,3)$ της τελικής της πλευράς. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$ και $\sigma\tau\epsilon\mu\theta$ της γωνιάς θ .



- 8) Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο A εκτός του κύκλου.
Να υπολογίσετε την τιμή του AD αν $AB = B\Gamma = 4\text{cm}$.

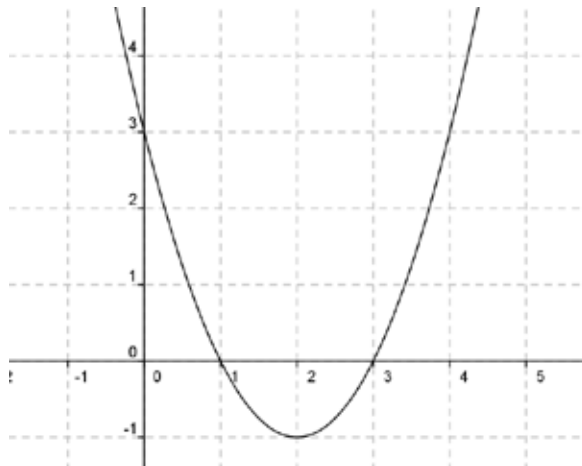


- 9) Δίνονται οι αριθμοί 5, 8, 9, 12 και 16. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση τους.
- 10) Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(x - 1) + 3\lambda = x - 4$, $\lambda \in R$. Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε εξίσωση να είναι αόριστη.

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.



Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .
- Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .
- Τον άξονα συμμετρίας.
- Τις τιμές των a , b και c .

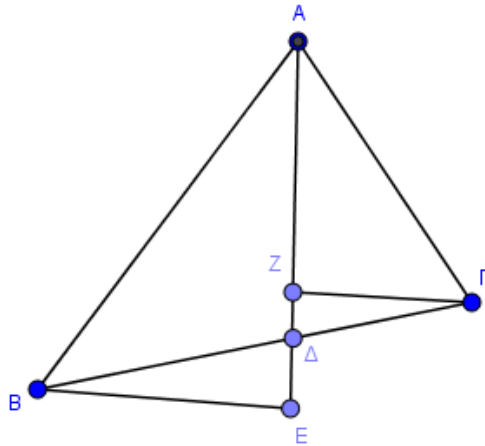
- δ) Πραγματικές και ίσες ρίζες.

β) Αν $\sin \theta = \frac{12}{15}$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{9sjq - 15hmq}{12ejq}$$

-

5) Σε τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε διχοτόμο ΑΔ. Από τις κορυφές Β, Γ φέρουμε κάθετες ΒΕ, ΓΖ



πάνω στην ΑΔ.

Να δείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα ΕΔΒ και ΖΔΓ είναι όμοια

β) Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΖΑΓ είναι όμοια και ότι ισχύει η σχέση $(ΑΓ)(ΑΕ)=(ΑΒ)(ΑΖ)$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ελπίδα Τουμάζου

Έλενα Θρασυβούλου

ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Νίκος Νικολάου (Σ.Β.Δ)

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Κυριακή Θεοδώρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 / 05 / 2017
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες
ΑΡ. ΣΕΛΙΔΩΝ: 6

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Όλες οι ασκήσεις να λυθούν στο τετράδιο των απαντήσεων
 2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 3. Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 5. Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνονται καθαρά τα βήματα επίλυσης των ασκήσεων.
 6. Σύνολο μονάδων δοκιμίου: 100

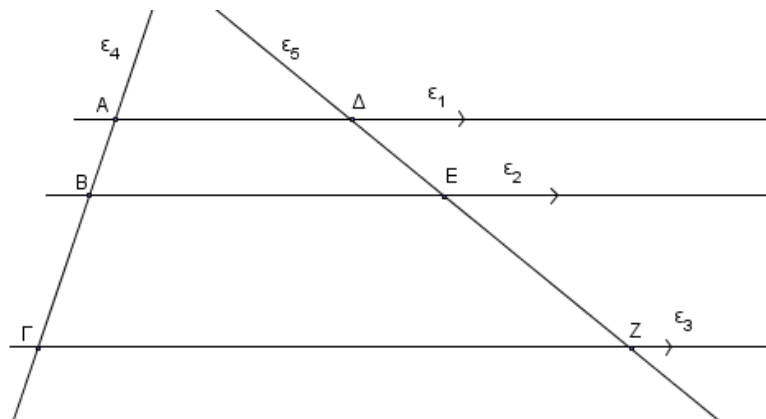
ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής :

α) $\sqrt{3 + \sqrt{40 - \sqrt{10 + \sqrt{36}}}} =$

β) $\sqrt{48} \div \sqrt{3} + \sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} =$

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $AB = 2cm$, $B\Gamma = 4cm$, $\Delta E = 3cm$ και $e_1 // e_2 // e_3$.
Να υπολογίσετε το μήκος του EZ .



3. Να γράψετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς ως τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας:

α) $\eta\mu 120^\circ$

β) $\sigma\phi 95^\circ$

γ) $\epsilon\phi 100^\circ$

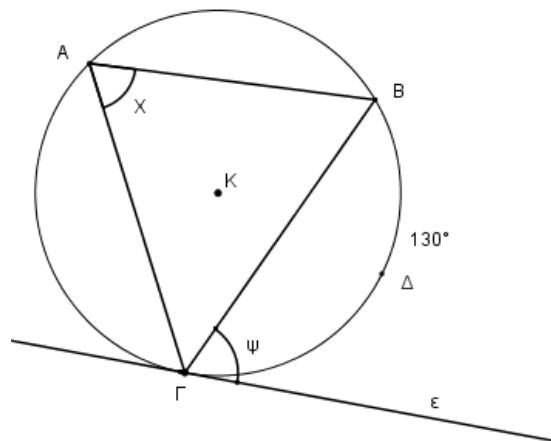
δ) $\sigma\upsilon\nu 140^\circ$

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2\chi^3 = 16$

β) $(5\chi - 3)^{\frac{2}{3}} = 9, \quad \chi \geq \frac{3}{5}$

5. Σε κύκλο (K, R) η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ . Αν το τόξο $B\Delta\Gamma = 130^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\chi}$ και $\hat{\psi}$.



6. α) Για ποιες τιμές του μ , $\mu \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $(\mu - 5)\chi = 12$ είναι αδύνατη.
β) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\lambda^2\chi + 6 = 36\chi + \lambda$, $\lambda \in \mathbb{R}$

7. α) Να αποδείξετε ότι : $\frac{1}{2-\sqrt{2}} + \frac{1}{2+\sqrt{2}} = 2$ και $\frac{1}{2-\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2+\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

β) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\chi_1 = \frac{1}{2-\sqrt{2}}$ και $\chi_2 = \frac{1}{2+\sqrt{2}}$.

8. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{aligned}\chi + \psi &= 14 \\ \chi^2 - 2\psi &= 20\end{aligned}$$

9. Να αντιγράψετε τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ στο τετραγωνισμένο χαρτί και να σχεδιάσετε σε αυτό τα πιο κάτω διανύσματα :



- α) $2\vec{a}$
β) $-3\vec{\beta}$
γ) $2\vec{a} - 3\vec{\beta}$.

10. Σε ένα διαγώνισμα Μαθηματικών οι μαθητές ενός τμήματος πήραν τους πιο κάτω βαθμούς:

4, 11, 20, 19, 17, 17, 6, 15, 13, 17, 16, 10, 6, 10, 15, 11, 9, 11, 16, 17.

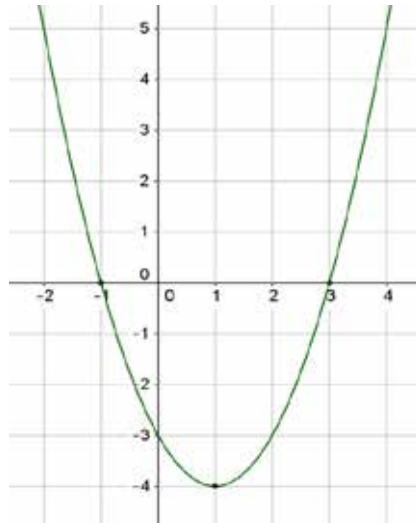
- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή των βαθμών.
β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των βαθμών.

ΜΕΡΟΣ Β:

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$, να βρείτε:

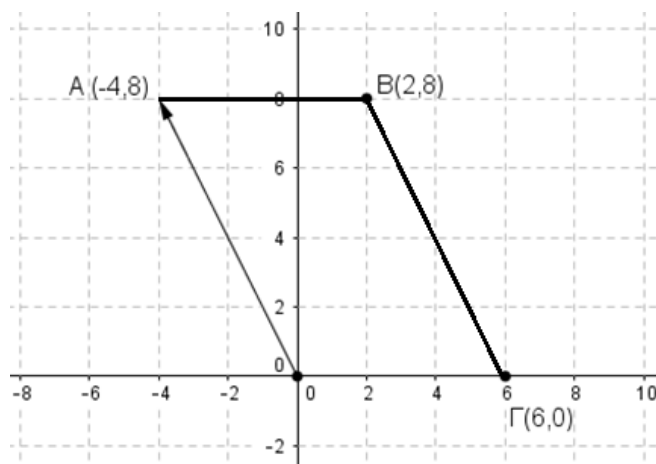


- το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$
 - τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - τις τιμές των συντελεστών a, b και c
 - την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.
 - τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$.
2. Να βρείτε τις τιμές του $\mu, \mu \in \mathbb{R}$ αν η εξίσωση $x^2 - 2(\mu - 2)x + 5 - 4\mu = 0$ έχει:
- ρίζες αντίστροφες
 - ρίζες αντίθετες
 - τη μία ρίζα ίση με 4
 - ρίζες μη πραγματικές.

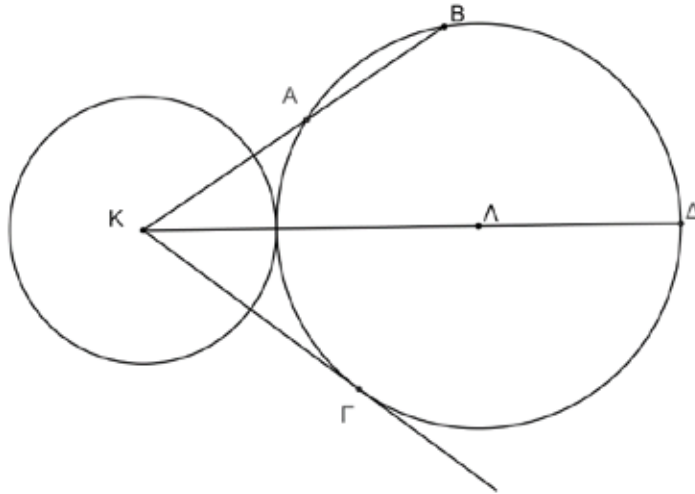
3. α) i) Να αποδείξετε ότι $\frac{\eta\mu^2\chi}{1-\sigma\upsilon\nu\chi} = 1 + \sigma\upsilon\nu\chi$

ii) Να υπολογίσετε την γωνία χ , αν $\frac{\eta\mu^2\chi}{1-\sigma\upsilon\nu\chi} = \frac{3}{2}, \chi \in (0^\circ, 90^\circ)$

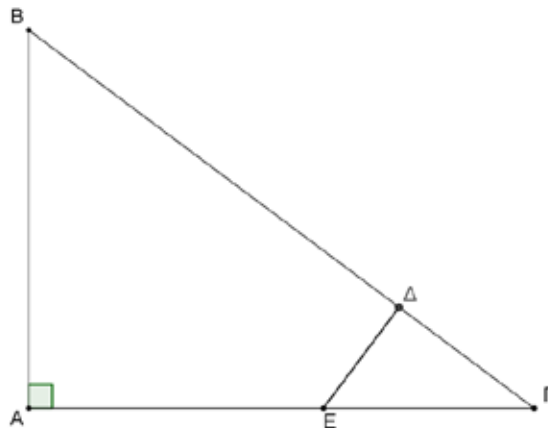
β) Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma O$ με κορυφές τα σημεία $A(-4,8), B(2,8), \Gamma(6,0)$ και $O(0,0)$. Τα E και Z είναι σημεία των $B\Gamma$ και $O\Gamma$ αντίστοιχα, έτσι ώστε $\overrightarrow{E\Gamma} = 2\overrightarrow{BE}$ και $\overrightarrow{Z\Gamma} = 2\overrightarrow{OZ}$. Αν $\overrightarrow{OA} = 6\vec{a}$ και $\overrightarrow{AB} = 6\vec{b}$ να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{ZE}$ συναρτήσει των $\vec{a}$ και $\vec{b}$.



4. Δίνονται οι κύκλοι (K, R) και $(\Lambda, 6\text{cm})$ οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά. Από το κέντρο K του κύκλου (K, R) φέρουμε τέμνουσα KAB και εφαπτομένη $K\Gamma$ προς τον κύκλο $(\Lambda, 6\text{cm})$. Αν η χορδή $AB = 3\text{cm}$ και η διάκεντρος $K\Lambda = 8\text{cm}$, να βρείτε:
- Το μήκος της ακτίνας R και το μήκος του KA
 - Το μήκος του $K\Gamma$.



5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 9\text{cm}$ και $A\Gamma = 12\text{cm}$. Στις πλευρές $A\Gamma$ και $B\Gamma$ παίρνουμε τα σημεία E και Δ αντίστοιχα έτσι ώστε $\Gamma E = 5\text{cm}$ και $\Gamma\Delta = 4\text{cm}$.
- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta E\Gamma$ είναι όμοια
 - Να βρείτε το μήκος του $E\Delta$
 - Να φέρετε το ύψος AH του τριγώνου $AB\Gamma$ και να δείξετε ότι $(AH)^2 = (H\Gamma)(HB)$.



Ο Διευθυντής
Δημήτρης Παπαμιλιτιάδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ (3-ωρο)

Ημερομηνία: 30 / 5 / 2017

ΤΑΞΗ: Α'

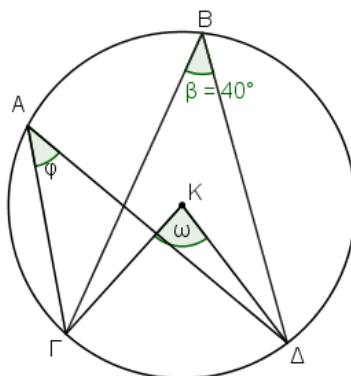
Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
Να γράφετε με μελάνι μπλε (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

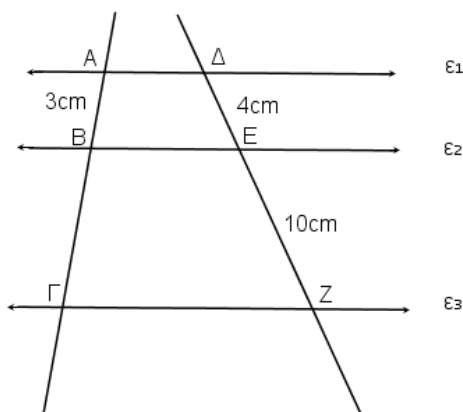
ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ και $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος: $\vec{g} = \vec{a} + 3\vec{b}$.

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (Κ,Ρ) και $\angle B = 40^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες ϕ και ω και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

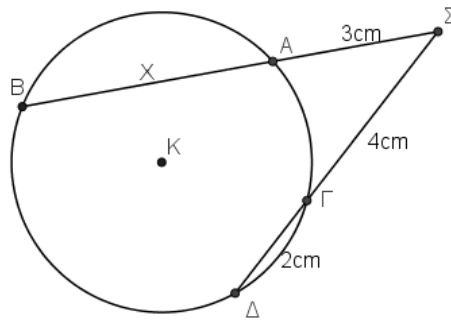


3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: $AB=3\text{cm}$, $DE=4\text{cm}$, $EZ=10\text{cm}$ και $e_1 \parallel e_2 \parallel e_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του ΒΓ.



4. Στο πιο κάτω σχήμα οι ημιευθείες ΣΑΒ και ΣΓΔ είναι τέμνουσες του κύκλου (Κ,Ρ) .

Αν $\Sigma\text{A}=3\text{cm}$, $\Sigma\Gamma=4\text{cm}$, $\Gamma\Delta=2\text{cm}$ και $\text{AB}=\chi$, να υπολογίσετε την τιμή του χ .



5. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής

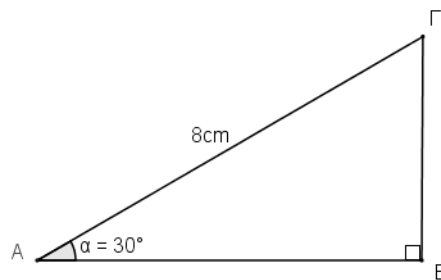
a) $\sqrt{50} - \sqrt{2}$

b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$

g) $\sqrt{13 + \sqrt{11 - \sqrt{4}}}$

d) $\frac{21}{8} \cdot \frac{5}{3}$

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{B} = 90^\circ$) με $\hat{B}\hat{A}\hat{G} = 30^\circ$ και $\text{AG} = 8\text{cm}$. Να υπολογίσετε την πλευρά AB.



7. Η βαθμολογία 10 μαθητών σε ένα διαγώνισμα είναι η παρακάτω:

13,11,9,13,14,14,16,20,14,16. Να υπολογίσετε:

α) μέση τιμή, διάμεσο και επικρατούσα τιμή

β) τυπική απόκλιση.

8. Δίνεται η εξίσωση $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας και να υπολογίσετε τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της.

9. Να λύσετε την ανίσωση $-2x^2 + 3x + 2 \leq 0$

10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από ένα τυχαίο σημείο Δ της ΑΓ φέρουμε την $\text{DE} \perp \text{BG}$. Να αποδείξετε:

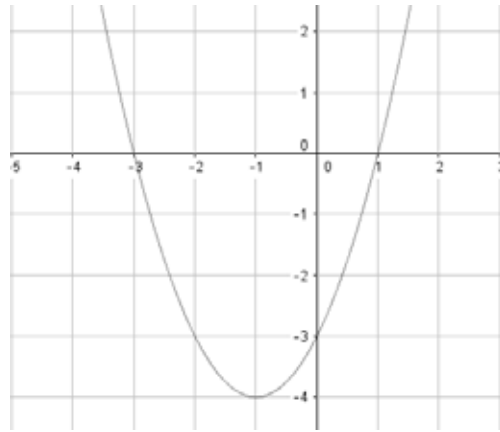
a) $\triangle \text{ABG} \sim \triangle \text{EDG}$

b) $(\text{AG}) \cdot (\text{ED}) = (\text{AB}) \cdot (\text{EG})$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $ax^2 + bx + g = 0$. Να βρείτε:



- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης
- β) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας και τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + g = 0$
- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας, τις συντεταγμένες της κορυφής και να αναφέρετε αν παρουσιάζει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή
- δ) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) < 0$

2. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + 2/x + 3/x - 1 = 0$

α) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες η πιο πάνω εξίσωση έχει:

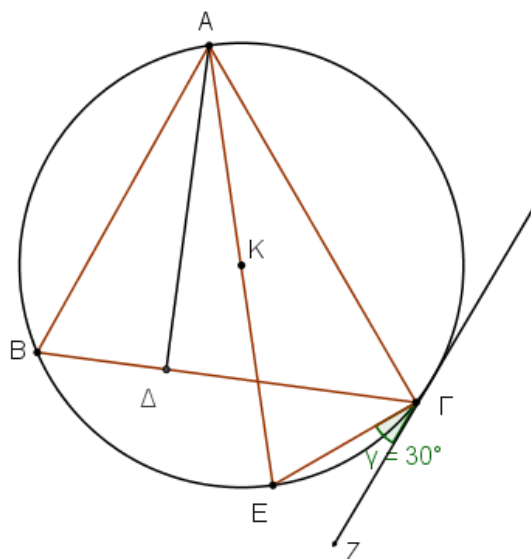
- I. ρίζα τον αριθμό -1
- II. ρίζες αντίθετες

β) αν $\lambda=2$ να βρείτε την τιμή της παράστασης $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 2x_2$

3. Να λυθεί και να διερευνηθεί η πιο κάτω εξίσωση για $\lambda \in \mathbb{R}$
 $\lambda^2 c - \lambda = c + 1$

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γωνία $\angle EGZ = 30^\circ$, AE διάμετρος, $AD \perp BG$ και GZ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο G .

- α) να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $AB\Delta$ και $AE\Gamma$
- β) να αποδείξετε ότι $(AB) \cdot (EG) = (BD) \cdot (AE)$



5. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις για τις πραγματικές τιμές του x :

a) $\sqrt{4-x} = 3, \quad x \in \mathbb{R}$

b) $(3x+1)^{\frac{1}{4}} = 2, \quad x^3 - \frac{1}{3}$

Η ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΑ
Ελένη Νεοκλέους

Ο Β.Δ. ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ
Μπάρος Αλέξανδρος

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ
Αλέκος Θεμιστοκλέους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18/05/2017

Ονοματεπώνυμο:

Βαθμός:

Τμήμα:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 (β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
 (γ) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
 (δ) Όλες οι απαντήσεις, να γράφονται πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
 (ε) Το γραπτό αποτελείται από οχτώ (8) σελίδες.

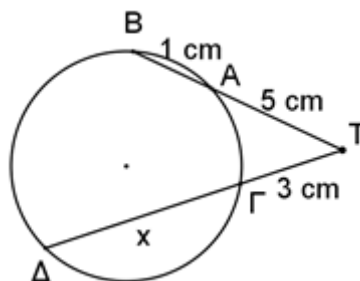
ΜΕΡΟΣ Α' : (Μονάδες 50/100)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

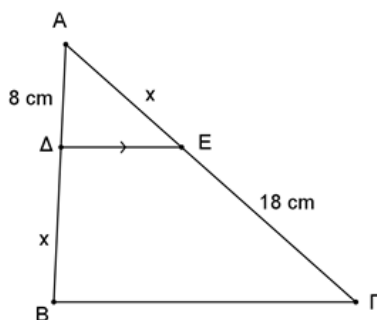
A1. Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = 4 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 4 - \sqrt{3}$.

A2. Στο διπλανό σχήμα οι προεκτάσεις των χορδών BA και DG του κύκλου τέμνονται στο σημείο T. Αν TA = 5cm, AB = 1cm, TG = 3cm και GD = x cm, να υπολογίσετε την τιμή του x.



A3. Αν $\sin q = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < q < 180^\circ$ να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\cos q$, $\tan q$ και $\cot q$.

A4. Στο διπλανό τρίγωνο ABG δίνονται DE // BG. Αν AD = 8cm, EG = 18cm και να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AG του τριγώνου.



A5. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{aligned} x - y &= 1 \\ x \cdot y &= 12 \end{aligned}$$

A6. Σε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις, να γράψετε **Σωστό** ή **Λάθος**.

i. Η εξίσωση $x^4 = -16$ είναι αδύνατη.	
ii. $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$, " $a, b \geq 0$	
iii. $\sqrt{x^2} = x$, για κάθε πραγματικό αριθμό x .	
iv. $\sqrt[3]{27a^6} = 3a^6$, για κάθε $a \geq 0$	

A7. Δίνονται οι αριθμοί $a = \frac{2}{\sqrt{2}}$ και $b = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$

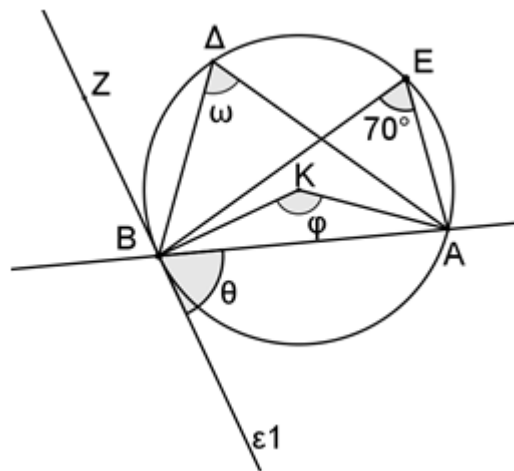
Να δείξετε τα πιο κάτω:

(α) $a = \sqrt{2}$ και $b = 3 - 2\sqrt{2}$

(β) $a^2 + 4ab + b^2 = 3$

(Να φαίνονται όλες οι πράξεις σας)

A8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K . Η ευθεία ε_1 είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B και $\angle \widehat{BEA} = 70^\circ$.



Να υπολογίσετε:

(α) Το μέτρο των γωνιών ω, θ και φ (μον. 1,5)

(β) Το μέτρο του μεγαλύτερου τόξου $\widehat{AB}$ (μον. 1)

(γ) Το μέτρο των γωνιών $\angle \widehat{KBZ}$ και $\angle \widehat{KBA}$ (μον. 2,5)

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

A9. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sin^2 x (1 + \sin^2 x) = \sin^2 x$

A10. Η εξίσωση $k^2 x + k - 1 = x$ είναι ταυτότητα (αόριστη), και η εξίσωση $(m-1)x(m+2)x = m-1$ είναι αδύνατη.

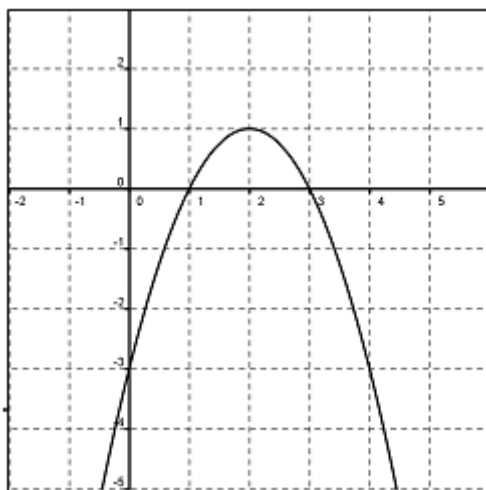
(α) Να βρείτε τις τιμές των παραμέτρων k και m .

(β) Να λύσετε την εξίσωση $kx + mx + 2 = m(2x - k)$.

ΜΕΡΟΣ Β' : (Μονάδες 50/100) Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

B1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + g, \quad a \neq 0.$$

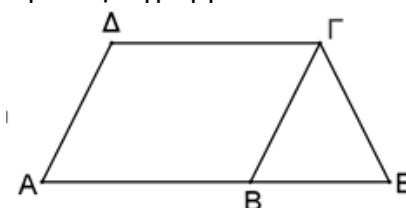


Από το σχήμα να βρείτε:

- (α) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης (μον.1)
 (β) Το σύνολο τιμών της συνάρτησης (μον.1)
 (γ) Το μέγιστο ή το ελάχιστο της συνάρτησης. (μον.1)
 (δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της συνάρτησης. (μον.1)
 (ε) Τις ρίζες της εξίσωσης: $ax^2 + bx + g = 0$ (μον.1)
 (στ) Το πρόσημο του a και της διακρίνουσας D της εξίσωσης: $ax^2 + bx + g = 0$ (μον.1)
 (ζ) Τις τιμές των a , b και g . (μον.3)
 (η) Τις ορθές απαντήσεις στα πιο κάτω: (μον.1)

$f(100) > 0$	$f(-100) < 0$	$f(x) \geq 0$, όταν $1 \leq x \leq 3$	$f(x) < 0$ όταν $1 < x < 3$
--------------	---------------	--	-----------------------------

B2. Στο πιο κάτω σχήμα το $ABGD$ είναι παραλληλόγραμμο και το BGE ισοσκελές τρίγωνο με $GB = GE$.



- I. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις ισότητες στο διπλανό πίνακα, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό. (μον.4)

(α) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{GD}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) $ \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GE} $	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) $\overrightarrow{BG} = -\overrightarrow{DA}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{EG}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

- II. Να γράψετε ένα διάνυσμα που να αντιστοιχεί στα πιο κάτω: (μον.6)

(α) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DG} =$	(β) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} =$
(γ) $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{BA} =$	(δ) $\overrightarrow{DG} - \overrightarrow{AB} =$
(ε) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GB} =$	(στ) $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{AD} =$

B3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 2)x + \lambda + 5 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$

I. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση έχει:

(α) Ρίζες αντίθετες. (μον. 1)

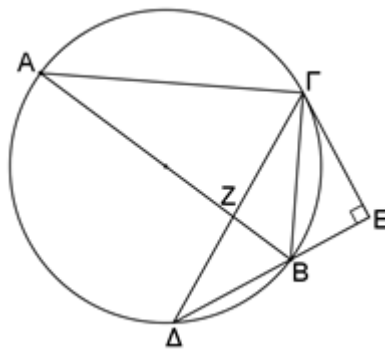
(β) Ρίζες αντίστροφες. (μον. 1)

(γ) Ρίζες πραγματικές και άνισες (μον. 5)

II. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, για τις οποίες η πιο πάνω εξίσωση έχει άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο της. (μον. 3)

(Να φαίνονται όλες απαραίτητες πράξεις)

B4. Στο διπλανό σχήμα GE είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ και EBD τέμνουσα του κύκλου, με $GE \perp ED$. AB είναι διάμετρος του κύκλου και το σημείο Z είναι το σημείο τομής των AB και GD.



(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABG και GDE είναι όμοια. (μον. 4)

(β) Να δείξετε ότι: $(BG)^2 = (AB) \cdot (BE)$ (μον. 4)

(γ) Αν $EB = 4\text{cm}$ και $BD = 5\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος του EG (μον. 2)

B5. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τον αριθμό των ημερών που απουσίαζαν οι υπάλληλοι μιας εταιρείας κατά τους χειμερινούς μήνες.

Αριθμός ημερών (x_i)	0	1	2	3	4
Αριθμός υπαλλήλων (f_i)	4	4	3	6	3

Να υπολογίσετε:

(α) Το συνολικό αριθμό των υπαλλήλων της εταιρείας. (μον. 0,5)

(β) Το εύρος των πιο πάνω παρατηρήσεων. (μον. 1)

(γ) Τη μέση τιμή των πιο πάνω παρατηρήσεων. (μον. 1,5)

(δ) Την τυπική απόκλιση των πιο πάνω παρατηρήσεων. (μον. 5)

(ε) Τον συντελεστή μεταβλητότητας των πιο πάνω παρατηρήσεων. (μον. 1)

(στ) Τη νέα μέση τιμή των ημερών απουσίας αν δυο συγκεκριμένες μέρες του Ιανουαρίου οι υπάλληλοι δεν πήγαν στη δουλειά τους, λόγω ανακαίνισης των γραφείων τους. (μον. 1)

-ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ-

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Παναγιώτης Λαμπίσης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ – ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18/05/2017

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 07:45 π.μ.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

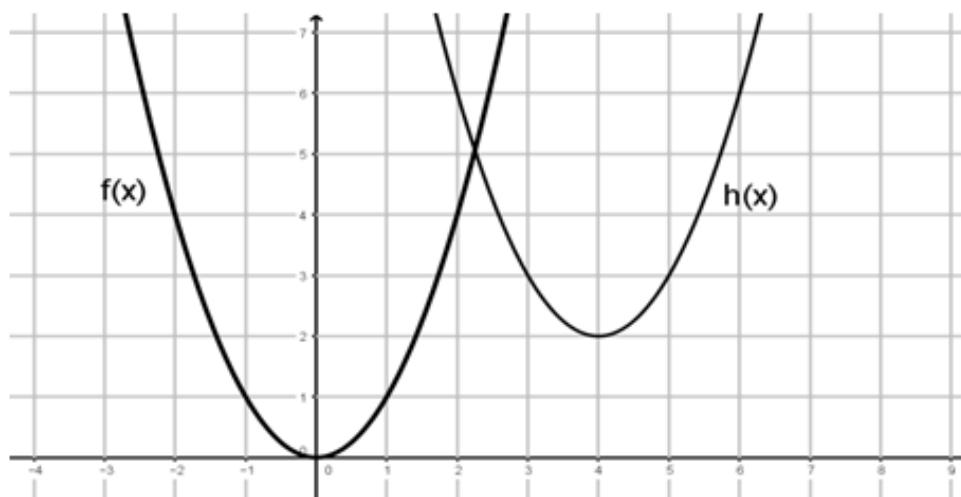
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ: ΤΜΗΜΑ:

- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το Σχολείο.

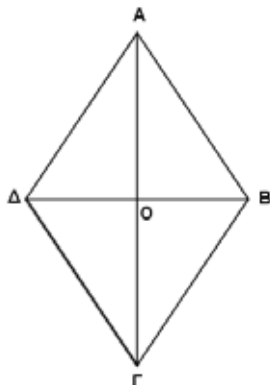
ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε την τιμή του $k \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $2c - 5 = kc + 12k$ να έχει λύση τη $c = 3$.
2. Στο πιο κάτω σύστημα αξόνων δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των παραβολών $f(x)$ και $h(x)$, όπου $h(x)$ μετατόπιση της παραβολής $f(x)$. Να γράψετε τους τύπους των παραβολών $f(x)$ και $h(x)$.



3. Στο πιο κάτω σχήμα το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ρόμβος. Να σημειώσετε δίπλα από κάθε μία από τις πιο κάτω ισότητες αν είναι **ορθή ή λάθος**.

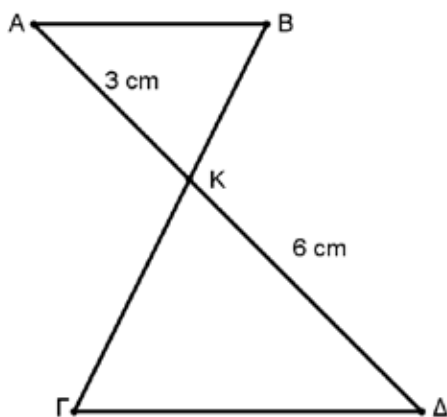


(a) $\overset{\textcircled{R}}{AD} = \overset{\textcircled{R}}{BG}$ (b) $|\overset{\textcircled{R}}{AD}| = |\overset{\textcircled{R}}{AB}|$

(g) $\overset{\textcircled{R}}{DG} = \overset{\textcircled{R}}{BA}$ (d) $\overset{\textcircled{R}}{OD} = \overset{\textcircled{R}}{OB}$

4. Να υπολογίσετε το c^2 , αν $c - 3\sqrt{2} = -\sqrt{2}$.

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $AB \parallel \Gamma D$ και Κ το σημείο τομής των ΑΔ και ΒΓ. Αν $AK = 3 \text{ cm}$ και $KD = 6 \text{ cm}$, να αντιστοιχίσετε κάθε λόγο της στήλης Α με τον ίσο του αριθμό από τη στήλη Β.

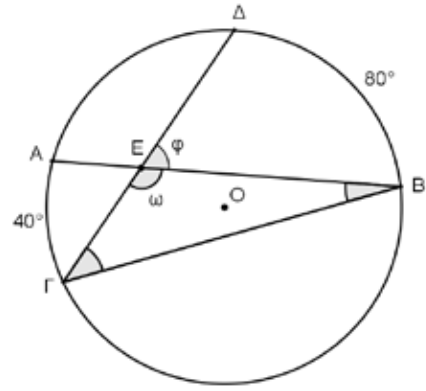


ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $\frac{BK}{KG}$	α. 3
2. $\frac{KG}{BG}$	β. $\frac{2}{3}$
3. $\frac{BG}{BK}$	γ. $\frac{1}{2}$
	δ. $\frac{3}{2}$

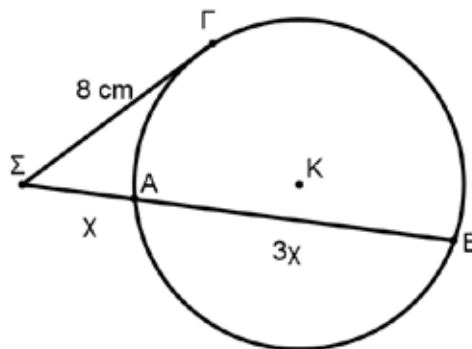
1.	2.	3.

6. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(1 + \hbar \eta \eta)^2 + (1 - \text{sun} \eta)^2 = 3 + 2(\hbar \eta \eta - \text{sun} \eta)$

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο O και $AB, \Gamma\Delta$ χορδές του που τέμνονται στο σημείο E . Αν το τόξο $AG = 40^\circ$ και το τόξο $BD = 80^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες ω, ϕ που είναι σημειωμένες στο σχήμα, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



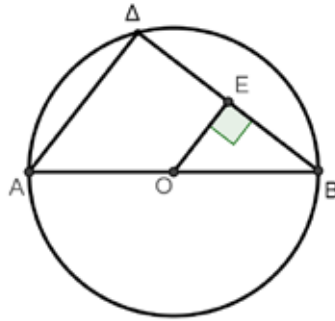
8. Ο βαθμός τετραμήνου στο μάθημα των Θρησκευτικών για κάθε μαθητή συνυπολογίζεται από τους βαθμούς του προειδοποιημένου διαγωνίσματος με βαρύτητα 70%, του απροειδοποίητου διαγωνίσματος με βαρύτητα 20% και της κατ' οίκον εργασίας με βαρύτητα 10%. Να υπολογίσετε τον βαθμό τετραμήνου που θα έχει στο δελτίο επίδοσης, στο μάθημα των Θρησκευτικών, ένας μαθητής που βαθμολογήθηκε με 17 στο προειδοποιημένο διαγώνισμα, 19 στο απροειδοποίητο και 20 στην κατ' οίκον εργασία.
9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και εξωτερικό σημείο S του κύκλου. Από το σημείο S φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα $(\Sigma\Gamma) = 8 \text{ cm}$ και τέμνουσα ΣAB με $(\Sigma A) = \chi$ και $(AB) = 3\chi$. (A, B, Γ σημεία του κύκλου). Να υπολογίσετε την τιμή του χ .



10. Να λύσετε την ανίσωση: $(c - 5)^2 > 2(c - 1)$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται κύκλος (O, ρ) , Δ σημείο του κύκλου, AB διάμετρος και $OE \perp DB$. Να δείξετε (δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας) ότι:
- (α) τα τρίγωνα $A\Delta B$ και OEB είναι όμοια
- (β) ισχύει η σχέση $(A\Delta) = 2(OE)$



2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(c) = ac^2 + bc + g$, $a \neq 0$, που τέμνει τον άξονα $\chi\chi'$ στα σημεία $(-1,0)$ και $(3,0)$ και τον άξονα $\psi\psi'$ στο σημείο $(0,3)$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης
 - το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και το πρόσημο του a
 - τις συντεταγμένες της κορυφής
 - τις τιμές των a , b και g
 - τις τιμές του c για τις οποίες $f(c) \geq 0$
3. Δίνεται η εξίσωση $4c^2 + 3mc + 3m - 5 = 0$ με λύσεις c_1, c_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές του $m \in \mathbb{R}$, ώστε:
- (α) η εξίσωση να έχει λύσεις αντίστροφες
- (β) να ισχύει $c_1 + c_2 = c_1 \times c_2$
- (γ) να ισχύει $c_1^2 + c_2^2 = \frac{25}{16}$

4. Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \sqrt[3]{(8 - \sqrt{15})(8 + \sqrt{15})} \times \sqrt[3]{7}$ και $B = 2^{\frac{2}{3}} \times 2^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{2}{15}}$

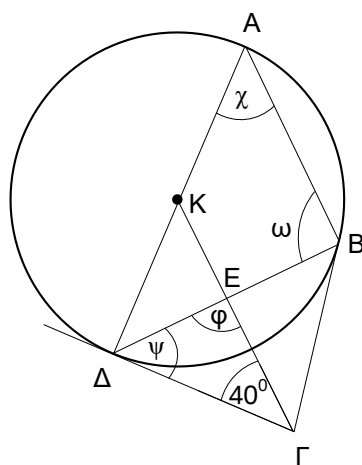
Να δείξετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, (γράφοντας αναλυτικά τις πράξεις σας)

ότι: (i) $A = 7$

(ii) $B = 2$

(iii) $\frac{5}{\sqrt{A} + \sqrt{B}} + \frac{5}{\sqrt{A} - \sqrt{B}} = 2\sqrt{7}$

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K, ΑΔ διάμετρος, ΓΔ = ΓΒ εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου στα σημεία του Δ και Β. Αν το σημείο Ε είναι το μέσο του ΒΔ και η γωνία $\widehat{D\Gamma K} = 40^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες ϵ, γ, ω και j που είναι σημειωμένες στο σχήμα, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



Ο Διευθυντής

Λοΐζος Σέπος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ–ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου Κοινού Κορμού
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/5/2017
ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά
ΩΡΑ: 7:45–10:15

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:.....

Υπογραφή:.....

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η παραβολή $y = (x - 2)^2 - 3$. Να βρείτε:
 α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της και
 β) τις συντεταγμένες της κορυφής της.
2. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

$\varepsilon\varphi 128^\circ > 0$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
Αν $\sin\theta > 0$ και $\varepsilon\varphi\theta < 0$ τότε η γωνιά θ έχει τελική πλευρά στο 4 ^ο τεταρτημόριο	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
$\eta\mu 77^\circ = \sin 23^\circ$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\sin\theta}{\eta\mu\theta}$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
$\eta\mu(180^\circ - \theta) = \eta\mu\theta$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

3. Να βρείτε την τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $(4 - 2\mu)x = 16$ να είναι αδύνατη.

4. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\Delta E \parallel B\Gamma$, $\Delta B = 4\text{cm}$, $AE = 9\text{cm}$ και $A\Delta = E\Gamma$. Να υπολογίσετε το μήκος της $A\Delta$.

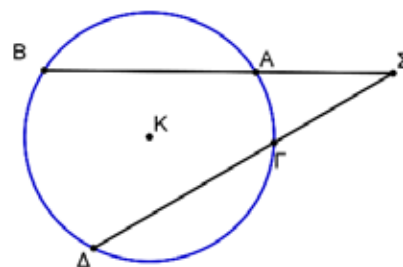
5. Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων :

$$A = \sqrt[3]{9 + 3 \cdot \sqrt{36}} =$$

$$B = 2 \cdot \sqrt[4]{16} - 3 \cdot \sqrt{27} + 4 \cdot 9^{\frac{1}{2}} + 2 \cdot \sqrt{48} =$$

6. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο Σ εκτός του κύκλου.

Αν $(\Sigma\Gamma) = 2\text{ cm}$, $(\Gamma\Delta) = 6\text{ cm}$, $(\Sigma A) = 3\text{ cm}$ και $(AB) = x\text{ cm}$, να υπολογίσετε την τιμή του x .



7. Ένα εργοστάσιο λειτουργεί καθημερινά με 4 βάρδιες (Α, Β, Γ και Δ). Ο μισθός κάθε βάρδιας είναι ίσος με 5, 10, 20 και 25 ευρώ αντίστοιχα την ώρα. Αν κάποιος υπάλληλος εργάστηκε την προηγούμενη εβδομάδα 16, 10, 7 και 4 ώρες στις βάρδιες Α, Β, Γ και Δ αντίστοιχα, να βρείτε τον μέσον ωριαίο μισθό του την προηγούμενη εβδομάδα, με προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και η εφαπτομένη $B\Delta$ του κύκλου στο σημείο Β.

Αν $\Delta\hat{B}A = 50^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες φ , χ και ψ .
(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας).

9. Να λύσετε το σύστημα:

$$x - y = 1$$

$$y = x^2 + x - 5$$

10. Στο διπλανό σχήμα $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{BG} = \vec{\beta}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{\beta}$
και E είναι το μέσο του GD .
Να βρείτε συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τα
διανύσματα:
- α) $\overrightarrow{AG}$.
β) $\overrightarrow{DG}$.
γ) $\overrightarrow{AE}$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.
Να βρείτε:
- α) το πρόσημο του α
β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
γ) το πεδίο ορισμού (Π.Ο.) και το σύνολο τιμών (Σ.Τ.)
της συνάρτησης
- δ) τον άξονα συμμετρίας της παραβολής
- ε) την κορυφή της παραβολής
- στ) το σημείο τομής της με τον άξονα των ψ
- ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$
- η) τις λύσεις της ανίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \leq 0$
2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 2)x + 2\lambda - 7 = 0$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει:
- α) Ρίζα τον αριθμό 1.
β) Ρίζες αντίθετες.
γ) Ρίζες x_1, x_2 που να επαληθεύουν τη σχέση $2x_1 - 3x_1 \cdot x_2 + 2x_2 = 0$.
δ) Πραγματικές ρίζες.

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) .

Αν η διχοτόμος AD της γωνίας A , τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο σημείο D και τον κύκλο στο σημείο E , να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ABD και $A\Gamma E$ είναι όμοια.

β) $(EB)^2 = (EA)(ED)$.

4. α) Αν $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ και $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ είναι ρίζες μιας εξίσωσης β' βαθμού τότε:

ι) Να δείξετε ότι $x_1 + x_2 = \sqrt{10}$.

ιι) Να αποδείξετε ότι οι ρίζες είναι αντίστροφες.

ιιι) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες x_1 και x_2 .

β) Να λύσετε την εξίσωση: $(2x - 5)^{\frac{3}{4}} = 8, x \geq \frac{5}{2}$.

5. α) Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τους
τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .
($\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\sigma\varphi\omega$).

β) Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{12}{13}$, $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παραστασης:

$$A = \frac{24\epsilon\varphi\theta + 13\eta\mu(180^\circ - \theta)}{26\eta\mu(90^\circ - \theta) - 5\sigma\varphi\theta}$$

γ) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\eta\mu\theta} + \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1+\eta\mu\theta} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\theta}$

Ο Διευθυντής

Ανδρέας Λοΐζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Α΄ κοινού κορμού

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες και 30 λεπτά

Βαθμός:

Ημερομηνία: Τρίτη 23/05/2017

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας: _____

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη.

- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (υγρού ή ταινίας).

ΜΕΡΟΣ Α :

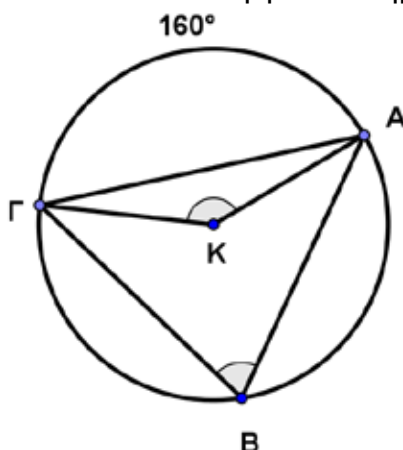
- Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $\sqrt{32} \times \sqrt{2}$

(β) $\sqrt{19 - \sqrt{7 + \sqrt[3]{8}}}$

2. Στο διπλανό σχήμα, το μέτρο του μικρότερου τόξου ΑΓ του κύκλου (Κ,Ρ) είναι 160° . Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών $\hat{A}\hat{K}\hat{G}$ και $\hat{A}\hat{B}\hat{G}$. Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

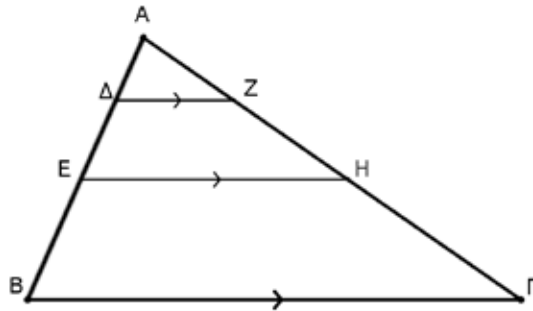


3. Να βρείτε την τιμή του μ , ώστε η εξίσωση $3C + \mu - 2 = 10$:

α) να είναι αδύνατη.

β) να έχει λύση τη $C = -1$.

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και τα ευθύγραμμα τμήματα ΔZ και EH είναι παράλληλα προς τη βάση $B\Gamma$. Αν $A\Delta = 4\text{ cm}$, $AE = 10\text{ cm}$, $AZ = 6\text{ cm}$ και $A\Gamma = 27\text{ cm}$ να υπολογίσετε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων ZH και EB . Να φαίνονται όλες οι πράξεις σας.



5. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω σχέσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

(α) Η τελική πλευρά της γωνιάς -250° σε κανονική θέση βρίσκεται στο 3° τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) Αν η τελική πλευρά μιας γωνιάς θ τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο $A\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ τότε το $\eta\mu\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) Αν $180^\circ < \alpha < 270^\circ$, τότε το $\eta\mu\alpha > 0$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) $\theta(180^\circ - \omega) = -\theta\omega$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε) $\eta\mu^2 50^\circ + \sigma\upsilon\eta^2 50^\circ = 50$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

6. Δίνεται η εξίσωση $3C^2 + 6C - 1 = 0$. Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $C_1 + C_2 =$

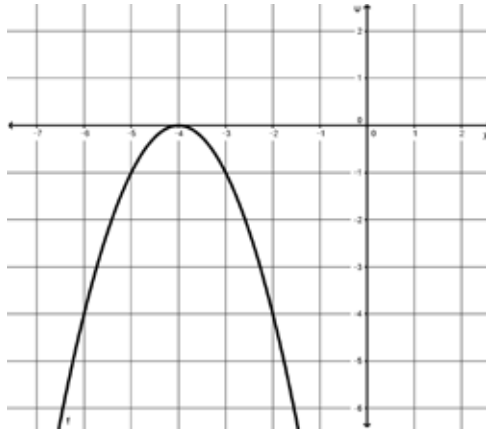
(β) $4C_1 \cdot C_2 =$

(γ) $\frac{2}{C_1} + \frac{2}{C_2} =$

7. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

Παραβολή	Είδος ακρότατου (Μέγιστο ή ελάχιστο)	Άξονας συμμετρίας	Κορυφή	Πεδίον ορισμού	Σύνολο τιμών
$y = -c^2 + 5$					
$y = (c - 4)^2 + 2$					

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση του τριωνύμου $f(c) = ac^2 + bc + g$.



α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα προσήμου της $f(c)$.

β) Να βρείτε για ποιες τιμές του c ισχύουν τα πιο κάτω:

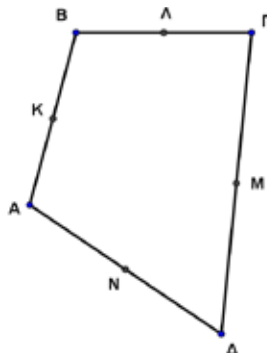
- i. $f(c) < 0$ _____
- ii. $f(c) = 0$ _____
- iii. $f(c) > 0$ _____

9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2c^2 - 5c + 2}{c^2 - 4}$.

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με Κ, Λ, Μ και Ν, τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΑΔ αντίστοιχα. Αν $\vec{AB} = 3\vec{a}$, $\vec{AD} = 3\vec{b}$ και $\vec{DG} = 3\vec{g}$:

α) να αποδείξετε ότι $\vec{BG} = -3\vec{a} + 3\vec{b} + 3\vec{g}$.

β) να εκφράσετε τα διανύσματα $\vec{KL}$ και $\vec{NM}$ συναρτήσει των $\vec{a}$, $\vec{b}$ και $\vec{g}$.



ΜΕΡΟΣ Β :

- Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

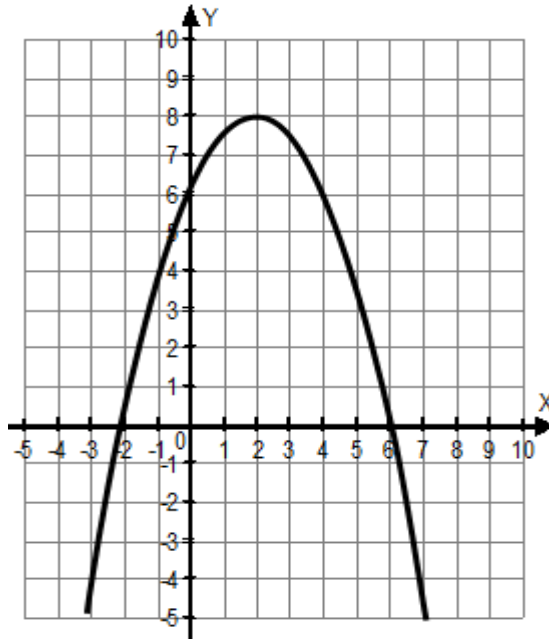
1. Πιο κάτω παρουσιάζονται οι ώρες με τις οποίες ασχολούνται κάθε μέρα 12 μαθητές ενός τμήματος του σχολείου μας με το facebook: 2, 4, 1, 3, 3, 3, 2, 3, 5, 4, 4, 2

Να υπολογίσετε:

- το εύρος των παρατηρήσεων.
- τη μέση τιμή των ωρών που ασχολούνται οι μαθητές με το facebook .
- την τυπική απόκλιση των ωρών που χρησιμοποιούν το facebook.
- τον συντελεστή μεταβλητότητας των πιο πάνω παρατηρήσεων και να εξετάσετε αν το δείγμα παρουσιάζει ομοιογένεια.

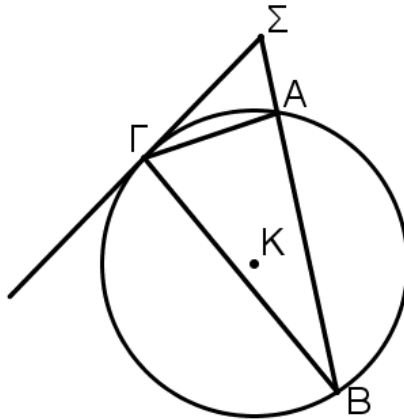
2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της

$$f(c) = ac^2 + bc + g. \text{ Να βρείτε:}$$



- το πεδίο ορισμού της _____
- το σύνολο τιμών της _____
- το είδος του ακρότατου (μέγιστο ή ελάχιστο) _____
- το πρόσημο του a _____
- την τιμή του g _____
- τις ρίζες της εξίσωσης $f(c) = 0$ _____
- το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της $f(c) = 0$
- το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της $f(c) = 0$
- τις συντεταγμένες της κορυφής της _____
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της _____

3. Από σημείο Σ εκτός του κύκλου φέρουμε εφαπτόμενη $\Sigma\Gamma$ (Γ σημείο επαφής) και τέμνουσα ΣAB .



- α) Να δείξετε ότι:
- τα τρίγωνα $\Sigma\Gamma A$ και $\Sigma B\Gamma$ είναι όμοια.
 - $(\Sigma\Gamma)^2 = (\Sigma A) \cdot (\Sigma B)$.
- β) Αν $(\Sigma\Gamma) = 6\text{cm}$ και $(\Sigma A) = 3\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του AB .
4. Δίνεται η εξίσωση $(I + 2)C^2 + (2I + 3)C + 3I - 2 = 0$, $I \neq -2$.
Να βρείτε την τιμή του I , ώστε η εξίσωση να έχει:
- ρίζες αντίθετες.
 - ρίζες αντίστροφες.
 - άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο των ριζών.
5. α) Να γράψετε το πρόσημο των πιο κάτω τριγωνομετρικών αριθμών:
- $\eta\mu 144^\circ$ _____
 - $\epsilon\varphi(-50^\circ)$ _____
 - $\sigma\upsilon\nu 380^\circ$ _____
 - $\sigma\varphi 213^\circ$ _____
- β) Αν $\sin \omega = -\frac{3}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να βρείτε τους άλλους τρεις τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς ω (χρησιμοποιώντας μόνο τους τύπους).
- γ) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\eta\mu\alpha \cdot \sigma\varphi\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \epsilon\varphi\alpha \cdot \eta\mu\alpha)^{2017} = 1$

Οι διδάσκοντες:

Κώστας Χαραλαμπίδης
Θεόδωρος Τσαγγάρης
Ρένος Κωνσταντίνου
Χαραλαμπία Νεοφύτου

Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου Τσιελεπή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (3ωρο)
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18/05/2017

ΣΕΙΡΑ: Α΄

ΤΑΞΗ: Α΄

ΧΡΟΝΟΣ: 8:00 π.μ. – 10:30 π.μ.

Οδηγίες:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
- Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
- Όλες οι απαντήσεις να δοθούν σε σφραγισμένες κόλλες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).

1. Δίνεται η εξίσωση: $3x^2 - 6x - 9 = 0$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης.

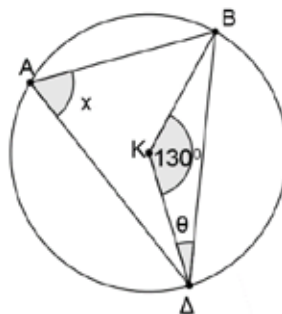
Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $x_1 + x_2$ (μονάδες 2)

β) $x_1 \times x_2$ (μονάδες 2)

γ) $\frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2}$ (μονάδες 1)

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και γωνία $\angle \hat{K}B = 130^\circ$.



Να υπολογίσετε τις τιμές των x και θ , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

3. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt[3]{3x - 4} = 2, \quad x \neq \frac{4}{3}$

4. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς θ . ($\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\phi\theta$, $\sigma\phi\theta$)

5. Η βαθμολογία 16 μαθητών σε ένα διαγώνισμα ήταν:
8,15,13,20,9,13,17,19,20,9,10,10,15,13,14,19.

Να υπολογίσετε:

- α) τη μέση τιμή
- β) τη διάμεσο
- γ) την επικρατούσα τιμή
- δ) το εύρος

6. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\epsilon\phi x + \sigma\phi x = \frac{1}{\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x}$

7. Να κάνετε τις πράξεις:

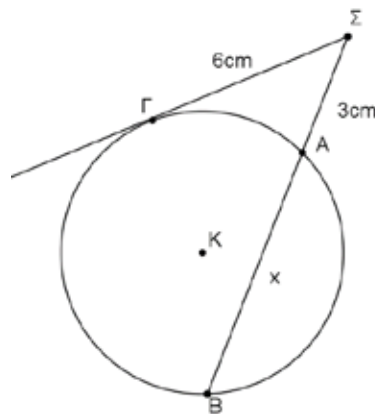
α) $(3 - \sqrt{x})^2$, $x \geq 0$

β) $\sqrt[3]{5a^3 + \sqrt{7a^6 + \sqrt[4]{16a^{24}}}}$, $a \geq 0$

8. Δίνεται η εξίσωση: $(\mu^2 - 4)x = \mu + 2$. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ , $\mu \in \mathbb{R}$ σε κάθε περίπτωση ώστε η εξίσωση να:

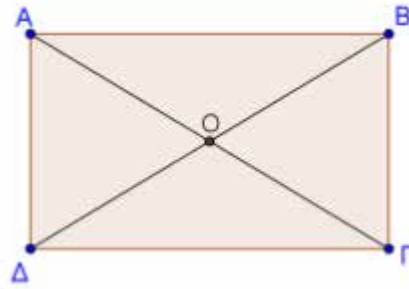
- α) είναι αδύνατη (μονάδες 2)
- β) είναι ταυτότητα (αόριστη) (μονάδες 2)
- γ) έχει μοναδική λύση (μονάδες 1)

9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: $\Sigma\Gamma=6$ cm, $AB=x$ cm και $\Sigma A=3$ cm.



Να υπολογίσετε την τιμή του x , δικαιολογώντας την απάντησή σας.

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:



- α) $\vec{AB} + \vec{BG}$
 β) $\vec{BA} + \vec{BG}$
 γ) $\vec{AG} + \vec{DA}$
 δ) $\vec{AB} - \vec{AG}$
 ε) $\vec{AO} - \vec{OD}$

ΜΕΡΟΣ Β': (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

1. Δίνεται η εξίσωση: $3x^2 - (\lambda + 3)x + 2\lambda - 1 = 0$

Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση σε κάθε περίπτωση να έχει:

- α) ρίζες αντίθετες
 β) ρίζες αντίστροφες
 γ) άθροισμα ριζών ίσο με 4
 δ) άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο τους

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

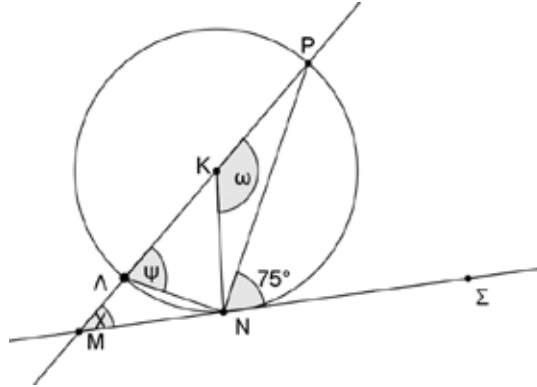
- α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$
 β) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ
 γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 δ) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
 ε) την τιμή της παράστασης $S^2 - 2P$, όπου S και P το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

3. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = (\lambda^2 - 4)x^2$

Να βρείτε για κάθε περίπτωση τις πραγματικές τιμές του λ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης να:

- α) είναι παραβολή
- β) παρουσιάζει μέγιστο

4. Στο διπλανό σχήμα, η ευθεία $M\Sigma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου με κέντρο το K . Αν $\angle RNS = 75^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ και ω , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και Δ τυχαίο σημείο της $A\Gamma$.

Από το Δ φέρουμε κάθετη στην $B\Gamma$ που την τέμνει στο Z .

Να δείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta Z$ είναι όμοια
- β) ισχύει η σχέση: $(A\Gamma)(\Delta\Gamma) = (B\Gamma)(Z\Gamma)$

Οι Εισηγήτριες

Αιμιλία Ζαντή

Μαρία Παπαπέτρου

Ηλιάννα Γεωργίου

Η Συντονίστρια

Μαρία Πολυκάρπου Β.Δ.

Η Διευθύντρια

Αθηνά Ονουφρίου

ΛΥΚΕΙΟ ΑΡΑΔΙΠΠΟΥ «ΤΑΣΟΣ ΜΗΤΣΟΠΟΥΛΟΣ»

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

ΒΑΘΜΟΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2016-2017

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29/05/2017

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

----- ΚΑΤΟΧΗ ΚΙΝΗΤΟΥ Ή ΕΞΥΠΝΗΣ ΣΥΣΚΕΥΗΣ = ΔΟΛΙΕΥΣΗ -----

Γενικές οδηγίες:

- Να γράψετε με μπλε πένα (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δέκα (10) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

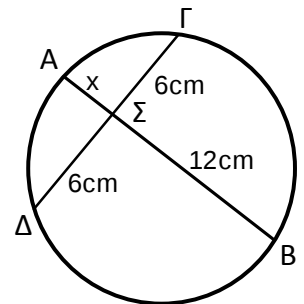
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

$$(2 - \sqrt{5})^2 + 2 \cdot (2\sqrt{5} - 1).$$

2. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 3x - 18 < 0$.

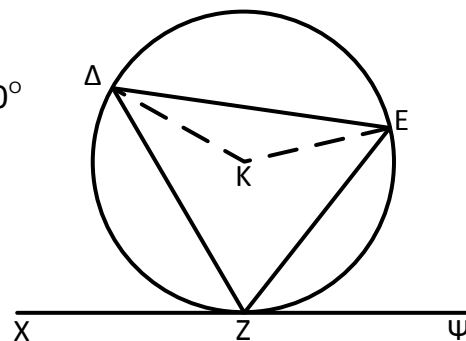
3. Να υπολογίσετε την τιμή του x δικαιολογώντας την απάντησή σας.



-
4. Η επίδοση ενός μαθητή σε πέντε μαθήματα είναι 16, 12, 18, 15, 19. Ποια θα είναι η μέση επίδοση, αν τα μαθήματα έχουν βαρύτητα ανάλογη με τις περιόδους διδασκαλίας του κάθε μαθήματος, που είναι αντίστοιχα 2, 3, 1, 1 και 3;

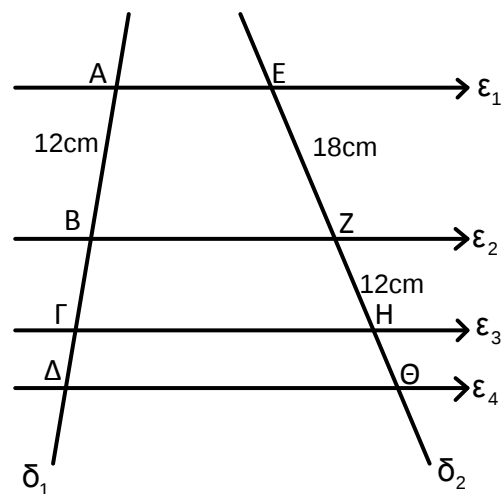
5. Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \frac{13\sigma\upsilon\nu\theta + 12\epsilon\phi\theta}{13\eta\mu\theta \cdot \sigma\phi\theta}$

6. Στο σχήμα δίνεται κύκλος (K,R) . Η ευθεία $XZ\Psi$ είναι η εφαπτόμενη του κύκλου στο Z . Αν $\hat{\Delta KE} = 130^\circ$ και $\hat{XZ\Delta} = 60^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $Z\Delta E$.



7. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2κx + 4 = 0$, $κ \in \mathbb{R}$. Αν οι ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης, ικανοποιούν τη σχέση $3x_1^2x_2 + 3x_1x_2^2 = 48$, να υπολογίσετε την τιμή του $κ$.

8. Στο σχήμα δίνεται ότι $AB=12\text{cm}$, $A\Delta=24\text{cm}$, $EZ=18\text{cm}$, $ZH=12\text{cm}$ και $\epsilon_1 // \epsilon_2 // \epsilon_3 // \epsilon_4$.
Να υπολογίσετε τα τμήματα $B\Gamma$ και $Z\Theta$.



9. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1}{\sin^2 \theta} - \varepsilon\varphi^2 \theta - \sigma\upsilon\nu^2 \theta = \eta\mu^2 \theta$

10. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση για τις διάφορες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\lambda^2 x - 3\lambda = 4(4x - 3)$$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις πέντε ασκήσεις.

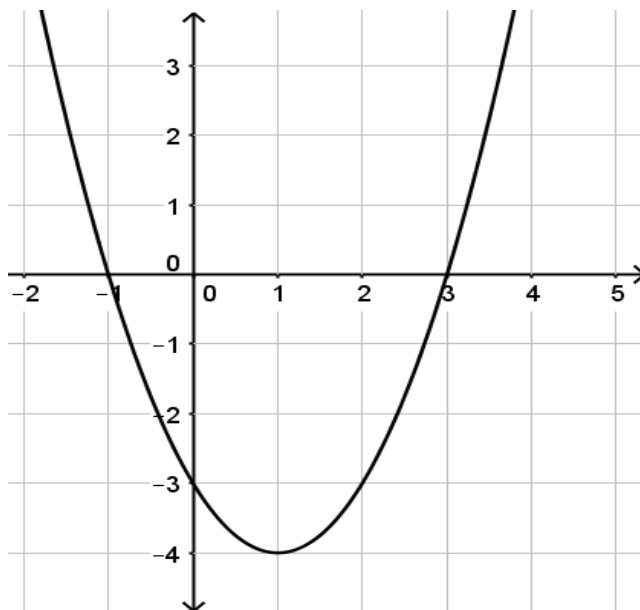
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, να βρείτε:

1) το πρόσημο του a .

2) τις συντεταγμένες της κορυφής.

3) το πρόσημο της διακρίνουσας.



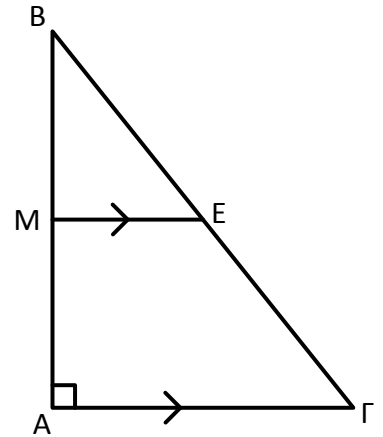
4) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) < 0$.

5) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = -3$.

2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από το μέσο M της πλευράς AB φέρουμε $ME \parallel A\Gamma$ (E σημείο της $B\Gamma$).
Αν $AB = 6 \text{ cm}$ και $ME = 4 \text{ cm}$:

α) να δείξετε ότι $\triangle AB\Gamma \approx \triangle BME$.

β) να βρείτε το μήκος της πλευράς $B\Gamma$.



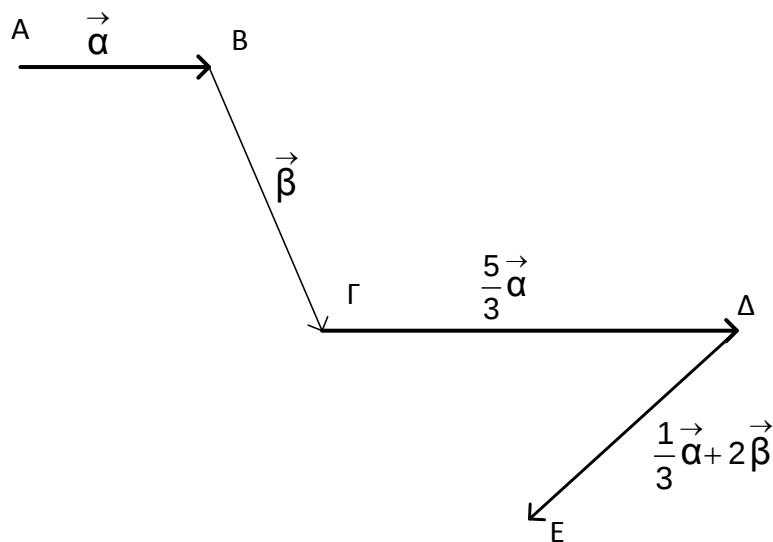
3. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (\kappa + 3)x + 3\kappa - 7 = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές του κ ώστε:

- α) οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίθετες.
- β) οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίστροφες.
- γ) το άθροισμα των ριζών της να είναι ίσο με το γινόμενο των ριζών.
- δ) η εξίσωση να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

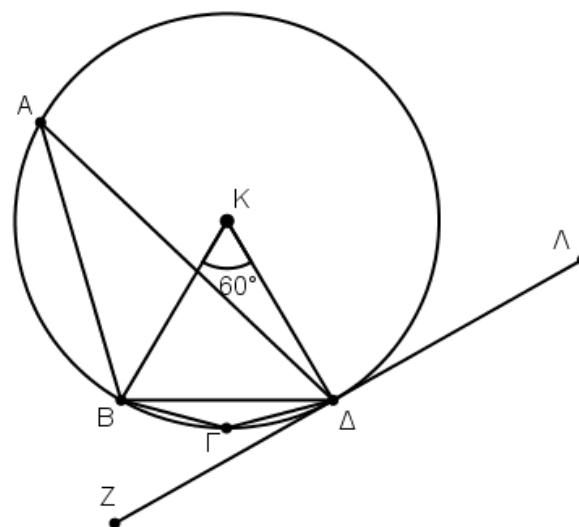
4. Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{BG} = \vec{\beta}$, $\overrightarrow{GD} = \frac{5}{3}\vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.

α) Να βρείτε τα διανύσματα $\overrightarrow{AG}$ και $\overrightarrow{GE}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A , Γ , E βρίσκονται στην ίδια ευθεία (Δηλ. είναι συνευθειακά).



5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) ,
 $Z\Lambda$ εφαπτομένη στο σημείο Δ και $\widehat{BK\Delta} = 60^\circ$.
 Να βρείτε τις γωνίες $\widehat{KB\Delta}$, $\widehat{BA\Delta}$, $\widehat{B\Gamma\Delta}$ και $\widehat{Z\Delta B}$,
 δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ηλίας Ζήκκος
 Γιώργος Παρπέρης
 Χριστίνα Κουμπάρου

ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Δημήτρης Κωνσταντίνου

ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ανδρούλλα Χρίστου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2017**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18/5/2017****ΒΑΘΜΟΣ:****ΤΑΞΗ: Α' (3-ώρο)****ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:.....****ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες****ΥΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗ:**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:ΤΜΗΜΑ:..... Αρ.....

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράψετε με **μπλε** μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού/ταινίας.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής με σφραγίδα του σχολείου.
- Να λύσετε τις ασκήσεις πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες**ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} - \sqrt{11 - \sqrt[4]{16}}. \text{ Να φαίνονται όλες οι πράξεις.}$$

2. Να λύσετε την ανίσωση: $(x - 2)(x + 1)^3 \geq 0$.

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AE = 6\text{ cm}$, $AD = 18\text{ cm}$, $Z\Gamma = 14\text{ cm}$ και $AB \parallel EZ \parallel \Delta\Gamma$. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BZ.

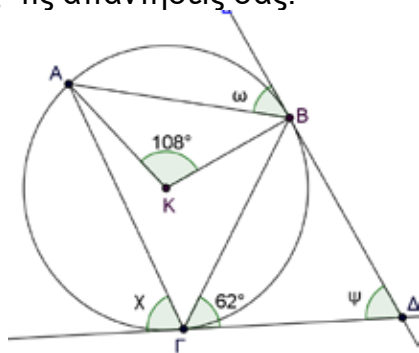
4. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 5x + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2 =$

β) $x_1 \times x_2 =$

γ) $9x_1 \times x_2^2 + 9x_1^2 \times x_2 =$

5. Στο διπλανό σχήμα οι ΓΔ και ΒΔ είναι εφαπτόμενες του κύκλου (K, R) . Να υπολογίσετε τις γωνίες χ, ψ, ω , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

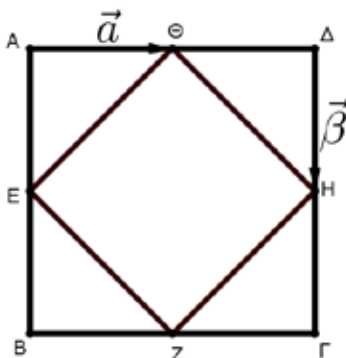


6. Να βρείτε τις τιμές των παραμέτρων α και β , $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε η εξίσωση $(-3\alpha - 3)x = \beta + 16$ να είναι αόριστη.

7. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

8. Δίνεται $\sin \omega = -\frac{4}{5}$, $90^\circ < \omega < 180^\circ$. Να αποδείξετε ότι: $10\eta\mu\omega - 4\epsilon\varphi\omega = 9$.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται δύο τετράγωνα τα $AB\Gamma\Delta$ και $EZH\Theta$, όπου E , Z , H και Θ είναι τα μέσα των AB , $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$ και ΔA , αντίστοιχα.



α) Αν $\vec{AO} = \vec{a}$ και $\vec{OH} = \vec{\beta}$, να εκφράσετε τα διανύσματα $\vec{AE}$, $\vec{EO}$, $\vec{BG}$ και $\vec{BD}$ σε συνάρτηση με τα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$.

β) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{E}\vec{\Theta}$ και $\vec{B}\vec{\Delta}$ είναι παράλληλα.

γ) Να χαρακτηρίσετε το είδος των διανυσμάτων $\vec{EO}$ και $\vec{BD}$.

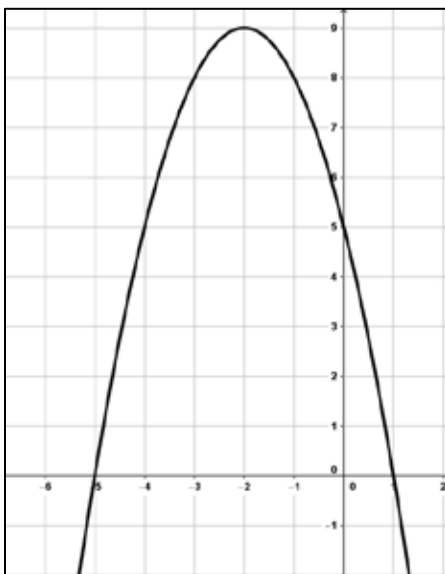
10. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τα χρήματα (σε ευρώ) που ξοδεύουν οι μαθητές ενός σχολείου σε μια μέρα στο κυλικείο. Να βρείτε:
- α) Τον αριθμό όλων των μαθητών του σχολείου.
- β) Τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων.
- γ) Την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων, δίνοντας την απάντησή σας με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

Χρήματα (ευρώ) x_i	Αριθμός μαθητών f_i
0	12
1	51
2	48
3	15
4	12
5	12

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

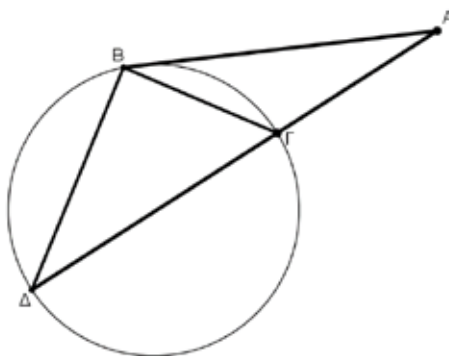
1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Από το σχήμα να βρείτε:

- α) Το πρόσημο του a και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.
 - β) Τις συντεταγμένες της κορυφής και το σύνολο τιμών της.
 - γ) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της $f(x) = 0$ (αιτιολογώντας την απάντησή σας).
 - δ) Τις τιμές των $f(0)$, $f(1)$.
 - ε) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$.
 - στ) Το συμμετρικό του σημείου $A(-1, 8)$ της παραβολής ως προς τον άξονα συμμετρίας της.
2. Δίνεται κύκλος ακτίνας R με εφαπτομένη AB και τέμνουσα $A\Gamma\Delta$.

- α) Αν $AB = \sqrt{12}$ cm, $A\Gamma = 2$ cm και $\Gamma\Delta = \sqrt{x+2}$ cm να βρείτε την τιμή του x , $x > -2$.



- β) Αν $B\Gamma = \Gamma\Delta$ και $\angle B\Gamma\Delta = 60^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Delta$ (αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας).
- γ) Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας του κύκλου.

3. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\eta\mu\omega}{1+\sigma\upsilon\nu\omega}$.

α) Να αποδείξετε ότι: $A + \frac{1}{A} = \frac{2}{\eta\mu\omega}$.

β) Αν $0^\circ < \omega < 180^\circ$ και $A + \frac{1}{A} = 4$, να λύσετε την εξίσωση $A + \frac{1}{A} = \frac{2}{\eta\mu\omega}$.

4. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (\kappa + 1)x + 3\kappa^2 - 13 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, ώστε:

i) Οι λύσεις της εξίσωσης να είναι αντίθετες.

ii) Η εξίσωση να έχει λύση τον αριθμό -1 .

β) Σημείο A με συντεταγμένες (x_1, x_2) , $x_1 > 0$ και $x_2 < 0$, βρίσκεται πάνω στην τελική πλευρά μιας προσανατολισμένης γωνίας θ . Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 - (\kappa + 1)x + 3\kappa^2 - 13 = 0$ για $\kappa = -2$, να βρείτε:

(i) Τις συντεταγμένες του σημείου A.

(ii) Τον τριγωνομετρικό αριθμό $\epsilon\phi\theta$.

5. Δίνεται τρίγωνο ABΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο (Κ, R). Να φέρετε το ύψος ΑΔ του τριγώνου και τη διάμετρο ΑΕ του κύκλου.

α) Να αποδείξετε ότι:

i) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι όμοια.

ii) Ισχύει $(ΑΔ)(ΑΕ) = (ΑΒ)(ΑΓ)$.

β) Αν ο λόγος ομοιότητας των δύο τριγώνων ΑΒΔ και ΑΓΕ είναι $\frac{3}{2}$ και το εμβαδόν του τριγώνου

ΑΔΒ είναι $7,2\text{cm}^2$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΓΕ.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ο Διευθυντής

Ανδρέας Γεωργίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

Τάξη: Α΄ Λυκείου

Ημερομηνία: 18/05/2017

Μάθημα: Μαθηματικά Κοινού Κορμού (3-ωρο)

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι. Για τα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι.
(β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(γ) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται καθαρά και επιμελημένα όλη η αναγκαία εργασία.
(δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
(ε) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους αυτού.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $3x^2 + 6x + 1 = 0$, χωρίς να τη λύσετε να υπολογίσετε

τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \times x_2$

(γ) $2x_1 + 3x_1 \times x_2 + 2x_2$

A2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνιάς q αν:

(α) $\sin q > 0$ και $\cos q < 0$

(β) $\sin q > 0$ και $\theta' q > 0$

A3. Σε ένα τουρνουά ποδοσφαίρου έγιναν συνολικά 6 αγώνες. Στους αγώνες σημειώθηκαν οι πιο κάτω αριθμοί τερμάτων:

2, 4, 6, 5, 3, 4

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή, την επικρατούσα τιμή, την διάμεσο και το εύρος των τερμάτων.

A4. Για καθένα από τα πιο κάτω σχήματα, να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{x}$ ως άθροισμα ή

διαφορά των άλλων διανυσμάτων που δίνονται:

(α)

(β)

A5. Δίνεται κύκλος (K, R) . Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών x και y . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

A6. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε το x .

A7. Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $x^2 - x - 2$ για όλες τις τιμές του $x \in \mathbb{R}$.

A8. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \sqrt[3]{27} + \sqrt{50}, \sqrt{2} - \sqrt[5]{8} \times \sqrt[5]{4}$

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

(β) να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{11}{4 - \sqrt{5}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

A9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AB = 4\text{cm}$, $GD = 2\text{cm}$, $AD = 12\text{cm}$, $EQ = 18\text{cm}$ και $e_1 // e_2 // e_3 // e_4$.

Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων

EZ , HQ και EH .

A10. Να βρείτε για ποιες τιμές του m , $m \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $m^2x - 2m = 4x + 4$:

(α) έχει μοναδική λύση

(β) είναι αδύνατη

(γ) είναι αόριστη.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους αυτού.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και η ευθεία (e) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A . Η AG είναι διάμετρος του κύκλου και η $\hat{AKB} = 110^\circ$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών q , j και w .

B2. Να βρείτε για ποιες τιμές του k , $k \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $2x^2 + (k+2)x + k + 8 = 0$ έχει:

α) λύση τον αριθμό 1

(β) λύσεις αντίθετες

(γ) λύσεις αντίστροφες.

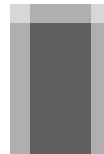
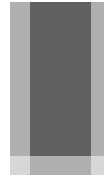
B3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABG ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος AD .

Να αποδείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα $\triangle ABG$ και $\triangle ABD$ είναι όμοια

(β) $(AB) \cdot (AG) = (AD) \cdot (BG)$

B4. Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + g$, $a \neq 0$, να βρείτε τα πιο κάτω:



(α) το σύνολο τιμών της $f(x)$

(β) το πρόσημο του a

(γ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

(δ) την τιμή του g

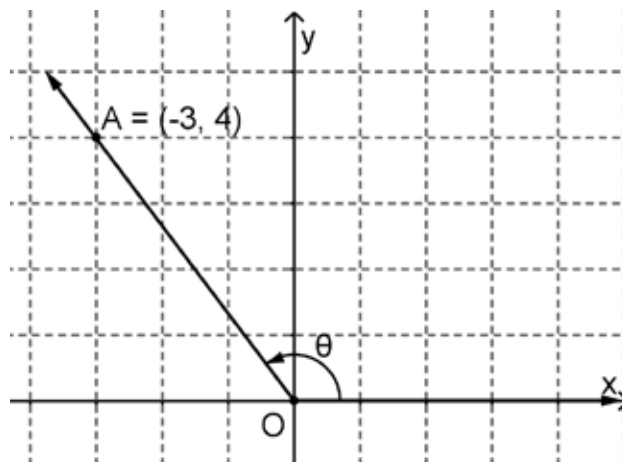
(ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(στ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής

(ζ) την ελάχιστη ή μέγιστη τιμή της συνάρτησης

(η) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$.

B5. (α) Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sin q$, $\cos q$, $\tan q$ και $\cot q$ της γωνιάς q .



(β) Με βάση το πιο κάτω σχήμα να βρείτε :

(i) διανύσματα που να είναι ίσα με το διάνυσμα $\vec{AB}$

(ii) διανύσματα που να είναι αντίθετα με το διάνυσμα $\vec{AB}$.

Οι Εισηγητές:

A. Χρυσοστόμου

E. Παπανδρέου

Η Συντονίστρια Β.Δ

E. Χριστοφόρου

Ο Διευθυντής

Γ. Χρυσοστόμου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2017
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Όνοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθ.:

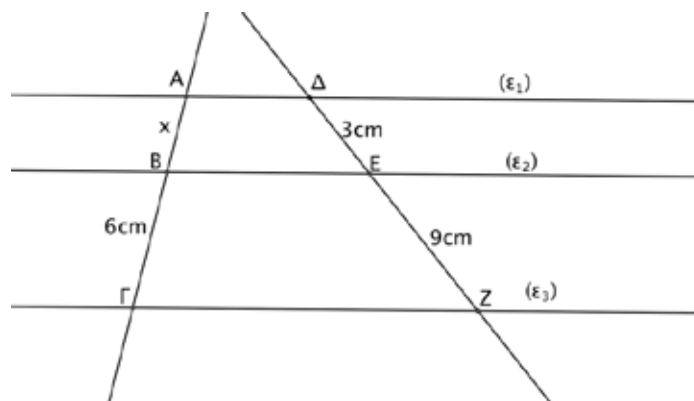
ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που έχει σφραγιστεί.
3. Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

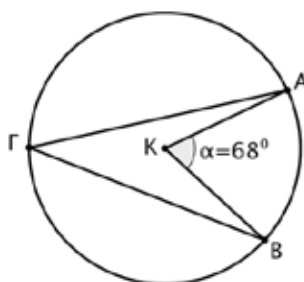
ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται $AB = x \text{ cm}$, $B\Gamma = 6 \text{ cm}$, $\Delta E = 3 \text{ cm}$, $EZ = 9 \text{ cm}$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB.



2. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού, με λύσεις τους αριθμούς $x_1 = 2$ και $x_2 = -1$.
3. Να λύσετε την εξίσωση $x^5 - 32 = 0$.

4. Στο διπλανό σχήμα, Κ είναι το κέντρο του κύκλου και $\hat{\alpha} = 68^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας ΒΓΑ και το μέτρο του τόξου ΑΓΒ. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



5. Για ποια τιμή του πραγματικού αριθμού λ, η εξίσωση $\lambda x = 3x + 7$ είναι αδύνατη;
6. Για τον τελικό βαθμό ενός τετραμήνου στο μάθημα των Μαθηματικών, κάθε μαθητής βαθμολογείται με 20% για τη συμμετοχή του στην τάξη, με 40% για το 1^ο διαγώνισμα και με 40% για το 2^ο διαγώνισμα. Ποιος θα είναι ο βαθμός τετραμήνου για ένα μαθητή που βαθμολογήθηκε με 18 για τη συμμετοχή του, με 15 στο 1^ο διαγώνισμα και 16 στο 2^ο διαγώνισμα;
- 7.
8. Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις ($x \geq 0, a \geq 0$):
- α) $\sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x} =$
- β) $a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{a} =$
8. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu\theta \cdot \sigma\varphi\theta + \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \epsilon\varphi\theta = \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta$.
9. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} y - x = -7 \\ xy = 18 \end{cases}$.
10. Στο πιο κάτω σχήμα, το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο και το ΑΒΕΓ είναι παραλληλόγραμμο. Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω ισότητες, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό:

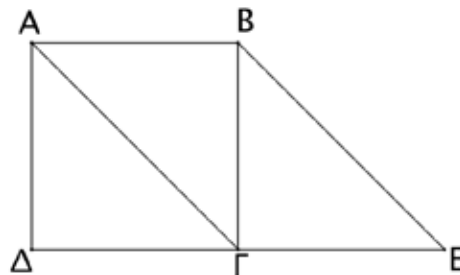
Α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AG}$ **ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ**

Β) $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{GA}$ **ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ**

Γ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG}$ **ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ**

Δ) $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{BE}$ **ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ**

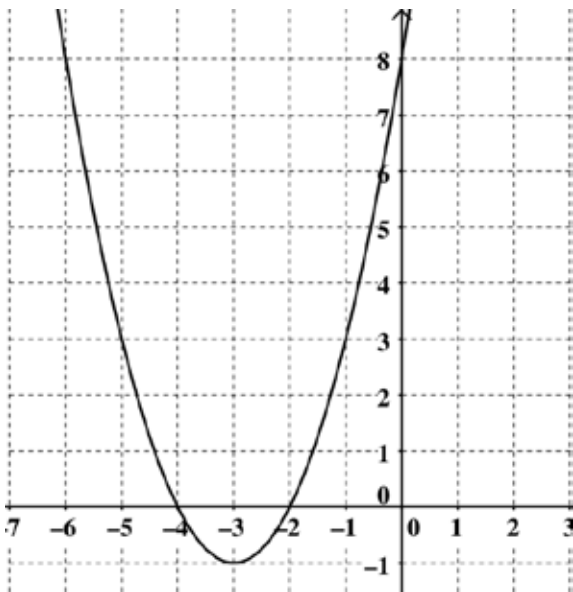
Ε) $\overrightarrow{EG} - \overrightarrow{DG} = 2\overrightarrow{AB}$ **ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ**



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$
 $a \neq 0, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.



Από τη γραφική παράσταση, να βρείτε:

- α) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της.
- β) Την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας της παραβολής.
- γ) Το πρόσημο του a και την τιμή του γ .
- δ) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$.
- ε) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) > 0$.

2. α) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 2x - 8 < 0$.

- β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{3x^2 + x - 10}{x^2 + 2x}$.

3. α) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 4x + 2 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων (χωρίς να λύσετε την εξίσωση):

i) $x_1 + x_2$ ii) $x_1 \cdot x_2$ iii) $2x_1 - 14x_1 \cdot x_2 + 2x_2$ iv) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ (μον. 4)

- β) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 1)x + 2\lambda + 5 = 0$. Να υπολογίσετε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε η εξίσωση να έχει:

i) Ρίζες αντίθετες.

ii) Ρίζες αντίστροφες.

iii) Μία λύση τον αριθμό -1 .

(μον. 6)

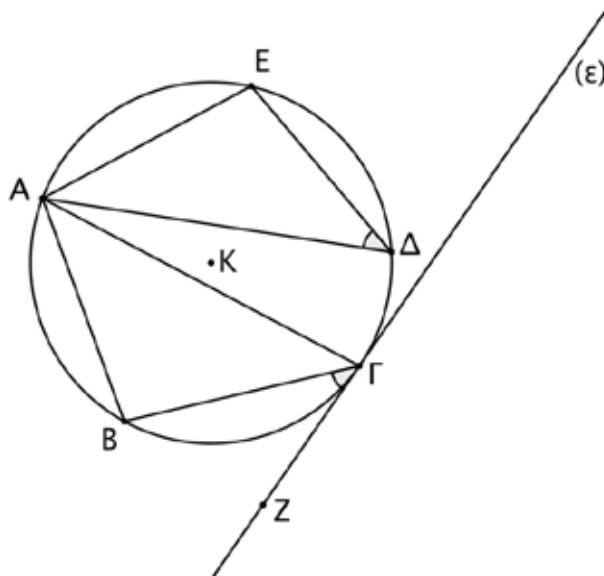
4. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{12}{13}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{13 \sigma\upsilon\nu\theta + 10 \varepsilon\phi\theta}{12\sigma\phi\theta + 14}$$

5. Στο πιο κάτω σχήμα Κ είναι το κέντρο του κύκλου, (ε) είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ, $B\hat{\Gamma}Z = E\hat{\Delta}A$ και $\widehat{AB} = \widehat{\Delta E}$.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΕΔ είναι όμοια.

β) Ισχύει η σχέση $(A\Delta)(AB)=(\Gamma A)(\Delta E)$.



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Σοφούλα Αχεριώτου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Δευτέρα, 22 Μαΐου 2017

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να σχεδιαστούν με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης** υπολογιστικής μηχανής με σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες από τις 100.

1. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

(α) $\sqrt[5]{2} \times \sqrt[5]{16}$

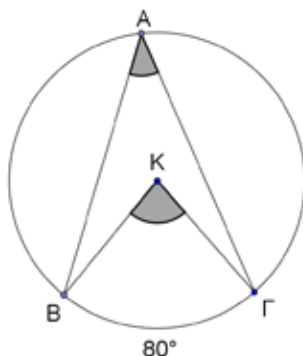
(β) $\sqrt{32x^3} : \sqrt{2x}$, $x > 0$

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ και $\vec{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των πιο κάτω διανυσμάτων: (α) $\vec{a} + \vec{b}$
(β) $3\vec{a} - \vec{g}$

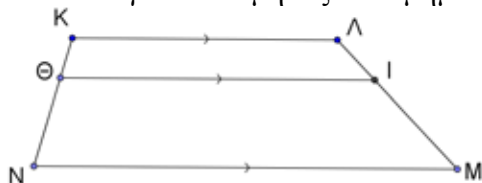
3. Δίνεται κύκλος (K, R) με τόξο $\widehat{BG} = 80^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{BAG}$ και $\widehat{BKG}$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $K\Theta = 5\text{cm}$, $KN = 15\text{cm}$, $IM = 12\text{cm}$ και $K\Lambda \parallel \Theta I \parallel NM$.

Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΛΙ.

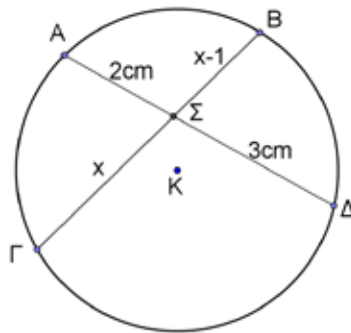


5. Αν $\sin \theta = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

6. Αν c_1, c_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $c^2 - 3c - 5 = 0$, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

(α) $c_1 + c_2$, (β) $c_1 \cdot c_2$, (γ) $3c_1^2 c_2 + 3c_1 c_2^2$, (δ) $\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}$

7. Στο παρακάτω σχήμα, δίνεται κύκλος (K, R) και δυο χορδές του AD και BG που τέμνονται στο σημείο Σ εντός του κύκλου. Αν $AS = 2\text{cm}$, $SD = 3\text{cm}$, $BS = x - 1$ και $SG = x$, να υπολογίσετε την τιμή του x ($x > 0$).



8. Να βρείτε για ποιες τιμές του c αληθεύει η ανίσωση: $5c^2 - c - 4 \geq 0$.

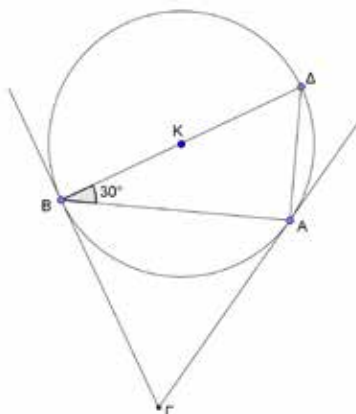
9. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\mu x - \mu^2 = 3c - 9$, για τις διάφορες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$.

10. Το κόστος κατασκευής οκτώ προϊόντων είναι: 14, 19, 12, 19, 16, 14, 19, 15 ευρώ. Να υπολογίσετε: (α) τη μέση τιμή και (β) την τυπική απόκλιση των πιο πάνω τιμών.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες από τις 100.

1. Στο παρακάτω σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου και τα GA και GB είναι εφαπτόμενα τμήματα από το σημείο Γ . Αν $\angle ABD = 30^\circ$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο.



2. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (l + 3)x + 3l - 5 = 0$.

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $l \in \mathbb{R}$, ώστε:

(α) Η εξίσωση να έχει ρίζα τον αριθμό 2.

(β) Η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες.

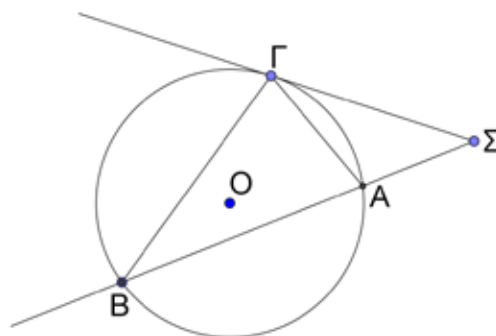
(γ) Η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες.

(δ) Η εξίσωση να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -1$.

3. (α) Να αποδείξετε ότι $\frac{1}{3+\sqrt{7}} + \frac{1}{3-\sqrt{7}} = 3$

(β) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $c_1 = \frac{1}{3+\sqrt{7}}$ και $c_2 = \frac{1}{3-\sqrt{7}}$

4. Από σημείο Σ εκτός κύκλου (O, R) φέρνουμε την εφαπτόμενη $\Sigma\Gamma$ (Γ σημείο επαφής) και την τέμνουσα ΣAB . Να αποδείξετε ότι: $(SA)(SB) = (SG)^2$



5. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = f(x) = ax^2 + bx + g$, $a \neq 0$. Να βρείτε:

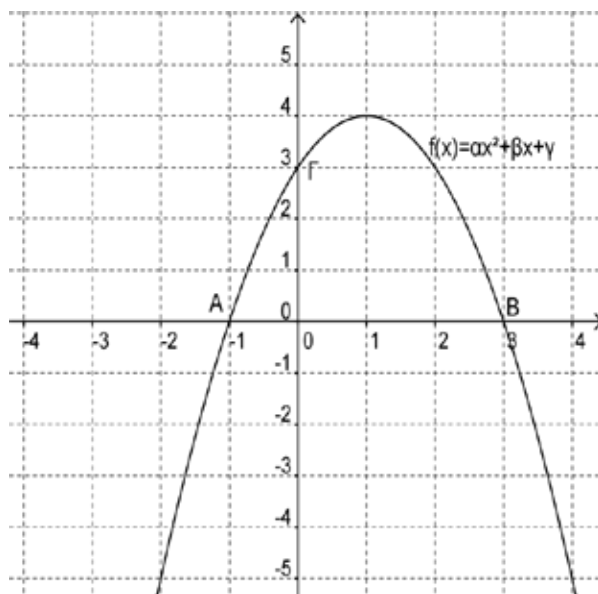
(α) Το πρόσημο του a .

(β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

(γ) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .

(δ) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + g = 0$.

(ε) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) > 0$.



Ο Διευθυντής
Ιωάννης Ορφανίδης

Ο Εισηγητής

Χρίστος Παλιός

Ο Συντονιστής Β.Δ

Χαράλαμπος Σωτηριάδης

Ο Διευθυντής

Ιωάννης Ορφανίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2016**ΤΑΞΗ: Α΄****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18/05/2017****ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Κ.Κ.)****ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2.30΄****ΩΡΑ: 7:45 – 10:15****Οδηγίες:**

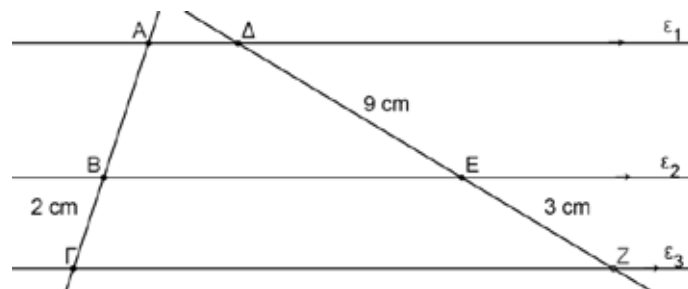
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β) Να γράφετε με μελάνι μπλε (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- ε) Σε όλες τις ερωτήσεις να φαίνεται ο τρόπος απάντησής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης αιτιολόγησης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.
- ζ) Να συμμορφώνεστε πρόθυμα με τις οδηγίες των επιτηρητών.
- στ) Η ΔΟΛΙΕΥΣΗ ΤΙΜΩΡΕΙΤΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

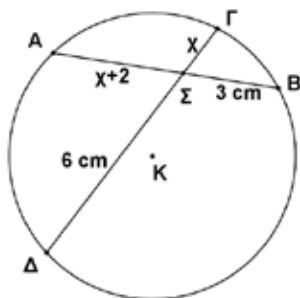
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τα 10 ερωτήματα. Κάθε ερώτημα βαθμολογείται με 5/100.

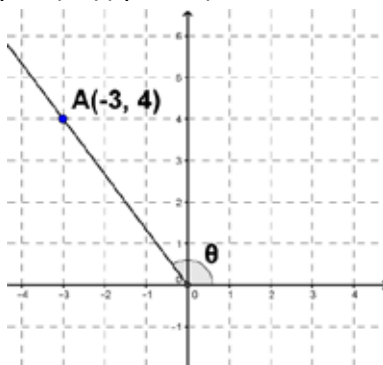
1. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{1}{3-\sqrt{2}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.
2. Στο ακόλουθο σχήμα δίνεται ότι $B\Gamma = 2\text{ cm}$, $DE = 9\text{ cm}$, $EZ = 3\text{ cm}$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AB.



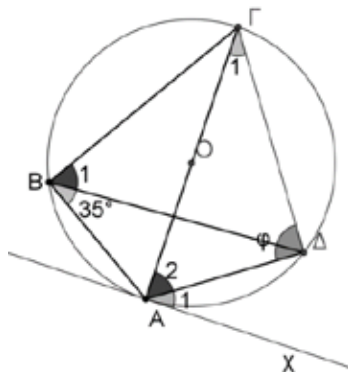
3. Δίνονται κύκλοι $(K, 5 \text{ cm})$ και (Λ, ρ) οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά. Αν η διάκεντρος $K\Lambda = 12 \text{ cm}$, να υπολογίσετε την ακτίνα ρ του δεύτερου κύκλου.
4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 2x - 15 < 0$
5. Στο διπλανό σχήμα οι χορδές AB και $\Gamma\Delta$ κύκλου τέμνονται στο σημείο Σ . Να υπολογίσετε την τιμή του x .



6. Να βρείτε για ποια τιμή της παραμέτρου λ η εξίσωση $(\lambda^2 - 4) \cdot x = 2 - \lambda$ είναι αδύνατη.
7. Δίνεται γωνία θ σε κανονική θέση και σημείο $A(-3, 4)$ στην τελική πλευρά της. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .



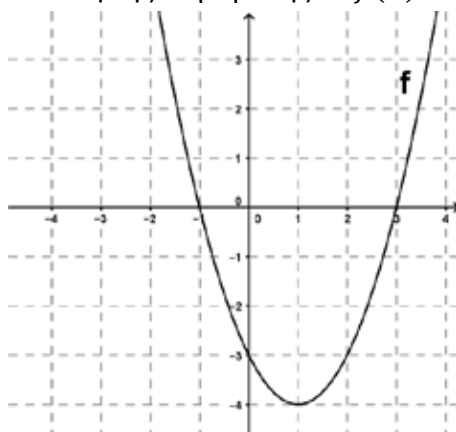
8. Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο, την επικρατούσα τιμή και την τυπική απόκλιση των ακόλουθων παρατηρήσεων: 3, 8, 6, 13, 8, 3, 8
9. Στο διπλανό σχήμα, η AX είναι εφαπτομένη του κύκλου (O, ρ) στο σημείο του A και η $A\Gamma$ είναι διάμετρος. Αν δίνεται ότι η $\Delta\hat{B}A = 35^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες: $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{B}_1, \hat{\Gamma}_1$ και $\hat{\varphi}$ αιτιολογώντας την απάντησή σας.



10. Να λύσετε την εξίσωση: $(x + 1)^{2/3} - 4 = 0$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τα 5 ερωτήματα. Κάθε ερώτημα βαθμολογείται με 10/100.

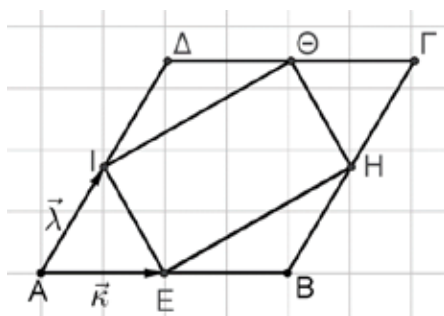
1. α) Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Να βρείτε:



- (i) το πεδίο ορισμού
- (ii) το σύνολο τιμών
- (iii) το πρόσημο του a
- (iv) τις λύσεις της ανίσωσης $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$

β) Να βρείτε τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της παραβολής $g(x) = x^2 - 6x + 7$.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ και Ε, Η, Θ, Ι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΑΔ, αντίστοιχα.



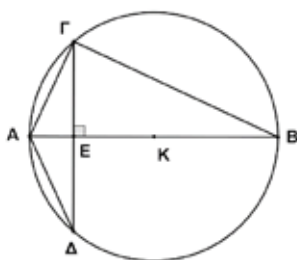
3.

α) Αν $\overrightarrow{AE} = \vec{k}$ και $\overrightarrow{AI} = \vec{l}$, να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{k}$ και $\vec{l}$:

- (i) $\overrightarrow{AD}$ (ii) $\overrightarrow{BA}$ (iii) $\overrightarrow{IE}$ (iv) $\overrightarrow{AG}$ (v) $\overrightarrow{DH}$

β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{I\Theta}$ και $\overrightarrow{AG}$ είναι παράλληλα.

4. Δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο ΑΒ. Φέρουμε χορδή ΓΔ κάθετη στην ΑΒ και Ε το σημείο τομής τους.



Να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια.
- β) $(AB) \cdot (AE) = (AD) \cdot (AG)$

5. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{1 - \theta' (180^\circ - x)}{1 + \theta' (90^\circ - x)}$.

α) Να δείξετε ότι $A = \varepsilon\varphi x$.

β) Αν $\eta\mu x = \frac{3}{5}$ και $\sigma\upsilon\nu x < 0$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης A .

6. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + (\lambda - 1)x + 2\lambda - 8 = 0$, η οποία έχει λύσεις τους αριθμούς x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:

α) δύο αντίθετες λύσεις.

β) δύο αντίστροφες λύσεις.

γ) δύο λύσεις πραγματικές και άνισες

Τέλος Δοκιμίου

Οι εισηγητές :

Χριστίνα Κυπριανού
Μιχάλης Κοντοβούρκης

Ο Συντονιστής

Χρίστος Βαλανίδης (ΒΔ)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Αδάμος Σεργίου

5. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α) $\sqrt{16x^2}$, $x \geq 0$

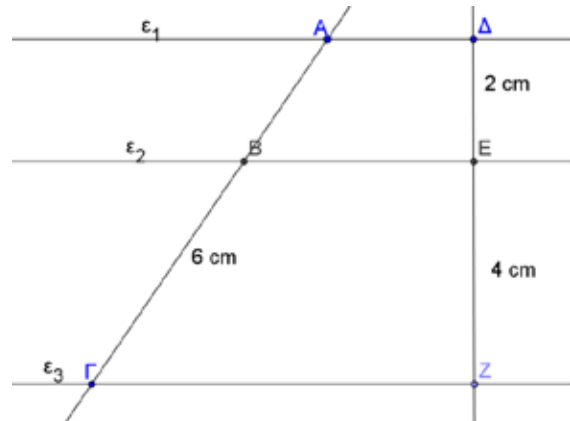
(μονάδες 2)

β) $\sqrt[4]{a} \times \sqrt[4]{a^3}$, $a \geq 0$

(μονάδες 3)

6. Στο διπλανό σχήμα $e_1 \perp e_2 \perp e_3$.

Αν $B\Gamma = 6$ cm, $\Delta E = 2$ cm και $EZ = 4$ cm,
να υπολογίσετε το μήκος του AB.



7. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + g$.

Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της

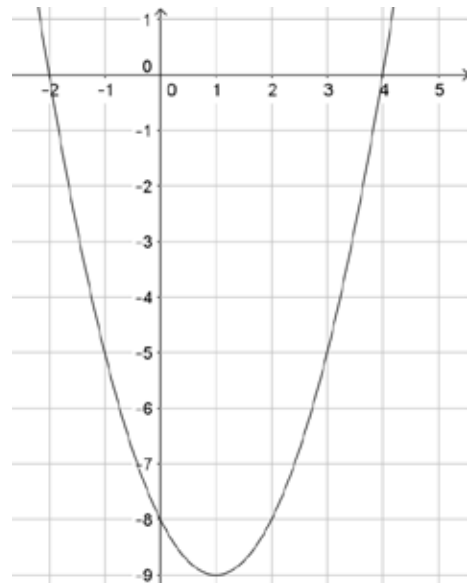
β) την τιμή του γ

γ) τον άξονα συμμετρίας της

δ) την κορυφή της

ε) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + g = 0$

στ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + g = -8$



8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το παραλληλόγραμμο ABΓΔ.

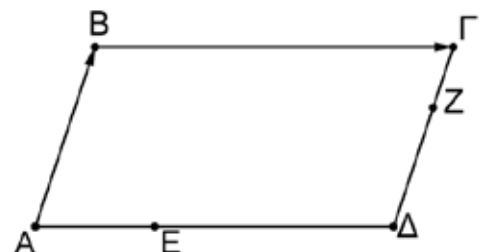
Αν $\overrightarrow{AB} = 9\vec{\kappa}$, $\overrightarrow{B\Gamma} = 9\vec{\lambda}$, $\overrightarrow{E\Delta} = 2\overrightarrow{AE}$ και $\overrightarrow{Z\Delta} = 2\overrightarrow{GZ}$, να
εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{\kappa}$ και $\vec{\lambda}$:

(1 μον., 1 μον., 3μον.)

α) $\overrightarrow{A\Gamma}$

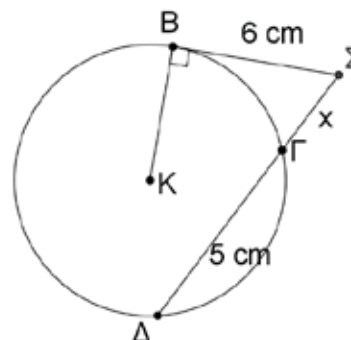
β) $\overrightarrow{A\Delta}$

γ) $\overrightarrow{EZ}$



9. Να βρείτε για ποια τιμή της παραμέτρου λ η εξίσωση $(\lambda^2 - 4)x = 2 - \lambda$ είναι αδύνατη.

10. Στο διπλανό σχήμα η ΣΔ τέμνει τον κύκλο (Κ, ρ) και η ΣΒ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο Β και τέμνονται στο σημείο Σ.
Να υπολογίσετε την τιμή του x.



ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Αν $x^2 + 5x - 2 = 0$ έχει λύσεις x_1, x_2 , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $5x_1 + 2x_1 \cdot x_2 + 5x_2$ δ) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$ ε) $(2x_1 + 3)(2x_2 + 3)$

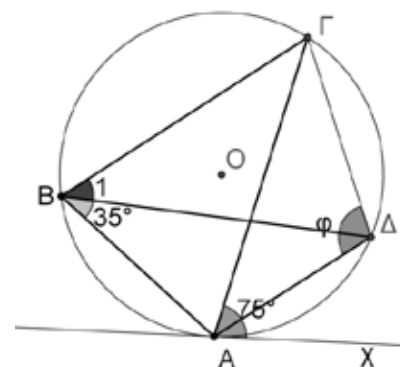
2. Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες:

α) $(\eta\mu\phi + \sigma\upsilon\nu\phi)^2 + (\eta\mu\phi - \sigma\upsilon\nu\phi)^2 = 2$

β) $\frac{\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x + \eta\mu x^2} = \sigma\phi x$

3. Στο διπλανό σχήμα, η Αχ είναι εφαπτομένη του κύκλου (Ο, ρ) στο σημείο του Α. Αν δίνεται ότι η $\angle \hat{A}x = 75^\circ$ και η $\angle \hat{B}A = 35^\circ$:

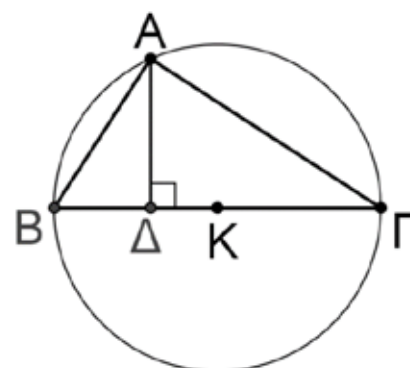
- α) Να αποδείξετε ότι: $\hat{B}_1 = 40^\circ$.
β) Να υπολογίσετε τη γωνία ϕ .



4. Δίνεται κύκλος (Κ, ρ) και σημείο Α του κύκλου. Από το Α φέρουμε κάθετη ΑΔ σε διάμετρο ΒΓ του κύκλου.

Να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΓΔ είναι όμοια
β) $(ΑΓ)^2 = (ΒΓ) \cdot (ΔΓ)$



5. Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ 7x + y = 25 \end{cases}$$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Κυπριανού Χριστίνα

Κοντοβούρκης Μιχάλης

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ Β.Δ

Βαλανίδης Χρίστος

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Σεργίου Αδάμος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ (ΟΜ.Π.1,4)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 01-06-2017

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: Δυο (2) ώρες και τριάντα (30) λεπτά

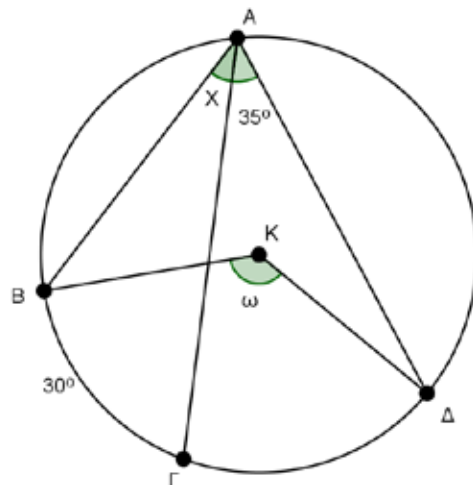
- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράφετε μόνο με μπλε ξηρό μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
 ε) Πρέπει να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 03 (τρεις) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'

Να λύσετε και τα δέκα (10) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

- Στις παραστάσεις που σάς δίνονται, να κάνετε τις πράξεις και να υπολογίσετε το αποτέλεσμα:
 α) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) =$
 β) $\sqrt[3]{20 + \sqrt{49}} =$
- Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου μ η εξίσωση $\mu(\mu - 2)x = 2 - \mu$ είναι αδύνατη για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2 - 5x - 2 \leq 0$
- Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$.
- Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K . Σας δίνεται η εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{Γ\Delta} = 35^\circ$ και το έλασσον τόξο $\widehat{ΒΓ} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τις σκιασμένες γωνίες x και ω . Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



6. Δίνεται η εξίσωση $6x^2 - 3x - 10 = 0$.

Αν x_1 , x_2 είναι οι λύσεις της, χωρίς να τις βρείτε, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 6x_1 + 6x_2 + 4x_1 \cdot x_2$$

7. Να αποδείξετε ότι: $\varepsilon\varphi x - \sigma\varphi x = \frac{2\eta\mu^2 x - 1}{\eta\mu x \cdot \sigma\eta\nu x}$

8. Στον διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K .

Οι χορδές AB και $ΓΔ$ τέμνονται στο σημείο E . Να υπολογίσετε το άγνωστο μήκος x του BE .

Δίνεται ότι:

$$AE = 3\text{cm}, \quad ΓE = 4\text{cm} \text{ και } ΔE = 2\text{cm}.$$

9. Ποιο είναι το ύψος (AB) του πύργου ελέγχου του αεροδρομίου Ελευθέριος Βενιζέλος στην Αθήνα, αν γνωρίζετε ότι έχει σκιά $ΑΓ = 112\text{m}$, την ίδια χρονική στιγμή που ένας επισκέπτης δίπλα του με ύψος $1,80\text{m}$ έχει σκιά 3m ; (θεωρούμε πως οι ακτίνες του ήλιου στην ίδια περιοχή είναι παράλληλες)



10. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο, τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παρακάτω παρατηρήσεων: 3, 3, 4, 4, 3, 2, 4, 5, 4, 5, 7.

ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τα πέντε (5) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Το άθροισμα των ηλικιών του Κυριάκου και του Αλέξη είναι 10, ενώ το άθροισμα των τετραγώνων των ηλικιών τους 52. Να βρείτε τις ηλικίες τους.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$.
Να βρείτε :
α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.

β) Τις συντεταγμένες της κορυφής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής.

γ) Την τιμή της παράστασης $A = \frac{S}{P}$ όπου S, P είναι το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της συνάρτησης.

δ) Να λύσετε την ανίσωση $y \geq 0$.

3. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$, $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\gamma} = \begin{pmatrix} x-1 \\ 2y+1 \end{pmatrix}$.

α) Να βρείτε τα x, y , ώστε $\vec{\alpha} = \vec{\gamma}$.

β) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $\vec{\alpha}$.

γ) Να φτιάξετε πλέγμα και να σχεδιάσετε διάνυσμα το $\vec{\delta} = \vec{\alpha} - \frac{1}{2}\vec{\beta}$.

4. α) Δίνεται ότι $\eta\mu\theta = \frac{4}{5}$ όπου $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \sin\theta + \sigma\varphi\theta$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0^\circ < \theta < 360^\circ$.

5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$. Αν K, Λ είναι σημεία της υποτείνουσας $B\Gamma$ και M, N σημεία των πλευρών $AB, \Lambda B$ αντίστοιχα, τέτοια ώστε το τετράπλευρο $K\Lambda MN$ να είναι ορθογώνιο, τότε να αποδείξετε ότι: $BK \cdot M\Gamma = M\Lambda \cdot BN$

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ Β.Δ.

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ:

ΖΗΝΩΝ ΤΑΥΡΟΥ

ΣΚΟΥΡΑΣ ΗΛΙΑΣ

ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΤΑΛΙΑΔΩΡΟΣ

ΜΑΤΘΑΙΟΥ ΟΛΓΑ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΤΑΞΗ: Α'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 01/06/2017

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

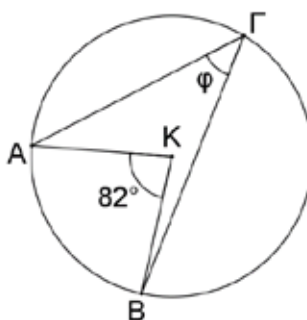
ΟΔΗΓΙΕΣ

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας, όπου χρειάζεται
- Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α'

Να λύσετε και τις δέκα(10) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε(5) μονάδες.

A1. Να γράψετε μία εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις $x_1 = 2$ και $x_2 = 3$.A2. Να υπολογίσετε τη γωνιά φ στο διπλανό σχήμα (να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας).

A3. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή (να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας):

(α) $\frac{15}{\sqrt{5}}$ (2 μον.)

(β) $\frac{8}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$ (3 μον.)

A4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 4x - 12 \leq 0$

A5. Σε ένα Πανεπιστήμιο του Λονδίνου εφαρμόστηκε ένα διαφορετικό σύστημα εισδοχής φοιτητών. Συνυπολογίζονται ο βαθμός του απολυτηρίου του Λυκείου, ο βαθμός σε ένα τεστ δεξιοτήτων, ο βαθμός στο πρώτο βασικό μάθημα, ο βαθμός στο δεύτερο βασικό μάθημα και ο βαθμός σε μία προσωπική συνέντευξη με βαρύτητα 13, 2, 1, 1 και 3 αντίστοιχα. Ποια θα είναι η βαθμολογία ενός Κύπριου φοιτητή με βαθμό απολυτηρίου 16,5, βαθμό στο τεστ δεξιοτήτων 18, βαθμό στο πρώτο βασικό μάθημα 17, στο δεύτερο 16 και στην προσωπική συνέντευξη 18,5;

A6. Να γράψετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς ως τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας:

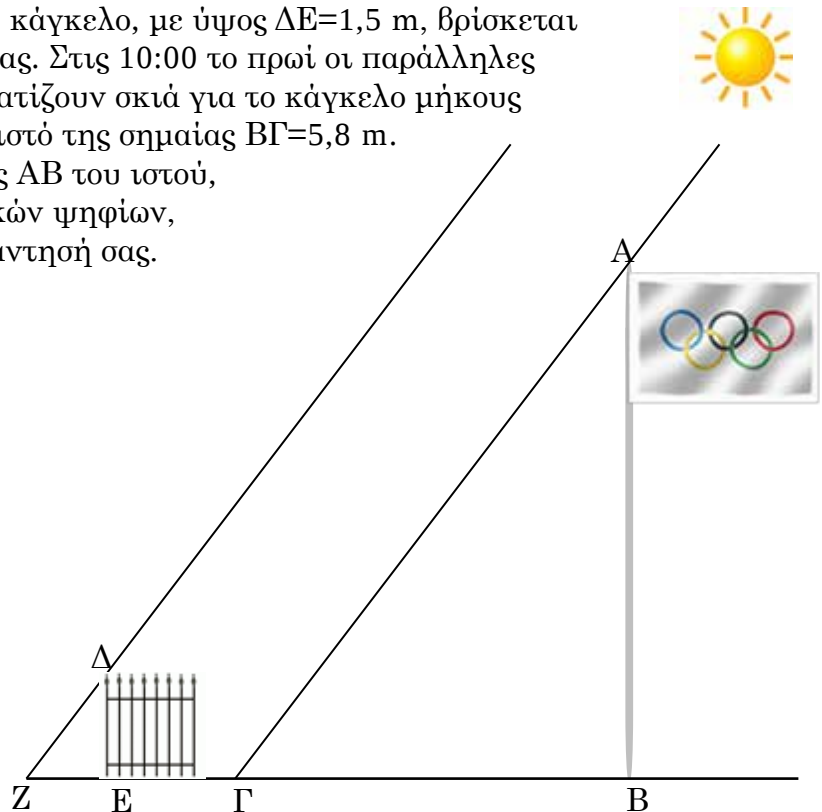
(α) $\sin 160^\circ$

(β) $\sin 120^\circ$

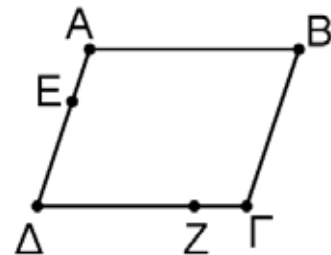
A7. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $(m^2 - 9)x = m + 3$ " $m \in \mathbb{R}$.

A8. Στο πιο κάτω σχήμα ένα κάγκελο, με ύψος $\Delta E = 1,5$ m, βρίσκεται κοντά σε ένα ιστό σημαίας. Στις 10:00 το πρωί οι παράλληλες ακτίνες του ήλιου σχηματίζουν σκιά για το κάγκελο μήκους $ZE = 1,25$ m και για τον ιστό της σημαίας $B\Gamma = 5,8$ m.

Να υπολογίσετε το ύψος AB του ιστού, με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



- A9.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Αν $\vec{AB} = 8\vec{k}$, $\vec{BG} = 12\vec{l}$, $\vec{ED} = 3 \times \vec{AE}$ και $\vec{ZD} = 3 \times \vec{GZ}$, να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{k}$ και $\vec{l}$:
- (α) $\vec{AG}$ (β) $\vec{AD}$ (γ) $\vec{ED}$ (δ) $\vec{DZ}$ (ε) $\vec{EZ}$



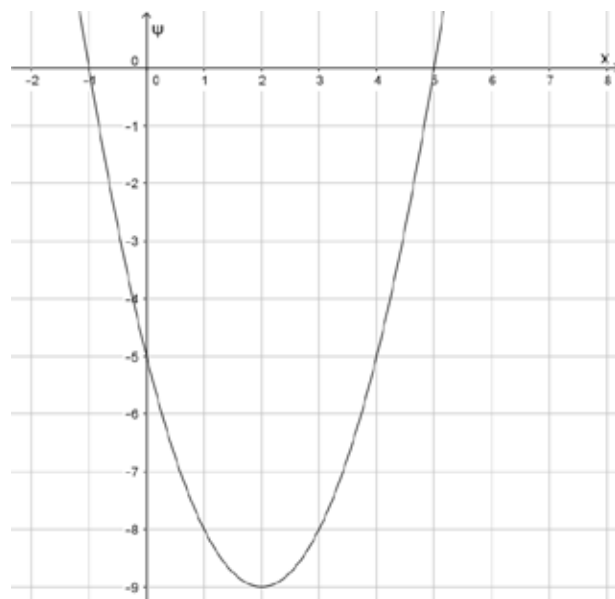
- A10.** Να λύσετε την εξίσωση $(x+2)^{3/2} = 8$, $x^3 - 2$.

ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις πέντε(5) ασκήσεις.

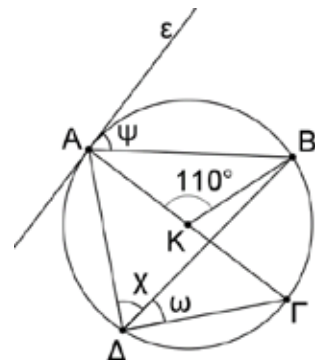
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα(10) μονάδες.

- B1.** Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + g$.
Να βρείτε:
- (α) το Πεδίο Ορισμού και το Σύνολο Τιμών της
(β) τις συντεταγμένες της κορυφής της και την τιμή του γ
(γ) το πρόσημο της διακρίνουσας και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
(δ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = -8$
(ε) τις τιμές του x , ($x \in \mathbb{R}$), για τις οποίες ισχύει $f(x) > 0$



- B2.** Να αποδείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα: $\frac{\sin w \times \epsilon_j w - \sin^3 w}{\sin w \times s_j w - \sin^3 w} = s_j w$

- B3.** Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος έχει κέντρο το σημείο K και η ευθεία (ϵ) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A . Η $A\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου και $\angle AKB = 110^\circ$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών χ , ψ και ω (να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας).



- B4.** Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (l + 2)x + 3l - 2 = 0$. Να υπολογίσετε τις τιμές του l , $l \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:
- (α) λύσεις αντίθετες
 - (β) άθροισμα των λύσεων της διπλάσιο από το γινόμενο τους
 - (γ) γινόμενο των λύσεων της μικρότερο του 1
- B5.** Δίνεται κύκλος (K, R) . Να φέρετε τη διάμετρο AB και τη χορδή AG . Στο σημείο A να φέρετε την εφαπτομένη (ϵ) και από το Γ να φέρετε τη $\Gamma\Delta$ κάθετη στην εφαπτομένη (ϵ) . Να δείξετε ότι $(AG)^2 = 2R(\Gamma\Delta)$.

Η Διευθύντρια

Παναγιώτα Χρυσόχου-Αναστασιάδου

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά κοινού κορμού

ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου (3- ώρο)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2017

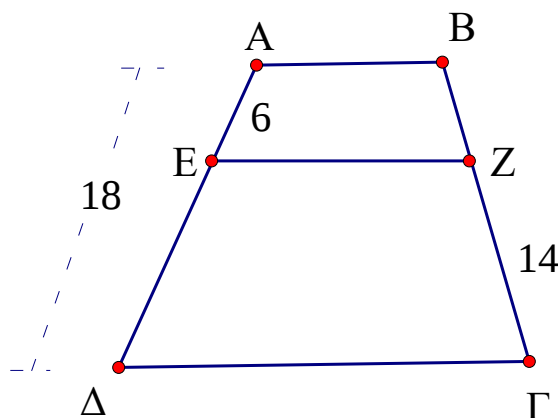
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 Ωρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε μελάνι. (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x + 3 = 0$
Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων: α) $c_1 + c_2$ και β) $c_1 \cdot c_2$
- 2) Για ποια τιμή του k η εξίσωση $(2k+1)x^2 + 6kx + 3 = 0$ έχει μια ρίζα το -2 .
- 3) Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ η EZ είναι παράλληλη στις βάσεις του.
Να υπολογίσετε το ευθύγραμμο τμήμα BZ . Δίνονται $AD=18\text{cm}$, $AE=6\text{cm}$ και $Z\Gamma=14\text{cm}$.

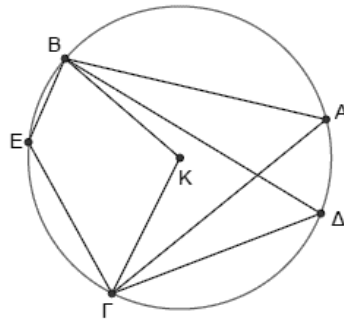


- 4) Αν $\vec{a} = (-2, 5)$, $\vec{b} = (3, 4)$, $\vec{g} = (-1, 2)$ τότε να βρείτε το διάνυσμα $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{g}$.

5) Δίνεται κύκλος (K, R) με γωνία $\angle B\hat{K}G = 110^\circ$, να υπολογίσετε :

α) το μέτρο των γωνιών $\angle B\hat{A}G$, $\angle B\hat{D}G$,

β) το μέτρο των τόξων $\widehat{BA\Gamma}$ και $\widehat{BE\Gamma}$. (Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας)

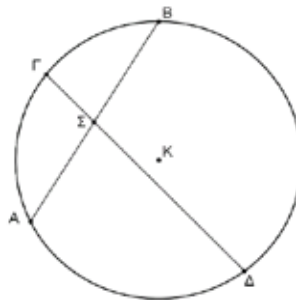


6) Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή (Να φαίνονται οι πράξεις σας)

α) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{2}{3 - \sqrt{5}}$

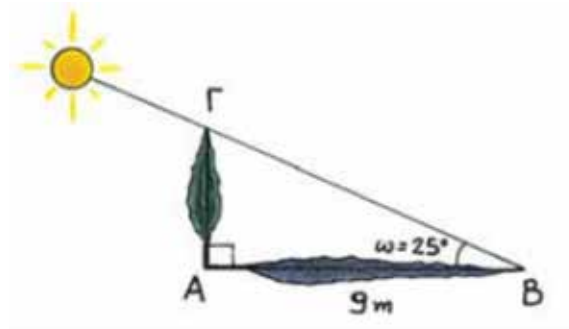
7) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K. Οι χορδές του κύκλου AB και ΓΔ τέμνονται στο σημείο Σ. Αν $SA = 4\text{cm}$, $SB = 4\text{cm}$, $SG = 2\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του ΣΔ.



8) Για ποιες τιμές των α και β η εξίσωση $2ac - 5b = 8c + b - 12$ είναι αόριστη $a, b \in \mathbb{R}$.

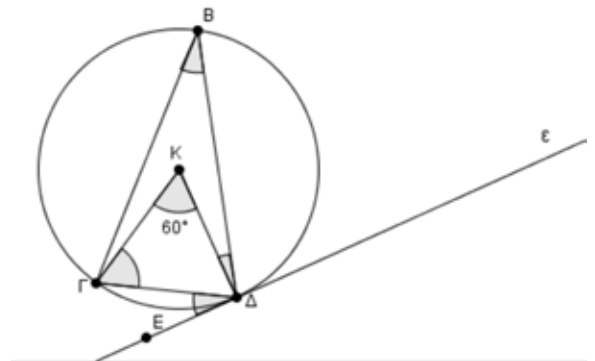
9) Ο μέσος όρος (μέση τιμή) των ηλικιών πέντε παιδιών είναι 10. Αν οι ηλικίες αυτές είναι 3, X, 5, 12, Ψ χρόνια, να υπολογιστούν οι ηλικίες X, Ψ αν η Ψ είναι πενταπλάσια της X.

10) Να υπολογίσετε το ύψος του κυπαρισσιού του διπλανού σχήματος χρησιμοποιώντας το μήκος της σκιάς του και τη γωνία ω .



ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

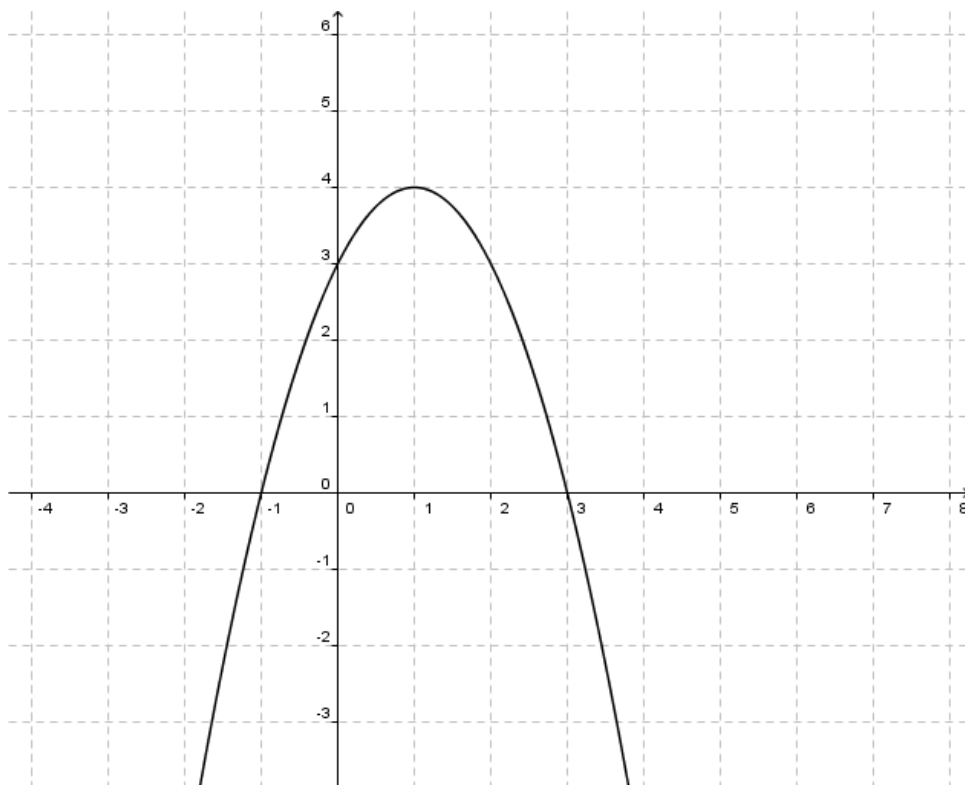
- 1) Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΒΓΔ είναι ισοσκελές ($B\Gamma = B\Delta$) και η ευθεία ε εφάπτεται του κύκλου (Κ,Ρ) στο σημείο Δ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{KGD}$, $\hat{GBD}$, $\hat{BDK}$, $\hat{GDE}$ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



- 2) Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις υπερωρίες (σε ώρες) των 25 εργαζομένων ενός εργοστασίου κατά τη διάρκεια μιας εβδομάδας.

Υπερωρίες (x_i)	0	1	2	3	4	5
Εργαζόμενοι (f_i)	3	8	6	4	2	2

- α) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή των υπερωριών.
 β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή
 γ) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των υπερωριών.
 δ) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβλητότητας.
- 3) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + g$, $a \neq 0$. Να γράψετε:
- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$
- β) το πρόσημο του α
- γ) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$
- δ) τις τιμές των x για τις οποίες ισχύει $f(x) > 0$
- ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της $f(x)$
- στ) τις τιμές των a, b, γ



4) Δίνεται το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$). Να φέρετε το ύψος AD και την $DE \perp AG$. Να δείξετε ότι :

α) Τα τρίγωνα ABD και ADE είναι όμοια .

β) $(AB) \times (DE) = (AD) \times (BD)$

5) Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $x^2 + (2\lambda+1)x + \lambda^2 - 3 = 0$

α) έχει ρίζες πραγματικές και ίσες;

β) έχει ρίζες αντίστροφες;

γ) έχει ρίζες αντίθετες;

δ) έχει ρίζα τον αριθμό -1 ;

--ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ---

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Κυριακή Παπαντωνίου

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ

Ημερομηνία: 17/05/2017

ΤΑΞΗ: Α΄

Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε με μελάνι μπλε (μόνο τα σχήματα με μολύβι).

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .

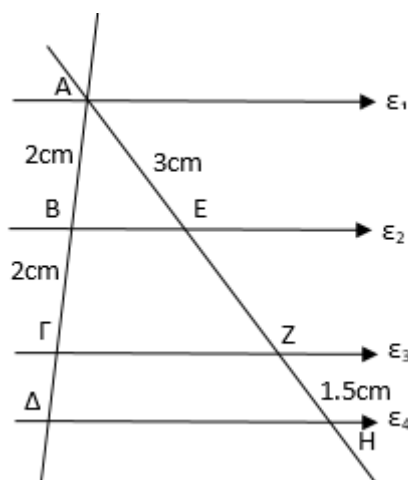
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από (4) σελίδες.

Το εξεταστικό δοκίμιο βαθμολογείται με 100 μονάδες.

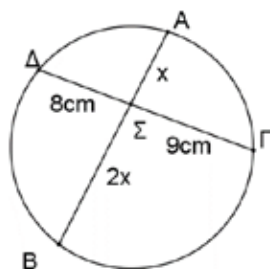
ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού, που να έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = 3$ και $x_2 = 5$.
2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο ανήκει η τελική πλευρά της γωνιάς θ , αν:
 - α) $\sin \theta > 0$ και $\cos \theta < 0$
 - β) $\sin \theta > 0$ και $\cos \theta > 0$
3. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 8x + 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
 - α) $x_1 + x_2$
 - β) $x_1 x_2$
 - γ) $3x_1 + 2x_1 x_2 + 3x_2 - 5$
4. Στο πιο κάτω σχήμα $e_1 \parallel e_2 \parallel e_3 \parallel e_4$. Να υπολογίσετε το μήκος του EZ και του GD.



5. Για τον τελικό βαθμό στο μάθημα των Νέων Ελληνικών ένας μαθητής βαθμολογείται με 20% για τη συμμετοχή του στην τάξη, με 50% για το βαθμό του στην έκθεση και 30% για το βαθμό του στις ασκήσεις γραμματικής. Ποιος θα είναι ο τελικός του βαθμός, κατά προσέγγιση ακεραίου, αν βαθμολογήθηκε με 18 για τη συμμετοχή του στην τάξη, 15 στην έκθεση και 16 στις ασκήσεις γραμματικής;
6. Στο διπλανό σχήμα Α, Β, Γ και Δ είναι σημεία του κύκλου.
Να υπολογίσετε το μήκος του SA.



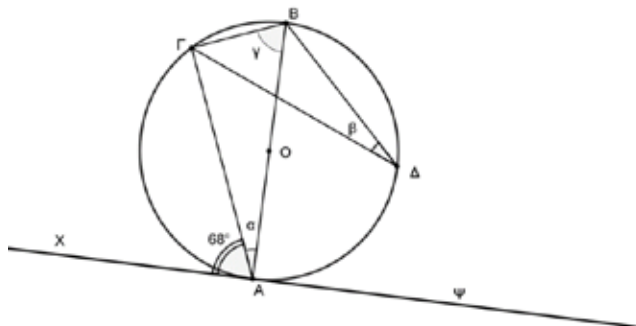
7. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} - \sqrt[5]{16}, \quad 2^{\frac{4}{5}} - \sqrt{11} - \sqrt[4]{16}$$

(Να δείξετε τα στάδια λύσης της άσκησης)

8. Δίνεται κύκλος (Ο, R) με διάμετρο

AB και CAY εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A. Αν η γωνία $\widehat{GAC} = 68^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες α, β και γ, δικαιολογώντας κάθε φορά την απάντησή σας.



9. Να λύσετε την εξίσωση $\lambda^2 x - \lambda = x + 1$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές της παραμέτρου λ, $\lambda \in \mathbb{R}$.

10. α) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 2x - 8 \geq 0$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $(x - 1)^{\frac{1}{3}} = 2, \quad x \geq 1.$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + g$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) το πρόσημο του a
- β) το Σύνολο Τιμών της συνάρτησης
- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- δ) την τιμή του g
- ε) την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης
- στ) την κορυφή της συνάρτησης

- ζ) τις λύσεις, x_1, x_2 της εξίσωσης

$$ax^2 + bx + g = 0$$

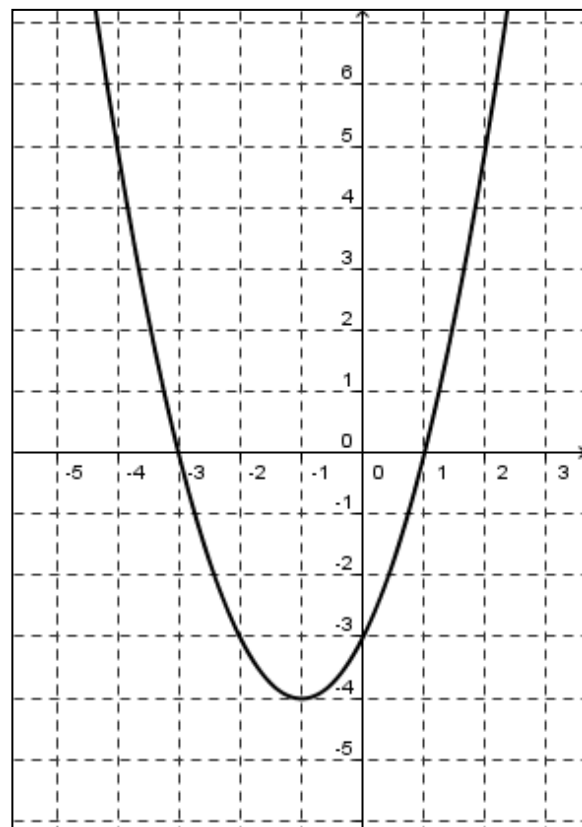
- η) το πρόσημο της Διακρίνουσας της

$$ax^2 + bx + g = 0$$

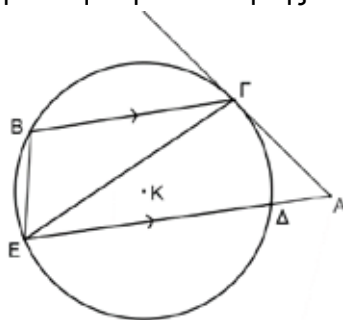
- θ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$

- ι) τις λύσεις, x_1, x_2 της εξίσωσης

$$ax^2 + bx + g = 5.$$



2. Δίνεται κύκλος (K, R) και οι παράλληλες χορδές $BΓ$ και ED αυτού. Στο σημείο G φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου, η οποία τέμνει την προέκταση της ED στο σημείο A .

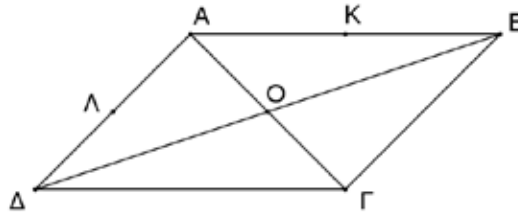


Να δείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα BGE και AGE είναι όμοια.

β) $(BG)(EA) = (EG)^2$

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο $ABGD$ με K και L τα μέσα των πλευρών AB και AD .



α) Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί

στα πιο κάτω:

i) $\vec{BG} + \vec{GD} + \vec{DA}$

ii) $\vec{DG} + \vec{AD}$

iii) $\vec{AB} - \vec{GB}$

β) Αν $\vec{AB} = 2\vec{a}$ και $\vec{AD} = 2\vec{b}$, να εκφράσετε τα διανύσματα $\vec{AG}$, $\vec{KL}$, $\vec{KO}$ συναρτήσει των $\vec{a}$ και $\vec{b}$.

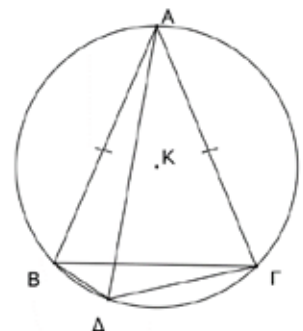
γ) Να δείξετε ότι $\vec{BD} \parallel \vec{KL}$.

4. α) Να αποδείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα: $\frac{\sin x (1 - \cos^2 x)}{\sin x + \sin x} = 1 - \cos x$.

β) Αν $\cos x = \frac{3}{5}$, $90^\circ < x < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\sqrt{16 \cos^2 x + 25 \sin^2 x}}{\sin x}$$

5. Σε κύκλο με κέντρο K είναι εγγεγραμμένο ισοσκελές τρίγωνο ABG ($AB = AG$). Αν το D είναι τυχόν σημείο του μικρού τόξου BG , να δείξετε ότι η AD είναι διχοτόμος της $\widehat{B\hat{D}G}$. Επιπλέον αν $\widehat{BKG} = 80^\circ$ και $\widehat{BAD} = 10^\circ$, να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου DGB , δικαιολογώντας την απάντησή σας.



Ο Διευθυντής

Γιώργος Ιωσηφίδης

ΛΥΚΕΙΟ ΛΑΤΣΙΩΝ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2016 - 2017

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Α'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22/5/2017

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____ **ΤΜΗΜΑ:** _____ **ΑΡ:** _____

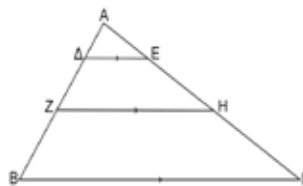
ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ.

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Να λύσετε όλα τα θέματα στις κόλλες απαντήσεων.
 2. Να γράφετε μόνο με **μπλε μελάνι**.
 3. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
 4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (υγρού ή ταινίας/Tipp Ex).
 5. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής με σφραγίδα του σχολείου εκτός των ασκήσεων με διαφορετική οδηγία.

ΜΕΡΟΣ Α': Περιλαμβάνει 10 θέματα.

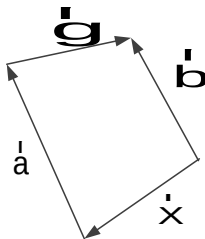
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε, **χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής**, την τιμή της πιο κάτω παράστασης:
$$\sqrt[3]{2 \times \sqrt{8 \times 4}}$$
2. Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του x για τις οποίες ισχύει: $(x - 4)(x + 1) \leq 0$.
3. Ένας μαθητής πήρε στα διαγωνίσματά του, τους βαθμούς 80, 90 και 95. Αν οι τρεις βαθμοί έχουν βαρύτητα 25%, 35% και 40% αντίστοιχα, να υπολογίσετε την μέση τιμή της βαθμολογίας.
4. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ τα ευθύγραμμα τμήματα DE και ZH είναι παράλληλα προς την πλευρά $B\Gamma$. Αν $AD=3$ cm, $DZ=4$ cm, $EH=8$ cm και $AG=20$ cm, να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων AE και ZB .



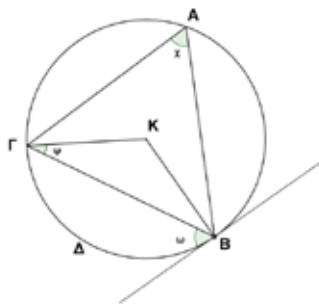
5. Αν η εξίσωση $x^2 - 3x - 5 = 0$ έχει ρίζες x_1, x_2 , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:
(μον:1,5-1,5-2)
- α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \times x_2$ γ) $2x_1 \times x_2 + 5x_1 + 5x_2$

6. Να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{c}$ ως άθροισμα ή διαφορά των διανυσμάτων $\vec{a}$, $\vec{b}$ και $\vec{g}$.



7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ. Αν το τόξο ΒΔΓ είναι 120° , να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$, $\hat{\psi}$, $\hat{\omega}$.

Να μεταφέρετε το σχήμα στις κόλλες απαντήσεων και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

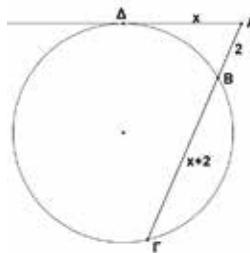


8. Να λύσετε την τριγωνομετρική εξίσωση : $2\eta\mu x = 1$, $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$

9. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση : $\kappa^2 x - 2 = 4x + \kappa$.

10. Στο διπλανό σχήμα $(AD) = x \text{ cm}$, $(AB) = 2 \text{ cm}$, και $(BG) = x + 2 \text{ cm}$.

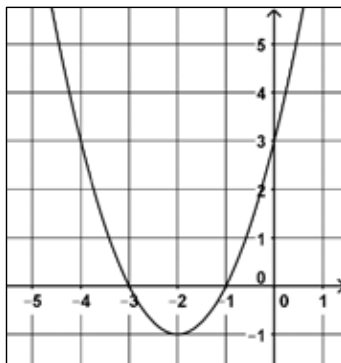
Να υπολογίσετε την τιμή του x .



ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

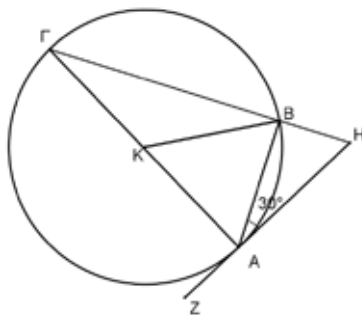
ΜΕΡΟΣ Β': Περιλαμβάνει 5 θέματα.**Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.
Από το σχήμα να βρείτε:
- α) το πρόσημο του a και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 - β) την κορυφή και το σύνολο τιμών της συνάρτησης
 - γ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - δ) την τιμή του γ
 - ε) το πρόσημο των τιμών $f(-10), f(-2), f(0), f(2017)$.
- Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.**

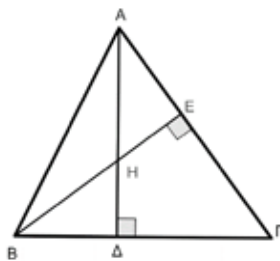


2. Δίνεται κύκλος (K, R) και η ευθεία ZH εφαπτομένη του κύκλου στο A . Αν η γωνιά $\hat{B}AH = 30^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες: $\hat{A}B\Gamma, \hat{B}\hat{\Gamma}A, \hat{B}\hat{H}A, \hat{B}\hat{K}A$.

Να μεταφέρετε το σχήμα στις κόλλες απαντήσεων και να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.



3. Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τα ύψη AD και BE . Αν H είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου $AB\Gamma$, να δείξετε ότι: $(\Gamma A)(\Gamma E) = (\Gamma B)(\Gamma D)$.



4. α) Να μετατρέψετε την παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή: $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$.

β) Δίνεται η εξίσωση $4x^2 - (m-1)x + 2m-8=0$. Να βρείτε την τιμή του m έτσι ώστε η εξίσωση να έχει:

(i) ρίζες αντίστροφες

(ii) ρίζα τον αριθμό -2.

5. Δίνεται ότι $\eta\mu\theta = \frac{8}{10}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$. Να υπολογίσετε, με χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων, την τιμή της παράστασης: $A = \frac{18\epsilon\phi\theta - 20\sigma\upsilon\nu\theta}{24\sigma\phi\theta}$.

ΤΕΛΟΣ

Η Διευθύντρια

Formatted: Font: (Default) Tahoma, Bold, Greek

Παρασκευή Κωνσταντινίδου

Formatted: Font: (Default) Tahoma, Greek

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία: Τρίτη 23.5.2017

Ωρα: 7.45 π.μ.

Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε μόνο με μπλε πένα. (Τα σχήματα με μολύβι).
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη-προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
5. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **5** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (50 μονάδες)

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 7x + 10 \geq 0$.
2. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει λύσεις τους αριθμούς $x_1 = 2$ και $x_2 = 4$.
3. Οι βαθμοί των δεκαπέντε μαθητών μιας τάξης σ' ένα διαγώνισμα των μαθηματικών είναι οι ακόλουθοι:

1, 20, 18, 19, 17, 2, 15, 18, 17, 15, 17, 18, 16, 17, 15

Να υπολογίσετε:

- (α) τη μέση τιμή,
- (β) την επικρατούσα τιμή και
- (γ) τη διάμεσο των πιο πάνω βαθμών.

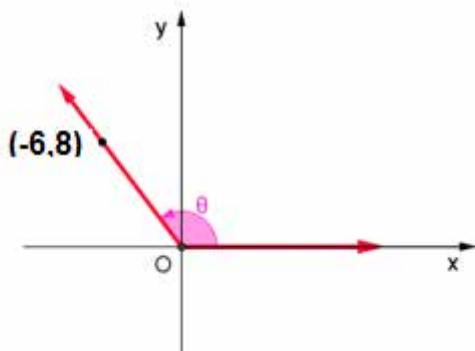
4. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής
(α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\sqrt{32 + \sqrt{13 + \sqrt{4 + \sqrt{25}}}}$$

- (β) Να μετατρέψετε το πιο κάτω κλάσμα σε ισοδύναμο κλάσμα με ρητό παρονομαστή.

$$\frac{14}{3 - \sqrt{2}}$$

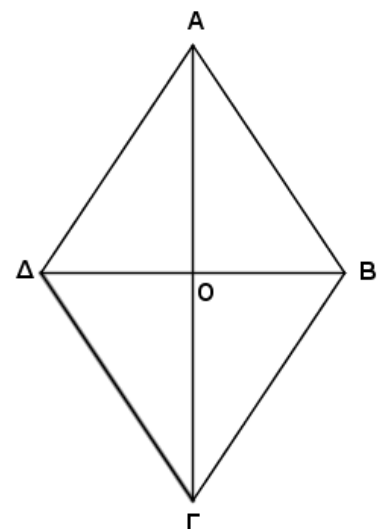
5. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .



6. Στο πιο κάτω σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος. Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

(α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma}$

(β) $\overrightarrow{A\Delta} - \overrightarrow{A\Gamma}$



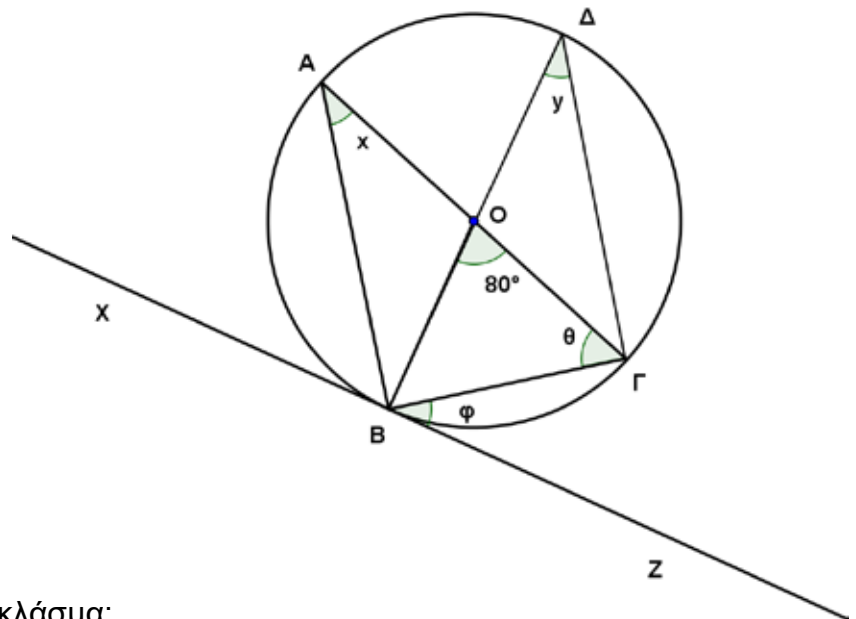
7. Αν η εξίσωση $2x^2 - 4x + 5 = 0$ έχει λύσεις x_1, x_2 , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

(γ) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$

8. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος με κέντρο το O και διάμετρο την AG . Αν η γωνία $B\hat{O}G = 80^\circ$ και XZ η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B , να υπολογίσετε τις γωνίες x, y, θ και φ .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 - 4}$$

10. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση για τις διάφορες πραγματικές τιμές του λ .

$$\lambda^2 x - \lambda^2 = 9x - 6\lambda + 9$$

Μέρος Β: (50 μονάδες)

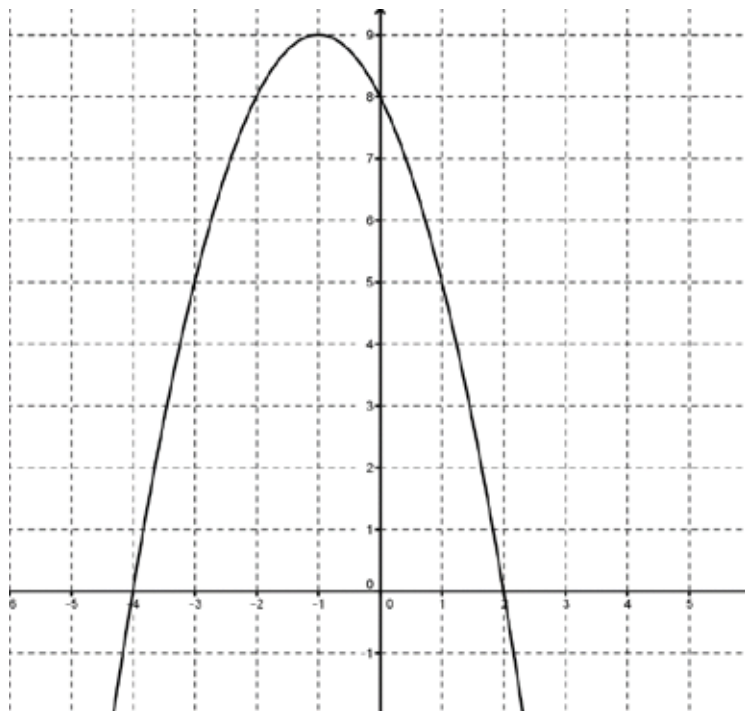
Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \quad \alpha \neq 0, \quad \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$,
- (β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ ,
- (γ) το πρόσημο του α ,
- (δ) την τιμή του γ ,
- (ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- (στ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής,
- (ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$,
- (η) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) > 0$.



- 2.** Οι θερμοκρασίες που καταμετρήθηκαν το πρώτο δεκαήμερο Μαρτίου σε βαθμούς Κελσίου ήταν:

23, 24, 23, 25, 24, 22, 22, 20, 22, 25

- (α) Να βρείτε τη μέση τιμή των μετρήσεων.
- (β) Να βρείτε την τυπική απόκλιση των μετρήσεων αυτών (s).
- (γ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας (CV).
- (δ) Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας για το πρώτο δεκαήμερο Απριλίου ήταν $CV = 20\%$, σε ποιον από τους δύο μήνες παρουσιάστηκε ομοιογένεια της θερμοκρασίας; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

3. Δίνεται η εξίσωση $(1 + \kappa^2)x^2 - \kappa x + 5 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

(α) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες.

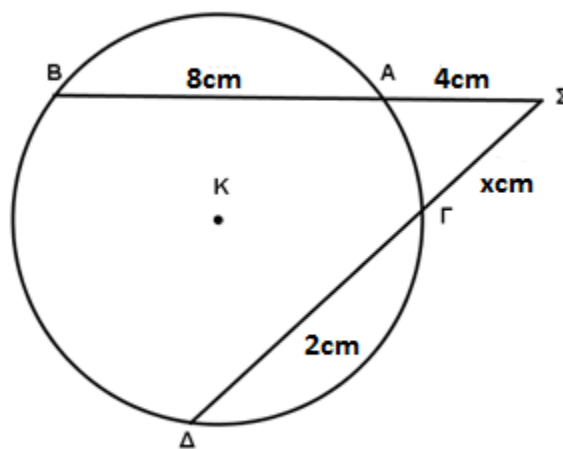
(β) Αν $\kappa = \varepsilon\varphi\theta$, να δείξετε ότι το άθροισμα των ριζών $S = \eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Από σημείο Σ εκτός του κύκλου (K, R) , φέρουμε τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma\Gamma\Delta$.

(α) Αν $AB = 8\text{ cm}$, $\Sigma A = 4\text{ cm}$, $\Sigma\Gamma = x\text{ cm}$ και $\Gamma\Delta = 2\text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του $\Sigma\Gamma$.

(β) (i) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\Sigma A\Delta$ και $\Sigma B\Gamma$ είναι όμοια.

(ii) Να δείξετε ότι $(\Sigma\Gamma) \cdot (\Delta A) = (\Sigma A) \cdot (B\Gamma)$



5. Να λύσετε το σύστημα: $y - x = 5$
 $x^2 + xy = 3$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ (3-ωρο)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 / 05 / 2017

ΧΡΟΝΟΣ: 2.30΄

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΒΑΘΜΟΣ ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

100	20

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ Μαθητή/ Μαθήτριας :

ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.: ...

ΟΔΗΓΙΕΣ:

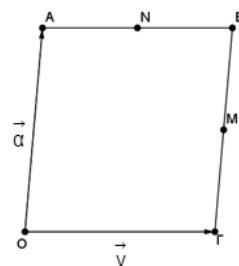
1. Να γράφετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.

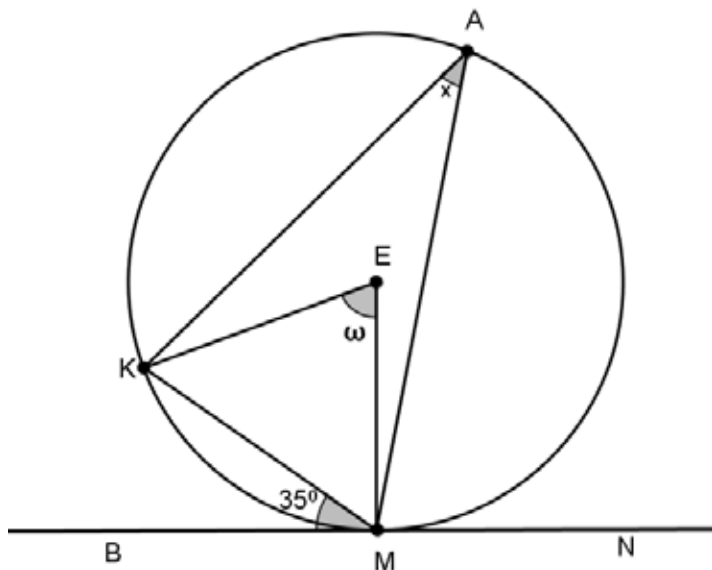
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε την τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $(\kappa - 2)x = 8$ να είναι αδύνατη.
2. α) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{5}{\sqrt{2}}$, σε ισοδύναμο κλάσμα με ρητό παρονομαστή (χωρίς την χρήση της υπολογιστικής μηχανής).
β) Να απλοποιήσετε την παράσταση $\sqrt[6]{x^2} \times \sqrt[6]{x^4}$, $x > 0$.
3. Να λύσετε την ανίσωση $(x - 2)(x + 8) \leq 0$.
4. Η τελική πλευρά μιας γωνίας ω περνά από το σημείο (3,4). Να υπολογίσετε τον τριγωνομετρικό αριθμό η_{ω} .
5. Το ΟΑΒΓ είναι παραλληλόγραμμο, Μ είναι το μέσο της ΒΓ και Ν είναι το μέσο της ΑΒ. Δίνεται επίσης ότι $\vec{OA} = \alpha$ και $\vec{OG} = \gamma$. Να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{MN}$ συναρτήσει των α και γ .

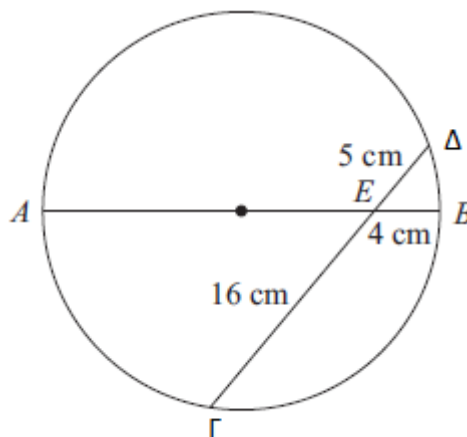


6. Η μέγιστη ημερήσια θερμοκρασία (σε βαθμούς Κελσίου) στη Λάρνακα τις πρώτες πέντε μέρες του Απριλίου ήταν: 11, 16, 20, 18, 20. Να υπολογίσετε:
- το εύρος των παρατηρήσεων,
 - τη μέση τιμή των θερμοκρασιών και
 - την τυπική απόκλιση (κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων).

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (E, r) και η εφαπτομένη του NB στο σημείο του M. Η γωνία $\widehat{KMB}$ είναι 35° . Να υπολογίσετε τις τιμές των x και ω , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



8. Η διάμετρος AB και η χορδή ΓΔ στο διπλανό σχήμα τέμνονται στο σημείο E. Αν $EB=4\text{cm}$, $ED=5\text{cm}$ και $EG=16\text{cm}$, να υπολογίσετε:
- το AE και
 - την ακτίνα του κύκλου.

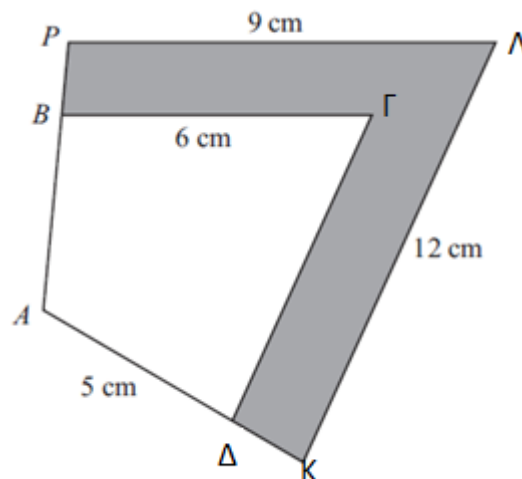


9. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 10x + 1 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
- $x_1 + x_2$
 - $x_1 \times x_2$
 - $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$

10. Δίνονται δύο όμοια τετράπλευρα ABΓΔ και APΛK. Η πλευρά PΛ είναι ομόλογη της BΓ, $P\Lambda=9\text{cm}$, $B\Gamma=6\text{cm}$, $A\Delta=5\text{cm}$ και $\Lambda K=12\text{cm}$.

α) Να υπολογίσετε τον λόγο $\frac{B\Gamma}{P\Lambda}$.

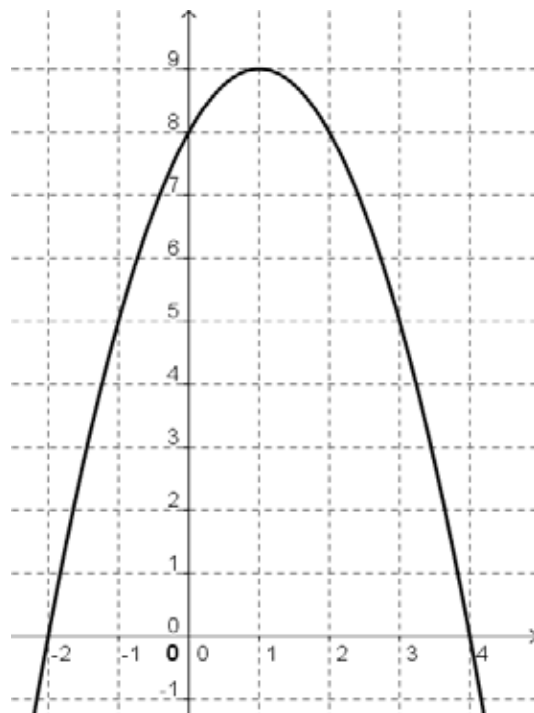
β) Αν το εμβαδόν του τετραπλεύρου ABΓΔ είναι 32cm^2 , να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Να βρείτε:

- α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,
- β) τις συντεταγμένες της κορυφής της,
- γ) την τιμή του γ ,
- δ) τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$,
- ε) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$.



2. α) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ xy - y^2 = -2 \end{cases}$$

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{3x^2 - 5x - 8}{x^2 - 1}$, $x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

3. α) Αν $A = \eta\mu\theta \times \varphi\theta \times \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\theta}$, $B = \sigma\upsilon\nu\theta + \eta\mu\theta \times \epsilon\varphi\theta$ και $\Gamma = \frac{1}{\eta\mu\theta \times \sigma\upsilon\nu\theta} (1 - \sigma\upsilon\nu^2\theta)$, να δείξετε ότι:

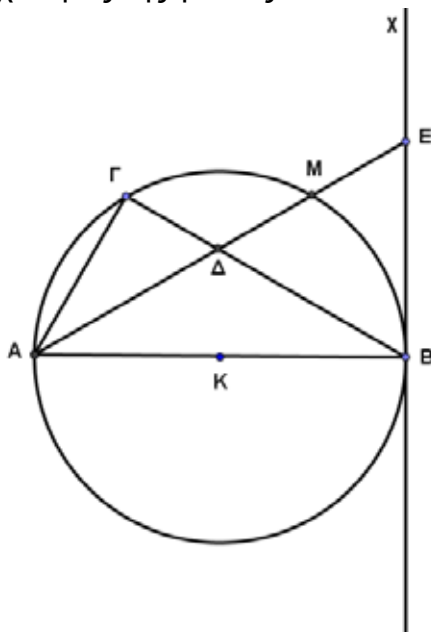
- i) $A = 1$
- ii) $B = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\theta}$ και
- iii) $\Gamma = \epsilon\varphi\theta$

β) Να αποδείξετε ότι ισχύει: $A^2 + \Gamma^2 = B^2$

4. Δίνεται η εξίσωση $kx^2 + (k + 2)x + 2 = 0$, $k \in \mathbb{R} - \{0\}$, με ρίζες x_1 και x_2 . Να βρείτε τις τιμές του k για τις οποίες:

- α) η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες,
- β) η εξίσωση έχει ρίζα το -2,
- γ) το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης είναι ίσο με το γινόμενο των ριζών της.

5. Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, R) , η $B\chi$ είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο B και η AD είναι η διχοτόμος της γωνιάς $BA\Gamma$. Να δείξετε ότι:



- α) τα τόξα BM και ΓM είναι ίσα,
β) τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και ABE είναι όμοια,
γ) $(A\Gamma) \times (AE) = (A\Delta) \times (AB)$.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ:

Σεβέρη Λ.

Δημητρίου Α.

Φωτιάδου Κ.

Μελαχροινού Ε.

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ:

Αριστοδήμου Χ. , Β. Δ.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ:

Λοϊζίδης Πέτρος

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22/5/2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΧΡΟΝΟΣ: 2.5 Ώρες

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

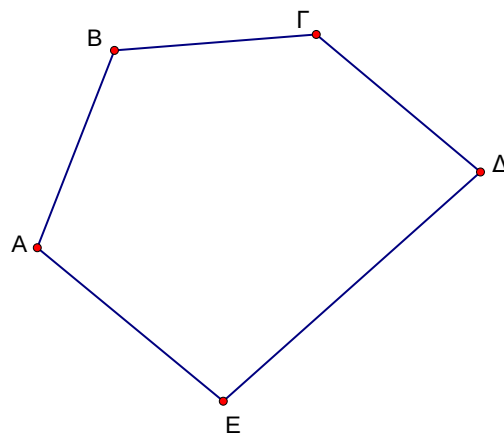
1. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 4x - 2 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

α) $c_1 + c_2$ γ) $\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} =$

β) $c_1 \cdot c_2$ δ) $c_1^2 \cdot c_2 + c_1 \cdot c_2^2 =$

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το πολύγωνο ΑΒΓΔΕ. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω ισότητες, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

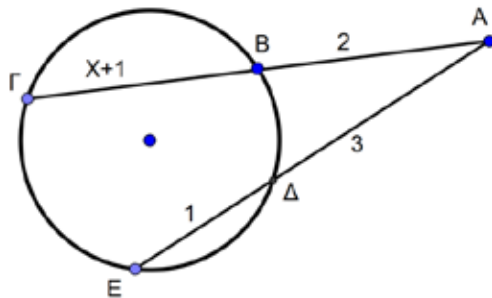
α	$\overline{AB} + \overline{BG} = \overline{GA}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β	$\overline{AB} + \overline{BD} = \overline{AD}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ	$\overline{AB} + \overline{BG} + \overline{GD} = \overline{AD}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ	$\overline{AE} + \overline{AD} = \overline{ED}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ε	$\overline{AE} + \overline{ED} + \overline{DG} + \overline{GB} = \overline{AB}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ



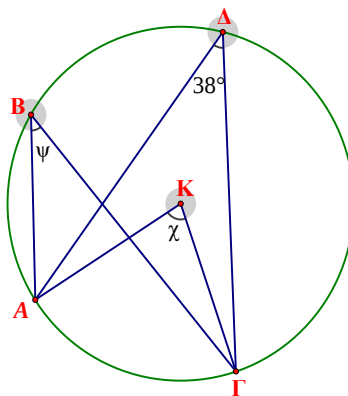
3. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 2x - 8 \geq 0$.

4. Να βρείτε τις τιμές των παραμέτρων a και b , $a, b \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η εξίσωση $ax^2 - 6x - c = b$, να είναι αόριστη.

5. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε την τιμή του χ .



6. Στο πιο κάτω σχήμα να βρείτε τις γωνίες χ και ψ .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



7. Ένας μαθητής πήρε τους πιο κάτω βαθμούς στο μάθημα των Μαθηματικών: 20, 17, 14, 20, 18, 17, 20. Να υπολογίσετε:

α) την επικρατούσα τιμή β) τη διάμεσο

γ) τη μέση τιμή

8. Δίνονται οι αριθμοί $A = \sqrt{48} + \sqrt{12} - \sqrt{75}$ και $B = 27^{\frac{1}{3}} - \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$.

α) Να δείξετε ότι $A = \sqrt{3}$ και $B = 1$

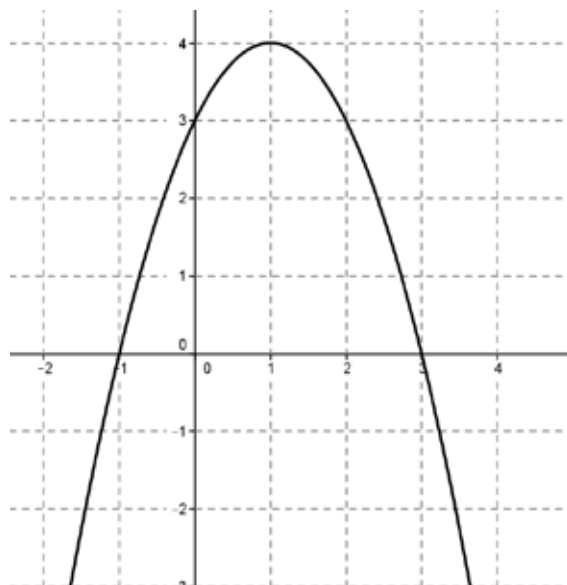
β) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{2}{A+B}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

9. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\sin q + \cos q = \frac{1}{\sin q \cos q}$.

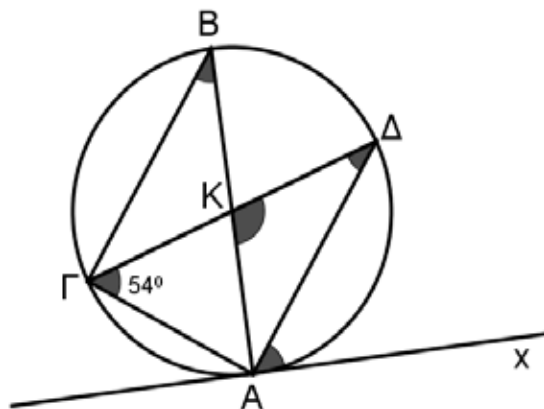
10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + (\lambda + 1)x - \lambda - 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για κάθε περίπτωση ξεχωριστά τις τιμές του λ , ώστε η γραφική παράσταση της f :
- να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x=2$
 - να τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0,2)$.

**ΜΕΡΟΣ Β' Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με τύπο $y = ax^2 + bx + g$, $a \neq 0$
- Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.
 - Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + g = 0$ και να αναφέρετε το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .
 - Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής, να αναφέρετε αν παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο καθώς και το πρόσημο του a .
 - Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$.
 - Να βρείτε τις τιμές των a, b, g .



2. Δίνεται κύκλος (K, R) και οι διάμετροι του AB και $\Gamma\Delta$. Αν χ είναι η εφαπτομένη στο σημείο A και $\angle K\Gamma A = 54^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\angle \Delta\hat{A}X, \angle A\hat{K}\Delta, \angle \Gamma\hat{\Delta}A, \angle \Gamma\hat{B}A$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



3. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + (\mu - 3)\chi + 3 - 2\mu = 0$ με ρίζες χ_1 και χ_2 . Να βρείτε στην κάθε περίπτωση τις τιμές του μ ώστε:

α) η εξίσωση να έχει ρίζα τον αριθμό -2

β) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες

γ) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες

δ) η εξίσωση να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

4. Αν $\eta\pi\alpha = -\frac{5}{13}$ και $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ χρησιμοποιώντας τις τριγωνομετρικές ταυτότητες

να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{18\alpha + 3\sigma\eta\theta + 24\epsilon\phi\theta}{11\epsilon} \div \frac{15\sigma\phi\theta}{8} - 1$.

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (K,R) . Να φέρετε τη διχοτόμο $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$, η οποία τέμνει τον κύκλο στο σημείο E . Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια.

β) $(AB)(A\Gamma) = (A\Delta)(AE)$

γ) $(EB)^2 = (EA)(ED)$.

Οι εισηγητές

Κυριακίδης Μάριος

Μιχαήλ Χριστοδούλα

Γεωργίου Χριστίνα

Ο Συντονιστής

Ιωάννου Γ.

Η Διευθύντρια

Κλειώ Σαββίδου

Η Διευθύντρια

Κλειώ Σαββίδου

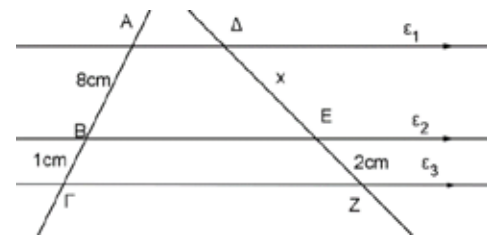
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

Μάθημα: **Μαθηματικά κοινού κορμού**Διάρκεια: **2,5 ώρες**Τάξη: **Α' Λυκείου**Ημερομηνία: **18.05.2017****Οδηγίες:**

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
2. Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

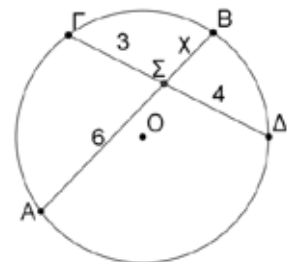
ΜΕΡΟΣ Α' :Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις.Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AB=8\text{ cm}$, $BΓ=1\text{ cm}$, $EZ=2\text{ cm}$ και $e_1 \parallel e_2 \parallel e_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του ΔE .

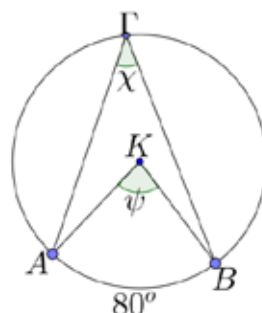


2. Να λύσετε την ανίσωση $(x+4)(x-7)^3 \geq 0$.

3. Οι χορδές AB και $\Gamma\Delta$ του κύκλου, στο διπλανό σχήμα, τέμνονται στο σημείο Σ . Αν $A\Sigma=6\text{ cm}$, $\Gamma\Sigma=3\text{ cm}$ και $\Sigma\Delta=4\text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του ΣB .



4. Δίνεται κύκλος (K, R) . Αν το τόξο AB έχει μέτρο 80° , να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}KB$, $\hat{A}GB$. (Δικαιολογήστε)



5. Ένας μαθητής της Α' Λυκείου στα δύο τετράμηνα έχει στο μάθημα των Μαθηματικών τους βαθμούς 15 και 16. Στις τελικές εξετάσεις έγραψε 14. Αν οι βαθμοί των τετραμήνων έχουν βαρύτητα 35% και η τελική εξέταση 30%, να βρείτε τον τελικό του βαθμό.

6. Δίνεται η εξίσωση $(κ^2-4)χ = κ+4$. Να βρείτε:

α) τις τιμές του $κ \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη και

β) τη λύση της εξίσωσης για $κ = 1$.

7. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ την καθεμιά από τις πιο κάτω προτάσεις.

α) $\sin 158^\circ > 0$

β) $\cos 240^\circ > 0$

γ) $\eta\mu 53^\circ = \sigma\upsilon\nu 37^\circ$

δ) $\eta\mu(-68^\circ) > 0$

ε) $\frac{\pi}{6} \text{ rad} = 30^\circ$

8. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{4x^2-1}{2x^2+5x-3}$

9. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi - \psi = -4 \\ \chi^2 + \psi = 4 \end{cases}$$

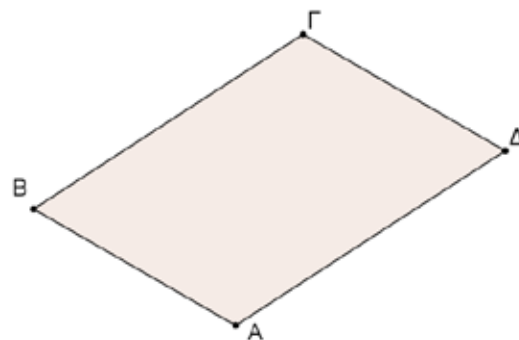
10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το παραλληλόγραμμο $ABGD$. Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω.

α. $\vec{AB} + \vec{BG} =$

β. $\vec{BA} + \vec{AD} + \vec{DG} =$

γ. $\vec{AD} + \vec{AB} =$

δ. $\vec{AG} - \vec{AB} =$



Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Δίνεται η εξίσωση $5x^2 - 6x + 20 = 0$ με λύσεις x_1 και x_2 .

Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2 =$

(β) $x_1 \cdot x_2 =$

(γ) $\frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2} =$

(δ) $3x_1^2 \cdot x_2 + 3x_1 \cdot x_2^2 =$

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση, να βρείτε :

α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης ,

β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,

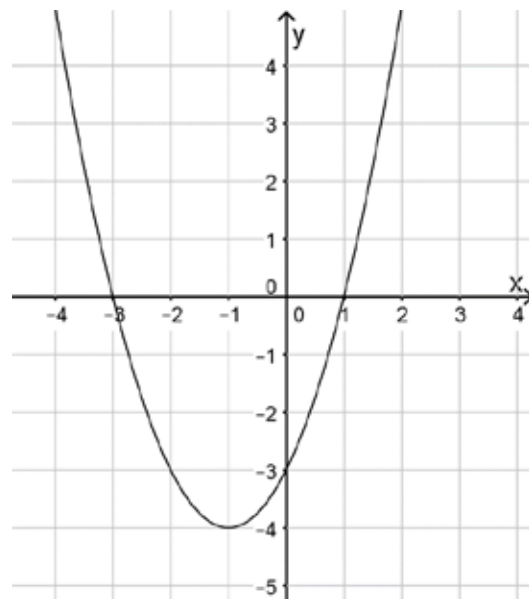
γ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής,

δ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$,

ε) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$,

στ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $f(x) = 0$.

ζ) τις τιμές των a, b, γ .



3. α) Να κάνετε τις πράξεις (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής) :

i. $\sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{19 - \sqrt{9}}}} =$

ii. $\sqrt{32}, \sqrt{2} + \sqrt[3]{81}, \sqrt[3]{3} =$

β) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{x^2 + 1} = 3$, $x \in \mathbb{R}$.

4. α) Δίνεται ότι $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$.

Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 10\sigma\upsilon\nu\theta + 8\epsilon\phi\theta$.

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu\alpha - \epsilon\phi\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu^3\alpha = \eta\mu^3\alpha$.

5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) να φέρετε το ύψος AD . Η διχοτόμος της γωνιάς B τέμνει το ύψος AD στο σημείο E και την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο Z . Να αποδείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα ΔΕΒ και ΑΖΒ είναι όμοια

$$\beta) (EB)(AB) = (BZ)(B\Delta)$$

Οι Διδάσκοντες:

Κυπρούλα Μοσφίλη
Κώστας Σταματοπούλος
Στέλλα Αγγελή
Νέαρχος Λαμπρινός

Η συντονίστρια:

Θούλα Ιερείδου Β.Δ

Ο Διευθυντής:

Ευάγγελος Ευαγγέλου



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α ΛΥΚΕΙΟΥ (5 ωρο)

Ημερομηνία: 15/5/2017

Διάρκεια: 2½ ώρες

Ώρα: 7:45 - 10:15

ΟΝΟΜΑ _____ ΒΑΘΜΟΣ: _____

ΥΠΟΓΡΑΦΗ: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- ∅ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **7** σελίδες.
- ∅ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **δύο** μέρη.
- ∅ Το **μέρος Α'** αποτελείται από **δέκα (10) ερωτήσεις**. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **πέντε (5) μονάδες**.
- ∅ Το **μέρος Β'** αποτελείται από **πέντε (5) ερωτήσεις**. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **δέκα (10) μονάδες**.
- ∅ **Απαγορεύεται** η χρήση διορθωτικού υγρού (Tirerex).
- ∅ Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- ∅ **Επιτρέπεται** η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Μέρος Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή :

α) $\frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{2}}$

β) $\frac{2}{3 - \sqrt{8}}$

2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 8x + 4 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Χωρίς να λυθεί η εξίσωση να βρείτε :

α) το είδος των ριζών της

β) την τιμή της παράστασης $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$

3. Αν $h\mu w = \frac{3}{5}$ και $0^\circ < w < 90^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{4\epsilon\phi w + 3s\eta w}{5s\eta w}$.

4. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \end{pmatrix}$ και $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Αν $\vec{g} = \vec{a} - 2\vec{b}$ και $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ x \end{pmatrix}$ να βρείτε την τιμή x , $x \neq 0$ ώστε τα διανύσματα $\vec{g}$ και $\vec{d}$

να είναι κάθετα.

5. Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες :

α) $\epsilon\eta x(s\eta x + \epsilon\eta x) = t\epsilon\eta x$

β)

$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \theta) \times \eta\mu(270^\circ - \theta) \times \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \theta) \times \epsilon\phi(90^\circ - \epsilon}{\eta\mu(90^\circ + \theta) \times \eta\mu(360^\circ - \theta) \times \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \theta) \times \epsilon\phi(270^\circ - \epsilon}$$

6. Ένα προϊόν πωλείται σε 10 διαφορετικά καταστήματα στις κάτω τιμές σε ευρώ: 8, 10, 13, 13, 15, 16, 18, 14, 14, 9 .

Να υπολογίσετε :

α) τη μέση τιμή

β) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων και

γ) τον συντελεστή μεταβλητότητας (CV) .

$$2x - y = -1$$

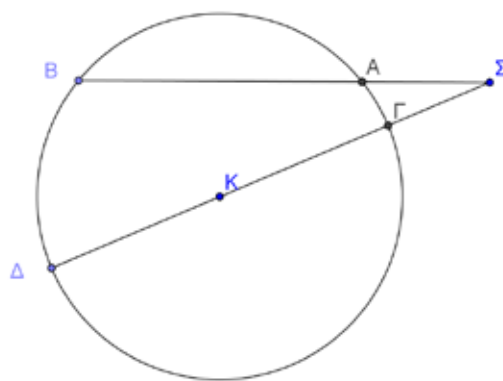
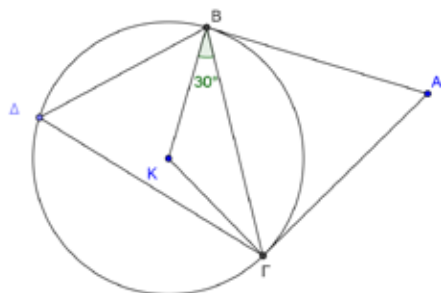
7. Αν το σύστημα $3x + y = 6$ είναι συμβιβαστό να υπολογίσετε την τιμή του κ.

$$5x - \kappa y = 2$$

8. Δίνεται κύκλος (Κ, R) και ΣΒ, ΣΔ τέμνουσες του κύκλου και ΓΔ διάμετρος. Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου αν ΣΑ= 3 cm, ΑΒ=13cm, και ΣΓ=2cm.

9. Να δείξετε ότι η εξίσωση $\begin{vmatrix} 4 & 0 & 8 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & x & 4 \end{vmatrix} = 0$ είναι αδύνατη " $x \in \mathbb{R}$

10. Δίνεται κύκλος (Κ, R). Από εξωτερικό σημείο Α του κύκλου φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΑΒ και ΑΓ. Αν η γωνία ΚΒΓ= 30°, να υπολογίσετε τις γωνίες ΒΚΓ, ΒΔΓ, ΓΒΑ, και ΒΑΓ δικαιολογώντας την απάντησή σας .



Μέρος Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + g. \text{ Με τη βοήθεια της}$$

γραφικής παράστασης να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της f

β) το πεδίο τιμών της f

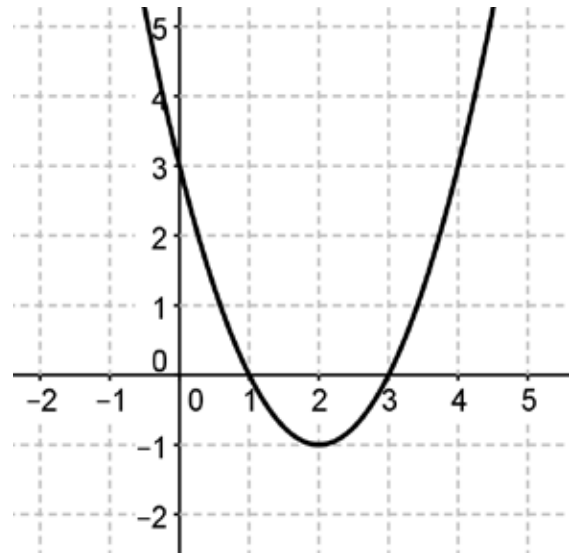
γ) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + g = 0$

δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

στ) τη λύση της ανίσωσης $f(x) \leq 0$

ζ) τις τιμές των α, β, γ



2. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(2-x)(x^2-x+5)}{x(x^2-25)} \geq 0$

3. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(-2,8) , B(-3,1) και Γ(5,3) .

Να βρείτε:

α) την εξίσωση της πλευράς BΓ

β) την εξίσωση της διαμέσου AM

γ) την εξίσωση του ύψους AΔ

δ) το μήκος του ύψους AΔ

ε) το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ

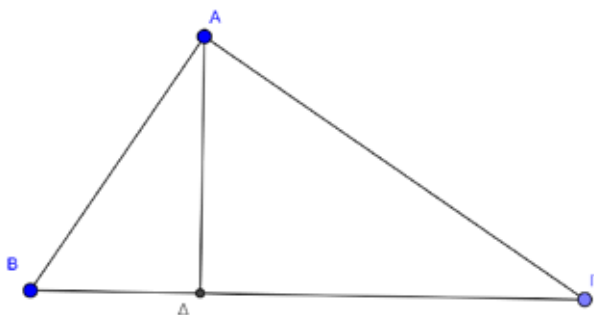
ζ) την γωνία των διανυσμάτων $\vec{AB}$ και $\vec{AG}$

4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\angle A = 90^\circ$) να φέρετε το ύψος AΔ. Να αποδείξετε ότι:

α) $(AD)^2 = (BD)(DG)$

β) $(AB)^2 = (BD)(BG)$

γ) $(AD)(BG) = (AG)(AB)$

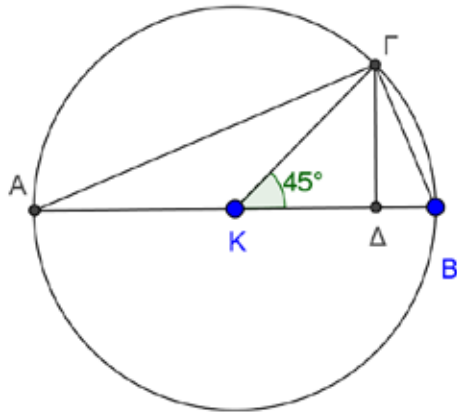


5. Δίνεται κύκλος (Κ, R) με διάμετρο AB = 2cm , γωνία ΓΚΒ=45°, και ΓΔ κάθετη στην AB.

α) Να βρείτε το μήκος της ΚΔ.

β) Να δείξετε ότι η γωνία ΓΑΒ = 22,5°

γ) Να δείξετε ότι $\epsilon\eta (22,5^\circ) = \frac{\sqrt{2}(2 - \sqrt{2})}{2}$



Ο Διευθυντής

Ζώτος Ευάγγελος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α' (3 - ωρο)

Ημερομηνία: 17/5/2017

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Όνομα:

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που

φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δέκα (10) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α'.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

Θέμα 1:

Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

(Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής)

(α) $\frac{2}{\sqrt{5}} =$

β) $\frac{1}{\sqrt{6} - 2} =$

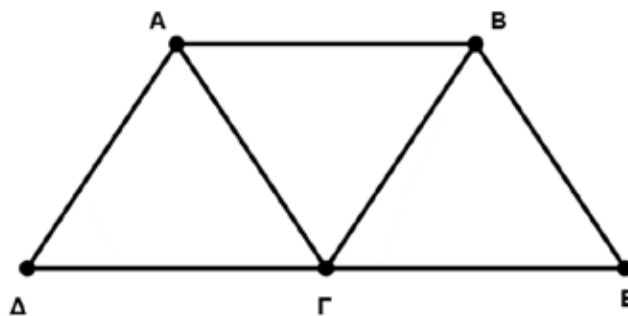
Θέμα 2:

Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις:

(α) Το ημίτονο μιας γωνίας μπορεί να πάρει την τιμή $\frac{2}{\sqrt{3}}$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β) Η τελική πλευρά της γωνίας -145° σε κανονική θέση βρίσκεται στο 3 ^ο τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ) Αν το $\eta\mu\theta$ είναι θετικός αριθμός και το $\sigma\upsilon\eta\theta$ αρνητικός αριθμός, τότε η $\epsilon\phi\theta$ είναι αρνητικός αριθμός.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ) Αν η γωνία $\theta\hat{\Gamma}$ ($270^\circ, 360^\circ$), τότε το $\sigma\upsilon\eta\theta > 0$ και $\sigma\phi\theta > 0$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(ε) Δεν υπάρχει γωνία φ , για την οποία ισχύει $\epsilon\phi\theta > 0$ και $\sigma\phi\theta > 0$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

Θέμα 3:

Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$, $\triangle A\Delta\Gamma$ και $\triangle B\Gamma E$ είναι ισόπλευρα με πλευρά 4cm.



Να συμπληρώσετε τα κενά:

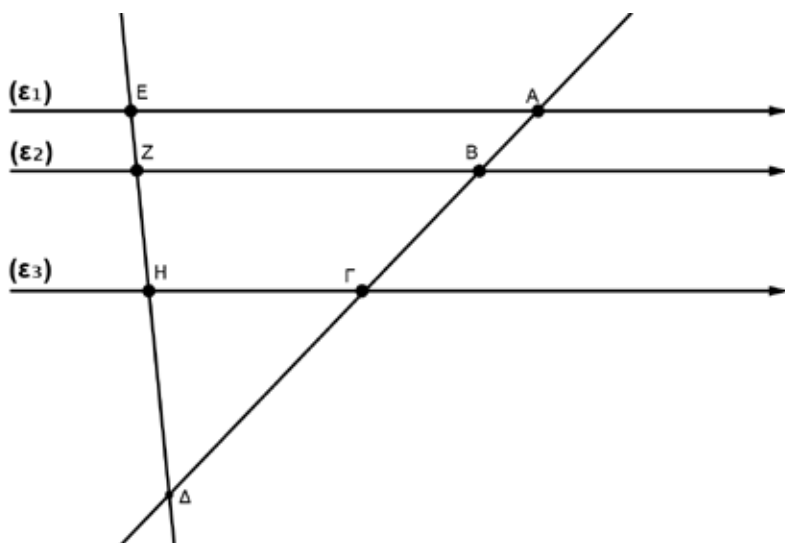
(α) Το διάνυσμα $\overrightarrow{A\Gamma}$ είναι ίσο με το διάνυσμα [1 μον.]

(β) $\overrightarrow{A\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma E} =$ [2 μον.]

(γ) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{\Gamma B} - \overrightarrow{\Delta\Gamma} =$ [2 μον.]

Θέμα 4:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Αν $(EZ) = 3 \text{ cm}$, $(ZH) = 5 \text{ cm}$, $(AG) = 16 \text{ cm}$ και $(BD) = 22 \text{ cm}$ να υπολογίσετε τα μήκη AB , $\Gamma\Delta$ και $H\Delta$.



Θέμα 5:

Να αντιστοιχίσετε κάθε πρόταση της στήλης Α' με την αντίστοιχη πρόταση της στήλης Β'.

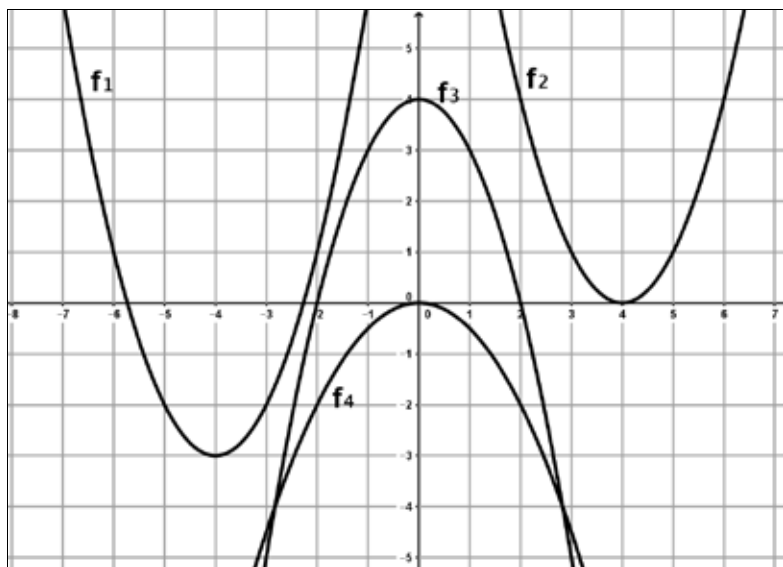
Α' ΣΤΗΛΗ	Β' ΣΤΗΛΗ	Απάντηση
Α. Οι κύκλοι (Κ, 8 cm) και (Λ, 5 cm) και ΚΛ= δ=3cm τότε:	1. Οι κύκλοι τέμνονται.	Α →
Β. Οι κύκλοι (Κ, 8 cm) και (Λ, 5 cm) και ΚΛ= δ=10cm τότε:	2. Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά.	Β →
Γ. Οι κύκλοι (Κ, 8 cm) και (Λ, 5 cm) και ΚΛ= δ=15cm τότε:	3. Οι κύκλοι εφάπτονται εσωτερικά.	Γ →
Δ. Οι κύκλοι (Κ, 8 cm) και (Λ, 5 cm) και ΚΛ= δ=13cm τότε:	4. Οι κύκλοι είναι ξένοι εξωτερικά.	Δ →
	5. Οι κύκλοι ξένοι εσωτερικά.	

Θέμα 6:

Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 4x < 0$

Θέμα 7:

Στο πιο κάτω διάγραμμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f_1 , f_2 , f_3 και f_4 . Να αντιστοιχίσετε την καθεμία με τον αντίστοιχο της τύπο συμπληρώνοντας τον πιο κάτω πίνακα.



Τύπος συνάρτησης	Γραφική παράσταση
$f(x) = -\frac{x^2}{2}$	
$f(x) = -x^2 + 4$	
$f(x) = (x - 4)^2$	
$f(x) = x^2 + 8x + 13$	

Θέμα 8:

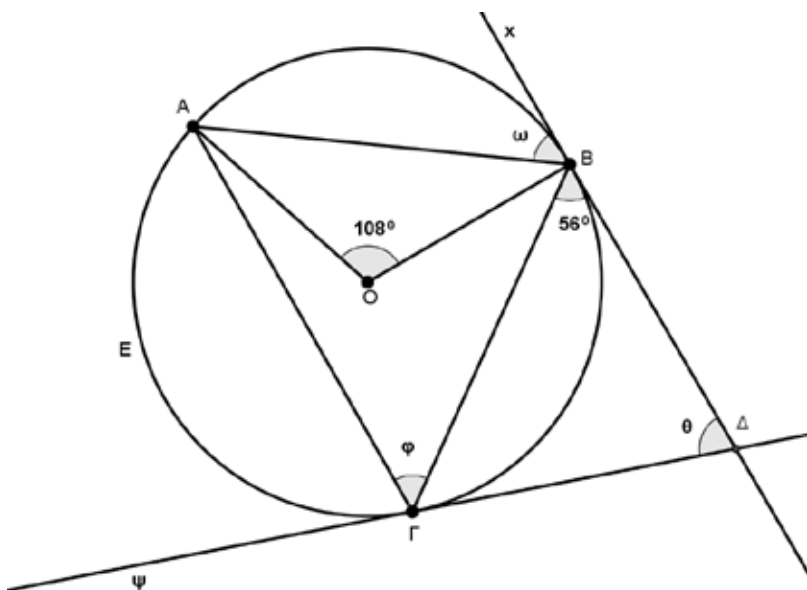
Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\sqrt{x - 2} = 3$, $x^3 = 2$

(β) $(x^3 - 26)^{\frac{1}{5}} = 1$

Θέμα 9:

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες Δx και $\Delta \psi$ είναι οι εφαπτόμενες του κύκλου (O, R) στα σημεία B και Γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες φ , θ , ω και το μέτρο του τόξου $\widehat{ΑΕΓ}$ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



Θέμα 10:

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ , $\lambda \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η εξίσωση $\lambda^2 x - 2\lambda = 9x - 6$:

(α) είναι ταυτότητα

(β) είναι αδύνατη

(γ) έχει μοναδική λύση.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β'.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Θέμα 1:

Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = x^2 + x + \gamma$, $\gamma \in \mathbb{R}$

Να βρείτε:

α) Τον άξονα συμμετρίας. [1 μον.]

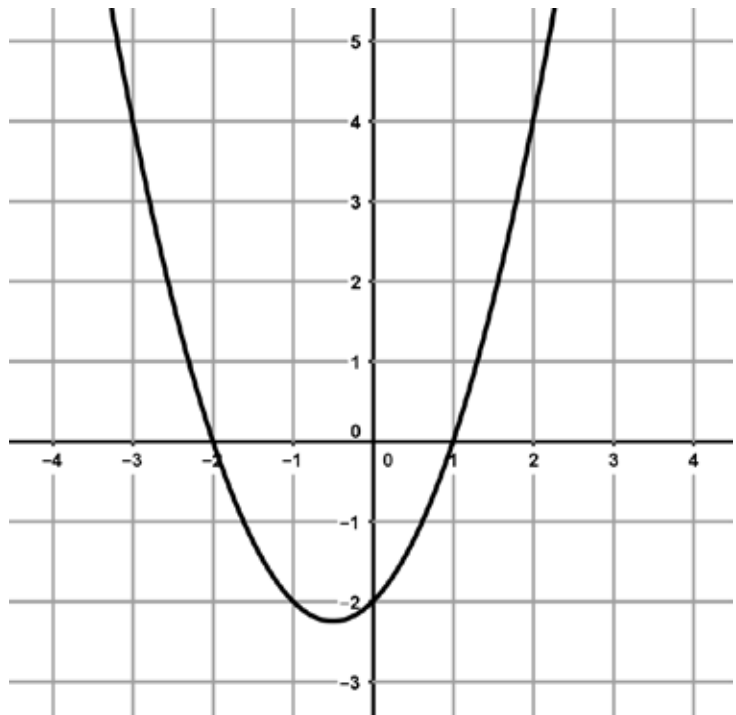
β) Την τιμή του γ . [1 μον.]

γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής. [2 μον.]

δ) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της παραβολής. [2 μον.]

ε) Το πρόσημο του γινομένου

$f(20) \times f\left(\frac{1}{20}\right)$ [2 μον.]



στ) Τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \leq 0$. [2 μον.]

Θέμα 2:

Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τα χρήματα (σε ευρώ) που ξοδεύουν οι μαθητές ενός σχολείου σε μια μέρα.

Χρήματα (σε ευρώ)	0	1	2	3	4	5
Αριθμός παιδιών	12	51	48	15	12	12

Να βρείτε:

- (α) Την επικρατούσα τιμή (χ_ε) των παρατηρήσεων. [1 μον.]
- (β) Τη μέση τιμή ($\bar{\chi}$) των παρατηρήσεων. [2 μον.]
- (γ) Την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων. [5 μον.]
- (δ) Τον συντελεστή μεταβολής (CV). [1 μον.]
- (ε) Την μέση τιμή, αν ο κάθε μαθητής ξοδεύει 3 ευρώ περισσότερα κάθε μέρα. [1 μον.]

Θέμα 3:

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\mu - 3)x + 3 - 2\mu = 0$ με λύσεις x_1 και x_2 . Να βρείτε στην κάθε περίπτωση τις τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε:

- α) η εξίσωση να έχει λύση τον αριθμό -2 , [2 μον.]
- β) η εξίσωση να έχει λύσεις αντίθετες, [2 μον.]
- γ) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 5$, [3 μον.]
- δ) η εξίσωση να έχει λύσεις πραγματικές και άνισες. [3 μον.]

Θέμα 4:

(α) Δίνεται $\sin\theta = -\frac{5}{13}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

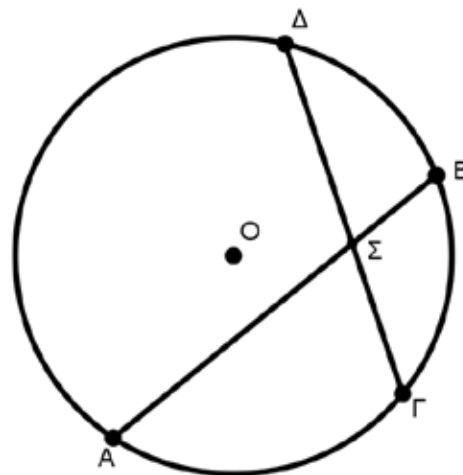
$$A = \frac{26\sin\theta + 13\eta\mu\theta}{5\varepsilon\phi\theta - 24\sigma\phi\theta}$$

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{1}{\eta\mu\theta} - \frac{\eta\mu\theta}{1 - \sin\theta} = -\sigma\phi\theta$$

Θέμα 5:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το O και ακτίνα R , B είναι το μέσο του τόξου $\Delta\Gamma$ και οι χορδές AB , $\Delta\Gamma$ του κύκλου (O, R) τέμνονται στο σημείο Σ .



(α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\hat{\Sigma}\Gamma$ και $B\hat{\Sigma}\Delta$ είναι όμοια. [3 μον.]

(β) Αν $\Delta\Sigma = 8\text{cm}$, $\Sigma\Gamma = 6\text{cm}$, $B\Sigma = x\text{cm}$ και $\Sigma A = 3x\text{cm}$, να υπολογίσετε το x . [3 μον.]

(γ) Να δείξετε ότι ισχύει $(B\Gamma)^2 = (BA)(B\Sigma)$. [4 μον.]

Εισηγητές

Διευθυντής

Δήμητρα Βωβίδου

Ελένη Γεωργίου

Γρηγόρης Χατζημάρκου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18 / 05 / 2017

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου (3-ωρο)

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30΄ ώρες

ΩΡΑ: 7:45΄ - 10:15΄

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ : (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

(β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).

(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

(δ) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσης τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης τους δε θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt{x-2}=2$.
2. (α) Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας 240° .
(β) Να γράψετε δύο γωνίες που να έχουν την ίδια τελική πλευρά με την γωνία 150° .
3. Οι κύκλοι $(K, 3x-1)$ και $(\Lambda, 2x-8)$ εφάπτονται εξωτερικά. Αν η διάκεντρος των δύο κύκλων έχει μήκος 16cm να υπολογίσετε τη διάμετρο του κύκλου με κέντρο Λ .
4. Να σχηματίσετε εξίσωση δεύτερου βαθμού με λύσεις : $x_1=2+\sqrt{7}$ και $x_2=2-\sqrt{7}$.
5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \psi = x + 2 \\ \psi^2 = 8x \end{cases}$$
6. Στο πιο κάτω σχήμα το τετράπλευρο ΑΓΔΕ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο (Κ, R).

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\hat{A}$.

(β) Να υπολογίσετε το μέτρο του τόξου ΕΑΓ.

7. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με $\overset{\textcircled{R}}{AB} = \overset{\textcircled{R}}{a}$ και $\overset{\textcircled{R}}{BG} = \overset{\textcircled{R}}{b}$. Προεκτείνουμε την πλευρά $\Gamma\Delta$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = \Delta Z$. Να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\overset{\textcircled{R}}{a}, \overset{\textcircled{R}}{b}$.
- (α) $\overset{\textcircled{R}}{AD}$ (β) $\overset{\textcircled{R}}{AG}$ (γ) $\overset{\textcircled{R}}{DB}$ (δ) $\overset{\textcircled{R}}{BO}$ (ε) $\overset{\textcircled{R}}{BZ}$

8. Ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει εμβαδόν 36cm^2 με Δ, E, Z τα μέσα των πλευρών $AB, A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα.
- (α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι όμοια.
- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔEZ .

9. Να λύσετε την ανίσωση : $(x+4)^2 - x - 6 \geq 0$.

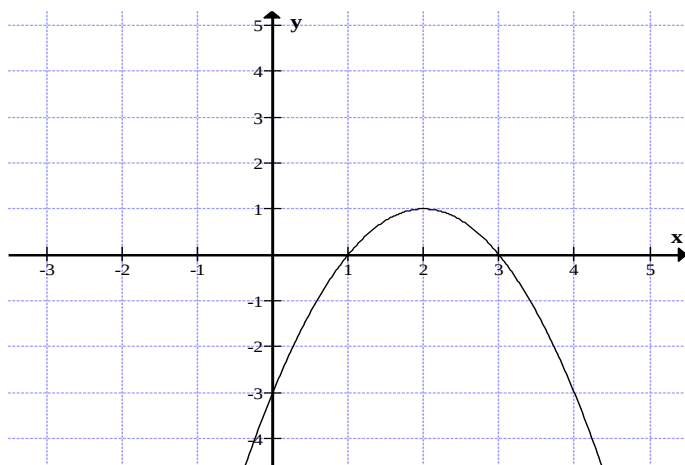
10. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των τερμάτων που πέτυχαν οι ποδοσφαιρικές ομάδες μιας χώρας την πρώτη αγωνιστική του πρωταθλήματος ποδοσφαίρου. Να βρείτε το εύρος και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

Αριθμός τερμάτων (x_i)	0	1	2	3	4	5
Αριθμός ομάδων (f_i)	1	5	5	2	1	1

ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\lambda^2 x - 4x = \lambda^2 + 4\lambda + 4$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές του λ .

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax^2+bx+\gamma$, $a \neq 0$.
Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:



- (α) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
 (β) Το σύνολο τιμών της.
 (γ) Το πρόσημο του a .
 (δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής.
 (ε) Την τιμή του γ .
 (στ) Τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης.
 (ζ) Το άθροισμα και το γινόμενο των λύσεων της εξίσωσης: $ax^2+bx+\gamma=0$
 (η) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$
 (θ) Το μέτρο του διανύσματος που έχει αρχή την αρχή των αξόνων και τέλος την κορυφή της παραβολής.

3. (α) Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{5\eta\mu^2\theta + 5\sigma\upsilon\nu^2\theta}{8\epsilon\phi\theta - 5\eta\mu\theta}$.

- (β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{(\eta\mu\phi + \sigma\upsilon\nu\phi)^2 - 1}{(1 - \eta\mu\phi)(1 + \eta\mu\phi)} = 2\epsilon\phi\phi$.

4. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda = 0$

Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει:

- (α) Λύση τον αριθμό 2.
 (β) Λύσεις αντίθετες .
 (γ) Λύσεις αντίστροφες.
 (δ) Το άθροισμα των τετραγώνων των λύσεων της ίσο με 10.

5. Από σημείο Δ εκτός κύκλου φέρουμε την εφαπτομένη ΔA του κύκλου (A σημείο του κύκλου) και την τέμνουσα $\Delta \Gamma B$ (Γ και B σημεία του κύκλου).
- (α) Αν $\Delta B = 4\text{cm}$ και $\Delta \Gamma = 3\text{cm}$ να βρείτε το μήκος του $A\Delta$.
- (β) Αν $AB = A\Delta$ να δείξετε ότι το τρίγωνο $A\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Η Διευθύντρια

Ελένη Παπαστεφάνου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ – ΚΟΙΝΟΣ ΚΟΡΜΟΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18/05/2017

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 07:45 π.μ.

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) σελίδες.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν και με μολύβι.)
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση, όπου είναι απαραίτητο.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το Σχολείο.

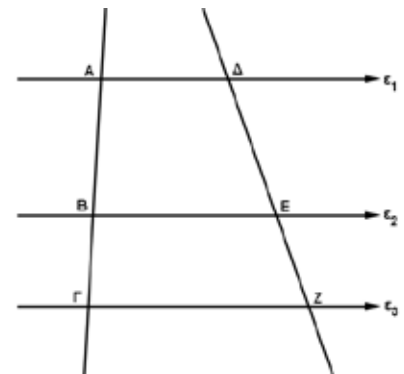
ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 4x + 7 = 0$, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση:

α) $x_1 + x_2 =$

β) $x_1 \times x_2 =$

2. Στο πιο κάτω σχήμα, $e_1 \parallel e_2 \parallel e_3$. Αν $AB = 6\text{cm}$, $DE = 9\text{cm}$ και $EZ = 3\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του BG.



3. Για ποια τιμή του a και για ποια τιμή του b η εξίσωση $(3 - a)x = 2b + 4$ είναι αόριστη;

4. Δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ABGD, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να

χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω ισότητες.

$\alpha)$	$\overset{\textcircled{R}}{AB} = \overset{\textcircled{R}}{DG}$
$\beta)$	$\overset{\textcircled{R}}{AD} = \overset{\textcircled{R}}{GB}$
$\gamma)$	$\overset{\textcircled{R}}{AB} = - \overset{\textcircled{R}}{GD}$
$\delta)$	$\overset{\textcircled{R}}{AB} + \overset{\textcircled{R}}{BA} = \overset{\textcircled{R}}{0}$
$\epsilon)$	$\overset{\textcircled{R}}{BG} + \overset{\textcircled{R}}{GD} = \overset{\textcircled{R}}{DB}$



5. Να λύσετε την ανίσωση: $(x + 6) \times (x - 2) < 0$

6. α) Να μετατρέψετε το πιο κάτω κλάσμα σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής: $\frac{2}{5 + \sqrt{3}}$

β) Να εκτελέσετε όλες τις πράξεις και να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \sqrt[3]{8x^4} \times \sqrt[3]{x^2}, \quad x^{\frac{1}{4}}, \quad x > 0$$

7. Να συμπληρώσετε τα κενά αφού πρώτα μεταφέρετε τα δεδομένα στο φύλλο απαντήσεών σας:

$\alpha)$	$hm^2q + sun^2q = \dots\dots\dots$
$\beta)$	Αν $sunq < 0$ και $efq > 0$, τότε η τελική πλευρά της γωνίας q βρίσκεται στο $\dots\dots\dots$ τεταρτημόριο.
$\gamma)$	Η τελική πλευρά της γωνίας -150° σε κανονική θέση είναι στο $\dots\dots\dots$ τεταρτημόριο.
$\delta)$	$efq \times sfq = \dots\dots\dots$
$\epsilon)$	Αν η τελική πλευρά μιας γωνίας q τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο A με $A(3, -4)$, τότε $efq = \dots\dots\dots$

8. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} y = 2x + 8 \\ 2x^2 + xy = 12 \end{cases}$$

9. Στο πιο κάτω σχήμα η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου (O, R) στο σημείο A .
 Αν $\widehat{ABG} = 50^\circ$, να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών $\widehat{AOG}$, $\widehat{AZG}$, $\widehat{DAG}$, $\widehat{OGA}$
 και του τόξου AEG , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

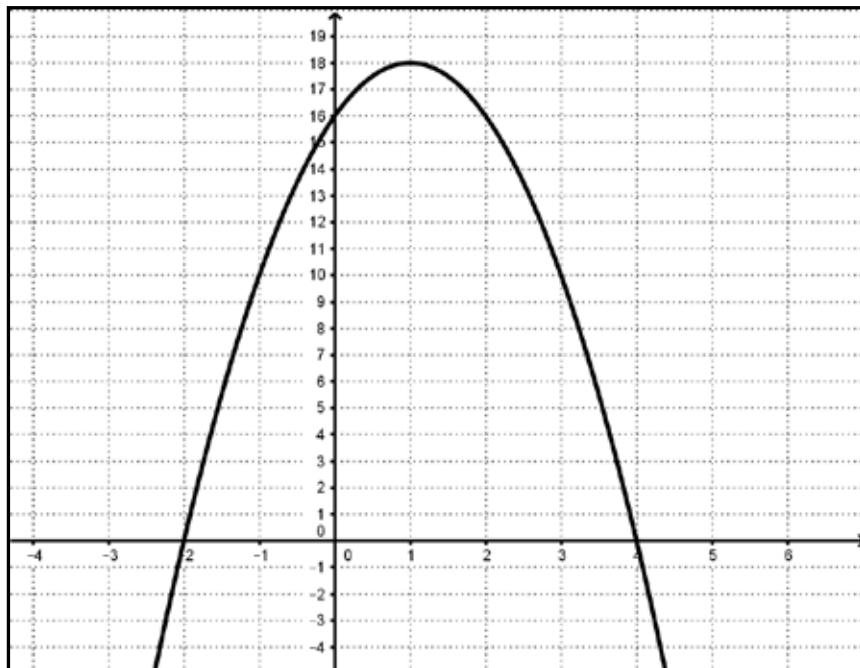
50°

(ε)

10. Αν $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ και $\sin \theta > 0$, να υπολογίσετε, χρησιμοποιώντας τριγωνομετρικές ταυτότητες, την τιμή της παράστασης: $A = \frac{5\sin \theta - 10\eta\mu\theta}{4\varepsilon\phi\theta + 9\sigma\phi\theta}$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:
- α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης
 - β) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$
 - γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 - δ) τις συντεταγμένες της κορυφής και να την χαρακτηρίσετε
 - ε) την τιμή του g
 - στ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
 - ζ) την τιμή του y αν το $x = -1$
 - η) τις τιμές του x για τις οποίες το y είναι θετικό.



2. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις ώρες που μελέτησαν οι μαθητές/τριες ενός τμήματος για το μάθημα των Μαθηματικών πριν τις εξετάσεις:

Ώρες Μελέτης (x_i)	Αριθμός Μαθητών (f_i)
1	2
2	8
3	6
4	4
5	4

Να υπολογίσετε τα πιο κάτω:

- α) την επικρατούσα τιμή
- β) το εύρος
- γ) τη μέση τιμή
- δ) την τυπική απόκλιση.

3. α) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες 3 και -2.

- β) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - (\kappa + 3)x + 2\kappa - 1 = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$, με ρίζες x_1, x_2 .

Να υπολογίσετε τις τιμές της παραμέτρου κ , έτσι ώστε:

i) η εξίσωση να έχει ρίζα τον αριθμό -1

ii) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες

iii) να ισχύει η σχέση: $\frac{9x_2}{x_1} + \frac{9x_1}{x_2} = 3$

4. Σε τυχαίο τρίγωνο ABG φέρουμε τα ύψη AD και BE. Αν H είναι το σημείο τομής των υψών, να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα AHE και BHD είναι όμοια

β) $(AE) \times (HB) = (AH) \times (BD)$

5. α) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\mu + 2)x + 2\mu + 1 = 0$. Να υπολογίσετε για ποιες τιμές της παραμέτρου μ , $\mu \in \mathbb{R}$, η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές.

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1}{1 + sf^2q} - \frac{1}{1 + ef^2q} = 2hm^2q - 1$

Ο Διευθυντής

Νίκος Πρωτοπαπάς

ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΛΟΥΡΙΩΤΙΣΣΑΣ

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΑΞΗ ΚΑΙ ΤΜΗΜΑ:

ΟΝΟΜΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

Βαθμός:

Ολογράφως

Υπογραφή:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

Μάθημα: Μαθηματικά Τρίωρο

ΤΑΞΗ: Α

Ημερομηνία: 18/05/2017

Ώρα: 7:45 – 10:15

Ημέρα: Πέμπτη

Χρόνος: 2,5 ώρες

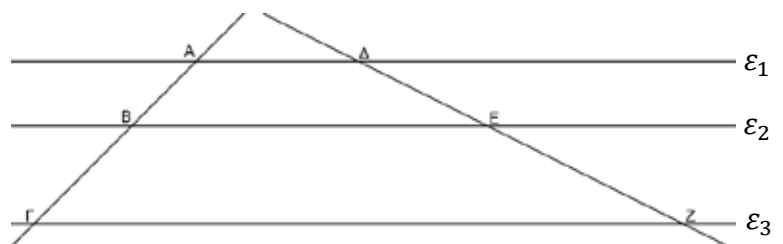
ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται συνολικά από 8 σελίδες.
2. Τα στοιχεία των μαθητών να γραφτούν μόνο στην πρώτη σελίδα, στον ειδικό χώρο.
3. Κατοχή κινητού τηλεφώνου ισοδυναμεί με δολίευση.
4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
5. Δεν επιτρέπεται να γράφετε με μολύβι παρά μόνο με μπλε πένα.
6. Δεν επιτρέπεται να δανείζεστε οτιδήποτε από συμμαθητές σας.
7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
8. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις δέκα ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

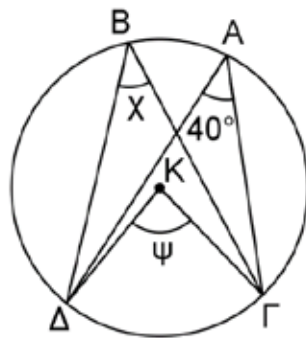
- 1) Η βαθμολογία της Ελένης σε 7 διαγωνίσματα των Μαθηματικών είναι 13, 16, 9, 18, 14, 14, 7.
Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και το εύρος των παρατηρήσεων.

- 2) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι
 $AB = 4\text{cm}$, $BΓ = 6\text{cm}$, $ΔE = 6\text{cm}$
και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$.
Να υπολογίσετε το μήκος
του τμήματος EZ .



3) Να μετατρέψετε την παράσταση $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή.

4) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το K .



Να υπολογίσετε τις γωνίες χ και ψ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

5) Αν η εξίσωση $\chi^2 - 7\chi + 2 = 0$ έχει ρίζες χ_1 και χ_2 , να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης (χωρίς να λύσετε την εξίσωση).

$$A = 5\chi_1 + 4\chi_1 \cdot \chi_2 + 5\chi_2$$

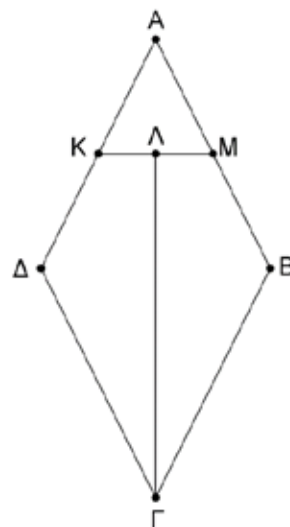
6) Να συμπληρώσετε τις πιο κάτω σχέσεις με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος

α) $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AM} =$

β) $\overrightarrow{ΓΛ} + \overrightarrow{ΛΜ} + \overrightarrow{ΜΒ} =$

γ) $\overrightarrow{ΚΛ} + \overrightarrow{ΛΜ} =$

δ) $\overrightarrow{ΚΜ} - \overrightarrow{ΑΜ} =$



7) Να σχηματίσετε εξίσωση δεύτερου βαθμού με λύσεις $\chi_1 = 3$ και $\chi_2 = -8$.

8) Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - (\kappa + 2)\chi + \kappa - 5 = 0$. Για ποια τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$, η εξίσωση έχει:

α) λύσεις αντίστροφες

β) λύσεις αντίθετες

9) Να λύσετε την ανίσωση $\chi^2 - 5\chi - 14 \geq 0$

10) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{(\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi)^2 - 1}{2\eta\mu^2\chi} = \sigma\varphi\chi$

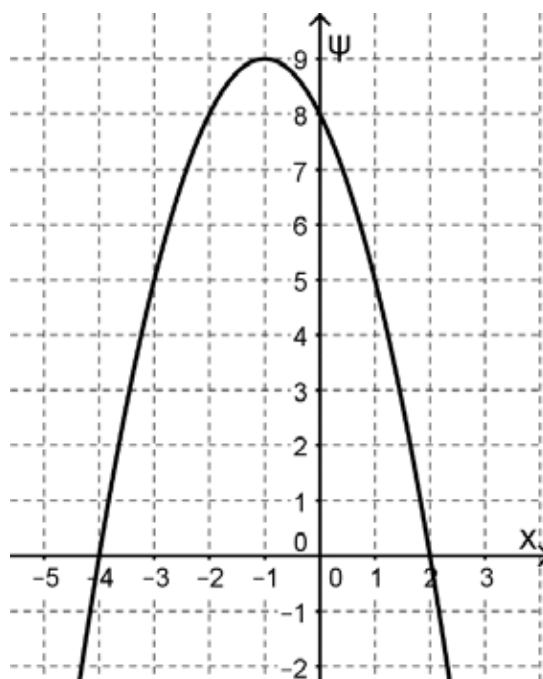
ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις πέντε ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

- 1) Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

α)	$27^{\frac{2}{3}} = 81$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β)	$\eta\mu^2 30^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 60^\circ = 1$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ)	Αν η εξίσωση $\lambda\chi + 17 = \chi - \lambda$ έχει λύση τη $\chi = 2$, τότε η τιμή του λ είναι 5.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ)	Η γραφική παράσταση της παραβολής $f(\chi) = (\kappa - 3)\chi^2$ έχει ελάχιστη τιμή όταν $\kappa > 3$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

- 2) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$. Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και σύνολο τιμών της
- β) την τιμή του γ
- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- δ) τις συντεταγμένες της κορυφής
- ε) την τιμή της παράστασης $\alpha - 3\beta + 2\gamma$



- 3) Δίνεται ότι $\eta\mu\omega = -\frac{12}{13}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$.

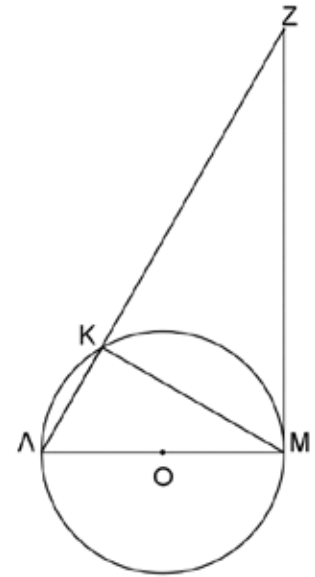
- α) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .
- β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = 26\sigma\upsilon\nu\omega - 15\epsilon\varphi\omega$

4) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\lambda^2\chi - 2\lambda + 1 = 49\chi - 13$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

5) Δίνεται το τρίγωνο $K\Lambda M$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, R) με ΛM διάμετρο. Φέρουμε την εφαπτόμενη του κύκλου στο M , η οποία τέμνει την προέκταση της ΛK στο σημείο Z .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ZKM και $K\Lambda M$ είναι όμοια.

β) Να δείξετε ότι $(K\Lambda)(KZ) = (KM)^2$



Εισηγητές:

Μαρίτσα Δημητρίου

Σόφη Χαραλαμπίδου

Μάριος Πίκας

Τάσος Τάσου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017**ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 18/05/2017****ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2.30΄****ΩΡΑ: 11:00 – 13:30****Οδηγίες:**

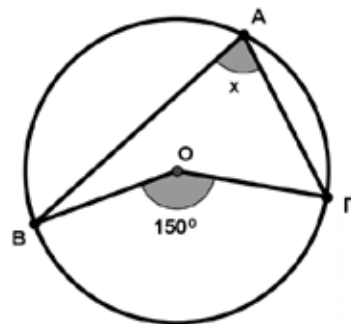
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β) Να γράφετε με μελάνι μπλε (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- ε) Σε όλες τις ερωτήσεις να φαίνεται ο τρόπος απάντησής σας. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης αιτιολόγησης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.
- ζ) Να συμμορφώνεστε πρόθυμα με τις οδηγίες των επιτηρητών.
- στ) Η ΔΟΛΙΕΥΣΗ ΤΙΜΩΡΕΙΤΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

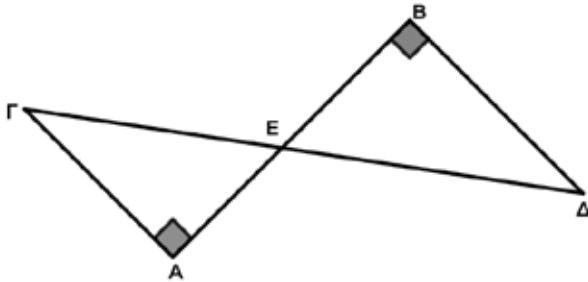
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ερωτήσεις. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \sqrt{25} + \sqrt[3]{27}$.
2. Μία εξίσωση δευτέρου βαθμού έχει λύσεις $x_1 = 3$ και $x_2 = 2$. Να βρείτε τα S και P.
3. Στο διπλανό σχήμα το σημείο O είναι το κέντρο κύκλου και $\widehat{BO\Gamma} = 150^\circ$. Να υπολογίσετε τη γωνιά x .



4. Για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $(\lambda - 3) \cdot x = 6$ είναι αδύνατη.
5. Αν η τιμή 10 έχει βαρύτητα 0,5, η τιμή 15 έχει βαρύτητα 0,2 και η τιμή 20 έχει βαρύτητα 0,3, να υπολογίσετε τη μέση τιμή των πιο πάνω τιμών.
6. Στο πιο κάτω σχήμα το E είναι το σημείο τομής των AB και ΓΔ. Αν $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 90^\circ$, να δείξετε ότι τα τρίγωνα AGE και BDE είναι όμοια.

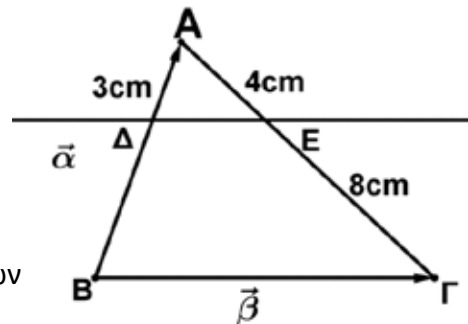


7. Να λύσετε την ανίσωση $(x - 1)(x - 2) < 0$.
8. Να λύσετε την εξίσωση $\eta \mu x = \frac{1}{2}$, αν $0 \leq x \leq 180^\circ$.
9. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x \cdot y = -6 \end{cases}$$

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο ABΓ με $\Delta E \parallel B\Gamma$. Αν $\overrightarrow{BA} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{B\Gamma} = \vec{\beta}$, $AE = 4\text{cm}$, $E\Gamma = 8\text{cm}$ και $A\Delta = 3\text{cm}$:

α) Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔB.

β) Να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{A\Gamma}$ συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ερωτήσεις. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της,

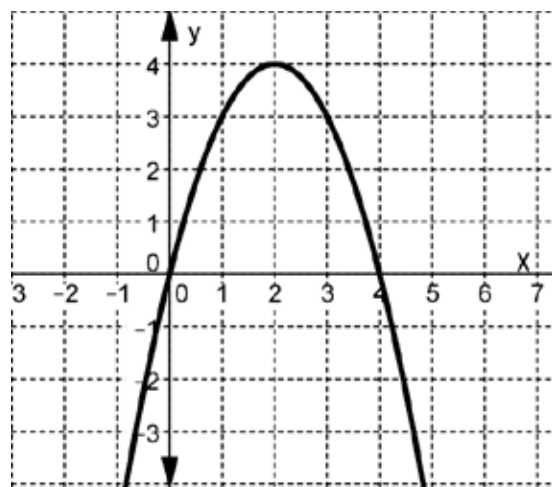
β) τις συντεταγμένες της κορυφής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,

γ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$,

δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και το πρόσημο του a ,

ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$,

στ) την τιμή του γ .



2. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{1 + \sigma\phi\theta}{1 + \epsilon\phi\theta} = \sigma\phi\theta$

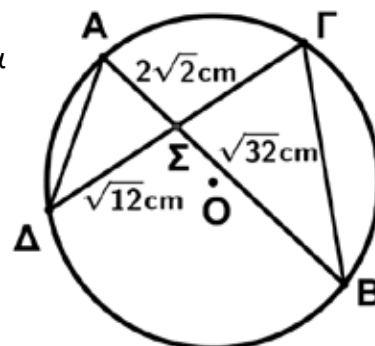
β) Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 5\sigma\upsilon\nu\theta - 4\epsilon\phi\theta.$$

3. Δύο χορδές AB , $\Gamma\Delta$ ενός κύκλου τέμνονται στο σημείο Σ .

α) Να δείξετε ότι: i) τα τρίγωνα $\Sigma\Delta\Delta$ και $\Sigma\Gamma\Gamma$ είναι όμοια
ii) $(\Sigma A) \cdot (\Sigma B) = (\Sigma \Gamma) \cdot (\Sigma \Delta)$.

β) Αν $\Sigma A = 2\sqrt{2} \text{ cm}$, $\Sigma B = \sqrt{32} \text{ cm}$, $\Sigma \Delta = \sqrt{12} \text{ cm}$,
να δείξετε ότι το μήκος του τμήματος $\Sigma \Gamma$ είναι ίσο
με $\frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$.



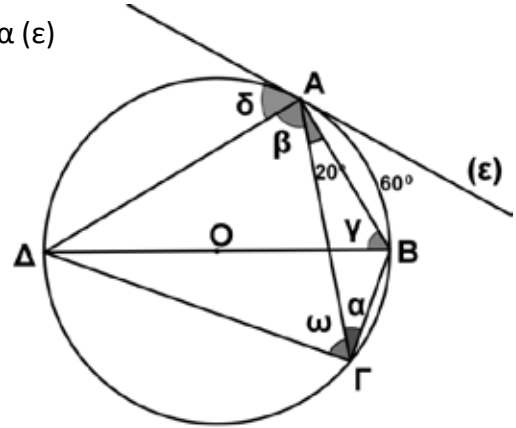
4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4(\lambda + 1)x + 8\lambda - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ με λύσεις x_1, x_2 .

α) Να υπολογίσετε την τιμή του λ ώστε η εξίσωση να έχει λύσεις αντίθετες.

β) Να υπολογίσετε τις τιμές του λ ώστε να ισχύει η σχέση:

$$x_1^2 \cdot x_2 + x_1 + x_1 \cdot x_2^2 + x_2 = 64.$$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, ρ) , ευθεία (ε) εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A , γωνία $\widehat{Γ\hat{A}B} = 20^\circ$ και τόξο $\widehat{AB} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \omega$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



Τέλος Δοκιμίου

Οι εισηγητές :

Μαρία Σολωμού - Κύζα
Άντρη Κακκίντηρου
Πιέρος Φακλαμάς

Η Συντονίστρια

Δήμητρα Χαρή (ΒΔ)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Σόλων Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά (3 – ώρο)

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Τρίτη, 23 Μαΐου 2017

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- § Να γράφετε με μελάνι χρώματος μπλε. Για τα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι.
 - § Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται καθαρά και επιμελημένα όλη η αναγκαία εργασία.
 - § Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - § Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
-

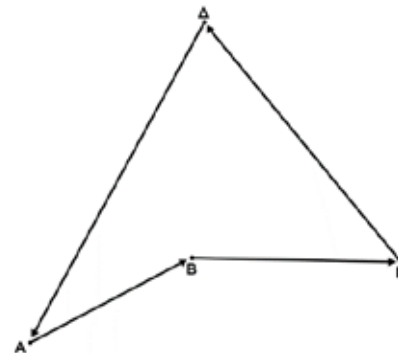
ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x - 14 \leq 0$
2. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.
 - (i) $\sqrt{1} + 2\sqrt{16} - \sqrt{25} =$
 - (ii) $\sqrt{27}, \sqrt{3} =$
3. Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου λ η εξίσωση $(\lambda - 1)x = 24$ είναι αδύνατη για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
4. Δίνονται δύο κύκλοι με κέντρα K και L . Αν οι ακτίνες τους είναι $R = 5\text{cm}$ και $r = 7\text{cm}$ αντίστοιχα, να βρείτε τη θέση τους στις πιο κάτω περιπτώσεις:
 - (i) $KL = 2\text{cm}$
 - (ii) $KL = 12\text{cm}$
5. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 6x + 5 = 0$ με ρίζες $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:
 - (i) $x_1 + x_2$
 - (ii) $x_1 \times x_2$
 - (iii) $5x_1 - 2x_1x_2 + 5x_2$

6. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BG} = \vec{b}$, $\vec{GD} = \vec{g}$, $\vec{DA} = \vec{d}$.
Από το διπλανό σχήμα να βρείτε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{g}$ και $\vec{d}$:

- (i) $\vec{AD} =$
(ii) $\vec{AG} =$
(iii) $\vec{BD} =$



7. Πιο κάτω δίνονται οι βαθμοί ενός μαθητή στα εξεταζόμενα μαθήματά του.

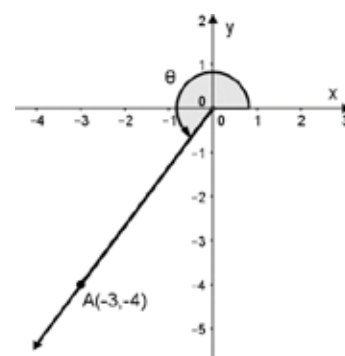
14, 14, 16, 17, 19

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των βαθμών του.

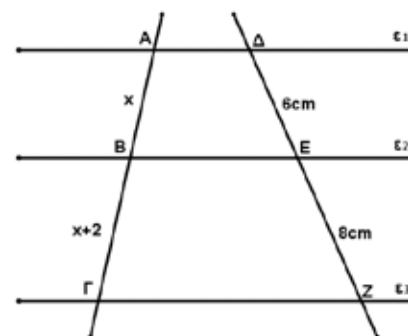
8. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς

$(\sin \theta, \cos \theta, \tan \theta, \cot \theta, \sec \theta, \csc \theta)$ της γωνίας θ ,

από το διπλανό σχήμα.

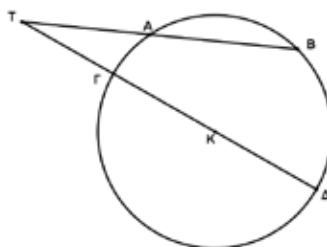


9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $DE = 6\text{cm}$, $EZ = 8\text{cm}$
και $e_1 \parallel e_2 \parallel e_3$. Να υπολογίσετε την τιμή του x .



10. Από σημείο T εκτός κύκλου φέρουμε τις τέμνουσες TAB και TGD όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Αν K το κέντρο του κύκλου και $TA = 2\text{cm}$, $TG = 3\text{cm}$ και $TD = 8\text{cm}$ να υπολογίσετε:

- (i) το μήκος της TB
(ii) την ακτίνα του κύκλου.



ΤΕΛΟΣ ΤΟΥ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2\sqrt{-1})x + \sqrt{-1} - 3 = 0$, λή $\square$. Να υπολογίσετε τις τιμές του $\sqrt{-1}$ για τις οποίες η εξίσωση έχει:

- (i) Ρίζα τον αριθμό 1.
- (ii) Ρίζες αντίθετες.
- (iii) Ρίζες αντίστροφες .

2. (i) Αν $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $A = \frac{\eta\mu\theta \times \sigma\upsilon\nu\theta}{\epsilon\phi\theta}$

(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

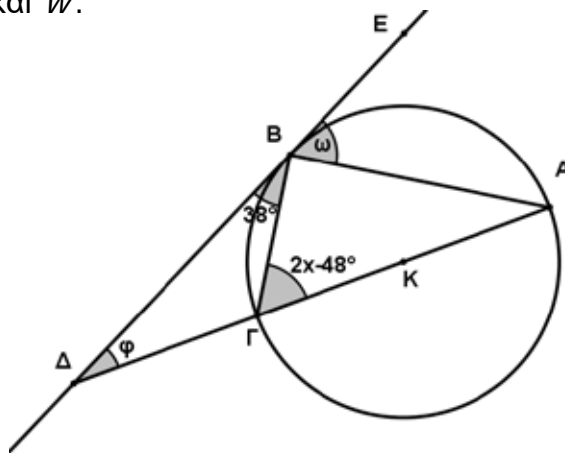
(ii) Να αποδείξετε τη τριγωνομετρική ταυτότητα : $\sin\eta\theta + \sin\eta\theta = 2\sin\eta\theta \cos\eta\theta$

3. Να λύσετε την εξίσωση: $(2x^2 + 9)^{\frac{2}{3}} + 2 = 11$

4. Στο πιο κάτω σχήμα οι κορυφές του τριγώνου ABΓ είναι σημεία του κύκλου (Κ, R) έτσι ώστε η ΑΓ να είναι διάμετρος. Η εφαπτομένη ΒΕ του κύκλου τέμνει την ΑΓ στο D.

Εάν επιπλέον $\angle G\hat{B}D = 38^\circ$ και $\angle A\hat{G}B = 2x - 48^\circ$, να υπολογίσετε:

- (i) τις γωνίες του τριγώνου ABΓ και την τιμή του x ,
- (ii) τις γωνίες $\hat{j}$ και $\hat{w}$.



5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABG ($AB = AG$) και D τυχαίο σημείο της βάσης BG .
Φέρουμε τις DE και DZ κάθετες στις AB και AG αντίστοιχα.
- (i) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα DEB και DZG είναι όμοια .
 - (ii) Να δείξετε ότι: $(DE) \cdot (DG) = (DB) \cdot (DZ)$.
 - (iii) Να υπολογίσετε το μήκος του DZ αν το $DE = 8cm$, $DB = 16cm$ και $DG = 12cm$.

----- ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ -----

Οι Διδάσκοντες

Ελευθερίου Χρίστος

.....

Τηλεμάχου Αυγουστίνα

.....

Η Συντονίστρια

.....

Μαρία Καθητζιώτου, Β.Δ.

Η Διευθύντρια

.....

Μυρτώ Πουαγκαρέ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ/ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

Τάξη: Α΄ Ενιαίου Λυκείου

ΒΑΘΜΟΣ:

Μάθημα: Μαθηματικά 3-ωρο

Αριθμητικός:

Ημερομηνία: 30/05/2017

Αρ. σελίδων: 5

Ολογράφως:

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ :

ΤΜΗΜΑ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ

§ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες (συμπεριλαμβανομένης και της 1^{ης} σελίδας)

§ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη.

§ Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

§ Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικών υλικών.

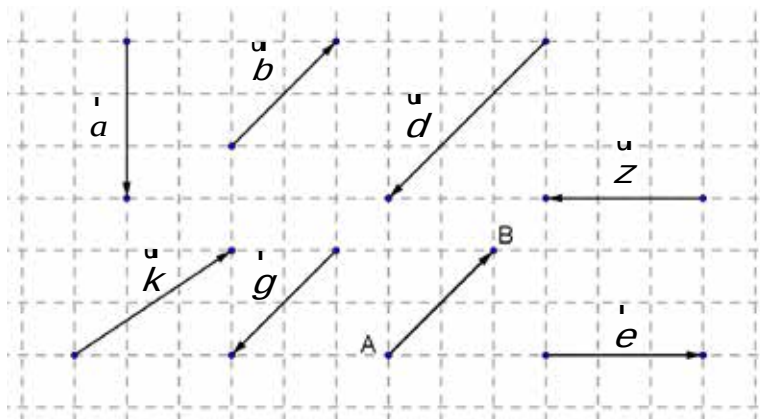
§ Γράφετε μόνο με μελάνι μπλε χρώματος. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

Μέρος Α΄: Το μέρος Α΄ αποτελείται από 10 ασκήσεις. Πρέπει να λύσετε ΚΑΙ τις 10.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Με βάση το πιο κάτω σχήμα να βρείτε:

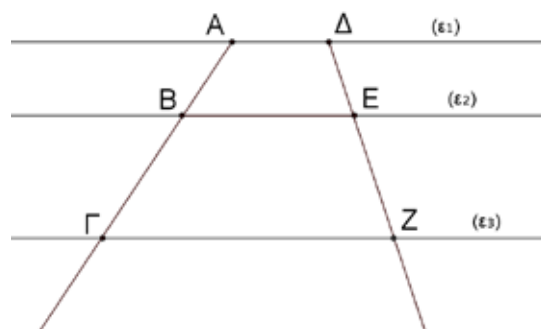
- α) το διάνυσμα που είναι ίσο με το διάνυσμα $\vec{AB}$.
 β) το διάνυσμα που είναι αντίθετο του διανύσματος $\vec{AB}$.



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 5 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

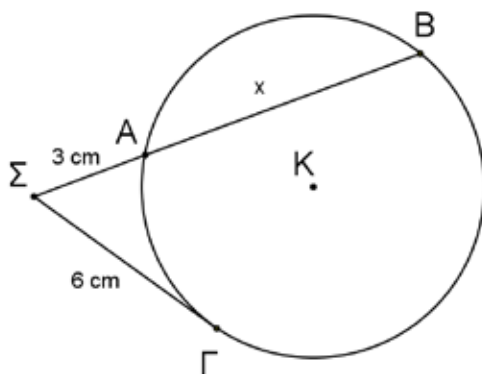
- α) $x_1 + x_2$
 β) $x_1 \cdot x_2$
 γ) $5x_1 + 5x_2 - 3x_1 x_2$

3. Στο σχήμα δίνονται $e_1 \parallel e_2 \parallel e_3$. Αν $AB = 5\text{ cm}$, $BG = 10\text{ cm}$, $DE = 4\text{ cm}$ να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος EZ.

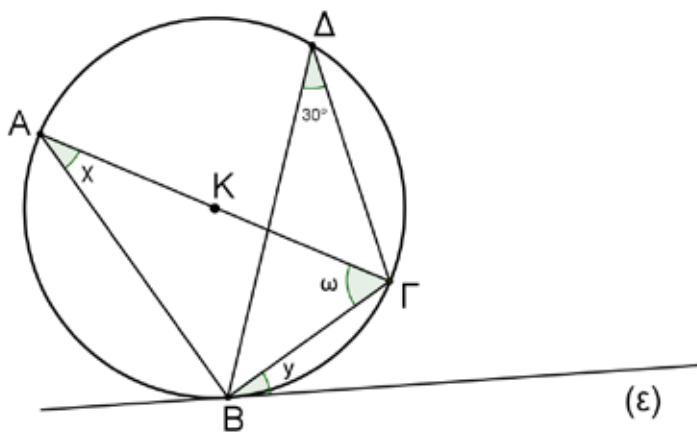


4. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 7x + 10 \geq 0$

5. Στον πιο κάτω κύκλο (K, R) , δίνονται $\Sigma\Gamma$ εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Γ και ΣB τέμνουσα.
Αν $SG = 6\text{ m}$, $AB = x$ και $SA = 3\text{ m}$ να υπολογίσετε την τιμή του x .



6. α) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{15}{\sqrt{7} + \sqrt{2}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή
β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης (χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής)
 $A = \sqrt{50} + 3\sqrt{2} - 2\sqrt{32}$
7. Σε κύκλο (K, R) η $ΑΓ$ είναι διάμετρος, η (ϵ) εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο B και η γωνία $\angle BDG = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , γ , $\angle ABG$ και ω , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



8. Ο πίνακας δείχνει τους ημερήσιους μισθούς δέκα υπαλλήλων σε μια εταιρεία. Να βρείτε:

- α) τη μέση τιμή των μισθών $(\bar{x})$
β) τη μέση τιμή των μισθών των υπαλλήλων αν όλοι πάρουν ημερήσια αύξηση 2 ευρώ
γ) την τυπική απόκλιση (s) με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων.

Μισθός (x_i)	Υπάλληλοι (f_i)
10	1
13	1
15	2
18	2
20	3
21	1

9. Δίνεται $\sin q = \frac{3}{5}$, $90^\circ < q < 180^\circ$.

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 5 \sin q - 12 \cos q$.

10. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $|x - 1| + 3 = x - 4$ για τις διάφορες τιμές του $x \in \mathbb{R}$.

Μέρος Β': Το μέρος Β' αποτελείται από 5 ασκήσεις. Πρέπει να λύσετε ΚΑΙ τις 5.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**.

1. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου m , ώστε η εξίσωση $x^2 + (m - 2)x + 1 - 3m = 0$:

α) να έχει ρίζα τον αριθμό -1

β) να έχει ρίζες αντίστροφες

γ) να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες

δ) να ισχύει η σχέση $2S = P$

2. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(1 - \sin q)(1 + \sin q) = \cos^2 q$

β) Να δείξετε ότι $\sin(90^\circ - \omega) + \cos(90^\circ - \omega) - \sin \omega = \cos \omega$

3. Από την γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = ax^2 + bx + g$, $a \neq 0$, να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της

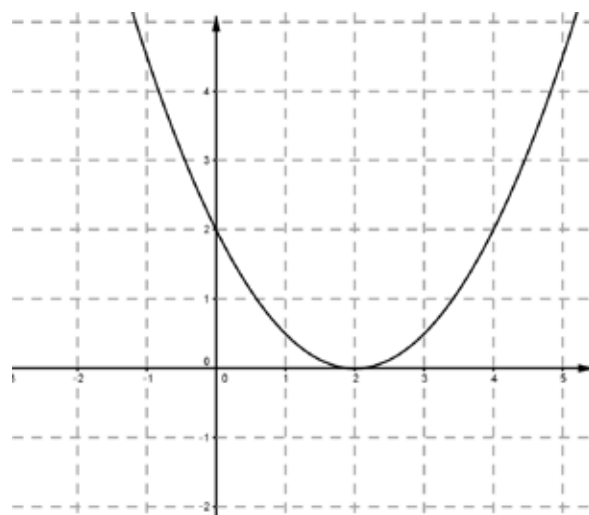
συνάρτησης

β) το πρόσημο του a

γ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + g = 0$

δ) τον άξονα συμμετρίας

ε) την λύση της ανίσωσης $f(x) \leq 0$



4. Δίνονται $A = 3 + \sqrt{2}$ και $B = 3 - \sqrt{2}$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

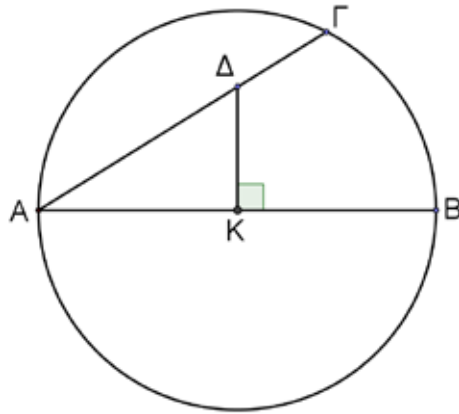
i) $A - B$

ii) $A \cdot B$

iii) $A^2 + B^2$

β) Να λύσετε την εξίσωση $(4x)^{\frac{1}{2}} = A - B$, $x \geq 0$

5. Δίνεται κύκλος (K,R) με χορδή $A\Gamma$ και διάμετρο AB . Φέρουμε τη DK κάθετη στην AB στο σημείο K . Να δείξετε ότι:
- α) $(AG)(AD) = (AB)(KA)$
- β) Αν $AB = 10\text{cm}$, $AG = 8\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος της $B\Gamma$ και της $A\Delta$.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

A. Χριστοδουλίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 17/05/2017
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
 (β) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
 (γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 (δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

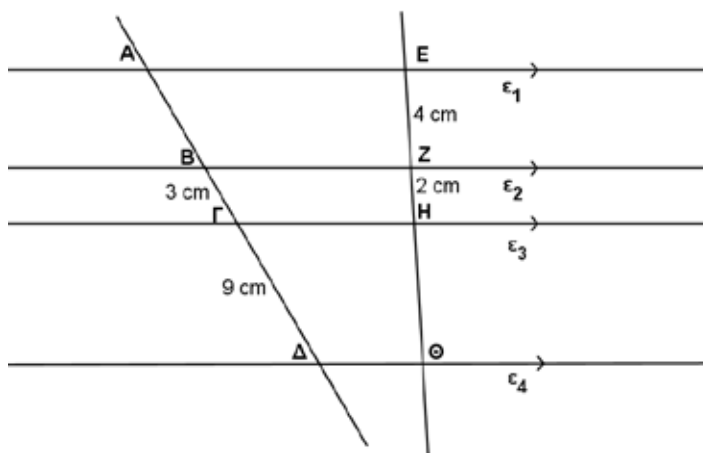
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις: $x_1 = 5$ και $x_2 = -4$.

A2. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 // \varepsilon_4$.

Αν $B\Gamma = 3 \text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 9 \text{ cm}$, $EZ = 4 \text{ cm}$ και $ZH = 2 \text{ cm}$,

να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων AB και $H\Theta$.



A3. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 7x + 12 \leq 0$

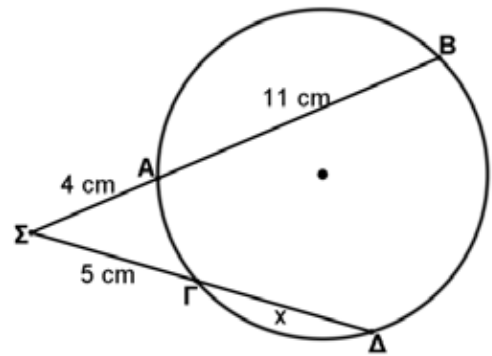
A4. Να κάνετε τις πράξεις:

(α)
$$\sqrt{29 - \sqrt{19 - \sqrt{11 - \sqrt{4}}}}$$

(β)
$$\frac{\sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt[6]{32x^4} \cdot \sqrt{2x^2}, \quad x > 0$$

- A5. Στο διπλανό σχήμα οι ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$ είναι τέμνουσες του κύκλου με $\Sigma A = 4 \text{ cm}$, $AB = 11 \text{ cm}$, $\Sigma \Gamma = 5 \text{ cm}$ και $\Gamma \Delta = x$.

Να υπολογίσετε την τιμή του x .



- A6. Αν $\sin \theta = \frac{5}{13}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{4 - 12\sigma\phi\theta}{13\eta\mu\theta + 10\varepsilon\phi\theta}$$

- A7. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$,
 E και Z σημεία των $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα.



- (α) Να γράψετε δύο διανύσματα που είναι:
- ίσα
 - αντίρροπα
- (β) Να βρείτε ένα διάνυσμα που είναι ίσο με:
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma}$
 - $\overrightarrow{A\Gamma} - \overrightarrow{AB}$
- A8. Αν $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 12x + 3 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:
- $x_1 + x_2$
 - $x_1 \cdot x_2$
 - $4x_1^2 \cdot x_2 + 4x_1 \cdot x_2^2$
 - $\frac{3}{x_2} + \frac{3}{x_1}$
- A9. Να λύσετε, για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, την εξίσωση: $\lambda^2(x - 1) = 2(2x + \lambda)$
- A10. Ένας μαθητής έκανε τις πιο κάτω απουσίες ανά μήνα: 13, 14, 11, 13, 18, 11, 19, 13.
 Να βρείτε:
- τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των απουσιών του μαθητή (μονάδες 2)
 - την τυπική απόκλιση (s) των απουσιών του, κατά προσέγγιση εκατοστού (μονάδες 2)
 - το συντελεστή μεταβλητότητας (CV) των απουσιών του μαθητή (μονάδα 1)

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$, είναι η παραβολή του σχήματος. Να βρείτε:

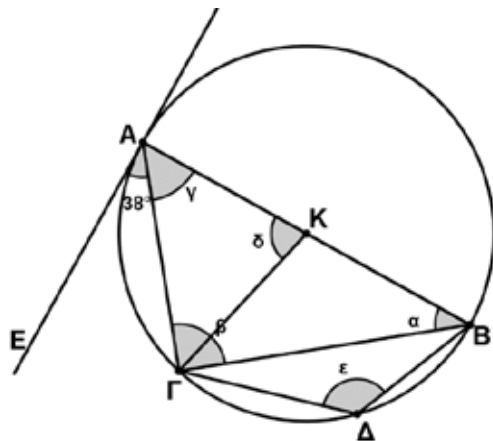
- (α) το πεδίο ορισμού της f
- (β) το σύνολο τιμών της f
- (γ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
- (δ) το πρόσημο της διακρίνουσας του τριωνύμου $ax^2 + \beta x + \gamma$
- (ε) την τιμή του γ
- (στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής
- (ζ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$
- (η) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$

B2. Δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο AB .

Αν AE είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A ,

$\Gamma\hat{A}E = 38^\circ$ και $A\hat{\Gamma}B = \beta$,

να υπολογίσετε τις γωνίες: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$.



B3. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (3\mu + 1)x + 2\mu + 7 = 0$ με $\mu \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ ώστε η εξίσωση να έχει:

- (α) ρίζες αντίθετες
- (β) ρίζες αντίστροφες
- (γ) ρίζα τον αριθμό 1
- (δ) άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο των ριζών

B4. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$), τα ύψη AD και BE τέμνονται στο σημείο H .

Να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα BDA και BGE είναι όμοια

(β) $(BD)(HE) = (HD)(AE)$

B5. Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \left(\frac{1+\varepsilon\varphi^2\theta}{\sigma\varphi\theta}\right) \cdot \sigma\upsilon\nu^3\theta$ και $B = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi} - \varepsilon\varphi\chi \cdot \eta\mu\chi$

(α) Να δείξετε ότι: (μονάδες 8)

(i) $A = \eta\mu\theta$

(ii) $B = \sigma\upsilon\nu\chi$

(β) Αν $A = B$, να βρείτε μια σχέση που συνδέει τις γωνίες θ και χ . (μονάδες 2)

Ο Διευθυντής

.....
Μελής Νικολαΐδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2017

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 7:45 π.μ.

ΩΡΑ ΛΗΞΗΣ: 10:15 π.μ.

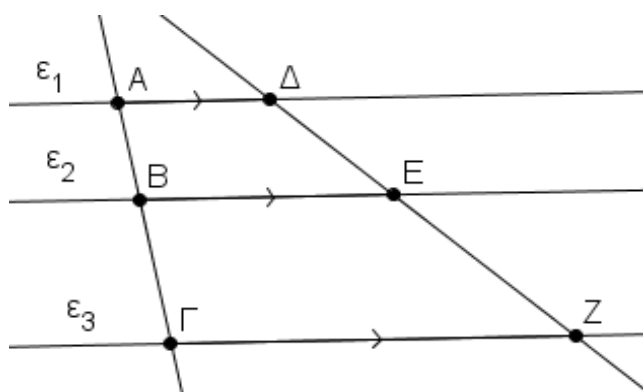
ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **5** σελίδες.
2. Να γράφετε **μόνο** με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Μόνο σχήματα με μολύβι)
3. **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Τα προσωπικά σας στοιχεία και οι **λύσεις** των ασκήσεων να γραφούν στα φύλλα εξέτασης.
6. Τα σχήματα των ασκήσεων να **μεταφέρονται** στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε **και τις 10** ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε 5 μονάδες**.

A1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $AB = 2\text{ cm}$, $BF = 4\text{ cm}$, $DE = 3\text{ cm}$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$.

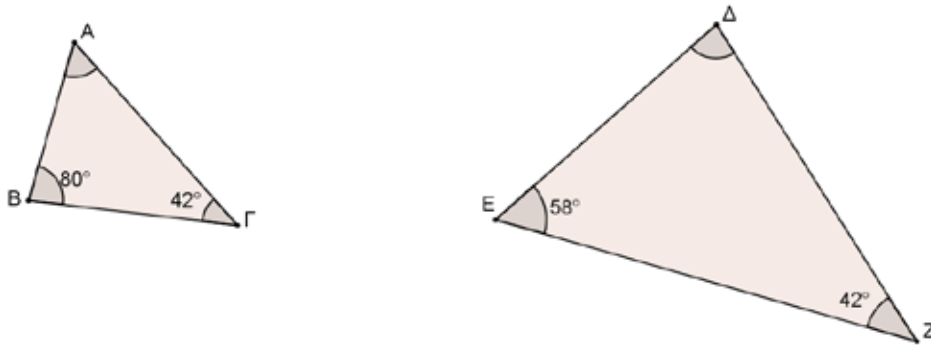
Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος EZ . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



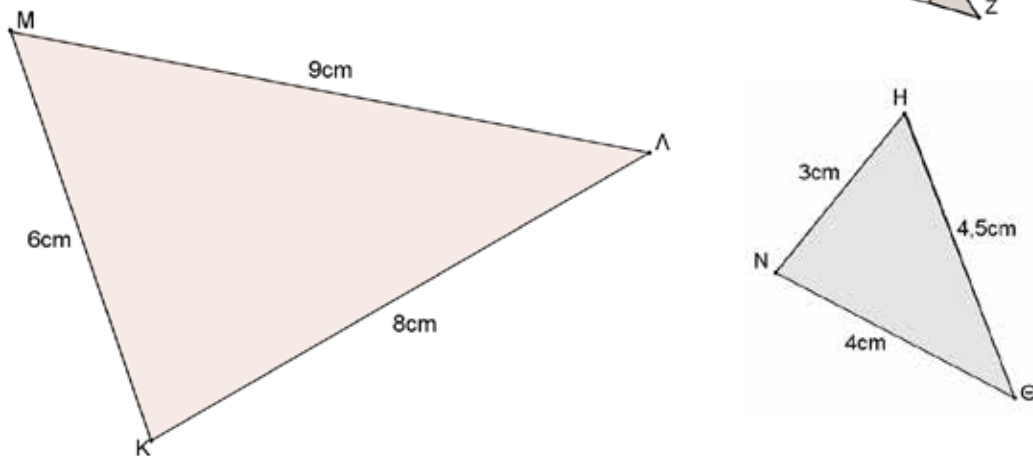
A2. Πιο κάτω δίνονται οι βαθμοί που πήρε ένας μαθητής σε 6 διαγωνίσματα στο μάθημα των Μαθηματικών: 10, 15, 16, 17, 18, 20. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των πιο πάνω βαθμών.

A3. Να εξετάσετε κατά πόσον τα τρίγωνα, σε κάθε ζεύγος τριγώνων, είναι όμοια μεταξύ τους. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

(α)

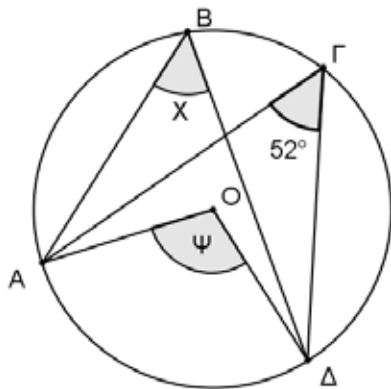


(β)



A4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 4x + 3 \geq 0$.

A5. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Να υπολογίσετε τις γωνίες x και ψ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



A6. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν

(α) $\sin \theta < 0$ και $\cos \theta < 0$

(β) $\tan \theta < 0$ και $\csc \theta > 0$

A7. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης A με ένα στοιχείο της στήλης B, μεταφέροντας στα φύλλα εξέτασης σας: α®β®γ®δ®ε®

Στήλη A	Στήλη B
(α) $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$	(I) 2
(β) $4^{\frac{1}{2}}$	(II) $2 - \sqrt{3}$
(γ) $\sqrt{14 - \sqrt{25}}$	(III) $5\sqrt{2}$
(δ) $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$	(IV) 3
(ε) $\sqrt{50}$	(V) 5
	(VI) 4

A8. Να λύσετε τις εξισώσεις: **(α)** $x^4 = 16$

(β) $\sqrt{x - 3} = 4$

A9. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\varepsilon\phi x + \sigma\phi x = \frac{1}{\eta\mu x \times \sigma\upsilon\nu x}$

A10. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\lambda x - 6 = 2\lambda + 3x$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

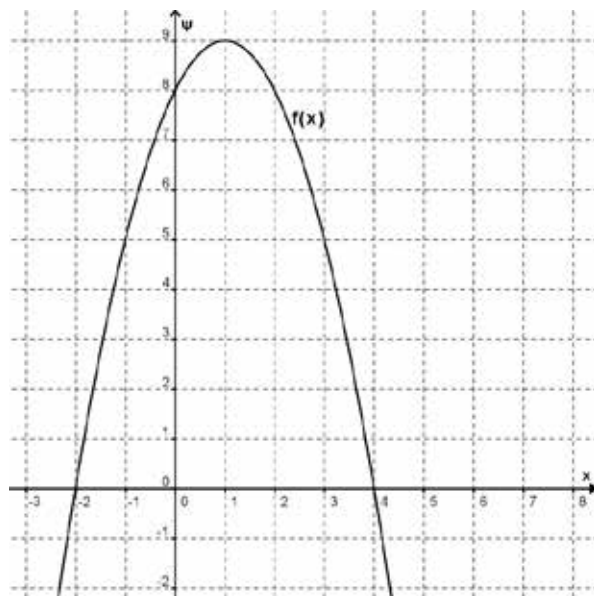
(α) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

(β) Τις συντεταγμένες της κορυφής.

(γ) Την τιμή του γ .

(δ) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

(ε) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \leq 0$.



B2. (α) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x + 3 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

(i) $x_1 + x_2$

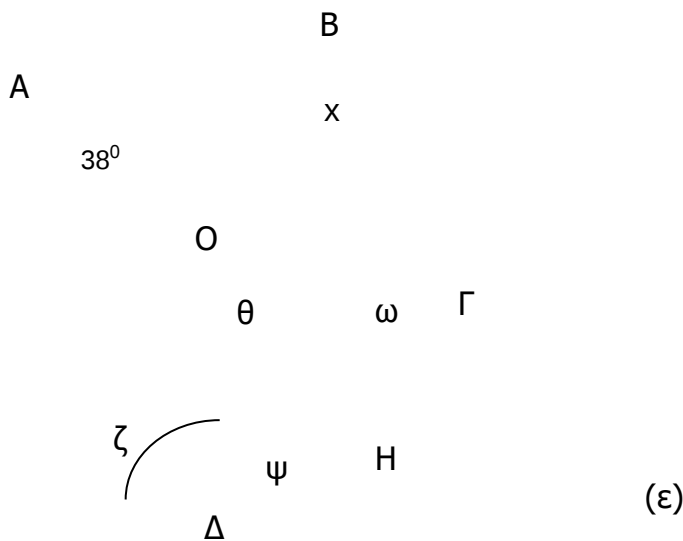
(ii) $x_1 \times x_2$

(iii) $2x_1 + 2x_2 - 7x_1 \times x_2$

(β) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\mu - 1)x + 2\mu + 3 = 0$.

Να βρείτε την τιμή του μ για την οποία η εξίσωση έχει λύσεις αντίστροφες.

B3. Στο πιο κάτω σχήμα η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου (O, R) στο σημείο Δ και η γωνία $\hat{A} = 38^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\theta, \chi, \psi, \zeta, \omega$ και το μέτρο του τόξου $\Gamma\Delta$, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

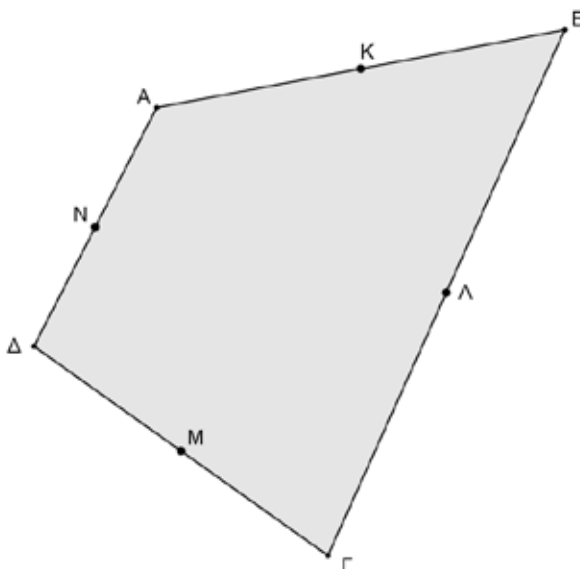


B4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με K, Λ, M και N τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma, \Gamma\Delta$ και $A\Delta$, αντίστοιχα. Αν $\vec{AB} = 3\vec{a}$, $\vec{A\Delta} = 2\vec{\beta}$ και $\vec{\Delta\Gamma} = 2\vec{\gamma}$:

(α) Να αποδείξετε ότι $\vec{B\Gamma} = -3\vec{a} + 2\vec{\beta} + 2\vec{\gamma}$. (μον. 4)

(β) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\vec{K\Lambda}$ και $\vec{NM}$ συναρτήσει των $\vec{a}, \vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$. (μον. 4)

(γ) Τι παρατηρείτε για τα $\vec{K\Lambda}$ και $\vec{NM}$; (μον. 2)

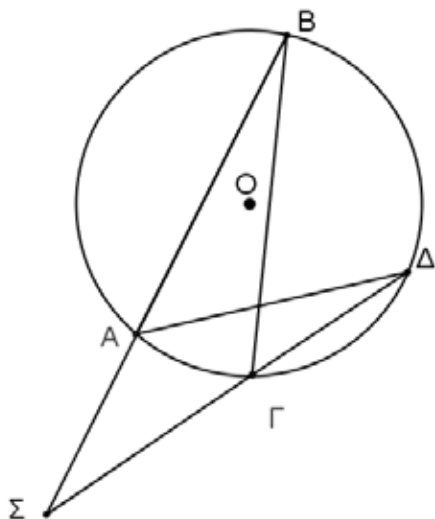


B5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) . Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρνουμε τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$.

I. Να δείξετε ότι: **(α)** Τα τρίγωνα $\Sigma A \Delta$ και $\Sigma B \Gamma$ είναι όμοια. (μον. 5)

(β) Ισχύει η σχέση $(\Sigma A)(\Sigma B) = (\Sigma \Gamma)(\Sigma \Delta)$. (μον. 2)

II. Αν $\Sigma A = 5\text{cm}$, $AB = 7\text{cm}$, $\Gamma \Delta = 4\text{cm}$ και $\Sigma \Gamma = x$, να υπολογίσετε την τιμή του x . (μον. 3)



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ Β.Δ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....
1. ΙΩΑΚΕΙΜ ΚΥΡΙΑΚΟΥ

.....
ΜΙΛΤΟΣ ΠΑΠΑΜΙΛΤΙΑΔΟΥΣ

.....
ΦΟΙΝΙΚΗ ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΟΥ

.....
2. ΧΡΙΣΤΙΝΑ ΓΙΑΝΙΤΣΑΡΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 23/5/2017

ΤΑΞΗ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ κ.κ.

ΧΡΟΝΟΣ : 2.30'

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Μόνο τα σχήματα με μολύβι)
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α'

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

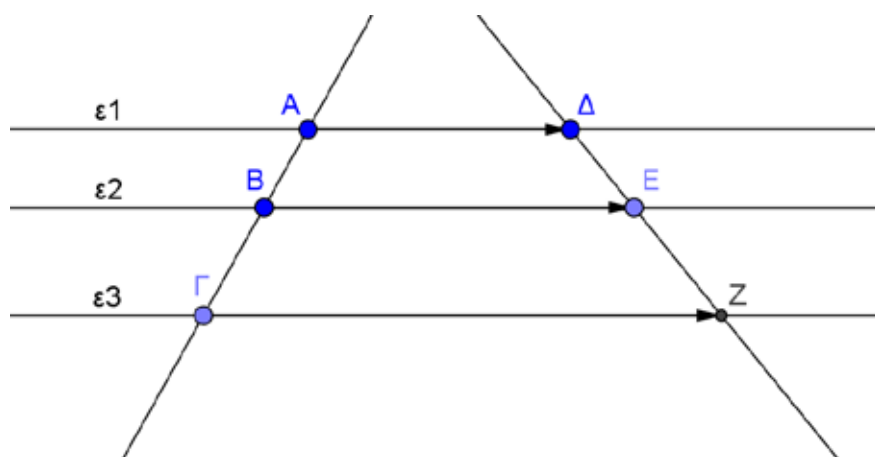
1. Δίνεται η παραβολή $f(x) = (x - 3)^2 + 1$. Να βρείτε:

- α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- β) τις συντεταγμένες της κορυφής.

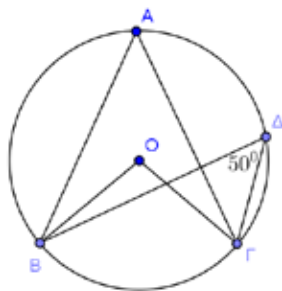
2. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\sqrt[4]{13 + \sqrt{7 + \sqrt[3]{8}}}$$

3. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Αν $AB = 2\text{cm}$, $B\Gamma = 3\text{cm}$ και $\Delta E = 4\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του EZ .



4. Δίνεται κύκλος (O, ρ) . Αν η γωνία $\hat{A} = 50^\circ$, να βρείτε το μέτρο των γωνιών $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ και $\widehat{B\hat{O}\Gamma}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2x + 5 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε την τιμή της παράστασης: $4x_1 + 4x_2 + 3x_1x_2$
6. Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .
7. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή
 α) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ β) $\frac{9}{\sqrt{7}-2}$
8. Δίνεται κύκλος (K, ρ) . Από ένα τυχαίο σημείο Σ εκτός κύκλου φέρουμε τέμνουσα ΣAB και εφαπτομένη $\Sigma \Gamma$. Αν $AB=5\text{cm}$ και $\Sigma \Gamma=6\text{cm}$, να βρείτε το ΣA .
9. Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση: $a^2x - a = 9x - 3, \forall a \in \mathbb{R}$.
10. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\eta\mu^2\theta} = \epsilon\phi\theta$

ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

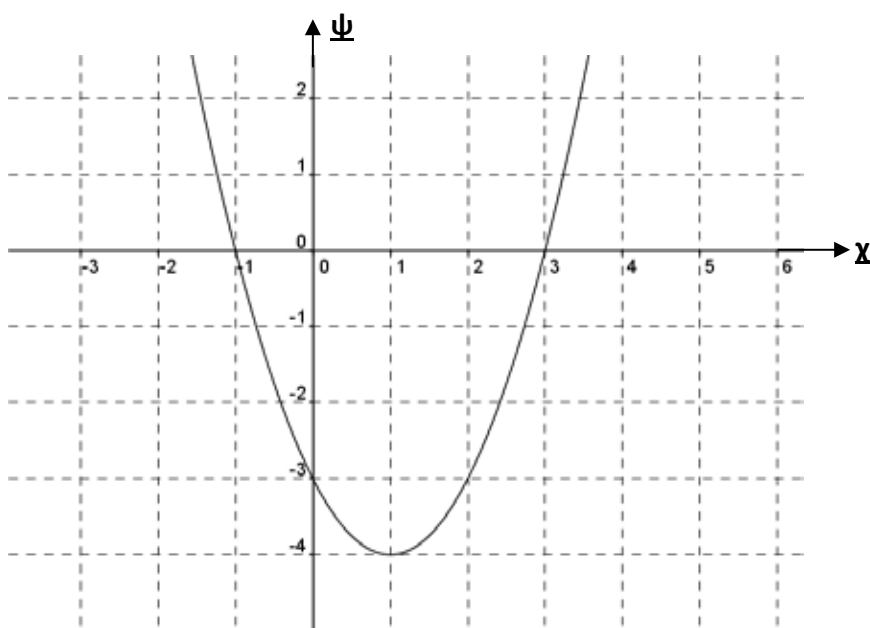
1. Δίνονται οι αριθμοί $x_1 = 3 + \sqrt{5}$ και $x_2 = 3 - \sqrt{5}$
 α) Να δείξετε ότι $x_1 + x_2 = 6$ και $x_1 \cdot x_2 = 4$
 β) Να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες x_1 και x_2 .
2. Αν $\epsilon\phi\theta = \frac{3}{4}$ και $\eta\mu\theta < 0$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{3\sigma\phi\theta - 10\eta\mu\theta}{5\sigma\upsilon\nu\theta}$$

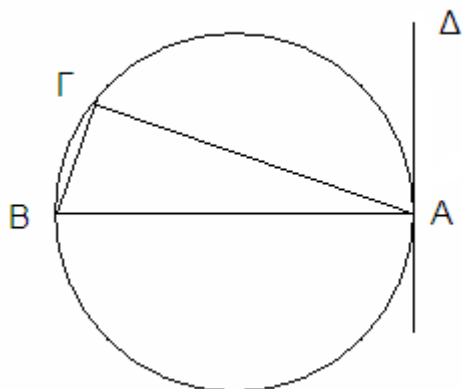
3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $\psi = f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού
- β) το πεδίο τιμών
- γ) το πρόσημο του a
- δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- ε) τις συντεταγμένες της κορυφής
- στ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- ζ) το πρόσημο του Δ
- η) την τιμή του γ
- θ) το πρόσημο των $f(2)$ και $f(5)$
- ι) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 0$



4. Στο πιο κάτω σχήμα το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι διάμετρος του κύκλου και η $A\Delta$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A . Αν το τόξο $B\Gamma = 40^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$ καθώς και τη γωνία $\Gamma A\Delta$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος $A\Delta$. Να αποδείξετε ότι:
- α) $(A\Delta)(B\Gamma) = (AB)(A\Gamma)$
 - β) $(A\Delta)^2 = (\Delta B)(\Delta\Gamma)$

ΤΕΛΟΣ



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

Μάθημα: **Μαθηματικά**

Τάξη: **Α' ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Χρόνος: **2,5 ώρες**

Ημερομηνία: **18 Μαΐου 2017**

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

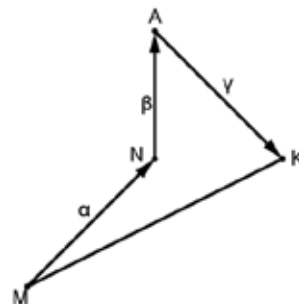
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες : $x_1 = 3$ και $x_2 = -4$.
- 2) Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή:
 - α) $\frac{6}{\sqrt{3}}$
 - β) $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$
- 3) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 6x + 9 = 0$, να υπολογίσετε (χωρίς να λύσετε την εξίσωση) τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων :
 - α) $(2x_1 + 3) \cdot (2x_2 + 3)$
 - β) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
- 4) Στο διπλανό σχήμα δίνεται το σημείο $(-3,4)$ και η αμβλεία γωνία θ να υπολογίσετε το $\eta\mu\theta$, το $\sigma\upsilon\nu\theta$ και την $\epsilon\varphi\theta$.

- 5) Από το διπλανό σχήμα να εκφράσετε συναρτήσει των $\vec{a}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ τα διανύσματα: $\overrightarrow{MA}$ και $\overrightarrow{KN}$.



- 6) Να λύσετε την ανίσωση : $x^2 - 3x - 10 \geq 0$

- 7) Να απλοποιήσετε το κλάσμα : $\frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^2 - 9}$

- 8) Στο διπλανό κύκλο (K, R) οι χορδές AB και $\Gamma\Delta$ τέμνονται στο E . Να αποδείξετε :

α) ότι τα τρίγωνα $AE\Gamma$ και $E\Delta B$ είναι όμοια και ότι

β) $(EA) \cdot (EB) = (E\Gamma) \cdot (E\Delta)$

- 9) Στο διπλανό σχήμα το τμήμα BE είναι εφαπτόμενο στον κύκλο (A, R) και το μήκος του είναι 30 m . Αν το μήκος της χορδής ΔH του κύκλου έχει μήκος 25 m , να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος HE .

10) Να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας κάθε γραφική παράσταση με το σωστό τύπο.

Γραφική Παράσταση	α	β	γ	δ	ε
Αριθμός τύπου συνάρτησης					

1) $y = -2x^2 + 3$
2) $y = -(x - 4)^2$
3) $y = x^2 - 2$
4) $y = 3x^2$
5) $y = (x + 4)^2$
6) $y = (x - 4)^2$
7) $y = -(x - 4)^2 - 1$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$
Από την γραφική παράσταση να βρείτε :
- α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της ,
 - β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας ,
 - γ) τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$,
 - δ) το πρόσημο του a και την τιμή του γ ,
 - ε) τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου και να το χαρακτηρίσετε και
 - στ) τις λύσεις της ανίσωσης $ax^2 + bx + \gamma \geq 0$.
-

2) Πιο κάτω δίνονται οι θερμοκρασίες των πρώτων 15 ημερών του μήνα Μαρτίου:

17, 14, 15, 17, 19, 18, 13, 21, 20, 19, 18, 15, 18, 18, 13.

Να βρείτε:

α) τη μέση τιμή ,

β) την επικρατούσα τιμή,

γ) τη διάμεσο τιμή και

δ) την τυπική απόκλιση των θερμοκρασιών (με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων).

3) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$$

4) Δίνεται η εξίσωση : $(\mu + 1) \cdot x^2 + (\mu + 3) \cdot x + 3 - \mu = 0$, $\mu \neq -1$

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει :

α) ρίζες αντίθετες,

β) ρίζες αντίστροφες,

γ) ρίζα τον αριθμό -3 και

δ) ρίζες μη πραγματικές.

5) Στο σχήμα η ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου

(K, R) στο B , AB διάμετρος και AD διχοτόμος της

γωνίας BAG . Να αποδείξετε ότι :

α) τα τόξα BM και GM είναι ίσα,

β) τα τρίγωνα AGD και EAB είναι όμοια και

γ) $(AG) \cdot (BE) = (GD) \cdot (AB)$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

Η Διευθύντρια

Δέσποινα Παπαγιάννη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2017

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2017

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από (4) σελίδες.
- Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

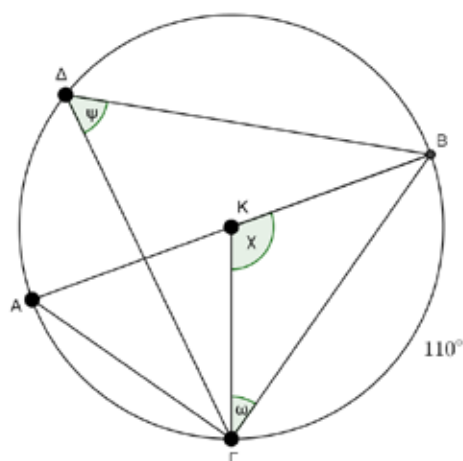
- Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $\chi_1 = 4$ και $\chi_2 = 7$.

2. Να λύσετε την ανίσωση $\chi^2 - 7\chi + 12 \geq 0$.

3. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\varepsilon\varphi\chi \cdot \sigma\varphi\chi - \eta\mu^2\chi}{\eta\mu^2\chi} = \sigma\varphi^2\chi$

4. Στο διπλανό σχήμα το τόξο $B\Gamma = 110^\circ$ και η AB είναι διάμετρος του κύκλου.
Να υπολογίσετε τις γωνίες χ, ψ, ω , ΑΓΚ
δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



5. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$$A = \sqrt[4]{14 + \sqrt[3]{8}}$$

$$B = \sqrt{80} \cdot \sqrt{3} \div \sqrt{15}$$

6. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $(\lambda^2 - 4)\chi = 2\lambda + 4$ είναι αδύνατη.

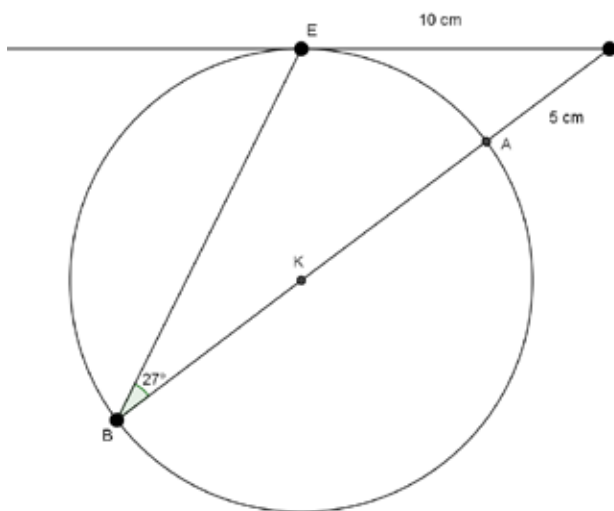
7. Αν η εξίσωση $2\chi^2 - 8\chi + 5 = 0$ έχει ρίζες χ_1, χ_2 , χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε

τις παραστάσεις: i) $\chi_1 + \chi_2$ ii) $\frac{2\chi_1}{\chi_2} + \frac{2\chi_2}{\chi_1}$.

8. Στο διπλανό σχήμα η ΣΕ είναι εφαπτόμενη του κύκλου και ΣΑΒ τέμνουσα που περνά από το κέντρο του κύκλου.

α) Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου

β) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A\hat{E}\hat{\Sigma}}$



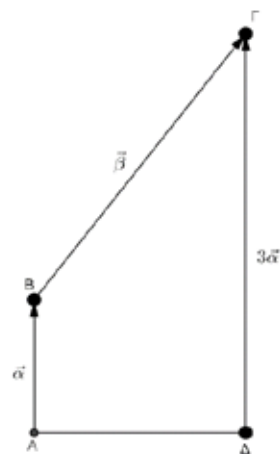
9. Να κυκλώσετε τον χαρακτηρισμό που ισχύει για τις πιο κάτω προτάσεις .

α) Η εξίσωση $\chi^6 + 64 = 0$ έχει λύση τη $\chi = -2$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β) Η παραβολή $\psi = -3\chi^2 + 6\chi + 1$ παίρνει μέγιστη τιμή $\psi = 4$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ) $\frac{\eta\mu 40^\circ}{\sigma\upsilon\nu 50^\circ} = 1$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ) $\frac{4}{\sqrt{5}-2} = 2(\sqrt{5} + 2)$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ε) Ο τριγωνομετρικός αριθμός $\varepsilon\varphi(-120^\circ)$ είναι αρνητικός	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

10. α) Τι είναι μεταξύ τους τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$;

β) Να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{AD}$ συναρτήσει

των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.



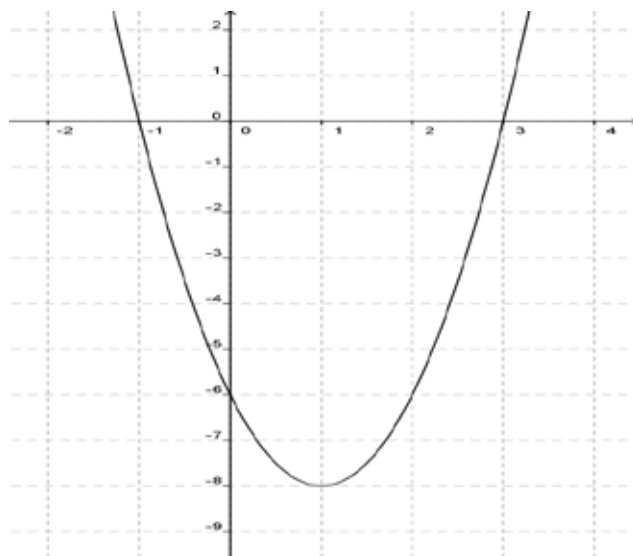
ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (10) μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα:

- το πρόσημο του a (αιτιολογείστε)
- το σύνολο τιμών της $f(x)$
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- την τιμή του γ



2.α) Αν χ_1, χ_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $\chi^2 - (\lambda - 1)\chi + \lambda - 3 = 0$, να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση:

- έχει ρίζες αντίθετες
- ρίζες αντίστροφες
- έχει μια ρίζα $\chi = 3$

β) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi - \psi = 5 \\ \chi^2 + \psi^2 = 13 \end{cases}$$

3.Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ώρες μελέτης των παιδιών μιας Α΄ Λυκείου για ένα διαγώνισμα στο μάθημα των Μαθηματικών.

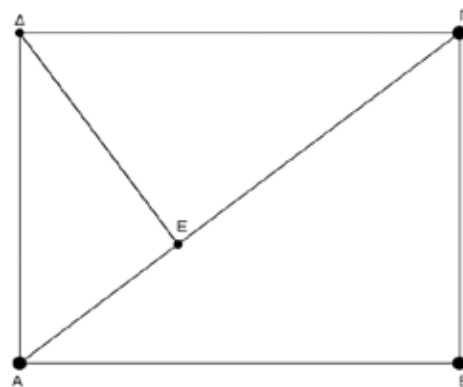
Ώρες μελέτης (x_i)	0	1	2	3	4	5
Παιδιά (f_i)	3	8	6	4	2	2

- α) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή των ωρών μελέτης
- β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή
- γ) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των ωρών μελέτης
- δ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας.

4.Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο

και η ΔE κάθετη στην $ΑΓ$.

- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta E\Gamma$ είναι όμοια
- β) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση $(AB) \cdot (E\Delta) = (\Gamma E) \cdot (B\Gamma)$
- γ) Αν $AB = 8\text{ cm}$ και $AD = 6\text{ cm}$, να δείξετε ότι $\Delta E = \frac{24}{5}$.



5.α) Αν $\sin\theta = \frac{3}{5}$ και $270^\circ < \hat{\theta} < 360^\circ$, με τη χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 6\epsilon\varphi(180^\circ - \theta) + 5\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta)$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt[3]{5x-1} = 4$.

Ο Διευθυντής

Ματσικάρης Ανδρέας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου Κοινού Κορμού (3-ωρο)

ΩΡΑ: 7:45-10:15

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Πέμπτη 18/ 5 /2017

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Να γράψετε με μπλε μελάνι. (Μόνο τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
- 2) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 3) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- 4) Τα σχήματα των ασκήσεων μεταφέρονται στα φύλλα των λύσεών σας.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α΄:** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Χρησιμοποιώντας το πιο κάτω σχήμα, να υπολογίσετε τα πιο κάτω αθροίσματα:

$$\alpha) \overset{\text{uuu}}{AB} + \overset{\text{uuu}}{BG} =$$

$$\beta) \overset{\text{uuu}}{AB} + \overset{\text{uuu}}{BG} + \overset{\text{uuu}}{GD} =$$

$$\gamma) \overset{\text{uuu}}{AD} - \overset{\text{uuu}}{ED} =$$

$$\delta) \overset{\text{uuu}}{BG} - \overset{\text{uuu}}{DG} + \overset{\text{uuu}}{DE} =$$

- 2) Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει λύσεις $x_1 = 5 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 5 - \sqrt{3}$.

3) Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

α) $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{25} =$

β) $\frac{21}{\sqrt{7}} =$

4) Αν $hmq = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < q < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = \frac{26hmq - 12\epsilon q}{13sunq + 7}.$$

5) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (K, R) και

τα σημεία του A, B, Γ, Δ . Η ευθεία (ϵ) είναι η

εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ . Αν η

γωνία $\hat{AKG} = 110^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες

χ, ψ και ω και το τόξο $\widehat{AD\Gamma}$, αιτιολογώντας τις

απαντήσεις σας.

6) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 2x - 15 \leq 0$.

7) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Από σημείο Σ

εκτός του κύκλου φέρνουμε την τέμνουσα ΣAB και την

εφαπτομένη $\Sigma\Gamma$. Αν $\Sigma\Gamma = 4 \text{ cm}$, $AB = 6 \text{ cm}$ και

$\Sigma A = x \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου

τμήματος ΣB .

8) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 5x + 1 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

α) $3x_1 - 12x_1x_2 + 3x_2$ (μονάδες 1,5)

β) $\frac{4}{x_1} + \frac{4}{x_2}$ (μονάδες 1,5)

γ) $x_1^3x_2 + x_1x_2^3$ (μονάδες 2)

9) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $k^2x - k = k^2 + 9x - 6$ για τις διάφορες τιμές του $k \in R$.

10) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - \psi = 4 \\ x^2 + \psi^2 = 10 \end{cases}$$

ΜΕΡΟΣ Β΄ **Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους Β΄.**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Σε ένα τμήμα με 11 μαθητές οι τελικοί βαθμοί που πήραν στα Μαθηματικά για το Β΄ τετράμηνο είναι: 11, 13, 15, 20, 17, 15, 11, 17, 15, 18, 13.

Να υπολογίσετε:

- α) τη μέση τιμή $\bar{x}$ των παρατηρήσεων
- β) τη διάμεσο τιμή x_d των παρατηρήσεων
- γ) την επικρατούσα τιμή x_e των παρατηρήσεων
- δ) το εύρος R των παρατηρήσεων
- ε) την τυπική απόκλιση s των παρατηρήσεων.

2) Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2\lambda + 8)x + \lambda + 3 = 0$ με πραγματικές λύσεις x_1 και x_2 .

Να βρείτε στην κάθε περίπτωση τις τιμές του $\lambda \in R$ ώστε:

- α) η εξίσωση να έχει λύσεις αντίστροφες (μονάδες 3)
- β) η εξίσωση να έχει λύση τον αριθμό -3 (μονάδες 4)
- γ) η παραβολή $f(x) = x^2 + (2\lambda + 8)x + \lambda + 3$ να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 2$ (μονάδες 3)

3) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και τα σημεία του A, B, Γ και Δ . Η ευθεία (e) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B και τα σημεία B, K, Γ είναι συνευθειακά. Αν $\widehat{ZBA} = 2x + 4^\circ$ και $\widehat{A\Delta\Gamma} = 26^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$ και την τιμή του x , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- 4) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + g, a \neq 0.$$

Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$

(μον. 1)

- β) το σύνολο τιμών της $f(x)$

(μον. 1)

- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(μον. 1)

- δ) το πρόσημο της Διακρίνουσας Δ

(μον. 1)

- ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$

(μον. 2)

- στ) την τιμή του g

(μον. 1)

- ζ) την εξίσωση της παραβολής

(μον. 3)

- 5) Δίνεται κύκλος (K, R) και η διάμετρος του AB .

Πάνω στην προέκταση της διαμέτρου AB προς το μέρος του B παίρνουμε τυχαίο σημείο Γ . Από το Γ φέρουμε την εφαπτομένη $\Gamma\Delta$ του κύκλου, όπου Δ είναι το σημείο επαφής. Στη συνέχεια από το Γ φέρουμε ευθεία ΓE κάθετη στην προέκταση της AD . Να δείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα ΔDB και ΔGE είναι όμοια (μον. 3)

- β) $(AD) \cdot (A\Gamma) = 2R \cdot (AE)$ (μον. 4)

- γ) $(\Gamma\Delta)^2 = (\Gamma B) \cdot (\Gamma A)$ (μον. 3)

Η Διευθύντρια

Δρ. Αντωνία Λοΐζου



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου (3 ωρο)

Ημερομηνία: 15/5/2017

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

Ωρα: 07:45 – 10:15

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____

ΤΜΗΜΑ: _____

ΒΑΘΜΟΣ:

Αριθμητικά: _____

Ολογράφως: _____

Υπογραφή: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 2) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω αριθμητικές παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{1}{\sqrt{3}} =$

(β) $\frac{4}{\sqrt{5}-1} =$

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε:

(α) τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$ και

(β) το μέτρο του διανύσματος $\vec{\gamma}$.

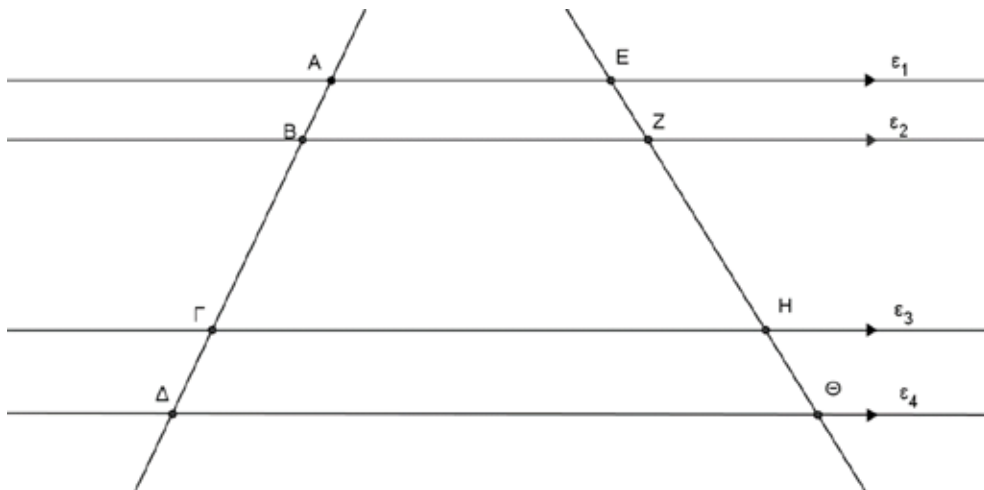
3. (α) Να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας 120° .

(β) Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ αν $\eta\mu\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$.

4. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$.

Αν $AB=2\text{cm}$, $B\Gamma=10\text{cm}$, $A\Delta=16\text{cm}$ και $EZ=3\text{cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $Z\text{H}$ και $Z\Theta$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

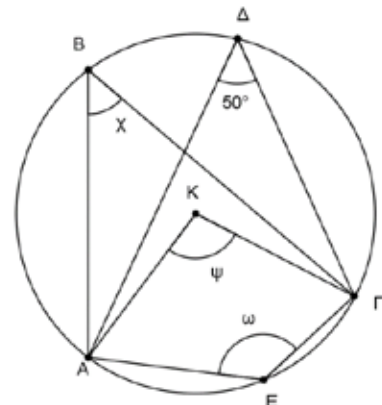


5. Να λύσετε την ανίσωση: $2\chi^2 - 3\chi - 2 < 0$

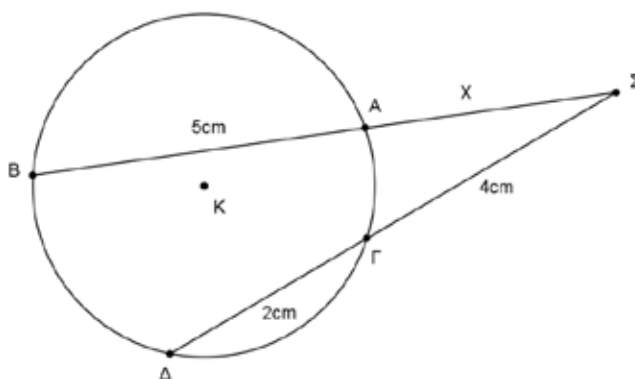
6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K,R).

Αν $\widehat{A\Delta\Gamma} = 50^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ και ω .

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



7. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + 4\chi - 2 = 0$, η οποία έχει λύσεις τους αριθμούς χ_1, χ_2 . Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $5\chi_1 - 3\chi_1\chi_2 + 5\chi_2$, **χωρίς** να λύσετε την εξίσωση.
8. Για ποια τιμή του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $\lambda^2(\chi - 1) = 3(3\chi + \lambda)$ είναι ταυτότητα.
9. Από σημείο Σ εκτός κύκλου (K, R) φέρουμε τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$. Αν $\Sigma A = \chi$ cm, $AB = 5$ cm, $\Sigma \Gamma = 4$ cm και $\Gamma \Delta = 2$ cm, να υπολογίσετε το μήκος του ΣA .



10. Αν $\eta\mu\omega = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω .

Μέρος Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ο πιο κάτω πίνακας κατανομής συχνοτήτων παρουσιάζει τις υπερωρίες(σε ώρες) των 25 εργαζομένων ενός εργοστασίου κατά την διάρκεια μιας εβδομάδας.

Υπερωρίες (x_i)	0	1	2	3	4	5
Εργαζόμενοι (f_i)	3	8	6	4	2	2

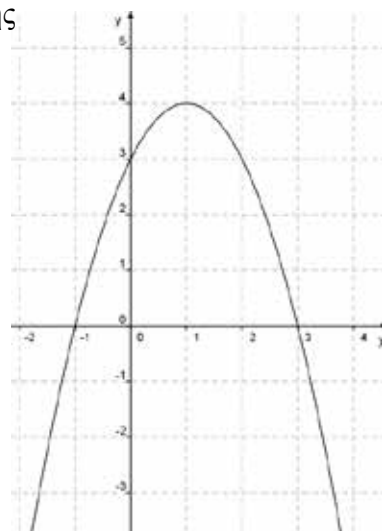
Να υπολογίσετε:

- (α) την επικρατούσα τιμή (x_ϵ),
 (β) τη μέση τιμή ($\bar{x}$),
 (γ) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων και
 (δ) τον συντελεστή μεταβλητότητας (CV) .

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$.

Από την γραφική παράσταση να βρείτε:

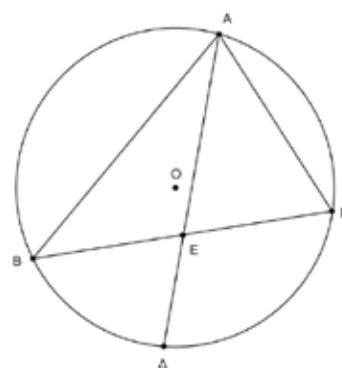
- (α) το πρόσημο του a ,
- (β) την τιμή του c ,
- (γ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ ,
- (δ) το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
- (ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- (στ) το μέγιστο ή ελάχιστο της καμπύλης,
- (ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$,
- (η) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $ax^2 + bx + c \geq 0$.



3. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με κέντρο O και Δ είναι το μέσο του τόξου $B\Gamma$.

- (α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια και
- (β) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση $(AB) \cdot (A\Gamma) = (A\Delta) \cdot (AE)$.

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 3)x + 2\lambda - 1 = 0$, η οποία έχει λύσεις τους αριθμούς x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, έτσι ώστε η εξίσωση να έχει:

- (α) λύση τον αριθμό -1 ,
- (β) λύσεις αντίθετες,
- (γ) λύσεις αντίστροφες,
- (δ) λύσεις που να έχουν άθροισμα 10.

5. Δίνεται κύκλος με κέντρο το K και η ευθεία $\Gamma\Delta$ εφαπτομένη του κύκλου στο Γ .

Αν η γωνία $\angle A\Gamma E = 65^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο του τόξου $\widehat{A\Theta\Gamma}$ και τις γωνίες $\angle B\hat{A}\Gamma$ και $\angle B\hat{\Delta}\Gamma$.

