

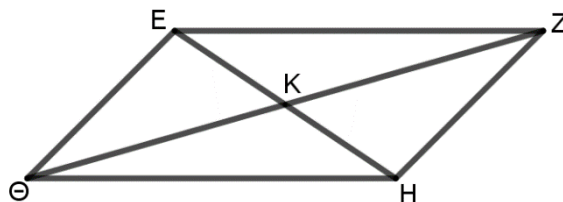
ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο ΕΖΗΘ και Κ το σημείο τομής των διαγωνίων του ΕΗ και ΖΘ. Να χαρακτηρίσετε «ΣΩΣΤΟ» ή «ΛΑΘΟΣ» τις πιο κάτω ισότητες.

ΙΣΟΤΗΤΕΣ	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
α) $\overrightarrow{ΕΖ} = -\overrightarrow{ΗΘ}$	
β) $\overrightarrow{ΘΖ} = 2\overrightarrow{ΚΖ}$	
γ) $ \overrightarrow{ΖΗ} = \overrightarrow{ΘΕ} $	
δ) $\overrightarrow{ΚΗ} + \overrightarrow{ΘΚ} = \overrightarrow{ΗΘ}$	



ΑΣΚΗΣΗ 2:

Να λύσετε την ανίσωση: $3x(x+4) \leq 0$

ΑΣΚΗΣΗ 3:

Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $x^4 - 16 = 0$

β) $x^{\frac{2}{3}} - 1 = 8$

ΑΣΚΗΣΗ 4:

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - \psi = 3 \\ x\psi = 28 \end{cases}$$

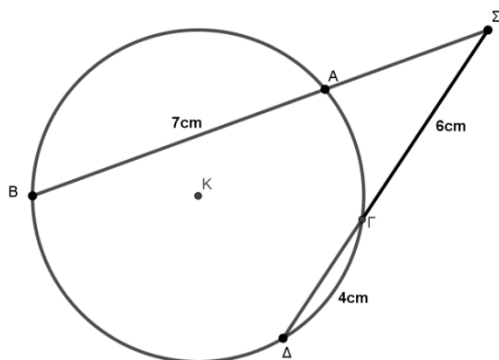
ΑΣΚΗΣΗ 5:

Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό απουσιών 20 μαθητών ενός τμήματος Α΄ Λυκείου, οι οποίοι απουσίασαν τον προηγούμενο μήνα. Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

Αριθμός απουσιών x_i	Αριθμός μαθητών f_i
0	4
1	4
2	3
3	6
4	3
ΣΥΝΟΛΟ	20

ΑΣΚΗΣΗ 6:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (Κ, R) με ΣΑΒ και ΣΓΔ τέμνουσες του κύκλου. Αν (ΑΒ) = 7cm, (ΣΓ) = 6cm και (ΔΓ) = 4cm, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΣΒ.



ΑΣΚΗΣΗ 7:

Αν $\sin \omega = -\frac{6}{10}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{6\epsilon\phi\omega}{8\sigma\phi\omega - 20\eta\mu\omega} \quad (\text{Να χρησιμοποιήσετε τριγωνομετρικές ταυτότητες.})$$

ΑΣΚΗΣΗ 8:

α) Αν x_1 και x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 + 5x - 3 = 0$, να υπολογίσετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, την τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$B = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{4x^2 - 1}{2x^2 + 5x - 3} =$$

ΑΣΚΗΣΗ 9:

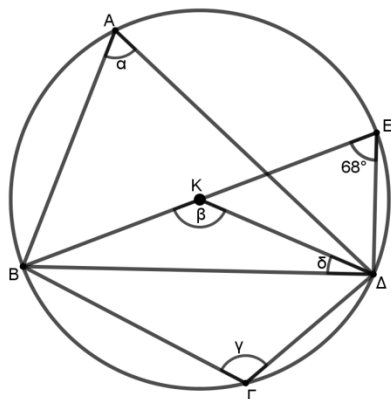
Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις: (Να φαίνονται όλα τα βήματα που θα ακολουθήσετε.)

α) $\sqrt{11\alpha^2} - \sqrt[3]{8\alpha^6}$, $\alpha \geq 0$

β) $\frac{x - \psi}{\sqrt{x} - \sqrt{\psi}}$, $x > 0$, $\psi > 0$, $x \neq \psi$

ΑΣΚΗΣΗ 10:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Αν η γωνία $\widehat{BED} = 68^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών α , β , γ , δ και το μέτρο του τόξου $\widehat{AEB}$.
(Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας.)

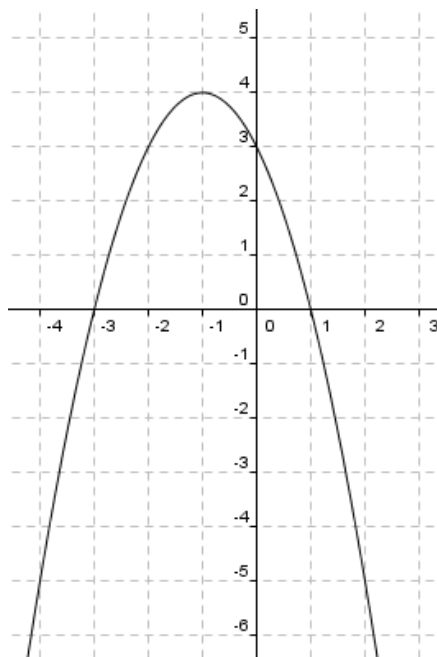


ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

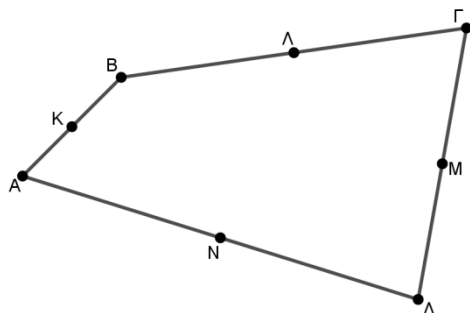
Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:



- (α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης f
- (β) το πρόσημο του a και το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- (γ) το μέγιστο σημείο της παραβολής
- (δ) την τιμή της παράστασης $\frac{\gamma - 2\beta}{\alpha}$
- (ε) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \leq 0$

ΑΣΚΗΣΗ 2:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με Κ, Λ, Μ, Ν τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΔΑ αντίστοιχα. Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{MG} = \vec{\gamma}$, να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$. (Να δείξετε όλες τις πράξεις σας.)



i) $\overrightarrow{AD} =$

ii) $\overrightarrow{AK} =$

iii) $\overrightarrow{MK} - \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AD} =$

iv) $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MD} =$

ΑΣΚΗΣΗ 3:

Αν x_1 και x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $-x^2 + (\lambda + 1)x - \lambda = 0$, να υπολογίσετε τις τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει λύσεις:

α) αντίθετες

(μον. 4)

β) πραγματικές και άνισες.

(μον. 6)

ΑΣΚΗΣΗ 4:

α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\left[\frac{1 - (\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)^2}{2\eta\mu^2\theta} \right] \cdot \epsilon\phi\theta = -1$

β) Αν x_1 και x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $x^2 + 2\eta\mu\theta \cdot x + 1 - \sigma\upsilon\nu^2\theta = 0$, να δείξετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, ότι:

(i) η εξίσωση έχει λύσεις πραγματικές και ίσες

(ii) ισχύει η σχέση: $x_1^2 + x_2^2 = 2\eta\mu^2\theta$

ΑΣΚΗΣΗ 5:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και η ευθεία ε_1 είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B.

α) Αν AD είναι η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{BAG}$, να δείξετε ότι:

(i) $\widehat{GBE} = 2\widehat{DAG}$

(μον. 2)

(ii) τα τρίγωνα AGD και EBA είναι όμοια

(μον. 3)

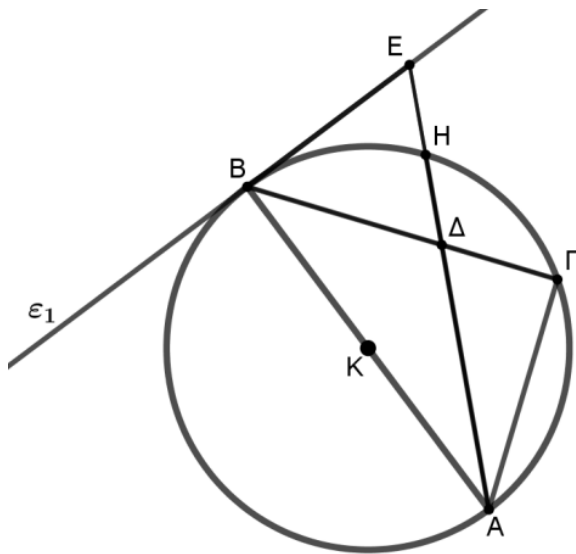
(iii) $(\Gamma D) \cdot (AE) = (AD) \cdot (BE)$

(μον. 2)

β) Αν $(EH) = x$ cm, $(EB) = 2x$ cm και $(HA) = 9$ cm, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος EA .

(μον. 3)

(Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας.)



ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε 5 μονάδες.

- (1) Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + 2\chi + 5 = 0$ με ρίζες χ_1, χ_2 . Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

(α) $\chi_1 + \chi_2$

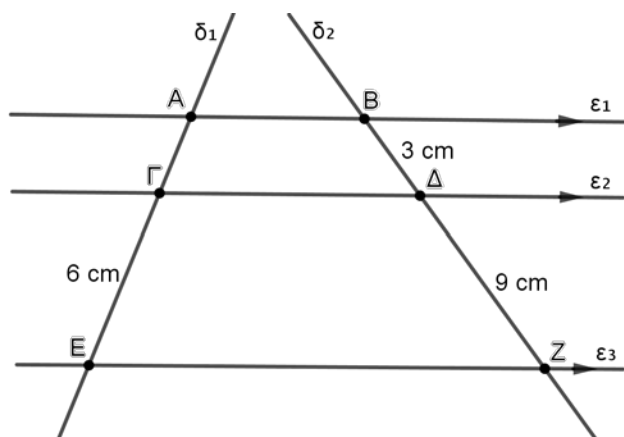
(β) $\chi_1 \cdot \chi_2$

- (2) Να βρείτε για κάθε περίπτωση ξεχωριστά, σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν αυτή είναι σε κανονική θέση και ισχύει:

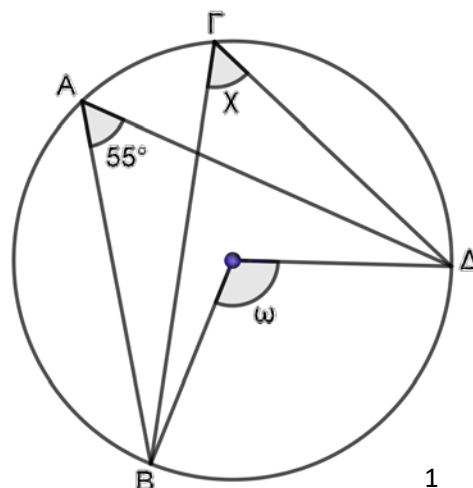
(α) $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$

(β) $\eta\mu\theta < 0$ και $\epsilon\phi\theta > 0$

- (3) Στο σχήμα δίνεται ότι $BD = 3\text{ cm}$, $GE = 6\text{ cm}$, $DZ = 9\text{ cm}$ και $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2 \parallel \epsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΑΓ.



- (4) Δίνεται κύκλος (Κ, R) και γωνία $B\hat{A}D = 55^\circ$. Να υπολογίσετε τις τιμές των χ και ω , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

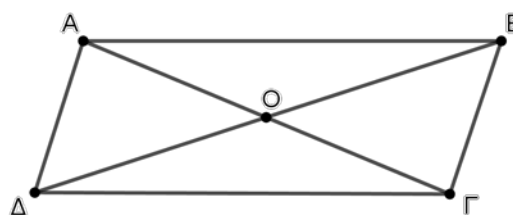


- (5) Στο διπλανό σχήμα δίνεται

παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ.

Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ

τις πιο κάτω προτάσεις.



(α)	$\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD}$
(β)	$\vec{AB} - \vec{GB} = \vec{GA}$
(γ)	$\vec{AD} = \vec{BG}$
(δ)	$\vec{AO} = -\vec{OG}$

- (6) Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} + \sqrt{27 - \sqrt[4]{16}}$$

Να φαίνονται όλες οι πράξεις.

- (7) Σε ένα Πανεπιστήμιο του εξωτερικού, για τον τελικό βαθμό ενός φοιτητή στο μάθημα των Μαθηματικών, συνυπολογίζονται ο βαθμός των εβδομαδιαίων εργασιών, ο βαθμός της ενδιάμεσης εξέτασης και ο βαθμός της τελικής εξέτασης με βαρύτητα 20% , 30% και 50% αντίστοιχα. Ποιός θα είναι ο σταθμισμένος μέσος όρος της βαθμολογίας ενός Κύπριου φοιτητή με βαθμό εβδομαδιαίων εργασιών 17, βαθμό στην ενδιάμεση εξέταση 16 και βαθμό στην τελική εξέταση 19;

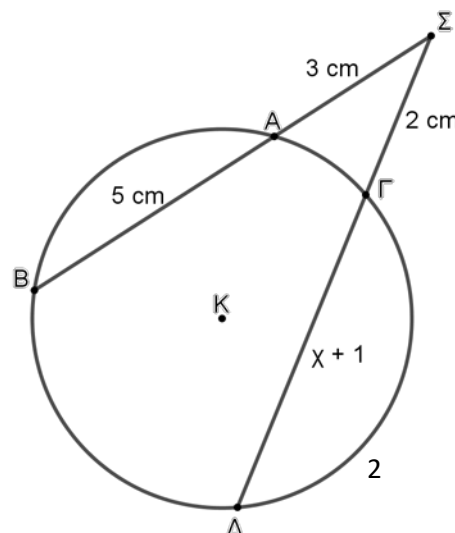
- (8) Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό

Παρονομαστή (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής) :

(α) $\frac{2}{\sqrt{6}}$

(β) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

- (9) Στο σχήμα δίνεται ο κύκλος (Κ, R). Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρουμε τις τέμνουσες ΣΑΒ και ΣΓΔ . Αν επιπλέον ΣΑ = 3 cm, ΣΓ = 2 cm, ΑΒ = 5 cm και ΓΔ = χ + 1 να υπολογίσετε την τιμή του χ και το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΓΔ.



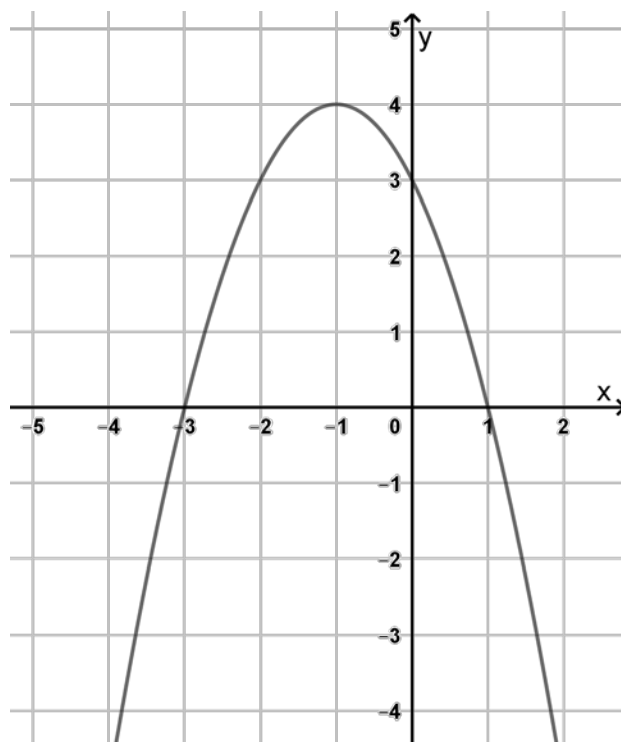
(10) Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2 + 11x - 4 \geq 0$.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα 10 μονάδες.

(1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.
Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)$
- (β) το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x)$
- (γ) το πρόσημο του a
- (δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- (ε) την τιμή του γ
- (στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της
- (ζ) τις συντεταγμένες της κορυφής
- (η) να αναφέρετε αν παρουσιάζει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή
- (θ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (ι) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) > 0$

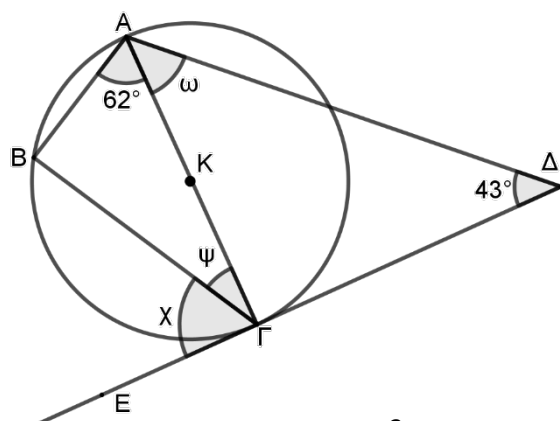


(2) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 4)x + \lambda + 4 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση:

- (α) έχει λύση τον αριθμό 3
- (β) έχει λύσεις αντίθετες
- (γ) έχει λύσεις αντίστροφες

(3) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) , $ΑΓ$ διάμετρος του κύκλου και $ΔΕ$ εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο $Γ$. Αν $\widehat{ΑΔΓ} = 43^\circ$ και $\widehat{ΒΑΓ} = 62^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών χ , ψ και ω , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



(4) (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\eta\mu\theta - \sigma\upsilon\nu\theta) \cdot (\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta) = 2\eta\mu^2\theta - 1$

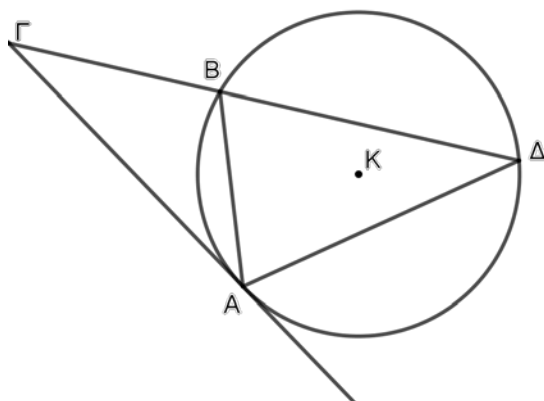
(β) Αν $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της

παράστασης με

τη χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων:

$$A = \frac{26\sigma\upsilon\nu\theta + 13\eta\mu\theta}{5\epsilon\phi\theta - 24\sigma\phi\theta}$$

(5) Δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο Γ εκτός του κύκλου. Από το Γ φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα ΓΑ και τέμνουσα ΓΒΔ.



(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle A\Gamma B$ και $\triangle A\Gamma \Delta$ είναι όμοια

(β) Να δείξετε ότι $(A\Gamma)(\Delta A) = (\Delta\Gamma)(AB)$

(γ) Αν $A\Gamma = 6 \text{ cm}$, $\Gamma B = \chi \text{ cm}$, $B\Delta = 9 \text{ cm}$, να υπολογίσετε την τιμή του χ

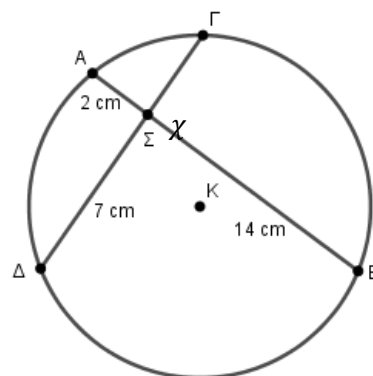
ΘΕΜΑ 1:

$$\beta) 2\chi_1 \cdot \chi_2 =$$

α) $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$ β) $\varepsilon\phi\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$

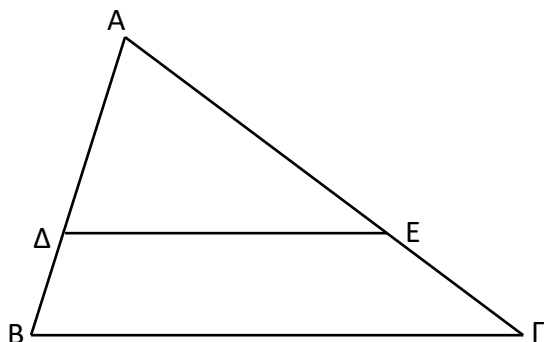
Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 2x - 15 \geq 0$

Να υπολογίσετε την τιμή του χ στο διπλανό σχήμα:


$$\beta) (3\chi - 1)^{2/3} = 4, \chi \geq \frac{1}{3}$$

ΘΕΜΑ 7:

Στο πιο κάτω σχήμα $B\Gamma \parallel \Delta E$. Αν $AD = 3\text{ cm}$, $AE = 4\text{ cm}$ και $E\Gamma = 2\text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του $B\Delta$ και του AB .

**ΘΕΜΑ 8:**

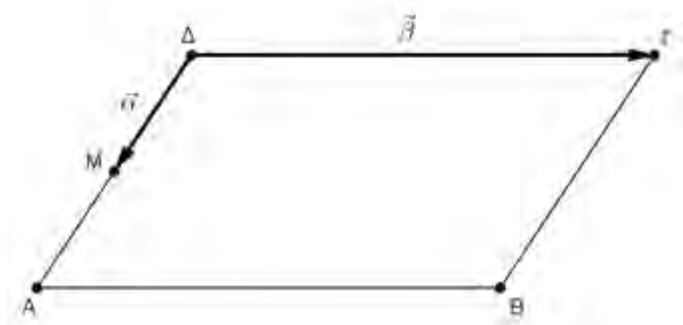
Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι βαθμοί 10 φοιτητών στο Α΄ τετράμηνο στο μάθημα της ψυχολογίας.

- α) Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = 7$.
 β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

Βαθμός	Αριθμός Μαθητών
2	2
6	1
7	1
8	3
9	1
10	2

ΘΕΜΑ 9:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$, όπου το σημείο M είναι το μέσο του $A\Delta$, $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{b}$. Να γράψετε τα διανύσματα $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{M\Gamma}$ συναρτήσει των $\vec{a}$ και $\vec{b}$.



ΘΕΜΑ 10:

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 3)x + \lambda - 1 = 0$. Να υπολογίσετε την τιμή του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) ρίζες αντίθετες
- β) ρίζες αντίστροφες
- γ) ρίζα τον αριθμό -1
- δ) άθροισμα ριζών ίσο με 10

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τα 5 θέματα.

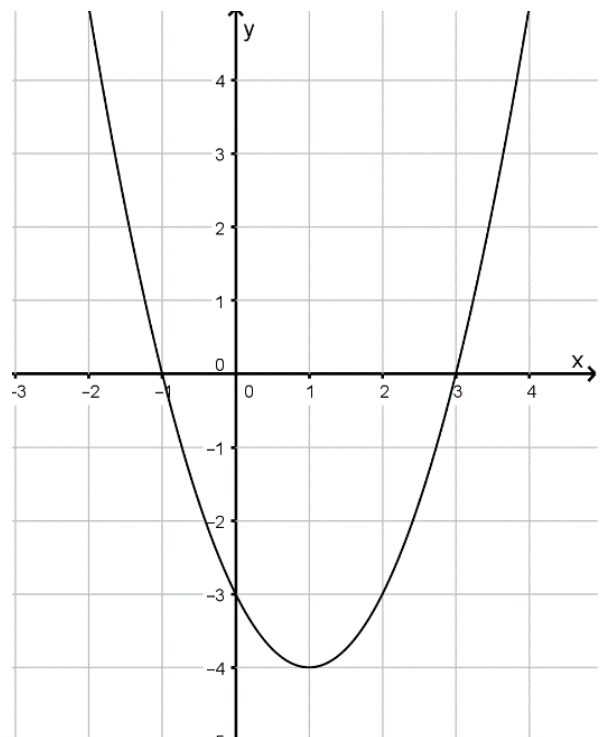
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1:

Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

- α) (i) το πεδίο ορισμού της f .
(ii) το σύνολο τιμών της f .
- β) (i) το πρόσημο του a .
(ii) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .
- γ) (i) τον άξονα συμμετρίας
(ii) τις συντεταγμένες της κορυφής
- δ) (i) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$
(ii) τις λύσεις της ανίσωσης $ax^2 + bx + c \leq 0$
- ε) (i) την τιμή του c
(ii) τις τιμές των a και b



ΘΕΜΑ 2:

Δίνεται εξίσωση δεύτερου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $\chi_1 = 2 + \sqrt{3}$ και $\chi_2 = 2 - \sqrt{3}$.

α) Να δείξετε ότι:

$$(i) \frac{\chi_1 \chi_2}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(ii) 2\chi_1 + 3\chi_1\chi_2 + 2\chi_2 = 11$$

β) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις τις χ_1, χ_2 .

ΘΕΜΑ 3:

α) Αν $\sin \theta = -\frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ με τη χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

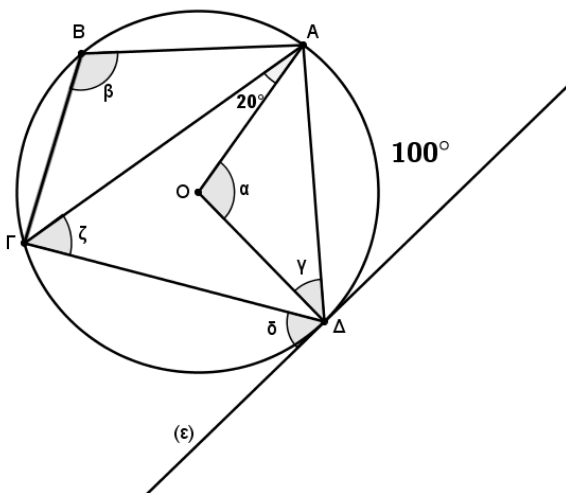
$$A = \frac{26 \cdot \eta \mu \theta - 15 \cdot \epsilon \varphi \theta}{12 \sigma \varphi \theta}$$

β) Να αποδείξετε την πιο κάτω τριγωνομετρική ταυτότητα:

$$\frac{(\eta \mu \chi + \sigma \nu \chi)^2 - 1}{\sigma \varphi \chi - \eta \mu \chi \sigma \nu \chi} = 2 \epsilon \varphi^2 \chi$$

ΘΕΜΑ 4:

Στο πιο κάτω σχήμα τα σημεία A, B, Γ και Δ ανήκουν στον κύκλο με κέντρο O , η ευθεία (ϵ) είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Δ και η $O\Delta$ ακτίνα του. Αν το τόξο $A\Delta = 100^\circ$ και η γωνιά $OAG = 20^\circ$, να βρείτε τις γωνιές $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \zeta$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

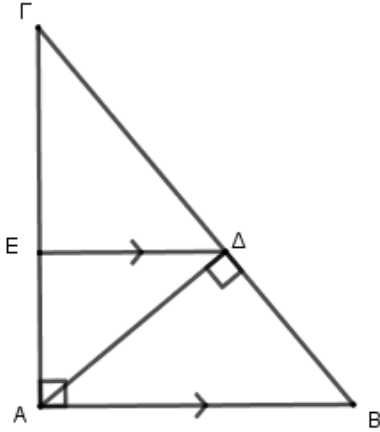


ΘΕΜΑ 5:

Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$), με ύψος AD και DE παράλληλη στην AB .

α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $AB\Delta$ είναι όμοια.

β) Να δείξετε ότι: $(AD)^2 = (ED)(AB)$.



Μέρος Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 6x + 3 = 0$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση να βρείτε το άθροισμα S και το γινόμενο P των λύσεων της.

A2. Να βρείτε τη θέση των κύκλων $(K, 5cm)$ και $(\Lambda, 4cm)$ αν η διάκεντρος $K\Lambda = 9cm$.

A3. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $A = \sqrt{13 + \sqrt{11 - \sqrt{4}}}$

β) $B = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{32} - \sqrt{18})$

A4. Ένας φοιτητής πήρε σε 6 διαφορετικά μαθήματα για το δεύτερο εξάμηνο τους βαθμούς: 7, 10, 6, 8, 5, 7. Οι συντελεστές βαρύτητας για το κάθε μάθημα είναι 1, 2, 1, 3, 2, 1 αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το σταθμισμένο μέσος όρος της βαθμολογίας του.

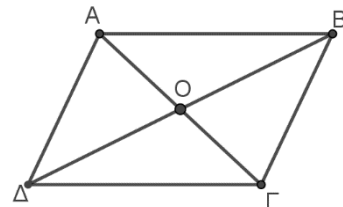
A5. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x - 10 \geq 0$.

A6. Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Να γράψετε:

α) Ένα διάνυσμα ίσο με το $\overrightarrow{A\Delta}$

β) Ένα διάνυσμα αντίθετο του $\overrightarrow{AB}$

γ) Ένα διάνυσμα διπλάσιο του $\overrightarrow{AO}$



A7. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω σχέσεις :

α) Η τελική πλευρά της γωνιάς -50° σε κανονική θέση βρίσκεται στο 3° τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β) Αν η τελική πλευρά μιας γωνιάς θ τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο $A(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ τότε το $\eta\mu\theta = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ) Αν $180^\circ < \theta < 270^\circ$, τότε $\eta\mu\theta > 0$.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ) $\varepsilon\varphi(180^\circ - \omega) = -\varepsilon\varphi\omega$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ε) $\eta\mu^2 50^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 50^\circ = 50$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

A8. Δίνεται ο κύκλος (O, R) . Η AB είναι εφαπτομένη

του κύκλου και η AG τέμνουσα του κύκλου.

Αν $AB = 6\text{cm}$ και $AG = 5\text{cm}$,

να υπολογίσετε το μήκος του AG .

A9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma}$

β) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{DA}$

γ) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DB}$

δ) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AG}$

A10. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 + y = 4 \end{cases}$$

Μέρος Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση, να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης ,

β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,

γ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής,

δ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$,

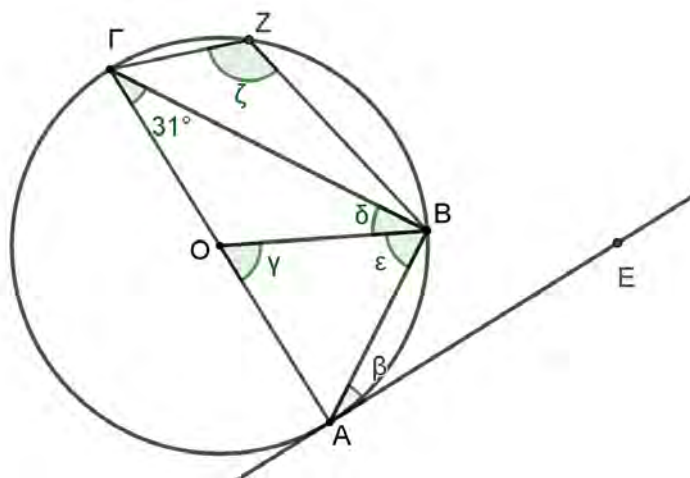
ε) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$,

ζ) τις τιμές των a, b, c .

B2. α) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt[3]{3x-1} = 2, x \geq \frac{1}{3}$.

β) Αν η λύση της πιο πάνω εξίσωσης είναι και λύση της $x^2 - (\lambda + 1)x - 2\lambda + 4 = 0$, να βρείτε την τιμή του λ .

B3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ο κύκλος (O, R) . AE είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A . Να υπολογίσετε τις γωνίες $\beta, \gamma, \delta, \epsilon$ και ζ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



B4. α) Δίνεται $\sin\theta = \frac{5}{13}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{26\sin\theta + 13\eta\mu\theta}{5\epsilon\varphi\theta - 24\sigma\varphi\theta}$$

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{1}{\eta\mu\theta} - \frac{\eta\mu\theta}{1 - \sin\theta} = -\sigma\varphi\theta$$

B5 Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $AB = 9\text{ cm}$ και $A\Gamma = 12\text{ cm}$. Στην πλευρά $A\Gamma$ παίρνουμε σημείο E έτσι ώστε $\Gamma E = 5\text{ cm}$. Από το σημείο E να φέρετε $E\Delta$ κάθετη στη $B\Gamma$.

α) i) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta E\Gamma$ είναι όμοια.

ii) Να βρείτε το μήκος του $E\Delta$.

β) Να φέρετε το ύψος AH του τριγώνου $AB\Gamma$ και να δείξετε ότι $(AH)^2 = (H\Gamma)(HB)$.

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

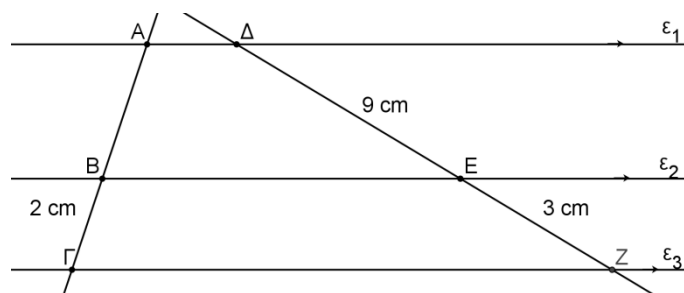
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής :

α) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} =$

β) $\sqrt{19 - \sqrt{7 + \sqrt[3]{8}}} =$

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $EZ = 3\text{cm}$, $B\Gamma = 2\text{cm}$, $\Delta E = 9\text{cm}$ και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$.
Να υπολογίσετε το μήκος του AB .

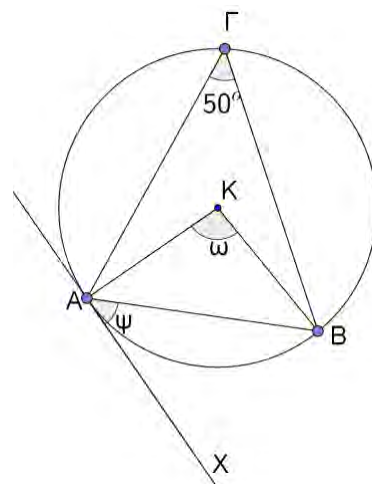


3. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α. $\sqrt{4 - \chi} = 3$, $\chi \leq 4$

β. $(3\chi + 1)^{\frac{1}{4}} = 2$, $\chi \geq -\frac{1}{3}$

4. Δίνεται κύκλος (K, R) . Αν $A\chi$ είναι εφαπτομένη του κύκλου και η γωνία $A\hat{\Gamma}B = 50^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες ω και ψ .



5. Αν $\sin \theta = -\frac{12}{15}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

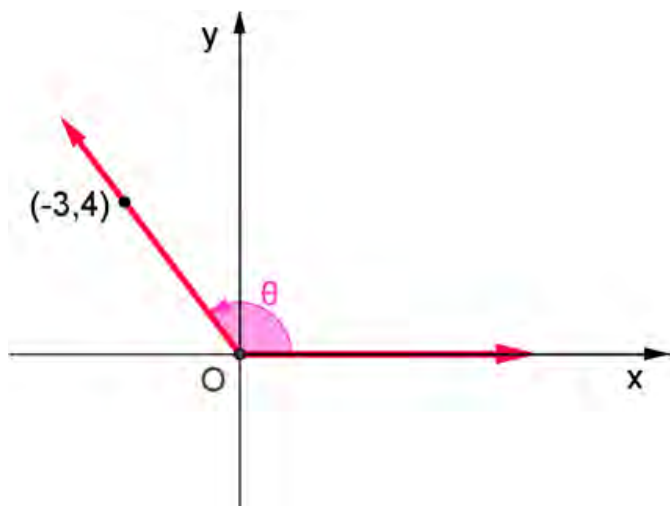
$$A = \frac{30 \sin \theta - 15 \eta \mu \theta}{12 \epsilon \varphi \theta}$$

6. Οι βαθμοί που πήρε ένας μαθητής σε 6 διαγωνίσματα στο μάθημα των Μαθηματικών είναι : 10,15,16,17,18,20.
Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των πιο πάνω βαθμών.

7. Να λύσετε το σύστημα:

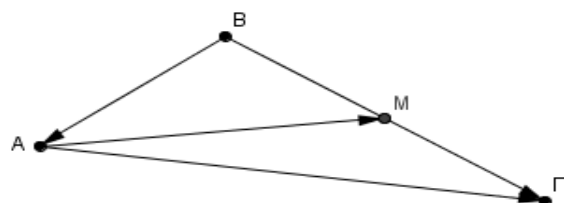
$$\begin{aligned} \chi - \psi &= -4 \\ \chi^2 + \psi &= 4 \end{aligned}$$

8. Με τη βοήθεια του πιο κάτω σχήματος να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta \mu \theta$, $\sin \theta$ και $\epsilon \varphi \theta$ της γωνίας θ .



9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα : $\frac{\chi^3 - 2\chi^2 - 3\chi}{\chi^2 - 9}$, $\chi \neq \pm 3$

10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $\overrightarrow{BA} = 2\vec{\alpha}$, $\overrightarrow{AG} = 2\vec{\beta}$ και $BM = MG$. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{MG}$ και $\overrightarrow{AM}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.



ΜΕΡΟΣ Β:

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$

Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$

(μον. 1)

β) το σύνολο τιμών της $f(x)$

(μον. 1)

γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(μον. 1)

δ) το πρόσημο της Διακρίνουσας Δ της $f(x) = 0$

(μον. 1)

ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$

(μον. 2)

στ) τις τιμές των α, β, γ και να γράψετε την

εξίσωση της παραβολής $f(x)$

(μον. 4)

2. Να αποδείξετε ότι:

α)
$$\frac{1-\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} + \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\eta\mu\theta} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\theta}$$

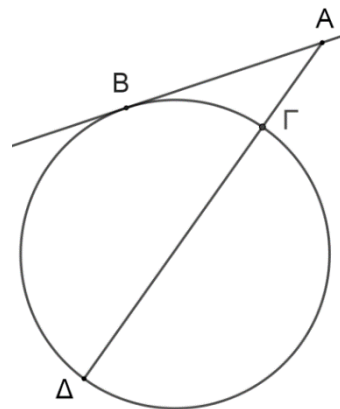
β)
$$\eta\mu(90^\circ - \omega) + \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \eta\mu\omega$$

3. Δίνεται κύκλος ακτίνας R με εφαπτομένη AB και τέμνουσα $A\Gamma\Delta$.

α) Αν $AB = \sqrt{12}$ cm, $A\Gamma = 2$ cm και $\Gamma\Delta = \sqrt{\chi + 2}$ cm να βρείτε την τιμή του χ , $\chi > -2$.

β) Αν $B\Gamma = \Gamma A$ και $\widehat{B\Gamma\Delta} = 60^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Delta$.

γ) Να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας R του κύκλου.



4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 2)x + 3\lambda - 2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Αν x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης,

i. Να υπολογίσετε συναρτήσει του λ το $x_1 + x_2$ και το $x_1 \cdot x_2$

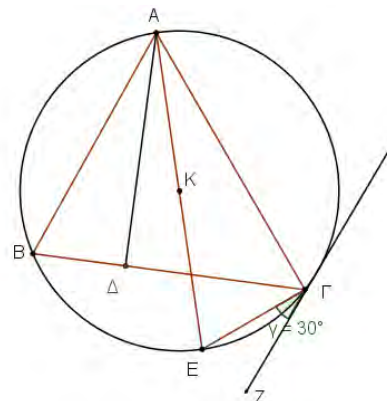
ii. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες: $x_1^2 + x_2^2 = 7$

β) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες.

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γωνία $\angle \Gamma Z = 30^\circ$, AE διάμετρος, AD κάθετη στη $B\Gamma$ και ΓZ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ .

α) να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $AB\Delta$ και $AE\Gamma$

β) να αποδείξετε ότι $(AB)(E\Gamma) = (B\Delta)(AE)$

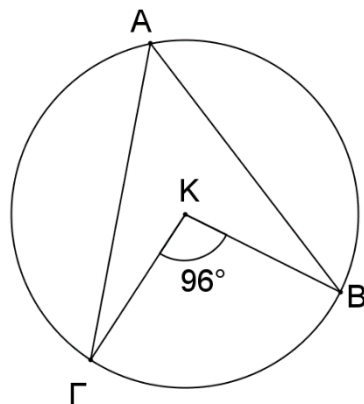


Μέρος Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 4x + 3 > 0$.

A2. Να σχηματίσετε εξίσωση β΄ βαθμού με ρίζες $x_1 = 3 + \sqrt{5}$, $x_2 = 3 - \sqrt{5}$.

A3. Στο πιο κάτω σχήμα, να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ και το μέτρο του μικρότερου τόξου $\widehat{B\Gamma}$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



A4. Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $A = \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{8} - \sqrt{50}$

(β) $B = \sqrt[3]{24} - 27^{\frac{1}{2}} + 3 \cdot \sqrt{3}$

A5. Στο πιο κάτω σχήμα το ABΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ προς το μέρος του Γ και την πλευρά ΑΔ προς το μέρος του Α κατά τμήματα $\Gamma Z = AE$. Να χαρακτηρίσετε με **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω προτάσεις (ο χαρακτηρισμός να γίνει στις σφραγισμένες κόλλες).

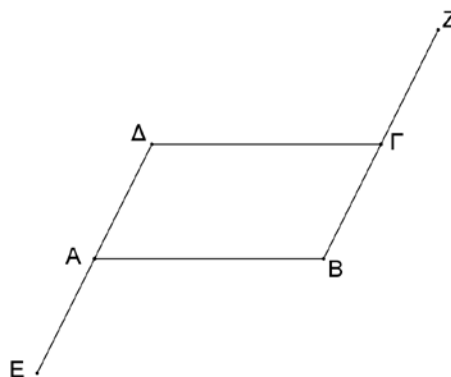
(α) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{\Gamma Z}$

(β) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

(γ) $\overrightarrow{B\Gamma} - \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{D\Gamma}$

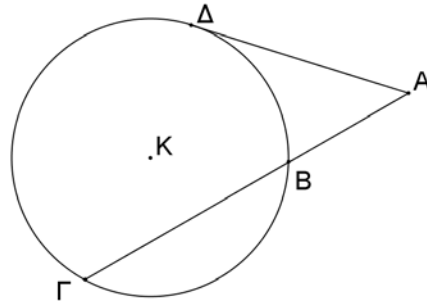
(δ) $\overrightarrow{BZ} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AZ}$

(ε) $|\overrightarrow{A\Gamma}| = |\overrightarrow{BD}|$



A6. Ένας φοιτητής πήρε στο πρώτο τετράμηνο τους βαθμούς 5, 6, 5, 8 και 7 στα μαθήματα που παρακολουθούσε τα οποία έχουν βαρύτητα 4, 3, 3, 2 και 4 αντίστοιχα. Να βρείτε τον μέσο όρο της βαθμολογίας του στο πρώτο τετράμηνο.

A7. Στο πιο κάτω σχήμα το $A\Delta$ είναι εφαπτόμενο τμήμα του κύκλου στο Δ και η $AB\Gamma$ είναι τέμνουσα του κύκλου. Αν $A\Delta = 6\text{ cm}$ και $B\Gamma = 5\text{ cm}$, να βρείτε το μήκος του AB .



A8. Να αποδείξετε ότι: $1 - \frac{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{\sigma\phi x} = \sigma\upsilon\nu^2 x$.

A9. Να λύσετε την εξίσωση: $(3x - 1)^{\frac{1}{3}} = 2$, $x \geq \frac{1}{3}$.

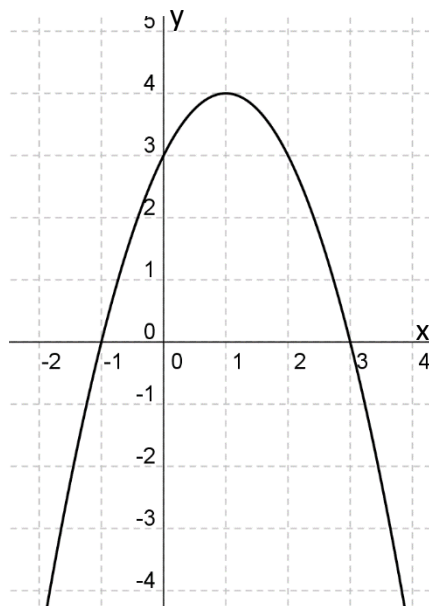
A10. Να λύσετε το σύστημα:

$$x + 2\psi = 7$$

$$x\psi + \psi^2 = 10$$

Μέρος Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.



Με βάση την πιο πάνω γραφική παράσταση, να βρείτε:

- | | |
|---|----------|
| (α) το πρόσημο του a , | (μον. 1) |
| (β) την τιμή του γ , | (μον. 1) |
| (γ) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της παραβολής, | (μον. 2) |
| (δ) τον άξονα συμμετρίας της παραβολής, | (μον. 2) |
| (ε) το μέγιστο ή ελάχιστο της καμπύλης, | (μον. 2) |
| (ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$. | (μον. 2) |

B2. Να βρείτε την τιμή του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, για την οποία η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 2)x - \lambda + 6 = 0$ έχει:

- (α) λύση τον αριθμό 3,
- (β) ρίζες αντίθετες,
- (γ) ρίζες αντίστροφες,
- (δ) άθροισμα ριζών διπλάσιο από το γινόμενο των ριζών της,
- (ε) ρίζες ίσες.

B3. Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{24\epsilon\phi\theta - 5\sigma\phi\theta}{13\sigma\eta\eta\theta}$$

B4. Δίνεται κύκλος (K, R) και οι παράλληλες χορδές AB και $\Gamma\Delta$ του κύκλου. Στο σημείο B φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου που τέμνει την προέκταση της $\Gamma\Delta$ στο E .

(α) Δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, να δείξετε ότι:

(i) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Gamma E$ είναι όμοια

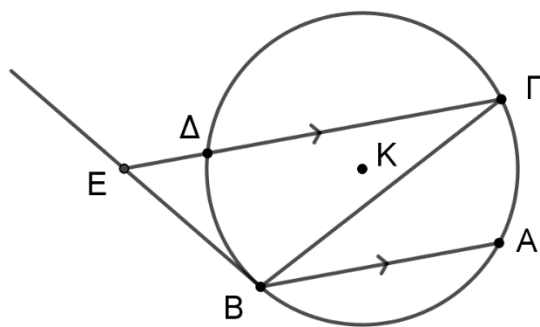
(μον.5)

(ii) $(AB)(\Gamma E) = (B\Gamma)^2$

(μον.2)

(β) Αν $\Gamma\hat{B}A = 25^\circ$, να βρείτε το μέτρο του μικρότερου τόξου $\widehat{\Delta B}$

(μον.3)



B5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Από σημείο Δ της $B\Gamma$ φέρνουμε παράλληλη προς τη διάμεσο AM που τέμνει τις AB , $A\Gamma$ στα σημεία N , P αντίστοιχα. Δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, να δείξετε ότι:

(α) $\frac{B\Delta}{M\Delta} = \frac{BN}{AN}$

(μον. 2)

(β) $(\Delta N)(BM) = (AM)(\Delta B)$

(μον. 4)

(γ) $(\Delta P)(\Gamma M) = (AM)(\Delta \Gamma)$

(μον. 4)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ

ΜΕΡΟΣ Α :

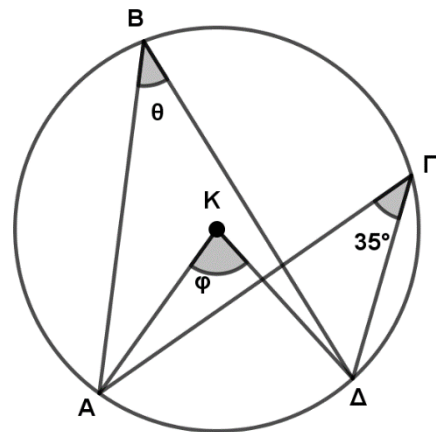
- Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$

(β) $\sqrt{25-9}$

2. Στο διπλανό σχήμα, να βρείτε τα μέτρα των γωνιών θ και φ . Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



3. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 4x + 3 = 0$, με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

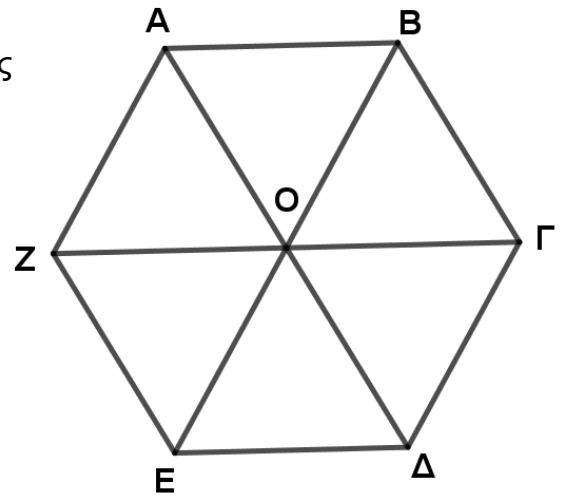
(β) $x_1 \cdot x_2$

(γ) $3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2$

4. Αν η τελική πλευρά μιας γωνιάς θ , τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\eta\theta$, $\epsilon\varphi\theta$ και $\sigma\varphi\theta$.

5. Για ποιες τιμές του x , ($x \in \mathbb{R}$) αληθεύει η ανίσωση $3x^2 - 4x + 1 \geq 0$.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το εξάγωνο $ABΓΔΕΖ$, με όλες τις πλευρές του ίσες με 3cm και τις απέναντι του πλευρές παράλληλες. Αν $ZΓ \parallel ΕΔ$, $ΑΔ \parallel ΖΕ$, $ΕΒ \parallel ΔΓ$, να γράψετε ένα διάνυσμα που:



- α) να είναι ίσο με το $\overrightarrow{ΟΒ}$
- β) να είναι αντίθετο με το $\overrightarrow{ΟΓ}$
- γ) να είναι παράλληλο με το $\overrightarrow{ΖΓ}$
- δ) να είναι αντίρροπο με το $\overrightarrow{ΑΒ}$
- ε) να έχει μέτρο 6

7. Δίνεται η συνάρτηση της παραβολής $y = -3(x + 2)^2 + 1$.

Να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα:

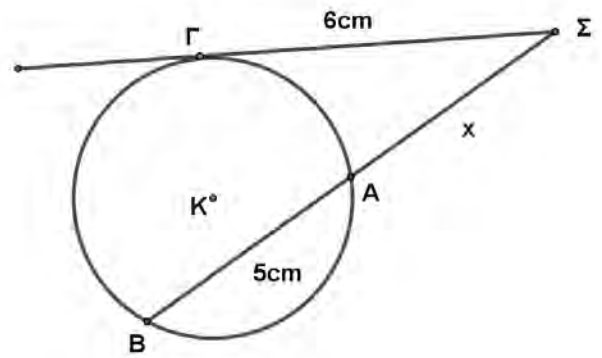
- Ποιο είναι το a της καμπύλης ;
- Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της καμπύλης ;
- Ποιος είναι ο άξονας συμμετρίας της καμπύλης ;
- Ποια είναι η κορυφή της καμπύλης ;
- Ποιο είναι το σύνολο τιμών της καμπύλης ;

8. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα $\epsilon\phi\omega + \sigma\phi\omega = \frac{1}{\eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega}$

9. Ένας μαθητής πήρε στις τελικές εξετάσεις του, στα πέντε εξεταζόμενα του μαθήματα, τους βαθμούς 14, 15, 18, 19 και 19. Να υπολογίσετε:

- α) το εύρος των παρατηρήσεων.
- β) τη μέση τιμή των βαθμών του.
- γ) την τυπική απόκλιση των βαθμών του.
- δ) τον συντελεστή μεταβλητότητας των πιο πάνω παρατηρήσεων
- ε) αν το δείγμα παρουσιάζει ομοιογένεια.

10. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $\Sigma\Gamma = 6 \text{ cm}$, $\Sigma A = x \text{ cm}$ και $AB = 5 \text{ cm}$. Αφού πρώτα γράψετε τη μετρική σχέση που ισχύει, να υπολογίσετε την τιμή του x .

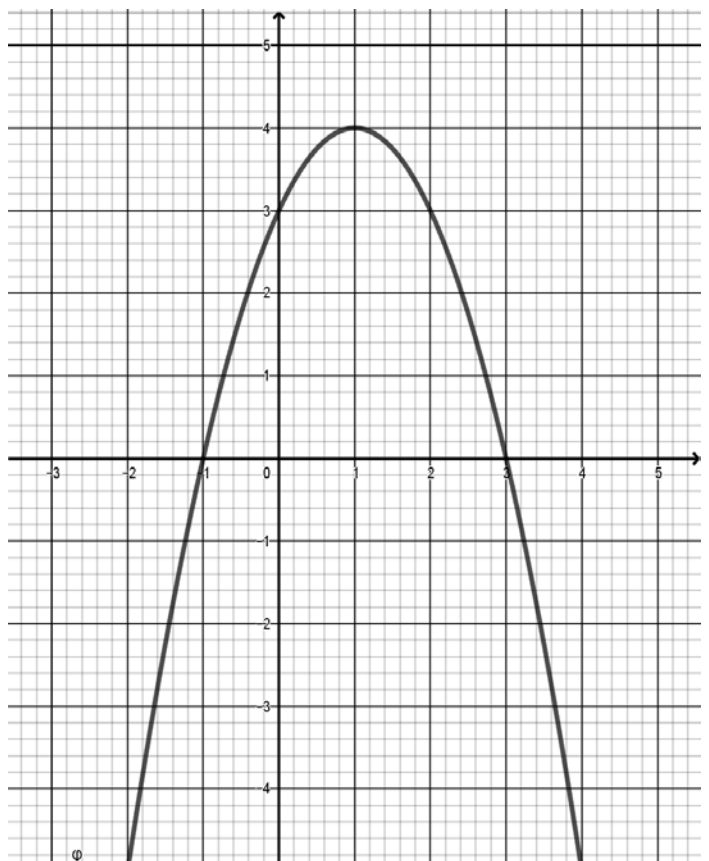


ΜΕΡΟΣ Β :

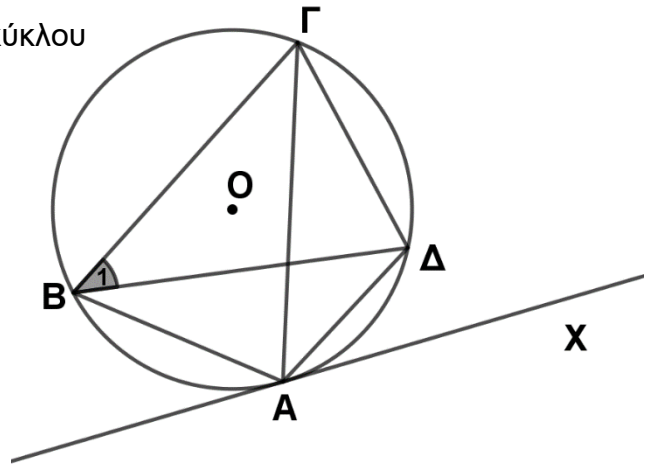
- Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $\varphi(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Να βρείτε:

- (α) το πρόσημο του a και το είδος του ακρότατου (μέγιστο ή ελάχιστο)
.....
- (β) τις συντεταγμένες της κορυφής της
.....
- (γ) το σύνολο τιμών της συνάρτησης
.....
- (δ) τις ρίζες της εξίσωσης $\varphi(x) = 0$
.....
- (ε) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της $\varphi(x) = 0$
.....
- (στ) το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της $\varphi(x) = 0$
.....
.....
- (ζ) την τιμή του γ
- (η) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.....
- (θ) την τιμή του a
- (ι) την τιμή του β



2. Στο διπλανό σχήμα, η ΑΧ είναι εφαπτόμενη του κύκλου (Ο,ρ) στο σημείο του Α. Αν δίνεται ότι η $\angle \hat{A}X = 80^\circ$ και η $\angle \hat{B}A = 35^\circ$, να βρείτε τις γωνίες $\hat{B}_1$, $\angle \hat{A}A$, $\angle \hat{A}A$ και το τόξο $\widehat{AB\Gamma}$ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



3. α) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + 2x + 3\mu + 1 = 0$. Να βρείτε την τιμή του μ , ώστε η εξίσωση να έχει:
- ρίζες αντίστροφες.
 - μια ρίζα ίση με -2.
 - ρίζες ίσες.
 - άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο τους.

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 4^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{2}{3}} - \frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{3}}$ χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

4. α) Αν $\eta\mu\omega = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους άλλους τρεις τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνιάς ω (χρησιμοποιώντας μόνο τύπους).

β) Αν $x = \sqrt{5} - 1$ και $y = \sqrt{5} + 1$, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

i. $x + y$

ii. $\sqrt[3]{x - y + \sqrt{100}}$

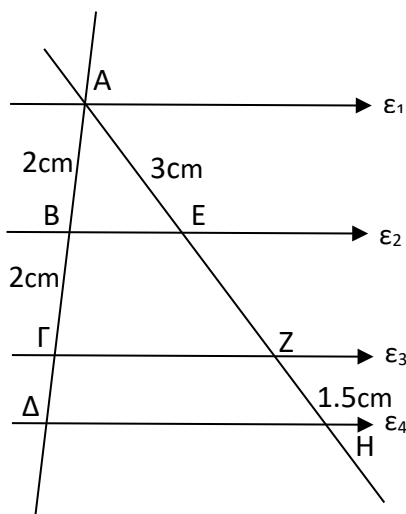
5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), φέρουμε το ύψος ΑΔ. Από το Δ φέρουμε την κάθετη ΔΕ πάνω στην ΑΒ. Να δείξετε, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, ότι:
- Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΒΓ είναι όμοια.
 - $(ΑΔ)^2 = (ΑΓ) \cdot (ΔΕ)$

ΜΕΡΟΣ Α΄ : (Μονάδες 50/100)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

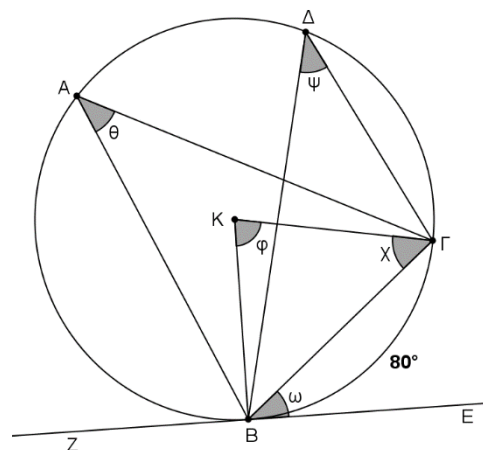
1. Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ και $x_2 = \sqrt{5} - \sqrt{3}$
2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 8x + 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
 - α) $3x_1 + 2x_1x_2 + 3x_2 - 5$
 - β) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$
3. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:
 - α) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \sqrt[3]{27} + \sqrt{50} \div \sqrt{2} - \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$
 - β) να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{11}{4-\sqrt{5}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.
4. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 8x + 15 \leq 0$
5. Αν $90^\circ < \theta < 180^\circ$ και $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 13\sigma\upsilon\nu\theta - 10\epsilon\phi\theta$.
6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1 // \epsilon_2 // \epsilon_3 // \epsilon_4$. Να υπολογίσετε τα μήκη των EZ και ΓΔ.



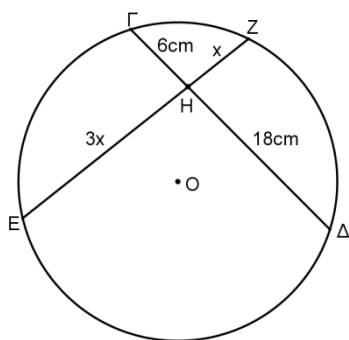
7. Στο διπλανό σχήμα η EBZ είναι εφαπτομένη του κύκλου (K,R) στο σημείο B και το τόξο BΓ = 80°.

Να υπολογίσετε τις γωνίες: $\varphi, \chi, \psi, \theta, \omega$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

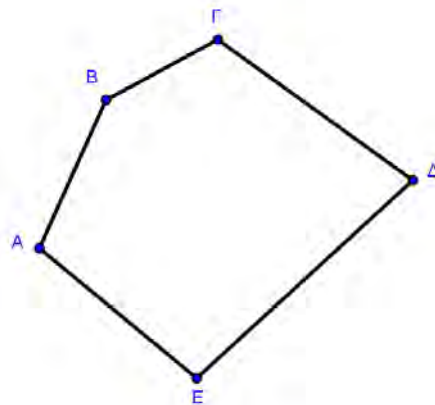


8. Δίνεται κύκλος (O, R) και ΓΔ, EZ χορδές του κύκλου. Αν δίνονται $ΓΗ = 6\text{cm}$, $ΗΔ = 18\text{cm}$, $ΕΗ = 3x$ και $ΗΖ = x$, να υπολογίσετε την τιμή του x .



9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το πολύγωνο ABΓΔΕ.
Να χαρακτηρίσετε **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τις πιο κάτω ισότητες, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BΓ} = \overrightarrow{ΓA}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BΔ} = -\overrightarrow{AΔ}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BΓ} + \overrightarrow{ΓΔ} = \overrightarrow{AΔ}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AΔ} = \overrightarrow{EΔ}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ε) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EΔ} + \overrightarrow{ΔΓ} + \overrightarrow{ΓB} = \overrightarrow{AB}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ



10. Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 2x^2 - y^2 = -2 \end{cases}$

ΜΕΡΟΣ Β' : (Μονάδες 50/100)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0$$

Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$ (μον.1)

β) το σύνολο τιμών της $f(x)$ (μον.1)

γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας (μον.1)

δ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής

(μον.1)

ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 0$

(μον.1)

στ) την τιμή του γ

(μον.1)

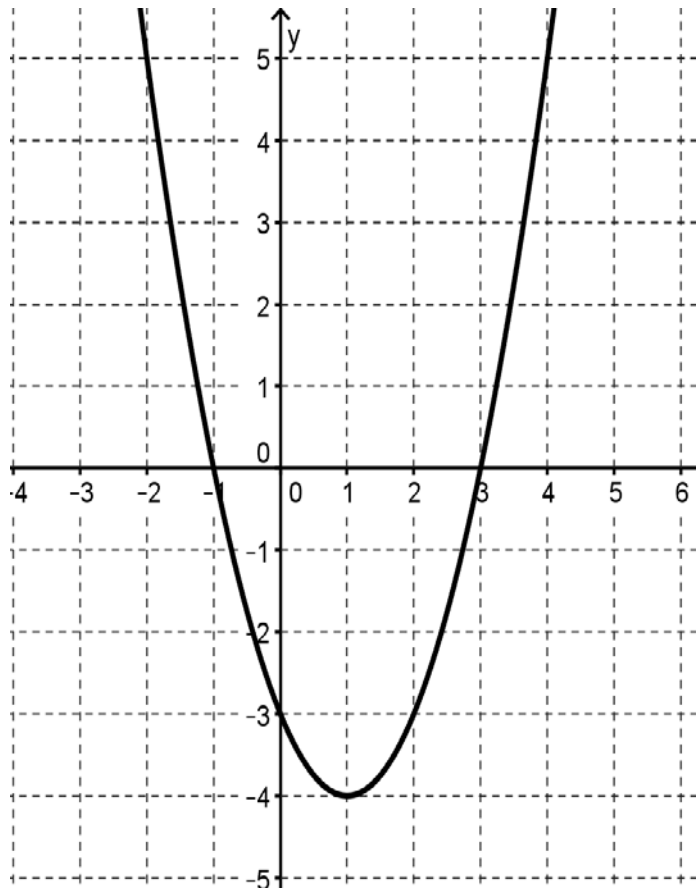
ζ) τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης

$$ax^2 + bx + \gamma = 0$$

(μον.1)

η) την εξίσωση της παραβολής

(μον.3)



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\mu - 5)x + \mu + 8 = 0$

Να βρείτε:

α) για ποια τιμή του μ η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες

β) για ποια τιμή του μ η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες

γ) για ποια τιμή του μ η εξίσωση έχει λύση τον αριθμό -2

δ) για ποιες τιμές του μ ισχύει η σχέση $4x_1^2x_2 + 4x_1x_2^2 = 0$

ε) για ποια τιμή του μ το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης είναι τριπλάσιο του γινομένου τους.

3. Ο πιο κάτω πίνακας δείχνει τον αριθμό των ωρών που οι μαθητές της Α' Λυκείου μελέτησαν για τις τελικές εξετάσεις των μαθηματικών το Σαββατοκύριακο.

Ώρες (x_i)	0	1	2	3	4	5	6
Αριθμός μαθητών (f_i)	3	12	7	3	2	1	2

Να υπολογίσετε:

α) την επικρατούσα τιμή (x_ϵ) των παρατηρήσεων.

(μον. 1)

β) τη διάμεσο τιμή (x_δ) των παρατηρήσεων.

(μον. 2)

γ) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων.

(μον. 2)

δ) το εύρος (R) των παρατηρήσεων

(μον. 1)

ε) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων.

(μον. 4)

4. α) Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

$\varepsilon\varphi 181^\circ > 0$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Αν $\sigma\eta\nu\theta > 0$ και $\varepsilon\varphi\theta < 0$ τότε η γωνιά θ έχει τελική πλευρά στο 3 ^ο τεταρτημόριο	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
$\eta\mu 67^\circ = \sigma\eta\nu 13^\circ$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
$\eta\mu^2 35^\circ + \sigma\eta\nu^2 35^\circ = 1$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Αν το $\eta\mu\theta > 0$ είναι θετικός αριθμός και το $\sigma\eta\nu\theta > 0$ αρνητικός αριθμός, τότε η $\sigma\varphi\theta$ είναι αρνητικός αριθμός.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{1}{\eta\mu\theta} - \frac{\eta\mu\theta}{1-\sigma\eta\nu\theta} = -\sigma\varphi\theta$$

5. Δίνεται κύκλος (K, R). Από σημείο Σ εκτός του κύκλου φέρουμε την τέμνουσα ΣAB (AB διάμετρος) και την εφαπτομένη $\Sigma\Gamma$ (Γ σημείο επαφής). Η κάθετη στη $B\Sigma$ στο σημείο Σ τέμνει την προέκταση της $B\Gamma$ στο Δ .

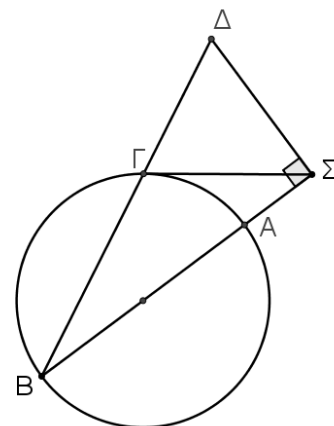
Να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Delta\Sigma$ είναι όμοια

β) $(AB) \cdot (B\Sigma) = (B\Delta) \cdot (B\Gamma)$

γ) $(\Sigma\Gamma)^2 = (\Sigma A) \cdot (\Sigma B)$

δ) αν $\Gamma\Sigma = \sqrt{3}cm$ και $AB = 2cm$,
να υπολογίσετε το μήκος του $A\Sigma$.



ΜΕΡΟΣ Α : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε τις παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

α) $\frac{12}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{3}{5-\sqrt{7}}$

2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 3x - 6 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 4x_1 + x_1 \cdot x_2 + 4x_2$.

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Κ, ρ).

Αν $\hat{AKB} = 76^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία χ και το μέτρο του τόξου $\widehat{AB}$.

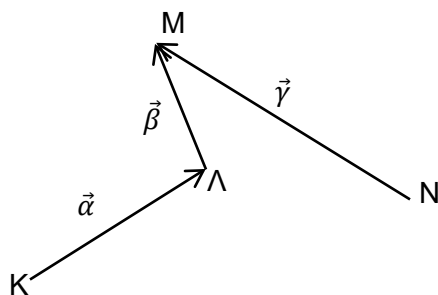
4. Να γράψετε μια εξίσωση β' βαθμού με λύσεις τους αριθμούς -2 και 5.

5. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις ,βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

$\sigma\upsilon\nu^2x+\eta\mu^2\omega=1$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
$\sigma\upsilon\nu(90^\circ-\omega)=-\sigma\upsilon\nu\omega$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Αν $\eta\mu\theta<0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta<0$, τότε $\sigma\varphi\theta<0$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
$\varepsilon\varphi(-80^\circ)<0$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
Αν $\eta\mu\theta>0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta<0$, τότε η τελική πλευρά της γωνιάς θ βρίσκεται στο δεύτερο τεταρτημόριο	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

6. Στο σχήμα δίνεται ότι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$, $(AB) = 4\text{cm}$, $(B\Gamma) = 3\text{cm}$ και $(\Delta Z) = 21\text{cm}$.
Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος (EZ) .

7. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{KN}$ και $\overrightarrow{NL}$ ως άθροισμα ή διαφορά των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$.



8. Να λύσετε την ανίσωση $4x-2x^2\geq 0$.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι ΣA εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A και $\Sigma B\Gamma$ τέμνουσα του κύκλου.
Αν $\Sigma A = 8\text{cm}$, $\Sigma B = x$ και $B\Gamma = 3x$, να υπολογίσετε την τιμή του x .
10. Το ημερομίσθιο σε ευρώ των υπαλλήλων μιας εταιρείας δίνεται στον πιο κάτω πίνακα.
Να βρείτε :
α) την επικρατούσα τιμή
β) τη μέση τιμή
γ) την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

Ημερομίσθιο x_i	Συχνότητα f_i
10	2
12	1
17	2
20	4
24	1

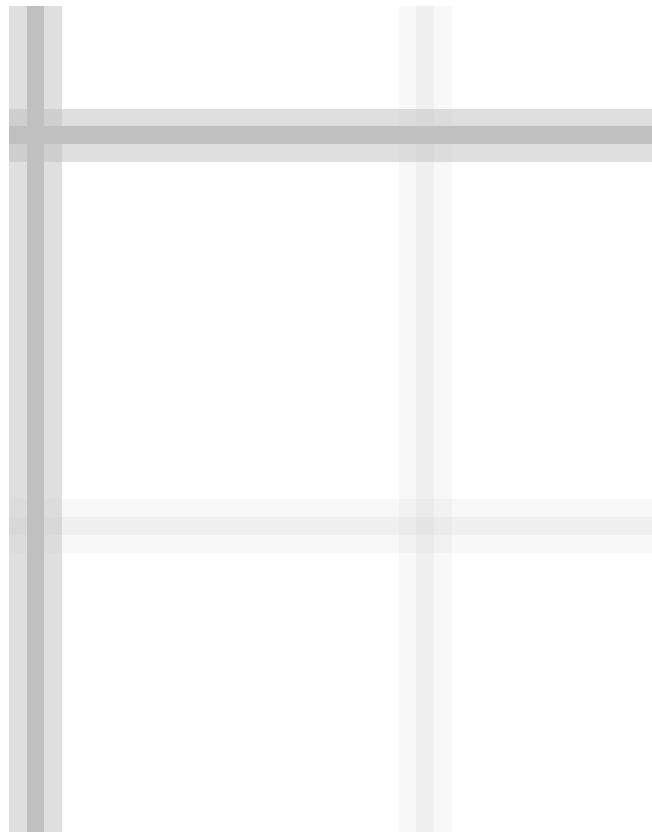
ΜΕΡΟΣ Β : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε :

- α) το πρόσημο του a
- β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- γ) το Π.Ο και το Σ.Τ. της παραβολής
- δ) την τιμή του γ
- ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της
- στ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- ζ) τις λύσεις της ανίσωσης $ax^2 + bx + \gamma \geq 0$.



2. Δίνεται η εξίσωση $5x^2 + 3\mu x + 3\mu - 7 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Να βρείτε για ποιες τιμές του μ

- α) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες
- β) η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες
- γ) η εξίσωση έχει ρίζα ίση με 1
- δ) ισχύει ότι $x_1^2 + x_2^2 = \frac{49}{25}$.

3. α) Να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης

$$A = \sqrt[3]{59 + \sqrt{25}} + 3 \cdot \sqrt{8} - \sqrt{50}$$

β) Αν $A = 4 + \sqrt{2}$ και $B = 4 - \sqrt{2}$ να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

i) $A \cdot B$

ii) $A^2 - B^2$

γ) Να λύσετε την εξίσωση $(x + 2)^{\frac{3}{2}} = 8$.

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Κ, ρ) με

διάμετρο ΑΒ, η ΑΖ είναι εφαπτομένη του

κύκλου στο σημείο Α και $\hat{\angle Z}A = 90^\circ$

100°

Αν Γ και Δ δύο τυχαία σημεία του κύκλου,

α) να αποδείξετε ότι $(A\Delta)^2 = (AB)(AZ)$.

β) αν επιπλέον $\hat{A}\hat{K}\hat{\Gamma} = 130^\circ$ και $\hat{B}\hat{\Delta} = 100^\circ$, να

υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma}$, $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{B}$, $\hat{\Delta}\hat{A}\hat{Z}$

5. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\sigma\phi x(1-\eta\mu^2 x)}{\sigma\phi x + \sigma\nu\chi} = 1 - \eta\mu x$.

β) Η τελική πλευρά γωνιάς ω τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημω και σφω.

γ) Αν $\eta\mu\theta = \frac{8}{17}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{30\epsilon\phi\theta + 34\sigma\nu\theta}{24\epsilon\phi(90^\circ - \theta)}.$$

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού (3 – ώρο)

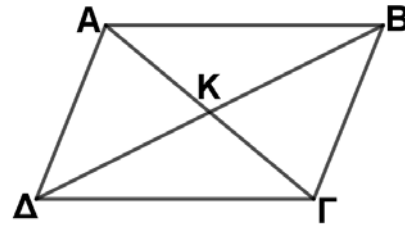
ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

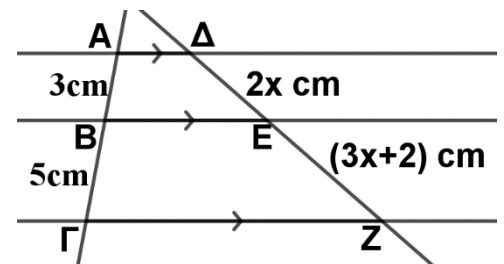
- 1) Να απλοποιήσετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, τις ακόλουθες παραστάσεις:
- α) $A = \sqrt{25} - 2\sqrt{9} + \sqrt{4}$
- β) $B = \sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$
- 2) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 6x + 8 \geq 0$
- 3) Οι βαθμοί του Αντώνη στα διαγωνίσματα των Μαθηματικών ήταν 13, 15, 16 και για τη συμμετοχή του στο μάθημα βαθμολογήθηκε με 18. Αν το κάθε διαγώνισμα είχε βαρύτητα 30% στον τελικό βαθμό και η συμμετοχή 10%, να υπολογίσετε τον τελικό βαθμό του Αντώνη στα Μαθηματικά.
- 4) Οι αριθμοί x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $x^2 - 2x - 7 = 0$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:
- α) $A = x_1 + x_2$
- β) $B = x_1 x_2$
- γ) $\Gamma = 3x_1 + 3x_2 - 2x_1 x_2$
- 5) Να γράψετε σε ποιο τεταρτημόριο ανήκει η τελική πλευρά της γωνίας ω σε κάθε μία από τις ακόλουθες περιπτώσεις:
- α) $\eta\mu\omega > 0, \sigma\upsilon\nu\omega < 0$
- β) $\epsilon\phi\omega < 0, \eta\mu\omega < 0$
- 6) Να σχηματίσετε εξίσωση β΄ βαθμού που έχει λύσεις τους αριθμούς $x_1 = -1, x_2 = 3$.

- 7) Στο ακόλουθο σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο του οποίου οι διαγώνιοι τέμνονται στο K . Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία των δύο στηλών, έτσι ώστε να ισχύουν οι ισότητες.

Στήλη Α	Στήλη Β
α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} =$	i) $\overrightarrow{FB}$
β) $\overrightarrow{\Gamma\Delta} + \overrightarrow{\Delta\Lambda} + \overrightarrow{\Lambda\beta} =$	ii) $\overrightarrow{B\Gamma}$
γ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\Delta} + \overrightarrow{\Delta\Lambda} =$	iii) $-2 \cdot \overrightarrow{K\Delta}$
δ) $\overrightarrow{\Delta\beta} =$	iv) $\overrightarrow{BA}$
ε) $\overrightarrow{B\Delta} - \overrightarrow{\Lambda\Delta} =$	v) $\overrightarrow{A\Gamma}$
	vi) $2 \cdot \overrightarrow{K\Delta}$
	vii) $\vec{0}$

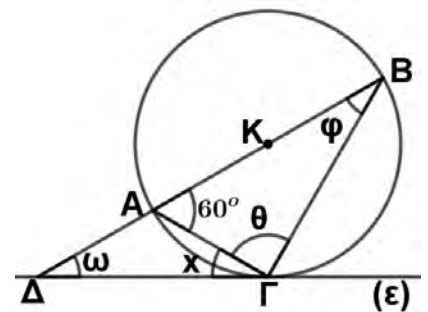


- 8) Στο διπλανό σχήμα έχουμε ότι $AD \parallel BE \parallel \Gamma Z$. Γνωρίζουμε ότι $AB = 3 \text{ cm}$, $B\Gamma = 5 \text{ cm}$, $\Delta E = 2x \text{ cm}$ και $EZ = (3x + 2) \text{ cm}$. Να υπολογίσετε την τιμή του x .

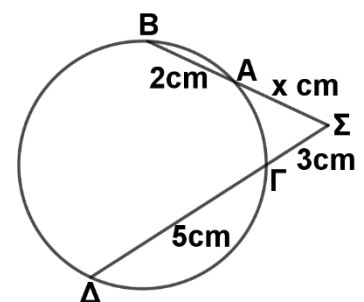


- 9) Στο διπλάνο σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, ρ) και η ευθεία (ϵ) είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο Γ . Η εφαπτομένη τέμνει την προέκταση της AB στο Δ . Γνωρίζουμε ότι $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 60^\circ$.

Να βρείτε τις γωνίες $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$, $\hat{x}$ και $\hat{\omega}$, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



- 10) Οι προεκτάσεις των χορδών AB και $\Gamma\Delta$ ενός κύκλου τέμνονται στο σημείο Σ . Γνωρίζουμε ότι: $\Sigma A = x \text{ cm}$, $AB = 2 \text{ cm}$, $\Sigma\Gamma = 3 \text{ cm}$ και $\Gamma\Delta = 5 \text{ cm}$. Να βρείτε το μήκος του ΣA .

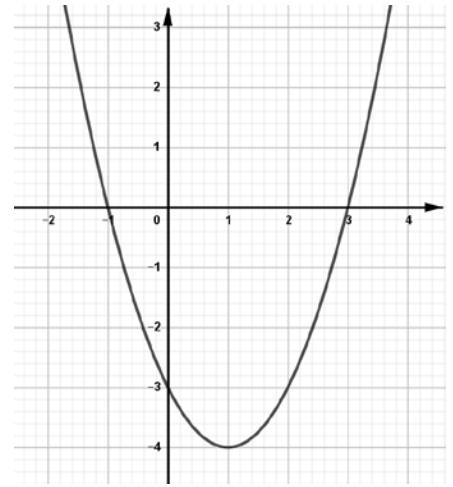


ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Δίνοντας τις κατάλληλες επεξηγήσεις, να βρείτε:

- α) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
- β) Το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ .
- γ) Τον άξονα συμμετρίας.
- δ) Την τιμή του γ .
- ε) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$



- 2) α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu^2\theta + \eta\mu^2\theta \cdot \sigma\varphi^2\theta = 1$
β) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$, $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{15\sigma\upsilon\nu\theta}{16\varepsilon\varphi\theta - \frac{9}{\eta\mu\theta}}$$

- 3) α) Να απλοποιήσετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, την παράσταση:

$$A = \sqrt{19 - \sqrt{7 + \sqrt{4}}}$$

- β) Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

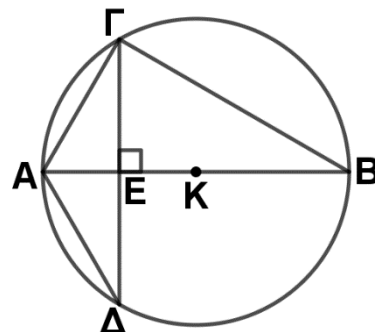
i) $B = \frac{2}{\sqrt{6}}$

ii) $\Gamma = \frac{3}{\sqrt{7}-1}$

- 4) Να βρείτε τις τιμές του κ , έτσι ώστε η εξίσωση $x^2 + (\kappa + 1)x + \kappa + 4 = 0$

- α) Να έχει ρίζα τον αριθμό 3.
- β) Να έχει αντίθετες ρίζες,
- γ) Να έχει αντίστροφες ρίζες,
- δ) Να έχει πραγματικές και ίσες ρίζες.

- 5) Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, ρ) . Η χορδή $\Gamma\Delta$ είναι κάθετη στην AB και E το σημείο τομής τους. Να αποδείξετε ότι:
- α) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ είναι όμοια.
- β) $(AB)(AE) = (A\Gamma)(A\Delta)$.



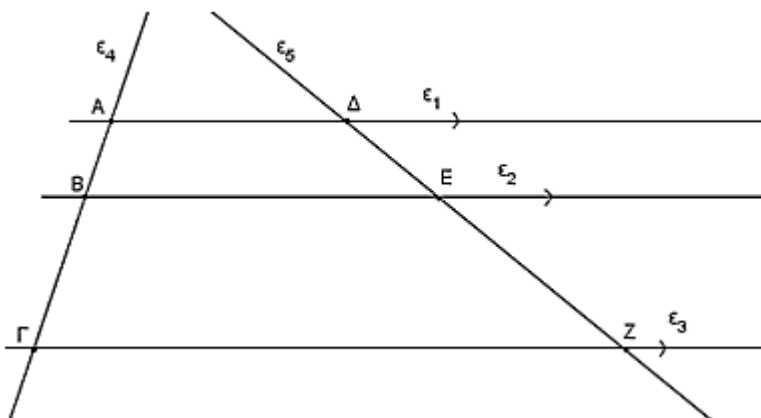
ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε μονάδες (5/100).

- 1) Να κάνετε τις πράξεις (χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής) :

α) $\sqrt{6 + \sqrt[3]{29 - \sqrt{4}}} =$

β) $\sqrt{32} : \sqrt{2} =$

- 2) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$ και $B\Gamma = 4\text{cm}$, $\Delta E = 3\text{cm}$, $EZ = 6\text{cm}$.
Να υπολογίσετε το μήκος του AB .



- 3) Το βάρος 10 μαθητών σε κιλά είναι : 52, 50, 57, 52, 60, 50, 50, 52, 57, 50.

Να υπολογίσετε:

- α) την επικρατούσα τιμή (μονάδα 1)
β) την μέση τιμή (μονάδες 2)
γ) την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων (μονάδες 2)

- 4) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 3x - 28 \leq 0$

- 5) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει λύσεις τους αριθμούς $x_1 = 3$ και $x_2 = -5$.

- 6) Να μετατρέψετε τις πιο κάτω αριθμητικές παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή (χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής) :

α) $\frac{5}{\sqrt{7}} =$

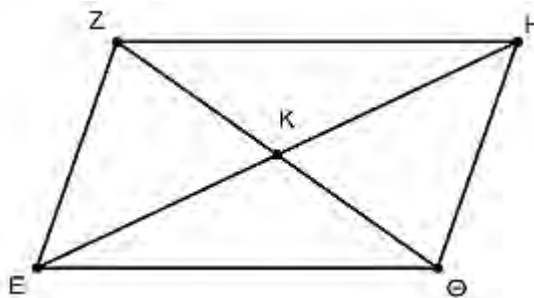
β) $\frac{7}{\sqrt{8}-1} =$

- 7) Δίνεται το παραλληλόγραμμο EZHΘ. Να βρείτε τα διανύσματα που αντιστοιχούν στα πιο κάτω:

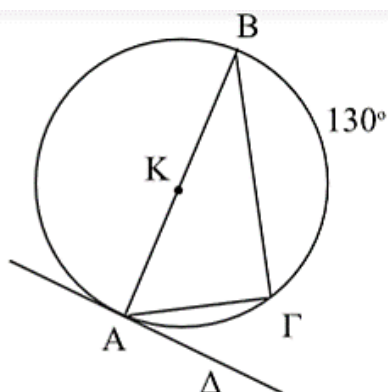
α) $\overrightarrow{EZ} + \overrightarrow{ZH} =$

β) $\overrightarrow{EΘ} + \overrightarrow{ΘH} + \overrightarrow{HZ} =$

γ) $\overrightarrow{HK} - \overrightarrow{ΘK} =$



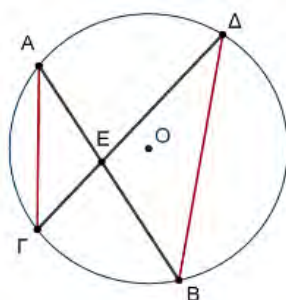
- 8) Στο πιο κάτω σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου, το τόξο BΓ ισούται με 130° και ΑΔ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Α. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ και την γωνία $\Gamma \hat{A} \Delta$. (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



- 9) Αν $\sin \omega = -\frac{8}{10}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 8 \cdot \epsilon\phi\omega - 10 \cdot \eta\mu\omega$

- 10) Στον πιο κάτω κύκλο (Ο,ρ) οι χορδές του AB και ΓΔ τέμνονται στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι: α) τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΕΔΒ είναι όμοια

β) $(EA) \cdot (EB) = (ΕΓ) \cdot (ΕΔ)$



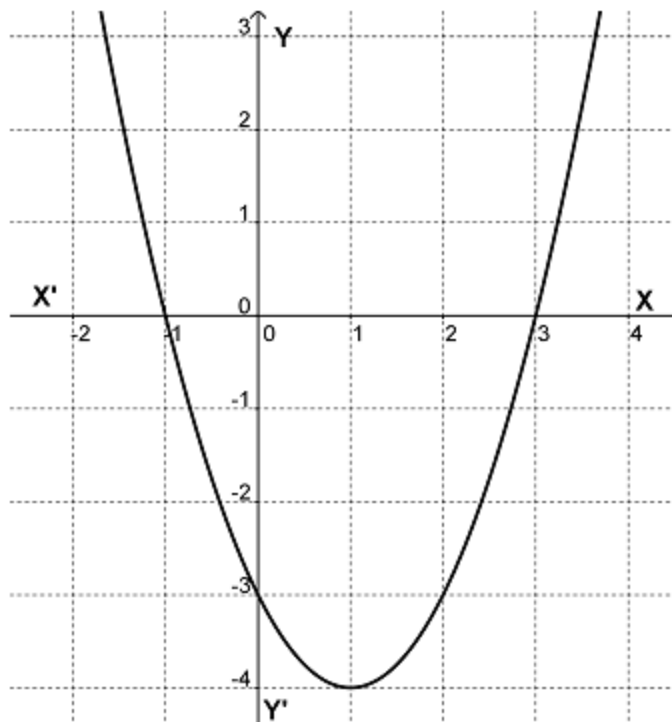
ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα μονάδες (10/100).

1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0.$$

Με βάση το σχήμα να βρείτε:

- α) το πρόσημο του a
- β) την τιμή του γ
- γ) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης
- δ) το σύνολο τιμών της συνάρτησης
- ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- στ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- ζ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $f(x) = 0$
- η) τις συντεταγμένες της κορυφής
- θ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$
- ι) την τιμή του $f(2)$



2) Δίνεται η εξίσωση $5x^2 - (2\lambda - 1)x + \lambda - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε την τιμή του λ ($\lambda \in \mathbb{R}$) αν :

- α) έχει ρίζες αντίθετες
- β) έχει ρίζες αντίστροφες
- γ) έχει ρίζα τον αριθμό -1
- δ) ισχύει η σχέση $3x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 = 1$

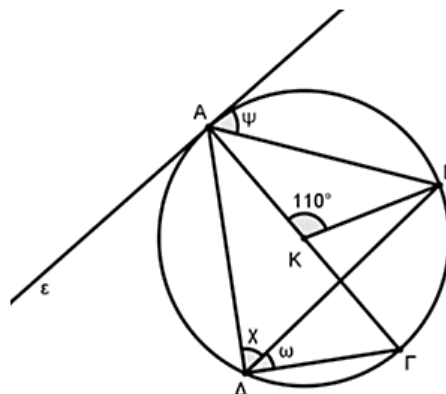
3) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) όπου $ΑΓ$ η διάμετρος του. Η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A και η γωνία $\widehat{A\hat{K}B}$ είναι 110° .

Να υπολογίσετε:

α) τα μέτρα των γωνιών χ , ψ και ω
(6 μονάδες)

β) το μέτρο της γωνίας $\widehat{A\hat{B}\Delta}$ αν το τόξο $\Delta\Gamma$ είναι 10° μικρότερο του τόξου $B\Gamma$.
(4 μονάδες)

(να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)



4) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1+\varepsilon\varphi\alpha} + \frac{\eta\mu\alpha}{1+\sigma\varphi\alpha} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\alpha+\eta\mu\alpha}$

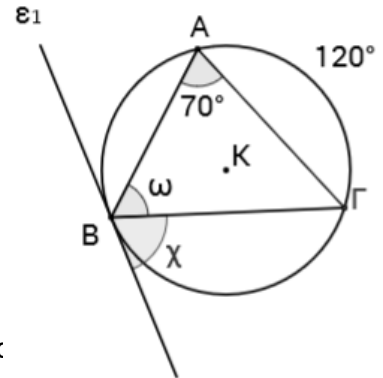
5) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($ΑΒ = ΑΓ$) και Δ τυχαίο σημείο της βάσης $ΒΓ$. Φέρουμε τις $\Delta Ε$ και $\Delta Ζ$ κάθετες στις $ΑΒ$ και $ΑΓ$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $\Delta ΕΒ$ και $\Delta ΖΓ$ είναι όμοια

β) $(\Delta Ε) \cdot (\Delta Γ) = (\Delta Β) \cdot (\Delta Ζ)$

Μέρος Α' : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται κύκλος (K, R) με γωνία $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 70^\circ$ και το μέτρο του τόξου $\widehat{A\Gamma} = 120^\circ$. Αν η ε_1 είναι εφαπτομένη του κύκλου στο B, να βρείτε τα μέτρα των γωνιών χ και ω αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

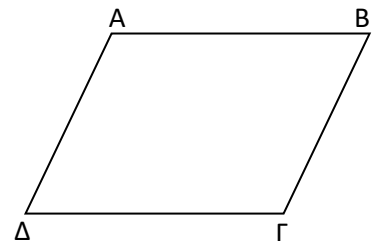


2. Οι βαθμοί ενός φοιτητή σε τέσσερα μαθήματα είναι 9, 5, 6, 8. Ποια θα αν τα μαθήματα έχουν βαρύτητα ανάλογη με τις ώρες διδασκαλίας τους, που είναι αντίστοιχα 3, 2, 2 και 3;
3. Να κάνετε τις πράξεις: $\sqrt[4]{128x^9} : \sqrt[4]{8x}$, $x > 0$
4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - x - 12 \leq 0$.

5. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο.

α) Να γράψετε: i) δύο διανύσματα ίσα και
ii) δύο αντίθετα.

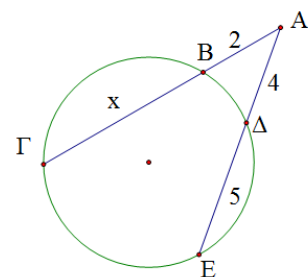
β) Να βρείτε τα αθροίσματα: i) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma}$
ii) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{D\Gamma}$



6. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

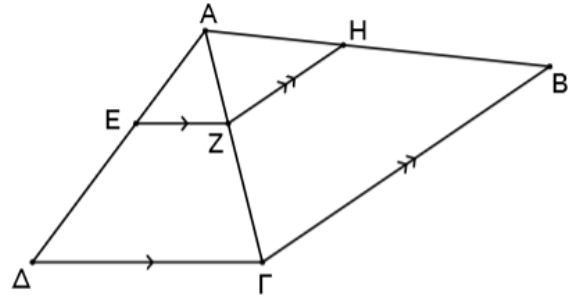
$AD = 4\text{cm}$, $DE = 5\text{cm}$, $B\Gamma = x\text{cm}$ και $AB = 2\text{cm}$.

Να υπολογίσετε την τιμή του x .



7. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\sqrt[3]{2x-1} = 3$
β) $x^2 + 8 = 7$

8. Αν $\eta\mu\alpha = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \alpha < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = 10 \sigma\upsilon\nu\alpha + 16 \epsilon\phi\alpha$. (Να γίνει χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων)
9. Να βρείτε τις τιμές των μ και κ για τις οποίες η παραβολή $f(x) = x^2 + (3\kappa + 1)x + 2\kappa + \mu - 4$, έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -2$ και τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο 3.
10. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $EZ \parallel \Delta\Gamma$, $ZH \parallel \Gamma B$,
 $AB = 30 \text{ cm}$, $AZ = 6 \text{ cm}$, $Z\Gamma = 9 \text{ cm}$ και
 $E\Delta = 12 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τα μήκη AE και HB .



Μέρος Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο Λονδίνο μετρήθηκαν οι θερμοκρασίες τον Απρίλιο όπως φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Θερμοκρασία (x_i)	12	14	16	17	18	19
Ημέρες (f_i)	3	2	3	7	6	9

Να βρείτε:

- Τη μέση τιμή των θερμοκρασιών.
- Την τυπική απόκλιση των θερμοκρασιών, κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.
- Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

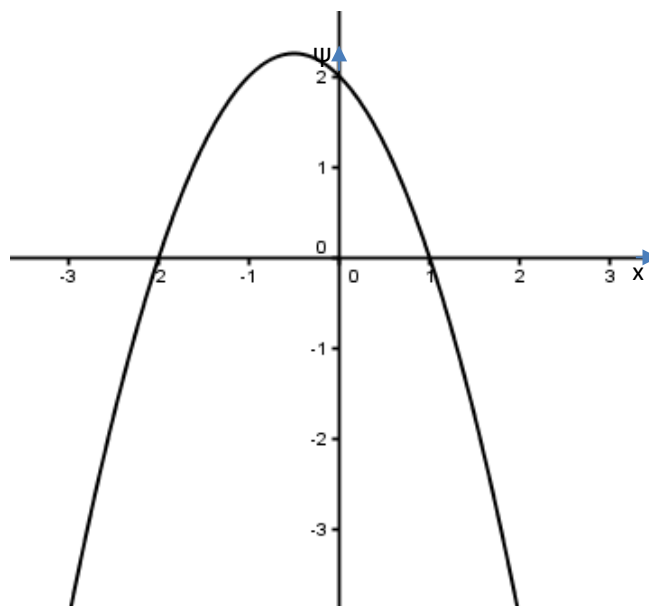
Δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, να βρείτε:

α) το πρόσημο του a .

β) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$.

γ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.

δ) το πρόσημο των $f(2)$, $f(2018)$ και $f(0)$.



3. α) Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 3\mu x + 2\mu + 3 = 0$, $\mu \in \mathbb{R}$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ , για τις οποίες:

i) η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό -2 .

ii) η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες.

iii) ισχύει η σχέση $x_1^2 + x_2^2 = 3 - 4\mu$.

β) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $x_1 = 5 - \sqrt{3}$ και $x_2 = 5 + \sqrt{3}$.

4. α) Να αποδείξετε ότι $\frac{(\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)^2 - 1}{\sigma\upsilon\nu\theta - \eta\mu^2\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{2 \epsilon\phi\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta}$.

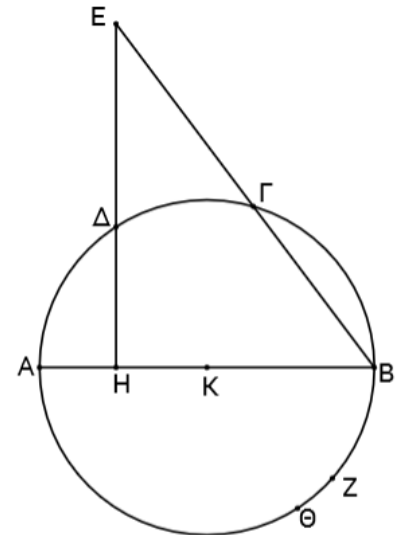
β) Να εξετάσετε αν υπάρχουν τιμές του μ , για τις οποίες η παραβολή $f(x) = (\mu^2 - 6\mu + 9)x^2$ έχει ελάχιστη τιμή.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Κ,Ρ). Η ΑΒ είναι διάμετρος και η ΒΓ χορδή του κύκλου. Από το σημείο Δ του κύκλου φέρουμε τη ΔΗ κάθετη στην ΑΒ ,που τέμνει την προέκταση της ΒΓ στο Ε.

α) Να δείξετε ότι:

- i) Τα τρίγωνα ΑΓΒ και ΕΗΒ είναι όμοια
- ii) Ισχύει η σχέση $(ΒΓ) \cdot (ΒΕ) = (ΒΗ) \cdot (ΑΒ)$.

- β) Αν Θ και Ζ είναι σημεία του κύκλου και Μ είναι το σημείο τομής των χορδών ΓΘ και ΔΖ, να δείξετε ότι:
 $(ΔΜ) \cdot (ΜΖ) = (ΓΜ) \cdot (ΜΘ)$



ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του μέρους αυτού.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 5x + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

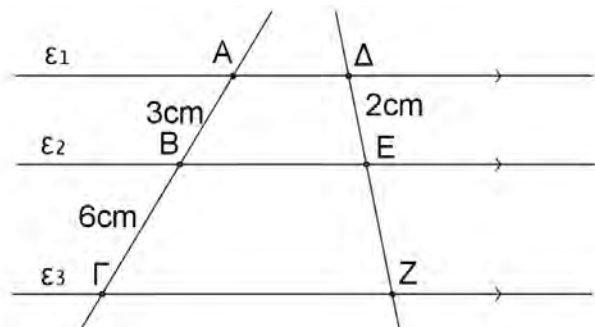
2. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{10}{\sqrt{5}}$

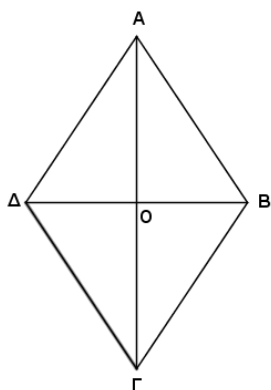
(β) $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$

3. Δίνεται κύκλος (Κ, R) και γωνία $\angle AKB = 102^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\angle A\hat{B}B$ και το μέτρο του τόξου $\widehat{ADB}$ **αιτιολογώντας** τις απαντήσεις σας.

4. Στο πιο κάτω σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$, $AB = 3\text{cm}$, $B\Gamma = 6\text{cm}$ και $\Delta E = 2\text{cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος του EZ.



5. Δίνεται ο ρόμβος ΑΒΓΔ. Αν $\vec{AD} = \vec{\alpha}$ και $\vec{AB} = \vec{\beta}$, να εκφράσετε τα ζητούμενα διανύσματα ως προς $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.



- (α) $\vec{BG} =$ (1,5 μον.)
 (β) $\vec{GD} =$ (1,5 μον.)
 (γ) $\vec{DB} =$ (2 μον.)

6. Δίνεται $\sin \omega = -\frac{4}{5}$, $90^\circ < \omega < 180^\circ$. Να αποδείξετε ότι: $10 \cdot \eta\mu\omega - 4 \cdot \epsilon\phi\omega = 9$.
7. Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ αληθεύει η ανίσωση $x^2 - x - 12 > 0$.
8. Ένας μαθητής κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς πήρε τους πιο κάτω βαθμούς στα διαγωνίσματα των Μαθηματικών: 20, 17, 14, 20, 18, 17, 20. Να υπολογίσετε:
 (α) τη μέση τιμή
 (β) την τυπική απόκλιση
9. Δίνεται η συνάρτηση $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ της οποίας η γραφική παράσταση έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 2$. Να δείξετε ότι:
 α) ισχύει η σχέση $b = -4a$
 β) το άθροισμα των ριζών της συνάρτησης S ισούται με 4.
10. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $AB=12\text{cm}$, $BC=18\text{cm}$ και $CA=24\text{cm}$. Αν το τρίγωνο ΔΕΖ είναι όμοιο με το τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = \hat{D}$ και $\hat{B} = \hat{E}$ και έχει περίμετρο 9cm, να βρείτε το μήκος των πλευρών του τριγώνου ΔΕΖ.

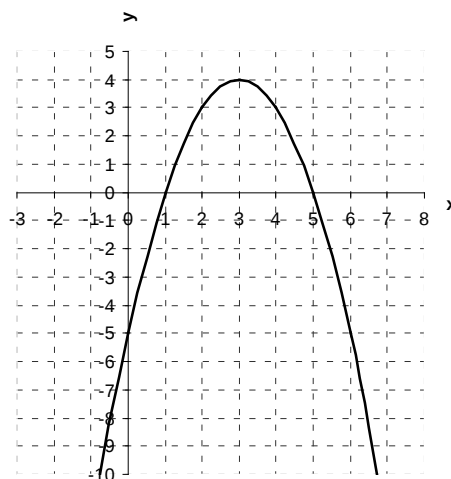
ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους αυτού.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = 2 \end{cases}$$

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$, $a \in \mathbb{R}$. Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης
- (β) το πρόσημο της διακρίνουσας
- (γ) το πρόσημο του a
- (δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (ε) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
- (στ) την τιμή του γ
- (ζ) τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (η) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) > 0$



3. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στο κύκλο. Τα $A\Delta$ και $\Delta\Gamma$ είναι εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου στα σημεία A και Γ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών χ , ψ , ω και ϕ .

4. (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1+\eta\mu\chi} + \epsilon\phi\chi = \tau\epsilon\mu\chi$

- (β) Να δείξετε ότι: $\frac{\epsilon\phi(180^\circ + \omega) \cdot \eta\mu(90^\circ + \omega)}{\eta\mu^2(180^\circ - \omega) + \sigma\upsilon\nu^2(-\omega)} = \eta\mu\omega$, $0^\circ < \omega < 90^\circ$.

5. Δύο χορδές AB και ΔE ενός κύκλου είναι παράλληλες. Στο σημείο B φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου που τέμνει την προέκταση της ΔE στο Γ . Να δείξετε ότι: $(B\Delta)^2 = (BA)(\Delta\Gamma)$

Τάξη: Α΄

Μάθημα: Μαθηματικά 3-ωρο(κ.κ.)

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

- 1) Να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

$$\sqrt{12} \div \sqrt{3} + \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} =$$

- 2) Οι βαθμοί των δεκαπέντε μαθητών ενός τμήματος σε ένα διαγώνισμα των μαθηματικών είναι:

1, 20, 18, 19, 17, 2, 18, 15, 15, 17, 17, 18, 16, 17, 15.

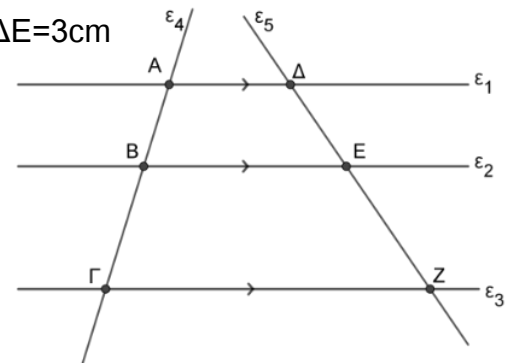
Να υπολογίσετε: α) τη μέση τιμή

β) την επικρατούσα τιμή

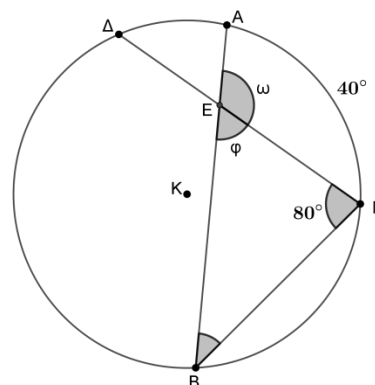
γ) τη διάμεσο τιμή των πιο πάνω παρατηρήσεων.

- 3) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x - 4 < 0$

- 4) Στο διπλανό σχήμα δίνονται $AB=2\text{cm}$, $B\Gamma=4\text{cm}$, $\Delta E=3\text{cm}$ και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος EZ .



- 5) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) και AB , $\Gamma\Delta$ χορδές του που τέμνονται στο σημείο E . Αν το τόξο $\widehat{A\Gamma} = 40^\circ$ και η γωνία $\hat{\Gamma} = 80^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{\varphi}$.



6) Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $A = 5\sigma\upsilon\nu\theta - 4\epsilon\phi\theta$.

7) Να διερευνηθεί και να λυθεί η πιο κάτω εξίσωση για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\lambda^2\chi + \lambda = 4\chi + 2$$

8) Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο και το $B\Gamma E$ ισοσκελές τρίγωνο με $\Gamma B = \Gamma E$. Να βρείτε ένα διάνυσμα που να ισοδυναμεί με το πιο κάτω:

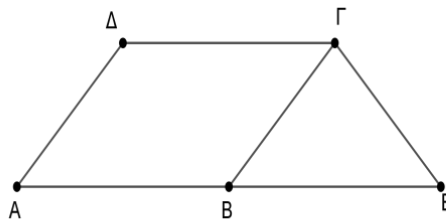
α) $\vec{BA} + \vec{A\Delta} + \vec{\Delta\Gamma} =$

β) $\vec{EB} + \vec{A\Delta} =$

γ) $\vec{A\Delta} + \vec{AB} =$

δ) $\vec{A\Gamma} - \vec{AB} =$

ε) $\vec{AB} + \vec{\Gamma B} =$



9) Δίνεται η εξίσωση $3\chi^2 - 5\chi - 2 = 0$ με λύσεις $\chi_1, \chi_2 \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων (χωρίς να λύσετε την εξίσωση):

α) $\chi_1 + \chi_2 =$

β) $\chi_1\chi_2 =$

γ) $3\chi_1 + 3\chi_2 - 9\chi_1\chi_2 =$

δ) $\frac{1}{\chi_1} + \frac{1}{\chi_2} =$

10) Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

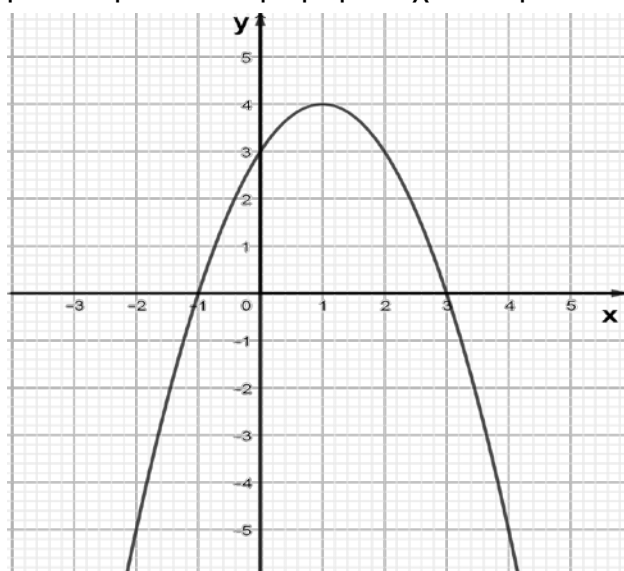
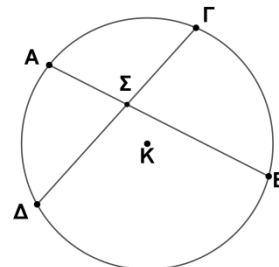
α) $(1 + \eta\mu\theta)^2 + (1 - \sigma\upsilon\nu\theta)^2 = 3 + 2(\eta\mu\theta - \sigma\upsilon\nu\theta)$

β) $\eta\mu\theta \cdot \sigma\phi\theta + \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \epsilon\phi\theta = \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\psi=ax^2+\beta x+\gamma$, $a\neq 0$. Να βρεθούν:
- α) το πρόσημο του a
 - β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
 - γ) η τιμή του γ
 - δ) οι ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $ax^2+\beta x+\gamma=0$
 - ε) οι τιμές των S και P
 - στ) οι τιμές των a και β
 - ζ) η μέγιστη τιμή της παραβολής
 - η) ο άξονας συμμετρίας
 - θ) πόσες μονάδες πρέπει να μετατοπιστεί οριζόντια ή κατακόρυφα η γραφική ώστε η νέα συνάρτηση να έχει διακρίνουσα $\Delta = 0$.

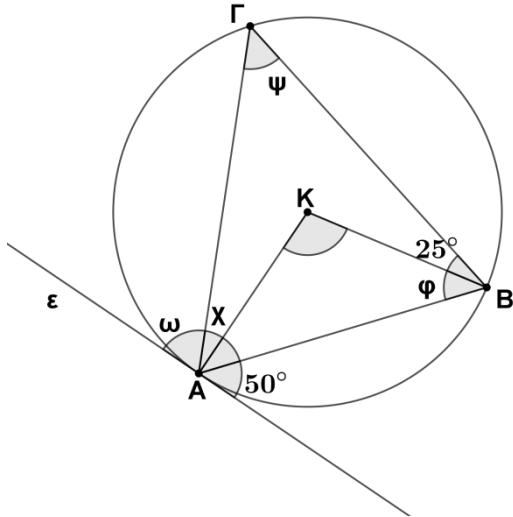


- 2) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 2)x + \lambda + 5 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση έχει:
- α) ρίζες αντίθετες
 - β) ρίζες αντίστροφες
 - γ) ρίζες πραγματικές και άνισες
 - δ) γινόμενο ριζών ίσο με το διπλάσιο άθροισμά τους.
- 3) Δύο χορδές ενός κύκλου (K, ρ) τέμνονται στο σημείο Σ . Να δείξετε ότι:
- α) τα τρίγωνα $\triangle \Sigma A \Delta$ και $\triangle \Sigma \Gamma B$ είναι όμοια
 - β) $(\Sigma A)(\Sigma B) = (\Sigma \Gamma)(\Sigma \Delta)$

4) Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\sqrt{\chi - 4} = 3$, $\chi \geq 4$

β) $(2\chi + 1)^{\frac{3}{2}} = 27$, $\chi \geq -\frac{1}{2}$

- 5) Δίνεται κύκλος (Κ, ρ) και ευθεία (ε) εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του Α.
 Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες στο πιο κάτω σχήμα (φ, χ, ψ, ω).
 Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Αν η εξίσωση $2x^2 + 3x + 6 = 0$ έχει ρίζες x_1, x_2 , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων (χωρίς να λύσετε την εξίσωση):

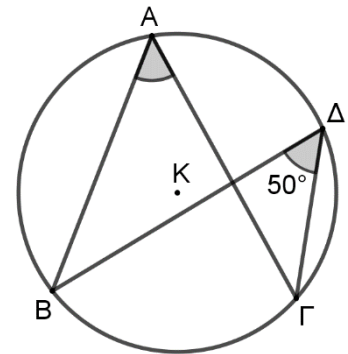
(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

2. Να μετατρέψετε την πιο κάτω παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής):

$$\frac{7}{3 - \sqrt{2}}$$

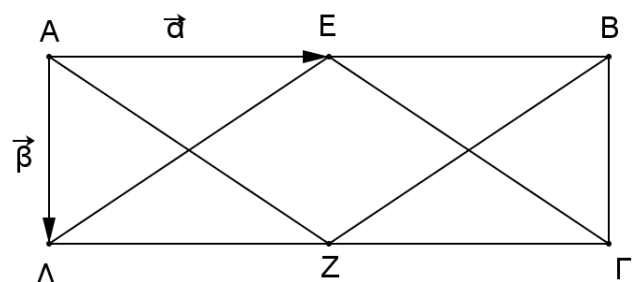
3. Στο πιο κάτω σχήμα, Κ είναι το κέντρο του κύκλου και $\widehat{B\Delta\Gamma} = 50^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$. (Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας).



4. Να λύσετε την ανίσωση: $(x - 8)(x + 5) \geq 0$

5. Ένας μαθητής της Α΄ λυκείου στο Α΄ τετράμηνο πήρε σε τρία διαφορετικά μαθήματα τους βαθμούς 12, 17, 20. Ποια είναι η μέση βαθμολογία του, αν τα μαθήματα έχουν βαρύτητα ανάλογη με τις εβδομαδιαίες περιόδους διδασκαλίας του κάθε μαθήματος, που είναι αντίστοιχα 3, 2 και 5 περίοδοι;

6. Στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ του πιο κάτω σχήματος, τα σημεία Ε και Ζ είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΔΓ αντίστοιχα. Αν $\overrightarrow{AE} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$, να εκφράσετε τα παρακάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.



$$\overline{\Delta Z} =$$

$$\overline{\Gamma B} =$$

$$\overline{AB} =$$

$$\overline{\Delta E} =$$

$$\overline{E\Gamma} =$$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^3 - 27 = 0$

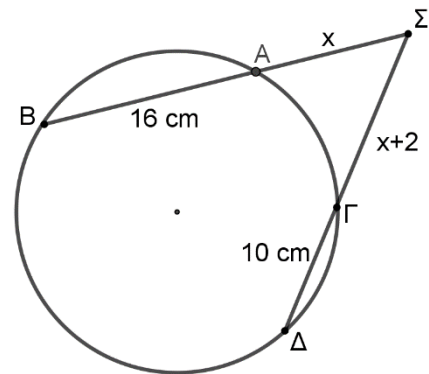
(β) $\sqrt{x-3} = 5, x \geq 3$

8. Αν $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\epsilon\phi\theta$ και $\sigma\phi\theta$.

9. Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρνουμε τις τέμνουσες ΣΑΒ και ΣΓΔ. Αν ΣΑ = x cm, ΑΒ = 16 cm, ΣΓ = (x+2) cm και ΓΔ = 10 cm.

(α) Να δείξετε ότι $(\Sigma A) \cdot (\Sigma B) = 16x + x^2$ και $(\Sigma \Gamma) \cdot (\Sigma \Delta) = x^2 + 14x + 24$.

(β) Να υπολογίσετε την τιμή του x.



10. Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{3}{5}$. Η περίμετρος του μεγαλύτερου πολυγώνου είναι 45 cm και το εμβαδόν του μικρότερου πολυγώνου είναι 18 cm^2 . Να υπολογίσετε:

(α) την περίμετρο του μικρότερου πολυγώνου

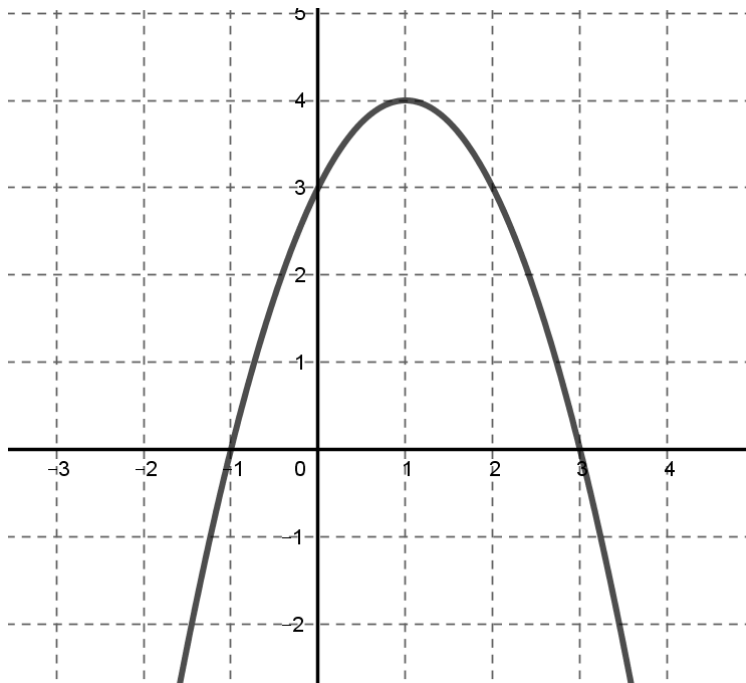
(β) το εμβαδόν του μεγαλύτερου πολυγώνου.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0, \quad a, b, \gamma \in \mathbb{R}$$

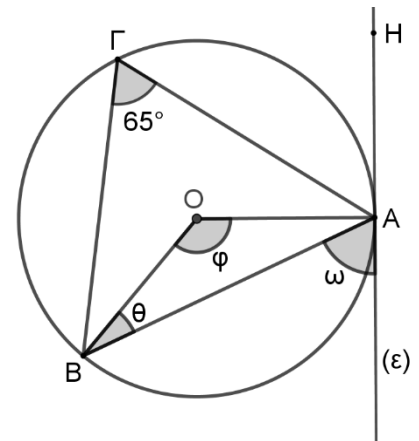


Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, να βρείτε:

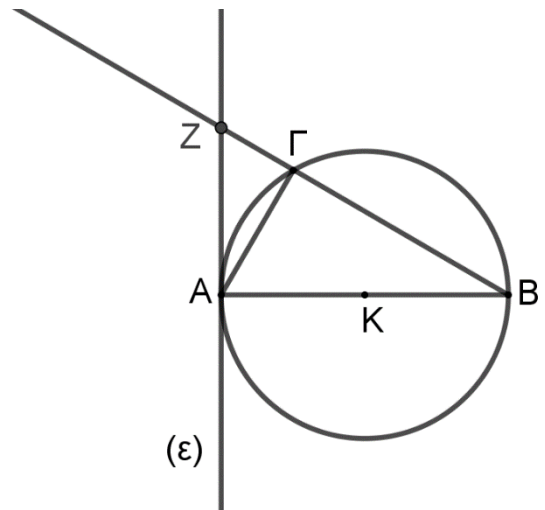
- (α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$
 - (β) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της
 - (γ) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ
 - (δ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - (ε) την τιμή του γ και τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$
2. (α) Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν:
- i) $\eta\mu\theta > 0$ και $\epsilon\phi\theta < 0$ (μον. 3)
 - ii) $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\eta\mu\theta < 0$
- (β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1 - \eta\mu\theta} - \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1 + \eta\mu\theta} = 2\epsilon\phi\theta$ (μον. 7)

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2(\lambda + 1)x + 3\lambda - 2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, η οποία έχει λύσεις τους αριθμούς x_1, x_2 . Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε η εξίσωση να έχει:
- (α) λύση τον αριθμό -1
 - (β) λύσεις αντίστροφες
 - (γ) λύσεις αντίθετες
 - (δ) άθροισμα των λύσεων ίσο με το διπλάσιο του γινομένου των λύσεων της.

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ο κύκλος (O, OA) και τα σημεία A, B και Γ είναι σημεία του κύκλου. Η ευθεία (ε) εφάπτεται του κύκλου στο σημείο A και $\widehat{B\Gamma A} = 65^\circ$. Να υπολογίσετε:
- (α) το μέτρο των γωνιών φ , ω και θ (μον. 7)
 - (β) το μέτρο του τόξου $\widehat{AGB}$ (μον. 3)
- (Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)



5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) με διάμετρο AB και χορδή AG . Η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη στο σημείο A και η προέκταση της $B\Gamma$ τέμνει την εφαπτομένη (ε) στο σημείο Z . Να δείξετε ότι:
- (α) τα τρίγωνα $AZ\Gamma$ και $A\Gamma B$ είναι όμοια
 - (β) $(AG) \cdot (AB) = (AZ) \cdot (B\Gamma)$



Μέρος Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

(α) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{32}$

(β) $\sqrt[4]{32} : \sqrt[4]{2}$

A2. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού, με λύσεις τους αριθμούς $x_1 = -1$ και $x_2 = 2$

A3. Να βρείτε για ποιες τιμές αληθεύει η ανίσωση $x^2 + 4x - 12 \leq 0$

A4. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\phi\theta$ και $\sigma\phi\theta$.

A5. Η θερμοκρασία, σε βαθμούς Κελσίου, στον Κάτω Πύργο τις 8 πρώτες μέρες του Ιουλίου ήταν 20, 21, 23, 25, 20, 24, 26, 30. Να υπολογίσετε:

- α) την μέση τιμή,
- β) την τυπική απόκλιση.

A6. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = (x - 3)^2 + 4$

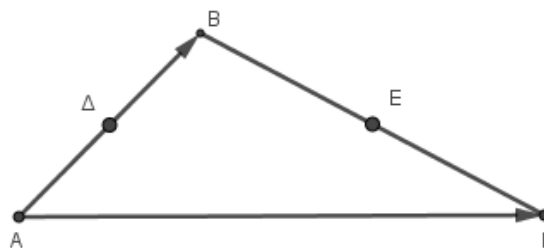
A7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ

με Δ και Ε τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΓ, αντίστοιχα. Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AG} = \vec{\beta}$

α) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{AE}$

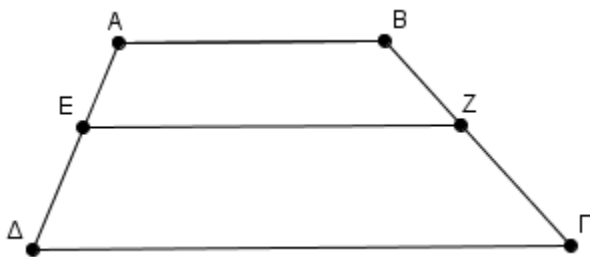
και $\overrightarrow{DE}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

β) Τί είδους τετράπλευρο είναι το ΑΔΕΓ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

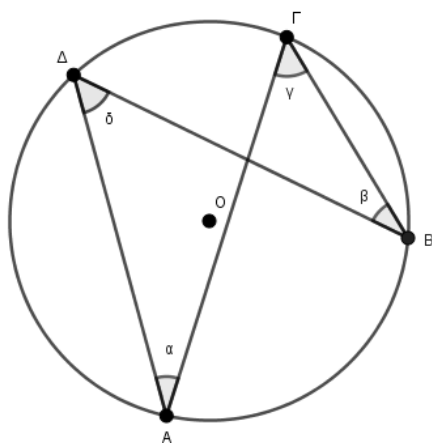


A8. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $AE = 2\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$, $Z\Gamma = 8\text{cm}$ και $AB \parallel EZ \parallel \Delta\Gamma$.

Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος BZ .



A9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι γωνίες $\hat{\alpha} = 32^\circ$ και $\hat{\delta} = 54^\circ$. Να υπολογίσετε την τιμή των γωνιών $\hat{\gamma}$ και $\hat{\beta}$.



A10. Πάνω στην προέκταση της κοινής χορδής δύο τεμνόμενων κύκλων παίρνουμε ένα σημείο Σ . Από το Σ φέρουμε εφαπτόμενα τμήματα ΣA και ΣB προς τους δύο κύκλους. Να αποδείξετε ότι $\Sigma A = \Sigma B$.

Μέρος Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + (\mu - 1)x + 2\mu - 9 = 0$, η οποία έχει λύσεις τους αριθμούς x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές του $\mu, \mu \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) δύο αντίθετες λύσεις.
- β) δύο αντίστροφες λύσεις.
- γ) δύο λύσεις πραγματικές και άνισες.

B2. α) Να δείξετε ότι $\frac{1 - \varepsilon\varphi(180^\circ - x)}{1 + \varepsilon\varphi(90^\circ - x)} = \varepsilon\varphi x$

β) Να αποδείξετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, ότι $\frac{11}{4 - \sqrt{5}} + \frac{11}{4 + \sqrt{5}} = 8$

B3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από ένα τυχαίο σημείο Δ της $A\Gamma$ φέρουμε ΔE κάθετη στη $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ είναι όμοιο με το τρίγωνο $\hat{E}\Delta\Gamma$

β) $(A\Gamma) \cdot (E\Delta) = (AB) \cdot (E\Gamma)$

B4. Δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

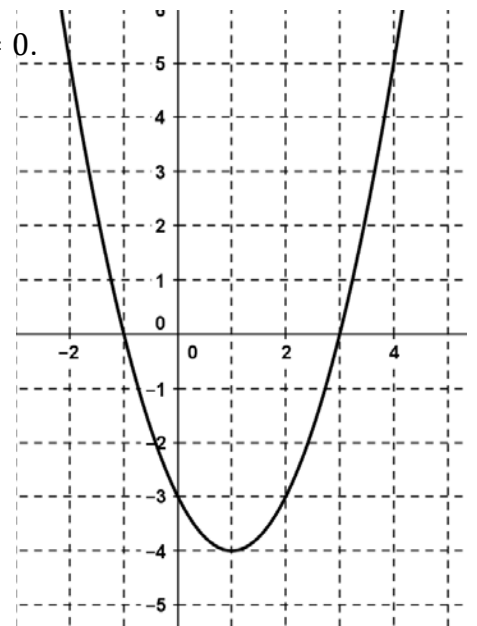
α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f ,

β) τις συντεταγμένες της κορυφής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής,

γ) την τιμή του $f(1)$ και το πρόσημο του $f(2018)$,

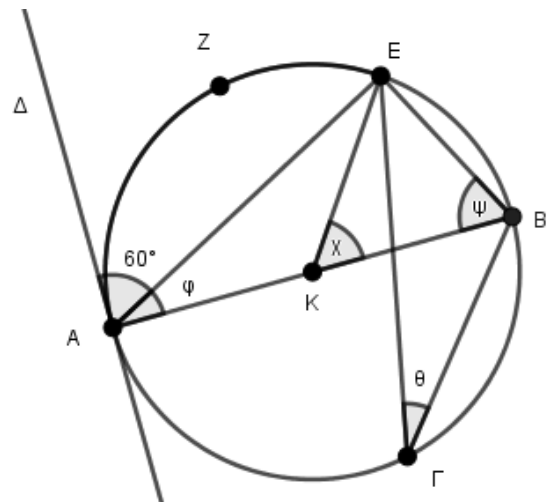
δ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $f(x) = 10$,

ε) Τις τιμές των συντελεστών α , β , και γ , της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$,



B5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και διάμετρο την AB . Η ΔA είναι

εφαπτομένη του κύκλου στο A και $\hat{\Delta A E} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες x , ψ , φ , θ και το τόξο AZE . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

α) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} =$

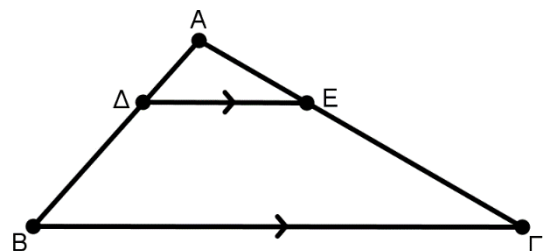
β) $\frac{\sqrt[5]{64}}{\sqrt[5]{2}} =$

2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 4x - 1 = 0$. Να βρείτε:

(α) το άθροισμα (S)

(β) το γινόμενο (P) των ριζών της πιο πάνω εξίσωσης.

3. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται AB=15cm και ΑΓ=20cm. Στην AB παίρνουμε σημείο Δ, ώστε ΔΒ = 9cm. Να υπολογίσετε το ΕΓ, αν ΔΕ || ΒΓ.



4. Χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

α) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{2}{5-\sqrt{3}}$

5. Η τελική πλευρά μιας γωνίας $\hat{\omega}$ τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο Α με συντεταγμένες $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημω , συνω , εφω .

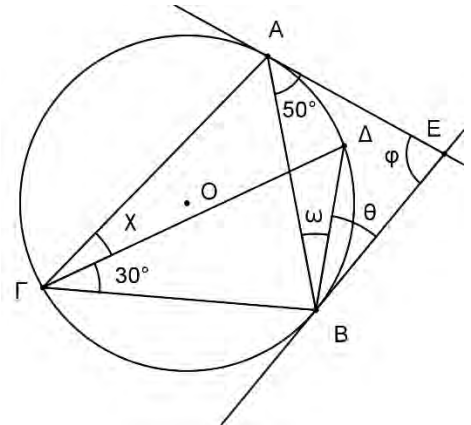
6. Η επίδοση ενός φοιτητή σε πέντε διαφορετικά μαθήματα για το πρώτο εξάμηνο είναι 6, 8, 9, 10 και 5. Ποια θα είναι η μέση επίδοση, αν τα μαθήματα έχουν βαρύτητα ανάλογη με τις περιόδους διδασκαλίας του κάθε μαθήματος που είναι αντίστοιχα 2, 2, 3, 3, 5.

7. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x - 10 \leq 0$.

8. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2-5x-3}{x^2-9}$.

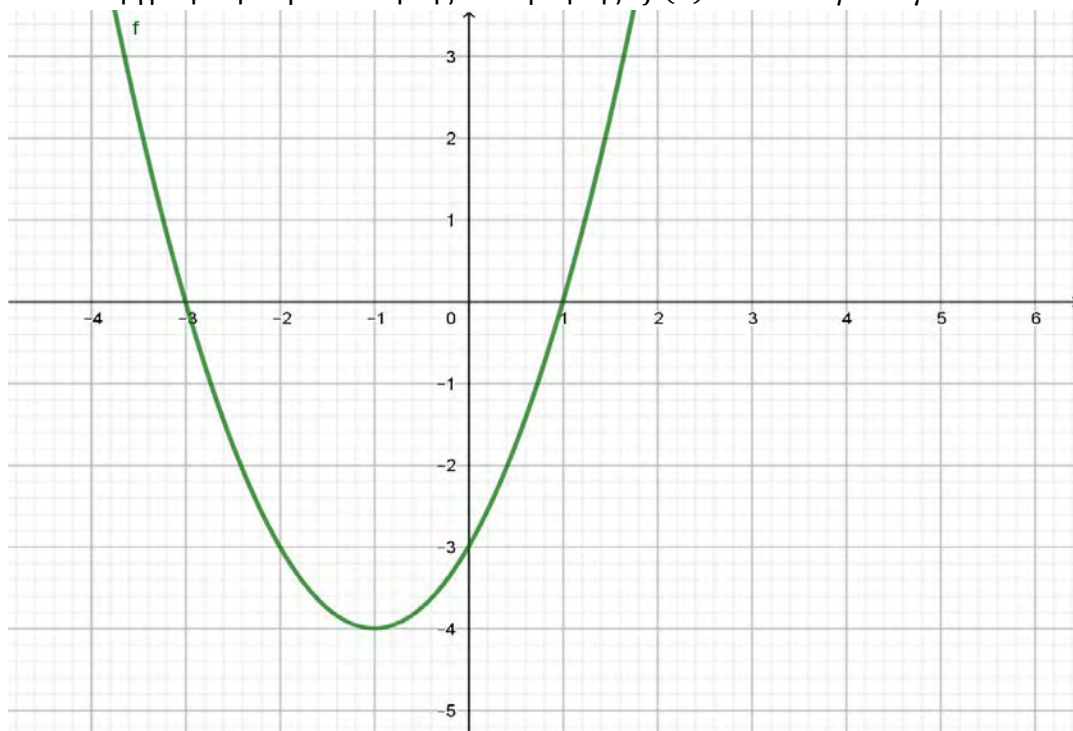
9. Να βρείτε δύο πραγματικούς αριθμούς με άθροισμα 5 και άθροισμα τετραγώνων 13.

10. Στο διπλανό σχήμα, οι ΑΕ και ΒΕ είναι εφαπτόμενες του κύκλου (Ο,ρ) στα σημεία Α και Β αντίστοιχα. Αν δίνεται ότι η $\angle E\hat{A}B = 50^\circ$ και $\angle \Gamma\hat{B} = 30^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ϕ , θ , ω αιτιολογώντας την απάντησή σας.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.



Να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- την κορυφή της f και να γράψετε αν η f έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή
- τις λύσεις x_1 και x_2 της εξίσωσης $f(x)=0$

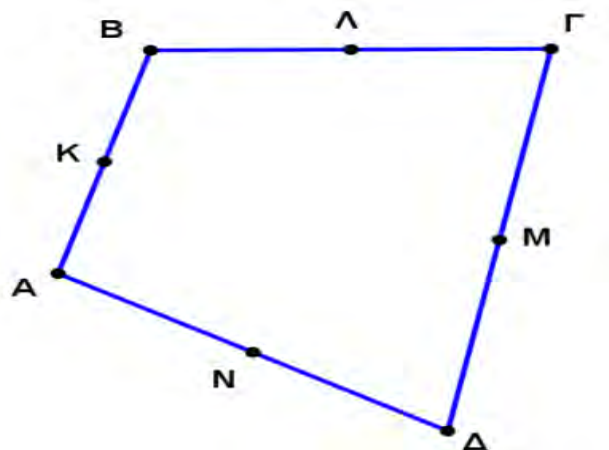
- τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$
- το πρόσημο του β

2. Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράπλευρο. Τα σημεία Κ, Λ, Μ, και Ν είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ και ΑΔ αντίστοιχα.

(α) Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$ και $\overrightarrow{AG} = \vec{\gamma}$ να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα ως άθροισμα ή διαφορά των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$:

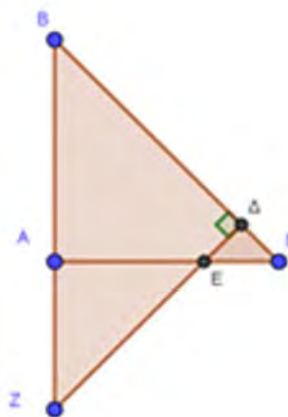
- i) $\overrightarrow{BA}$
- ii) $\overrightarrow{AB}$
- iii) $\overrightarrow{BG}$

(β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{KL}$ και $\overrightarrow{NM}$ είναι ίσα.



3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$. Από τυχόν σημείο Ζ που βρίσκεται στην προέκταση της ΒΑ, φέρουμε τη ΖΔ κάθετη στην ΒΓ που τέμνει την ΑΓ στο Ε. Να δείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα ΑΕΖ και ΔΕΓ είναι όμοια και
- β) ισχύει η σχέση $(AE)(\Delta\Gamma) = (AZ)(\Delta E)$.



4. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{8}{10}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = 30\sigma\upsilon\nu\theta + 12\varepsilon\varphi\theta + 20\eta\mu(180 - \theta)$.

5. Δίνεται η εξίσωση $(\sigma\upsilon\nu\theta)x^2 - 2x + 2\sigma\upsilon\nu\theta = 0$ ($\sigma\upsilon\nu\theta \neq 0$), με ρίζες x_1, x_2 . Να δείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\theta}$$

$$\beta) x_1^2 + x_2^2 = 4\varepsilon\varphi^2\theta$$

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).

1. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - 5x + 6 = 0$, με λύσεις x_1, x_2
Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

(α) $x_1 + x_2 =$ (μονάδες 2)

(β) $x_1 \cdot x_2 =$ (μονάδες 2)

(γ) $3x_1 + 3x_2 =$ (μονάδες 1)

2. Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2 - 2x - 1 \leq 0$

3. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{14}{\sqrt{7}} =$

(β) $\frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} =$

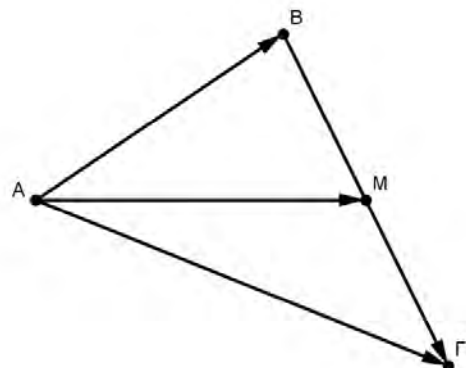
4. Αν $\sin \theta = \frac{5}{13}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{13\sin\theta - 13\eta\mu\theta}{5\epsilon\phi\theta}$$

5. Να λύσετε την εξίσωση: $(3x - 2)^{\frac{3}{2}} = 8$, $x \geq \frac{2}{3}$

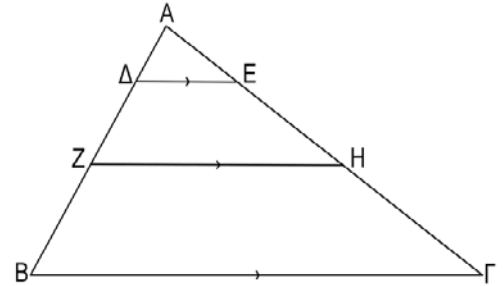
6. Στο διπλανό σχήμα $\overrightarrow{AB} = 2\vec{k}$, $\overrightarrow{AG} = 2\vec{v}$
και $BM = MG$.

Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{BM}$
και $\overrightarrow{AM}$ συναρτήσει των $\vec{k}$ και $\vec{v}$.



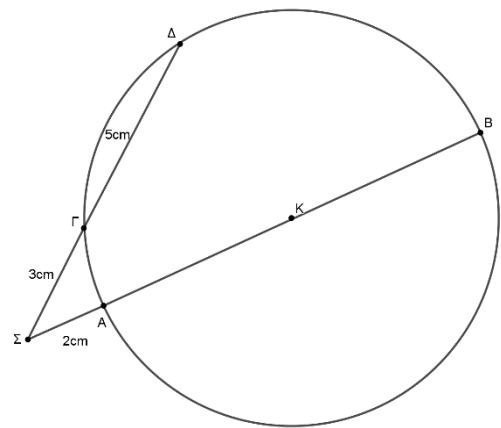
7. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\varepsilon\varphi^2x - \eta\mu^2x = \varepsilon\varphi^2x \cdot \eta\mu^2x$

8. Στο τρίγωνο ABΓ τα ευθύγραμμα τμήματα ΔΕ και ΖΗ είναι παράλληλα προς την πλευρά ΒΓ. Αν ΑΔ=3 cm , ΔΖ=6 cm, ΕΗ=8 cm και ΑΓ=24 cm, να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΕ και ΖΒ.



9. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} y - x = 5 \\ x^2 + xy = 3 \end{cases}$$

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Κ, R) , με ΣΑΒ, ΣΓΔ τέμνουσες και ΑΒ διάμετρο. Αν ΣΑ=2 cm, ΣΓ=3 cm και ΓΔ=5 cm, να υπολογίσετε την ακτίνα R του κύκλου, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



ΜΕΡΟΣ Β΄: (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

1. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις ηλικίες 10 παιδιών μιας πολυκατοικίας:

Ηλικίες x_i	5	6	7	8	10
Αριθμός παιδιών f_i	2	2	2	3	1

Να υπολογίσετε:

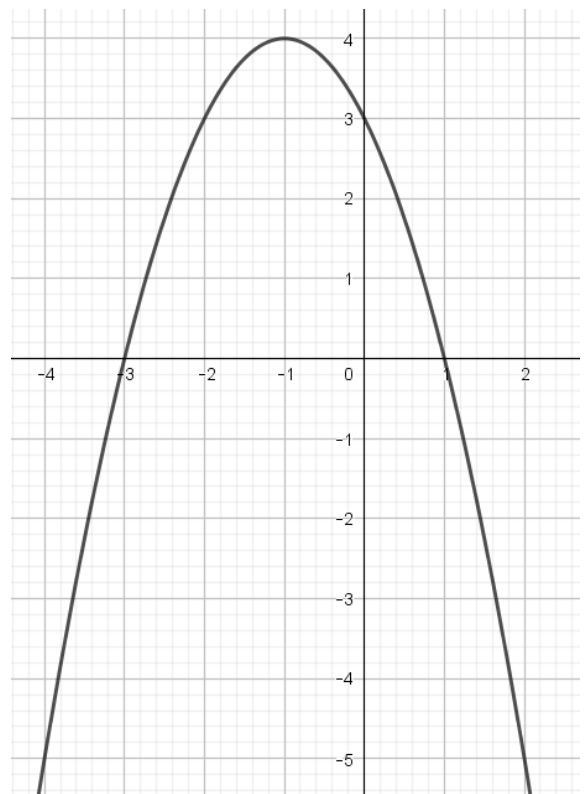
(α) τη μέση τιμή $(\bar{x})$

(β) την τυπική απόκλιση (s)

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$

Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού (Π.Ο) και το σύνολο τιμών (Σ.Τ) της $f(x)$
- (β) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ
- (γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
- (δ) τις λύσεις x_1 και x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (ε) τις τιμές των a , b και γ

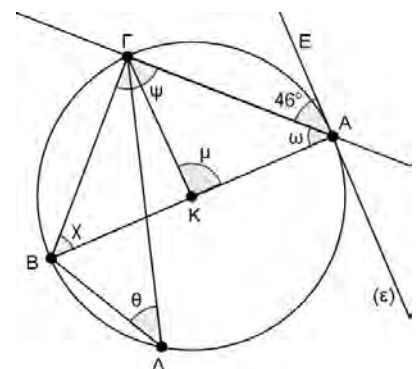


3. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 - (k+3)x + 3k - 7 = 0$, με λύσεις x_1, x_2

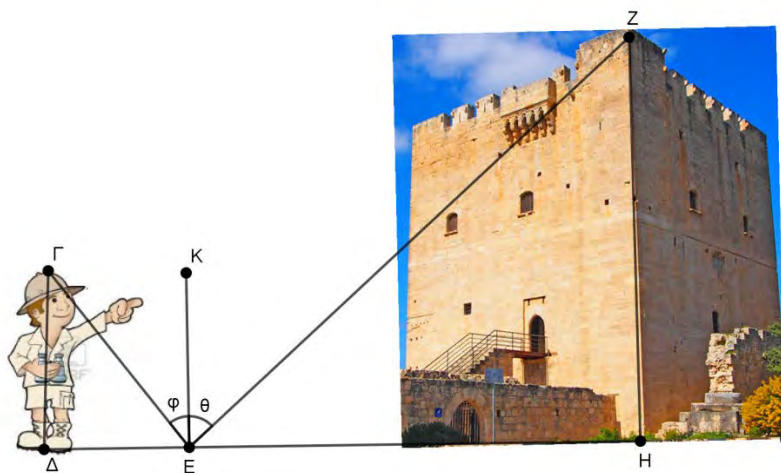
Να βρείτε τις τιμές του $k \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση σε κάθε περίπτωση να έχει:

- (α) λύση το -1
- (β) λύσεις αντίθετες
- (γ) λύσεις αντίστροφες
- (δ) λύσεις πραγματικές

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) , με AB διάμετρο, ευθεία (ϵ) εφαπτομένη του και $\angle E\hat{A}\Gamma = 46^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες: χ , ψ , θ , μ και ω δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



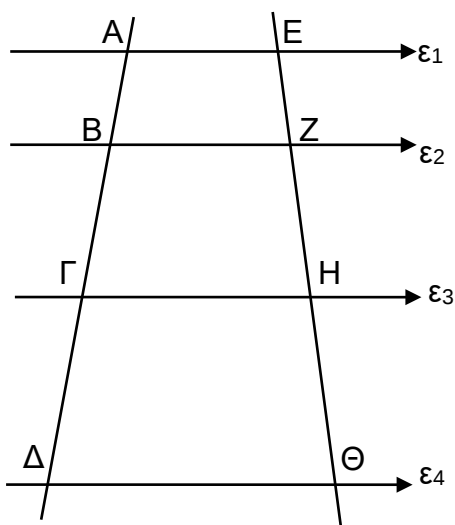
5. Στο πιο κάτω σχήμα ο Κώστας παρατηρεί μέσα από έναν καθρέφτη που βρίσκεται στο σημείο E το κάστρο του Κολοσσίου, με $KE \perp \Delta H$. Από τη Φυσική γνωρίζουμε ότι $\hat{\theta} = \hat{\phi}$.
- (α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Delta Γ E$ και $Z E H$ είναι όμοια.
- (β) Αν δίνονται $\Delta E = 2 \text{ m}$, $E H = 28 \text{ m}$ και το ύψος του Κώστα είναι $1,5 \text{ m}$ να υπολογίσετε το ύψος του κάστρου.



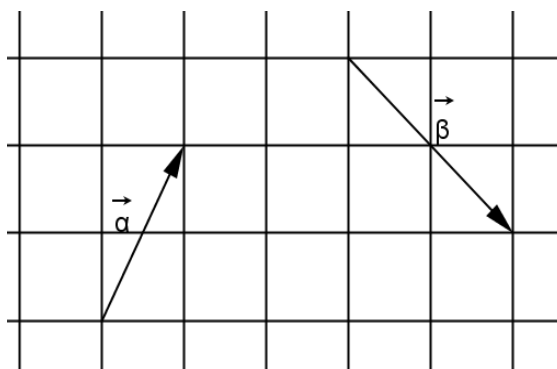
ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τα δέκα (10) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

- 1) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$, $(AB) = 6 \text{ cm}$, $(\Gamma\Delta) = 15 \text{ cm}$, $(EZ) = 4 \text{ cm}$ και $(Z\Theta) = 18 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων $H\Theta$, ZH και $B\Gamma$.



- 2) Να σχεδιάσετε ένα διάνυσμα ίσο με το $\vec{\alpha}$ και ένα διάνυσμα αντίθετο του $\vec{\beta}$.



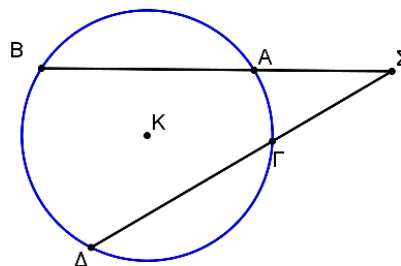
- 3) Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

(α) $(\sqrt{7} - 3)(\sqrt{7} + 3) =$

(β) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} + \sqrt{32} \div \sqrt{2} =$

4) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο Σ εκτός του κύκλου.

Αν $(\Sigma\Gamma) = 2\text{ cm}$, $(\Gamma\Delta) = 7\text{ cm}$, $(\Sigma A) = x\text{ cm}$ και $(AB) = 3\text{ cm}$, να υπολογίσετε την τιμή του x .

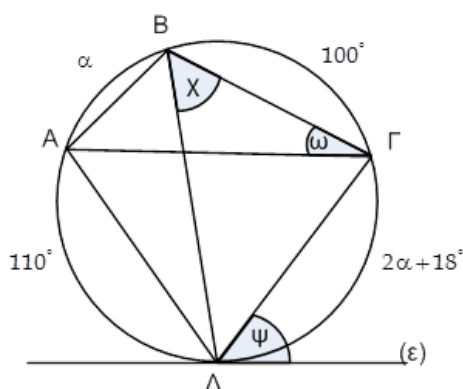


5) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x - 10 \geq 0$.

6) Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα τόξα $AB = \alpha$, $B\Gamma = 100^\circ$, $\Gamma\Delta = 2\alpha + 18^\circ$, $\Delta A = 110^\circ$ και η εφαπτομένη (ε) του κύκλου στο σημείο Δ . Να βρείτε, δικαιολογώντας πλήρως όλες σας τις απαντήσεις:

α) το μέτρο του τόξου AB

β) τις γωνίες χ , ψ , και ω .

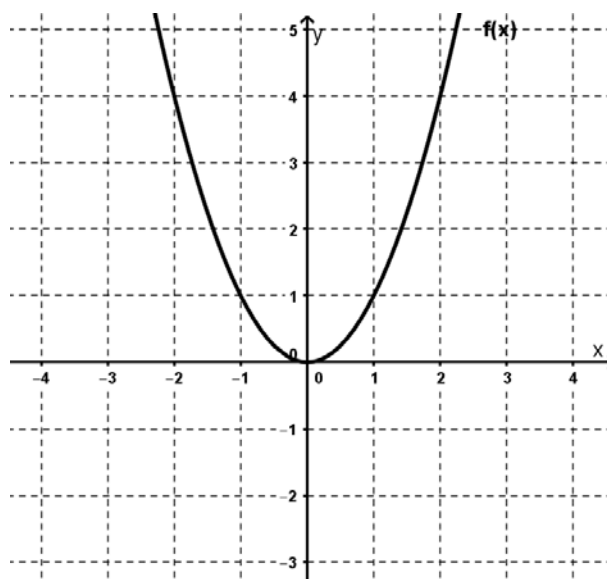


7) Στο διπλανό ορθοκανονικό σύστημα αξόνων δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = x^2$. Να κάνετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

(α) $k(x) = -x^2$

(β) $g(x) = x^2 + 2$

(γ) $h(x) = (x+3)^2$.



8) Να βρείτε δύο αριθμούς, που έχουν άθροισμα 7 και άθροισμα τετραγώνων 29.

9) Να εξετάσετε κατά πόσο η συνάρτηση $f(x) = -x^2 - 2x + 3$, $x \in \mathbb{R}$ έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή και να την υπολογίσετε.

10) α) Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = 26\sigma\upsilon\nu\theta - 12\varepsilon\varphi\theta$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα $2\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta + (\eta\mu\theta - \sigma\upsilon\nu\theta)^2 = 1$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τα πέντε (5) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 4x + 2 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

i) $x_1 + x_2$

ii) $x_1 \cdot x_2$

iii) $2x_1 - 14x_1 \cdot x_2 + 2x_2$

iv) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

2) Ένας μαθητής πήρε στα δύο διαγωνίσματα των Μαθηματικών βαθμούς 12 και 14 αντίστοιχα και βαθμό 18 για την εργασία των Μαθηματικών. Αν το κάθε διαγώνισμα έχει βαρύτητα 40% και η εργασία 20% στη συνολική βαθμολογία, να υπολογίσετε τον μέσο όρο της βαθμολογίας του μαθητή.

3) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης _____

β) το σύνολο τιμών της συνάρτησης _____

γ) το πρόσημο του a _____

δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας _____

ε) την τιμή του γ _____

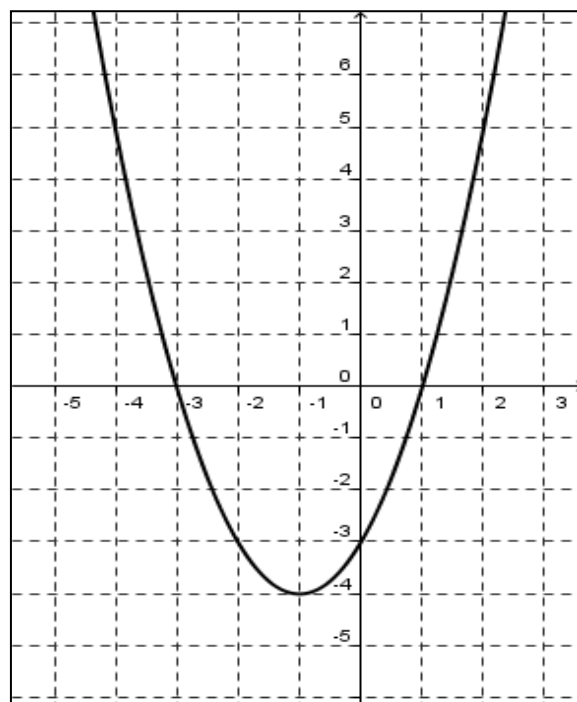
στ) την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης

ζ) την κορυφή της συνάρτησης _____

η) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

θ) το πρόσημο της διακρίνουσας της $ax^2 + bx + \gamma = 0$ _____

ι) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$ _____.



4) Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\mu - 3)x + 3 - 2\mu = 0$, $\mu \in R$, με ρίζες x_1 και x_2 .

Να βρείτε τις τιμές του μ , ώστε η εξίσωση να έχει:

α) λύση τον αριθμό -2

β) ρίζες αντίθετες

γ) ρίζες αντίστροφες

δ) ρίζες πραγματικές και άνισες.

5) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) φέρουμε το ύψος AD . Να αποδείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta \Gamma$ είναι όμοια

β) $(AD)^2 = (AB)(\Delta \Gamma)$.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

(α) $\frac{18}{\sqrt{3}} =$

(β) $\frac{15}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} =$

2. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x + 6 > 0$
3. Στο πιο κάτω σχήμα, η ευθεία ε είναι εφαπτόμενη του κύκλου (K, R) . Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ , ω , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

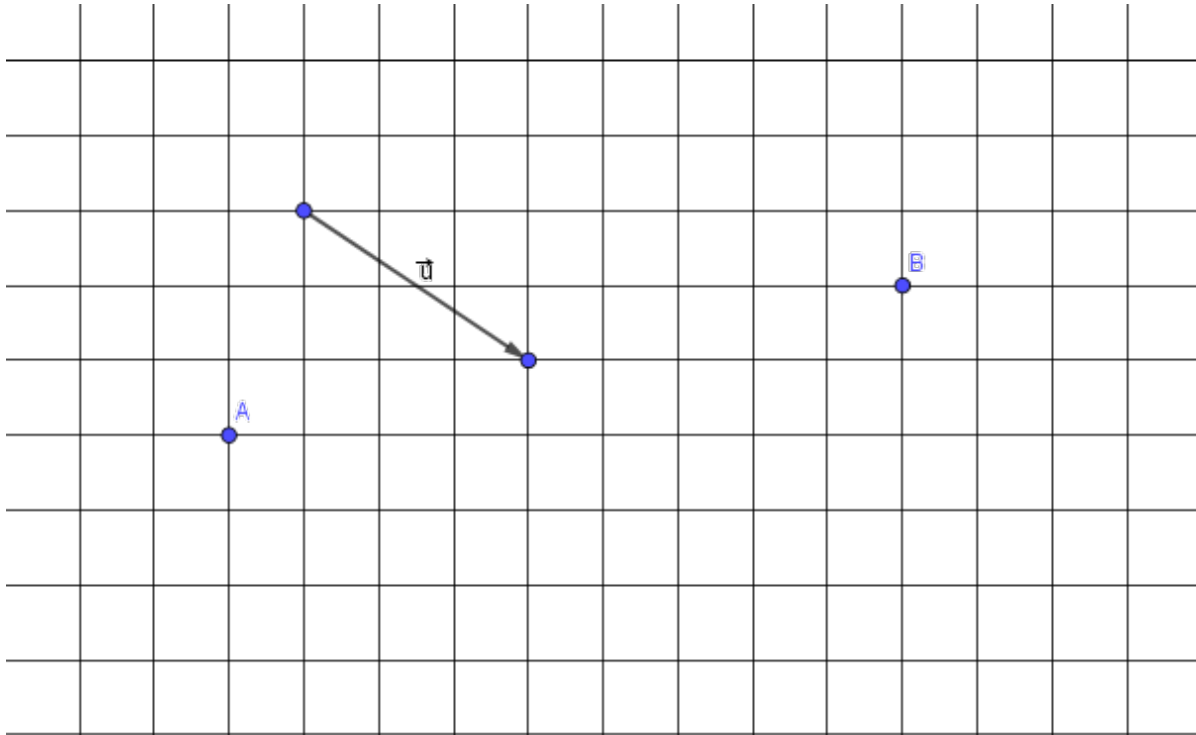
4. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

$\varepsilon\varphi 170^\circ > 0$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
$\eta\mu 35^\circ = \sigma\upsilon\nu 55^\circ$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
Αν $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\eta\mu\theta > 0$, τότε η γωνία θ έχει τελική πλευρά στο 4 ^ο τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
Η τελική πλευρά της γωνίας -120° σε κανονική θέση βρίσκεται στο 2 ^ο τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ
$\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \theta) = \sigma\upsilon\nu\theta$	ΣΩΣΤΟ - ΛΑΘΟΣ

5. (α) Να σχεδιάσετε στο πιο κάτω σχήμα ένα διάνυσμα, το οποίο:

i. Να είναι ίσο με το $\vec{u}$ και να αρχίζει από το A.

ii. Να είναι αντίθετο με το $\vec{u}$ και να αρχίζει από το B.



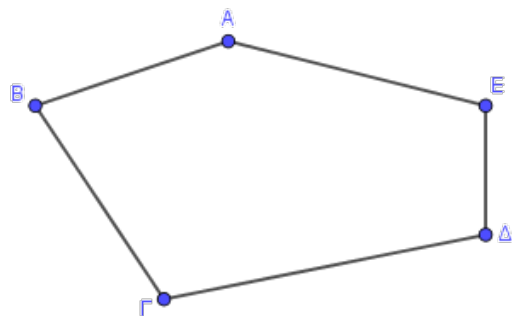
(β) Στο διπλανό σχήμα, δίνεται το πολύγωνο ΑΒΓΔΕ.

Να βρείτε το διάνυσμα που

αντιστοιχεί στα πιο
κάτω:

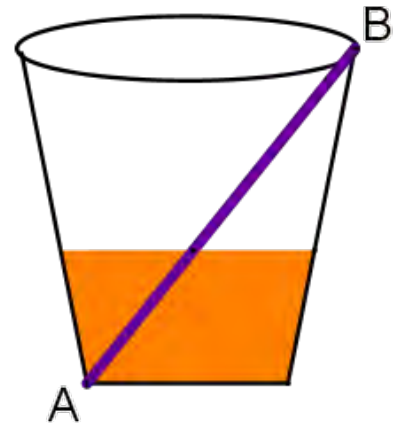
i. $\vec{ΓΔ} + \vec{ΔΕ} =$

ii. $\vec{ΕΔ} + \vec{ΔΓ} - \vec{ΒΓ} =$

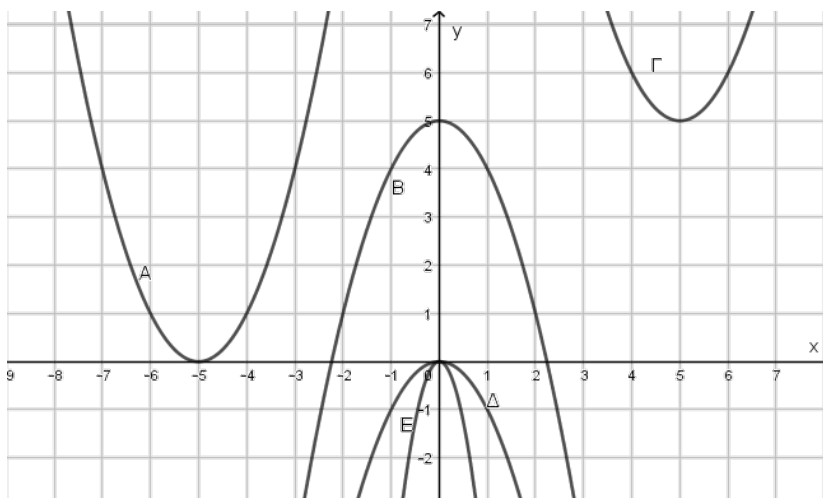


6. Για κάθε μαθητή ο βαθμός τετραμήνου στο μάθημα των Γαλλικών συνυπολογίζεται από τους βαθμούς του προειδοποιημένου διαγωνίσματος με βαρύτητα 55%, του απροειδοποίητου διαγωνίσματος με βαρύτητα 15%, της κατ' οίκον εργασίας με βαρύτητα 10% και της συμμετοχής στην τάξη με βαρύτητα 20%. Να υπολογίσετε τον βαθμό τετραμήνου που θα έχει στο δελτίο επίδοσης στο μάθημα των Γαλλικών ο Αλέξης με βαθμούς 17 στο προειδοποιημένο διαγώνισμα, 12 στο απροειδοποίητο, 16 στην κατ' οίκον εργασία και 18 στη συμμετοχή στην τάξη.

Το ποτήρι στο διπλανό σχήμα έχει ύψος 14cm και περιέχει φυσικό χυμό πορτοκαλιού. Η στάθμη του χυμού φτάνει στα 6cm. Αν το καλαμάκι έχει μήκος $AB=16\text{cm}$, να υπολογίσετε πόσα εκατοστά από το καλαμάκι είναι βυθισμένο στον χυμό.



7. Να αντιστοιχίσετε κάθε γραφική παράσταση με τον σωστό τύπο.



ΤΥΠΟΣ
$f_1(x) = x^2$
$f_2(x) = -x^2$
$f_3(x) = -x^2 + 5$
$f_4(x) = -5x^2$
$f_5(x) = (x + 5)^2$
$f_6(x) = (x - 5)^2 + 5$

A→..... B→..... Γ→..... Δ→..... Ε→.....

8. Να λύσετε την εξίσωση: $(4x - 1)^{\frac{3}{2}} = 27, x \geq \frac{1}{4}$

9. Στον διπλανό κύκλο (K, R) , οι χορδές AB και $\Gamma\Delta$ τέμνονται στο E . Να αποδείξετε ότι:

- (α) τα τρίγωνα $A\Gamma E$ και $E\Delta B$ είναι όμοια
 (β) $(EA) \cdot (EB) = (E\Gamma) \cdot (E\Delta)$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο σχήμα, δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Να βρείτε:

(α) i. το Πεδίο Ορισμού

ii. το σύνολο τιμών της

(β) i. το πρόσημο του a

ii. το πρόσημο της διακρίνουσας

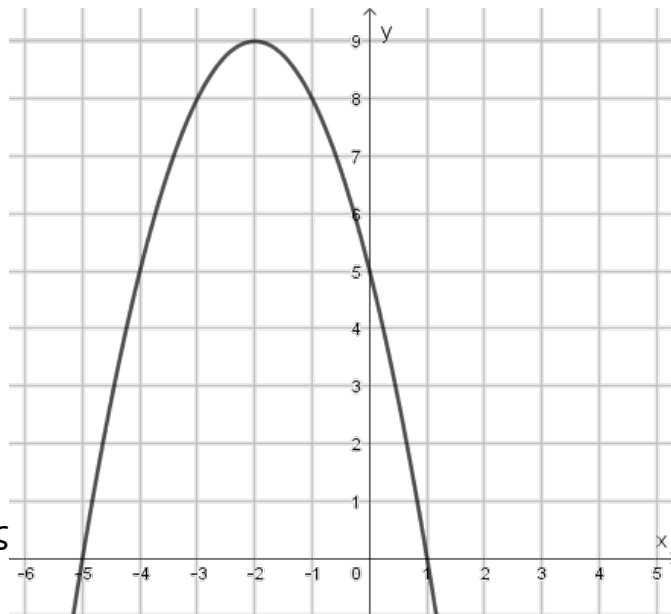
(γ) i. την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της

ii. τη μέγιστη τιμή της

(δ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$

(ε) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει

$$ax^2 + bx + c \geq 0$$



2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + \lambda x + \lambda - 2 = 0$. Να υπολογίσετε τις τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:

(α) λύση τον αριθμό 2

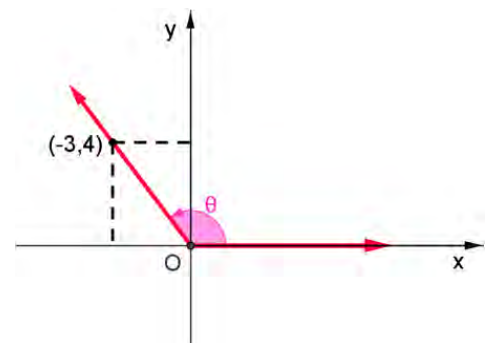
(β) λύσεις αντίστροφες

(γ) λύσεις x_1, x_2 που να επαληθεύουν τη σχέση $5x_1 - x_1 \cdot x_2 + 5x_2 = 0$

(δ) λύσεις πραγματικές και άνισες.

3. Στο πιο κάτω σχήμα, η BZ είναι εφαπτόμενη του κύκλου (K, R) στο σημείο B και η AB διάμετρος του. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\chi, \psi, \omega, \alpha, \beta, \epsilon$ και το τόξο AE , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

- 4.(α) Στο διπλανό σχήμα, δίνεται το σημείο $(-3,4)$ και η αμβλεία γωνία θ . Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .
($\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$, $\sigma\varphi\theta$)



(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\theta}{1-\sigma\upsilon\nu\theta} - \frac{\eta\mu\theta}{1+\sigma\upsilon\nu\theta} = 2\sigma\varphi\theta$

5. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) και η πλευρά AB είναι διάμετρος του κύκλου. Η εφαπτόμενη $B\chi$ του κύκλου στο B τέμνει την προέκταση της διχοτόμου AM στο σημείο E .

Να αποδείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και ABE είναι όμοια

(β) $(A\Gamma)(BE) = (AB)(\Gamma\Delta)$

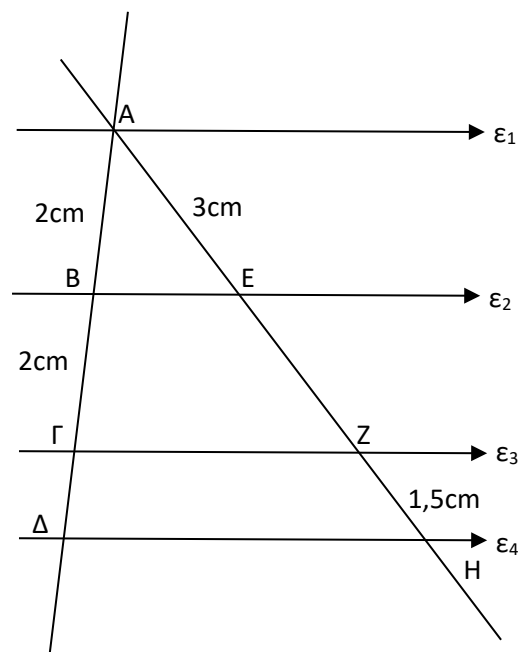
(γ) $(M\Delta)(AM) = (BM)^2$

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά κοινού κορμού

ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου (3- ωρο)

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

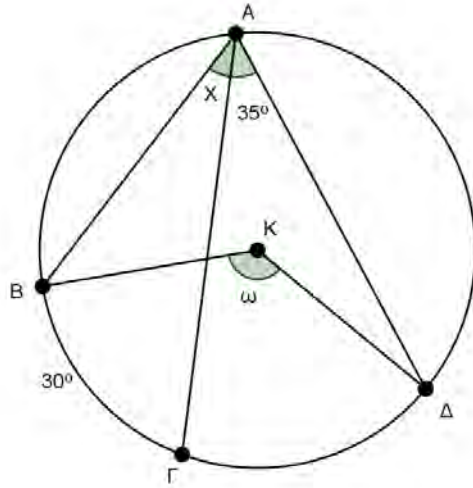
- 1) Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 - 4x + 8 = 0$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης.
Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
α) $x_1 + x_2$
β) $x_1 \cdot x_2$
- 2) Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή (Να φαίνονται οι πράξεις σας)
α) $\frac{3}{\sqrt{4}}$ β) $\frac{39}{4-\sqrt{3}}$
- 3) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x + 4 > 0$
- 4) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in R$, ώστε η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 4)x + 2\lambda - 5 = 0$ να έχει λύση τον αριθμό 3.
- 5) Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$. Να υπολογίστε το μήκος του ΕΖ και του ΓΔ.



6) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K .

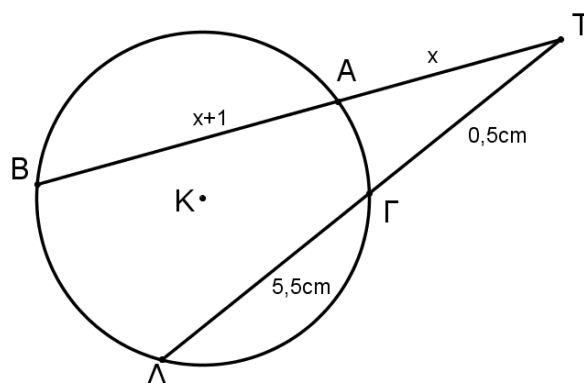
Σας δίνεται η εγγεγραμμένη γωνία $\widehat{\Gamma\hat{A}\Delta} = 35^\circ$ και το έλασσον τόξο $B\Gamma = 30^\circ$.

Να υπολογίσετε τις σκιασμένες γωνίες χ και ω . Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



7) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και εξωτερικό σημείο T του κύκλου.

Να υπολογίσετε την τιμή του x , $(x > 0)$.



8) Δίνονται οι κύκλοι $(K, 3cm)$ και $(\Lambda, 7cm)$. Να βρείτε τη θέση των δύο κύκλων αν η διάκεντρός τους $K\Lambda$ είναι ίση με $7cm$.

9) Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα εξισώσεων:

$$\begin{cases} \psi = 2\chi^2 \\ 2\chi + \psi = 4. \end{cases}$$

10) Χρησιμοποιώντας το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ στο διπλανό ορθοκανονικό σύστημα αξόνων να γράψετε:

(α) Τις συντεταγμένες των διανυσμάτων:

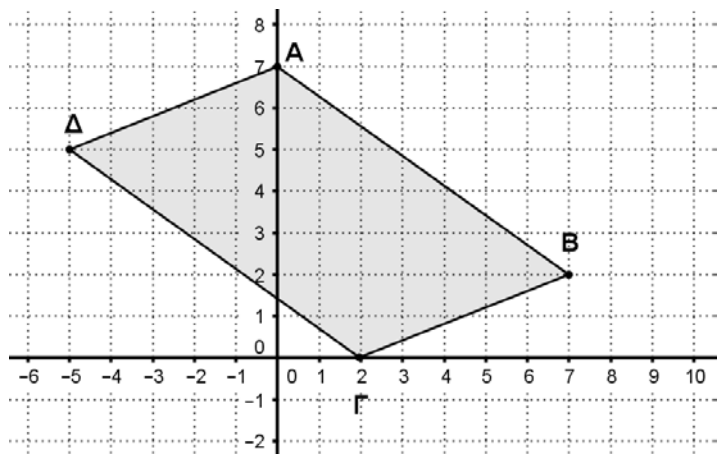
(i) $\vec{AB}$

(ii) $\vec{\Delta A}$

(β) Ένα διάνυσμα που να είναι ίσο με:

$$\vec{AB} + \vec{B\Gamma} =$$

$$\vec{BA} + \vec{A\Delta} + \vec{\Delta\Gamma} =$$



ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να βρεθούν οι τιμές του κ , ώστε η εξίσωση $x^2 + (6 - 4\kappa)x + 9 + \kappa = 0$ να έχει:

α) ρίζες αντίθετες (μ.4)

β) ρίζες αντίστροφες (μ.4)

γ) ρίζες πραγματικές και ίσες (μ.2)

2) Πιο κάτω παρουσιάζονται οι ώρες με τις οποίες ασχολούνται κάθε μέρα 12 μαθητές ενός τμήματος του σχολείου μας με το διαδίκτυο: 2, 4, 1, 3, 3, 3, 2, 3, 5, 4, 4, 2

Να υπολογίσετε:

α) το εύρος των παρατηρήσεων.

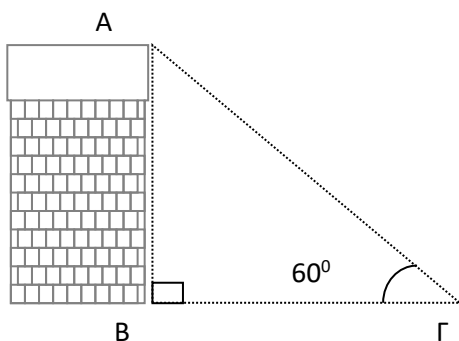
β) τη μέση τιμή των ωρών που ασχολούνται οι μαθητές με το διαδίκτυο .

γ) την τυπική απόκλιση των ωρών που χρησιμοποιούν το διαδίκτυο.

δ) τον συντελεστή μεταβλητότητας των πιο πάνω παρατηρήσεων και να εξετάσετε αν το δείγμα παρουσιάζει ομοιογένεια.

3) α) Να αποδείξετε τη ταυτότητα : $(\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)^2 = 1 + 2\eta\mu\theta\sigma\upsilon\nu\theta$

β) Να βρείτε το ύψος AB του τοίχου αν ξέρετε ότι $B\Gamma = 18\sqrt{3}$ m



4) Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με κέντρο Κ.

Η ευθεία (ε) είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Α. Η γωνία $B\hat{A}H = 60^\circ$.

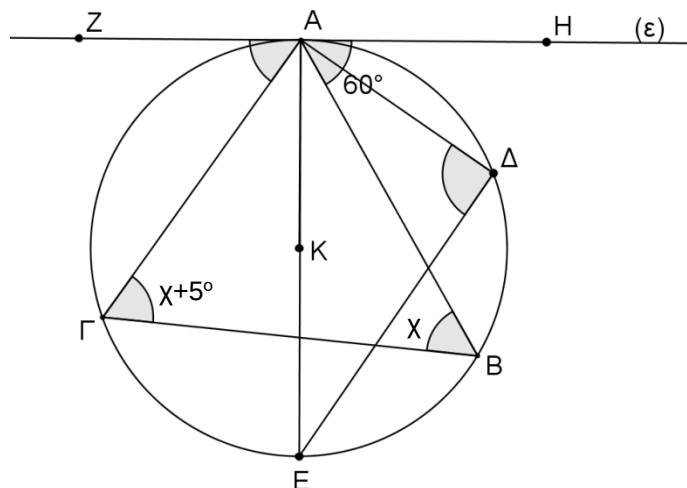
Να υπολογίσετε:

(α) το χ

(β) τις γωνίες $A\hat{\Gamma}B$, $\Gamma\hat{A}Z$ και $A\hat{\Delta}E$

(γ) το μέτρο του τόξου $\widehat{A\Delta B}$

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



5) Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

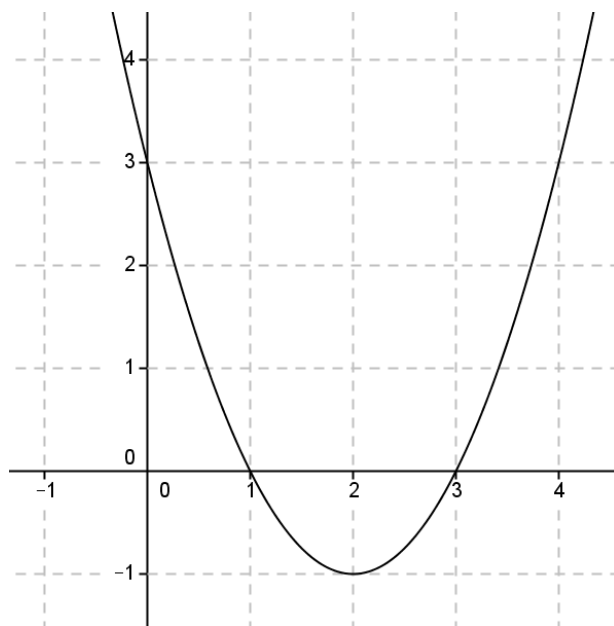
Να βρείτε:

- (α) Το πρόσημο του a .
- (β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής

της παραβολής.

(δ) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.

(ε) Τις τιμές των α, β, γ .



ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 64 = 0$.

2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο ανήκει η τελική πλευρά της γωνίας θ σε κάθε περίπτωση:

(α) $\eta\mu\theta = -\frac{1}{2}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(β) $\epsilon\varphi\theta = \frac{3}{4}$ και $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$

3. Ένας φοιτητής πανεπιστημίου πήρε σε 6 διαφορετικά μαθήματα για το πρώτο εξάμηνο τους βαθμούς 6, 8, 8, 10, 9 και 7.

(α) Να βρείτε τη μέση τιμή της βαθμολογίας του για το πρώτο εξάμηνο. (μον. 2)

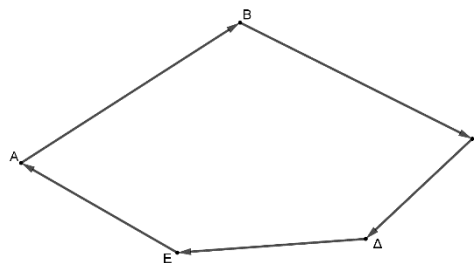
(β) Να υπολογίσετε την τελική βαθμολογία για το πρώτο εξάμηνο, αν τα μαθήματα έχουν βαρύτητα ανάλογη με τις περιόδους διδασκαλίας του κάθε μαθήματος, που είναι αντίστοιχα 2, 3, 1, 4, 3 και 2.

Να δώσετε την απάντησή σας κατά προσέγγιση ενός δεκαδικού ψηφίου. (μον. 3)

4. Να χρησιμοποιήσετε το διπλανό σχήμα, για να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

(α) $\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DE} =$

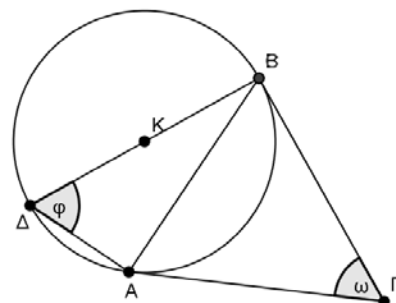
(β) $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{ED} =$



5. Δίνεται η εξίσωση δευτέρου βαθμού $3x^2 - 5x + 1 = 0$ με λύσεις $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παρακάτω παραστάσεων:

- (α) $x_1 + x_2$ (μον. 1,5)
 (β) $x_1 \cdot x_2$ (μον. 1,5)
 (γ) $3x_1 - 12x_1 \cdot x_2 + 3x_2$ (μον. 2)

6. Στο διπλανό σχήμα, η ΔB είναι διάμετρος του κύκλου με κέντρο K , η γωνία $\hat{\Delta}BA = 30^\circ$ και τα $\Gamma A = \Gamma B$ είναι εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου που άγονται από το σημείο Γ (A και B σημεία επαφής με τον κύκλο). Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\varphi}$ και $\hat{\omega}$, δικαιολογώντας όλες τις απαντήσεις σας.

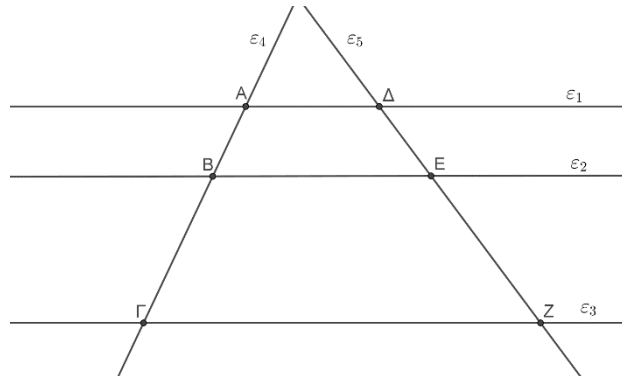


7. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 2x - 15 \leq 0$.

8. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ είναι παράλληλες ($\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$).

Η ευθεία ε_4 τέμνει τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ στα σημεία A, B, Γ , ενώ η ευθεία ε_5 τέμνει τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ στα σημεία Δ, E, Z αντίστοιχα. Αν $(AB) = 3\text{cm}$, $(B\Gamma) = 9\text{cm}$ και $(\Delta Z) = 18\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του (ΔE) .

Να δείξετε όλα τα στάδια λύσης της άσκησης.



9. Δίνεται η εξίσωση δευτέρου βαθμού $3x^2 - (\mu - 2)x + 2\mu - 5 = 0$ με ρίζες $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε την τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:

- (α) ρίζες αντίθετες,
 (β) γινόμενο ριζών ίσο με -3 .

10. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) να κάνετε τις πράξεις $\sqrt[3]{5 + \sqrt{7 + \sqrt[4]{16}}}$ (μον. 2)

(β) να απλοποιήσετε την παράσταση $\sqrt{200} - 2\sqrt{18} - 3\sqrt{32} + 4\sqrt{50}$. (μον. 3)

(Να δείξετε όλα τα στάδια λύσης της άσκησης).

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 4 \end{cases}$.

2. (α) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{10\sigma\upsilon\eta\theta + 12\epsilon\phi\theta}{3\sigma\phi\theta - 1} \quad (\text{μον.7})$$

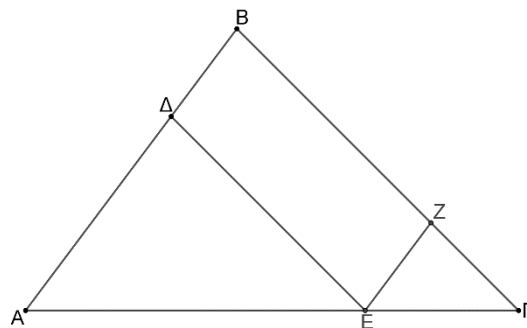
(β) Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα:

$$\eta\mu\theta \cdot \sigma\phi\theta + \sigma\upsilon\eta\theta \cdot \epsilon\phi\theta = \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\eta\theta \quad (\text{μον. 3})$$

3. Στο τρίγωνο ABΓ δίνονται ΔΕ // ΒΓ και ΕΖ // ΑΒ.

(α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΑΔΕ είναι όμοια.

(β) Αν $(AB) = 15\text{m}$, $(AD) = 9\text{m}$, $(B\Gamma) = 20\text{m}$,
να υπολογίσετε το μήκος του (BZ).
(Το σχέδιο δεν είναι υπό κλίμακα).



4. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^2 + 2x - 3$, $x \in \mathbb{R}$.

(α) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της γραφικής παράστασης της f .

(μον. 1)

(β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή και να την υπολογίσετε.

(μον. 2)

(γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής.

(μον. 1)

(δ) Να βρείτε τα σημεία τομής της με τους άξονες συντεταγμένων.

(μον. 3)

(ε) Να παραστήσετε γραφικά την f σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων, όπου θα φαίνονται καθαρά η κορυφή και τα σημεία τομής της με τους άξονες.

(μον. 3)

5. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος (K, ρ) με διάμετρο την AB . Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B τέμνει την προέκταση της χορδής AG στο Δ και η γωνία $\hat{A}\Gamma K = 30^\circ$.

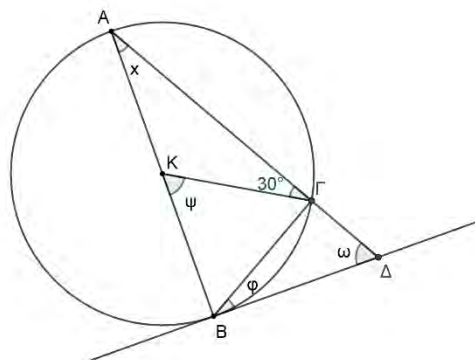
(α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$, $\hat{\psi}$, $\hat{\phi}$ και $\hat{\omega}$ (δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας). (μον. 2)

(β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$, $AB\Delta$ και $\Gamma B\Delta$ είναι όμοια.

(μον. 4)

(γ) Αν $(\Gamma\Delta) = 4\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του $(A\Gamma)$ και να δικαιολογήσετε (πλήρως) την απάντησή σας.

(μον. 4)



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/5/2018

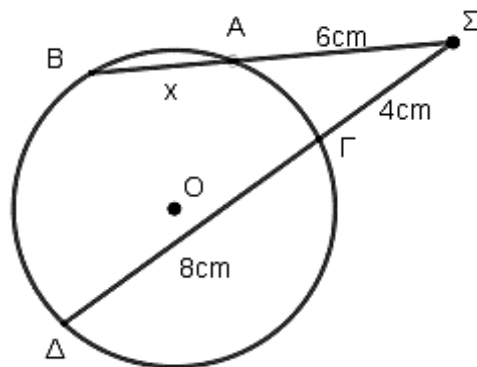
ΜΕΡΟΣ Α': Περιλαμβάνει 10 θέματα.**Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να μετατρέψετε τις παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

(α) $\frac{7}{\sqrt{7}}$

(β) $\frac{8}{\sqrt{13}+3}$

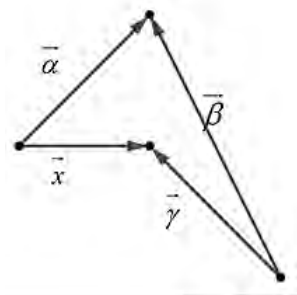
2. Ο τελικός βαθμός, στο μάθημα της Στατιστικής, υπολογίζεται από δύο ενδιάμεσες εξετάσεις με βαρύτητα 20% και 30% και την τελική εξέταση με βαρύτητα 50%. Ένας φοιτητής πήρε 9 και 8 αντίστοιχα στις ενδιάμεσες εξετάσεις και 7 στην τελική εξέταση. Να υπολογίσετε τον τελικό βαθμό του φοιτητή.
3. Δίνεται κύκλος (Ο, R) και σημείο Σ έξω από αυτόν. Φέρουμε δύο τέμνουσες του κύκλου, ΣΑΒ και ΣΓΔ. Αν ΣΑ=6cm, ΣΓ=4cm, ΓΔ=8cm και ΑΒ=χ, να υπολογίσετε την τιμή του χ.



4. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση.

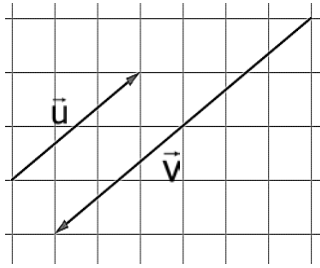
Να μεταφέρετε την απάντησή σας στις κόλλες απαντήσεων.

(α)

Το διάνυσμα $\vec{x}$ είναι ίσο με:

- A. $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma}$
 B. $\vec{\alpha} - \vec{\beta} + \vec{\gamma}$
 Γ. $\vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma}$
 Δ. $-\vec{\alpha} + \vec{\beta} - \vec{\gamma}$

(β)



Τα διανύσματα $\vec{u}$ και $\vec{v}$ είναι:

- A. Ομόρροπα
- B. Αντίρροπα
- Γ. Αντίθετα
- Δ. Κανένα από αυτά

5. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις στο διάστημα $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$

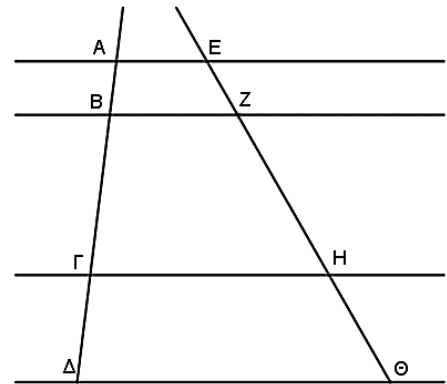
(α) $\sin x = 2$

(β) $\sin x = -\sin 30^\circ$

(γ) $\epsilon\phi x = \sigma\phi 50^\circ$

(δ) $\eta\mu x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

6. Στο διπλανό σχήμα είναι $AE // BZ // GH // \Delta\Theta$. Αν $AB=2\text{cm}$, $B\Gamma=6\text{cm}$, $ZH=9\text{cm}$ και $E\Theta=18\text{cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων $\Gamma\Delta$ και EZ .

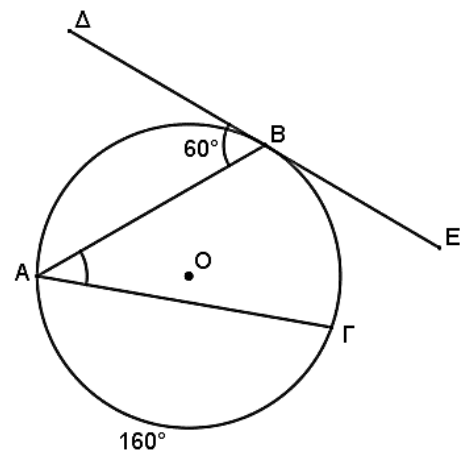


7. Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - 3x - 2 < 0$

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) και ευθεία ΔE εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο B.

Αν $\widehat{\Delta B A} = 60^\circ$ και $\widehat{A \Gamma} = 160^\circ$ να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $B \hat{A} \Gamma$.

Να μεταφέρετε το σχήμα στις κόλλες απαντήσεων και να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.



9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^3 + 27 = 0$

(β) $(2x + 3)^{\frac{3}{2}} = 8, x \geq -\frac{3}{2}$

10. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 4x - 6 = 0$, με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε, να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

(γ) $x_1 \cdot x_2^2 + x_2 \cdot x_1^2$

(δ) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

ΤΕΛΟΣ Α' ΜΕΡΟΥΣ

ΜΕΡΟΣ Β': Περιλαμβάνει 5 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, με $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$ και $a \neq 0$.

Να βρείτε:

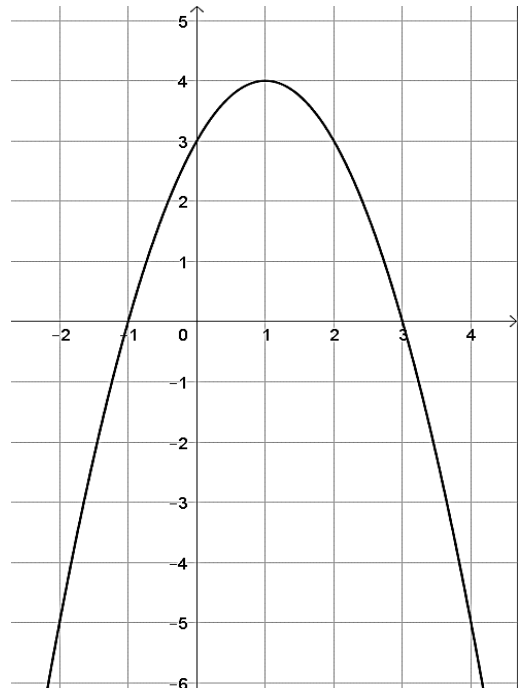
(α) Τις συντεταγμένες της κορυφής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής.

(β) Το σύνολο τιμών της παραβολής και την τιμή του γ .

(γ) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$

(δ) Την τιμή του $f(2)$

(ε) Τις τιμές των S και P .

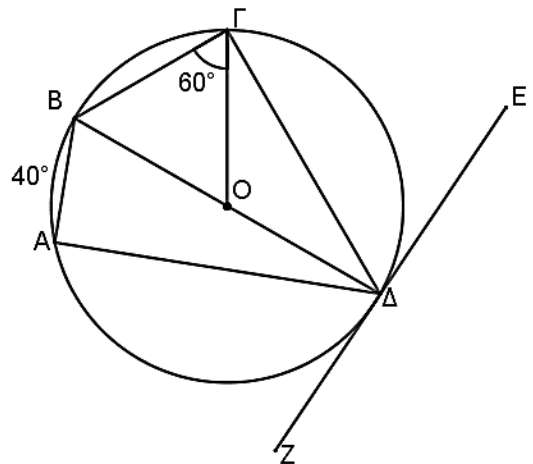


2. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\sin x}{1 - \eta\mu x} + \frac{\sin x}{1 + \eta\mu x} = \frac{2}{\sin x}$$

3. Δίνεται κύκλος (O, ρ) και ευθεία EZ η οποία εφάπτεται στον κύκλο στο σημείο Δ . Αν $\widehat{AB} = 40^\circ$ και $\widehat{OB} = 60^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{GOB}$, $\widehat{B\Gamma\Delta}$, $\widehat{E\Delta\Gamma}$ και $\widehat{A\Gamma\Gamma}$.

Να μεταφέρετε το σχήμα στις κόλλες απαντήσεων και να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.



4. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 2)x^2 + 2\lambda x + \lambda^2 - 3 = 0, \lambda \neq -2$. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση:

(α) έχει άθροισμα λύσεων ίσο με 2.

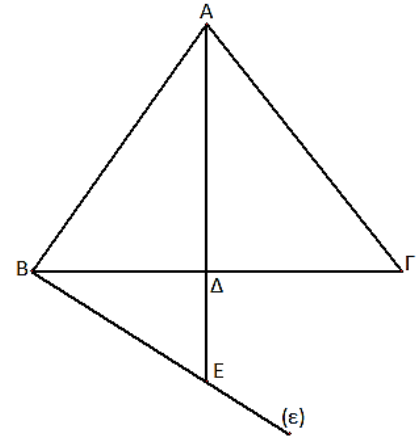
(β) έχει άθροισμα των λύσεων ίσο με το γινόμενο τους.

5. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=A\Gamma$) και η AD διχοτόμος του τριγώνου. Φέρουμε ευθεία (ϵ) κάθετη στην AB στο σημείο B , η οποία τέμνει την προέκταση της AD στο σημείο E .

(α) Να δείξετε ότι: $(AB) \cdot (\Gamma\Delta) = (A\Delta) \cdot (BE)$

(β) Να δείξετε ότι: $(A\Gamma) \cdot (\Delta E) = (\Gamma\Delta) \cdot (BE)$

Να μεταφέρετε το σχήμα στις κόλλες απαντήσεων και να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.



ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**ΜΕΡΟΣ Α΄: (50 μονάδες)**

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει λύσεις τους αριθμούς $x_1 = -2$ και $x_2 = 4$.
2. Να βρείτε την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας της παραβολής:
 $y = (x - 3)^2 + 4$.
3. Για τον υπολογισμό του τελικού βαθμού ενός μαθητή στο μάθημα των μαθηματικών, υπολογίζεται η μέση τιμή της βαθμολογίας στα 2 τετράμηνα και στις εξετάσεις ως εξής: ο βαθμός του Α΄ τετραμήνου έχει βαρύτητα 0,35, του Β΄ τετραμήνου 0,35 και ο βαθμός των τελικών εξετάσεων έχει βαρύτητα 0,30. Να βρείτε τον τελικό βαθμό του μαθητή, αν έχει στο Α΄ τετράμηνο 18, στο Β΄ τετράμηνο 16 και έγραψε εξετάσεις 17.
4. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή.

α) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{5-\sqrt{2}}{6+\sqrt{2}}$

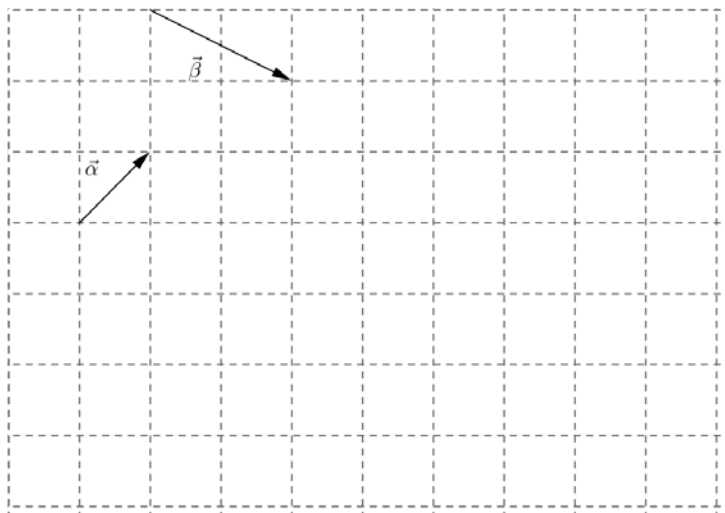
5. Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$\frac{\eta\mu^2\theta - \sigma\upsilon\nu^2\theta}{\epsilon\phi\theta - \sigma\phi\theta} = \eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Να σχεδιάσετε τα διανύσματα:

(α) $2\vec{\alpha} + \vec{\beta}$

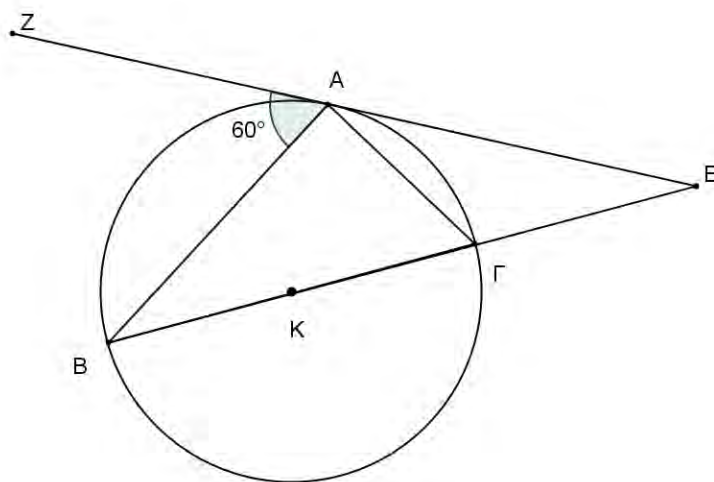
(β) $\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$



7. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 5x - 2 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων χωρίς να λύσετε την εξίσωση :

(α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 \cdot x_2$ (γ) $\frac{4}{x_1} + \frac{4}{x_2}$ (δ) $(3x_1 - 4)(3x_2 - 4)$

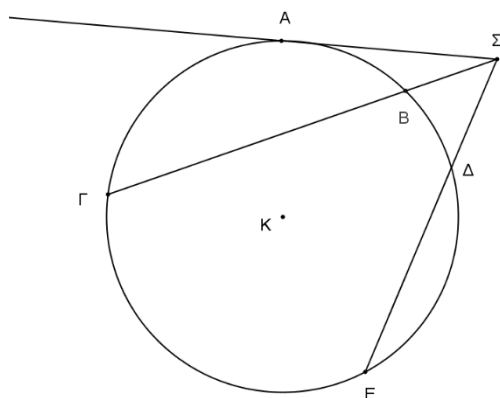
8. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος με κέντρο το K και διάμετρο την $B\Gamma$. Αν η γωνία $\hat{ZAB} = 60^\circ$ και EZ η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A , να αποδείξετε ότι $\hat{AEK} = 30^\circ$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{2x^2 + 5x - 3}{2x^2 - 18}$$

10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο Σ εκτός του κύκλου. Από το Σ φέρουμε την εφαπτομένη ΣA του κύκλου και τις τέμνουσες $\Sigma B\Gamma$ και $\Sigma \Delta E$ του κύκλου. Δίνεται ότι $\Sigma A = 6cm$, $B\Gamma = 9cm$, $\Sigma \Delta = (x + 1)cm$, $\Delta E = ycm$ και $\Sigma B = xcm$. Να βρείτε τα μήκη x και y των αντίστοιχων ευθύγραμμων τμημάτων ΣB και ΔE .



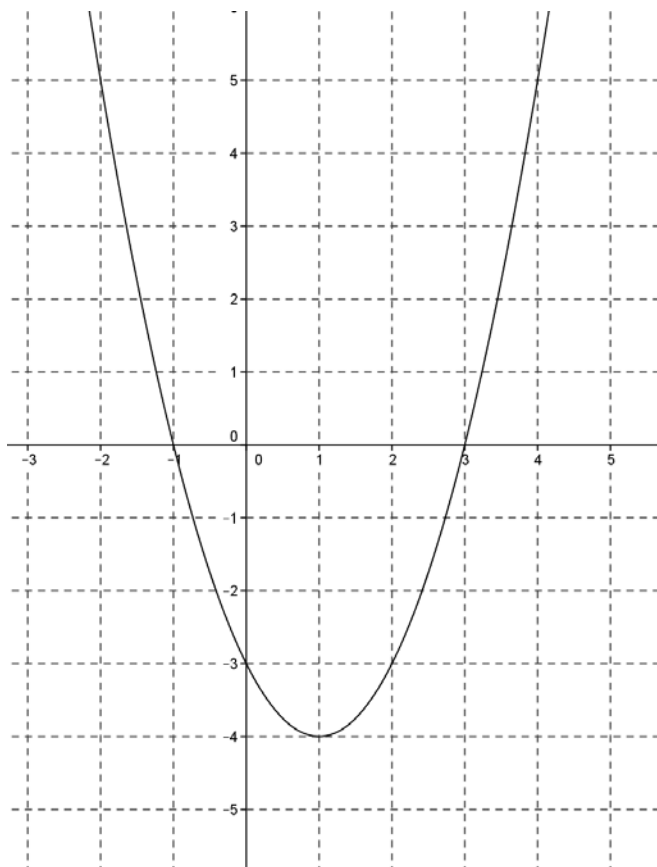
Μέρος Β:(50 μονάδες)

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$.
- (β) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ , το πρόσημο του a και την τιμή του γ .
- (γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.
- (δ) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$.
- (ε) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$.
- (στ) Να γράψετε το τριώνυμο $f(x)$ στη μορφή $a(x + k)^2 + \lambda$.



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$, με ρίζες x_1 και x_2 .

α) Να λύσετε την πιο πάνω εξίσωση.

β) Να δείξετε ότι $x_1 = \frac{1}{x_2}$.

3. α) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x^2 + 2y^2 = 33 \end{cases}$$

β) Αν η μία λύση του συστήματος είναι το κέντρο του κύκλου (K, R) με $R = 4\sqrt{2}$, και η άλλη λύση του συστήματος είναι το κέντρο του κύκλου (Λ, ρ) με $\rho = 2\sqrt{2}$, να βρεθεί η θέση των δύο κύκλων.

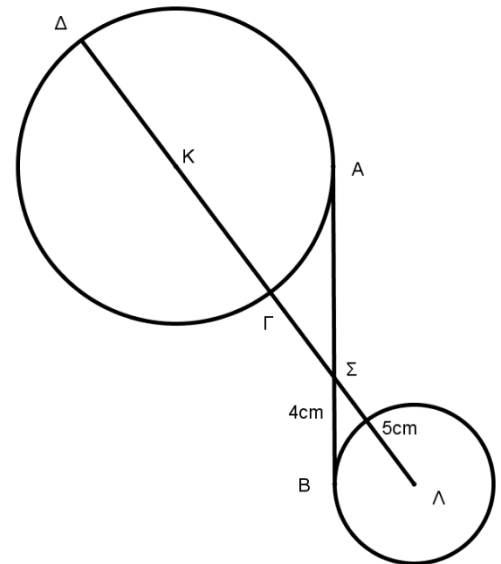
4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) με $R = 2\rho$. Από το σημείο Σ φέρουμε κοινή εφαπτομένη προς τους δύο κύκλους ΣA και ΣB αντίστοιχα καθώς και τη διάκεντρο $K\Lambda$. Δίνεται επίσης ότι $\Sigma\Lambda = 5\text{cm}$ και $\Sigma B = 4\text{cm}$.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle \Sigma B \Lambda$ και $\triangle \Sigma A K$ είναι όμοια.

β) Να βρείτε τον λόγο ομοιότητας λ .

γ) Να βρείτε το μέτρο των ακτίνων R και ρ .

δ) Να δείξετε ότι $(\Sigma A)^2 = 64$.



5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 \cdot \varepsilon\varphi\theta - x \cdot \eta\mu\theta + 1 = 0, 0^\circ < \theta < 90^\circ$, με ρίζες x_1 και x_2 .
- α) Να υπολογίσετε το S και P (χωρίς να λυθεί η εξίσωση).
- β) Να δείξετε ότι $S = \sqrt{1 - \eta\mu^2\theta}$.
- γ) Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2}$.

ΜΕΡΟΣ Α' (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $4x^2 + 5x - 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

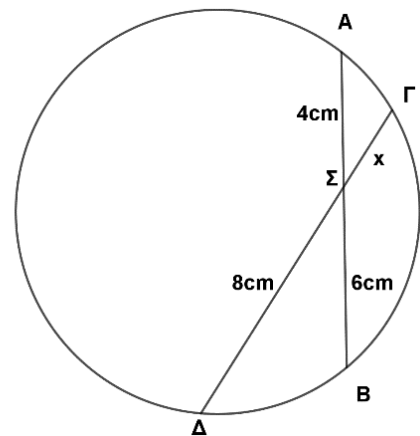
α) $x_1 + x_2 =$

γ) $4x_1 + 4x_2 =$

β) $x_1 \cdot x_2 =$

δ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με $\Sigma A = 4\text{cm}$, $\Sigma B = 6\text{cm}$ και $\Sigma \Delta = 8\text{cm}$. Να υπολογίσετε την τιμή του x .

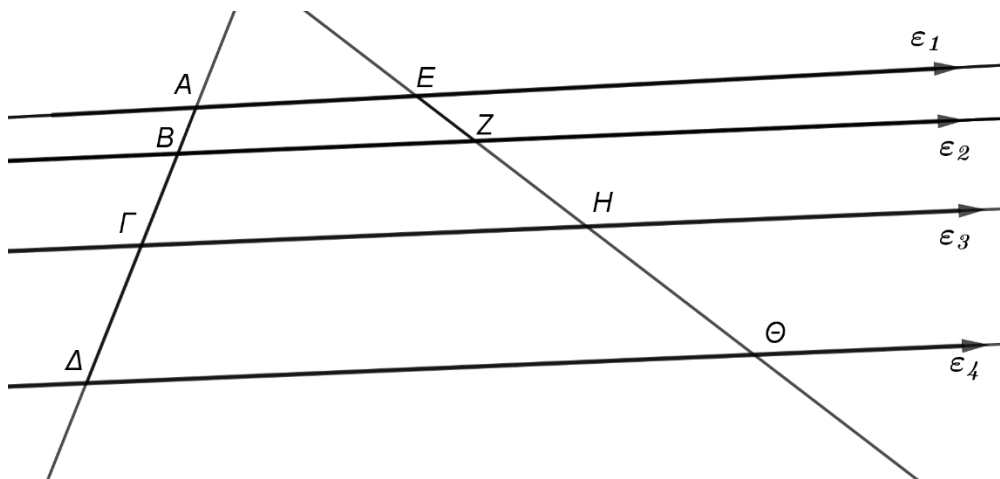


3. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή. Να φαίνονται όλα τα ενδιάμεσα βήματα.

α) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

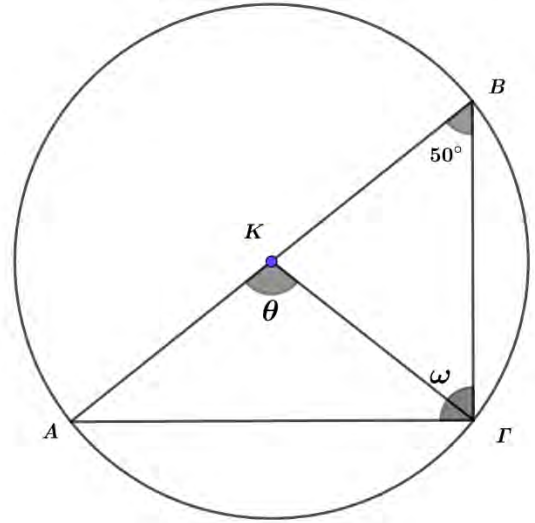
β) $\frac{11}{\sqrt{7}-2}$

4. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 // \varepsilon_4$. Αν $AB = 2\text{cm}$, $B\Gamma = 4\text{cm}$, $B\Delta = 10\text{cm}$ και $EZ = 3\text{cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ZH και $Z\Theta$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



5. Ο βαθμός σε ένα εξεταζόμενο μάθημα στο τέλος του χρόνου συνυπολογίζεται από τους βαθμούς των δύο τετραμήνων με βαρύτητα 35% στο κάθε τετράμηνο και 30% στην τελική εξέταση. Αν ένας μαθητής είχε στα Νέα Ελληνικά 15 στο Α' τετράμηνο, 16 στο Β' τετράμηνο και στην τελική εξέταση έγραψε 11, ποιος θα είναι ο τελικός του βαθμός;

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο AB και $\hat{AB}\Gamma = 50^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες θ και ω .
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



7. Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να

υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{8\sigma\phi\theta - 5\eta\mu\theta}{20\sigma\upsilon\nu\theta}$

8. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 5x - 6 \leq 0$.

9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

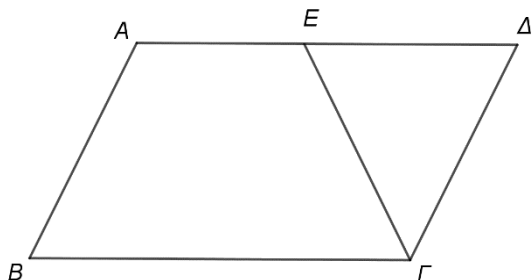
α) $x^4 - 81 = 0$

β) $(4x+1)^{\frac{1}{4}} = 1, x \geq -\frac{1}{4}$

10. Να βρείτε τις τιμές των κ και λ ώστε η συνάρτηση $f(x) = x^2 + (\kappa - 3)x + 2\lambda - 1$, να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -1$ και ελάχιστη τιμή το 8.

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και $\Gamma E = \Gamma\Delta$.



α) Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις, γράφοντας τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

i)	$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Delta\Gamma}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ii)	$\overrightarrow{\Gamma B} = \overrightarrow{A\Delta}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iii)	$ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma E} $	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iv)	$\overrightarrow{\Gamma E} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
v)	Τα διανύσματα $\overrightarrow{E\Delta}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ είναι αντίρροπα.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

β) Να γράψετε ένα διάνυσμα που να αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

i) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\Delta} =$

ii) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{E\Gamma} =$

iii) $\overrightarrow{\Delta\Gamma} - \overrightarrow{E\Gamma} =$

iv) $\overrightarrow{A\Delta} + \overrightarrow{AB} =$

v) $\overrightarrow{E\Gamma} + \overrightarrow{BA} =$

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με τύπο $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης. (μ. 2)

β) Να γράψετε τις συντεταγμένες της κορυφής και να αναφέρετε αν παρουσιάζει μέγιστο ή ελάχιστο (μ. 2)

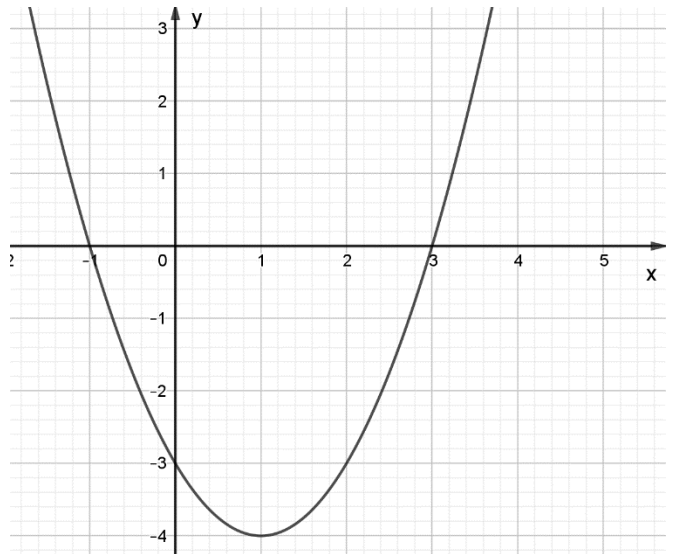
γ) Να βρείτε το πρόσημο του α . (μ. 1)

δ) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$. (μ. 1)

ε) Να αναφέρετε το πρόσημο της διακρίνουσας Δ . (μ. 1)

στ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \leq 0$ (μ. 2)

ζ) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = -3$ (μ. 1)



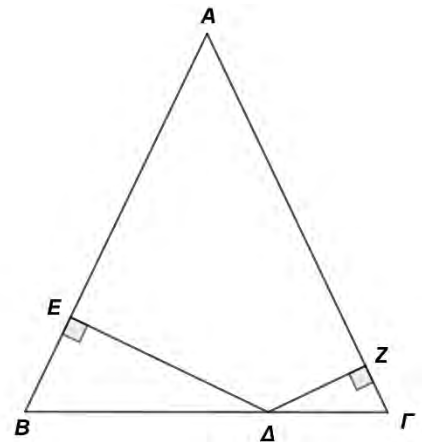
3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$, $\Delta E \perp AB$ και $\Delta Z \perp A\Gamma$.

α) Να δείξετε ότι:

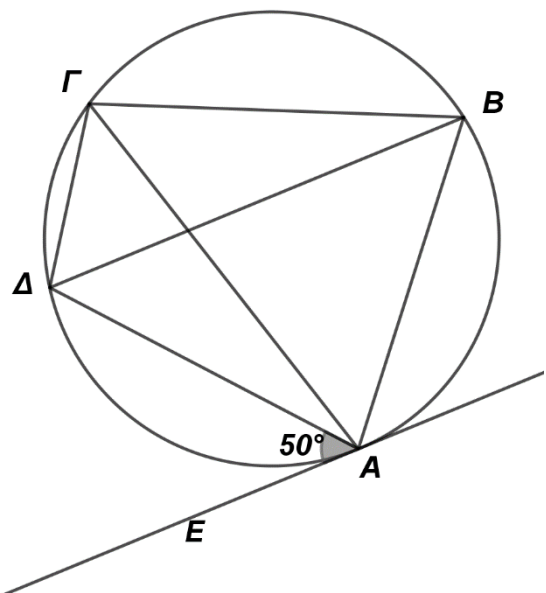
i) Τα τρίγωνα $\triangle B\Delta E$ και $\triangle \Gamma\Delta Z$ είναι όμοια. (μ. 4)

ii) $(\Gamma\Delta) \cdot (E\Delta) = (B\Delta) \cdot (Z\Delta)$ (μ. 3)

β) Αν $B\Delta = 2 \cdot (\Gamma\Delta)$ και $E\Delta = 4\text{cm}$, υπολογίστε το μήκος του $Z\Delta$. (μ. 3)



4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) , με AE εφαπτόμενη στο σημείο A , $\angle \hat{A}E = 50^\circ$ και $A\Gamma$ διχοτόμος της $B\hat{\Gamma}\Delta$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle ABA$ είναι ισοσκελές.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 01/06/2018

ΩΡΑ: 10:30-13:00

ΤΑΞΗ: Α ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.5 ΩΡΕΣ

ΒΑΘΜΟΣ: -----

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ: -----

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράφετε μόνο με **μπλε** μελάνι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού/ταινίας.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **δύο (2) μέρη**.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **τέσσερις (4) σελίδες**.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στις σφραγισμένες κόλλες αναφοράς που σας δόθηκαν.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή (Να φαίνονται όλες οι αναγκαίες πράξεις):

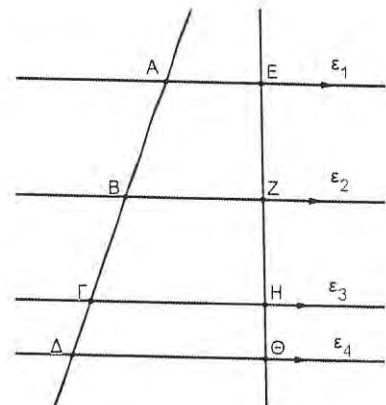
$$(\alpha) \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$(\beta) \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

2. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$,

$$ΒΓ = 12cm, ΓΔ = 4cm, ΕΖ = 12cm \text{ και } ΗΘ = 3cm.$$

Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΒ, ΖΗ και ΕΘ .



3. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 8x + 2 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

$$(\alpha) x_1 + x_2$$

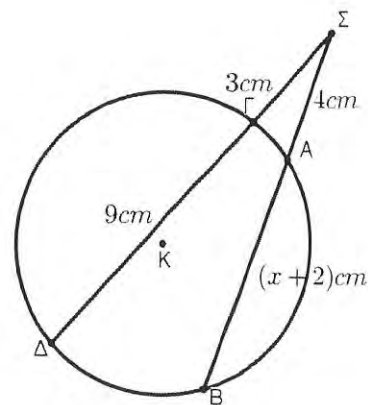
$$(\beta) x_1 \cdot x_2$$

$$(\gamma) 12x_1^2x_2 + 12x_1x_2^2$$

4. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $\Sigma\Lambda = 4\text{cm}$, $\Sigma\Gamma = 3\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 9\text{cm}$ και $AB = (x+2)\text{cm}$.

(α) Να δείξετε ότι $\Sigma B = (x+6)\text{cm}$.

(β) Να υπολογίσετε την τιμή του x .



5. Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - 5x + 2 \leq 0$

6. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές τραπέζιο και το τετράπλευρο $B\Gamma\Delta E$ είναι παραλληλόγραμμο, $\overline{AB} = \vec{x}$ και $\overline{AE} = \vec{y}$.

(α) Να γράψετε δύο διανύσματα που να είναι:

(i) Ίσα

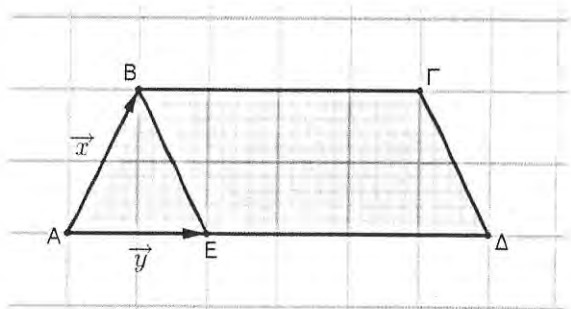
(ii) Αντίρροπα

(β) Να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{x}$ και $\vec{y}$:

(i) $\overline{A\Delta}$

(ii) $\overline{AB} + \overline{B\Gamma}$

(iii) $\overline{AE} - \overline{BE}$



7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Με βάση το σχήμα να βρείτε :

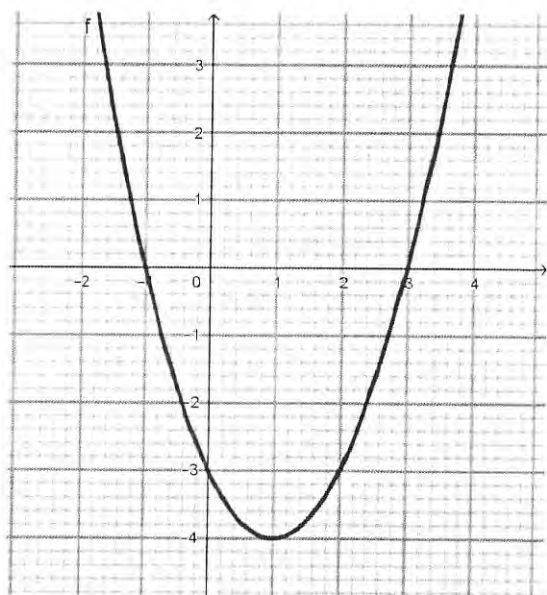
(α) τις συντεταγμένες της κορυφής της

(β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της

(γ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $f(x) = 0$

(δ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$, αν υπάρχουν

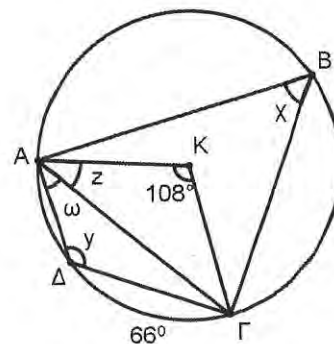
(ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) > 0$



8. Αν $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης :

$$A = 26\sigma\upsilon\nu\theta - 39\eta\mu\theta - 5\epsilon\varphi\theta$$

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K,R), με $\widehat{AK\Gamma} = 108^\circ$ και $\widehat{\Delta\Gamma} = 66^\circ$. Να υπολογίσετε τις τιμές των χ , y , ω και z .



10. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $\sqrt{3x-2} = 4$, $x \geq \frac{2}{3}$

(β) $x^{-\frac{2}{5}} = \frac{1}{4}$, $x > 0$

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

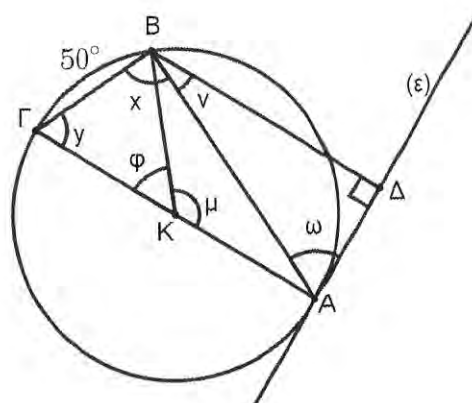
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Οι βαθμοί ενός διαγωνίσματος Μαθηματικών σε ένα τμήμα είναι:
14, 15, 14, 16, 19, 15, 14, 12, 19, 12

Να υπολογίσετε:

- (α) τη μέση τιμή των βαθμών
(β) την τυπική απόκλιση των βαθμών
(γ) τον συντελεστή μεταβλητότητας και να εξετάσετε αν παρουσιάζει ομοιογένεια (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
2. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, σε κάθε περίπτωση ξεχωριστά, ώστε η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 2)x + \lambda - 3 = 0$ να έχει:
- (α) λύσεις αντίθετες
(β) λύσεις αντίστροφες
(γ) λύση τον αριθμό 2
(δ) λύσεις πραγματικές

3. Στο διπλανό σχήμα το σημείο K είναι το κέντρο του κύκλου, η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A, το ευθύγραμμο τμήμα BΔ είναι κάθετο στην ευθεία (ε) στο σημείο Δ και το $\widehat{B\Gamma} = 50^\circ$.
Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών φ , $x = \widehat{GBA}$, y , ω , μ και ν .



4. Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{\eta\mu\theta \cdot \eta\mu(90^\circ - \theta)}{1 - \eta\mu^2\theta}$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$

(α) Να αποδείξετε ότι $\eta\mu(90^\circ - \theta) = \sigma\upsilon\nu\theta$.

(β) Να αποδείξετε ότι $A = \varepsilon\varphi\theta$.

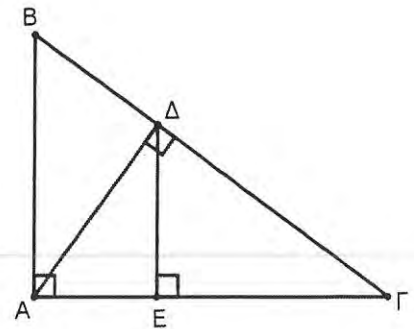
(γ) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{\eta\mu\theta \cdot \eta\mu(90^\circ - \theta)}{1 - \eta\mu^2\theta} = \sqrt{3}$.

5. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$, το AΔ είναι ύψος του τριγώνου και η ΔΕ είναι κάθετη στην ΑΓ (Ε σημείο επαφής με την ΑΓ).

Να δείξετε ότι :

(α) τα τρίγωνα ΓΔΕ, ΑΒΓ είναι όμοια

(β) $(\Delta E)^2 = (A E) \cdot (Γ E)$



ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5 μονάδες από τις εκατό.**

1. Με τον νέο θεσμό των τετραμήνων στα Λύκεια, ο βαθμός σε ένα εξεταζόμενο μάθημα στο τέλος του χρόνου συνυπολογίζεται από τους βαθμούς των δύο τετραμήνων με βαρύτητα 35% στο κάθε τετράμηνο και 30% στην τελική εξέταση. Αν ένας μαθητής είχε στα μαθηματικά 13 στο Α' τετράμηνο, 12 στο Β' τετράμηνο και στην τελική εξέταση πήρε 8, να βρείτε τον τελικό του βαθμό.

2. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{4}{2+\sqrt{2}}$

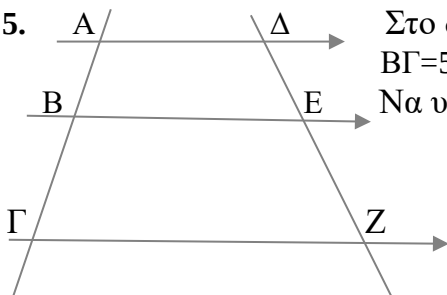
3. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει λύσεις :

$$x_1 = 5 \quad \text{και} \quad x_2 = -3$$

4. Να λύσετε την ανίσωση:

$$-x^2 + 5x - 6 < 0$$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: $AD \parallel BE \parallel GZ$, $AB=2\text{cm}$, $BG=5\text{cm}$, και $DZ=10\text{cm}$.
Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων DE και EZ .



6. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά των πιο κάτω γωνιών:

α) 85°

β) -200°

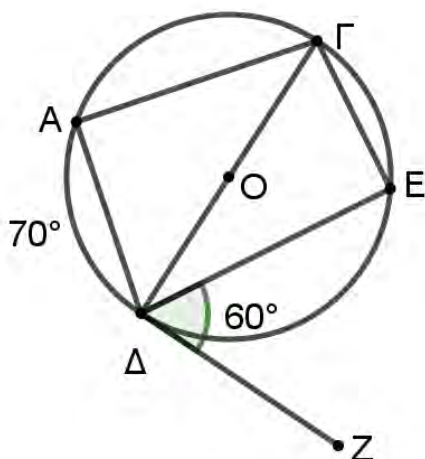
γ) 1047°

δ) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

7. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{x^2 - 9}{2x^2 - 5x - 3}$$

8. Δίνεται κύκλος (Ο, R). Αν το τόξο ΑΔ έχει μέτρο 120° και η γωνία ΕΔΖ = 60° , να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου ΑΓΔΖ. (δικαιολογήστε)



- 9.** Να λύσετε το σύστημα:

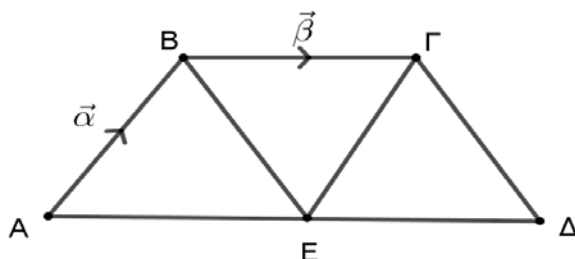
$$\chi + \psi = 3$$

$$\chi \cdot \psi = 2$$

- 10.** Στο σχήμα δίνονται : $B\Gamma \parallel A\Delta$, $AB \parallel \Gamma E$, $BE \parallel \Gamma\Delta$, και τα τρίγωνα

ABE , BEΓ και ΓΕΔ είναι ισόπλευρα. Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{BG} = \vec{\beta}$, να γράψετε

συναρτήσκει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τα διανύσματα: $\overrightarrow{\Gamma\Xi}$, $\overrightarrow{\Lambda\Delta}$, $\overrightarrow{\Xi\text{B}}$ (δικαιολογήστε)



ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα μονάδες από τις εκατό.**

1. α) Δίνεται η εξίσωση: $3\chi^2 - 6\chi + 5 = 0$, με λύσεις χ_1, χ_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση ,να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

i) $\chi_1 + \chi_2$ ii) $\chi_1 \cdot \chi_2$ iii) $(3\chi_1 - 5) \cdot (3\chi_2 - 5)$ iv) $\frac{1}{\chi_1} + \frac{1}{\chi_2}$

β) Δίνεται η εξίσωση: $\chi^2 - 2\kappa\chi + (\kappa - 1) = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$.

Να υπολογίσετε την τιμή του κ ώστε:

i) Η εξίσωση να έχει μία λύση το 2.

ii) Η εξίσωση να έχει λύσεις αντίστροφες.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης : $f(\chi) = a\chi^2 + \beta\chi + \gamma$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

β) Το σύνολο τιμών της συνάρτησης.

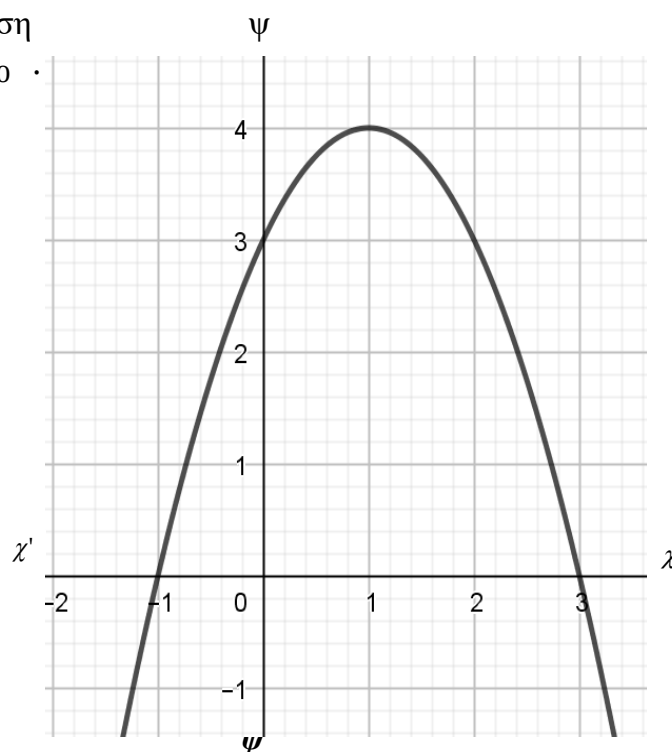
γ) Το πρόσημο του a .

δ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της.

ε) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.

στ) Τις λύσεις της εξίσωσης: $a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$.

ζ) Τις τιμές των a , β , γ .



3. α) Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
(χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής).

i) $\sqrt[4]{81}$ ii) $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ iii) $\sqrt[5]{3} \cdot 3^{\frac{4}{5}}$ iv) $\sqrt[3]{\left(\frac{125}{1000}\right)^{-2}}$

β) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\sqrt{\chi - 3} = 2$$

4. α) Αν $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ με $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 5 \cdot (\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta) - 4 \cdot \sigma\phi\theta$$

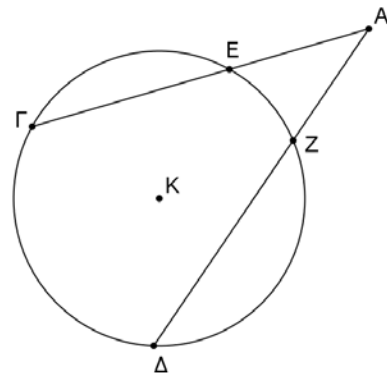
β) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$\frac{\eta\mu\chi \cdot \sigma\upsilon\nu\chi + \eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\nu^2\chi + \sigma\upsilon\nu\chi} = \varepsilon\phi\chi$$

5. α) Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$AE = 3\text{cm}$, $EG = 7\text{cm}$, $AZ = 2\text{cm}$ και $Z\Delta = \chi\text{cm}$.

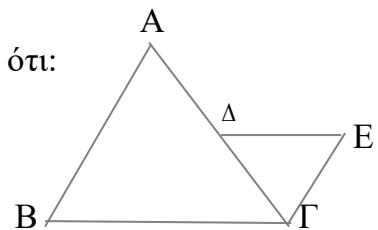
Να υπολογίσετε τη τιμή του χ .



β) Στο διπλανό σχήμα, $AB \parallel \Gamma E$ και $\Delta E \parallel B\Gamma$. Να δείξετε ότι:

ι) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta E\Gamma$ είναι όμοια.

ιι) Ισχύει η σχέση $(AB)(E\Delta) = (B\Gamma)(\Gamma E)$.



Μέρος Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω αριθμητικές παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή.

$$(α) \frac{1}{\sqrt{2}} =$$

$$(β) \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} =$$

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Να υπολογίσετε:

$$(α) \text{ τις συντεταγμένες του διανύσματος } \vec{\gamma} = 3\vec{\beta} - \vec{\alpha} \quad (3 \text{ Μονάδες})$$

$$(β) \text{ το μέτρο του διανύσματος } \vec{\gamma} \quad (2 \text{ Μονάδες})$$

3. Ο πιο κάτω πίνακας δείχνει τις ώρες που μελέτησαν 20 μαθητές για το μάθημα των Μαθηματικών πριν τις εξετάσεις:

Ώρες Μελέτης (x_i)	Αριθμός Μαθητών (f_i)
1	2
2	6
3	5
4	4
5	3

Να υπολογίσετε:

$$(α) \text{ την μέση τιμή } (\bar{x}) \quad (2 \text{ Μονάδες})$$

$$(β) \text{ την τυπική απόκλιση } (s) \text{ (κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων)} \quad (2 \text{ Μονάδες})$$

$$(γ) \text{ τον συντελεστή μεταβλητότητας (CV). (κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων)} \quad (1 \text{ Μονάδα})$$

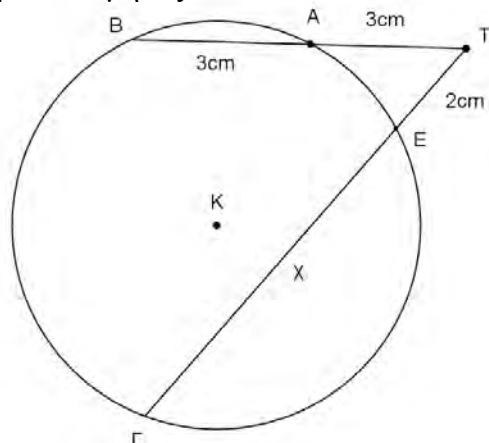
4. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 6x + 3 = 0$ χωρίς να λυθεί η εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$(α) x_1 + x_2 =$$

$$(β) x_1 \cdot x_2 =$$

$$(γ) 3x_1 - 2x_1x_2 + 3x_2 =$$

5. Από σημείο T εκτός του κύκλου (K,R) φέρουμε τις τέμνουσες TAB και TEG. Αν $TA=AB=3\text{ cm}$, $TE=2\text{ cm}$ και $EG=\chi\text{ cm}$ να βρείτε το μήκος του EG.



6. Αν $\sin\theta = -\frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = 3\epsilon\phi\theta + 5\eta\mu\theta$$

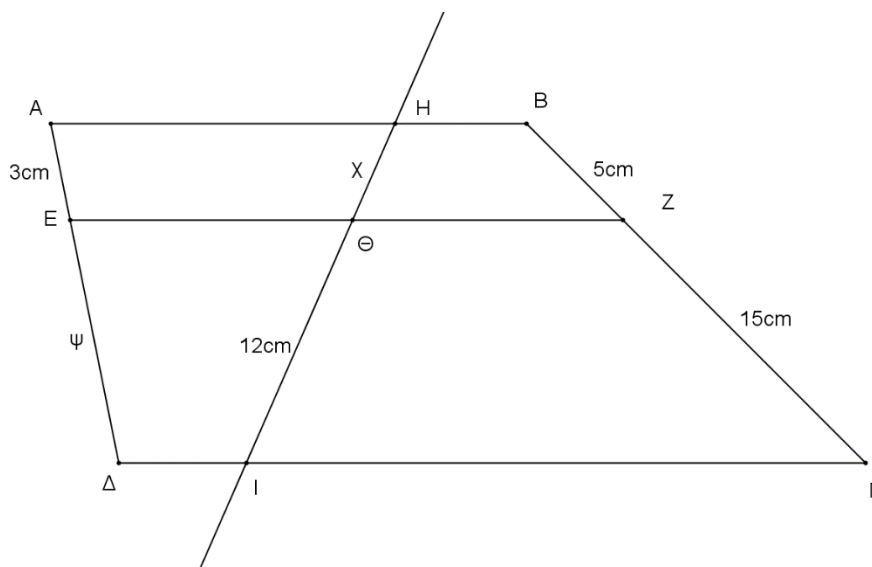
7. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $\sqrt[3]{32} \div \sqrt[3]{4} =$ (1 Μονάδα)

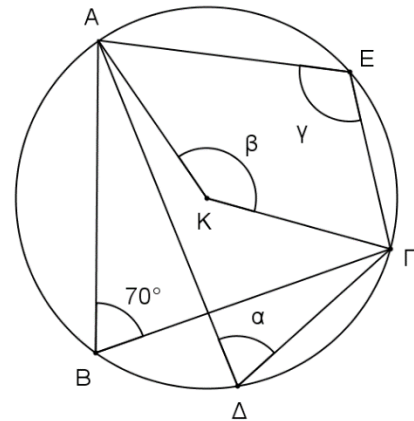
(β) $\sqrt{2}(\sqrt{18} - \sqrt{50}) =$ (2 Μονάδες)

(γ) $\sqrt{23 + \sqrt{7 - \sqrt[3]{27}}} =$ (2 Μονάδες)

8. Στο πιο κάτω σχήμα $AB \parallel EZ \parallel \Delta\Gamma$. Αν $AE = 3\text{ cm}$, $\Theta I = 12\text{ cm}$, $BZ = 5\text{ cm}$ και $Z\Gamma = 15\text{ cm}$, να υπολογίσετε τις τιμές των χ και ψ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Αν $\widehat{AB\Gamma} = 70^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες α, β και γ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



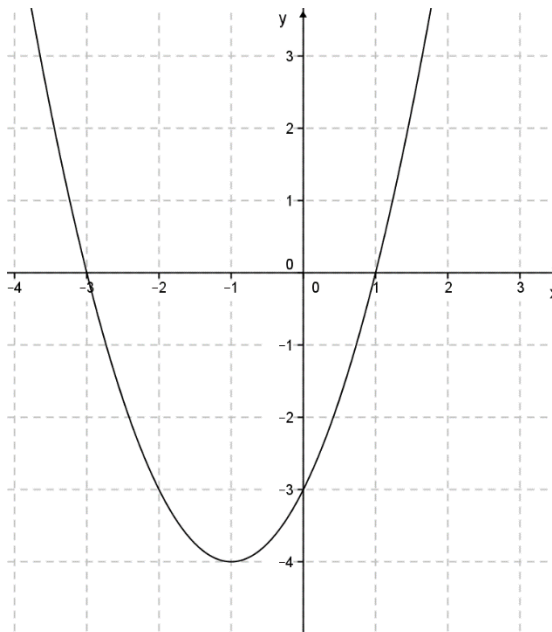
10. Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 9)x = \mu + 3$. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ , $\mu \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση:

- | | |
|-------------------------------|-------------|
| (α) είναι αδύνατη | (2 Μονάδες) |
| (β) είναι ταυτότητα (αόριστη) | (2 Μονάδες) |
| (γ) έχει μοναδική λύση | (1 Μονάδα) |

Μέρος Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

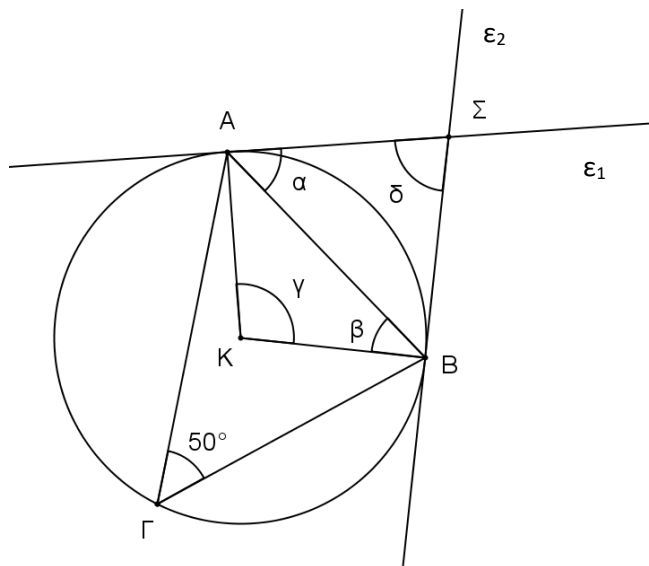
1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$,
 - (β) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ ,
 - (γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
 - (δ) το μέγιστο ή ελάχιστο της καμπύλης,
 - (ε) την τιμή του γ ,
 - (στ) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
2. (α) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 2)x + 4 - 2\lambda = 0$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$
Να βρείτε για ποιες τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$ η πιο πάνω εξίσωση έχει: (6 Μονάδες)
- i. Ρίζες αντίθετες
 - ii. Ρίζες αντίστροφες
 - iii. Άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο τους
- (β) Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - 3x - 2 \leq 0$ (4 Μονάδες)

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και οι εφαπτόμενες του (ε_1) και (ε_2) στα σημεία A και B αντίστοιχα οι οποίες τέμνονται στο σημείο Σ εκτός του κύκλου. Αν $\widehat{A\Gamma B} = 50^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ και δ .
Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



4. (α) Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω σχέσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

i. Η τελική πλευρά της γωνιάς -210° σε κανονική θέση βρίσκεται στο 3 ^ο τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
ii. Αν $\theta \in (-90^\circ, 0^\circ)$ τότε $\eta\mu\theta < 0$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
iii. Αν $\epsilon\phi\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$ τότε η τελική πλευρά της γωνιάς θ βρίσκεται στο 2 ^ο τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
iv. Δεν υπάρχει γωνιά θ , για την οποία ισχύει $\epsilon\phi\theta < 0$ και $\sigma\phi\theta < 0$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
v. $\epsilon\phi\theta \cdot \sigma\phi\theta = -1$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ

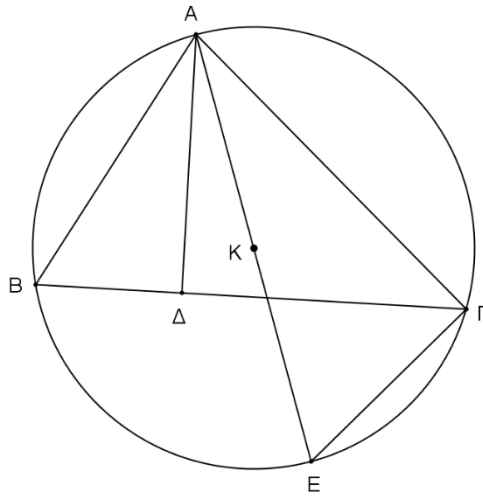
(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)(\eta\mu\theta - \sigma\upsilon\nu\theta) = 1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\theta$$

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K , διάμετρο AE και $AD \perp BG$.

(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια . (7 Μονάδες)

(β) Να αποδείξετε ότι $(AB)(E\Gamma) = (B\Delta)(AE)$. (3 Μονάδες)



ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α'.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

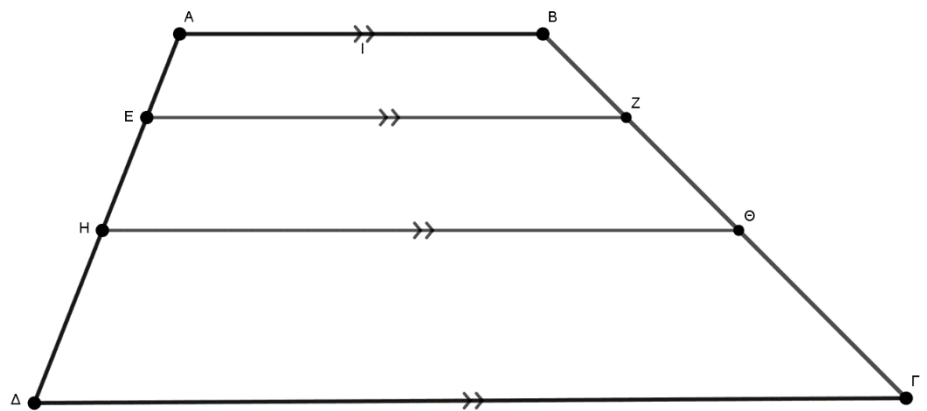
Θέμα 1:

Να απλοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση χωρίς την χρήση υπολογιστικής:

$$A = \sqrt{2} \cdot (\sqrt{32} + \sqrt{18})$$

Θέμα 2:

Στο διπλανό σχήμα τα
ευθύγραμμα τμήματα AB, EZ,
ΗΘ, ΔΓ είναι παράλληλα
μεταξύ τους. Αν $AE = 3\text{ cm}$,
 $EH = 4\text{ cm}$, $H\Delta = 6\text{ cm}$ και ,
 $Z\Theta = 8\text{ cm}$ να υπολογίσετε τα
BZ και ΘΓ.

**Θέμα 3:**Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 49 \leq 0$ **Θέμα 4:**

Να βρείτε το πρόσημο των πιο κάτω τριγωνομετρικών αριθμών:

(α) $\eta\mu(105^\circ)$

(β) $\sigma\upsilon\nu(-44^\circ)$

(γ) $\epsilon\phi(302^\circ)$

(δ) $\sigma\phi(-95^\circ)$

Θέμα 5:

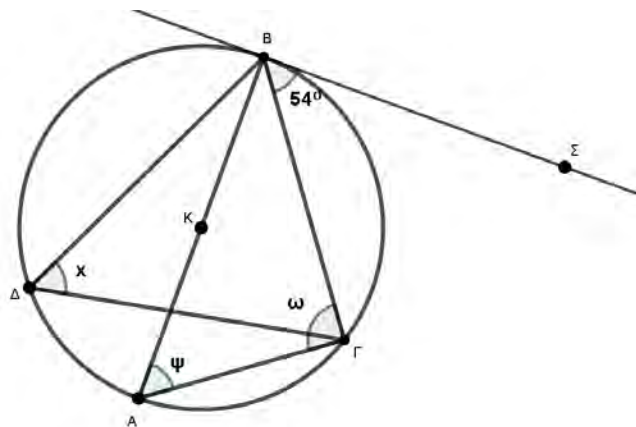
Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\sqrt{x+1} = 6, \quad x \geq -1$

(β) $x^3 - 27 = 0$

Θέμα 6:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο AB . Η ευθεία $B\Sigma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο B και η γωνία $\Sigma B\Gamma = 54^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ και ω δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

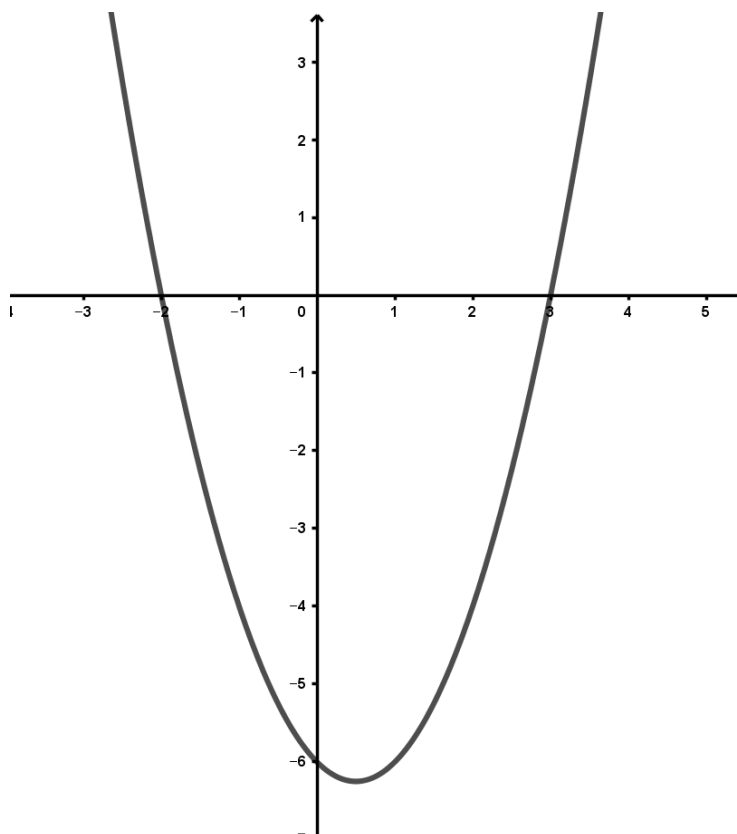


Θέμα 7:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

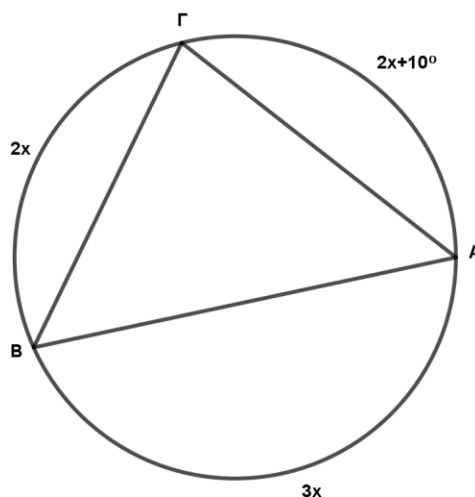
Να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της
- (β) την τιμή του γ
- (γ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (δ) τα πρόσημα των a και Δ
- (ε) το πρόσημο του γινομένου $f(-200) \cdot f(2018)$



Θέμα 8:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και τα τόξα $\widehat{AB} = 3x$, $\widehat{B\Gamma} = 2x$ και $\widehat{\Gamma A} = 2x + 10^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.



Θέμα 9:

Ένας οδηγός σ' ένα δρομολόγιο χρειάστηκε να σταματήσει για ανεφοδιασμό σε τρία διαφορετικά πρατήρια βενζίνης. Στο πρώτο πρατήριο για 6 λίτρα πλήρωσε €0,75 το λίτρο, στο δεύτερο για 12 λίτρα πλήρωσε €0,84 το λίτρο και στο τρίτο για 5 λίτρα πλήρωσε €0,76 το λίτρο. Να υπολογίσετε το μέσο ποσό ανά λίτρο το οποίο πλήρωσε ο οδηγός.

Θέμα 10:

Αν x_1, x_2 οι λύσεις της εξίσωσης $x^2 - (\lambda + 1)x + 7\lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, να βρείτε τις τιμές του λ , ώστε η εξίσωση να ικανοποιεί τη σχέση $x_1^2 + x_2^2 = -31$.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β'.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Θέμα 1:

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις $x_1 = 5 - 2\sqrt{6}$ και $x_2 = 5 + 2\sqrt{6}$.

(α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις $A = x_1^2 - x_2^2$ και $B = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

(β) Να βρείτε εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις τα x_1 και x_2 .

Θέμα 2:

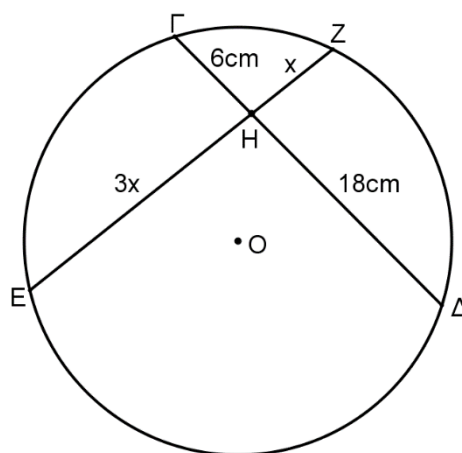
Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) και το μήκος των ευθύγραμμων τμημάτων $\Gamma H = 6\text{ cm}$, $H\Delta = 18\text{ cm}$, $E H = (3x)\text{ cm}$ και $H Z = (x)\text{ cm}$.

(α) Να αποδείξετε:

(i) τα τρίγωνα $\triangle \Gamma H Z$ και $\triangle E H \Delta$ είναι όμοια [4 μον.]

(ii) $(H\Gamma) \cdot (H\Delta) = (H Z) \cdot (H E)$ [2 μον.]

(β) Να υπολογίσετε το x . [4 μον.]



Θέμα 3:

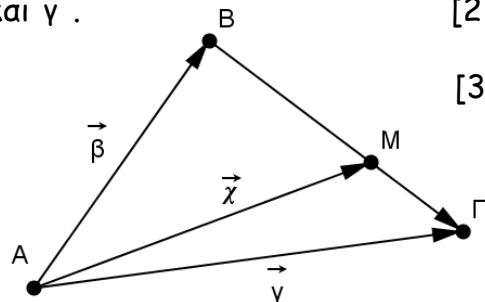
Ο Γιώργος έκανε έρευνα σε 10 διαφορετικά καταστήματα στην Κύπρο για την τιμή πώλησης (σε ευρώ) ενός συγκεκριμένου παιχνιδιού του Play Station 4. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τα αποτελέσματα της έρευνας του.

Τιμή πώλησης (σε ευρώ)	70	72	74	76	78	80
Αριθμός καταστημάτων	1	2	2	2	2	1

- (α) Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή πώλησης του προϊόντος είναι €75. [2 μον.]
- (β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση. [4 μον.]
- (γ) Τον συντελεστή μεταβλητότητας σε ποσοστό. [1 μον.]
- (δ) Έγινε παρόμοια έρευνα σε 10 καταστήματα της Ελλάδας και διαπιστώθηκε ότι η μέση τιμή πώλησης του παιχνιδιού ήταν €70 με τυπική απόκλιση 10,5. Να συγκρίνετε την ομοιογένεια των δύο δειγμάτων. [2 μον.]
- (ε) Αν ένας πελάτης στην Κύπρο έχει εκπτωτικό δωροκουπόνι €5 για όλα τα καταστήματα, ποια θα είναι η νέα μέση τιμή πώλησης του προϊόντος. [1 μον.]

Θέμα 4:

- (α) Να αναφέρετε τα τρία χαρακτηριστικά ενός διανυσματικού μεγέθους. [3 μον.]
- (β) Ποια από τις πιο κάτω προτάσεις περιγράφει μονόμετρο μέγεθος και ποια διανυσματικό μέγεθος;
- (i) Η βιβλιοθήκη της πόλης μου βρίσκεται 1,5km δυτικά από το σπίτι μου.
- (ii) Το σχολείο μου είναι 1,5km μακριά από το σπίτι μου. [2 μον.]
- (γ) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τρίγωνο ABΓ αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\beta}$, $\overrightarrow{AG} = \vec{\gamma}$ και $(BM) = 2(M\Gamma)$.
- (i) Να εκφράσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{BM}$ συναρτήσει των $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$. [2 μον.]
- (ii) Να αποδείξετε ότι $\vec{x} = \frac{1}{3}(\vec{\beta} + 2\vec{\gamma})$. [3 μον.]



Θέμα 5:

(α) Να χαρακτηρίσετε τις πιο κάτω προτάσεις με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ: [1 μον.]

(i) $\eta\mu^2 75^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 75^\circ = 75^\circ$

(ii) $\varepsilon\varphi(180^\circ - \theta) = -\varepsilon\varphi\theta$

(β) Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{12}{13}$, $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{24\varepsilon\varphi\theta - 25\sigma\varphi\theta}{13\sigma\upsilon\nu\theta + 26\eta\mu\theta} \quad [5 \text{ μον.}]$$

(γ) Να αποδείξετε την ταυτότητα: [4 μον.]

$$\frac{1 - 2\eta\mu\omega}{1 - \eta\mu^2\omega} - \frac{1 - 3\eta\mu\omega}{1 - \eta\mu\omega} = 3\varepsilon\varphi^2\omega$$

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.

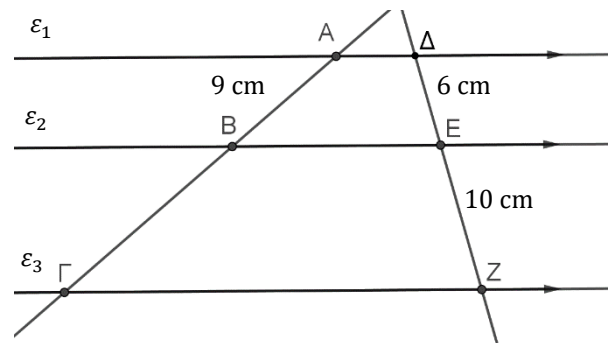
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να γράψετε μία εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις τα $x_1 = 2$ και $x_2 = 5$.
2. Να μετατρέψετε την πιο κάτω παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή:

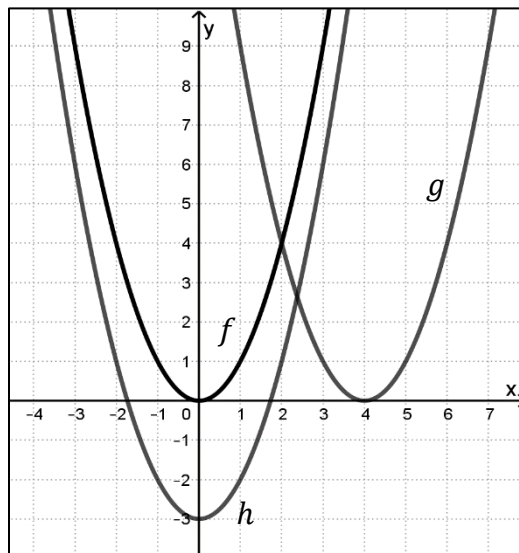
$$\frac{12}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$$

3. Να λύσετε την εξίσωση: $x^4 - 16 = 0$
4. Η χρονική διάρκεια του βραδινού ύπνου πέντε μαθητών κατά τις καλοκαιρινές τους διακοπές είναι 5, 8, 9, 11 και 12 ώρες. Να υπολογίσετε:
(α) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) και
(β) τη διασπορά (s^2) της διάρκειας του βραδινού ύπνου των μαθητών.

5. Στο σχήμα δίνεται ότι $AB = 9 \text{ cm}$, $\Delta E = 6 \text{ cm}$, $EZ = 10 \text{ cm}$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$.
Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΒΓ και ΑΓ.



6. Στο διπλανό διάγραμμα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g και h . Με δεδομένο ότι $f(x) = x^2$, να γράψετε τον τύπο των συναρτήσεων g και h , αν είναι μετατοπίσεις της f .



7. Αν x_1, x_2 είναι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 + 8x - 5 = 0$, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

(γ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

8. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις στο φύλλο απαντήσεων σας.

(α) $\eta\mu 70^\circ = \sigma\upsilon\nu 20^\circ$

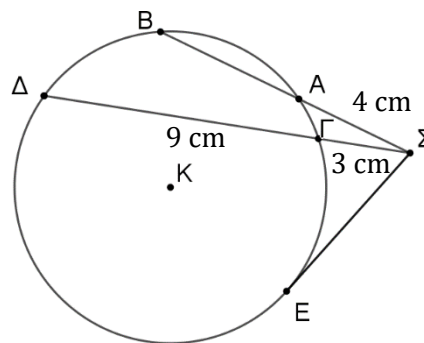
(β) Αν η τελική πλευρά μιας γωνιάς θ τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο με συντεταγμένες $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, τότε το $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$.

(γ) Αν $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$ τότε η γωνιά θ έχει τελική πλευρά στο 2^ο τεταρτημόριο.

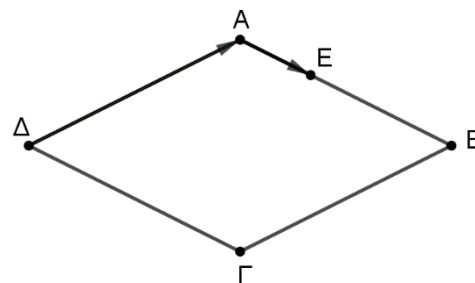
(δ) Η τελική πλευρά της γωνιάς -190° σε κανονική θέση είναι στο 3^ο τεταρτημόριο.

(ε) $\eta\mu(180^\circ - \theta) = \eta\mu\theta$

9. Από σημείο Σ εκτός κύκλου (K, ρ) φέρουμε την εφαπτομένη ΣE και τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$. Αν $\Sigma \Gamma = 3 \text{ cm}$, $\Gamma \Delta = 9 \text{ cm}$ και $\Sigma A = 4 \text{ cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων AB και ΣE .



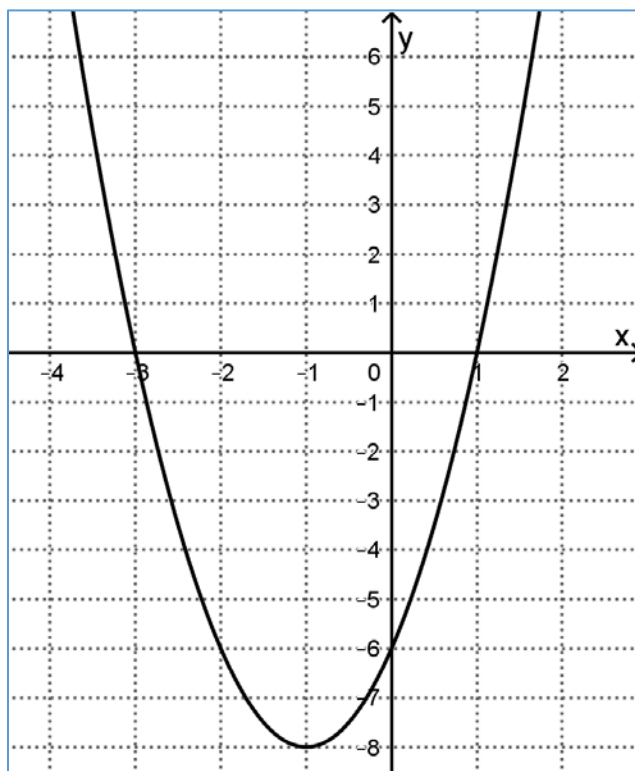
10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο ρόμβος $AB\Gamma\Delta$. Αν $\overrightarrow{AE} = 2\vec{\kappa}$, $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AE}$ και $\overrightarrow{\Delta A} = 6\vec{\lambda}$, να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{\kappa}$ και $\vec{\lambda}$:
 (α) $\overrightarrow{AB}$ (β) $\overrightarrow{B\Gamma}$ (γ) $\overrightarrow{A\Gamma}$ (δ) $\overrightarrow{\Delta E}$



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.
 Να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της παραβολής
- (β) το σύνολο τιμών της
- (γ) την τιμή του γ
- (δ) τις συντεταγμένες της κορυφής της
- (ε) το πρόσημο του a
- (στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (ζ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (η) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (θ) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 0$
- (ι) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = -6$



2. (α) Για ποιες τιμές της παραμέτρου λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 3)x + 2 - \lambda = 0$ έχει:
- i) λύση τον αριθμό 4
 - ii) λύσεις αντίθετες
 - iii) δύο πραγματικές και ίσες λύσεις.

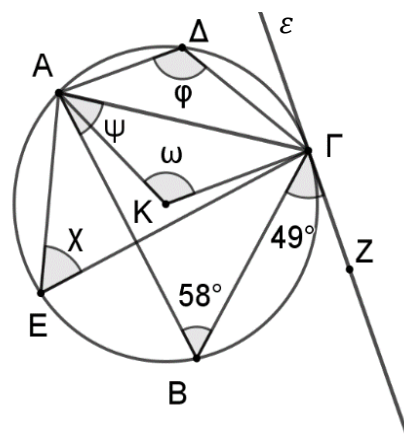
(β) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + x - 12 \geq 0$

3. (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:
$$\frac{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x + \eta\mu^2 x} = \sigma\phi x$$

(β) Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε με χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων, την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{24\epsilon\phi\theta - 13\sigma\upsilon\nu\theta}{5\sigma\phi\theta + 11}$$

4. Στο διπλανό σχήμα, η ευθεία (ϵ) είναι εφαπτομένη του κύκλου (K, ρ) στο σημείο Γ . Αν δίνεται ότι $\widehat{A\Gamma B} = 58^\circ$ και $\widehat{B\Gamma Z} = 49^\circ$, να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών χ , ω , ψ και ϕ . Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



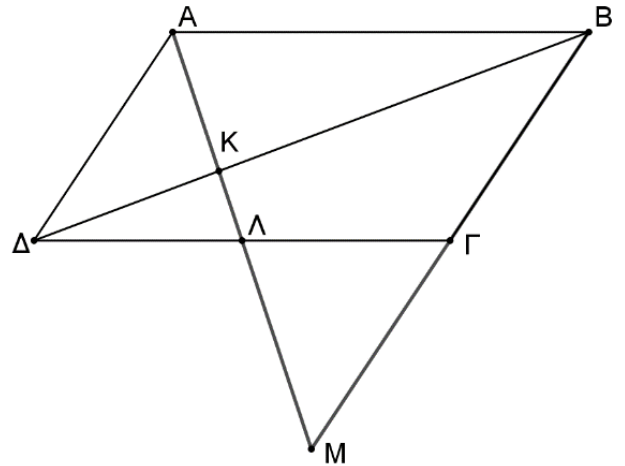
5. Από την κορυφή Α ενός παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ φέρουμε ευθεία που τέμνει την διαγώνιο ΒΔ στο Κ, την ΓΔ στο Λ και την προέκταση της ΒΓ στο Μ.

(α) Να δείξετε ότι:

i) τα τρίγωνα ΑΔΚ και ΒΚΜ είναι όμοια

ii) $(ΑΔ)(ΜΚ) = (ΑΚ)(ΜΒ)$

- (β) Αν $\frac{ΑΔ}{ΜΒ} = \frac{1}{3}$ και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΚ είναι ίσο με 6 cm^2 , να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΜΚ.



ΛΥΚΕΙΟ ΠΑΛΟΥΡΙΩΤΙΣΣΑΣ

ΕΠΩΝΥΜΟ:

ΟΝΟΜΑ:

ΤΑΞΗ ΚΑΙ ΤΜΗΜΑ:

ΟΝΟΜΑ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Α

Ημερομηνία: 21/5/2018

Ωρα: 7:45-10:15

Ημέρα: Δευτέρα

Χρόνος: 2.5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται συνολικά από δύο (2) σελίδες.
 2. Τα στοιχεία των μαθητών να γραφτούν μόνο στην πρώτη σελίδα, στον ειδικό χώρο.
 3. Κατοχή κινητού τηλεφώνου ισοδυναμεί με δολίευση.
 4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 5. Δεν επιτρέπεται να γράφετε με μολύβι παρά μόνο με μπλε πένα.
 6. Δεν επιτρέπεται να δανείζεστε οτιδήποτε από συμμαθητές σας.
 7. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
 8. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
-

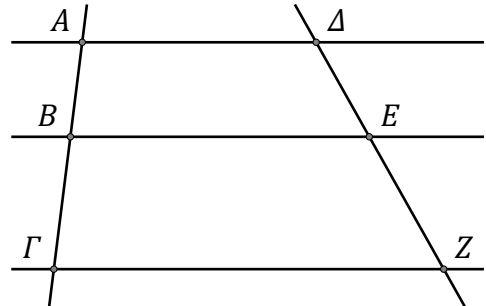
ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε την παράσταση $\frac{3}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής.

2. Να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών (ημίτονου, συνημίτονου και εφαπτόμενης) των γωνιών 40° , 400° , 200° , -100° .

3. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 , ε_2 και ε_3 είναι παράλληλες, το $(AB) = 5 \text{ cm}$, $(B\Gamma) = 7 \text{ cm}$ και $(\Delta E) = 6 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος του EZ .



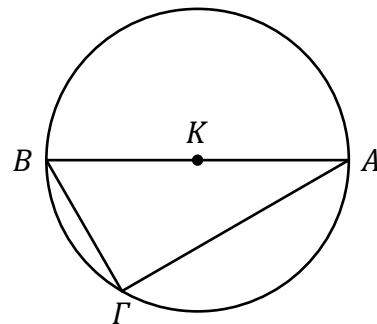
4. Να γράψετε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις: $\chi_1 = 3$ και $\chi_2 = -5$.

5. Στο διπλανό σχήμα, το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι διάμετρος του κύκλου με κέντρο K και ακτίνα KA .

(α) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\hat{A\Gamma B}$.

(β) Να βρείτε το μέτρο του τόξου $\widehat{A\Gamma B}$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



6. Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής που προκύπτει από τη μετατόπιση της $\psi = \chi^2$ δύο μονάδες προς τα κάτω και μία μονάδα προς τα δεξιά.

7. Να βρείτε τη θέση των κύκλων $(K, 2 \text{ cm})$ και $(\Lambda, 5 \text{ cm})$ με απόσταση $K\Lambda = 7 \text{ cm}$.

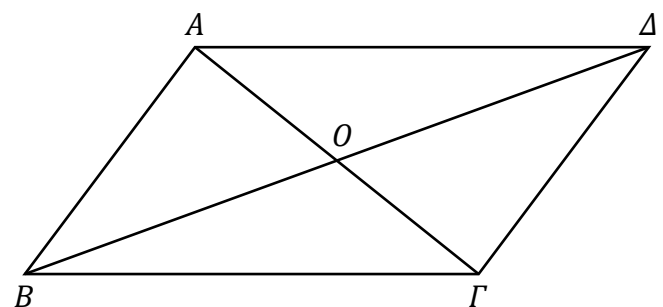
8. Το διπλανό τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο. Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

(α) $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD}$

(β) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BF}$

(γ) $\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{FA}$

(δ) $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BO}$



9. Να λύσετε την ανίσωση $2\chi^2 + \chi \geq \chi^2 + 2\chi + 2$.

10. Να γράψετε δύο κριτήρια ομοιότητας τριγώνων.

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{2\chi^2 - 7\chi - 15}{2\chi^2 - 50}$$

2. Να εξετάσετε κατά πόσο η συνάρτηση $f(\chi) = \chi^2 - 6\chi + 7$, $\chi \in \mathbb{R}$ έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή και να την υπολογίσετε. Να δώσετε τις απαραίτητες δικαιολογίες.
3. Η βαθμολογία δεκαπέντε μαθητών σε ένα διαγώνισμα ήταν:

8, 12, 20, 15, 10, 17, 20, 2, 17, 20, 18, 15, 8, 13, 15

Να υπολογίσετε το εύρος, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής.

4. Αν $\eta\mu\varphi = -\frac{15}{17}$ και $180^\circ < \varphi < 270^\circ$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας φ . Ακολουθώντας, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

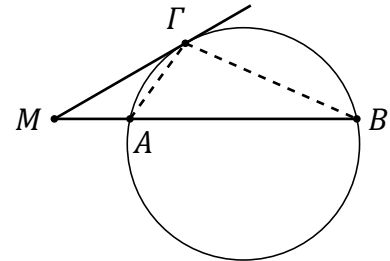
$$A = 8 \varepsilon\varphi\varphi + 17 \sigma\upsilon\nu\varphi$$

5. Στο διπλανό σχήμα το $M\Gamma$ εφάπτεται στον κύκλο στο σημείο Γ . Επίσης δίνονται $M\Gamma = 4\text{ cm}$, και $MA = 2\text{ cm}$.

(α) Να υπολογίσετε το μήκος του AB

(β) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle M\hat{A}\Gamma$ και $\triangle M\hat{\Gamma}B$ είναι όμοια.

Να δώσετε τις απαραίτητες δικαιολογίες.



1. Να υπολογίσετε τις ρίζες:

(α) $\sqrt{9}$

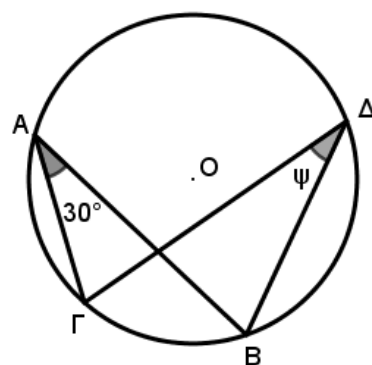
(β) $\sqrt[5]{32}$

2. Αν x_1, x_2 είναι λύσεις της εξίσωσης $x^2 + 2x - 6 = 0$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

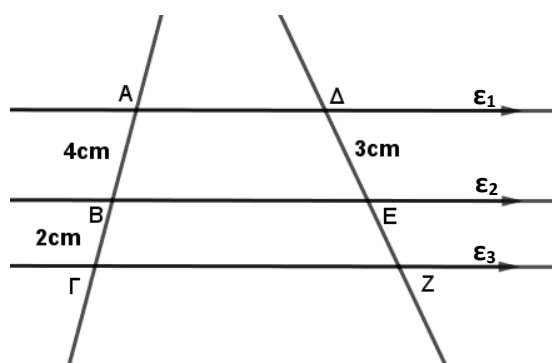
(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, ρ) και η γωνία $\Gamma \hat{A} B = 30^\circ$.
Να υπολογίσετε τη γωνιά ψ .
(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

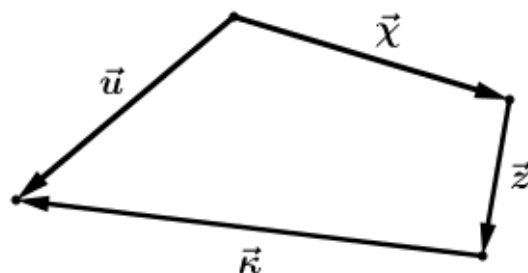


4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AB = 4 \text{ cm}$, $B\Gamma = 2 \text{ cm}$, $\Delta E = 3 \text{ cm}$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$.
Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος EZ .



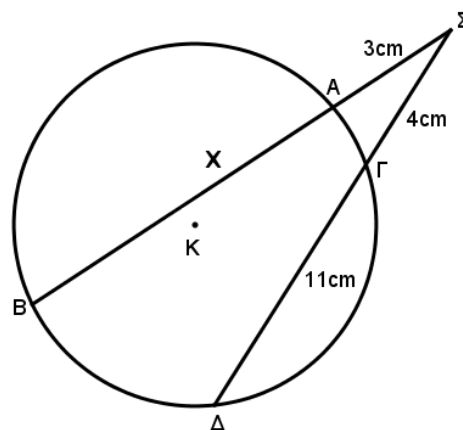
5. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 4 > 0$.

6. Στο διπλανό σχήμα να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{x}$ ως άθροισμα ή διαφορά των άλλων διανυσμάτων που δίνονται.



7. Με τον νέο θεσμό των τετραμήνων στα Λύκεια, ο βαθμός σε ένα εξεταζόμενο μάθημα στο τέλος του χρόνου συνυπολογίζεται από τους βαθμούς των δύο τετραμήνων με βαρύτητα 35% στο κάθε τετράμηνο και 30% στην τελική εξέταση. Να βρείτε τον τελικό βαθμό ενός μαθητή που είχε στα Μαθηματικά 15 στο Α' τετράμηνο, 17 στο Β' τετράμηνο και στην τελική εξέταση ο βαθμός του ήταν 15.

8. Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρουμε τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$. Αν $AB = x$, $\Sigma A = 3 \text{ cm}$, $\Sigma \Gamma = 4 \text{ cm}$ και $\Gamma \Delta = 11 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος AB .



9. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sin x}{1 - \eta \mu x} - \frac{\sin x}{1 + \eta \mu x} = 2 \epsilon \varphi x$

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 + (\lambda - 1)x + 2\lambda - 8$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για κάθε περίπτωση ξεχωριστά τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η γραφική παράσταση της f :

(α) να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 2$,

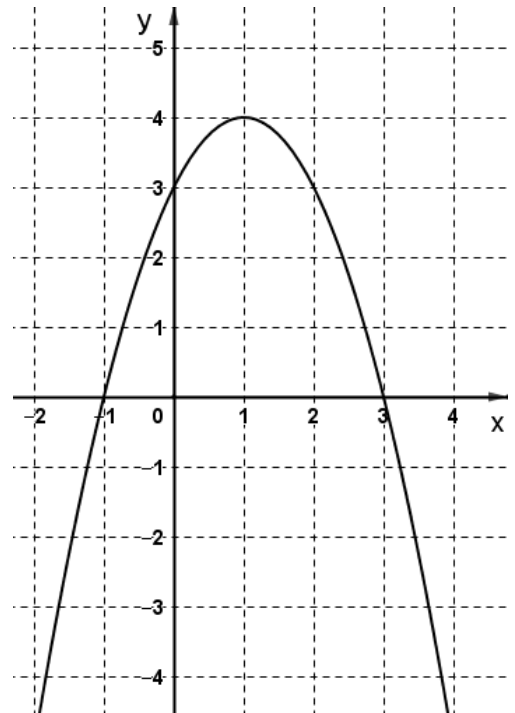
(β) να τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0,1)$.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της,
- (β) τις συντεταγμένες της κορυφής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- (γ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$,
- (δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και το πρόσημο του a ,
- (ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$,
- (στ) την τιμή του γ .



2. (α) Να κάνετε τις πράξεις :

(i) $\sqrt[3]{4} \cdot (\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2})$

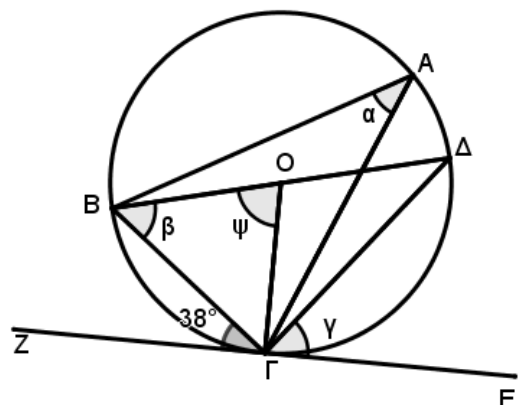
(ii) $\sqrt[3]{\left(\frac{27}{8}\right)^{-2}}$

- (β) Να λύσετε τις εξισώσεις:

(i) $x^5 - 81x = 0$

(ii) $\sqrt[4]{2x - 6} = 2$

3. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία ZE είναι εφαπτομένη του κύκλου (O, ρ) στο σημείο Γ και η γωνία $B\hat{\Gamma}Z = 38^\circ$.
Να υπολογίσετε τις τιμές των $\alpha, \beta, \gamma, \psi$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



4. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{15}{17}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{17\eta\mu\theta + 16\varepsilon\varphi\theta}{34 \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta) - 15\varepsilon\varphi(90^\circ - \theta)}$$

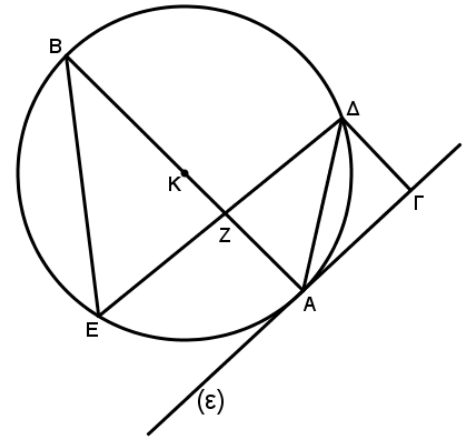
5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) , AB διάμετρος και ευθεία (ε) εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A . Η ΔE είναι τυχαία χορδή του κύκλου η οποία τέμνει τη διάμετρο AB στο σημείο Z .

Αν $\Delta\Gamma \perp (\varepsilon)$, να αποδείξετε ότι:

(α) (i) Τα τρίγωνα $A\Delta Z$ και BEZ είναι όμοια.

(ii) $(Z\Delta)(ZE) = (ZA)(ZB)$

(β) $(A\Delta)^2 = (AB)(\Gamma\Delta)$.



ΜΕΡΟΣ Α':

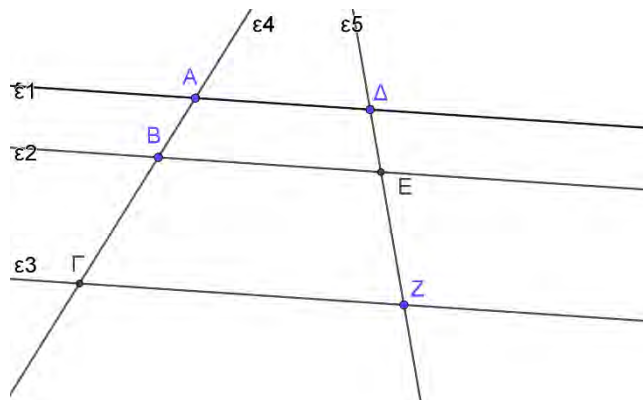
Το Μέρος Α' αποτελείται από 10 θέματα.. Να λύσετε **και τα 10** θέματα
Κάθε θέμα βαθμολογείται **με πέντε μονάδες**.

ΘΕΜΑ Α1: Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 8x - 6 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων (χωρίς να τη λύσετε) :

(α) $A = x_1 + x_2$

(β) $B = x_1 \cdot x_2$

ΘΕΜΑ Α2: Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ και τα ευθύγραμμα τμήματα $AB=8\text{cm}$ $DE=7\text{cm}$ και $EZ=16\text{cm}$. Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων $B\Gamma$ και $A\Gamma$.



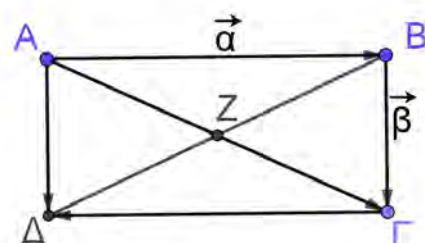
ΘΕΜΑ Α3:

(α) Να μετατρέψετε την παράσταση $A = \frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή.

(β) Να υπολογίσετε $B = \sqrt[4]{13 + \sqrt{7 + \sqrt[3]{8}}}$

ΘΕΜΑ Α4: Δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Το διάνυσμα $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ και το διάνυσμα $\overrightarrow{B\Gamma} = \vec{\beta}$. Να χαρακτηρίσετε ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω σχέσεις. Γράψετε στα φύλλα εξέτασης σας τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

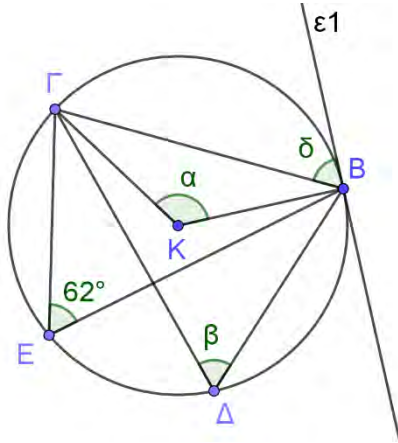
(α) $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{a} + \vec{\beta}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(β) $\overrightarrow{Z\Gamma} = \frac{\vec{a} + \vec{\beta}}{2}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(γ) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta} = \vec{a}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(δ) $ \overrightarrow{A\Delta} = \vec{\beta} $	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ



ΘΕΜΑ Α5: Να λύσετε την ανίσωση $4x^2 - 7x - 2 \leq 0$.

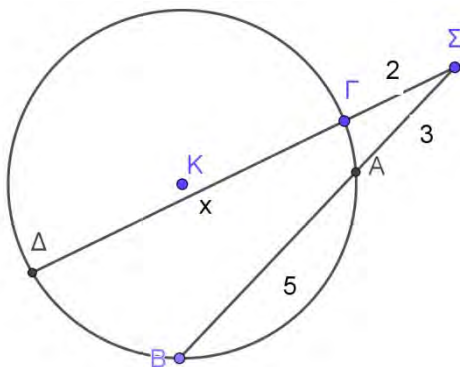
ΘΕΜΑ Α6: Ένας μαθητής της Α' Λυκείου στα δύο τετράμηνα έχει στο μάθημα των Μαθηματικών τους βαθμούς 16 και 17. Στις τελικές εξετάσεις έγραψε 15. Αν οι βαθμοί των τετραμήνων έχουν βαρύτητα 35% και η τελική εξέταση 30%, να βρείτε τον τελικό του βαθμό.

ΘΕΜΑ Α7: Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και $\angle E\hat{B}B = 62^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β και δ . Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΘΕΜΑ Α8: Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Από σημείο Σ εκτός του κύκλου (K, R) , φέρουμε τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$. Αν $AB = 5 \text{ cm}$, $\Sigma A = 3 \text{ cm}$, $\Sigma \Gamma = 2 \text{ cm}$ και

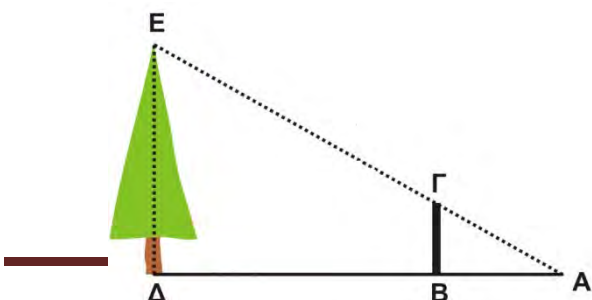
$\Gamma \Delta = x \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του $\Gamma \Delta$.



ΘΕΜΑ Α9: Αν $\sin \theta = -\frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή

της παράστασης : $A = \frac{5\epsilon\phi\theta - 13\eta\mu\theta}{13\sigma\upsilon\nu\theta}$

ΘΕΜΑ Α10: Ποιο είναι το ύψος (ΔE) του δέντρου, αν γνωρίζετε ότι έχει σκιά $\Delta A = 15 \text{ m}$, την ίδια χρονική στιγμή που ένα ραβδάκι δίπλα του με ύψος 2 m έχει σκιά 3 m ; (θεωρούμε πως οι ακτίνες του ήλιου στην ίδια περιοχή είναι παράλληλες)



ΜΕΡΟΣ Β':

Το Μέρος Β 'αποτελείται από **5** θέματα. Να **λύσετε και τα 5 θέματα**.

Κάθε θέμα βαθμολογείται **με δέκα μονάδες**.

ΘΕΜΑ Β1: Οι θερμοκρασίες που καταμετρήθηκαν την πρώτη εβδομάδα του Μαΐου σε βαθμούς Κελσίου ήταν:

23, 24, 23, 25, 24, 24, 22

(α) Να βρείτε τη μέση τιμή των μετρήσεων.

(β) Να βρείτε την τυπική απόκλιση των μετρήσεων αυτών (s).

(γ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας (CV).

(δ) Αν ο συντελεστής μεταβλητότητας για την πρώτη εβδομάδα του Απρίλη ήταν $CV = 20\%$, σε ποιον από τους δύο μήνες παρουσιάστηκε ομοιογένεια της θερμοκρασίας; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ Β2: Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$, $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

(α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$,

(β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ ,

(γ) το πρόσημο του a ,

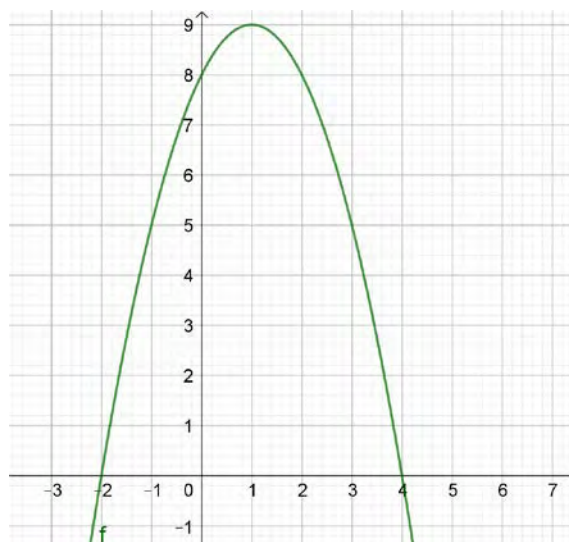
(δ) την τιμή του γ ,

(ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,

(στ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής,

(ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$,

(η) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) > 0$.



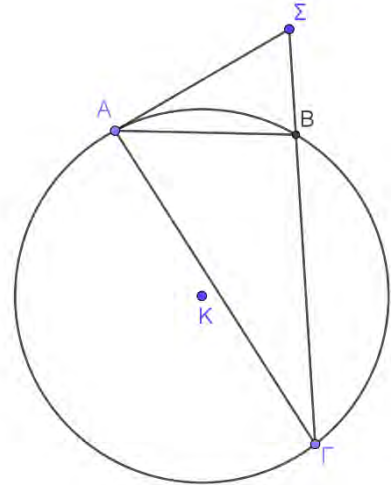
ΘΕΜΑ Β3: Από σημείο Σ εκτός του κύκλου φέρουμε εφαπτόμενη ΣA (A σημείο επαφής) και τέμνουσα $\Sigma B\Gamma$.

α) Να δείξετε ότι:

(i) τα τρίγωνα ΣAB και $\Sigma A\Gamma$ είναι όμοια.

(ii) $(\Sigma A)^2 = (\Sigma B) \cdot (\Sigma \Gamma)$.

β) Αν $(\Sigma B) = 2\text{cm}$ και $(B\Gamma) = 7\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος του ΣA .



ΘΕΜΑ Β4: Για ποιες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $x^2 - (\kappa - 2)x + 2\kappa - 8 = 0$

α) έχει ρίζες πραγματικές και ίσες;

β) έχει ρίζες αντίστροφες;

γ) έχει ρίζες αντίθετες;

δ) έχει ρίζα τον αριθμό -1 ;

ΘΕΜΑ Β5:

(α) Να δείξετε ότι η πιο κάτω παράσταση έχει τιμή ανεξάρτητη του x :

$$A = \eta\mu^2(180 - x) + \sigma\upsilon\nu(180 - x) \cdot \sigma\upsilon\nu x + 2\eta\mu^2(90 - x)$$

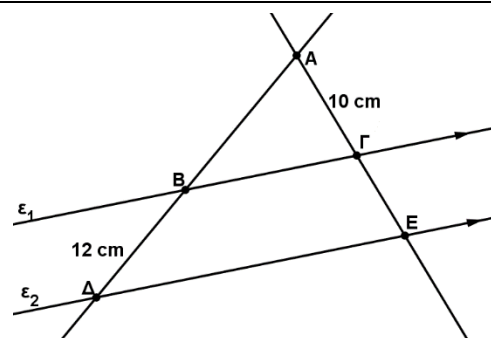
(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{1 - \sigma\upsilon\nu^2\theta} = \sigma\phi\theta$$

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1. Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$, $BD = 12 \text{ cm}$, $AG = 10 \text{ cm}$ και $AE = 18 \text{ cm}$.
Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων AB και AD .

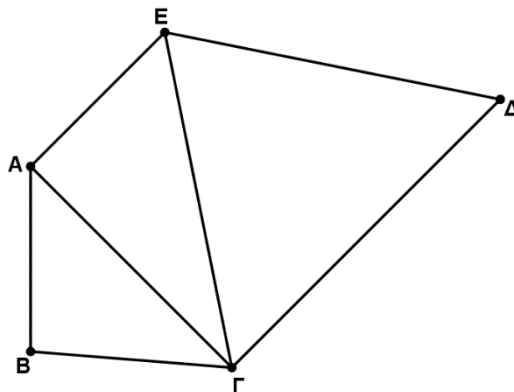


- A2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν:
- (α) $\eta\mu\theta > 0$ και $\varepsilon\varphi\theta > 0$
 (β) $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\sigma\varphi\theta < 0$
- A3. Αν η εξίσωση $x^2 - 5x + 3 = 0$, έχει ρίζες $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = 2x_1 - 3x_1x_2 + 2x_2$.
- A4. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:
- (α) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (β) $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$

- A5. Δίνεται πολύγωνο $ABΓΔΕ$.

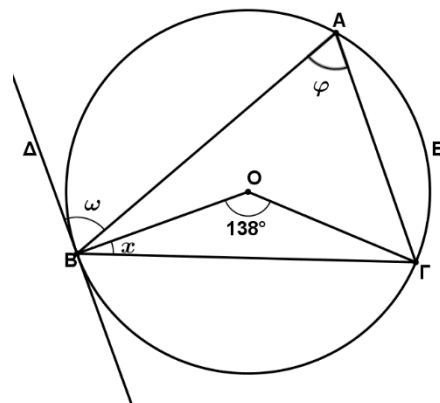
Να βρείτε ένα διάνυσμα που είναι ίσο με:

- (α) $\vec{AB} + \vec{BΓ}$
 (β) $\vec{AB} + \vec{BΓ} + \vec{ΓΔ} + \vec{ΔΕ}$
 (γ) $\vec{ΓΔ} - \vec{ΕΔ}$
 (δ) $\vec{AB} + \vec{BΓ} - \vec{ΑΕ}$



- A6. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - x - 6 < 0$.

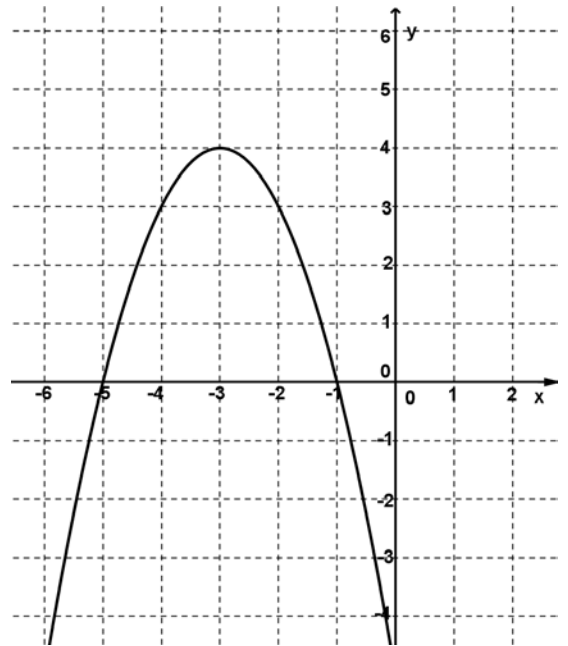
- A7. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία $BΔ$ είναι εφαπτομένη του κύκλου (O, R) στο σημείο B . Αν η BO είναι διχοτόμος της γωνίας $ΑΒΓ$ και $\widehat{BOΓ} = 138^\circ$, να βρείτε τις γωνίες $\widehat{OBΓ} = x$, $\widehat{BAΓ} = \varphi$, $\widehat{ΔΒΑ} = \omega$ και το μέτρο του τόξου $ΑΕΓ$.



- A8. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$, είναι η παραβολή του σχήματος.

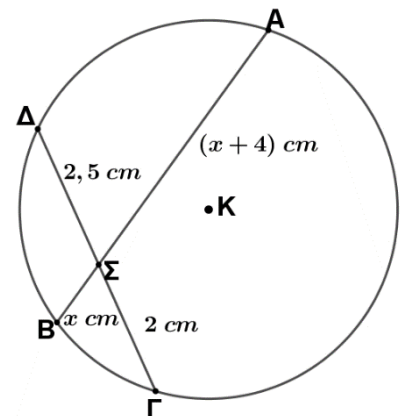
Να βρείτε:

- (α) το σύνολο τιμών της f
- (β) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
- (γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής
- (δ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (ε) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \leq 0$



- A9. Δίνεται ο κύκλος (K, R) και οι τέμνουσες του $A\Sigma B$ και $\Gamma\Sigma\Delta$.

Να βρείτε την τιμή του x , αν δίνονται:
 $(A\Sigma) = (x + 4) \text{ cm}$, $(B\Sigma) = x \text{ cm}$,
 $(\Gamma\Sigma) = 2 \text{ cm}$ και $(\Delta\Sigma) = 2,5 \text{ cm}$



- A10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

- (α) $2x^5 + 64 = 0$
- (β) $(x + 1)^{\frac{2}{3}} = 9$, $x \geq -1$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1. Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι ηλικίες, σε χρόνια, 25 παιδιών που συμμετείχαν σε διαγωνισμό ζωγραφικής.

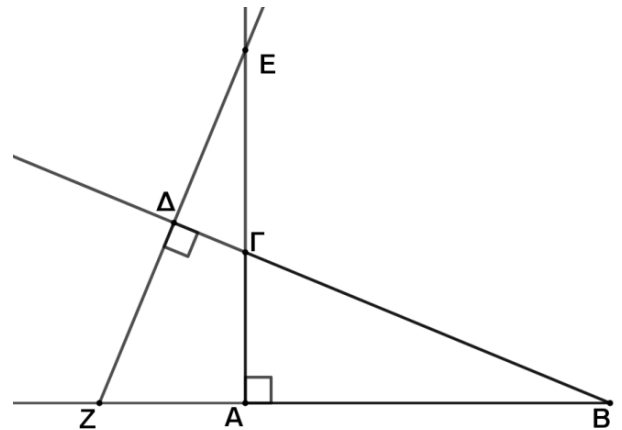
Ηλικία (x_i)	9	10	11	12	13	14
Αριθμός παιδιών (f_i)	2	2	4	6	8	3

Να βρείτε:

- (α) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των ηλικιών των παιδιών που συμμετείχαν (μονάδες 4)
 (β) την τυπική απόκλιση (s) των ηλικιών τους, κατά προσέγγιση εκατοστού (μονάδες 4)
 (γ) τον συντελεστή μεταβλητότητας (CV) των ηλικιών τους. (μονάδες 2)
- B2. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 + (5\mu + 1)x + \mu^2 - 7 = 0$ με παράμετρο $\mu \in \mathbb{R}$.
 Να βρείτε τις τιμές του μ , ώστε η εξίσωση να έχει:
- (α) ρίζα τον αριθμό -1
 (β) ρίζες αντίθετες
 (γ) ρίζες αντίστροφες
 (δ) το γινόμενο των ριζών της μεγαλύτερο από το άθροισμα των ριζών της

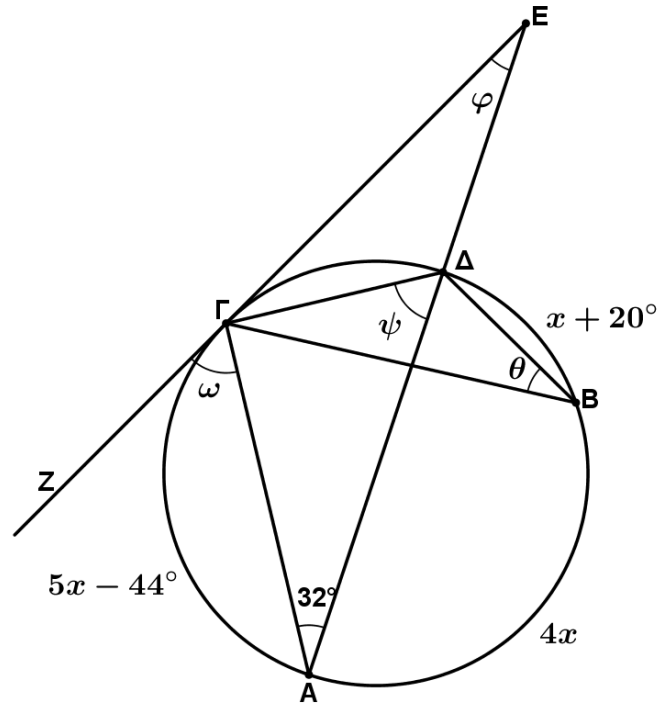
- B3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από τυχαίο σημείο Z στην προέκταση της BA , φέρουμε $Z\Delta$ κάθετη στην $B\Gamma$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο E .
 Να δείξετε ότι:

- (α) (i) τα τρίγωνα AEZ και $\Delta E\Gamma$ είναι όμοια
 (ii) ισχύει η σχέση $(AE)(\Delta\Gamma) = (AZ)(\Delta E)$
 (β) ισχύει η σχέση $(A\Gamma)(E\Gamma) = (\Delta\Gamma)(B\Gamma)$



- B4. (α) Αν $\sin\theta = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $K = \frac{10\eta\mu\theta + 4\varepsilon\varphi\theta - 1}{3\sigma\varphi\theta}$ (μονάδες 6)
- (β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1}{\sin\theta} - \frac{\sin\theta}{\eta\mu\theta + 1} = \varepsilon\varphi\theta$ (μονάδες 4)

- B5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: η ZE εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ , τα συνευθειακά σημεία A, Δ, E , τα τόξα $AB = 4x$, $B\Delta = x + 20^\circ$, $A\Gamma = 5x - 44^\circ$ και $\Gamma\hat{A}\Delta = 32^\circ$.
- (α) Να δείξετε ότι $x = 32^\circ$. (μονάδες 2)
- (β) Να βρείτε τις γωνίες: $\Gamma\hat{B}\Delta = \theta$, $A\hat{\Delta}\Gamma = \psi$, $\Gamma\hat{E}A = \varphi$, $Z\hat{\Gamma}A = \omega$. (μονάδες 8)



ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 6x + 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

(α) $x_1 + x_2 =$

(β) $x_1 \cdot x_2 =$

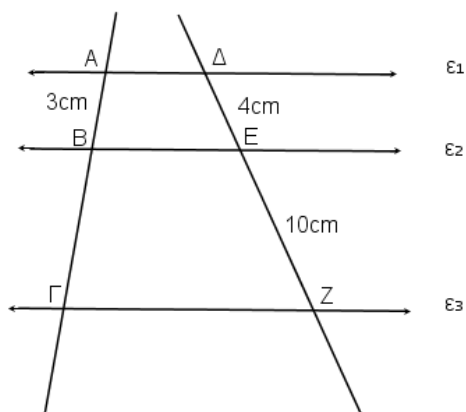
2. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

(α) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} =$

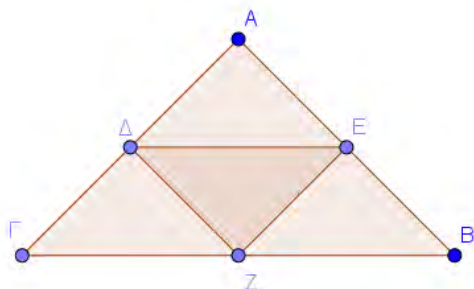
(β) $\sqrt[3]{16} \div \sqrt[3]{2} =$

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται : $AB=3\text{ cm}$, $\Delta E=4\text{ cm}$, $EZ=10\text{ cm}$ και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$.

Να υπολογίσετε το μήκος του ΒΓ.



4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά 2cm . Αν Δ, E, Z τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$, AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω ισότητες, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

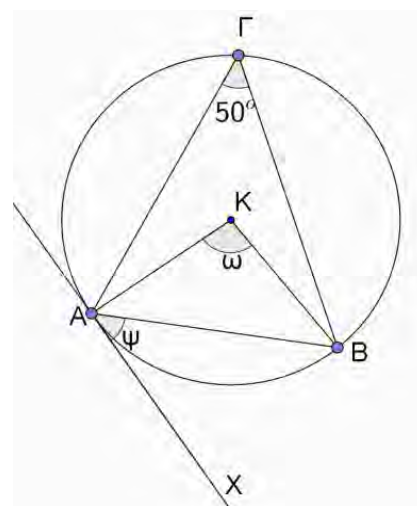


α.	$\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{\Delta Z}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
β.	$\overrightarrow{\Gamma\Delta} + \overrightarrow{\Delta Z} = \overrightarrow{Z\Gamma}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
γ.	$ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma B} $	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
δ.	$\overrightarrow{ZE} - \overrightarrow{Z\Delta} = \overrightarrow{ZB}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

5. Δίνεται ότι το $\sin\theta = \frac{3}{5}$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = 5\eta\mu\theta + 6\epsilon\varphi\theta$

6. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 2x - 8 \geq 0$.

7. Δίνεται κύκλος (K, R) . Αν η γωνία $A\Gamma B = 50^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες ω και ψ (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



8. Ένας μαθητής πήρε τους πιο κάτω βαθμούς σε 9 διαγωνίσματα:

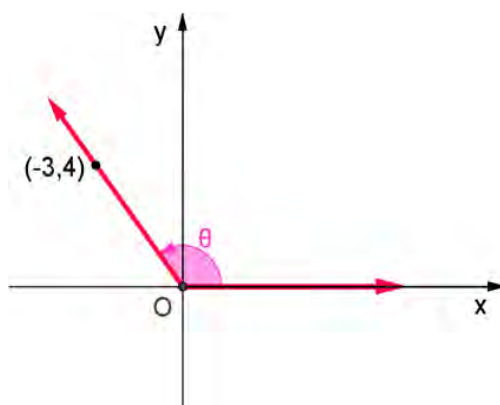
8, 8, 14, 10, 8, 14, 6, 14, 8.

Να βρείτε:

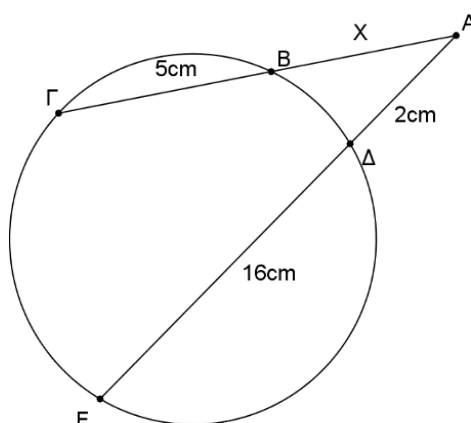
α) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων

β) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων.

9. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$ και $\epsilon\varphi\theta$ της γωνίας θ .



10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και οι τέμνουσες του $AB\Gamma$ και $A\Delta E$, όπου B, Γ, Δ και E σημεία του κύκλου. Αν $(AB) = x\text{cm}$, $(B\Gamma) = 5\text{cm}$, $(A\Delta) = 2\text{cm}$ και $(\Delta E) = 16\text{cm}$, να υπολογίσετε το x .



ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

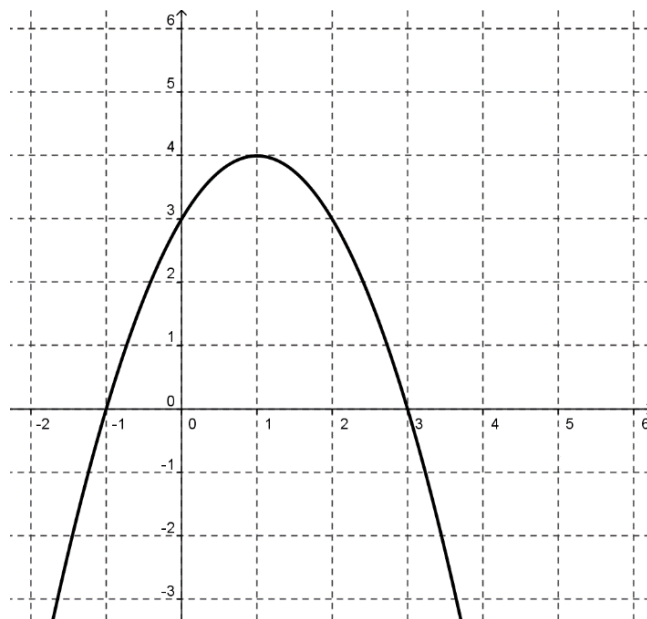
1. Δίνεται η γραφική παράσταση της

συνάρτησης f με τύπο

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}, \alpha \neq 0, x \in \mathbb{R}.$$

Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) το σύνολο τιμών και το πεδίο ορισμού της f
- β) το πρόσημο του α και της διακρίνουσας
- γ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- ε) το είδος του ακρότατου (μέγιστο ή ελάχιστο) και τις συντεταγμένες του.



2. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 - (\lambda + 1) \cdot x + 3\lambda - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την τιμή του λ

ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) λύση το 2
- β) λύσεις αντίθετες
- γ) λύσεις αντίστροφες
- δ) γινόμενο των λύσεων ίσο με το άθροισμα των λύσεων

3. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις για τις πραγματικές τιμές του x :

α) $\sqrt{4-x} = 3, \quad x \leq 4$

β) $(3x+1)^{\frac{1}{4}} = 2, \quad x \geq -\frac{1}{3}$

4. α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 1}$$

β) Να λύσετε το σύστημα:

$$x + \psi = 8$$

$$x \cdot \psi = 15$$

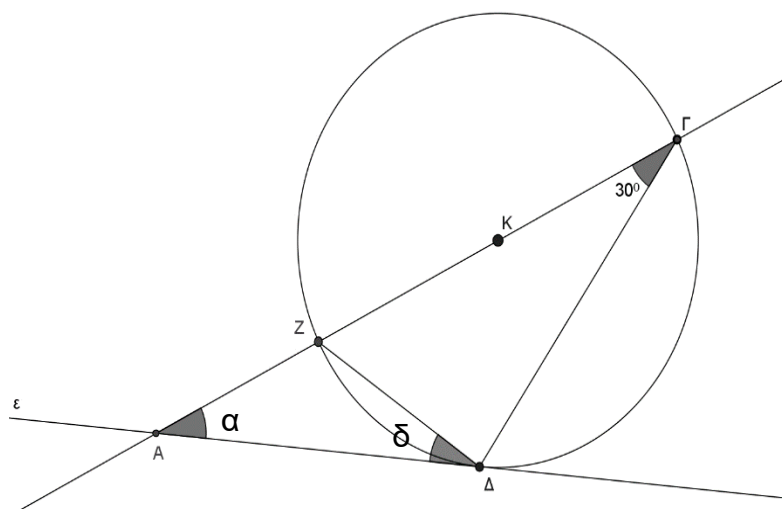
5. Δίνεται ο κύκλος (K, R) και η ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ .

Αν η γωνία Γ έχει μέτρο 30° :

(α) Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών α και δ .

(β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $A\Delta Z$ είναι όμοια.

(γ) Να δείξετε ότι $(A\Delta)^2 = (A\Gamma) \cdot (AZ)$.



ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου Κοινού Κορμού (3-ωρο)

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να σχηματίσετε μια εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει λύσεις τους αριθμούς $x_1 = -4$ και $x_2 = 3$.
- 2) Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής
- α) $(\sqrt{13} + 3) \cdot (\sqrt{13} - 3) =$
- β) $(3\sqrt{2} - 1)^2 =$
- 3) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και τα σημεία του A, B, Γ, Δ . Αν η γωνία $B\hat{A}\Gamma = 65^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες α και ψ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.
- 4) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 3x - 18 \geq 0$.
- 5) Στο διπλανό σχήμα δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB} = \vec{\kappa}$ και $\overrightarrow{B\Gamma} = \vec{\lambda}$.
Αν $\overrightarrow{\Delta\Gamma} = 2\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{\Delta E} = 3\overrightarrow{B\Gamma}$:
- α) Να εκφράσετε συναρτήσει των $\vec{\kappa}$ και $\vec{\lambda}$ τα διανύσματα::
- (i) $\overrightarrow{A\Gamma} =$
- (ii) $\overrightarrow{A\Delta} =$
- (iii) $\overrightarrow{E\Gamma} =$
- β) Να βρείτε ένα ζεύγος παράλληλων διανυσμάτων και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

6) Ένας μαθητής πήρε τους βαθμούς 14, 12, 16, 13 και 18 στα πέντε μαθήματα κατεύθυνσής του. Αν τα μαθήματα έχουν βαρύτητα ανάλογη με τις περιόδους διδασκαλίας του κάθε μαθήματος, που είναι αντίστοιχα 2, 2, 5, 7 και 4 να βρείτε τον μέσο όρο της βαθμολογίας του σε αυτά τα μαθήματα.

7) Αν $\sin\theta = \frac{5}{13}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε με χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = \frac{15\epsilon\phi\theta + 13\eta\mu\theta}{26\sigma\upsilon\nu\theta - 2}$.

8) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R). Από σημείο Σ εκτός του κύκλου φέρνουμε τις τέμνουσες ΣΑΒ και ΣΓΔ. Αν $\Sigma A = 4\text{ cm}$, $AB = 8\text{ cm}$, $\Sigma\Gamma = 6\text{ cm}$ και $\Gamma\Delta = x\text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΣΔ.

9) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + 3\psi = 7 \\ x \cdot \psi = -6 \end{cases}$$

10) Δίνεται η εξίσωση $5x^2 + 13x - 6 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις χωρίς να λύσετε την εξίσωση:

α) $5x_1x_2 - 10x_1 - 10x_2$ (μονάδες 1,5)

β) $x_1^2 + x_2^2$ (μονάδες 1,5)

γ) $\frac{12}{x_1} + \frac{12}{x_2} - \frac{18}{x_1x_2}$ (μονάδες 2)

ΜΕΡΟΣ Β΄ **Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους Β΄.**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Σε ένα τμήμα με 20 μαθητές έγινε μια έρευνα για τις ώρες που παρακολουθούν τηλεόραση καθημερινά. Τα αποτελέσματα φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Ωρες	0	1	2	3	4	5	6
Αριθμός μαθητών	2	3	3	4	3	3	2

Να υπολογίσετε:

- α) τη μέση τιμή $\bar{x}$ των παρατηρήσεων.
β) το εύρος R των παρατηρήσεων.
γ) την τυπική απόκλιση s των παρατηρήσεων (κατά προσέγγιση εκατοστού).
δ) τον συντελεστή μεταβλητότητας CV των παρατηρήσεων.
- 2) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\kappa - 2)x - 3 + \kappa = 0$ με πραγματικές λύσεις x_1 και x_2 .
Να βρείτε στην κάθε περίπτωση τις τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε:
α) η εξίσωση να έχει λύσεις αντίθετες. (μονάδες 3)
β) η εξίσωση να έχει λύση τον αριθμό -4 . (μονάδες 4)
γ) η εξίσωση να έχει λύσεις πραγματικές και άνισες. (μονάδες 3)
- 3) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) , τα σημεία του A, B, Γ και Δ και η εφαπτομένη ευθεία (ε) του κύκλου στο σημείο A . Αν το σημείο Γ είναι το μέσο του τόξου $\widehat{B\Delta}$, το τόξο $\widehat{AB}$ είναι κατά 10° μικρότερο από το διπλάσιο του τόξου $\widehat{B\Gamma}$, η γωνία $\widehat{AB\Delta} = 2x + 5^\circ$ και η γωνία $\widehat{A\Gamma\Delta} = 3x - 25^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή του x , την τιμή του φ και τις γωνίες του τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

- 4) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \alpha \neq 0.$$

Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$

(μον. 1)

- β) το σύνολο τιμών της $f(x)$

(μον. 1)

- γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(μον. 1)

- δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

(μον. 1)

- ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \leq 0$

(μον. 2)

- στ) την τιμή του γ

(μον. 1)

- ζ) την εξίσωση της παραβολής

(μον. 3)

- 5) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) , η διάμετρος του AG , η χορδή του AB και η εφαπτομένη του $\Gamma\chi$ στο Γ . Η διχοτόμος της γωνίας $B\hat{A}\Gamma$ τέμνει τη χορδή $B\Gamma$ στο Δ , τον κύκλο στο E και την εφαπτομένη $\Gamma\chi$ στο Z .

Να δείξετε ότι :

- α) Η ΓE είναι διχοτόμος της γωνίας $\Delta\hat{\Gamma}Z$

- β) $(AB) \cdot (EZ) = (B\Delta) \cdot (\Gamma E)$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22 / 05 / 2018

ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου (3-ωρο)

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30' ώρες

ΩΡΑ: 7:45' - 10:15'

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

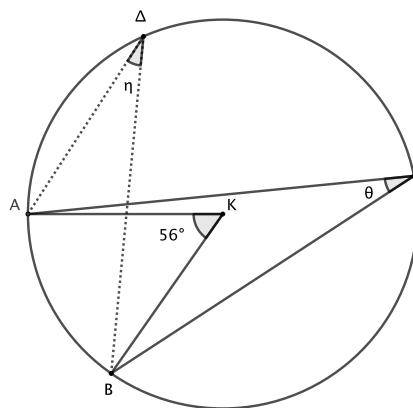
- ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
 (β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
 (γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 (δ) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσής τους δε θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις: $(2 - \sqrt{3}) \cdot (2 + \sqrt{3})$

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο Κ. Τα σημεία Α, Β, Γ και Δ είναι σημεία του κύκλου. Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών $\hat{\eta}$ και $\hat{\theta}$. Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.

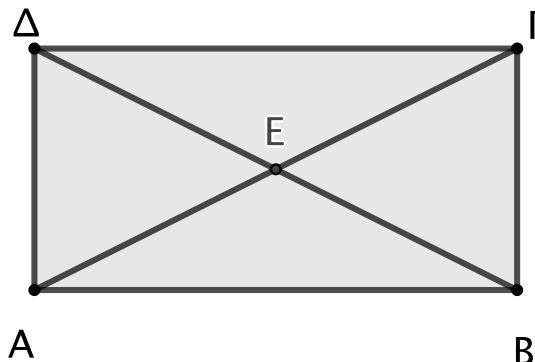


3. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{12}{13}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να

υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = 13\sigma\upsilon\nu\theta - 5\epsilon\phi\theta - 16$.

4. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 4}$.

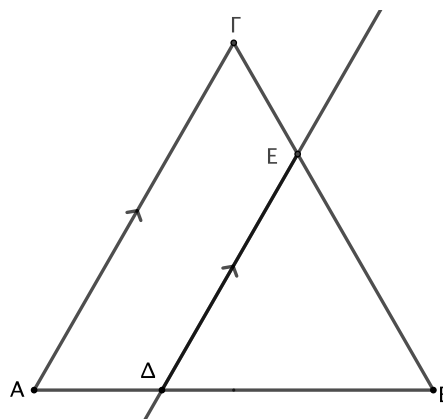
5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E το σημείο τομής των διαγωνίων $A\Gamma$ και $B\Delta$. Να γράψετε ένα διάνυσμα που:



- (α) Είναι ίσο με $\overrightarrow{AB}$.
- (β) Είναι ίσο με $\overrightarrow{\Gamma E} + \overrightarrow{\Delta \Gamma}$.
- (γ) Το μέτρο του είναι ίσο με $|\overrightarrow{AE}|$.
- (δ) Είναι ίσο με $\overrightarrow{\Delta \Gamma} - \overrightarrow{B\Gamma}$.
6. Δίνεται η παραβολή $f(x) = (x-1)^2 + 2$. Να βρείτε:
- (α) Τον άξονα συμμετρίας της παραβολής.
- (β) Την κορυφή της παραβολής.
- (γ) Το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $f(x) = 0$.
7. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 12x + 15 = 0$. Αν η εξίσωση έχει λύσεις τους αριθμούς x_1, x_2 , χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:
- (α) $x_1 + x_2$
- (β) $x_1 \cdot x_2$
- (γ) $(1+x_1)(1+x_2)$

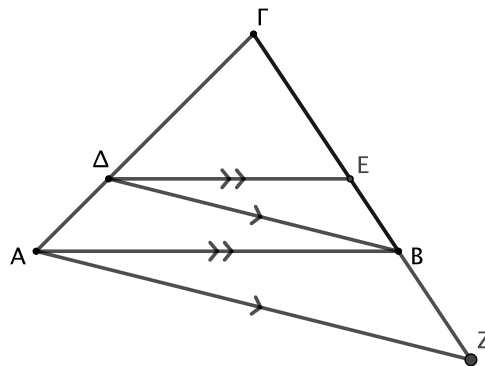
8. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt{x} = \left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$. Από τυχαίο σημείο Δ της πλευράς AB φέρουμε ευθεία παράλληλη που τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο E . Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔBE είναι όμοια.



10. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ όπου, το τμήμα ΔE είναι παράλληλο προς την πλευρά AB . Από την κορυφή A του τριγώνου, φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα παράλληλο προς το τμήμα $B\Delta$ που τέμνει την προέκταση της πλευράς ΓB στο Z .

Να δείξετε ότι: $\frac{\Gamma E}{\Gamma B} = \frac{\Gamma B}{\Gamma Z}$.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την ανίσωση: $(x-3)^2 - 2x \geq 2(2x-1)$.
2. (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1+\sigma\varphi x}{1+\varepsilon\varphi x} = \sigma\varphi x$.
 (β) Να αποδείξετε ότι: $\eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \varepsilon\varphi(90^\circ - \theta) - \eta\mu(90^\circ - \theta) = 0$.
3. Πιο κάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που πήραν 15 μαθητές σε μια διαγνωστική άσκηση στο μάθημα των Αγγλικών.

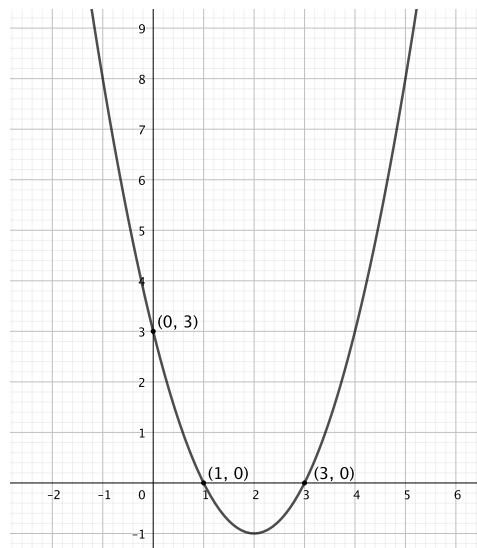
7, 6, 8, 5, 7, 9, 8, 8, 4, 7, 9, 1, 7, 9, 10

Για τις πιο πάνω τιμές να βρείτε:

- (α) Την επικρατούσα τιμή (x_ε).
- (β) Τη διάμεσο (x_δ).
- (γ) Τη μέση τιμή ($\bar{x}$).
- (δ) Το εύρος.
- (ε) Την τυπική απόκλιση (s).

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Με βάση το σχήμα, να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

- (α) Το πρόσημο του a .
- (β) Την τιμή του γ .
- (γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της καμπύλης.
- (δ) Το σύνολο τιμών της συνάρτησης.
- (ε) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της καμπύλης.
- (στ) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
- (ζ) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 8$.
- (η) Τα διαστήματα στα οποία η $f(x) > 0$.



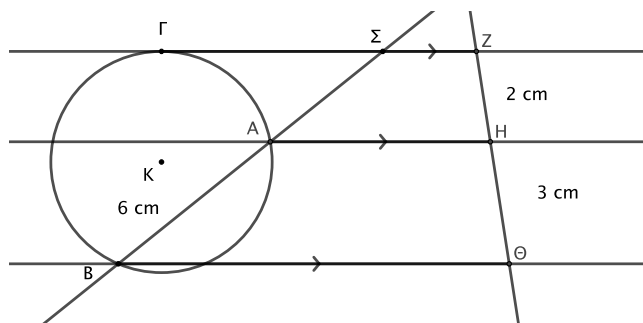
5. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος (K, R) , οι ευθείες $\Sigma\Gamma \parallel AH \parallel B\Theta$, τα σημεία A, B, Γ είναι σημεία του κύκλου και το ευθύγραμμο τμήμα $\Sigma\Gamma$ εφάπτεται του κύκλου στο Γ . Αν $ZH = 2 \text{ cm}$, $H\Theta = 3 \text{ cm}$ και $AB = 6 \text{ cm}$.

(α) Να υπολογίσετε το μήκος:

- (i) Του ευθύγραμμου τμήματος ΣA .
- (ii) Του ευθύγραμμου τμήματος $\Sigma \Gamma$.

(β) Να αποδείξετε ότι:

$$(\Sigma\Gamma)^2 (Z\Theta) = (\Sigma B)^2 (ZH).$$



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ