

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ Κ.Κ. 3 - ΩΡΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2019

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
- (β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- (γ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **4** σελίδες.
- (δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (ε) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου χρειάζεται).

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του μέρους αυτού.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να μετατρέψετε την πιο κάτω παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(β) $\frac{11}{6-\sqrt{3}}$

(Μον. 2/3)

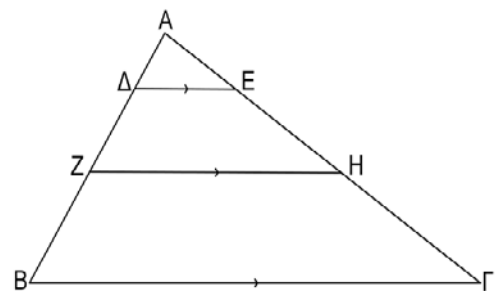
2. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $3x^2 - 9x + 12 = 0$, χωρίς να λυθεί η εξίσωση, να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2 =$

(β) $x_1 \cdot x_2 =$

3. Να βρείτε τη θέση των κύκλων (M,1cm) και (N,2cm) αν το μήκος της διακέντρου MN=3cm.

4. Στο τρίγωνο ABΓ τα ευθύγραμμα τμήματα ΔΕ και ΖΗ είναι παράλληλα προς την πλευρά ΒΓ. Αν ΑΔ=3cm, ΔΖ=6cm, ΕΗ=8cm και ΑΓ=24cm, να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΕ και ΖΒ.

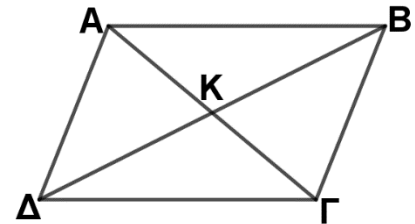


5. Να λύσετε την ανίσωση: $(x-2) \cdot (x+1) \leq 0$.

6. Αν $\sin \theta = \frac{5}{13}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$ χρησιμοποιώντας τις τριγωνομετρικές ταυτότητες να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = 26\eta\mu\theta - 12\sigma\phi\theta$.

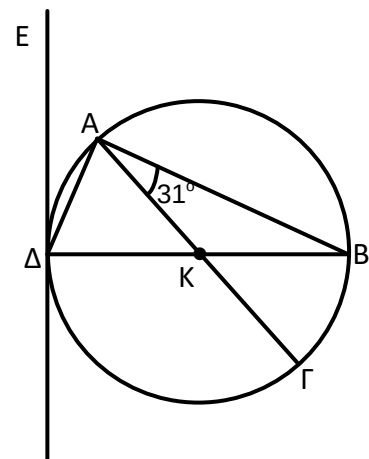
7. Οι βαθμοί της Μαρίας στα διαγωνίσματα των Μαθηματικών ήταν 13, 15, 16 και για τη συμμετοχή της στο μάθημα βαθμολογήθηκε με 18. Αν το κάθε διαγώνισμα είχε βαρύτητα 30% στον τελικό βαθμό και η συμμετοχή 10%, να υπολογίσετε τον τελικό βαθμό της Μαρίας στα Μαθηματικά.

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο του οποίου οι διαγώνιοι τέμνονται στο Κ. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω ισότητες.



(α)	$\vec{AB} + \vec{B\Gamma} = \vec{GA}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(β)	$\vec{AB} + \vec{B\Gamma} + \vec{GD} = -\vec{DA}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(γ)	$\vec{BD} - \vec{AD} = \vec{AB}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(δ)	$\vec{DB} = 2\vec{KB}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ

9. Στο διπλανό σχήμα ΑΓ και ΒΔ είναι διάμετροι του κύκλου (Κ, R). Αν $\hat{A\Gamma B} = 31^\circ$ και ΔΕ εφαπτομένη του κύκλου στο Δ, να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{D\Gamma A}$, $\hat{K\Gamma D}$ και $\hat{A\Delta E}$ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



10. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $x^2 + (\lambda+1)x + 4\lambda + 2 = 0$ έχει:

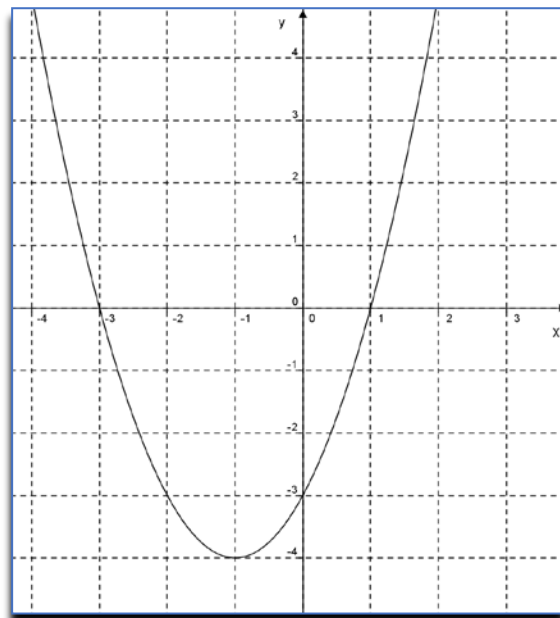
(α) λύσεις αντίθετες

(β) μία λύση τον αριθμό 2

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους αυτού.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$.
Με βάση το σχήμα, να βρείτε:

- Το πρόσημο του a .
- Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
- Το σύνολο τιμών της συνάρτησης.
- Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- Το πρόσημο της Διακρίνουσας.
- Την τιμή του γ .
- Την ελάχιστη τιμή της καμπύλης.
- Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.



2. Να αποδείξετε ότι:

(α) $\eta\mu(90-\alpha) + \sigma\upsilon\nu(180-\alpha) + \sigma\upsilon\nu(90-\alpha) + \eta\mu(180-\alpha) = 2\eta\mu\alpha$

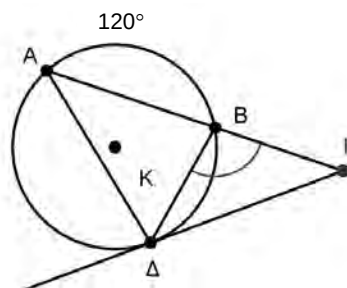
(β) $\frac{\eta\mu\chi}{1-\sigma\upsilon\nu\chi} + \frac{\eta\mu\chi}{1+\sigma\upsilon\nu\chi} = \frac{2}{\eta\mu\chi}$

3. Για ποιες τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $\chi^2 - 2(\lambda-1)\chi + \lambda - 1 = 0$ δεν έχει λύσεις πραγματικές.

4. Στο διπλανό σχήμα η $\Delta\Gamma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου (K,R) στο σημείο Δ , η γωνία $\hat{\Delta B\Gamma} = 100^\circ$ και το τόξο $\overset{\frown}{AB} = 120^\circ$.

(α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\overset{\Delta}{AB\Delta}$ και

(β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\overset{\Delta}{B\Gamma\Delta}$ είναι ισοσκελές.



5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$, φέρουμε το ύψος AD και τη διχοτόμο της γωνιάς $\hat{B}$ που τέμνει το ύψος AD στο Z και την πλευρά $A\Gamma$ στο E . Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle EZB$ και $\triangle AZB$ είναι όμοια.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Α. ΙΩΣΗΦ

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά κοινού κορμού
ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2019
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
 (β) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
 (γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 (δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

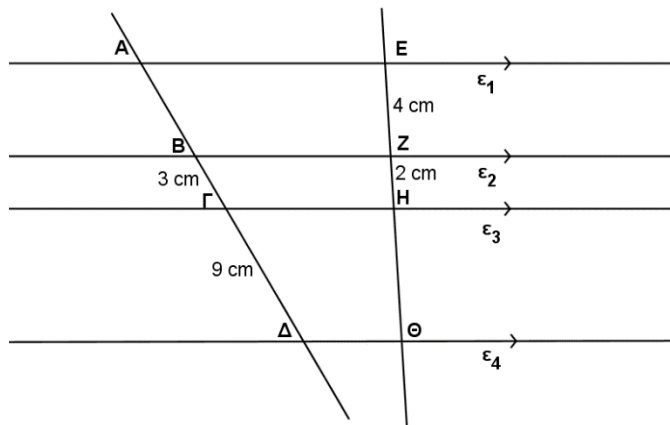
A1. Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{75}$, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

A2. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που έχει λύσεις (ρίζες) $x_1 = 2$ και $x_2 = 5$

A3. Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 // \varepsilon_4$.

Αν $B\Gamma = 3 \text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 9 \text{ cm}$, $EZ = 4 \text{ cm}$

και $ZH = 2 \text{ cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων AB και $H\Theta$.



A4. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

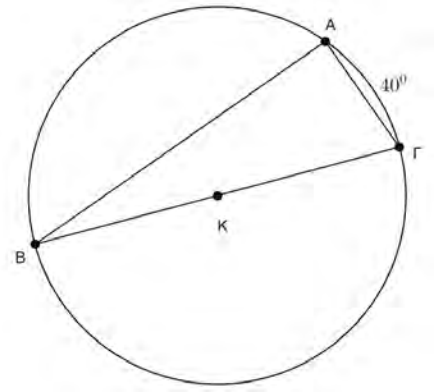
(α) $\frac{3}{\sqrt{2}}$

(β) $\frac{2}{\sqrt{10} + \sqrt{2}}$

A5. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 7x + 6 \leq 0$

A6. Αν $\sin\theta = \frac{3}{5}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $K = 5\eta\mu\theta - 9\varepsilon\phi\theta$

- A7.** Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο κέντρου K και το τόξο $\widehat{A\Gamma} = 40^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.



- A8.** Να αποδείξετε την ταυτότητα

$$\varepsilon\varphi x + \sigma\varphi x = \frac{1}{\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x}$$

- A9.** Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης $2x^2 - 6x + 3 = 0$, να βρείτε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 x_2$

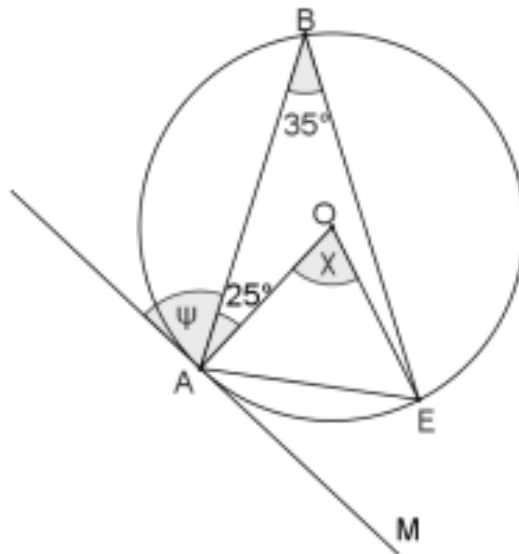
(γ) $4x_1^2 x_2 + 4x_1 x_2^2$

(δ) $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1}$

(ε) $(x_1 - x_2)^2$

- A10.** Στο παρακάτω σχήμα το O είναι το κέντρο του κύκλου, η AM είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του A και $\widehat{ABE} = 35^\circ$, $\widehat{BAO} = 25^\circ$.

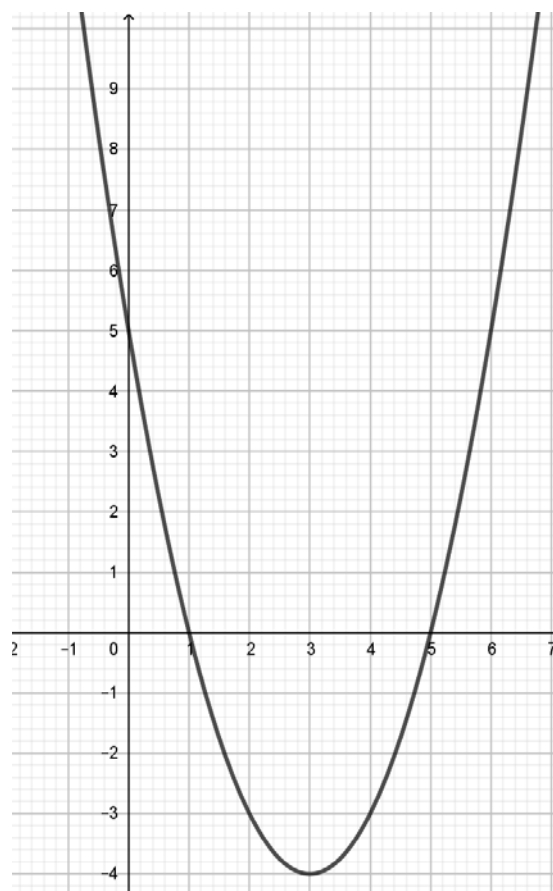
Να υπολογίσετε τις γωνίες χ και ψ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

B1. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$ είναι η παραβολή του διπλανού σχήματος. Να βρείτε:

- Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής
- Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
- Την τιμή του γ
- Τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης $f(x) = 0$
- Το πρόσημο του a



B2. Ένας μαθητής της Β' Λυκείου εξετάζεται σε πέντε μαθήματα: Νέα Ελληνικά, Μαθηματικά, Φυσική, Χημεία και Βιολογία. Οι βαθμοί που πέτυχε στις εξετάσεις φαίνονται στο πιο κάτω πίνακα

Νέα Ελληνικά	Μαθηματικά	Φυσική	Χημεία	Βιολογία
12	14	17	16	11

- (α) Να βρείτε: (i) Τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των πιο πάνω βαθμών
(ii) Το συντελεστή μεταβλητότητας (CV), αν γνωρίζετε ότι η τυπική απόκλιση των βαθμών είναι $s = 2,28$

(β) Να βρείτε σταθμισμένο μέσο ($\bar{x}_w$) των πιο πάνω βαθμών, με συντελεστές βαρύτητας τις εβδομαδιαίες περιόδους διδασκαλίας του κάθε μαθήματος, που είναι:

Νέα Ελληνικά	Μαθηματικά	Φυσική	Χημεία	Βιολογία
5	7	5	4	4

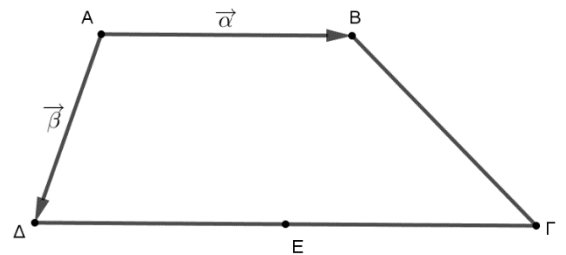
- B3.** Στο τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος είναι $AB \parallel \Delta\Gamma$, $(\Delta\Gamma) = 2(AB)$ και το σημείο E είναι το μέσον της πλευράς $\Delta\Gamma$.

Συμβολίζουμε $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$.

Να αποδείξετε ότι:

(i) $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$

(ii) Το τετράπλευρο $AB\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.



- B4.** Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 - (\lambda - 2)x + 1 - \lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες (λύσεις) της εξίσωσης, να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

(α) Η εξίσωση έχει ρίζες ίσες

(β) Οι ρίζες της εξίσωσης είναι αντίθετες

(γ) Οι ρίζες της εξίσωσης είναι αντίστροφες

(δ) Το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης ισούται με το γινόμενό τους

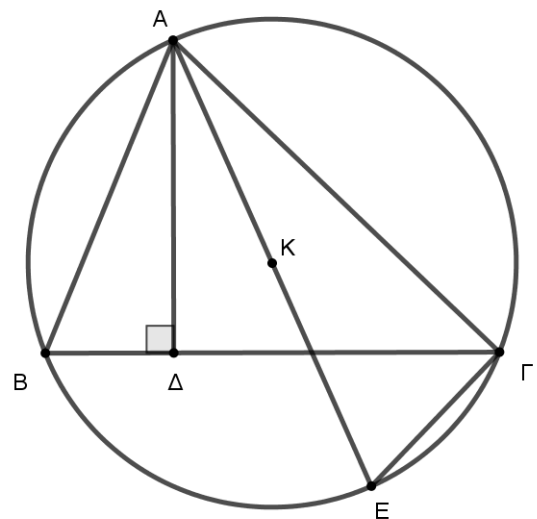
(ε) Ισχύει $3x_1 - x_1x_2 + 3x_2 = 7$

- B5.** Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με κέντρο το σημείο K , η AD είναι κάθετη στην $B\Gamma$ και το AE είναι διάμετρος του κύκλου.

Να αποδείξετε τα παρακάτω:

(α) Τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια

(β) $(AB)(A\Gamma) = (AD)(AE)$



Η Διευθύντρια

.....
Ελένη Κοντογιάννη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 7:45 – 10:15

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2019

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (β) Να γράφετε με μπλε μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι).
- (γ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- (δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- (ε) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να απαντήσετε και στα δέκα θέματα του Μέρους Α΄.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).

ΘΕΜΑ 1^ο

Να υπολογίσετε τα παρακάτω, χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής:

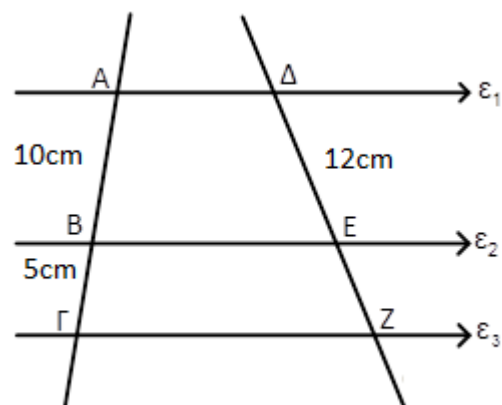
$$\alpha) \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} =$$

$$\beta) \sqrt{14 + \sqrt[3]{8}} =$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού, η οποία να έχει λύσεις:

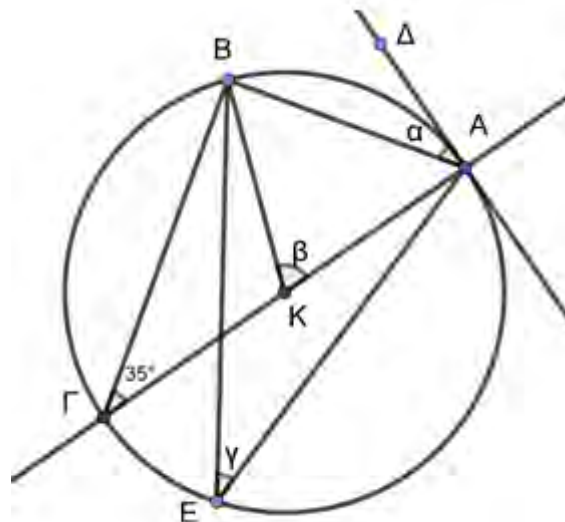
$$\chi_1 = 4, \quad \chi_2 = -2$$

ΘΕΜΑ 3^οΝα λύσετε την ανίσωση: $\chi^2 - 2\chi - 8 \leq 0$ **ΘΕΜΑ 4^ο**Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ είναι παράλληλες.Δίνεται ότι: $AB = 10\text{cm}$, $B\Gamma = 5\text{cm}$, $\Delta E = 12\text{cm}$.
Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος EZ.

ΘΕΜΑ 5^ο

Στο διπλανό σχήμα η ΑΔ είναι εφαπτομένη του κύκλου (Κ,Ρ) και ΑΓ διάμετρος του κύκλου. Αν η γωνία $BΓΑ = 35^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ .

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)

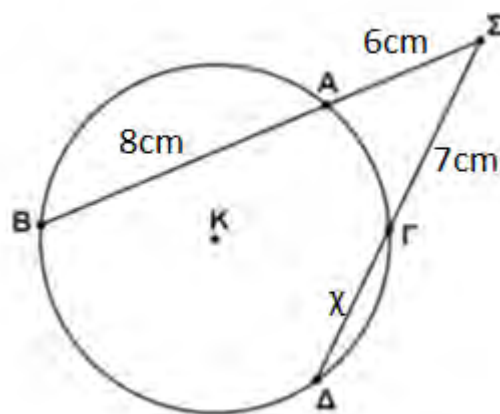


ΘΕΜΑ 6^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνεται: ΣΑ = 6cm,

ΣΓ = 7cm, ΑΒ = 8cm

Να υπολογίσετε το μήκος της χορδής ΓΔ.



ΘΕΜΑ 7^ο

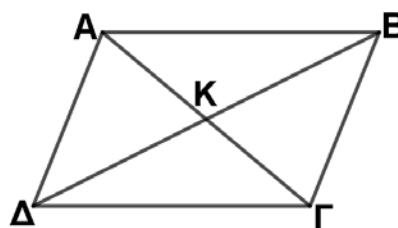
Δίνεται ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

Να βρείτε τα διανύσματα που αντιστοιχούν στα παρακάτω:

α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BK} =$

β) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GB} =$

γ) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GB} =$



ΘΕΜΑ 8^ο

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi - \psi = 1 \\ \chi^2 + \psi^2 = 5 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 9^ο

Να μετατρέψετε τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή. (χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής)

α) $\frac{3}{\sqrt{2}}$

β) $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$

ΘΕΜΑ 10^ο

Δίνεται ότι $\sin \omega = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$.

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{10\sin \omega - 8\epsilon\phi \omega}{5\eta\mu \omega}$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να απαντήσετε και στα πέντε (5) θέματα του μέρους Β΄.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

ΘΕΜΑ 1^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.

Να υπολογίσετε τα παρακάτω:

α) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης.

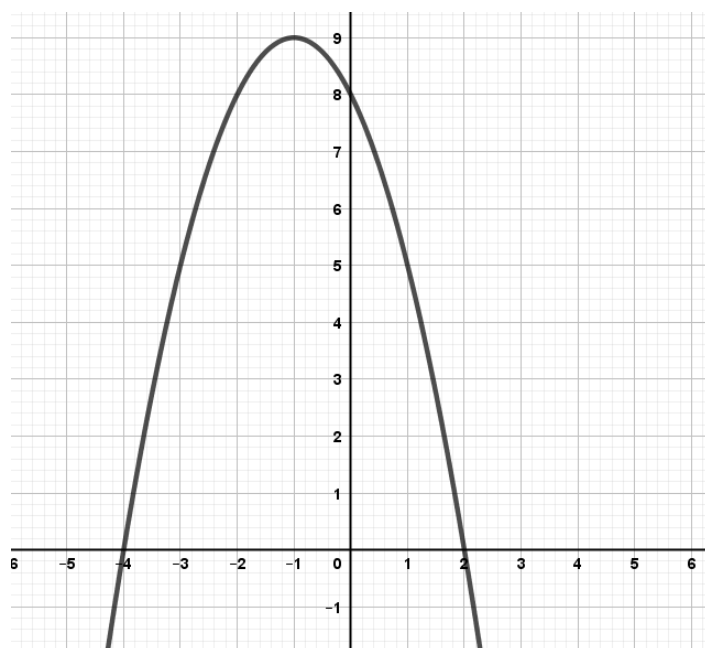
β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

γ) Τις λύσεις της εξίσωσης:

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$$

δ) Να αναφέρετε τις συντεταγμένες της κορυφής της συνάρτησης.

ε) Να υπολογίσετε τα α , β , γ



ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η εξίσωση: $3x^2 - (2\lambda - 1)x + \lambda - 4 = 0$

Να βρείτε την τιμή του λ έτσι ώστε η εξίσωση:

α) Να έχει λύσεις αντίθετες.

β) Να έχει λύσεις αντίστροφες.

γ) Να έχει λύση τον αριθμό $x=2$.

δ) Να έχει άθροισμα λύσεων τριπλάσιο από το γινόμενο τους.

ΘΕΜΑ 3^ο

Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1+\eta\mu\chi} + \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1-\eta\mu\chi} = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\chi}$

ΘΕΜΑ 4^ο

Οι βαθμολογίες 8 φοιτητών ενός τμήματος Πανεπιστημίου σε μία εξέταση ήταν οι εξής:

4 , 4 , 6 , 7 , 8 , 8 , 9 , 10 .

Να υπολογίσετε:

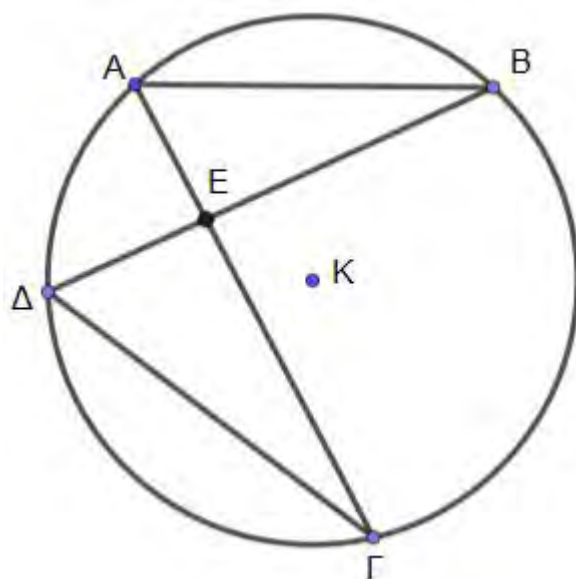
- α) Την μέση τιμή των παρατηρήσεων ($\bar{\chi}$)
- β) Το εύρος των παρατηρήσεων (R)
- γ) Την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων. (s)
- δ) Τον συντελεστή μεταβλητότητας. (C.V.)

ΘΕΜΑ 5^ο

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K.

Τα ευθύγραμμα τμήματα AB , ΑΓ , ΒΔ , ΔΓ είναι χορδές του κύκλου.

- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και ΔΓΕ είναι όμοια.
- β) Να δείξετε ότι : (AB)(ΔΕ) = (ΑΕ)(ΔΓ)



Η Διευθύντρια

.....
Χριστοδούλου Φοινίκη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2019ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΤΑΞΗ : Α΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 28 / 05 / 2019ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2,5 ΩΡΕΣΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 7:45 π.μ (7:45-10:15)

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ :

1. Απαγορεύεται η μεταφορά στην αίθουσα κινητού τηλεφώνου και έξυπνου ρολογιού
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής
3. Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού
5. Να γράψετε τις απαντήσεις σας στις κόλλες που σας δόθηκαν
6. Τα σχήματα των ασκήσεων, όπου χρειάζεται, να μεταφέρονται στις κόλλες που σας δόθηκαν
7. Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται η πορεία σκέψης σας (τα ενδιάμεσα βήματα και οι πράξεις)

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.**ΜΕΡΟΣ Α΄ :** Να απαντήσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε 5 μονάδες.

- (1) Αν η εξίσωση $x^2 - 3x - 5 = 0$ έχει λύσεις x_1, x_2 , χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

(γ) $2x_1 + 5x_1 \cdot x_2 + 2x_2$

(μονάδες: 1,5/1,5/2)

- (2) Να βρείτε το πρόσημο των πιο κάτω τριγωνομετρικών αριθμών:

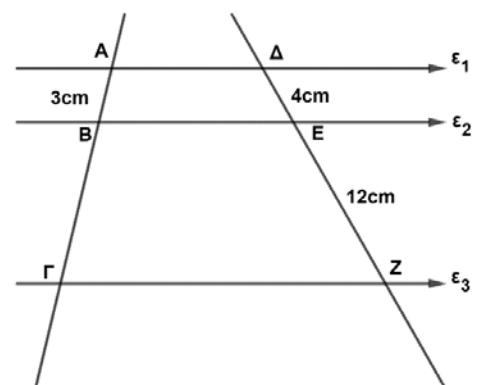
(α) $\eta\mu(110^\circ)$

(β) $\sigma\upsilon\nu(-150^\circ)$

(γ) $\epsilon\varphi(378^\circ)$

(δ) $\sigma\varphi(-86^\circ)$

- (3) Στο σχήμα δίνεται ότι $AB = 3\text{cm}$, $\Delta E = 4\text{cm}$, $EZ = 12\text{cm}$ και $\epsilon_1 // \epsilon_2 // \epsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $B\Gamma$.

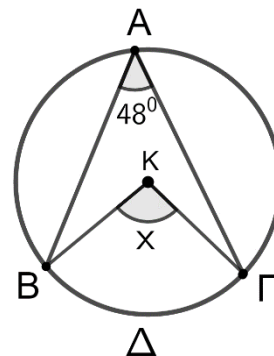


(4) Να σχηματίσετε εξίσωση δεύτερου βαθμού που να έχει ως λύσεις τους αριθμούς $x_1 = -4$ και $x_2 = 7$

(5) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 3x - 18 \geq 0$

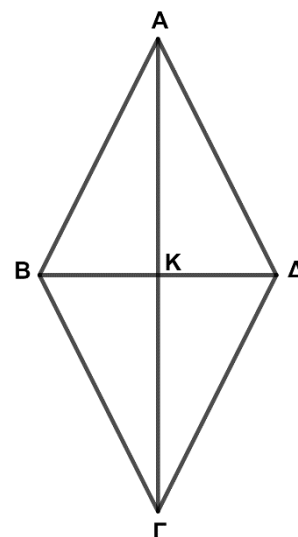
(6) Δίνεται κύκλος (K, R) και η γωνία $B\hat{A}\Gamma = 48^\circ$.

Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας x και του τόξου $B\Delta\Gamma$, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



(7) Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις:

(α) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(β) $\overrightarrow{AK} = -\overrightarrow{K\Gamma}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(γ) το διάνυσμα $\overrightarrow{A\Delta}$ είναι παράλληλο με το διάνυσμα $\overrightarrow{\Gamma B}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(δ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Delta} = \overrightarrow{A\Delta}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(ε) $\overrightarrow{\Delta\Gamma} - \overrightarrow{\Delta A} = \overrightarrow{\Gamma A}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ



(8) Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

(α) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{12}) =$

(β) $(\sqrt{7} - 2)^2 =$

(9) (α) Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt{x+3} = 2$, $x \geq -3$ (μονάδες: 2)

(β) Να μετατρέψετε την παράσταση $\frac{4}{\sqrt{5}+1}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής). (μονάδες: 3)

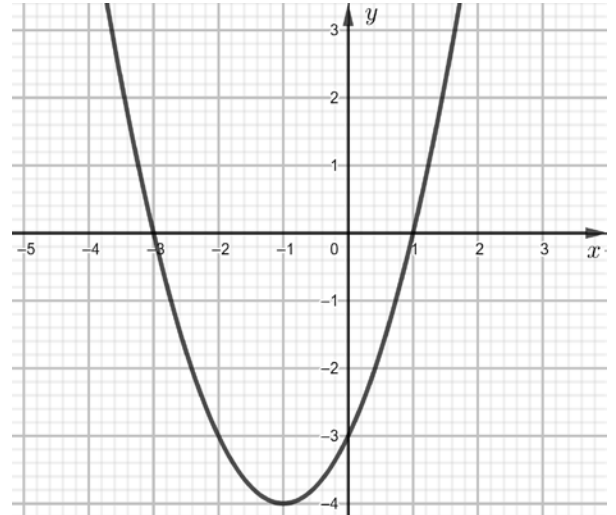
(10) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(1 + \sin\theta)^2 + \eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \epsilon\phi\theta = 2(1 + \sin\theta)$

ΜΕΡΟΣ Β' : Να απαντήσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα 10 μονάδες.

(1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$. Από τη γραφική παράσταση, να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x)$
- (β) το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x)$
- (γ) το πρόσημο του a
- (δ) την τιμή του γ
- (ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της
- (στ) τις συντεταγμένες της κορυφής
- (ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$



(μονάδες: 1/2/1/1/1/2/2)

(2) Οι βαθμοί 5 φοιτητών το α' εξάμηνο στο μάθημα των Αγγλικών είναι:

6, 7, 8, 10, 4

Να υπολογίσετε:

- | | |
|---|--------------|
| (α) την μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων | (μονάδες: 2) |
| (β) το εύρος (R) των παρατηρήσεων | (μονάδες: 2) |
| (γ) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων | (μονάδες: 4) |
| (δ) το συντελεστή μεταβλητότητας (CV) των παρατηρήσεων. | (μονάδες: 2) |

(3) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + (2 - 3\mu)x + \mu - 3 = 0$. Να υπολογίσετε τις τιμές του $\mu, \mu \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:

- | | |
|--------------------------|--------------|
| (α) ως λύση τον αριθμό 2 | (μονάδες: 4) |
| (β) λύσεις αντίθετες | (μονάδες: 3) |
| (γ) λύσεις αντίστροφες | (μονάδες: 3) |

(4) (α) Δίνεται ότι $\sin \theta = -\frac{4}{5}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$. Να υπολογίσετε, με τη χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων, τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ ($\eta\mu\theta, \epsilon\varphi\theta, \sigma\varphi\theta$). (μονάδες: 7)

(β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{10\eta\mu\theta + 12\epsilon\varphi\theta}{3\sigma\varphi\theta - 3}$ (μονάδες: 3)

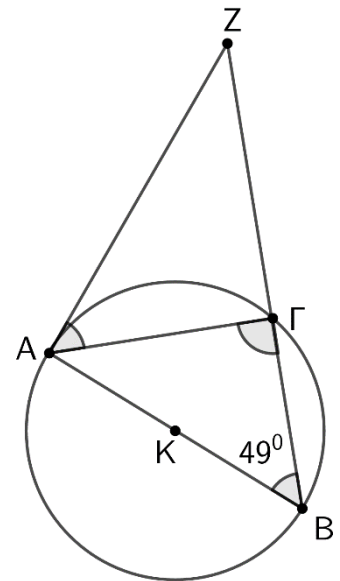
(5) Δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο AB και χορδή AG . Αν η προέκταση της $B\Gamma$ τέμνει την εφαπτομένη του κύκλου στο A στο σημείο Z και $\hat{AB}\Gamma = 49^\circ$, να υπολογίσετε:

(α) τις γωνίες $\hat{ZAG}$, $\hat{B\Gamma A}$, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας. (μονάδες: 3)

Στη συνέχεια, να δείξετε ότι:

(β) τα τρίγωνα $AZ\Gamma$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια (μονάδες: 3)

(γ) $(AG)(AB) = (AZ)(B\Gamma)$ (μονάδες: 4)



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ο Διευθυντής

Νεόφυτος Παπαϊωάννου

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
3. Να γράψετε μόνο με μπλε πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
4. Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Αν $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2x - 1 = 0$, να υπολογίσετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, τις πιο κάτω παραστάσεις:
α) $x_1 + x_2$
β) $x_1 \cdot x_2$
- 2) Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ και $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$.
- 3) Να βρείτε τη θέση των κύκλων (Κ,2cm) και (Λ,4cm), αν η διάκεντρός τους ΚΛ έχει μήκος (ΚΛ)=6cm.
- 4) Να σχηματίσετε εξίσωση β΄ βαθμού με ρίζες: $x_1 = 3 + \sqrt{2}$ και $x_2 = 3 - \sqrt{2}$.
- 5) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
α) $2x^3 + 16 = 0$
β) $x^{\frac{1}{2}} = 4, x \geq 0$

- 6) Αν $\sin \theta = \frac{5}{13}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{13\eta\mu\theta - 26\sigma\upsilon\upsilon\eta\theta}{5\epsilon\varphi\theta}$$

- 7) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y - x = 1 \end{cases}$$

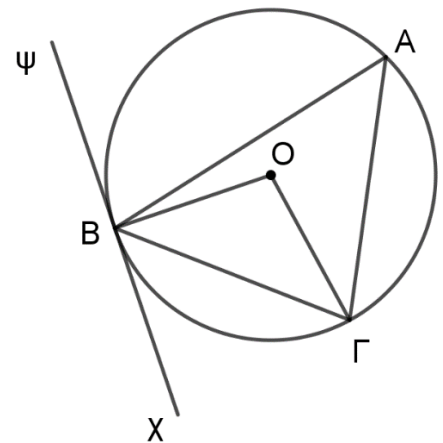
- 8) Δίνεται η παραβολή $f(x) = (x + 3)^2 - 1$.

α) να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,

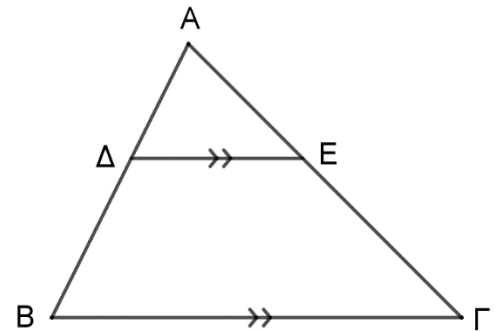
β) να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της,

γ) να προσδιορίσετε αν η παραβολή έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή.

- 9) Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (O, R) και η ευθεία $\chi\psi$ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B . Αν $\widehat{B\chi} = 48^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες BAG , BOG και OBG , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



- 10) Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο $AB\Gamma$. Από σημείο Δ της AB φέρνουμε $\Delta E \parallel B\Gamma$. Αν $(A\Delta) = x \text{ cm}$, $(\Delta B) = 8 \text{ cm}$, $(AE) = 18 \text{ cm}$, $(E\Gamma) = x \text{ cm}$,
α) να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια,
β) να υπολογίσετε την τιμή του x ,
γ) να βρείτε το λόγο των εμβαδών των τριγώνων $A\Delta E$ και $AB\Gamma$.



ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό ωρών που αφιερώνουν στο διαδίκτυο κατά τα Σαββατοκύριακα τα 50 παιδιά μιας κοινότητας.

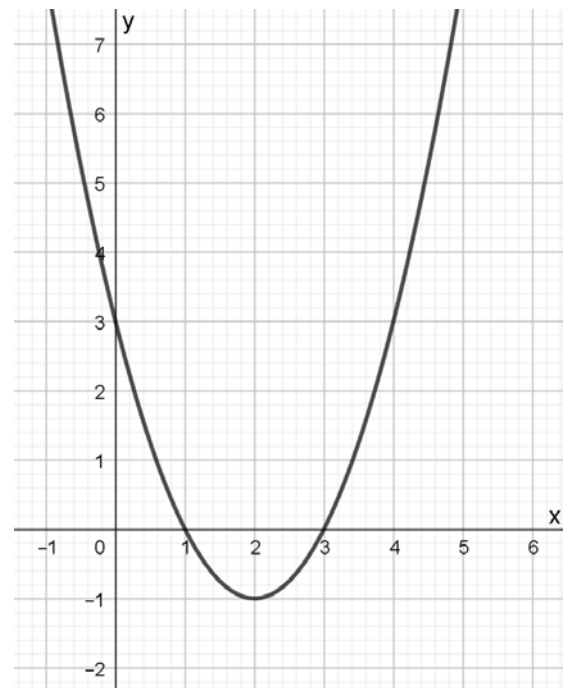
Αριθμός ωρών x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Αριθμός παιδιών f_i	3	8	10	14	6	2	4	2	1

Να βρείτε:

- α) την επικρατούσα τιμή των παρατηρήσεων,
- β) τη μέση τιμή των παρατηρήσεων,
- γ) την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων και το συντελεστή μεταβλητότητας.

- 2) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση, να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης,
- β) τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της,
- γ) τα πρόσημα του συντελεστή a και της διακρίνουσας Δ ,
- δ) τις τιμές των συντελεστών a , b και γ ,
- ε) τις τιμές του x ώστε να ισχύει $f(x) \leq 0$.

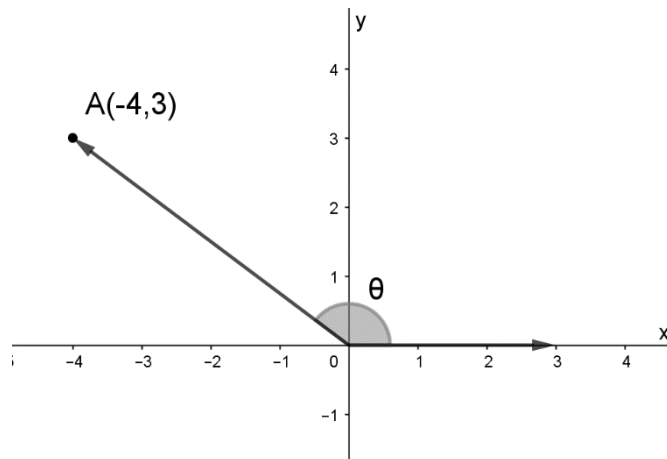


- 3) Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου $\lambda, \lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση:

$$x^2 + (2\lambda + 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$$

- α) έχει ρίζες αντίστροφες,
- β) έχει ρίζες αντίθετες,
- γ) έχει ρίζα τον αριθμό -1 ,
- δ) έχει ρίζες x_1 και x_2 που ικανοποιούν την σχέση $x_1 x_2 + 2x_1 + 2x_2 > 0$.

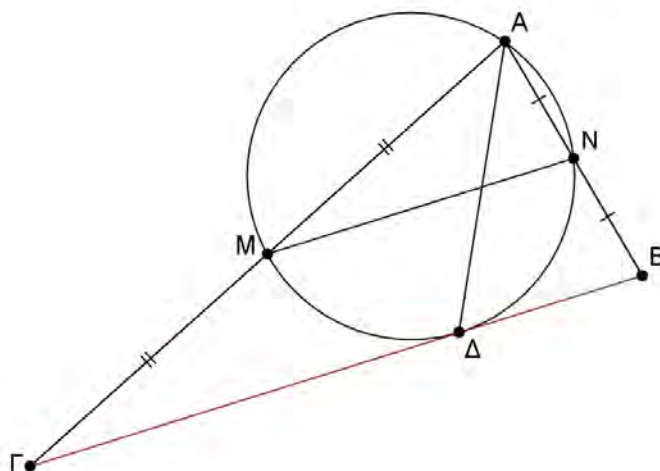
- 4) α) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γωνία θ σε κανονική θέση και σημείο $A(-4, 3)$ της τελικής της πλευράς.
Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$ και $\sigma\varphi\theta$.



- β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{1-\eta\mu(180^\circ-\omega)} - \frac{1-\eta\mu\omega}{\eta\mu(90^\circ-\omega)} = 2\epsilon\varphi\omega$.

- 5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και κύκλος (K, R) ο οποίος εφάπτεται της πλευράς $B\Gamma$ στο σημείο Δ και διέρχεται από την κορυφή A του τριγώνου και από τα μέσα M και N των πλευρών $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

- α) $MN \parallel \Gamma B$
- β) $\Delta\hat{M}N = \Delta\hat{N}M$ και $M\hat{A}\Delta = \Delta\hat{A}B$
- γ) $(A\Delta)^2 = (AB) \cdot (AM)$.



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

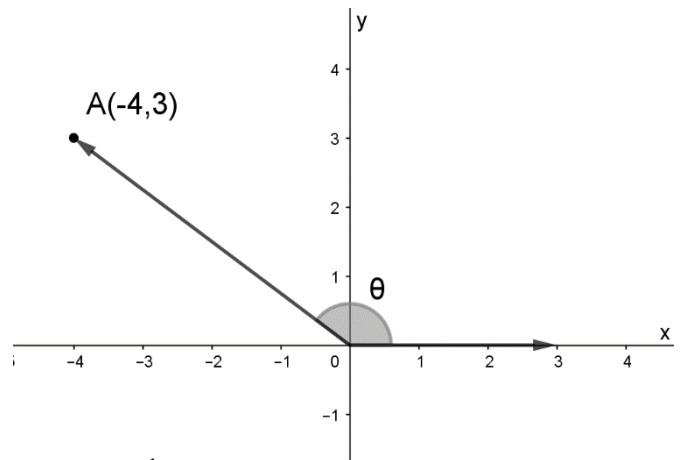
Σύλβια Οικονομίδου

- 3) Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου λ , ($\lambda \in \mathbb{R}$) η εξίσωση:

$$x^2 + (2\lambda + 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$$

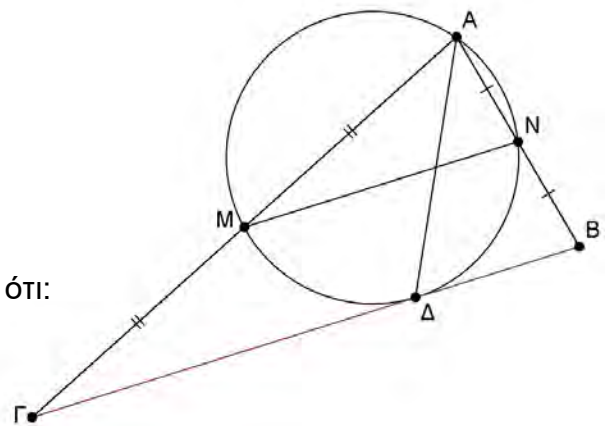
- α) έχει ρίζες αντίστροφες,
 β) έχει ρίζες αντίθετες,
 γ) έχει ρίζα τον αριθμό -1 ,
 δ) έχει ρίζες x_1 και x_2 που ικανοποιούν την σχέση $x_1x_2 + 2x_1 + 2x_2 > 0$.

- 4) α) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γωνία θ σε κανονική θέση και σημείο $A(-4,3)$ της τελικής της πλευράς. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$ και $\sigma\varphi\theta$.



- β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:
$$\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{1-\eta\mu(180^\circ-\omega)} - \frac{1-\eta\mu\omega}{\eta\mu(90^\circ-\omega)} = 2\epsilon\varphi\omega.$$

- 5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και κύκλος (K,R) ο οποίος εφάπτεται της πλευράς $B\Gamma$ στο σημείο Δ και διέρχεται από την κορυφή A του τριγώνου και από τα μέσα M και N των πλευρών $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:



- α) $MN \parallel B\Gamma$
 β) $\Delta\hat{M}N = \Delta\hat{N}M$ και $M\hat{A}\Delta = \Delta\hat{A}B$
 γ) $(A\Delta)^2 = (AB) \cdot (AM).$

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

1. Μαρία Χριστοπούλου

Ανδρέας Στυλιανού

Σύλβια Οικονομίδου

.....

.....

.....

2. Γιώργος Παρισινός

.....

Μέρος Α'

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με λύσεις $x_1 = -4$ και $x_2 = 6$.

2. Να λύσετε την ανίσωση: $(x - 3)(x + 1) < 0$

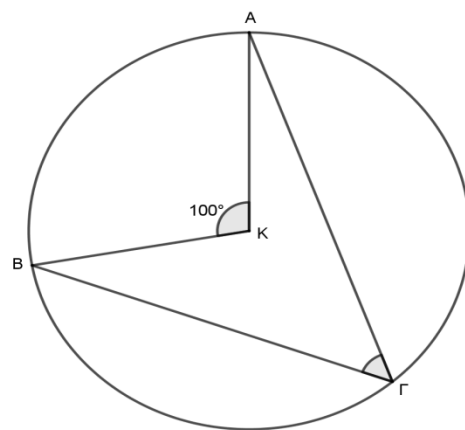
3. Δίνεται κύκλος (K, R) και η γωνία $\widehat{BKA}$ με

μέτρο $\widehat{BKA} = 100^\circ$. Να υπολογίσετε:

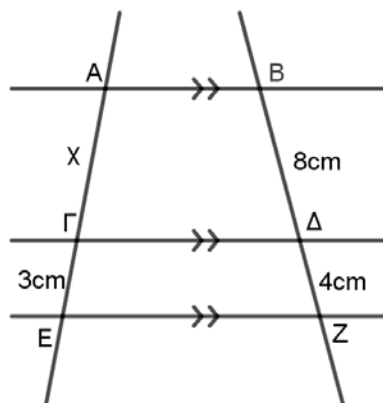
α) το μέτρο του τόξου AB **(2,5 μονάδες)**

β) το μέτρο της γωνίας $\widehat{BGA}$ **(2,5 μονάδες)**

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



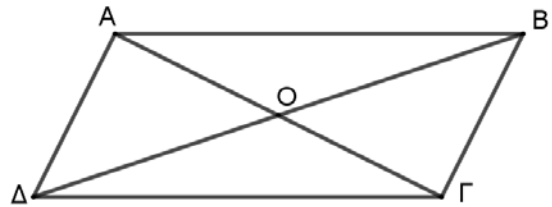
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $B\Delta = 8\text{cm}$, $\Delta Z = 4\text{cm}$ και $\Gamma E = 3\text{cm}$.
Να υπολογίσετε το μήκος του $A\Gamma$.



5. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

(α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$ **(2,5 μονάδες)**

(β) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO}$ **(2,5 μονάδες)**



6. Να κάνετε τις πράξεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $\sqrt{2}(\sqrt{32} - \sqrt{8}) =$ **(2,5 μονάδες)**

(β) $\sqrt[5]{64} : \sqrt[5]{2} + \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{4} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{50} =$ **(2,5 μονάδες)**

7. Οι πλευρές ενός τριγώνου έχουν μήκος 6cm, 9cm και 12cm. Να βρείτε το μήκος των πλευρών ενός τριγώνου όμοιου προς αυτό το τρίγωνο, το οποίο να έχει περίμετρο 45cm.

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\sqrt{x-5} = 4, x \geq 5$ **(2,5 μονάδες)**

β) $x^4 - 27x = 0$ **(2,5 μονάδες)**

9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα:

$$\frac{3x^3 - 5x^2 - 2x}{x^2 - 4}$$

10. Να σχεδιάσετε στο πιο κάτω σχήμα ένα διάνυσμα που:

(α) Να είναι ίσο με το $\vec{u}$ και αρχίζει από το Α.

(1,25 μονάδες)

(β) Να είναι αντίθετο του $\vec{v}$ και αρχίζει από το Β.

(1,25 μονάδες)

(γ) Να έχει μέτρο ίσο με το μέτρο του $\vec{w}$, χωρίς να είναι ίσο με το $\vec{w}$, και να έχει αρχή το Γ.

(1,25 μονάδες)

(δ) Να είναι αντίρροπο του $\vec{w}$ και αρχίζει από το Α.

(1,25 μονάδες)

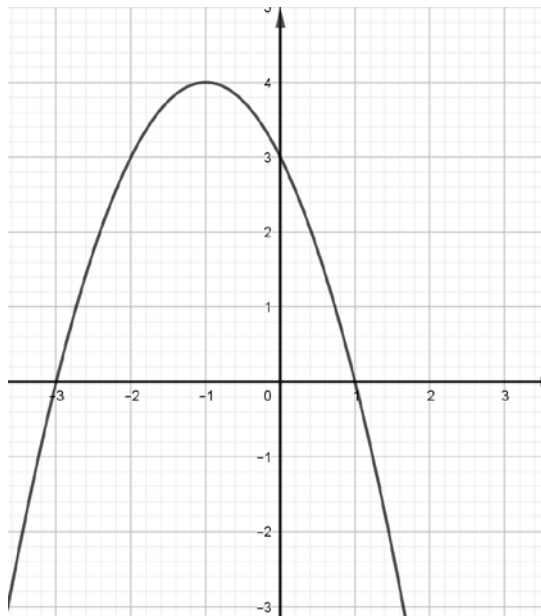


Μέρος Β'

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0.$$



Να βρείτε :

- | | | | |
|------|------|--|-------------|
| (α) | (i) | το πεδίο ορισμού της f | (1 μονάδα) |
| | (ii) | το σύνολο τιμών της f | (1 μονάδα) |
| (β) | (i) | το πρόσημο του a | (1 μονάδα) |
| | (ii) | το πρόσημο της διακρίνουσας Δ | (1 μονάδα) |
| (γ) | | την εξίσωση του άξονα συμμετρίας | (1 μονάδα) |
| (δ) | | τις συντεταγμένες της κορυφής | (1 μονάδα) |
| (ε) | | τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ | (1 μονάδα) |
| (στ) | | τις τιμές των a, b, γ | (2 μονάδες) |
| (ζ) | | τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$ | (1 μονάδα) |

2. Δίνεται η εξίσωση $\mu x^2 + (\mu - 2)x - \mu - 1 = 0, \mu \in R, \mu \neq 0$.

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ , ώστε η εξίσωση να έχει :

- α) μια ρίζα ίση με -2 (2 μονάδες)
- β) ρίζες αντίθετες (2,75 μονάδες)
- γ) ρίζες αντίστροφες (2,75 μονάδες)
- δ) άθροισμα ριζών διπλάσιο από το γινόμενο (2,5 μονάδες)

3. Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζεται ο αριθμός των ωρών που μελέτησαν 25 μαθητές ενός τμήματος την παραμονή των εξετάσεων για τα Μαθηματικά.

Να υπολογίσετε:

- α) τη μέση τιμή $\bar{x}$ (3 μονάδες)
- β) την τυπική απόκλιση s (5 μονάδες)
- γ) τον συντελεστή μεταβλητότητας CV των πιο κάτω παρατηρήσεων (2 μονάδες)

Αριθμός Ωρών x_i	Αριθμός Μαθητών f_i
0	1
1	7
2	11
3	4
4	1
5	1

4) α) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{15}{17}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, με τη χρήση τριγωνομετρικών

ταυτοτήτων να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sigma\eta\theta$, $\epsilon\phi\theta$ και $\sigma\phi\theta$.

(5 μονάδες)

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\sigma\eta\theta^2 x(1 + \epsilon\phi^2 x) + \eta\mu^2 x(1 + \sigma\phi^2 x) = 2$$

(5 μονάδες)

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ που είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με διάμετρο AB . Στο σημείο A φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου. Η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B}$ τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ , τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο E . Να δείξετε ότι:

α) Η $A\Sigma$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{E\Delta\Delta}$.

(3 μονάδες)

β) Τα τρίγωνα $\triangle B\Gamma\Delta$ και $\triangle \Sigma\Delta E$ είναι όμοια.

(5 μονάδες)

γ) Ισχύει η σχέση $(\Gamma B)(\Sigma E) = (\Gamma\Delta)(\Sigma A)$.

(2 μονάδες)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' Λυκείου – Κοινού Κορμού**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 28/05/2019**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2 ώρες και 30 λεπτά**Ονοματεπώνυμο:** _____ **Βαθμός:** _____**Τμήμα:** _____ **Αριθμός:** _____ **Βαθμός ολογράφως:** _____**Υπογραφή καθηγητή:** _____**ΟΔΗΓΙΕΣ :**

- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
(β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
(δ) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία διαδικασία.

Το δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.**ΜΕΡΟΣ Α'****Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή.

α) $\frac{12}{\sqrt{6}}$

β) $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

2. Να γράψετε μια εξίσωση β' βαθμού με λύσεις τους αριθμούς 3 και -5.

3. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 3x - 6 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$

β) $x_1 \cdot x_2$

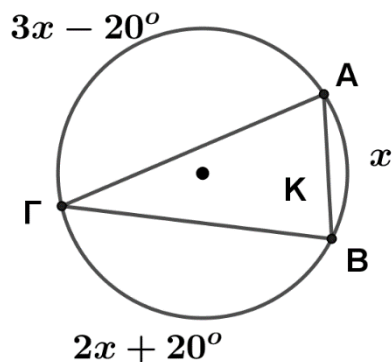
γ) $4x_1 + x_1 \cdot x_2 + 4x_2$

4. Να αποδείξετε τις πιο κάτω τριγωνομετρικές ταυτότητες:

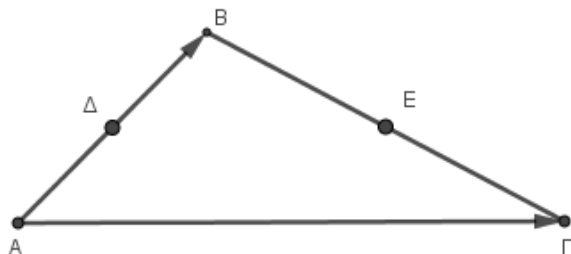
α) $\sin \omega \cdot \varepsilon \varphi \omega = \eta \mu \omega$

β) $\sin \theta - \sin \theta \eta \mu^2 \theta = \sin^3 \theta$

5. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 7x + 12 < 0$.
6. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$, $AB = 4\text{cm}$, $B\Gamma = 3\text{cm}$ και $\Delta Z = 14\text{cm}$.
Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΔE και EZ .
7. Αν $\sin\theta = \frac{3}{5}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε με χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = 20\eta\mu\theta - 8\sigma\varphi\theta + 3\varepsilon\varphi\theta$.
8. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και τα σημεία του Α, Β, Γ έτσι ώστε τα τόξα $\widehat{AB} = x$, $\widehat{AG} = 3x - 20^\circ$ και $\widehat{BG} = 2x + 20^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.



9. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ όπου Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΒΓ, αντίστοιχα. Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AG} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{GB}$, $\overrightarrow{AE}$ και $\overrightarrow{DE}$ συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.



10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\sqrt{x^2 - 6x} = 4, x \in (-\infty, 0] \cup [6, +\infty)$

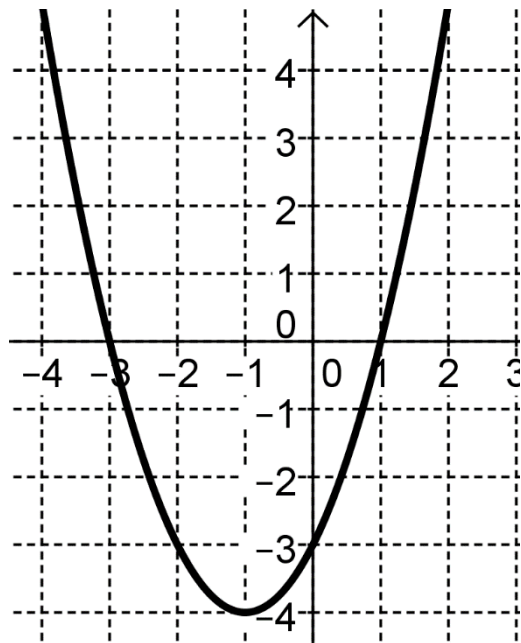
β) $(x^2 + 9)^{\frac{3}{2}} = 125$

ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

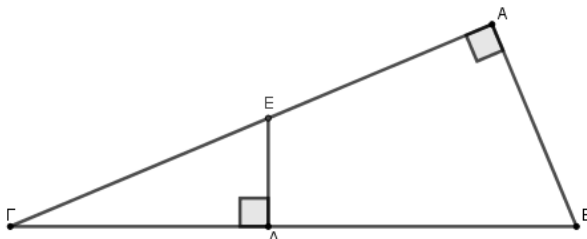
1. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, a \neq 0$. Με βάση το σχήμα, να βρείτε:

- α) την κορυφή της παραβολής.
- β) τον άξονα συμμετρίας της παραβολής.
- γ) την μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της f .
- δ) το σύνολο τιμών της συνάρτησης f .
- ε) το πρόσημο του a .
- στ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .
- ζ) την τιμή του γ .
- η) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$.
- θ) τις λύσεις της ανίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma \leq 0$.
- ι) το πρόσημο των τιμών $f(-2)$ και $f(5)$.

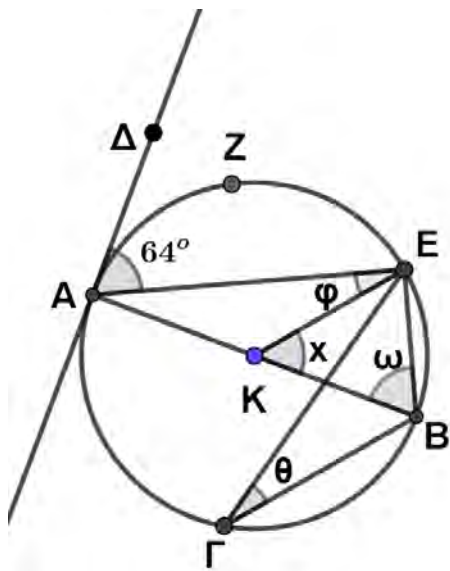


2. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB = 5 \text{ cm}$, $A\Gamma = 12 \text{ cm}$ και σημείο Δ της $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $\Gamma\Delta = 6 \text{ cm}$. Φέρουμε την ΔE κάθετη στην $B\Gamma$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο E .

- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\Gamma\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.
- β) Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων $E\Delta$ και ΓE .
- γ) Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών των δύο τριγώνων.



3. Οι θερμοκρασίες στη Λάρνακα σε βαθμούς Κελσίου τις προηγούμενες 7 μέρες ήταν οι ακόλουθες: 25, 29, 30, 29, 25, 30, 28. Να υπολογίσετε:
- τη μέση τιμή των θερμοκρασιών.
 - το εύρος τους.
 - την τυπική απόκλιση τους.
 - τον συντελεστή μεταβλητότητας τους.
4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2(\kappa + 1)x + \kappa - 3 = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$ με λύσεις x_1, x_2 . Να υπολογίσετε στην κάθε περίπτωση τις τιμές του κ για τις οποίες:
- η εξίσωση έχει λύση $x = -1$.
 - η εξίσωση έχει λύσεις αντίθετες.
 - η εξίσωση έχει λύσεις αντίστροφες.
 - η εξίσωση έχει λύσεις πραγματικές και άνισες.
5. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος με κέντρο K και διάμετρο AB . Η ευθεία AD είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A και η γωνία $\angle \hat{A}E = 64^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\omega}$, $\hat{\phi}$, $\hat{x}$, $\hat{\theta}$ και το τόξο $\widehat{AZE}$. (Να δικαιολογήτε τις απαντήσεις σας).



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ελση Μαρνερίδου

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής.
- Να γράψετε με μελάνι μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

Μέρος Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 1 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

α) $S = x_1 + x_2$

β) $P = x_1 \cdot x_2$

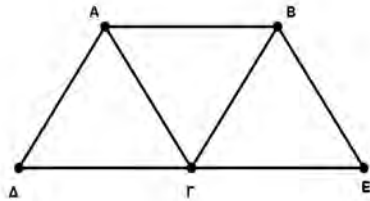
A2. Να μετατρέψετε τα ακόλουθα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

~~9~~ $\frac{5}{\sqrt{5}}$

~~9~~ $\frac{4}{\sqrt{3}-1}$

A3. Στο μάθημα της Ιστορίας ένας μαθητής πήρε τους βαθμούς 16, 18, 17 και 19 στο 1^ο διαγώνισμα, στο 2^ο διαγώνισμα, στην προφορική εξέταση και στην παρουσίαση εργασίας αντίστοιχα. Αν ο συντελεστής βαρύτητας για αυτά τα είδη εξέτασης είναι 25%, 25%, 30% και 20% αντίστοιχα, να βρείτε τον σταθμισμένο μέσο όρο βαθμού του μαθητή στην Ιστορία.

A4. Στο πιο κάτω σχήμα τα τρίγωνα $\triangle A\Gamma\Delta$, $\triangle B\Gamma\Delta$ και $\triangle B\Delta E$ είναι ισόπλευρα.



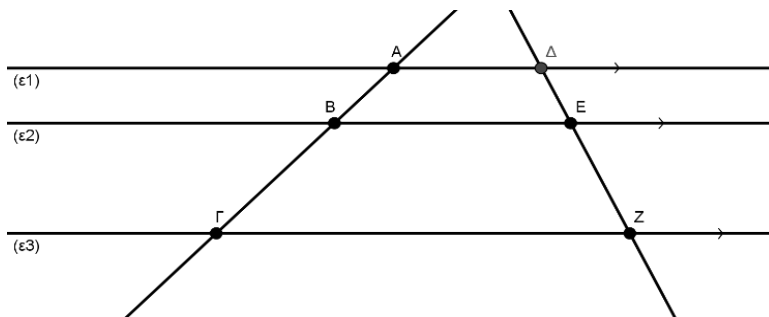
α) Να γράψετε ένα διάνυσμα ίσο με το διάνυσμα $\vec{A\Delta}$.

β) Να γράψετε ένα διάνυσμα αντίρροπο με το διάνυσμα $\vec{A\Delta}$.

γ) Να βρείτε το διάνυσμα που είναι ίσο με: $\vec{A\Delta} + \vec{\Delta\Gamma} + \vec{\Gamma\Delta}$.

δ) Να βρείτε το διάνυσμα που είναι ίσο με: $\vec{A\Gamma} - \vec{E\Gamma} + \vec{B\Delta}$.

A5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$ και τα ευθύγραμμα τμήματα $AB = 5\text{cm}$, $\Delta E = 4\text{cm}$ και $\Delta Z = 12\text{cm}$. Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων $A\Gamma$ και $B\Gamma$.



A6. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x - 4 \geq 0$.

A7. Δίνονται οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά.

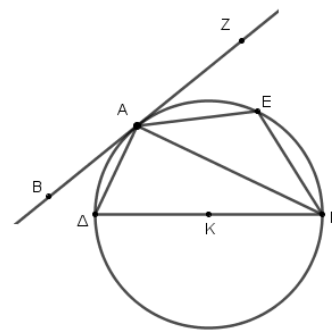
Αν δίνεται ότι $R = (3x - 1)\text{cm}$, $\rho = x\text{cm}$ και η διάκεντρος $K\Lambda$ έχει μήκος $K\Lambda = 11\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος των ακτινών R και ρ .

A8. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

A9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) .

Αν BZ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A ,
 $AE = EG$ και γωνία $\angle A\Delta\Gamma = 64^\circ$, να υπολογίσετε
δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας:



α) Τις γωνίες $\hat{A}\Delta\Gamma$, $\hat{B}\Delta\Delta$ και $\hat{A}\hat{E}\Gamma$.

β) Το μέτρο των τόξων $\widehat{AEG}$ και $\widehat{DAE}$.

A10. α) Να απλοποιήσετε την παράσταση :

$$A = \sqrt[4]{\alpha^3} \div a^{\frac{1}{4}} \cdot \alpha^{-\frac{1}{2}}, \quad a > 0$$

β) Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt[4]{x^2 - 9} = 2$

Μέρος Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με τύπο

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \quad \alpha \neq 0.$$

Να βρείτε:

α) Το πρόσημο του α και της διακρίνουσας Δ .

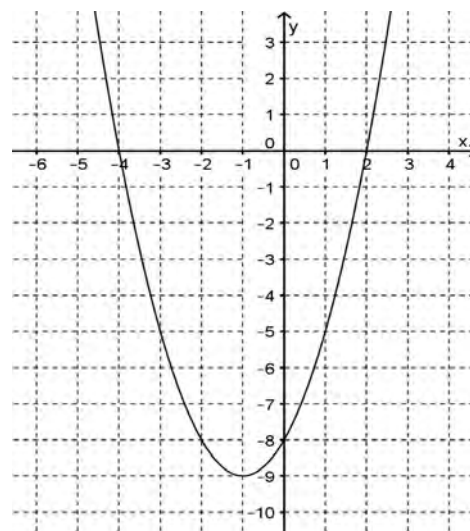
β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της
 παραβολής.

γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της
 παραβολής.

δ) Τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$.

ε) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) < 0$.

στ) Τις τιμές των α , β και γ .



B2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (3\mu + 1)x + 2\mu + 7 = 0$ με $\mu \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ ώστε η εξίσωση να έχει:

α) Ρίζες αντίθετες.

β) Ρίζα τον αριθμό 1.

γ) Άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο των ριζών.

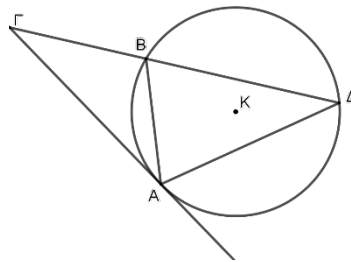
B3. Η μετεωρολογική υπηρεσία Κύπρου κατέγραψε τις θερμοκρασίες σε βαθμούς κελσίου της πρώτης εβδομάδας του μήνα Ιουνίου: 30, 28, 29, 30, 28, 32, 33

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή θερμοκρασίας ($\bar{x}$).

β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση (s).

γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβλητότητας (CV).

B4. Δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο Γ εκτός αυτού. Αν ΓA εφαπτομένη του στο σημείο A και $\Gamma B \Delta$ τέμνουσα,



α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle GAB$ και $\triangle GAD$ είναι όμοια.

β) Να δείξετε ότι $(AG)(\Delta A) = (\Delta \Gamma)(AB)$

γ) Αν $AG = 6 \text{ cm}$, $GB = x \text{ cm}$, $B\Delta = 9 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος ΓB .

B5. α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sigma\varphi\theta - \sigma\upsilon\nu\theta}{\sigma\varphi\theta \cdot \sigma\upsilon\nu^2\theta} = \frac{1}{1 + \eta\mu\theta}$

β) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{4}{5}$, με $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της

παράστασης:
$$A = \frac{3\epsilon\varphi\theta - 10\sigma\upsilon\nu\theta}{2 + 5\eta\mu\theta}$$

γ) Να δείξετε ότι: $\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu(90 - \theta) - \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu(180 - \theta) = 1$

ΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΟΝΟΜΑ:.....

ΤΜΗΜΑ:.....

ΣΧΟΛΕΙΟ: Λύκειο Αγίου Νικολάου Λεμεσού

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2018 - 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ.	ΧΡΟΝΟΣ: 2.5 ώρες	ΤΑΞΗ: Α΄
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:		ΒΑΘΜΟΣ: ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:.....
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ/ΤΡΙΑ:.....		ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας (tiprex).
- Να χρησιμοποιείται μόνο μπλε μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Το γραπτό αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή (να φαίνονται τα ενδιάμεσα βήματα):

(α) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(β) $\frac{9}{4-\sqrt{7}}$

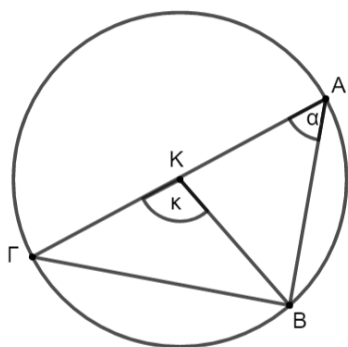
2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 3x - 4 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων: (1.5μ, 1.5μ, 2μ)

(α) $x_1 + x_2 =$

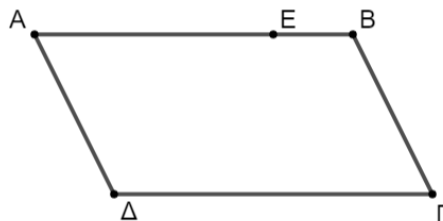
(β) $x_1 \cdot x_2 =$

(γ) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} =$

3. Δίνεται κύκλος (K, R) και το τόξο του $\widehat{B\Gamma} = 100^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\kappa}$.



4. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ε τυχαίο σημείο της ΑΒ. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις.



i)	$\overrightarrow{A\Delta} = \overrightarrow{\Gamma B}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
ii)	$ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\Gamma\Delta} $	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iii)	Τα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{AE}$ είναι ομόρροπα	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
iv)	$\overrightarrow{\Delta\Gamma} = -\overrightarrow{\Gamma\Delta}$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
v)	Τα $\overrightarrow{AE}$ και $\overrightarrow{EB}$ είναι διαδοχικά	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

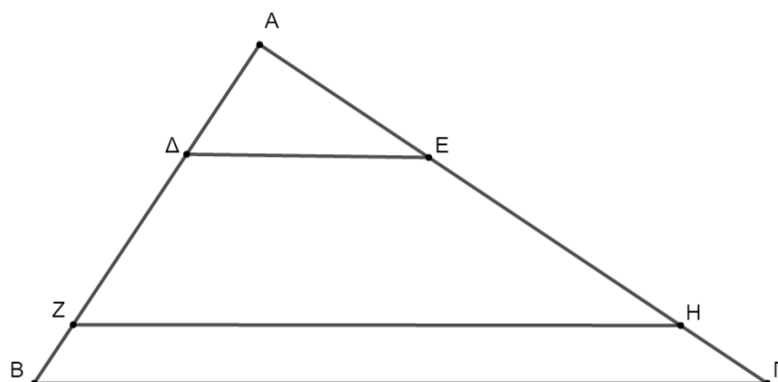
5. Να λύσετε την ανίσωση : $x^2 + 3x - 4 \geq 0$

6. Αν ο λόγος ομοιότητας δύο πολυγώνων είναι $\frac{3}{4}$ και το εμβαδόν του μικρότερου πολυγώνου είναι 45 cm^2 , να υπολογίσετε το εμβαδόν του μεγαλύτερου πολυγώνου.

7. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται:

$AD = 4\text{cm}$, $DZ = 6\text{cm}$, $AB = 12\text{cm}$, $AG = 18\text{cm}$ και $DE \parallel ZH \parallel BG$.

Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων AE και AH .



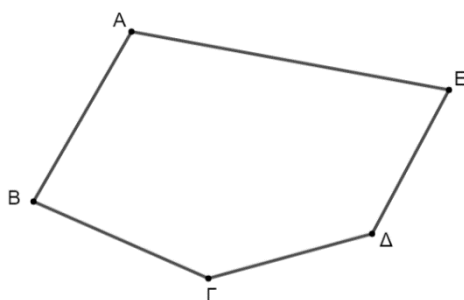
8. Να λύσετε τις εξισώσεις :

(α) $(3x - 5)^{\frac{3}{2}} = 8$, $x \geq \frac{5}{3}$

(β) $x^2 - 5 = \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt[3]{8}}}$

9. Δίνεται πολύγωνο $ABΓΔΕ$. Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

(1μ, 2μ, 2μ)



(α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BΓ} + \overrightarrow{ΓΔ} =$

(β) $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{ΔΕ} - \overrightarrow{ΓΔ} =$

(γ) $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{BA} =$

10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και AD ύψος του.

Να δείξετε ότι:

(α) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ABD είναι όμοια.

(β) $(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot (BD)$

ΜΕΡΟΣ Β' (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Οι ώρες εργασίας 8 εργαζομένων σε μια εταιρεία ένα Σαββατοκύριακο ήταν αντίστοιχα : 5 , 4, 5, 7, 6, 7, 5, 9.

Να υπολογίσετε : (α) Το εύρος των ωρών εργασίας. (2 μονάδες)

(β) Τη μέση τιμή των ωρών εργασίας . (3 μονάδες)

(γ) Την τυπική απόκλιση των ωρών εργασίας. (5 μονάδες)

2. Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ να βρείτε:

(α) (i) Το πεδίο ορισμού της f .

(ii) Το σύνολο τιμών της f .

(β) (i) Το πρόσημο του a .

(ii) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .

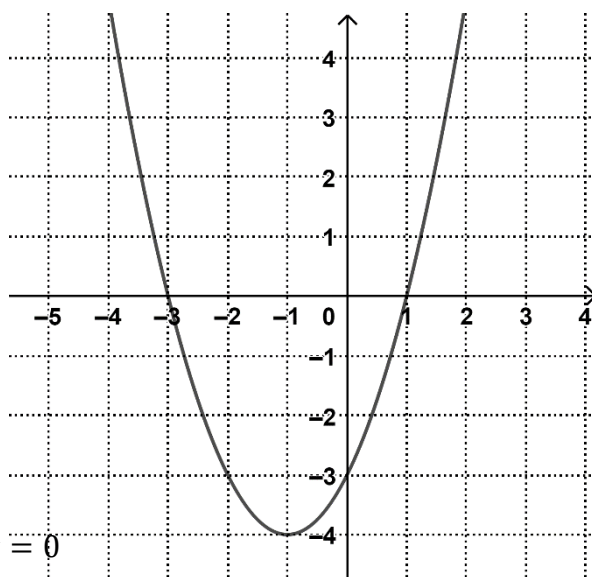
(γ) (i) Τον άξονα συμμετρίας .

(ii) Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

(δ) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

(ε) (i) Την τιμή του γ .

(ii) Τις τιμές των a και β .



3. (α) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{5}{13}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = 13\sigma\upsilon\nu\theta - 12\varepsilon\varphi\theta + 7$$

(Β) Να αποδείξετε τις ταυτότητες :

(i) $\eta\mu\omega \cdot \sigma\phi\omega - \sigma\upsilon\nu\omega = 0$

(ii) $(\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega)^2 = 1 - 2\eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega$

4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$. Να υπολογίσετε τις τιμές του λ ($\lambda \in \mathbb{R}$) ώστε η εξίσωση να έχει:

α) Ρίζες αντίθετες.

β) Ρίζες αντίστροφες.

γ) Ρίζα τον αριθμό 0.

δ) Το άθροισμα των ριζών της ίσο με το γινόμενο των ριζών της.

5. Στο διπλανό σχήμα, η EZ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο E, η BD είναι διάμετρος και η γωνία $B\hat{E}Z = 36^\circ$.

(α) Να υπολογίσετε τη γωνία θ .

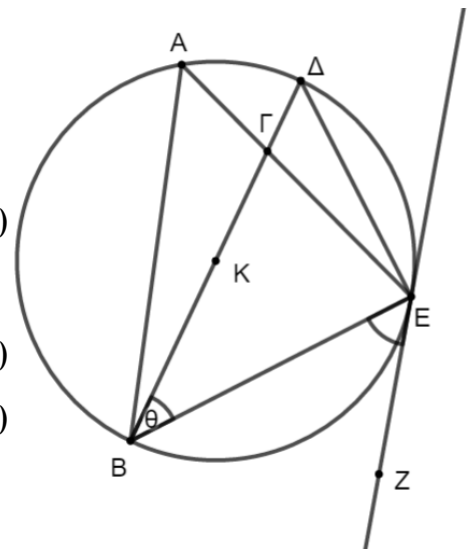
(3 μονάδες)

(β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα AΓB και ΔΓE είναι όμοια.

(4 μονάδες)

(γ) Να δείξετε ότι $(\Gamma\Delta) \cdot (\Gamma B) = (\Gamma E) \cdot (\Gamma A)$

(3 μονάδες)



Διευθύντρια

Κυριακή Θεοδώρου

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 28/05/2019

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ Κ.Κ.

Διάρκεια: 2 ώρες και 30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράφετε με μπλε μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
- Το εξεταστικό δοκίμιο βαθμολογείται με 100 μονάδες.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη.
- Το γραπτό αποτελείται από πέντε (5) σελίδες.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 50/100)**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.****Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1) (α) Να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

i) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} =$

ii) $\sqrt[4]{48} \div \sqrt[4]{3} =$

(β) Να μετατρέψετε την πιο κάτω παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή:

$$\frac{3}{5+\sqrt{3}} =$$

2) Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = -3$ και $x_2 = 5$

3) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + 6x - 2 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$ (μον.1)

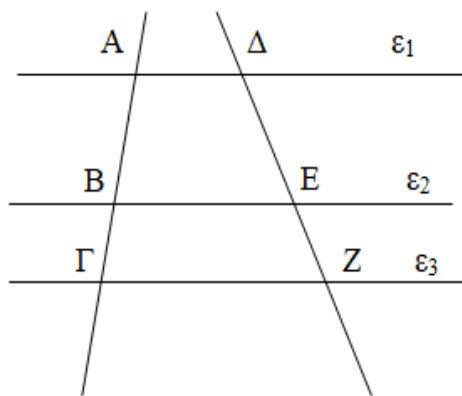
(β) $x_1 \cdot x_2$ (μον.1)

(γ) $3x_1 \cdot x_2 + 2x_1 + 2x_2$ (μον.1,5)

(δ) $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1}$ (μον.1,5)

4) Στο πιο κάτω σχήμα οι ευθείες (ε_1) , (ε_2) και (ε_3) είναι παράλληλες.

Αν $AB = 4 \text{ cm}$, $B\Gamma = 2 \text{ cm}$ και $EZ = 3 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΔE . (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).



5) Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} x + y = 5 \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$

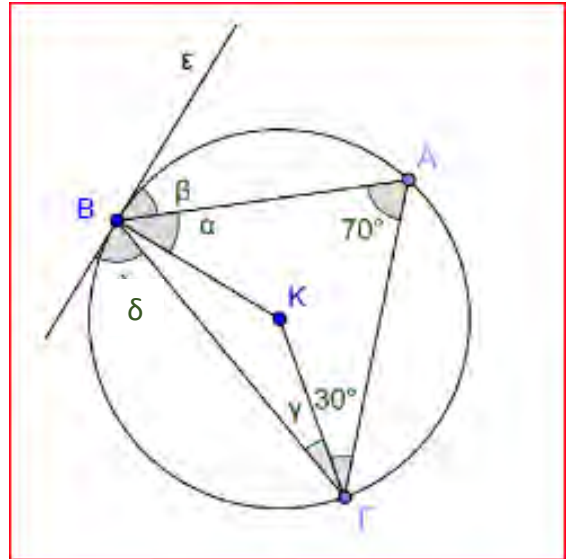
6) Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ το τριώνυμο $(\lambda - 1)x^2 + 2\lambda x + \lambda - 3$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες;

7) Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2 - 10x + 3 \geq 0$

8) Αν $\sin \theta = \frac{3}{5}$ και $0^\circ < \hat{\theta} < 90^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{6\epsilon\phi\theta + 5\eta\mu\theta}{10\sigma\upsilon\nu\theta}$$

- 9) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με $B\hat{A}\Gamma = 70^\circ$ και $K\hat{\Gamma}A = 30^\circ$.
 Να υπολογίσετε τις γωνίες $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.
 (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



- 10) Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^3 - 64 = 0$

(β) $(x + 1)^{\frac{1}{3}} = 2, \quad x \geq -1$

ΜΕΡΟΣ Β': (Μονάδες 50/100)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Να αποδείξετε τις πιο κάτω τριγωνομετρικές ταυτότητες:

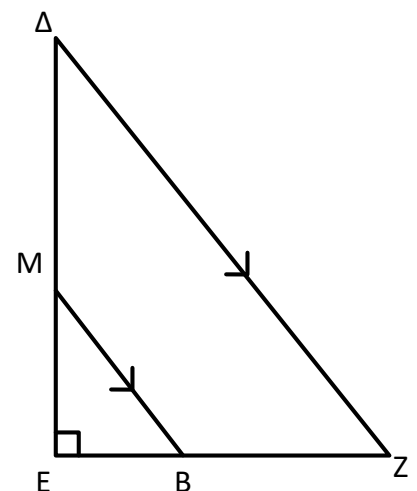
(α) $\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$

(β) $(\sin \theta - \cos \theta)(\sin \theta + \cos \theta) = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$

- 2) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΔΕΖ ($\hat{E} = 90^\circ$). Από ένα σημείο Μ της πλευράς ΔΕ φέρουμε $MB \parallel \Delta Z$ (Β σημείο της ΕΖ).

(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΔΕΖ και ΜΕΒ είναι όμοια.

(β) Αν $DE = 12 \text{ cm}$, $ME = 4 \text{ cm}$ και $MB = 5 \text{ cm}$,
 να βρείτε το μήκος της πλευράς ΕΖ.



3) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0.$$

Να βρείτε:

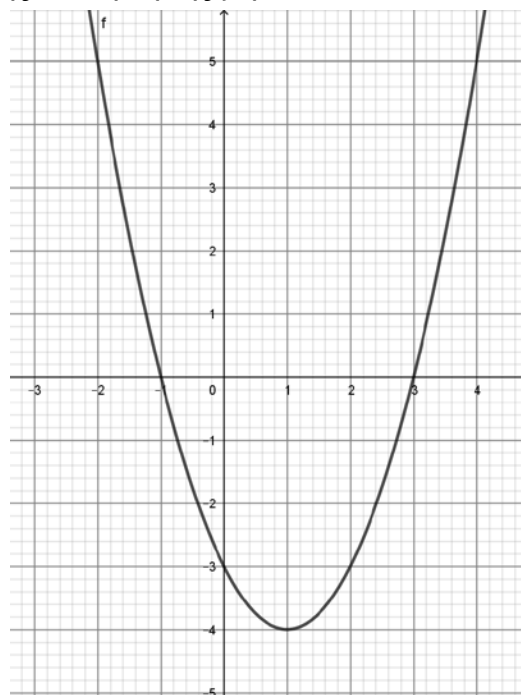
(α) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και το πρόσημο του a ,

(β) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f ,

(γ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$,

(δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής,

(ε) τις τιμές του x , $x \in R$ για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$



4) Ένα κείμενο υπαγορεύτηκε σε 80 μαθητές και τα ορθογραφικά λάθη που έγιναν από κάθε μαθητή φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα.

Αριθμός λαθών (x_i)	0	1	2	3	4	5	8
Αριθμός Μαθητών (f_i)	10	22	23	15	6	3	1

Να υπολογίσετε:

(α) την επικρατούσα τιμή (x_e) των παρατηρήσεων,

(μον.1)

(β) τη διάμεσο τιμή (x_δ) των παρατηρήσεων,

(μον.2)

(γ) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων,

(μον.2)

(δ) το εύρος (R) των παρατηρήσεων,

(μον.1)

(ε) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων,

(μον.3)

(στ) τον συντελεστή μεταβλητότητας CV.

(μον.1)

5) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση $x^2 + (2\lambda + 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$ έχει:

(α) ρίζα τον αριθμό -1,

(β) ρίζες αντίθετες,

(γ) ρίζες αντίστροφες,

(δ) ρίζες πραγματικές και ίσες.

Η Διευθύντρια

.....

Τέρψα Δημητρίου

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 2x - 15 \leq 0$

ΑΣΚΗΣΗ 2:

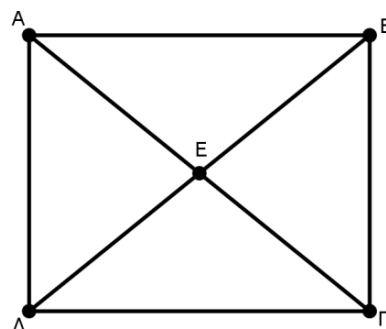
Ένας μαθητής για την εργασία των Μαθηματικών πήρε βαθμό 18 και στα δύο διαγωνίσματα των Μαθηματικών πήρε βαθμούς 12 και 14. Αν η εργασία έχει βαρύτητα 20% και το κάθε διαγώνισμα 40% στη συνολική βαθμολογία, να υπολογίσετε τον μέσο όρο της βαθμολογίας του μαθητή.

ΑΣΚΗΣΗ 3:

Αν x_1 και x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $-3x^2 - 6x + 3 = 0$, να υπολογίσετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = 5x_1 - 4x_1x_2 + 5x_2$

ΑΣΚΗΣΗ 4:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $ΑΓ = 8\text{cm}$ και Ε το σημείο τομής των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ. Να γράψετε ένα διάνυσμα:



(α) ίσο με το διάνυσμα $\overrightarrow{ΕΑ}$:

(β) αντίθετο με το διάνυσμα $\overrightarrow{ΓΒ}$:

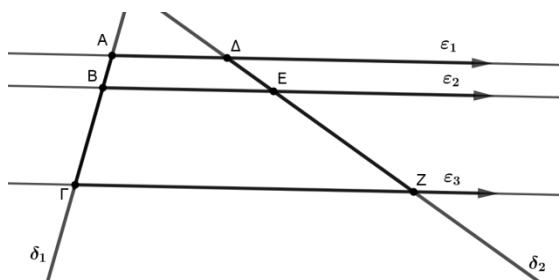
(γ) αντίρροπο με το διάνυσμα $\overrightarrow{ΔΒ}$ και να έχει μέτρο ίσο με 4cm :

(δ) που να ισούται με $\overrightarrow{ΔΑ} + \overrightarrow{ΑΒ} + \overrightarrow{ΒΓ} =$

(ε) που να ισούται με $\overrightarrow{ΕΓ} - \overrightarrow{ΕΒ} =$

ΑΣΚΗΣΗ 5:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$, με $ΑΒ = 3\text{cm}$, $ΒΓ = 9\text{cm}$ και $ΔΖ = 20\text{cm}$. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΔΕ και ΕΖ.



ΑΣΚΗΣΗ 6:

Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:
(Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής και να φαίνονται όλα τα βήματα που θα ακολουθήσετε.)

(α) $\frac{\beta^3}{\sqrt{\beta}}, \beta > 0$

(β) $\frac{18}{\sqrt{13}-2}$

ΑΣΚΗΣΗ 7:

Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \psi - \chi = 5 \\ \chi^2 + \chi\psi = -2 \end{cases}$$

ΑΣΚΗΣΗ 8:

Αν $\eta\mu\omega = -\frac{5}{13}$ και $270^\circ < \omega < 360^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

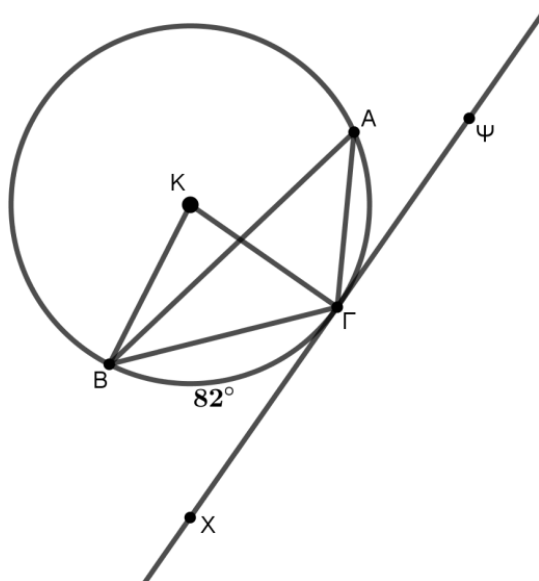
$B = 13\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \epsilon\phi\omega - 10\sigma\phi\omega$ (Να χρησιμοποιήσετε τριγωνομετρικές ταυτότητες.)

ΑΣΚΗΣΗ 9:

Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{4x^2 - 3x - 1}{x^2 - x} =$

ΑΣΚΗΣΗ 10:

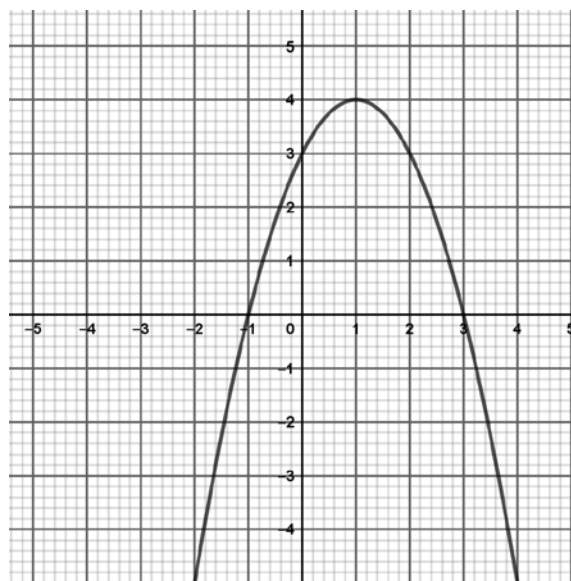
Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Η ευθεία $\chi\psi$ είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του Γ και το μέτρο του μικρού τόξου $\widehat{B\Gamma} = 82^\circ$. Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{K\Gamma\psi}$, $\widehat{B\Lambda\Gamma}$, $\widehat{B\kappa\Gamma}$, $\widehat{B\Gamma\chi}$, $\widehat{K\Gamma B}$ και το μέτρο του τόξου $\widehat{B\Lambda\Gamma}$.
(Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας.)



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

ΑΣΚΗΣΗ 1:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$.



Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

α) το πρόσημο του α

β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

γ) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f

δ) το σύνολο τιμών της συνάρτησης f

ε) την τιμή του $-\frac{\beta}{2\alpha}$

στ) την τιμή του γ

ζ) το μέγιστο ή το ελάχιστο σημείο της καμπύλης

η) το πρόσημο του $f(50)$

θ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \leq 0$

ι) την τιμή της παράστασης $\Gamma = \frac{\beta}{\alpha} + \frac{3\gamma}{\alpha}$

ΑΣΚΗΣΗ 2:

α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\eta\mu\theta - \sigma\upsilon\nu\theta)^2 - \varepsilon\varphi(180^\circ - \theta) \cdot \eta\mu^2(90^\circ - \theta) = 1 - \eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$$

β) Αν x_1 και x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $\eta\mu^2\omega \cdot x^2 - (2 - 2\eta\mu^2\omega) \cdot x + 1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega = 0$, $\eta\mu\omega \neq 0$, $\sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$, να δείξετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, ότι:

(i) η εξίσωση έχει λύσεις αντίστροφες

(ii) το άθροισμα των λύσεων της ισούται με $2\sigma\varphi^2\omega$

ΑΣΚΗΣΗ 3:

α) Αν $A = \sqrt{6\alpha - \sqrt[3]{16\alpha^5} : \sqrt[3]{2\alpha^2}}$ και $B = (1 + \sqrt{\alpha})^2$, $\alpha > 0$, να αποδείξετε ότι: $A + 1 - B = -\alpha$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $(x + 7)^{\frac{4}{3}} - 16 = 0$

ΑΣΚΗΣΗ 4:

Αν x_1 και x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $-x^2 + (\mu - 3)x + \mu - 2 = 0$, να υπολογίσετε τις τιμές του μ , $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε:

α) η εξίσωση να έχει λύσεις αντίθετες (Μον. 2)

β) η εξίσωση να έχει λύσεις πραγματικές και ίσες (Μον. 3)

γ) να ισχύει η σχέση: $x_1^2 + x_2^2 > 10$ (Μον. 5)

ΑΣΚΗΣΗ 5:

Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) με AB διάμετρο, $X\Psi$ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του B και $\Gamma\Delta \perp X\Psi$. Να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta B$ είναι όμοια

(Μον. 4)

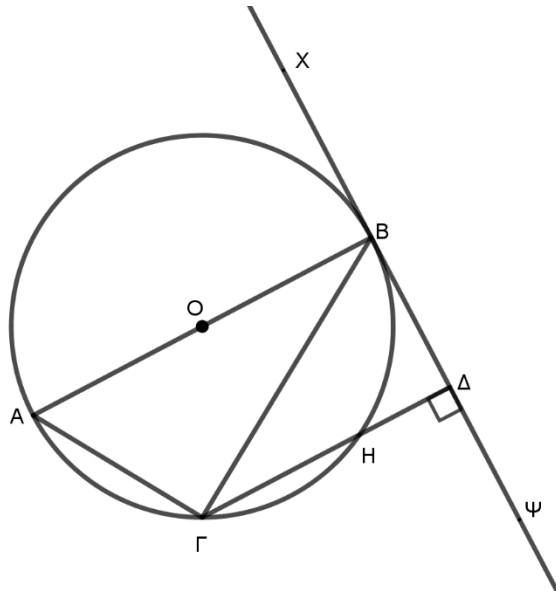
β) $(A\Gamma) \cdot (B\Gamma) = (2R) \cdot (B\Delta)$

(Μον. 3)

γ) $\square A\Gamma = \square B\Delta$

(Μον. 3)

(Να δικαιολογήσετε πλήρως όλες τις απαντήσεις σας.)



Ο Διευθυντής

Σόλων Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2019**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ**ΤΑΞΗ:** Α΄**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 24/05/2019**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 ώρες και 30 λεπτά**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από ΕΞΙ (6) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας, όπου είναι αναγκαίο.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (υγρού ή ταινίας).

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

1. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 4x - 6 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$

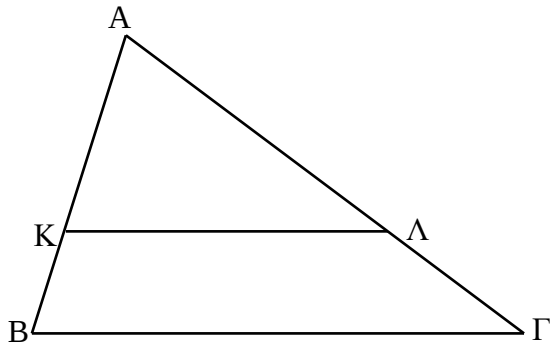
β) $x_1 x_2$

2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν αυτή είναι σε κανονική θέση και ισχύει:

α) $\sin \theta > 0$ και $\cos \theta < 0$

β) $\eta \mu \theta > 0$ και $\sin \theta < 0$

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $AK = 4 \text{ cm}$, $AL = 8 \text{ cm}$, $ΛΓ = 2 \text{ cm}$ και $KΛ \parallel BΓ$. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος KB .



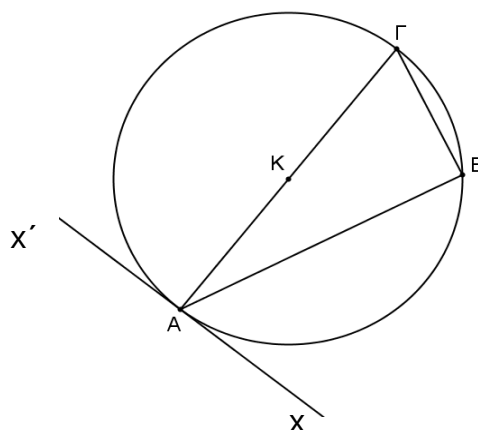
4. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων. Να φαίνονται αναλυτικά όλα τα ενδιάμεσα βήματα (χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής):

α) $2\sqrt{16} - \sqrt[3]{8} =$

β) $\sqrt{29 - \sqrt{19 - \sqrt{9}}} =$

5. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Η ευθεία xx' είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A και η $ΑΓ$ είναι διάμετρος του κύκλου. Αν $\widehat{B\hat{A}x} = 50^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $ΑΒΓ$, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



7. Σε ένα διαγώνισμα μαθηματικών, η μέση τιμή της βαθμολογίας ενός τμήματος είναι 13 και η τυπική της απόκλιση 1,3.
- (α) Να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβλητότητας CV.
- (β) Λόγω κάποιου τυπογραφικού λάθους θα δοθούν σε κάθε μαθητή 2 μονάδες, να βρείτε τη νέα μέση τιμή και τυπική απόκλιση της βαθμολογίας.
8. Να λύσετε το σύστημα:
- $$\begin{aligned} x + y &= 1 \\ x \cdot y &= -6 \end{aligned}$$
9. Να λύσετε τις εξισώσεις:
- α) $(x - 1)^3 = -8$
- β) $(3x - 2)^{1/2} = 5, \quad x \geq \frac{2}{3}$
10. Αν (K, R) και (Λ, ρ) είναι δύο κύκλοι που έχουν διαφορετικά κέντρα με $R > \rho$. Αν $K\Lambda = \delta$, να αντιστοιχίσετε κάθε φράση της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη σχέση στη δεύτερη στήλη.

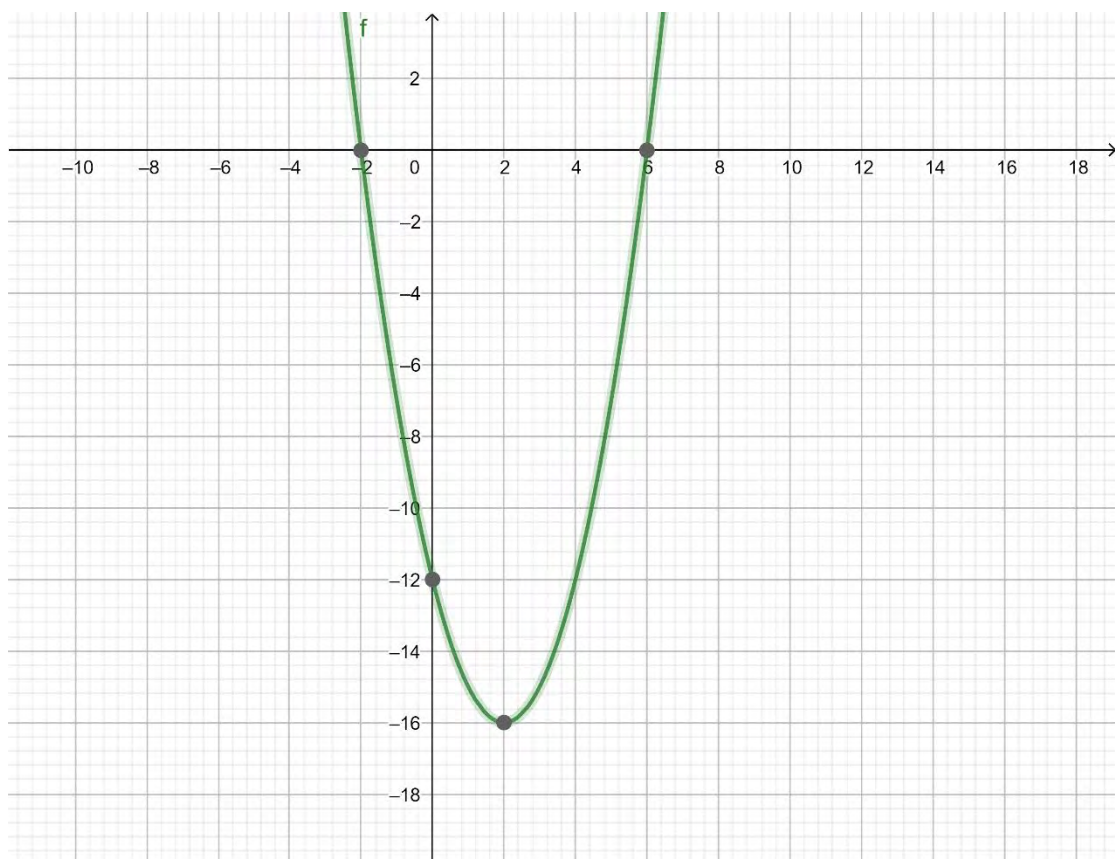
Στήλη Α	Στήλη Β
α. Ο κύκλος (Λ, ρ) είναι	1. $\delta > R + \rho$

ξένος εσωτερικά του κύκλου (K,R)	
β. Ο κύκλος (Λ, ρ) εφάπτεται εσωτερικά του (K, R)	2. $\delta = R + \rho$
γ. Οι κύκλοι (Λ, ρ) και (K, R) τέμνονται	3. $\delta = R - \rho$
δ. Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά	4. $\delta < R - \rho$
ε. Οι κύκλοι είναι ξένοι εξωτερικά	5. $2\delta = R - \rho$
	6. $\rho < \delta < R$
	7. $2\delta = R\rho$
	8. $R - \rho < \delta < R + \rho$

(α)	(β)	(γ)	(δ)	(ε)

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της f ,
- β) το σύνολο τιμών της f ,
- γ) τις συντεταγμένες της κορυφής,
- δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής,
- ε) το πρόσημο του a ,
- στ) το πρόσημο της Διακρίνουσας,
- ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$,
- η) την τιμή του c ,
- θ) το πρόσημο του γινομένου $f(4) \cdot f(2019)$,
- ι) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$.

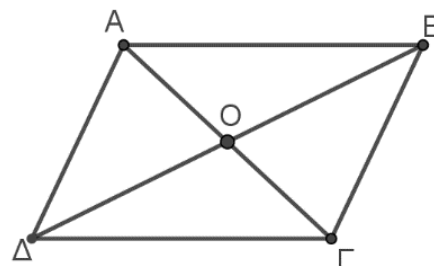
2. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ (Ο είναι το σημείο τομής των

διαγωνίων) και $\overrightarrow{AB} = 2\vec{\alpha}$, $\overrightarrow{BG} = 2\vec{\beta}$

α. Να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα

συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

- i. $\overrightarrow{AD}$
- ii. $\overrightarrow{GD}$
- iii. $\overrightarrow{AG}$
- iv. $\overrightarrow{OA}$
- v. $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO}$



β. Αν Μ και Ν είναι τα μέσα των πλευρών του παραλληλογράμμου ΑΒ

και ΒΓ αντίστοιχα, να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{MN}$ και $\overrightarrow{OA}$ είναι αντίθετα.

3. Δίνεται η εξίσωση $(\mu - 1)x^2 - 4\mu x + 5\mu + 6 = 0$, $\mu \in \mathbb{R} - \{1\}$
με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε για ποιες τιμές του μ :

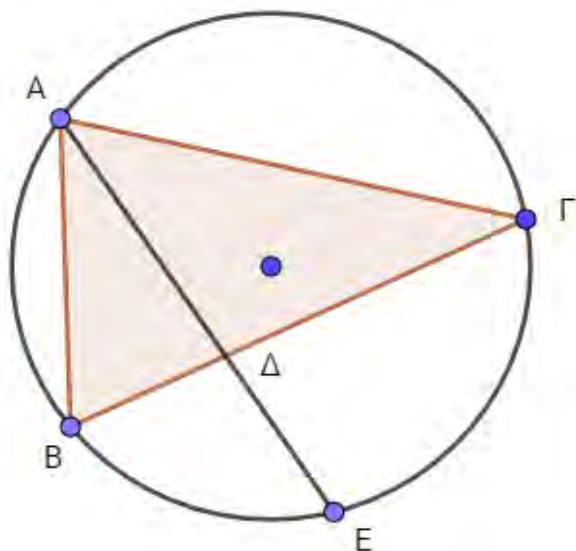
- α) ο αριθμός -1 είναι λύση της εξίσωσης,
- β) η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες,
- γ) η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνιάς $\hat{A}$, η οποία τέμνει την πλευρά ΒΓ στο Δ και τον κύκλο στο Ε. Να αποδειχτεί ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΔΓ είναι όμοια

β) $(AB)(AG) = (AD)(AE)$

γ) $(EB)^2 = (EA) \cdot (ED)$



5. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sin x}{1 - \cos x} - \cot x = \frac{1}{\sin x}$

β) Αν $\frac{\sin x}{1 - \eta \mu x} - \epsilon \phi x = -\frac{5}{4}$ και $90^\circ < x < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης με τη χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων:

$$A = \frac{5 \cdot \eta \mu x - 10 \cdot \sigma \nu x}{3 \sigma \phi x - 4 \epsilon \phi x}$$

Η Διευθύντρια

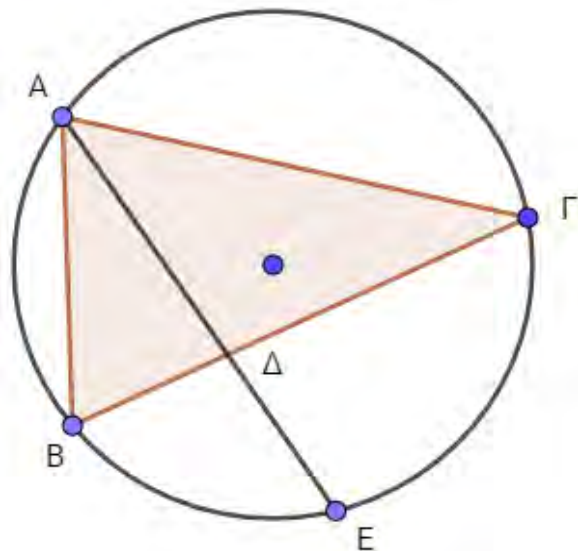
Κλειώ Σαββίδου

4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνιάς $\hat{A}$, η οποία τέμνει την πλευρά ΒΓ στο Δ και τον κύκλο στο Ε. Να αποδειχτεί ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΔΓ είναι όμοια

β) $(AB)(AG) = (AD)(AE)$

γ) $(EB)^2 = (EA) \cdot (ED)$



5. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1-\eta\mu\chi} - \epsilon\phi\chi = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi}$

β) Αν $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1-\eta\mu\chi} - \epsilon\phi\chi = -\frac{5}{4}$ και $90^\circ < \chi < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή

της πιο κάτω παράστασης με τη χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων:

$$A = \frac{5 \cdot \eta\mu\chi - 10 \cdot \sigma\upsilon\nu\chi}{3\sigma\phi\chi - 4\epsilon\phi\chi}$$

Η Διευθύντρια

Κλειώ Σαββίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΒΑΘΜΟΣ

ΤΑΞΗ : Α΄

Αριθμητικώς :

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 31/5/2019

Ολογράφως :

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ώρες και 30 λεπτά

Υπογραφή :

ΩΡΑ : 7:45 – 10:15

Ονοματεπώνυμο : Τμήμα : Α/Α :

ΟΔΗΓΙΕΣ :

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η πορεία της εργασίας σας.
3. Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης και μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 10 ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων ,χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής (να φαίνεται η πορεία της λύσης):

α) $\sqrt[3]{56} \div \sqrt[3]{7} =$

β) $\sqrt{4 + \sqrt{21 + \sqrt[3]{64}}} =$

2. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνιάς θ αν:

α) $\eta\mu\theta < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$

β) $\eta\mu\theta > 0$ και $\epsilon\varphi\theta < 0$

3. Δίνονται οι κύκλοι $(K, 8cm)$, $(\Lambda, 4cm)$. Αν το μήκος της διακέντρου $K\Lambda$ των δύο κύκλων ισούται με $12cm$, να βρείτε τη θέση τους.

4. Να λύσετε την ανίσωση : $(6 - x) \cdot (x + 5) \leq 0$

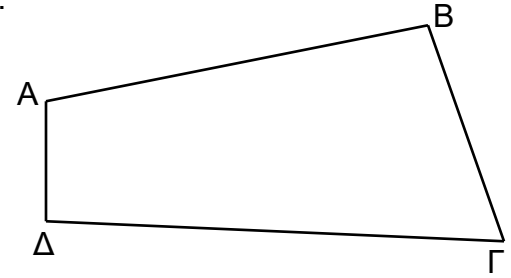
5. Ένας μαθητής είχε στο εξεταζόμενο μάθημα των μαθηματικών βαθμό 13 στο Α' τετράμηνο , 12 στο Β' τετράμηνο και 3 στη γραπτή εξέταση. Αν οι βαθμοί των τετραμήνων έχουν βαρύτητα 35% το κάθε τετράμηνο και 30% η γραπτή εξέταση , να υπολογίσετε :

- α) τον τελικό βαθμό του μαθητή
- β) τον απλό μέσο όρο των βαθμών του.

6. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Να βρείτε διανύσματα ίσα με :

α) $\overrightarrow{\Delta A} + \overrightarrow{AB}$

β) $\overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\Delta} - \overrightarrow{BA}$



7. Η τελική πλευρά μιας γωνιάς ω τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο Α με συντεταγμένες $\left(-\frac{15}{17}, \frac{8}{17}\right)$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$, $\epsilon\varphi\omega$, $\sigma\varphi\omega$.

8. Στο σχήμα δίνονται :

$$\angle A\hat{B} = 100^\circ, \angle B\hat{\Gamma} = 2\alpha + 24^\circ$$

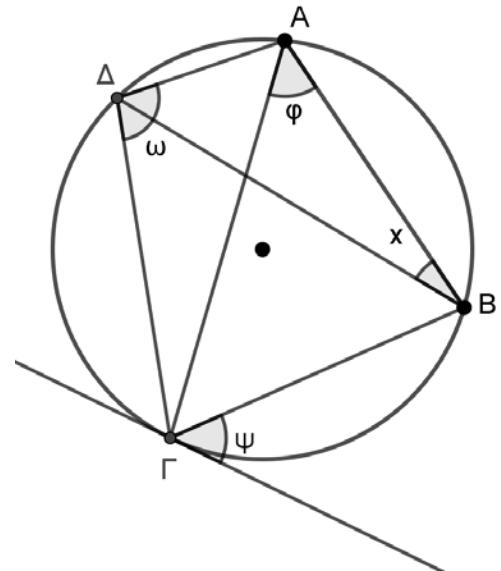
$$\angle \Gamma\hat{\Delta} = 110^\circ, \angle A\hat{\Delta} = \alpha$$

Να υπολογίσετε :

α) το μέτρο του $\angle A\hat{\Delta}$

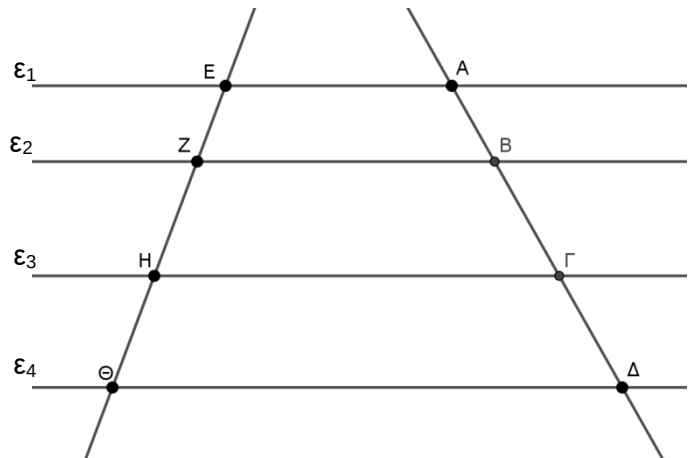
β) τις γωνίες $\varphi, \chi, \psi, \omega$.

(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας).



9. Στο σχήμα δίνεται ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 // \varepsilon_4$, $AB = 6\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 15\text{cm}$, $EZ = 4\text{cm}$, $Z\Theta = 18\text{cm}$.

Να υπολογίσετε τα $B\hat{\Gamma}$, $Z\hat{H}$, $H\hat{\Theta}$.



10. Να λύσετε το σύστημα :

$$2x + \psi = 5$$

$$x \cdot \psi + x^2 = 6$$

ΜΕΡΟΣ Β : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

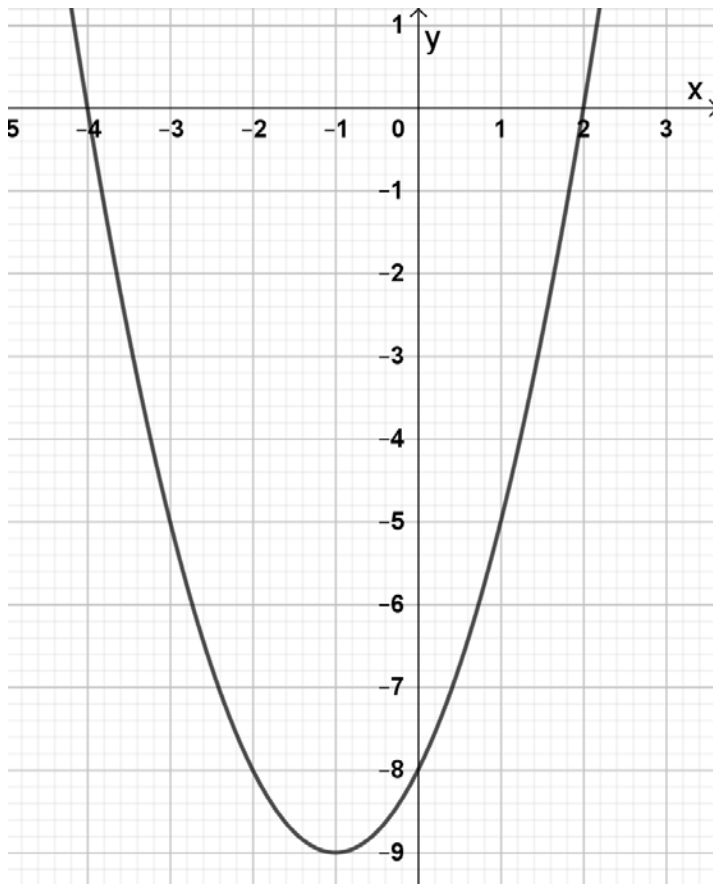
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0.$$

Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε :

- α) το πρόσημο του a
- β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- γ) το Π.Ο και το Σ.Τ. της παραβολής
- δ) την τιμή του γ
- ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της
- στ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- ζ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$
- η) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) = -5$.



2. Δίνεται η εξίσωση $(\mu+1)x^2 - 2(\mu-2)x + 3\mu = 0$, με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές του $\mu \in \mathbb{R} - \{-1\}$ ώστε η εξίσωση να έχει :

α) ρίζες αντίστροφες

β) ρίζες αντίθετες

γ) μία ρίζα ίση με -1

δ) ρίζες που ικανοποιούν τη σχέση $2x_1 + 2x_2 - x_1 \cdot x_2 = 4$

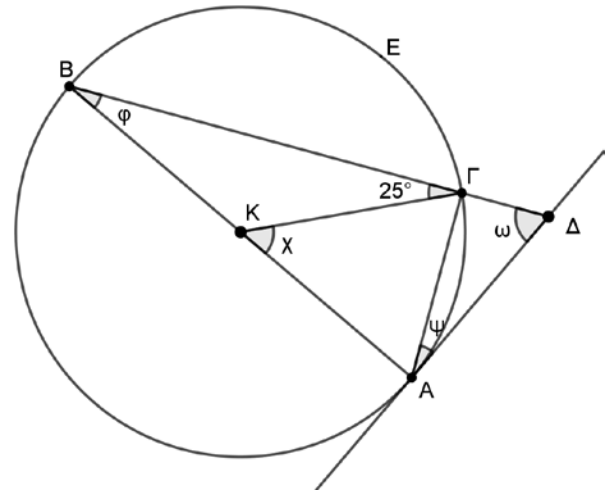
ε) να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

3. Στο σχήμα δίνεται κύκλος (K , R) με διάμετρο AB.
 Η ΑΔ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Α
 και Δ σημείο τομής της προέκτασης της χορδής ΒΓ
 με την εφαπτομένη.

Αν $\widehat{K\Gamma B} = 25^\circ$,να υπολογίσετε :

α) τις γωνιές φ , χ , ψ , ω

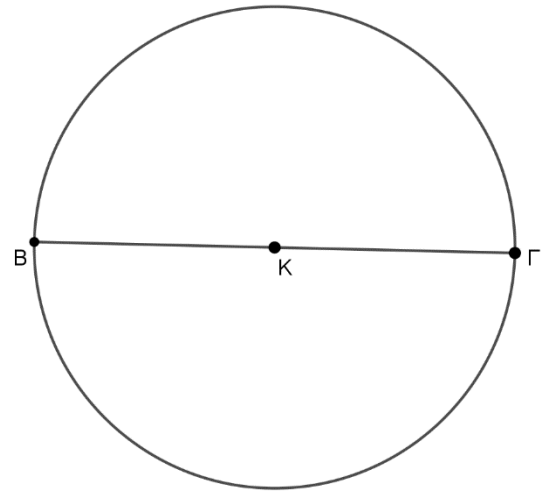
β) το μέτρο του $\widehat{BEG}$.



4. Δίνεται κύκλος (K, ρ) και A τυχαίο σημείο του κύκλου. Από το A να φέρετε κάθετη στη διάμετρο BΓ του κύκλου, που τέμνει την BΓ στο σημείο Δ. Να δείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα ABΓ και ABΔ είναι όμοια.

β) ισχύει η σχέση $(AB)^2 = (B\Gamma)(B\Delta)$.



5. α) Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{5}{13}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{26\eta\mu\theta + 13\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)}{10\sigma\varphi(90^\circ - \theta) - 12\sigma\varphi\theta}$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 - 1}{(1 - \eta\mu\omega) \cdot (1 + \eta\mu\omega)} = 2\varepsilon\varphi\omega$.

Ο Διευθυντής

Ανδρέας Λοΐζου

6. α) Αν $\sin\theta = -\frac{5}{13}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{26\eta\mu\theta + 13\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)}{10\sigma\varphi(90^\circ - \theta) - 12\sigma\varphi\theta}$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{(\eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega)^2 - 1}{(1 - \eta\mu\omega) \cdot (1 + \eta\mu\omega)} = 2\varepsilon\varphi\omega$.

Οι Εισηγητές

Άννα Βαλανίδου Τζιάζα

Μάριος Νέρουππος

Ο Διευθυντής

Ανδρέας Λοΐζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/5/2019

ΤΑΞΗ: Α' (3-ώρο)

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

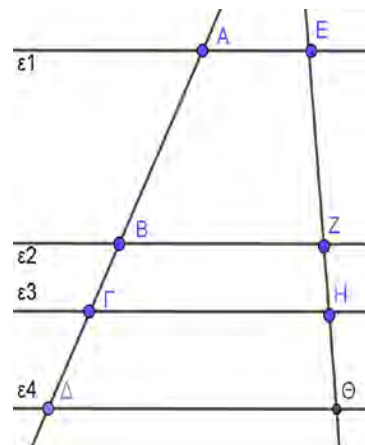
ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράψετε με **μπλε** μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού/ταινίας.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να λύσετε τις ασκήσεις στα φύλλα απαντήσεων που σας δίνονται.
- Τα σχήματα να μεταφερθούν στα φύλλα απαντήσεων σας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.1. Αν x_1, x_2 είναι λύσεις της εξίσωσης $x^2 - 5x + 3 = 0$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $x_1 + x_2$, β) $x_1 \cdot x_2$

2. Να λύσετε την ανίσωση: $(x + 2)(x - 3) > 0$ 3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 // \varepsilon_4$, $AB = 8\text{ cm}$, $B\Gamma = 2\text{ cm}$, $ZH = 1\text{ cm}$ και $H\Theta = 3\text{ cm}$.Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $\Gamma\Delta$ και EZ .

4. Να βρείτε το πρόσημο των τριγωνομετρικών αριθμών:

 $\eta\mu 200^\circ$, $\sigma\upsilon\nu 300^\circ$, $\epsilon\phi 150^\circ$, $\sigma\phi 50^\circ$ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

5. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \sqrt{200} - 2\sqrt{18} - 3\sqrt{32} + 4\sqrt{50}$$

6. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 2x}$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις :

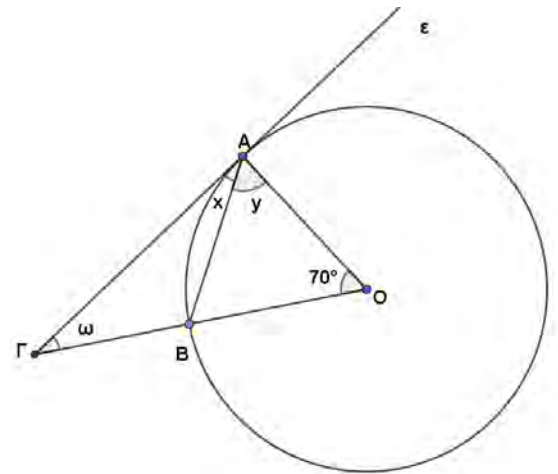
α) $\sqrt[3]{x-4} = 2$

β) $x^2 - 16 = 0$

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος κέντρου Ο και (ε)

εφαπτομένη του κύκλου στο Α.

Να υπολογίσετε τις γωνίες x, y, ω και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



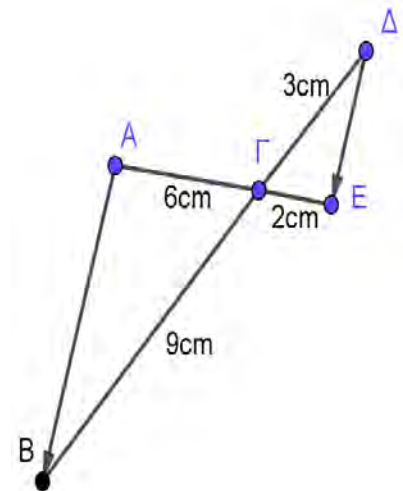
9. Στο διπλανό σχήμα το Γ είναι το σημείο τομής των ΒΔ και ΑΕ και $ΑΓ = 6\text{cm}$, $ΓΕ = 2\text{cm}$, $ΒΓ = 9\text{cm}$, $ΓΔ = 3\text{cm}$.

α) Να δείξετε ότι:

i) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΓΔΕ είναι όμοια.

ii) Τα διανύσματα $\vec{AB}$ και $\vec{DE}$ είναι παράλληλα.

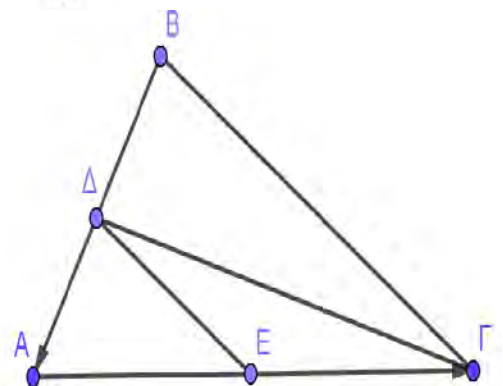
β) Αν $\vec{DE} = \vec{\alpha}$ να γράψετε το $\vec{AB}$ συναρτήσει του $\vec{\alpha}$.



10. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με Δ και Ε μέσα των πλευρών ΑΒ και

ΑΓ αντίστοιχα. Αν $\vec{BA} = 2\vec{\alpha}$ και $\vec{AG} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε

τα διανύσματα $\vec{BG}$, $\vec{DE}$ και $\vec{GD}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.



ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Η βαθμολογία 10 φοιτητών σε μια εξέταση ήταν: 2, 6, 6, 7, 3, 5, 8, 9, 7, 7

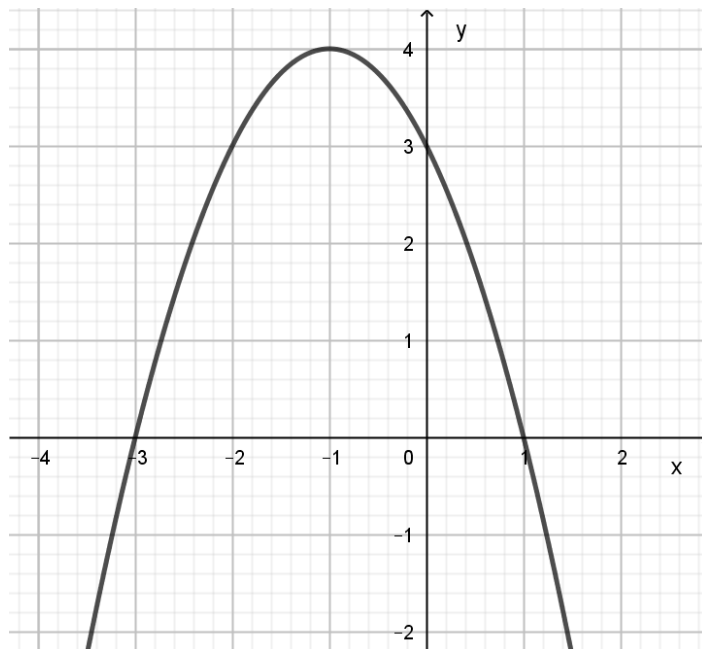
Να υπολογίσετε:

- i) Την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο και τη μέση τιμή $\bar{x}$ των βαθμών των φοιτητών.
- ii) Το εύρος, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβολής (CV) των πιο πάνω βαθμών.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Από το σχήμα να βρείτε:

- α) Το πρόσημο του a .
- β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της καμπύλης.
- γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της.
- δ) Την τιμή του γ .
- ε) Την τιμή του $f(-2)$.
- στ) Το σύνολο τιμών της συνάρτησης.
- ζ) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
- η) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) > 0$.



3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 1)x + 2\lambda - 3 = 0$ με λύσεις x_1 και x_2 . Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ έτσι

ώστε:

- i) Η εξίσωση να έχει λύσεις αντίθετες.
- ii) Η εξίσωση να έχει λύσεις αντίστροφες.
- iii) Να ισχύει η σχέση: $3(x_1 + x_2) = x_1 \cdot x_2$.
- iv) Να ισχύει η σχέση: $x_1^2 + x_2^2 = 6$.

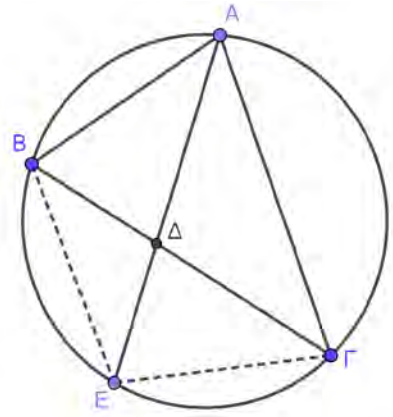
4. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\epsilon\phi x + \sigma\phi x) \cdot \sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{\eta\mu x}$.

β) Αν $\eta\mu\theta = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να δείξετε ότι: $15\eta\mu\theta - 10\sigma\upsilon\nu\theta - 3\epsilon\phi\theta + 20\sigma\phi\theta = 7$.

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας A η οποία τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο Δ και τον κύκλο στο E .

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AE\Gamma$ είναι όμοια.

β) Να αποδείξετε ότι: $(AB) \cdot (\Gamma\Delta) = (A\Delta) \cdot (EB)$



Η Διευθύντρια

Εισηγήτριες:
Κατερίνα Κολοκασίδου -Λειβαδιώτου
Χριστίνα Αδάμου

Δρ Μαρία Γεωργίου

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΛΥΚΕΙΟ Γ. ΤΑΛΙΩΤΗ ΓΕΡΟΣΚΗΠΟΥ
2019

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2018-

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

Τάξη: Α΄

Ημερομηνία: 24/05/19

Μάθημα: Μαθηματικά 3-ωρο(κκ)

Διάρκεια εξέτασης: 2,5

ώρες

Ονοματεπώνυμο:.....Τμήμα:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

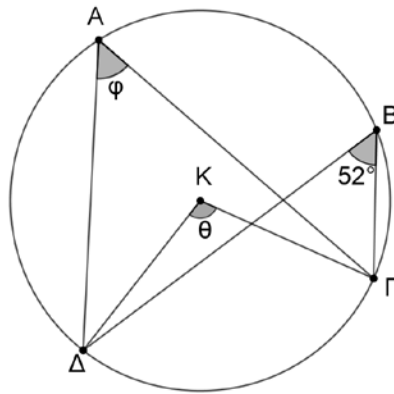
- α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
- β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- γ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.
- δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

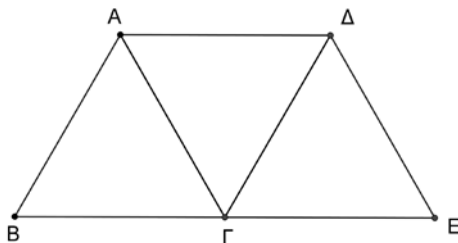
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 5x + 2 = 0$.
- 2) Ένας μαθητής έγραψε 18, 17, 20 και 13 στα τέσσερα διαγωνίσματα των μαθηματικών του πρώτου τετραμήνου. Ποια είναι η μέση τιμή των διαγωνισμάτων του;
- 3) Να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:
$$2 \cdot \sqrt{4} + 4 \cdot \sqrt{9} - 3 \cdot \sqrt[3]{27} + 2 \cdot \sqrt[4]{16} =$$
- 4) Χωρίς να λύσετε την εξίσωση $x^2 - 5x + 6 = 0$ να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων: α) $x_1 + x_2$
β) $x_1 x_2$
γ) $x_1^2 + x_2^2$
δ) $2x_1 + 2x_2 + 3x_1 x_2$
- 5) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 4x < 0$
- 6) Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $B = 25\sigma\upsilon\nu\theta - 24\epsilon\phi\theta$.

- 7) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) και $\hat{B} = 52^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\varphi}$ και $\hat{\theta}$.

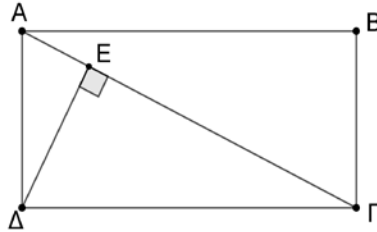


- 8) Στο πιο κάτω σχήμα όλα τα ευθύγραμμα τμήματα έχουν ίσο μήκος και $AD \parallel BE$, $AB \parallel \Delta\Gamma$ και $A\Gamma \parallel \Delta E$. Να κάνετε τις πράξεις μεταξύ των διανυσμάτων: α) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{\Delta\Gamma}$ β) $\overrightarrow{A\Gamma} - \overrightarrow{A\Delta}$ γ) $\overrightarrow{\Gamma A} + \overrightarrow{\Gamma E}$ δ) $\overrightarrow{A\Delta} - \overrightarrow{\Gamma\Delta} + \overrightarrow{\Gamma A}$



- 9) Να δείξετε ότι:
$$\frac{\varepsilon\varphi(90^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta)}{\eta\mu(180^\circ + \theta) \cdot \sigma\varphi(180^\circ - \theta)} = 1$$

- 10) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Το ευθύγραμμο τμήμα ΔΕ είναι κάθετο στη διαγώνιο ΑΓ του ορθογωνίου. Να δείξετε ότι: $(AB)(ED) = (ΓΕ)(BΓ)$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 11) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\psi=ax^2+\beta x+\gamma$, $a \neq 0$.

Να βρεθούν: α) το πρόσημο του α

β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

γ) η τιμή του γ

δ) οι ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $ax^2+\beta x+\gamma=0$

ε) το άθροισμα των ριζών

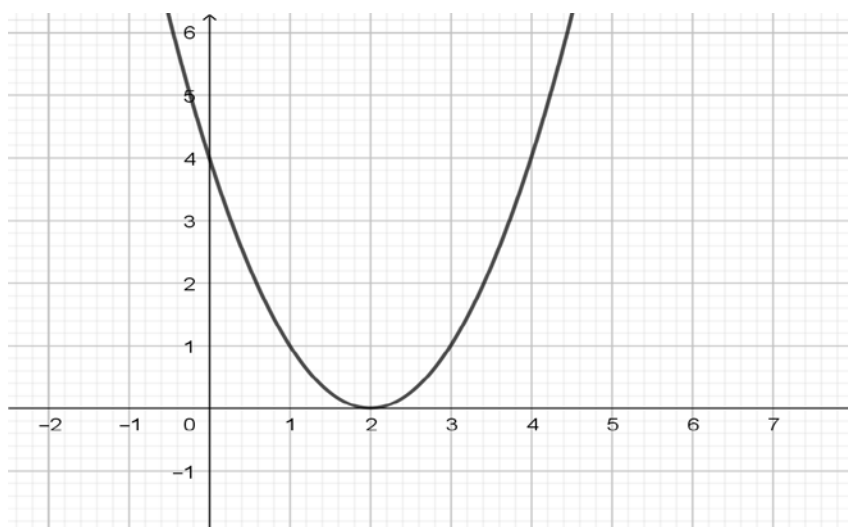
στ) το γινόμενο των ριζών

ζ) η τιμή του α

η) η τιμή του β

θ) η ελάχιστη τιμή της παραβολής

ι) ο άξονας συμμετρίας.



12) Δίνεται η εξίσωση $3\chi^2 - (\lambda + 1)\chi + \lambda - 2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες η εξίσωση έχει:

α) ρίζες αντίθετες

β) ρίζες αντίστροφες

γ) μια ρίζα τον αριθμό $\chi = 2$

δ) άθροισμα ριζών ίσο με το διπλάσιο του γινομένου τους.

13) Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\sqrt{\chi - 1} = 3$, $\chi \geq 1$

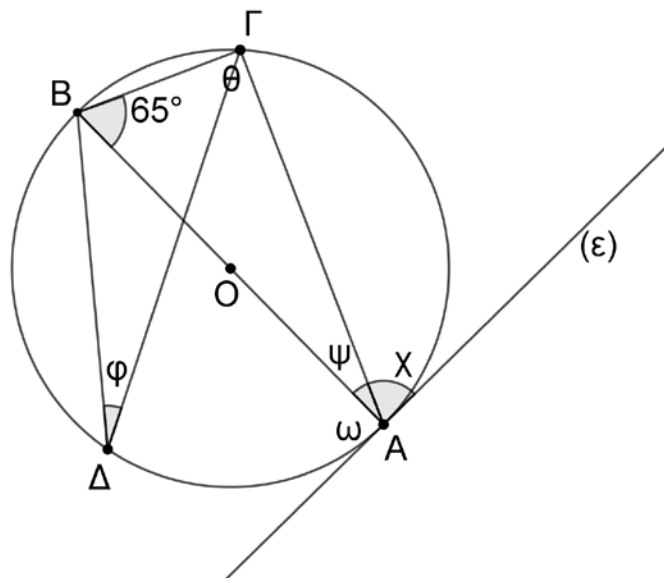
β) $(5\chi - 1)^{\frac{2}{3}} = 16$, $\chi \geq \frac{1}{5}$

14) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\left(\frac{1}{\eta\mu\theta} + \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\theta} \right) \cdot \frac{1}{\epsilon\phi\theta + \sigma\phi\theta} = \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta$

15) Στον πιο κάτω κύκλο (O, ρ) το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι διάμετρος

και η ευθεία (ϵ) εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A . Αν η γωνία

$\hat{\Gamma B A} = 65^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\theta}$, $\hat{\psi}$, $\hat{\phi}$, $\hat{\chi}$ και $\hat{\omega}$.



Ο Διευθυντής

Γιώργος Χρυσόστομου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
 ΤΑΞΗ: Α΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
 ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2019
 ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Όνοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθ.:

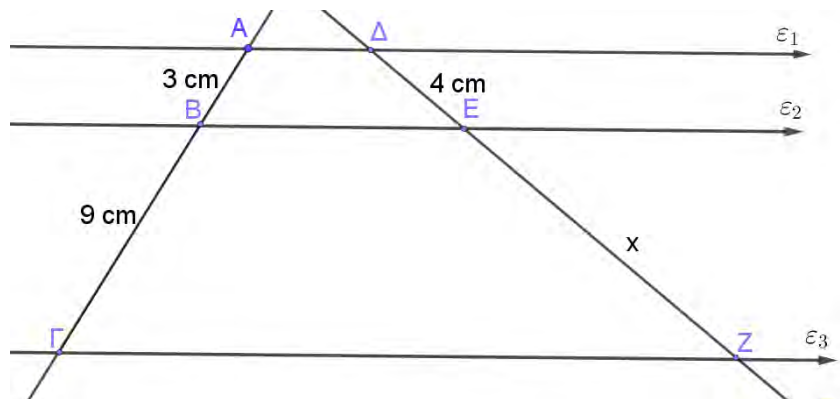
ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε όλες τις απαντήσεις πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που έχει ελεγχθεί και σφραγιστεί.
3. Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: $AB = 3 \text{ cm}$, $B\Gamma = 9 \text{ cm}$, $\Delta E = 4 \text{ cm}$, $EZ = x \text{ cm}$ και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$.
 Να υπολογίσετε την τιμή του x .

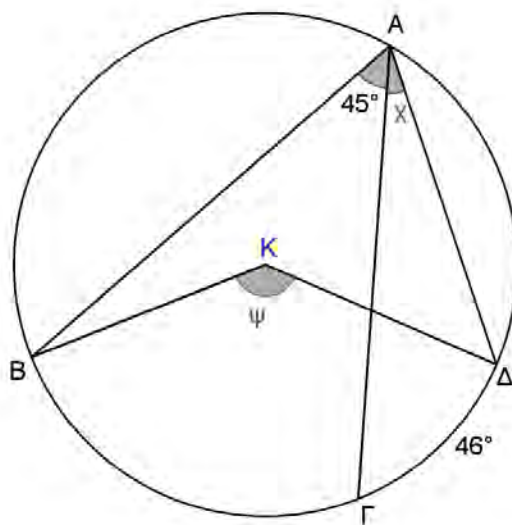


2. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής)

α) $A = \sqrt{11 + \sqrt{25}}$

β) $B = \sqrt{3} (\sqrt{27} - \sqrt{12})$

3. Αν x_1 και x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $4x^2 + 8x - 7 = 0$, να υπολογίσετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
- α) $x_1 + x_2$
- β) $4x_1 \cdot x_2$
4. Οι βαθμοί της Βικτώριας στα διαγωνίσματα των μαθηματικών ήταν 12, 14, 18 και η συμμετοχή της στην τάξη βαθμολογήθηκε με 18. Αν για τον τελικό βαθμό η βαρύτητα κάθε διαγωνίσματος είναι 30% και της συμμετοχής της στην τάξη 10%, να υπολογίσετε τον τελικό βαθμό της Βικτώριας στα μαθηματικά.
5. Να λύσετε την ανίσωση: $(x-2)(x+4) \geq 0$
6. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος (K, R) και Α, Β, Γ σημεία του κύκλου. Η γωνία $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 45^\circ$ και το τόξο $\widehat{\Gamma\Delta} = 46^\circ$. Να βρείτε το μέτρο των γωνιών $\widehat{\Gamma\hat{A}\Delta} = \chi$ και $\widehat{B\hat{K}\Delta} = \psi$.
(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)



7. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να αποδείξετε ότι $20\eta\mu\theta - 4\epsilon\phi\theta = 15$, με τη χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων.
8. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $x^4 - 16 = 0$

και

β) $(x-5)^{\frac{3}{2}} = 8$, $x \geq 5$

9. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \chi = 2\psi - 3 \\ \chi\psi - \psi^2 = 10 \end{cases}$$

10. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\epsilon\phi\theta - \sigma\phi\theta = \frac{2\eta\mu^2\theta - 1}{\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η παραβολή $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$, $\alpha \neq 0$, $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης, να βρείτε:

α) το σύνολο τιμών της $f(\chi)$ (μον. 1)

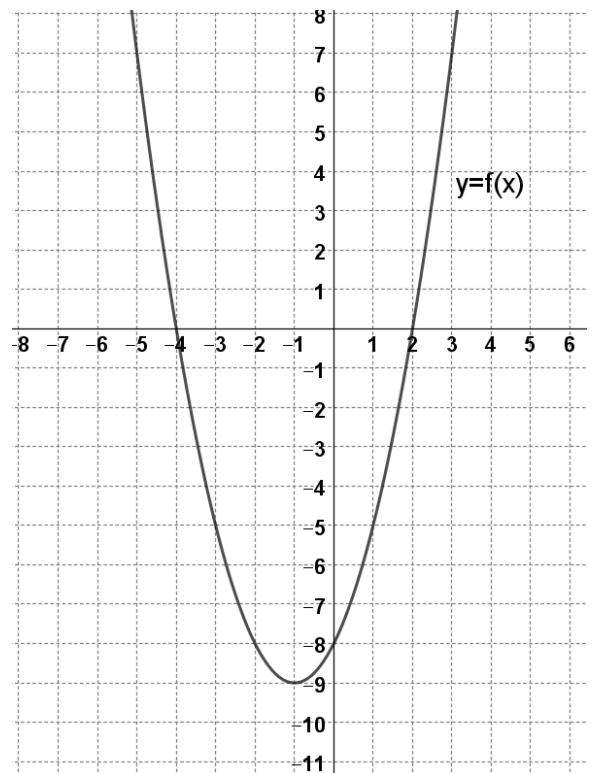
β) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της (μον. 2)

γ) το πρόσημο του α και της διακρίνουσας Δ (μον. 2)

δ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(\chi) = 0$ (μον. 1)

ε) την τιμή του γ και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης (μον. 2)

στ) τις τιμές του χ για τις οποίες $f(\chi) \geq 0$ (μον. 2)



2. α) Γράψετε δίπλα από κάθε πρόταση, ποια περιγράφει μονόμετρο και ποια διανυσματικό μέγεθος:

i) Το σπίτι της Άννας βρίσκεται βορειοδυτικά από το δικό μου και σε απόσταση 200 μέτρων.

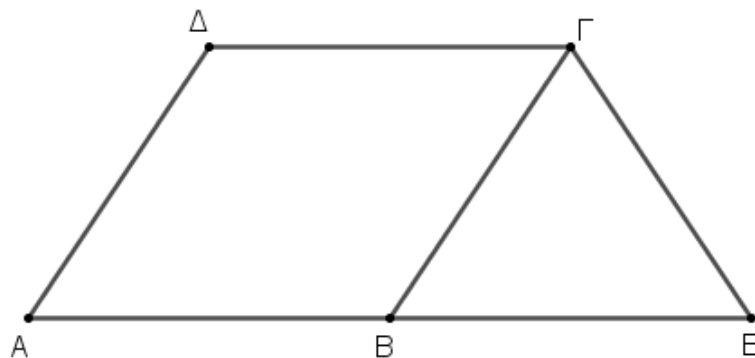
ii) Ο Στέφανος ζυγίζει 78 κιλά.

iii) Ένα αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα 100 χιλιόμετρα την ώρα ανατολικά της Λεμεσού.

iv) Η θερμοκρασία σήμερα έφτασε τους 30 βαθμούς κελσίου.

v) Ο Γιάννης άργησε 10 λεπτά να μπει στην τάξη.

β) Στο πιο κάτω σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο και η BE είναι προέκταση της AB .



Να γράψετε ένα διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{A\Delta} + \overrightarrow{\Delta\Gamma} =$$

$$\overrightarrow{A\Delta} + \overrightarrow{AB} =$$

$$\overrightarrow{E\Gamma} + \overrightarrow{BA} =$$

$$\overrightarrow{\Delta\Gamma} - \overrightarrow{AB} =$$

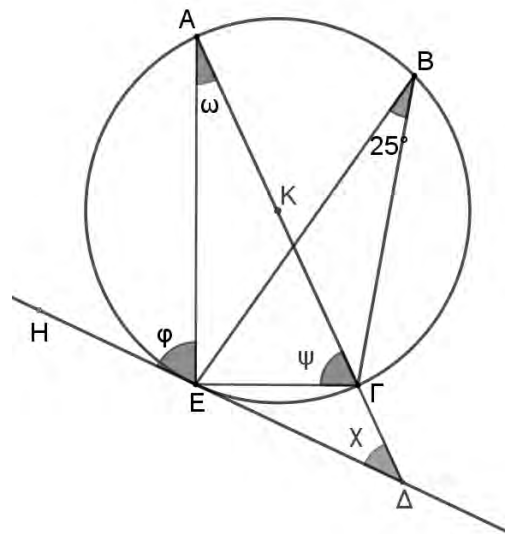
$$\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{A\Delta} =$$

3. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + (\lambda - 2)\chi + 1 - 2\lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, η οποία έχει λύσεις τους αριθμούς χ_1, χ_2 . Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε η εξίσωση να έχει:

- | | |
|--|----------|
| α) λύση τον αριθμό 3 | (μον. 2) |
| β) λύσεις αντίστροφες | (μον. 2) |
| γ) άθροισμα των λύσεων ίσο με το γινόμενο των λύσεών της | (μον. 2) |
| δ) λύσεις πραγματικές και άνισες | (μον. 4) |

4. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται κύκλος (K,R) και A, B, Γ, E σημεία του κύκλου. Η γωνία $\widehat{EB\Gamma} = 25^\circ$, η $A\Gamma$ είναι διάμετρος και η ED εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο E . Η προέκταση της $A\Gamma$ και η ED τέμνονται στο σημείο Δ . Να βρείτε το μέτρο των γωνιών $\widehat{HEA} = \varphi$, $\widehat{E\hat{A}\Gamma} = \omega$, $\widehat{A\hat{\Gamma}E} = \psi$ και $\widehat{A\hat{\Delta}E} = \chi$.

(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)



5. α) Να γράψετε ένα κριτήριο της ομοιότητας δύο τριγώνων.

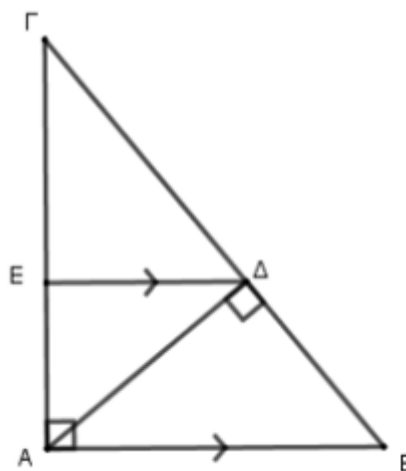
.....

(μον. 2)

- β) Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ύψος AD και ED παράλληλη με την AB .

- i. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΔEA και $BA\Delta$ είναι όμοια. (μον. 5)

- ii. Να δείξετε ότι: $(A\Delta)^2 = (ED)(AB)$. (μον. 3)



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΣΟΦΟΥΛΑ ΑΧΕΡΙΩΤΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/05/2019

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ: 7:30 – 10:00

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
3. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.
5. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στις σφραγισμένες κόλλες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

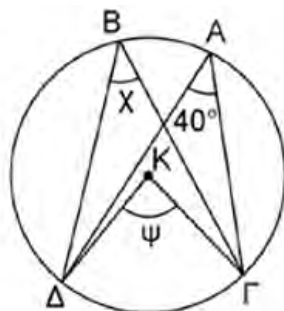
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} =$

(β) $\sqrt{19 - \sqrt{7 + \sqrt[3]{8}}} =$

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το Κ. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ και ψ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



3. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $\chi_1 = 4$ και $\chi_2 = 7$.

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ.

(α) Να βρείτε ένα διάνυσμα με ίσο μέτρο με το

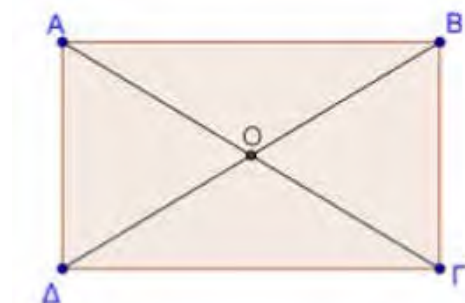
διάνυσμα $\overrightarrow{AO}$

Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

(β) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} =$

(γ) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GA} =$

(δ) $\overrightarrow{BO} - \overrightarrow{GO} =$

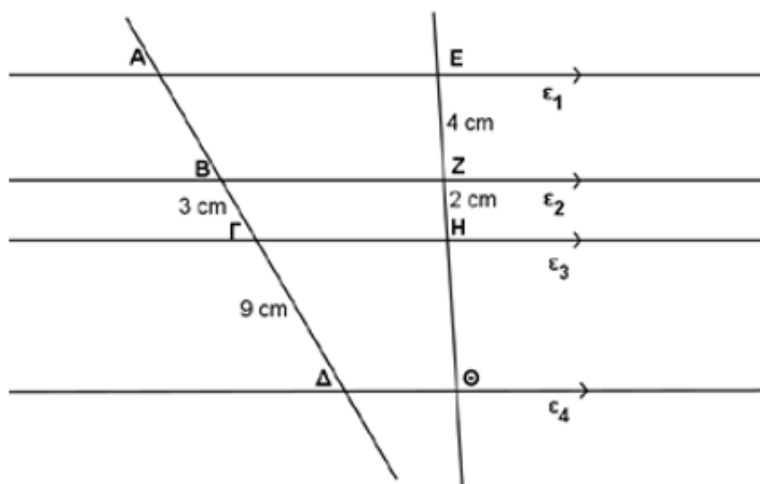


5. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 3x - 18 < 0$.

6. Αν $\sin \theta = -\frac{5}{13}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$A = 13 \cdot \eta\mu\theta - 10 \cdot \epsilon\phi\theta$$

7. Στο πιο κάτω σχήμα $\epsilon_1 // \epsilon_2 // \epsilon_3 // \epsilon_4$. Αν $B\Gamma = 3\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 9\text{cm}$, $EZ = 4\text{cm}$ και $ZH = 2\text{cm}$ να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΒ και ΗΘ.



8. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις:

(α)	Αν η γωνιά $\theta \in (180^\circ, 270^\circ)$ τότε $\eta\mu\theta > 0$	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(β)	Η τελική πλευρά της γωνιάς -200° σε κανονική θέση βρίσκεται στο 2 ^ο τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(γ)	Ο τριγωνομετρικός αριθμός $\varepsilon\varphi(310^\circ)$ είναι αρνητικός.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(δ)	Αν $\varepsilon\varphi\theta > 0$ και $\eta\mu\theta < 0$ τότε η τελική πλευρά της γωνιάς θ είναι στο 2 ^ο τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ

9. Αν η εξίσωση $2\chi^2 - 8\chi - 7 = 0$ έχει ρίζες χ_1, χ_2 , χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

(α) $\chi_1 + \chi_2$

(β) $\chi_1 \cdot \chi_2$

(γ) $3\chi_1 + 2\chi_1 \cdot \chi_2 + 3\chi_2$

(δ) $\chi_1^2 + \chi_2^2$

10. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$(\chi + 1)^{2/3} = 4, \quad \chi \neq -1$$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. Οι θερμοκρασίες στην ευρύτερη περιοχή του Κάτω Πύργου σε βαθμούς Κελσίου για το πρώτο δεκαήμερο του Ιανουαρίου του 2019 παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

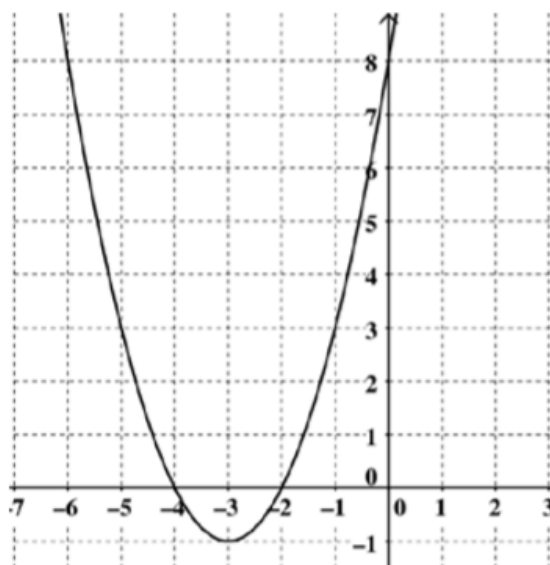
Θερμοκρασία °C (χ_i)	Συχνότητα (f_i)
5	1
6	2
8	2
9	3
10	2

(α) Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή της θερμοκρασίας είναι $\bar{\chi} = 8$. (Μον 4)

(β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση (s) κατά προσέγγιση εκατοστού. (Μον 4)

(γ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας (CV) σε ποσοστό. (Μον 2)

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$.



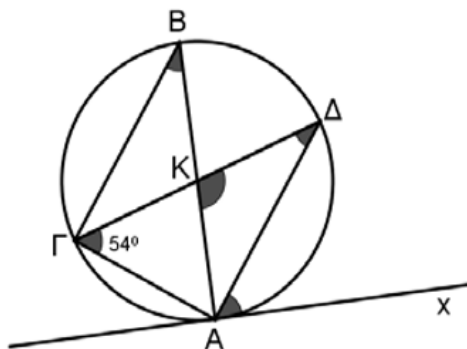
Από την πιο πάνω γραφική παράσταση, να βρείτε:

- (α) Το Πεδίο Ορισμού και το Σύνολο Τιμών της.
- (β) Τις συντεταγμένες της κορυφής και τον Άξονα Συμμετρίας της παραβολής.
- (γ) Το πρόσημο του a και την τιμή του c .
- (δ) Το πρόσημο της Διακρίνουσας Δ και τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$.
- (ε) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) < 0$.

3. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $3x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda - 2 = 0$, έχει:

- (α) Ρίζα τον αριθμό -2.
- (β) Ρίζες αντίθετες.
- (γ) Ρίζες αντίστροφες.
- (δ) Άθροισμα ριζών διπλάσιο από το γινόμενο τους.

4. Δίνεται κύκλος (K, R) αι οι διάμετροι AB και $\Gamma\Delta$. Αν $A\chi$ είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A και $\angle K\hat{\Gamma}A = 54^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\angle A\hat{X}, \angle A\hat{K}\Delta, \angle \Gamma\hat{\Delta}A, \angle \Gamma\hat{B}A$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

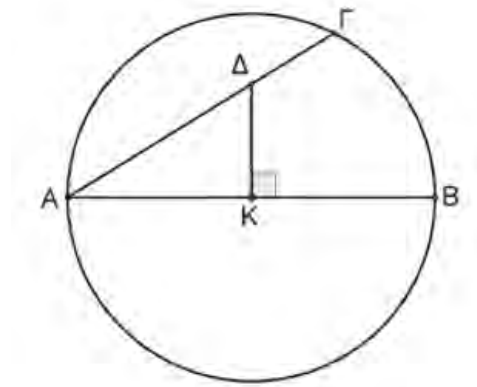


5. Δίνεται κύκλος (K,R) με χορδή $ΑΓ$ και διάμετρο $ΑΒ$. Φέρουμε τη $ΔΚ$ κάθετη στην $ΑΒ$ στο σημείο $Κ$.

Να δείξετε ότι :

(α) Τα τρίγωνα $ΑΒΓ$ και $ΑΔΚ$ είναι όμοια.

(β) $(ΑΓ) \cdot (ΑΔ) = (ΑΒ) \cdot (ΚΑ)$



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
Ιωάννης Ορφανίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22/05/2019ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (Κ.Κ.)ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2:30'

Όνομα Μαθητή/τριας: **Τμήμα:** **Αρ.:**

Οδηγίες:

α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

β) Να γράφετε με μελάνι μπλε (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.

δ) Σε όλες τις ερωτήσεις να φαίνεται ο τρόπος απάντησής σας. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης αιτιολόγησης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.

ε) Να συμμορφώνεστε πρόθυμα με τις οδηγίες των επιτηρητών.

ζ) Η ΔΟΛΙΕΥΣΗ ΤΙΜΩΡΕΙΤΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ

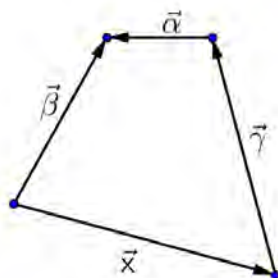
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α' και το ΜΕΡΟΣ Β'.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από εννέα (9) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5/100.

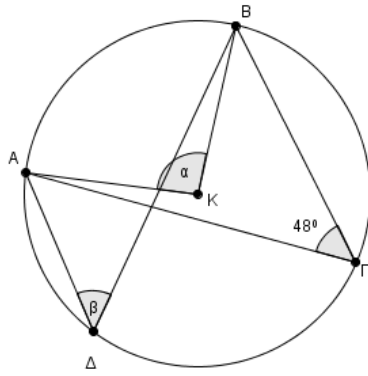
1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 8x + 5 = 0$. Να βρείτε την τιμή της παράστασης
 $A = x_1 + x_2 + x_1x_2$

2. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{x^2 + 3} = 2$.

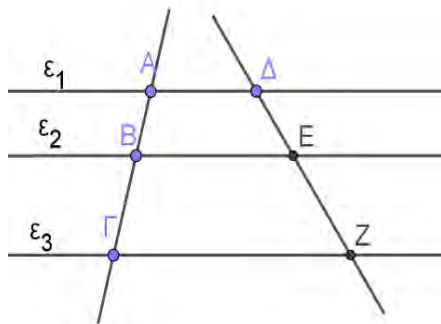
3. Να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{x}$ του πιο κάτω σχήματος ως άθροισμα ή διαφορά των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$.



4. Τα σημεία A, B, Γ και Δ ανήκουν στον κύκλο (Κ, ΚΑ). Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών α και β. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $AB = 2\text{cm}$, $B\Gamma = 4\text{cm}$, $\Delta E = 3\text{cm}$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του ΔΖ.



6. Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες:

(α) $\frac{\text{συν}x}{\eta\mu x} \cdot \epsilon\varphi x = 1$

(β) $(\eta\mu x + \text{συν}x)^2 + (\eta\mu x - \text{συν}x)^2 = 2$

7. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 4x - 12 \leq 0$.

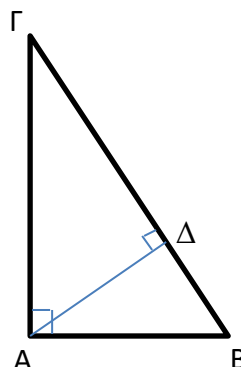
8. Σε ένα Λύκειο υπάρχουν 500 μαθητές. Η Α' τάξη έχει 200 μαθητές με μέσο όρο ηλικίας 15,7 χρόνια, ενώ η Β' τάξη έχει 180 μαθητές με μέσο όρο ηλικίας 16,9 χρόνια. Οι υπόλοιποι μαθητές της Γ' Λυκείου έχουν μέσο όρο ηλικίας 17,7 χρόνια. Να υπολογίσετε τον μέσο όρο ηλικίας όλων των παιδιών του σχολείου.

9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1}$.

10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με την $A\Delta \perp B\Gamma$. Να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $A\Delta B$ είναι όμοια

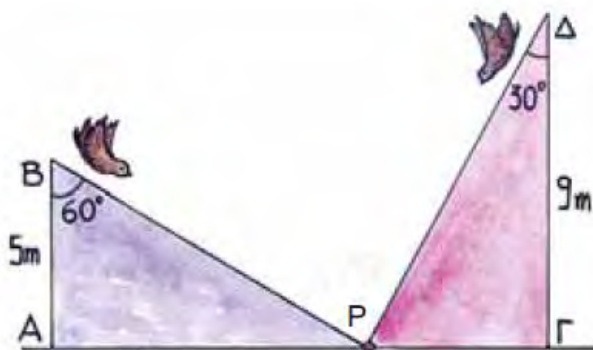
(β) $(A\Delta)^2 = (\Gamma\Delta)(B\Delta)$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10/100.

1.

(α) Δύο σπουργίτια βρίσκονται στις κορυφές δύο κάθετων στύλων B και Δ, ύψους 5m και 9m αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ξεκινούν την ίδια στιγμή και με την ίδια ταχύτητα κινούνται στις ευθείες BP και ΔP αντίστοιχα. Στόχος τους είναι μια ρώγα από σταφύλι, που βλέπουν υπό γωνίες 60° και 30° αντίστοιχα, στο έδαφος στο σημείο P. Ποιο από τα δύο σπουργίτια θα φτάσει πρώτο; (Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας).

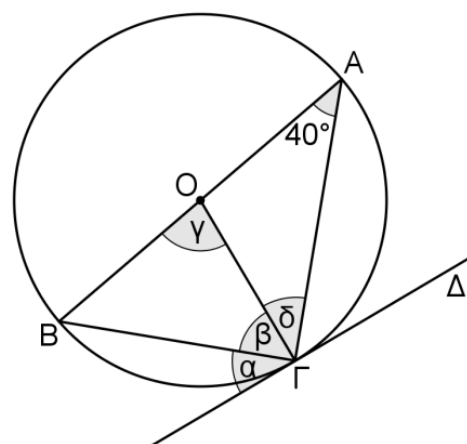


(β) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = \frac{8\epsilon\phi\theta + 3\sigma\phi\theta}{5\eta\mu\theta + 6\sigma\upsilon\upsilon\theta}$$

2.

(α) Στο διπλανό σχήμα δίνονται $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 40^\circ$, AB διάμετρος και ΔΓ εφαπτομένη του κύκλου (O, R) στο σημείο Γ. Να υπολογίσετε, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας, τις σημειωμένες γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$.



(β) Αν $\alpha, \beta > 0$ και $\alpha \neq \beta$, να αποδείξετε ότι $\frac{\alpha\sqrt{\alpha} - \beta\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}} = \alpha + \beta + \sqrt{\alpha\beta}$

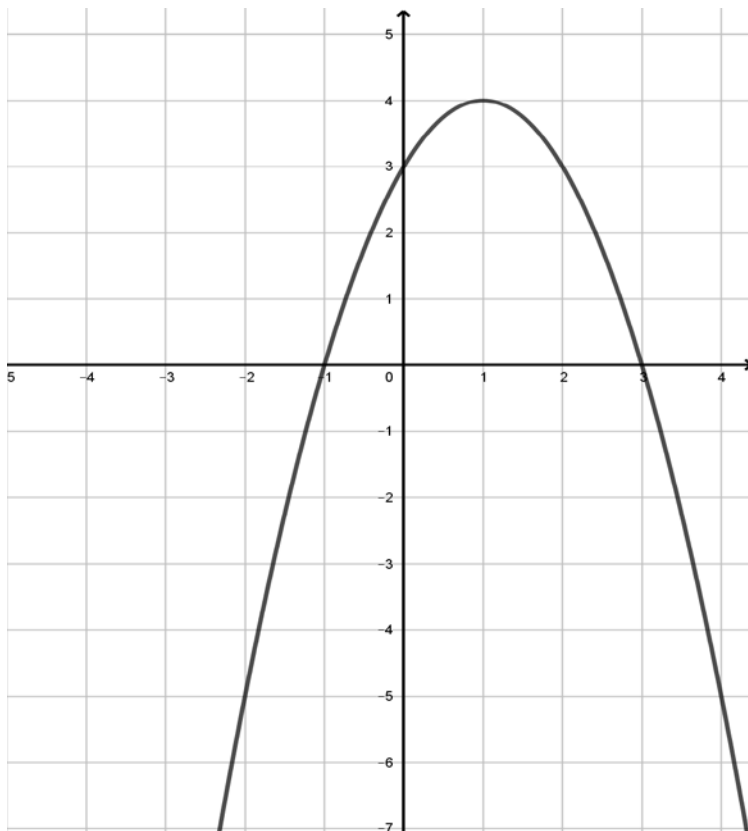
3.

(α) Σε ένα διαγώνισμα η μέση τιμή της βαθμολογίας για το τμήμα Α' ήταν 17 και η τυπική απόκλιση 3,06, ενώ για το τμήμα Β' η μέση τιμή ήταν 15,3 και η τυπική απόκλιση η ίδια. Να συγκρίνετε την ομοιογένεια των βαθμών του τμήματος Α' με την ομοιογένεια των βαθμών του τμήματος Β'.

(β) Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 2)x + \lambda + 5 = 0$. Να βρείτε την τιμή του λ , με $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:

- i. λύσεις αντίθετες
- ii. λύσεις αντίστροφες.

4. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.



Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f
- β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και την τιμή του γ όταν $x = -2$

- γ) την κορυφή της f και να γράψετε αν η f έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή
- δ) τις λύσεις x_1 και x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$ και το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- ε) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$

5. Από σημείο Σ εκτός του κύκλου, φέρουμε το εφαπτόμενο τμήμα $\Sigma\Gamma$ (Γ σημείο του κύκλου) και την τέμνουσα ΣAB (A και B σημεία του κύκλου).

α) Να δείξετε ότι:

(i) Τα τρίγωνα $\Sigma\Gamma A$ και $\Sigma B\Gamma$ είναι όμοια

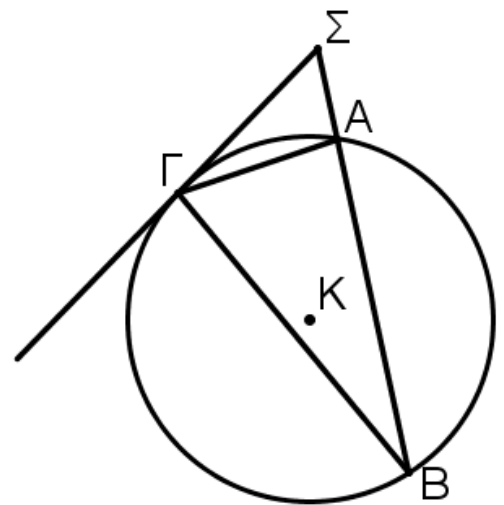
(ii) $(\Sigma\Gamma)^2 = (\Sigma A) \cdot (\Sigma B)$

β) Αν $(\Sigma\Gamma) = 6\text{cm}$ και $(\Sigma A) = 2\text{cm}$,
να υπολογίσετε το μήκος του AB .

(μον. 4)

(μον. 3)

(μον. 3)



Τέλος Δοκιμίου

Οι εισηγητές :

Χρίστος Βαλανίδης, Β.Δ.

Γρηγόρης Γρηγορίου, Β.Δ.

Ο Συντονιστής

Γρηγόρης Γρηγορίου (Β. Δ.)

Ο Διευθυντής

Αδάμος Σεργίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (3ωρο)

ΣΕΙΡΑ: Α΄

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2019

ΧΡΟΝΟΣ: 8:00 π.μ. – 10:30 π.μ.

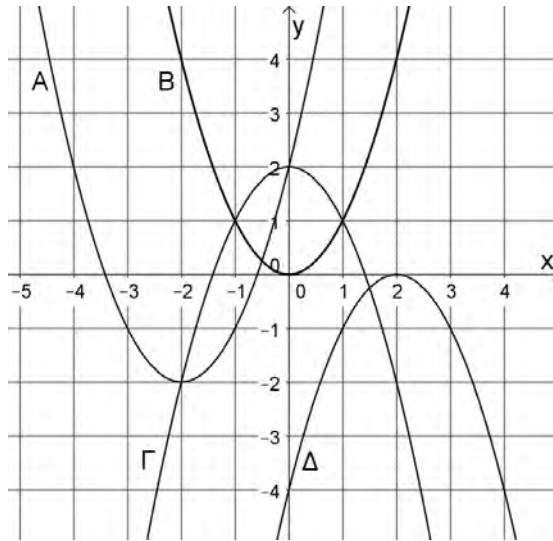
Οδηγίες:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **δύο (2) μέρη**.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **πέντε (5) σελίδες**.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι **μόνο** τα σχήματα).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
- **Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.**
- **Όλες οι απαντήσεις να δοθούν σε σφραγισμένες κόλλες.**

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).

1. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης: $x^2 - 3x - 4 = 0$, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση.
(α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 \cdot x_2$
2. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 2x - 15 \leq 0$
3. Αν $\eta\mu\theta = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\sigma\upsilon\nu\theta$ και $\epsilon\phi\theta$
4. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x^2 - y^2 = 4 \end{cases}$$

5. Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχίζοντας κάθε γραφική παράσταση με το σωστό τύπο.



Τύπος Συνάρτησης	Γραφική Παράσταση
$y = x^2$	
$y = -(x-2)^2$	
$y = -x^2 + 2$	
$y = (x+2)^2 - 2$	

6. Δίνεται η παράσταση: $A = \sqrt{2} \cdot \sqrt{18} + \frac{3}{\sqrt{3}} - \sqrt{6 - \sqrt[3]{27}}$. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να αποδείξετε ότι: $A = 6$

7. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1-\eta\mu\chi} - \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1+\eta\mu\chi} = 2\varepsilon\varphi\chi$

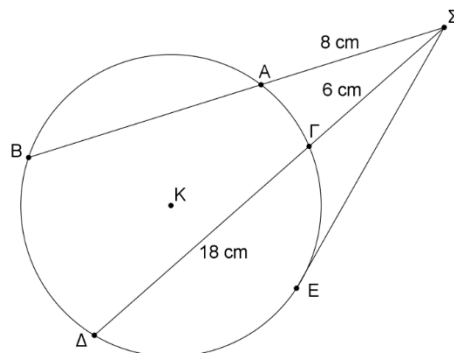
8. Δίνετε η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2\lambda x + \lambda + 8$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Να βρείτε για κάθε περίπτωση ξεχωριστά τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$,
ώστε η γραφική παράσταση της f :

(α) να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 2$

(β) να τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0,2)$

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (K, R). Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρνουμε τις τέμνουσες ΣΑΒ, ΣΓΔ και το εφαπτόμενο τμήμα ΣΕ. Αν επιπλέον ΣΑ = 8 cm , ΣΓ = 6 cm και ΓΔ = 18 cm, να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων ΑΒ και ΣΕ.



10. Στο διπλανό σχήμα $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$, $\overrightarrow{BF} = \vec{\beta}$, $\overrightarrow{AD} = 2\vec{\beta}$ και E είναι το μέσο του ΓΔ. Να βρείτε συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τα διανύσματα:

- (α) $\overrightarrow{AF}$
- (β) $\overrightarrow{DF}$
- (γ) $\overrightarrow{AE}$

ΜΕΡΟΣ Β': (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

1. Ο πιο κάτω πίνακας κατανομής συχνοτήτων παρουσιάζει τις υπερωρίες(σε ώρες) των 25 εργαζομένων ενός εργοστασίου κατά την διάρκεια μιας εβδομάδας.

Υπερωρίες (x_i)	0	1	2	3	4	5
Εργαζόμενοι (f_i)	3	8	6	4	2	2

Να υπολογίσετε:

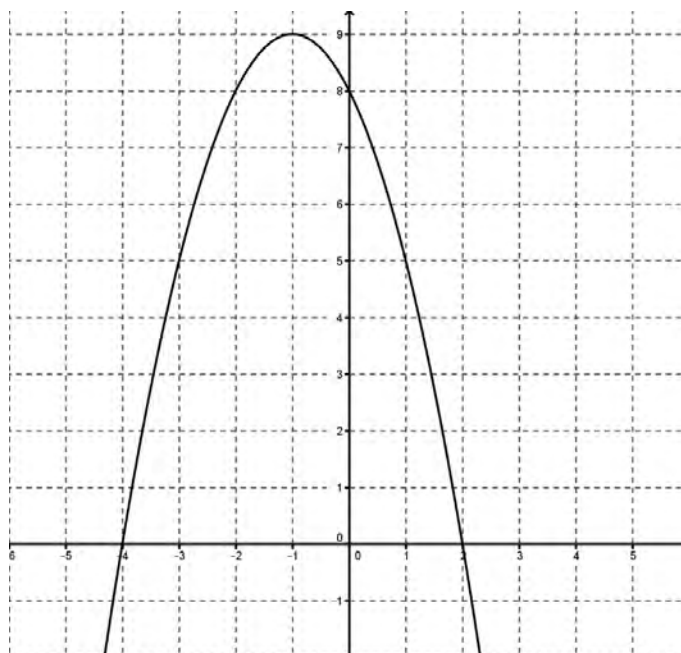
- (α) το εύρος (R)
- (β) τη μέση τιμή ($\bar{x}$)
- (γ) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων
- (δ) το συντελεστή μεταβλητότητας (CV)

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0, \quad a, b, \gamma \in \mathbb{R}$$

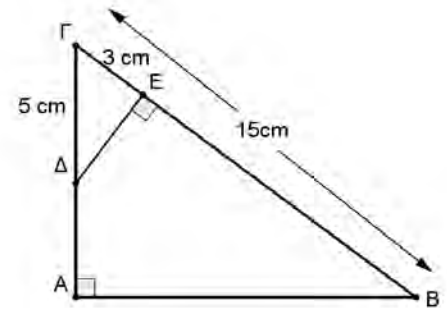
Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$
- (β) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ
- (γ) την τιμή του γ
- (δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (ε) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
- (στ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$



3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνονται $\Delta E \perp B\Gamma$, $\Delta\Gamma = 5\text{ cm}$, $E\Gamma = 3\text{ cm}$ και $B\Gamma = 15\text{ cm}$.

- (α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ είναι όμοια.
 (β) Να αποδείξετε τη σχέση $(E\Delta) \cdot (B\Gamma) = (AB) \cdot (\Delta\Gamma)$
 (γ) Να βρείτε το μήκος της κάθετης πλευράς AG του τριγώνου $AB\Gamma$.



4. (α) Αν $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ και $x_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ είναι λύσεις μιας εξίσωσης β' βαθμού τότε

χωρίς τη χρήση υπολογιστικής :

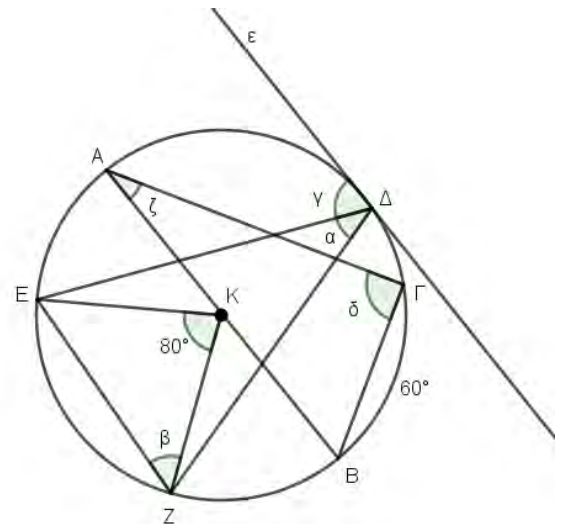
- ι) Να δείξετε ότι $x_1 + x_2 = \sqrt{10}$
 ιι) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες x_1 και x_2 .

- (β) Να λύσετε την εξίσωση: $(2x - 6)^{\frac{3}{4}} = 8$, $x \geq 3$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο AB.

Η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ, τα τόξα $\widehat{DAE} = \widehat{DBZ}$, το τόξο $\widehat{B\Gamma} = 60^\circ$ και η γωνία $E\hat{K}Z = 80^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}$ και $\hat{\zeta}$ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



Η Διευθύντρια

Μαρία Θεοφάνους



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ (3ΩΡΟ) (ΟΜ.Π.1,4)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28 / 05 / 2019 ΔΙΑΡΚΕΙΑ: Δύο (2) ώρες και τριάντα (30) λεπτά

Όνομα Μαθητή/τριας: _____ Τμήμα: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

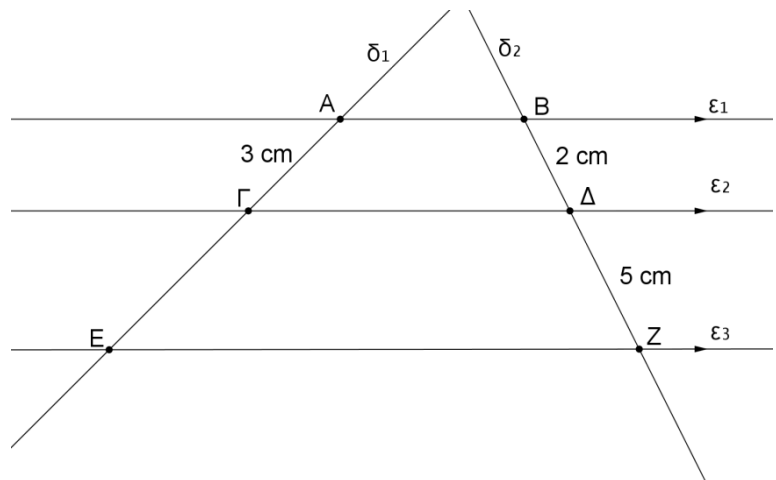
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράφετε μόνο με μπλε ξηρό μελάνι (μόνο τα σχήματα να γίνονται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 δ) Πρέπει να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από (8) οκτώ σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τα δέκα (10) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

- (1) Στο σχήμα δίνονται $ΑΓ = 3 \text{ cm}$, $ΒΔ = 2 \text{ cm}$, $ΔΖ = 5 \text{ cm}$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος ΓΕ.



- (2) Να απλοποιήσετε τις παρακάτω παραστάσεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

(α) $\sqrt{2}(\sqrt{8} + \sqrt{50}) =$

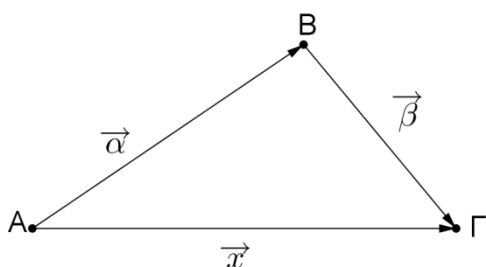
(β) $\sqrt[3]{5 + \sqrt{9}} =$

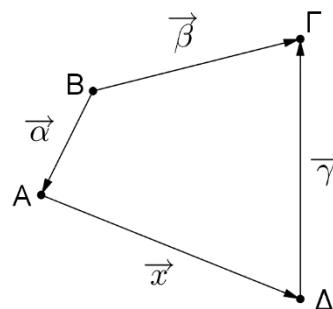
- (3) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Αν η ευθεία ΔΕ

είναι εφαπτομένη του κύκλου και $\widehat{ΕΒΓ} = 35^\circ$, να βρείτε τις

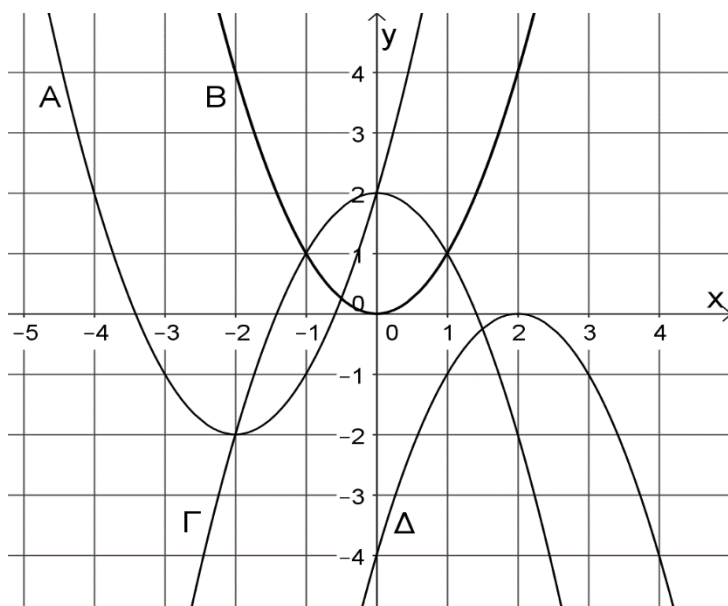
γωνίες $\widehat{ΒΑΓ}$ και $\widehat{ΒΚΓ}$. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

(4) Για καθένα από τα πιο κάτω σχήματα να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{x}$ ως άθροισμα ή διαφορά των άλλων διανυσμάτων, που δίνονται.





(5) Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχίζοντας κάθε γραφική παράσταση με τον σωστό τύπο.



Τύπος Συνάρτησης	Γραφική Παράσταση
$y = x^2$	
$y = -(x - 2)^2$	
$y = -x^2 + 2$	
$y = (x + 2)^2 - 2$	

(6) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 6x + 5 \geq 0$.

(7) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^2 - 2x + 3$, $x \in \mathbb{R}$.

(α) Να βρείτε την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της γραφικής παράστασης της f .

(β) Να εξετάσετε αν η f έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή και να την υπολογίσετε.

(8) Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{10\eta\mu\theta + 15\sigma\upsilon\nu\theta}{3 - 3\sigma\phi\theta}$.

(9) Αν για τη γωνία θ ισχύει $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$, να συμπληρώσετε τις πιο κάτω προτάσεις:

(α) αν $\eta\mu\theta = \eta\mu 60^\circ$, τότε $\theta =$ _____

(β) αν $\sigma\upsilon\nu\theta = -\sigma\upsilon\nu 20^\circ$, τότε $\theta =$ _____

(10) Οι μέγιστες θερμοκρασίες την πρώτη εβδομάδα του Ιούνη στη Λευκωσία το 2018, ήταν 25, 29, 30, 29, 25, 30, 28 βαθμοί Κελσίου. Να βρείτε:

(α) τη μέση τιμή των θερμοκρασιών

(β) την τυπική απόκλιση.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τα πέντε (5) θέματα. Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

(1) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 7x + 3 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2 =$

(β) $x_1 \cdot x_2 =$

(γ) $3x_1 + 4x_1 \cdot x_2 + 3x_2 =$

(δ) $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 =$

(2) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma.$$

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

(α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

(β) το σύνολο τιμών της συνάρτησης

(γ) το πρόσημο του a

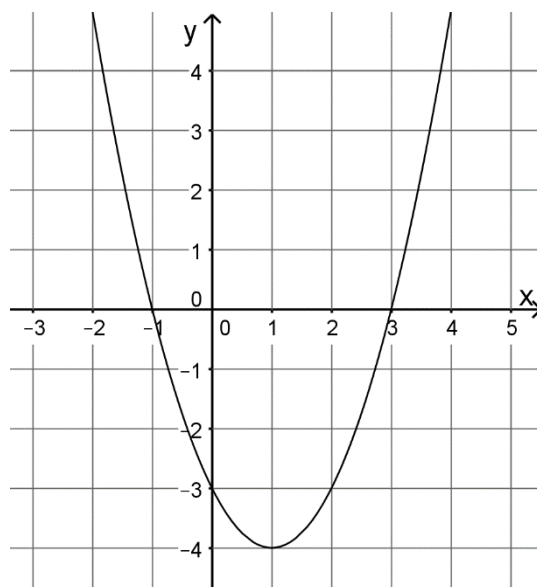
(δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(ε) την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης

(στ) την κορυφή της συνάρτησης

(ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

(η) την τιμή των a, b και γ



(3) Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

(α) $2\eta\mu^2\theta - 3\sigma\nu\eta^2\theta = 5\eta\mu^2\theta - 3$

(β) $\sigma\varphi\theta(\sigma\varphi\theta + \varepsilon\varphi\theta) = \frac{1}{\eta\mu^2\theta}$

(4) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - (2\mu - 1)x + \mu - 1 = 0$, $\mu \in R$, με ρίζες x_1, x_2 .

Να βρείτε τις τιμές του μ , ώστε η εξίσωση να έχει:

(α) λύση τον αριθμό 1

(β) ρίζες αντίθετες

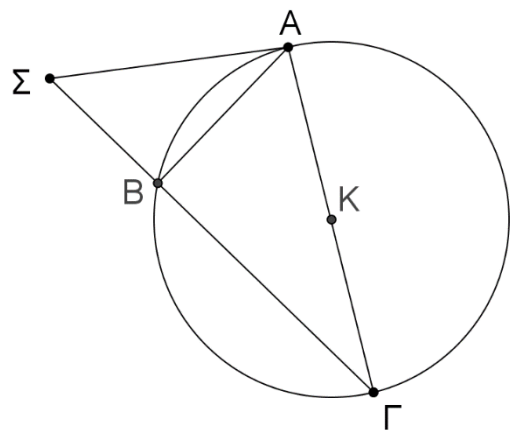
(γ) ρίζες αντίστροφες

(δ) άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενό τους.

(5) Δίνεται κύκλος (K, ρ) και σημείο Σ εκτός του κύκλου. Από το Σ φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα ΣA και τέμνουσα $\Sigma B\Gamma$. Αν $A\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου, να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Sigma B A$ είναι όμοια

(β) $(AB)^2 = (\Sigma B)(\Gamma B)$.



ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά κοινού κορμού

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου (3- ωρο)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2019

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 Ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε μελάνι. (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $x^3 - 27 = 0$

β) $\sqrt{x-1} = 3$

2) Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή .
(Να φαίνονται οι πράξεις σας)

α) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{2}{3-\sqrt{5}}$

3) Δίνεται η εξίσωση: $3x^2 - 5x - 9 = 0$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης.
Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $x_1 + x_2$

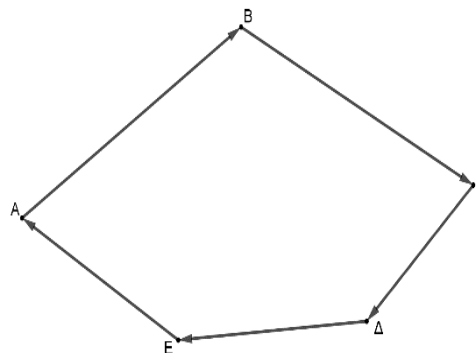
β) $x_1 \cdot x_2$

4) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε ο αριθμός 2 να είναι ρίζα της εξίσωσης
 $\lambda x^2 + 5x - 2(3\lambda - 1) = 0$

- 5) Να χρησιμοποιήσετε το διπλανό σχήμα, για να προσδιορίσετε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

(α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{GA} =$

(β) $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BE} =$

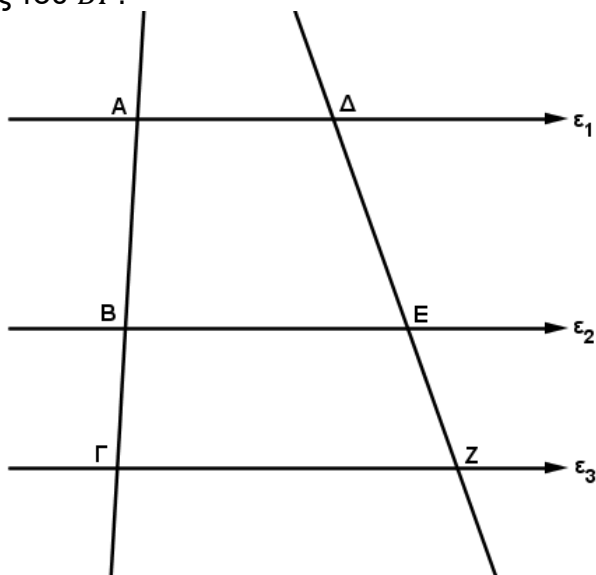


- 6) Να κάνετε τις πράξεις:

α) $6\sqrt{5} - 4\sqrt{45} + 2\sqrt{80} =$

β) $\sqrt{3 + \sqrt{33 + \sqrt{5 + \sqrt{11 + \sqrt{25}}}}}$

- 7) Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$. Αν $\Delta Z = 12cm$, $AB = 6cm$ και $EZ = 3cm$, να υπολογίστε το μήκος του $BΓ$.

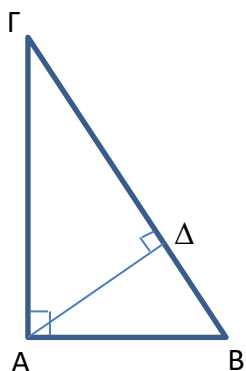


- 8) Να υπολογίσετε το μήκος της διακέντρου των κύκλων (Κ, 4cm) και (Λ, 5cm) έτσι ώστε:

(α) οι κύκλοι να εφάπτονται εξωτερικά

(β) οι κύκλοι να εφάπτονται εσωτερικά

- 9) Στο σχήμα $\hat{A} = 90^\circ$ και $AD =$ ύψος. Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση: $(BG)(AD) = (AG)(AB)$

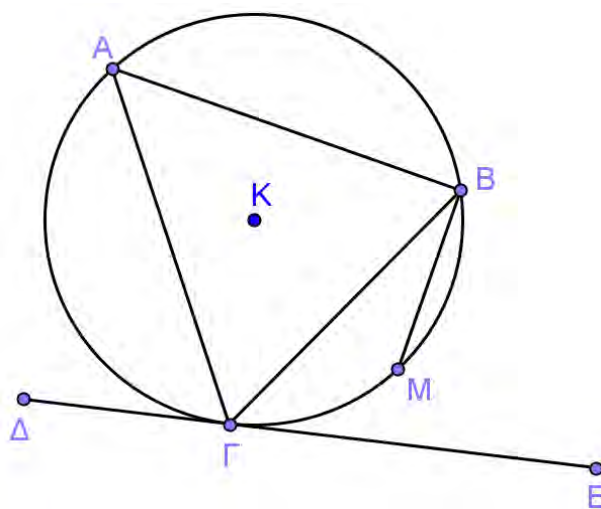


- 10) Στο διπλανό σχήμα η ευθεία ΔE είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Γ και το M είναι το μέσο του τόξου $B\Gamma$.

Αν $\angle AB\Gamma = 62^\circ$ και $\angle BM\Gamma = 100^\circ$, να

υπολογίσετε τις γωνίες $\angle A\Gamma\Delta$, $\angle B\Gamma M$ και $\angle K\Gamma A$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).

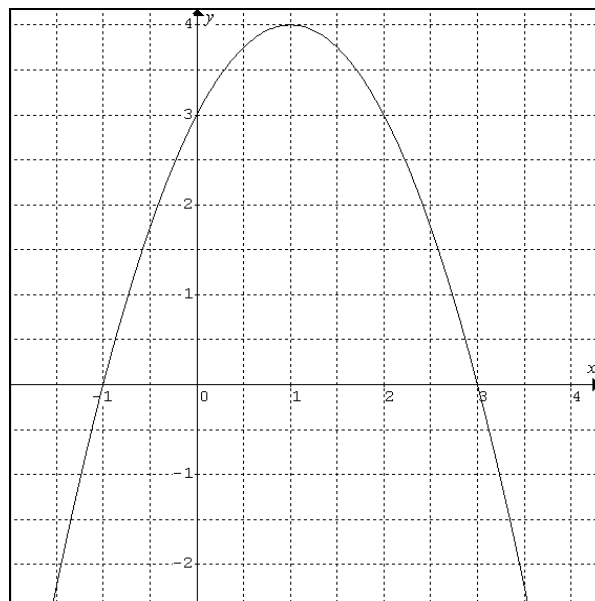


**ΜΕΡΟΣ Β' Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης (μ.2)
- τις συντεταγμένες της κορυφής (μ.1)
- τον άξονα συμμετρίας (μ.1)
- τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$ (μ.2)
- τις τιμές των a, b και c (μ.3)
- τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \leq 0$ (μ.1)



2. Δίνεται η εξίσωση $2\chi^2 - (\lambda - 2)\chi + \lambda^2 - 5\lambda + 6 = 0$ με ρίζες χ_1 και χ_2 .

Να βρείτε την τιμή του λ αν

α) το άθροισμα των ριζών της ισούται με 5

β) έχει ρίζες αντίθετες

γ) έχει ρίζες αντίστροφες

δ) ισχύει η σχέση $\frac{\chi_1 + 1}{\chi_2} + \frac{\chi_2 + 1}{\chi_1} = -2$

3. Η βαθμολογία 16 μαθητών σε ένα διαγώνισμα μαθηματικών ήταν:

8, 15, 13, 20, 9, 13, 17, 19, 20, 9, 10, 10, 15, 13, 14, 17.

Να υπολογίσετε:

α) Το εύρος των παρατηρήσεων.

β) Τη μέση τιμή των βαθμολογιών των μαθητών .

γ) Την επικρατούσα τιμή

δ) Την τυπική απόκλιση των βαθμολογιών των μαθητών.

ε) τον συντελεστή μεταβλητότητας των πιο πάνω βαθμολογιών και να εξετάσετε αν το δείγμα παρουσιάζει ομοιογένεια.

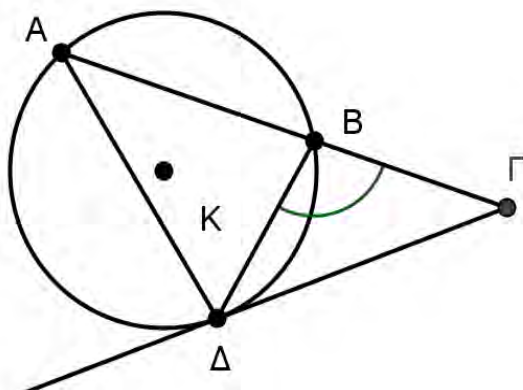
4. α) Να δείξετε τις πιο κάτω τριγωνομετρικές ταυτότητες.

I.
$$\frac{\varepsilon\phi^2\omega - 1}{\varepsilon\phi^2\omega + 1} = 1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\omega$$

II.
$$\frac{\eta\mu\kappa}{1 - \sigma\upsilon\nu\kappa} - \sigma\tau\epsilon\mu\kappa = \sigma\phi\kappa$$

β) Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της $A = \frac{10 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{9 \cdot \sigma\phi\theta + 6 \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\theta}$

5. Στο πιο κάτω σχήμα η $\Delta\Gamma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου (K,R) , η γωνία $\hat{\Delta B\Gamma} = 98^\circ$ και το μικρό τόξο $\widehat{AB} = 114^\circ$.
- (α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Delta$ και
- (β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.



-ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ---

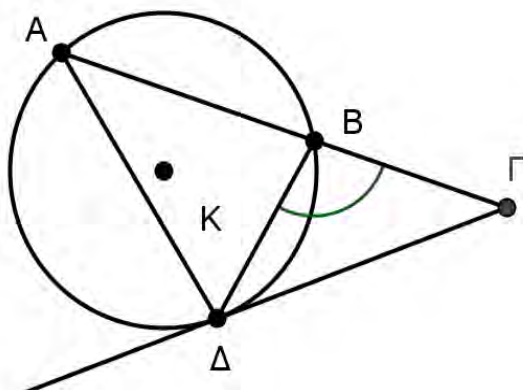
Εισηγητές
Δ.Τσιντίδου

Συντονίστρια Β.Δ.
Λ.Ηρακλέους

Η Διευθύντρια
Κ.Παπαντωνίου

.....
Σ.Χρυσάνθου

5. Στο πιο κάτω σχήμα η $\Delta\Gamma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου (K,R) , η γωνία $\hat{\Delta B\Gamma} = 98^\circ$ και το μικρό τόξο $\widehat{AB} = 114^\circ$.
- (α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Delta$ και
- (β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.



-ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ---

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Κυριακή Παπαντωνίου

.....

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

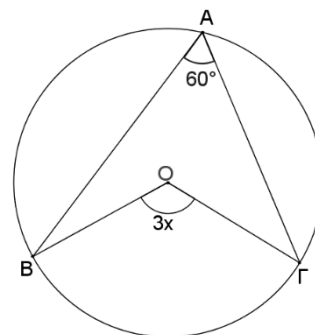
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη. Να απαντήσετε σε ΟΛΕΣ τις ερωτήσεις και των δύο (2) μερών στα φύλλα απαντήσεων.
- Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

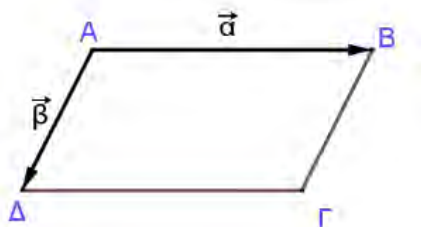
1. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 3x + 2 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε την τιμή των παραστάσεων: α) $x_1 + x_2$
β) $x_1 \cdot x_2$
2. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής): α) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$
β) $2\sqrt{16} + \sqrt[3]{8}$
3. Δίνεται κύκλος (Ο, R) με εγγεγραμμένη γωνία $BA\Gamma = 60^\circ$.
Να βρείτε την τιμή του x , αιτιολογώντας την απάντησή σας.



4. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης
 $A = 10\sigma\upsilon\nu\theta + 4\epsilon\varphi\theta$

5. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + x - 12 \geq 0$.

6. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο με $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{AD} = \vec{\beta}$. Να βρείτε τα διανύσματα $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{\Gamma B}$ και $\overrightarrow{B\Delta}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.



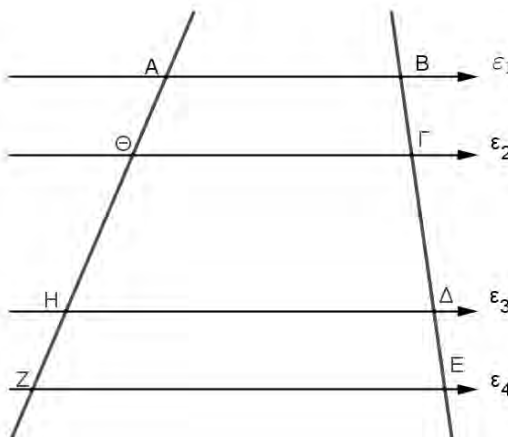
7. Δίνεται η παραβολή $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

Να βρείτε : α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

β) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

8. Ο Κώστας στο μάθημα των Μαθηματικών είχε τους ακόλουθους βαθμούς: 14 στο Α' τετράμηνο, 12 στο Β' τετράμηνο και 11 στην τελική εξέταση. Αν το βάρος της βαθμολογίας είναι 35% για κάθε τετράμηνο και 30% για την τελική εξέταση, να βρείτε τον σταθμισμένο μέσο όρο για το μάθημα των Μαθηματικών.

9. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3 // \varepsilon_4$. Αν $A\Theta = 3,5\text{cm}$, $B\Gamma = \Delta E = 2\text{cm}$ και $BE = 8\text{cm}$, να βρείτε το μήκος του ΘZ , αιτιολογώντας την απάντησή σας.



10. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{3x - 2} = 5$, $x \geq \frac{2}{3}$

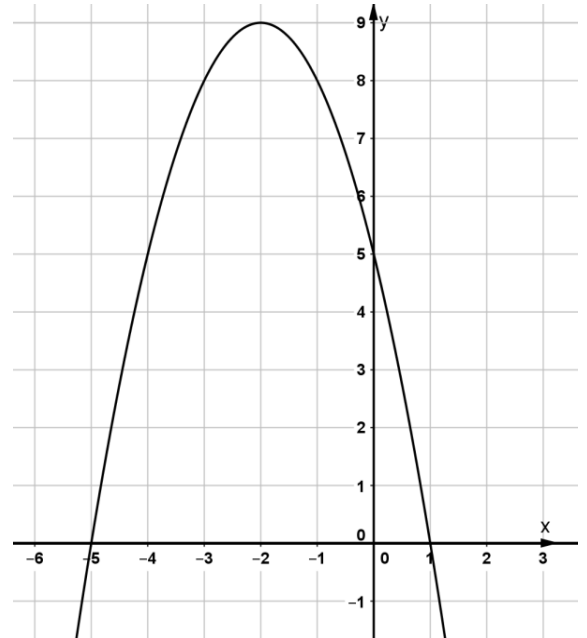
ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

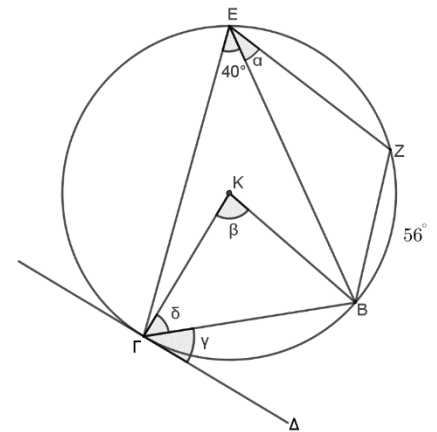
Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) Το πρόσημο του a
- β) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- γ) Την τιμή του γ
- δ) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- ε) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας



2. Δίνεται ο κύκλος (K, R) και $\Gamma\Delta$ εφαπτόμενη στο σημείο Γ .

Αν το τόξο $BZ = 56^\circ$ και η γωνία $\Gamma EB = 40^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ και δ , αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.



3. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 2(\lambda - 1)x + \lambda - 3 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ με λύσεις x_1, x_2 .

Να βρείτε τις τιμές του λ , έτσι ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) Λύσεις αντίθετες
- β) Λύσεις αντίστροφες
- γ) Μία λύση τον αριθμό -1
- δ) Άθροισμα λύσεων ίσο με το τριπλάσιο του γινομένου τους.

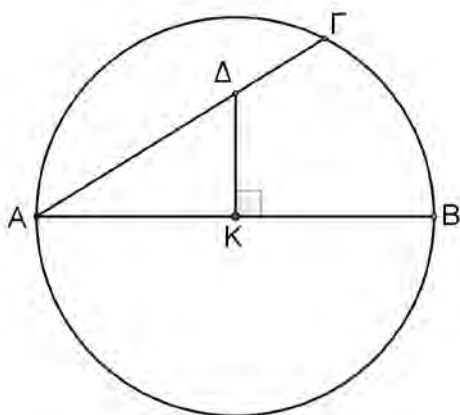
4. α) Αν $\alpha = 3\eta\mu\theta$ και $\beta = 3\sigma\upsilon\eta\theta$, να δείξετε ότι $\alpha^2 + \beta^2 = 9$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\epsilon\varphi\theta + \sigma\varphi\theta = \frac{1}{\eta\mu\theta\sigma\upsilon\eta\theta}$

5. Δίνεται κύκλος (Κ,Ρ) με χορδή ΑΓ και διάμετρο ΑΒ. Φέρουμε τη ΔΚ κάθετη στην ΑΒ στο σημείο Κ. Να δείξετε ότι:

(α) $(ΑΓ)(ΑΔ) = (ΑΒ)(ΚΑ)$

(β) Αν $ΑΒ = 10\text{cm}$ και $ΑΓ = 8\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος της ΒΓ και της ΑΔ.



Ο Διευθυντής

.....

Γιώργος Ιωσηφίδης

Εξεταστική επιτροπή

.....

Κυριακή Χριστοδούλου

.....

Σπύρος Νικολαΐδης

Οι Διδάσκοντες

.....

Αναστασία Αβερκίου

.....

Κυριακή Χριστοδούλου

.....

Πέτρος Κωνσταντίνου

.....

Σπύρος Νικολαΐδης

Ο Συντονιστής

.....

Χατζηγενοφώντος Ελ.

Ο Διευθυντής

.....

Γιώργος Ιωσηφίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Α'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28 / 05 / 2019

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____ ΤΜΗΜΑ: _____ ΑΡ: _____

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ.

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Να λύσετε όλα τα θέματα στις κόλλες απαντήσεων.
 2. Να γράφετε μόνο με **μπλε μελάνι** (στα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (υγρού ή ταινίας/Tipp Ex).
 4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

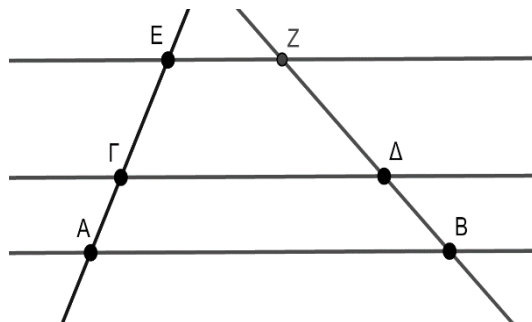
ΜΕΡΟΣ Α': Περιλαμβάνει 10 θέματα.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να απλοποιήσετε τις ακόλουθες παραστάσεις (να φαίνονται όλα τα βήματα):

α) $\sqrt{50} \div \sqrt{2}$

β) $\sqrt{18 - \sqrt[4]{16}}$

2. Στο σχήμα είναι $AB \parallel \Gamma\Delta \parallel EZ$. Αν $BZ = 18\text{ cm}$, $AE = 12\text{ cm}$ και $A\Gamma = 2\text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του $B\Delta$.



3. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 3x - 4 = 0$, με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

- α) $x_1 + x_2$ (μον: 1,5)
β) $x_1 \cdot x_2$ (μον: 1,5)
γ) $6x_1 + 6x_2 + 5x_1 \cdot x_2$ (μον: 2)

4. Το κόστος κατασκευής πέντε προϊόντων είναι: 30, 20, 30, 28, 12 ευρώ.

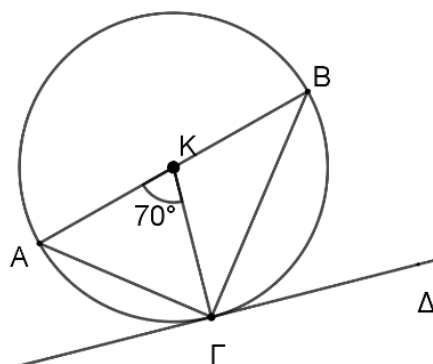
Να υπολογίσετε:

- α) την επικρατούσα τιμή (x_ε) (μον: 1)
β) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) (μον: 2)
γ) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων. (μον: 2)

5. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{5x^2-9x-2}{x^2-4}$

6. Στο σχήμα δίνεται κύκλος (Κ, R), AB διάμετρος, $\widehat{AK\Gamma} = 70^\circ$ και η ΓΔ εφαπτομένη του κύκλου στο Γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ και τη γωνία BΓΔ.

Να μεταφέρετε το σχήμα στο φύλλο απαντήσεων σας.



7. Αν το $\eta\mu\theta = \frac{6}{10}$ με $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης A, με χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων: $A = 20\sigma\upsilon\nu\theta + 16\epsilon\varphi\theta$.

8. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \alpha) + \sigma\upsilon\nu^2\alpha(1 + \epsilon\varphi^2\alpha) = 1 + \eta\mu\alpha$.

9. α) Να λύσετε την εξίσωση: $(5x - 2)^{\frac{1}{3}} = 2$, $x \geq \frac{2}{5}$ (μον: 1,5)

β) (i) Να κάνετε τις πράξεις: $(\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$ (μον: 1,5)

(ii) Να μετατρέψετε την παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή: $\frac{2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}$ (μον: 2)

10. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ ($\mu \in \mathbb{R}$), για τις οποίες η εξίσωση:

$$x^2 + (\mu - 2)x + 2 - \mu = 0$$

δεν έχει πραγματικές ρίζες.

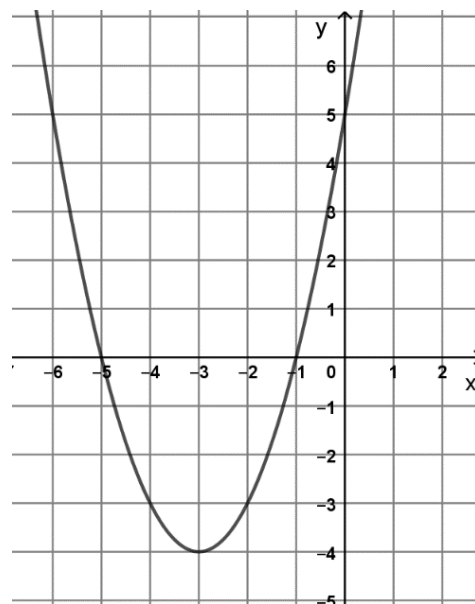
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α'

ΜΕΡΟΣ Β': Περιλαμβάνει 5 θέματα.**Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής: $f(x) = ax^2 + bx + c, a, b, c \in \mathbb{R}$ και $a \neq 0$.

Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της f (μον: 1)
β) το σύνολο τιμών της f (μον: 1)
γ) το πρόσημο του a (μον: 1)
δ) την τιμή του c (μον: 1)
ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας (μον: 1)
στ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$ (μον: 2)
ζ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ (μον: 1)
η) για ποιες τιμές του x ισχύει $ax^2 + bx + c \geq 0$ (μον: 2)



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 3)x + 4\lambda^2 - 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

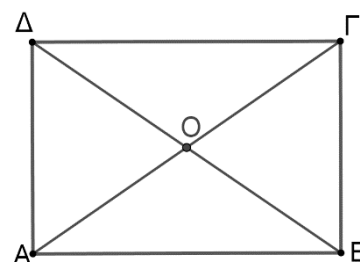
Να υπολογίσετε τις τιμές της παραμέτρου λ , ($\lambda \in \mathbb{R}$) ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) ρίζες αντίθετες (μον: 3)
β) ρίζες αντίστροφες (μον: 3)
γ) ρίζες που επαληθεύουν την σχέση: $(3 + x_1)(3 + x_2) = 16$ (μον: 4)

3. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ και Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του.

α) Να γράψετε ένα διάνυσμα:

- i. ίσο με το $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$
ii. αντίθετο του $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$
iii. παράλληλο του $\overrightarrow{AD}$
iv. ομόρροπο του $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$



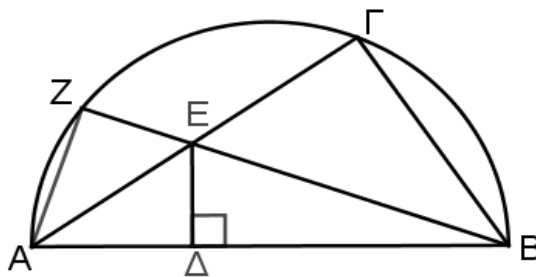
β) Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

- i. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$
ii. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AC}$
iii. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$
iv. $\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OB}$

4. Στο σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB και οι χορδές του AG και BZ που τέμνονται στο E. Φέρουμε την ED κάθετη στη διάμετρο AB.

Να δείξετε ότι:

- α) $(AE)(AG) = (AD)(AB)$ (μον: 4)
 β) Τα τρίγωνα BED και BAZ είναι όμοια (μον: 2)
 γ) $(AE)(AG) + (BE)(BZ) = (AB)^2$ (μον: 4)



Να μεταφέρετε το σχήμα στο φύλλο απαντήσεων σας.

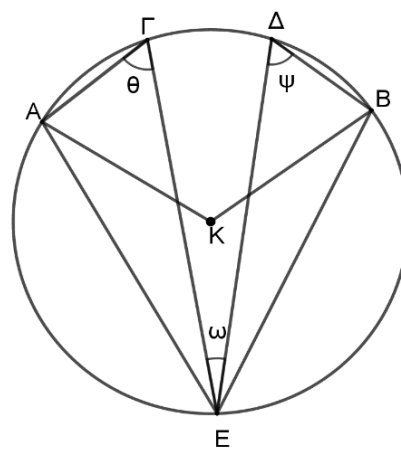
5. Στο σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και τα σημεία του A, B, Γ, Δ, E.

- α) Αν $\widehat{AEB} = 252^\circ$ και E το μέσο του, να δείξετε ότι $\hat{\theta} = \hat{\psi}$ και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

(μον: 4)

- β) Αν $\hat{\theta} = 63^\circ$, $\angle \hat{A}E = 97^\circ$ και $\widehat{BD} = 36^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας ω.

(μον: 6)



Να μεταφέρετε το σχήμα στο φύλλο απαντήσεων σας.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Η Διευθύντρια

Παρασκευούλα Κωνσταντινίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κ.Κ.

ΤΑΞΗ: Α Λυκείου

Ημερομηνία: 24/05/2019

Ώρα: 8:00 π.μ.

Χρόνος: 2,5 ώρες

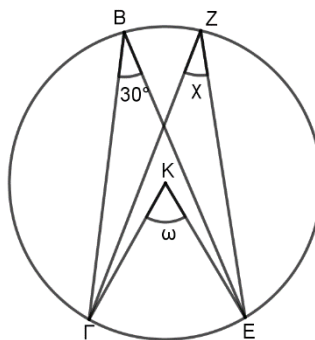
ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να χρησιμοποιείτε μόνο απλό στυλό μπλε ή μαύρου χρώματος.
2. Τα σχήματα μπορούν να γίνονται με μολύβι.
3. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
5. Δεν επιτρέπεται να δανείζεστε οτιδήποτε από συμμαθητές/τριες σας.
6. Η κατοχή κινητού τηλεφώνου **ισοδυναμεί με δολίευση**.
7. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

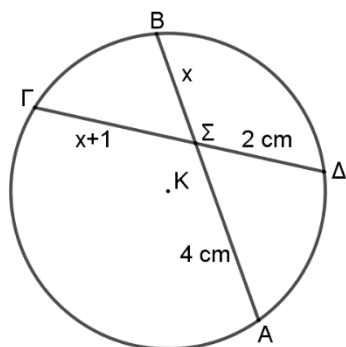
ΜΕΡΟΣ Α': (50 μονάδες)

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών χ και ω , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



2. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - x - 6 \geq 0$. Να παραστήσετε τις λύσεις στην ευθεία των πραγματικών αριθμών και σε μορφή **διαστήματος**.
3. Στο πιο κάτω σχήμα να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος x , δικαιολογώντας την απάντησή σας.



4. Τα έξοδα, σε ευρώ, ενός μαθητή στην καντίνα του σχολείου του κατά τον μήνα Φεβρουάριο του 2019, δίνονται στον πιο κάτω πίνακα. Να βρείτε:

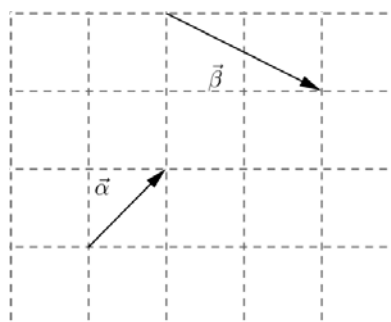
Έξοδα (€)	Συχνότητα
1	2
2	3
3	9
4	5
5	1
Σύνολο:	

- (α) Τη μέση τιμή των εξόδων του μαθητή (μον. 2)
 (β) Την επικρατούσα τιμή των εξόδων του μαθητή (μον. 1)
 (γ) Τη διάμεσο των εξόδων του μαθητή (μον. 2)

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Να σχεδιάσετε στην κόλλα με πλέγμα που σας έχει δοθεί, τα διανύσματα των ερωτημάτων (α) και (β).

(α) $3\vec{\alpha}$

(β) $\vec{\alpha} - \vec{\beta}$



6. Δίνεται η εξίσωση $4x^2 - 5x + 1 = 0$ με λύσεις x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων **χωρίς να λύσετε την εξίσωση**.

(α) $x_1 + x_2$ (μον. 1)

(β) $8x_1x_2$ (μον. 1)

(γ) $16x_1^2x_2 + 16x_1x_2^2 - \frac{1}{x_1x_2}$ (μον. 3)

7. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα, με ρητό παρονομαστή.

(α) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (μον. 2)

(β) $\frac{x - \sqrt{\psi}}{x + \sqrt{\psi}}$, για $x > 0$, $\psi > 0$, $x^2 \neq \psi$ (μον. 3)

8. Αν το $\eta\mu\chi = \frac{12}{15}$ και $90^\circ < \chi < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{30\eta\mu\chi - 12\sigma\phi\chi}{9\epsilon\phi\chi}.$$

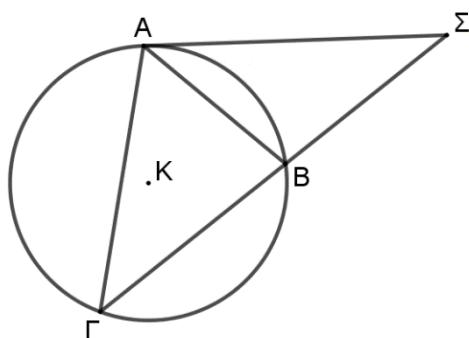
9. Να λύσετε το σύστημα

$$\left. \begin{array}{l} x-\psi=4 \\ 2x^2-3x\psi=20 \end{array} \right\}$$

10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο Σ εκτός αυτού. Αν ΣA εφαπτομένη του κύκλου και B μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $\Sigma\Gamma$, να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα ΣAB και $\Sigma\Gamma A$ είναι όμοια.

(β) ισχύει $(\Sigma A)^2 = 2(\Sigma B)^2$



Μέρος Β: (50 μονάδες)

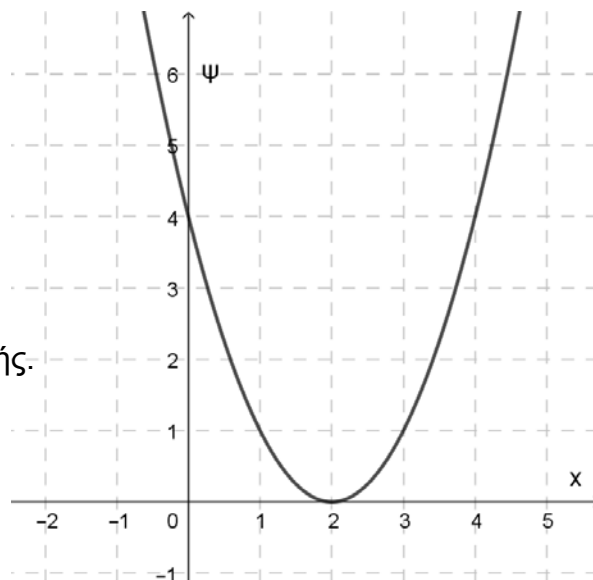
Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0, \quad a, b, \gamma \in \mathbb{R}.$$

(α) Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (i) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$. (μον. 2)
- (ii) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ , του a καθώς και την τιμή του γ . (μον. 3)
- (iii) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής. (μον. 2)
- (iv) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$. (μον. 1)
- (v) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$. (μον. 1)



(β) Να γραφεί το τριώνυμο $f(x)$ στη μορφή $a(x+\kappa)^2 + \lambda$.

(μον. 1)

2. Σε ένα λύκειο της Λευκωσίας ο διευθυντής ανέθεσε σε μια πενταμελή επιτροπή να κάνει μια έρευνα, για το πόσοι μαθητές από τα 16 τμήματα του λυκείου προτιμούν να πηγαίνουν στο σχολείο χωρίς την καθιερωμένη στολή. Ο διευθυντής, είχε σκοπό, αν το αποτέλεσμα της έρευνας αυτής παρουσιάσει ομοιογένεια, να επιτρέψει στους μαθητές να πηγαίνουν στο σχολείο τον τελευταίο μήνα του σχολικού έτους χωρίς την καθιερωμένη στολή του σχολείου.

Οι παρατηρήσεις της έρευνας ανά τμήμα φαίνονται πιο κάτω:

16,18,8,18,12,10,9,13,16,20,15,13,14,10,20,12

(α) Να βρείτε:

(i) το εύρος. (μον. 1)

(ii) τη μέση τιμή ($\bar{x}$). (μον. 2)

(iii) την τυπική απόκλιση (s) των παρατηρήσεων της έρευνας. (μον. 5)

(β) Αφού βρείτε τον συντελεστή μεταβολής (CV) των παρατηρήσεων, να συμπεράνετε αν τελικά ο διευθυντής θα επιτρέψει στους μαθητές να μην φορούν την καθιερωμένη στολή του σχολείου τον τελευταίο μήνα, δικαιολογώντας την απάντησή σας. (μον. 2)

3. Δίνεται η εξίσωση $(\kappa-1)x^2 - \kappa x + 2(\kappa+1) = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$, $\kappa \neq 1$.

Αν x_1, x_2 οι λύσεις της πιο πάνω εξίσωσης, να υπολογίσετε τις τιμές του κ για τις οποίες:

(α) η εξίσωση έχει λύσεις αντίστροφες. (μον. 3)

(β) η μια λύση της είναι ίση με 2 (μον. 2)

(γ) ισχύει η σχέση: $x_1^2 + x_2^2 = 0$.

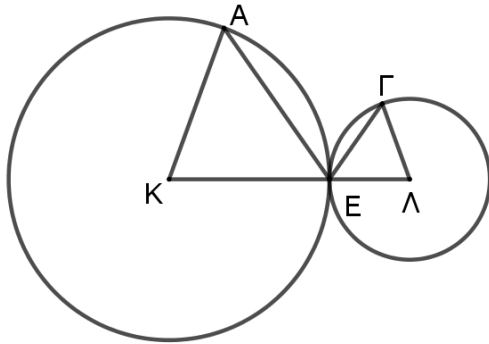
(Η απάντηση σας να γραφτεί με ρητό παρονομαστή). (μον. 5)

4. (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{(\sin\theta + \eta\mu\theta)^2}{\eta\mu\theta\sin\theta} - \frac{1}{\eta\mu\theta\sin\theta} = 2$

(β) Χρησιμοποιώντας την πιο πάνω ταυτότητα ή με άλλη μαθηματική μέθοδο, να δείξετε ότι για την εξίσωση δευτέρου βαθμού $(\eta\mu\theta \cdot \sin\theta) x^2 - (\sin\theta + \eta\mu\theta)^2 x + 1 = 0$ με

λύσεις x_1, x_2 , ισχύει: $\left(\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} - 3 \right) \cdot x_1 x_2 = 6$

5. Στο πιο κάτω σχήμα οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) με $R=2\rho$ εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο E . Αν $\angle A\hat{E}\Gamma = 70^\circ$, $AE=10\text{cm}$ και $K\Lambda$ η διάκεντρος (δ) των δυο κύκλων:
- (α) να δείξετε ότι τα τρίγωνα KEA και $\Lambda E\Gamma$ είναι όμοια. (μον.: 5)
- (β) να υπολογίσετε το μήκος του ΓE . (μον.: 3)
- (γ) να δείξετε ότι $\delta=3\rho$. (μον.: 2)





ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΜΙΤΣΗ ΛΕΜΥΘΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2018 - 2019

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΤΑΞΗ : Α' Λυκείου
ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά Κ.Κ.

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 27 Μαΐου 2019
ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 07:45-10:15

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2 ώρες και 30 λεπτά

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη (Α,Β), πέντε (5) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Οι απαντήσεις να δοθούν στα φύλλα απαντήσεων. Να συμπληρώσετε το ονοματεπώνυμό σας, σε όλα τα φύλλα απαντήσεων, με την έναρξη της εξέτασης.
2. Να απαντήσετε **σε όλα** τα ερωτήματα.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
4. Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Να χρησιμοποιήσετε μόνο μπλε μελάνι για τα κείμενα των απαντήσεών σας και μολύβι για τα σχέδια.

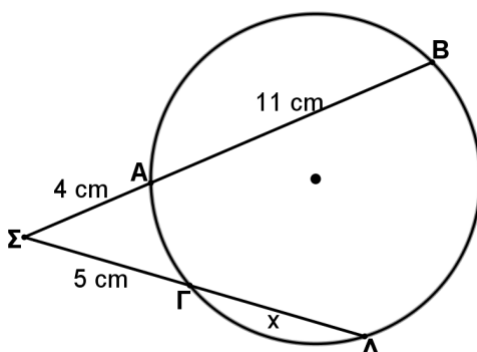
ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή:

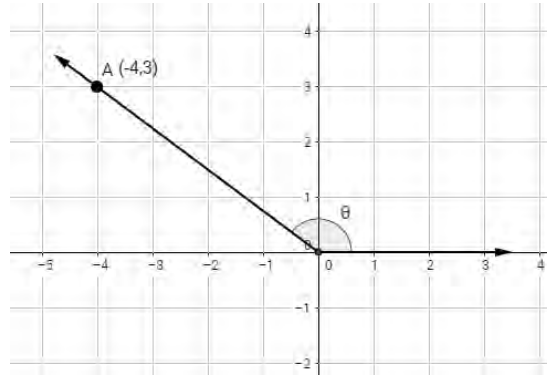
α) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$

2. Στο παρακάτω σχήμα οι ΣΑΒ και ΣΓΔ είναι τέμνουσες του κύκλου με ΣΑ=4cm, ΑΒ=11cm, ΣΓ=5cm και ΓΔ=x. Να υπολογίσετε την τιμή του x.



3. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γωνία θ σε κανονική θέση και σημείο $A(-4,3)$ της τελικής της πλευράς. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$ της γωνιάς θ .



4. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 6x + 1 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης, χωρίς να λύσετε την εξίσωση να υπολογίσετε τα παρακάτω: (μ. 1,5/1,5/2)

α) $x_1 + x_2$

β) $x_1 \cdot x_2$

γ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$.

5. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ο κύκλος (K, R) και τα σημεία του A, B, Γ, Δ . Η ευθεία (ϵ) είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ . Αν η γωνία $\widehat{A\Gamma\Delta} = 110^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\alpha}$, $\widehat{\chi}$ και $\widehat{\omega}$ καθώς και το τόξο $\widehat{A\Delta\Gamma}$, αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.

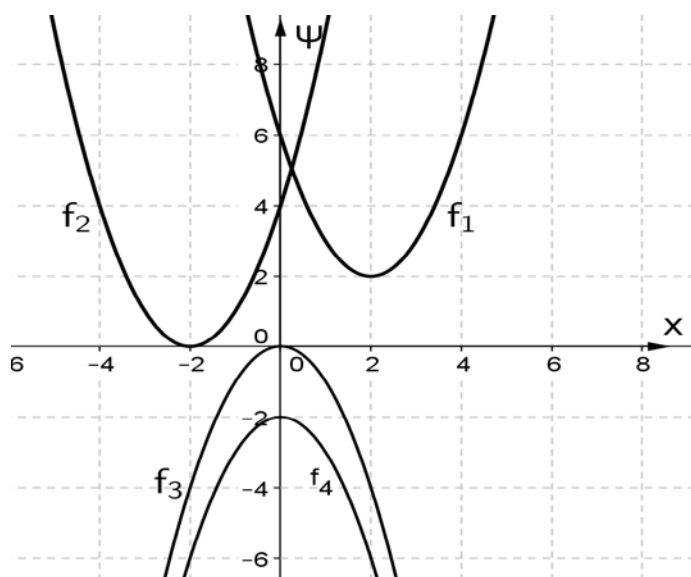
6. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + 2x - 15 \leq 0$.

7. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\epsilon\varphi\chi + \sigma\varphi\chi = \frac{1}{\eta\mu\chi \cdot \sigma\upsilon\nu\chi}$.

8. Ένας μαθητής πήρε τους εξής βαθμούς στα διαγωνίσματα των μαθηματικών κατά τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς που μας πέρασε 13,14,11,13,18,11,18. (μ. 2/2/1)
 Να βρείτε:
- α) τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των βαθμών του μαθητή
 - β) την τυπική απόκλιση (s) των βαθμών του
 - γ) το συντελεστή μεταβλητότητας (CV) των βαθμών του μαθητή.

9. Να λύσετε την εξίσωση: $(3x+1)^{\frac{5}{2}} = 32, x \geq -\frac{1}{3}$.

10. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f_1, f_2, f_3, f_4 . Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχώντας κάθε γραφική παράσταση με τον σωστό τύπο.



Τύπος Συνάρτησης	$\psi = (x-2)^2 + 2$	$\psi = (x+2)^2$	$\psi = -x^2 - 2$	$\psi = -x^2$
Γραφική Παράσταση				

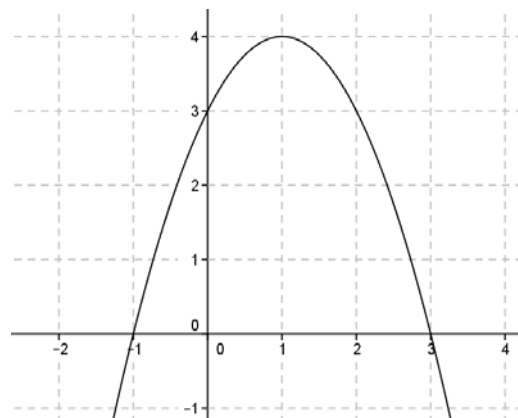
ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε ορθή άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

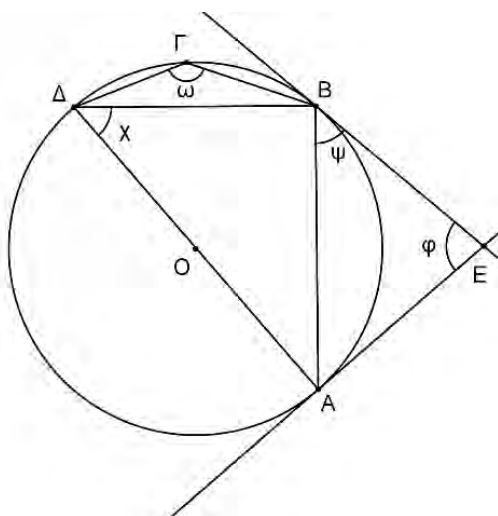
1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$.

Να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$
- το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και του α
- την τιμή του γ
- τις συντεταγμένες της κορυφής της γραφικής παράστασης της $f(x)$
- τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- τα διαστήματα στα οποία αληθεύει η ανίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma > 0$
- να υπολογίσετε την τιμή του S και P .



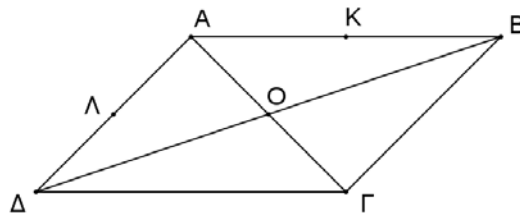
2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) και οι εφαπτόμενες του AE και BE . Αν $\angle BAD = 40^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$, $\hat{\psi}$, $\hat{\phi}$ και $\hat{\omega}$. Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



3. α) Δίνεται η παράσταση $A = \frac{10 \cdot \epsilon\phi\theta + 13 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{12 \cdot \sigma\phi\theta + 14}$. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{12}{13}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να αποδείξετε ότι $A=1$.

β) Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2\eta\mu\theta \cdot x + 1 - \sigma\upsilon\nu^2\theta = 0$, να δείξετε (χωρίς να λύσετε την εξίσωση), ότι η εξίσωση έχει λύσεις πραγματικές και ίσες.

4. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με Κ και Λ τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΔ αντίστοιχα.



α) Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

i) $\overrightarrow{ΔΓ} + \overrightarrow{ΔΑ}$

ii) $\overrightarrow{ΒΓ} + \overrightarrow{ΓΔ} + \overrightarrow{ΔΑ}$

iii) $\overrightarrow{ΑΒ} - \overrightarrow{ΓΒ}$

β) Αν $\overrightarrow{ΑΒ} = 2\vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{ΑΔ} = 2\vec{\beta}$, να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{ΑΓ}$, $\overrightarrow{ΚΛ}$ και $\overrightarrow{ΚΟ}$ συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$.

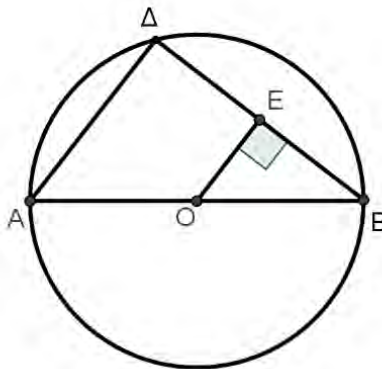
5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται κύκλος (Ο,ρ), Δ σημείο του κύκλου, ΑΒ διάμετρος και $ΟΕ \perp ΔΒ$. Να δείξετε (δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας) ότι:

α) τα τρίγωνα ΑΔΒ και ΟΕΒ είναι όμοια και

β) ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

i) $(ΑΔ) \cdot (ΟΒ) = (ΟΕ) \cdot (ΑΒ)$

ii) $(ΑΔ) = 2 \cdot (ΟΕ)$.



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Οι Εισηγητές

Ο Συντονιστής

Η Διευθύντρια

Μιχάλης Πηλαβάκης

Γιάννης Νικολαΐδης

Όλγα Λοϊζιά

Κλεονίκη Χριστοδούλου

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2019**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**
ΤΑΞΗ: **Α' Λυκείου**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **30/05/2019**
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: **2,5 ώρες**

ΟΔΗΓΙΕΣ:

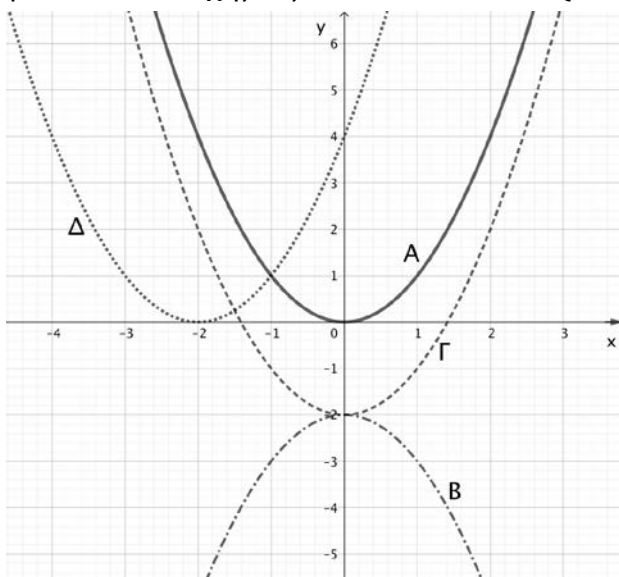
- Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α' (50 μονάδες)

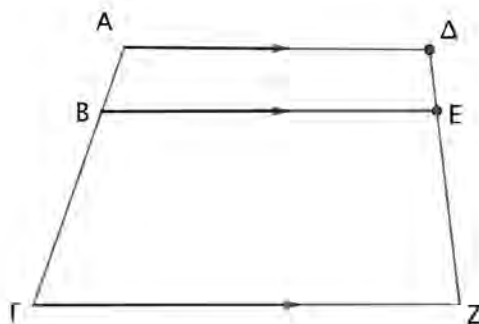
Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ αν:
 - $\eta\mu \theta > 0$ και $\epsilon\varphi \theta > 0$
 - $\sigma\upsilon\nu \theta < 0$ και $\eta\mu \theta < 0$
- Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 5x - 11 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:
 - $x_1 + x_2 =$
 - $x_1 \cdot x_2 =$
 - $5x_1 + 5x_2$ (μονάδες 2+2+1)
- Να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχώντας κάθε γραφική παράσταση A, B, Γ, Δ που φαίνεται στο σχήμα, με τον σωστό τύπο (Ο πίνακας να αντιγραφεί στο γραπτό σας).



ΤΥΠΟΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ	ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ
$y = x^2$	
$y = (x + 2)^2$	
$y = -x^2 - 2$	
$y = x^2 - 2$	

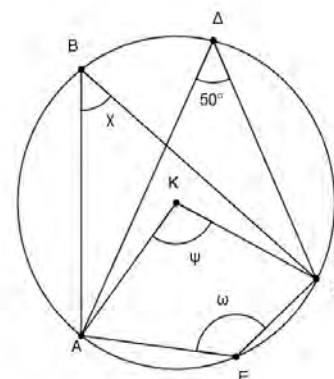
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AB = 5\text{ cm}$, $AG = 15\text{ cm}$, $EZ = 12\text{ cm}$ και $AD \parallel BE \parallel GZ$.
Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος DE .



5. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $\sqrt[3]{2x-5} = 1, \quad x \geq \frac{5}{2}$ β) $(x+1)^{\frac{1}{4}} = 2, \quad x \geq -1$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και $\angle A\hat{D}\Gamma = 50^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες x, ψ , και ω (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



7. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 2x - 15 > 0$

8. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2x} = \sigma\upsilon\nu^2x$

9. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 3x^2 + 2xy = -3 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x^2 + (\lambda + 2)x + 5 - \lambda$. Να απαντήσετε στις παρακάτω προτάσεις και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

- α) Να αναφέρετε αν έχει ελάχιστο ή μέγιστο σημείο. (μονάδες 1)
β) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η συνάρτηση να έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -3$. (μονάδες 2)
γ) Αν $\lambda = 16$, να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της. (μονάδες 2)

ΜΕΡΟΣ Β' (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \sqrt[3]{81} : \sqrt[3]{3} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ και $B = \frac{1}{2 - \sqrt{2}} + \frac{1}{2 + \sqrt{2}}$

α) Να αποδείξετε ότι $A = 11$ και $B = 2$. (μονάδες 4)

β) Να λύσετε την εξίσωση $x^3 = -4B$ (μονάδες 3)

γ) Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τις τιμές των A και B .

(μονάδες 3)

2. Σε ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$, να σημειώσετε με K το μέσο της διαγώνιου ΔB .

α) Να γράψετε ένα διάνυσμα που να αντιστοιχεί στα πιο κάτω διανύσματα:

i) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} =$

ii) $\overrightarrow{\Gamma\Delta} + \overrightarrow{\Delta A} + \overrightarrow{AB} =$

iii) $\overrightarrow{\Gamma\Delta} - \overrightarrow{\Gamma B} =$

iv) $\overrightarrow{\Delta A} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} + \overrightarrow{\Gamma\Delta} =$

(μονάδες 5)

β) Να γράψετε ένα διάνυσμα που να είναι:

i) αντίρροπο με το διάνυσμα $\overrightarrow{A\Delta}$

ii) ίσο με το διάνυσμα $\overrightarrow{B\Gamma}$

(μονάδες 2)

γ) Αν $\overrightarrow{\Delta\Gamma} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{\Delta A} = \vec{\beta}$, να δείξετε ότι $\overrightarrow{\Delta K} = \frac{1}{2}(\vec{\alpha} + \vec{\beta})$

(μονάδες 3)

3. Ο αριθμός των μηνυμάτων ανά ημέρα που έστειλε η Αγγελική με το κινητό της κατά την διάρκεια της προηγούμενης εβδομάδας είναι:

5, 8, 11, 4, 16, 8, 4

Να υπολογίσετε:

α) το εύρος των παρατηρήσεων

(μονάδες 1)

β) τη μέση τιμή τους

(μονάδες 3)

γ) την τυπική απόκλιση

(μονάδες 4)

δ) τον συντελεστή μεταβλητότητας (C.V) των πιο πάνω παρατηρήσεων. Να

αναφέρεται αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

(μονάδες 2)

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K,R) με EA και EB εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου.

α) Να αποδείξετε ότι $EA = EB$.

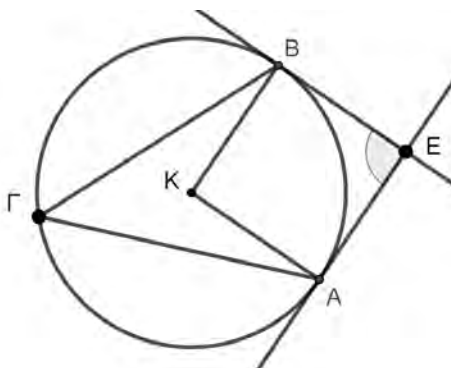
(μονάδες 4)

β) Αν στο ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AEB$ ισχύει $\hat{AEB} = 90^\circ$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle AKB$ είναι ορθογώνιο.

(μονάδες 4)

γ) Αν επιπλέον $AB = 8\text{cm}$, να υπολογίσετε την ακτίνα R του κύκλου.

(μονάδες 2)



5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ύψος AD . Η διχοτόμος της γωνίας B τέμνει το ύψος AD στο σημείο E και την πλευρά $A\Gamma$ στο σημείο Z .

(α) Να δείξετε ότι:

i) Τα τρίγωνα $\triangle BDE$ και $\triangle ABZ$ είναι όμοια.

(μονάδες 5)

ii) $(AB) \cdot (EB) = (BD) \cdot (BZ)$

(μονάδες 2,5)

(β) Αν $AB = 3 \cdot (BD)$ και $EB = 3\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του BZ .

(μονάδες 2,5)

Ο Διευθυντής

Δημητρίου Αλέξανδρος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ (3-ωρο)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 / 05 / 2019

ΧΡΟΝΟΣ: 2.30'

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ:

ΒΑΘΜΟΣ ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

100	20

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:ΤΜΗΜΑ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

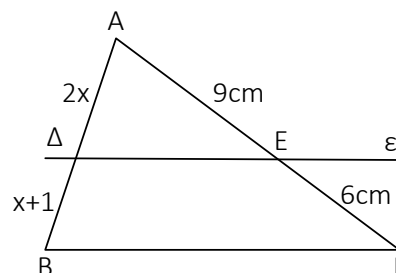
1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να εκτελέσετε τις πράξεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

$$(α) \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}} \quad (β) \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7^2}$$

2. Να κατασκευάσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού που να έχει ρίζες $x_1 = -2$ και $x_2 = 6$.
3. Στο πιο κάτω σχήμα, η ευθεία ε είναι παράλληλη προς την πλευρά ΒΓ του τριγώνου ΑΒΓ, ΑΕ = 9cm, ΕΓ = 6cm, ΑΔ = 2x και ΔΒ = x + 1. Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων ΑΔ και ΔΒ.



4. Στο πιο κάτω σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο. Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{x}$ και $\overrightarrow{B\Gamma} = \vec{\psi}$, να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{x}$ και $\vec{\psi}$:

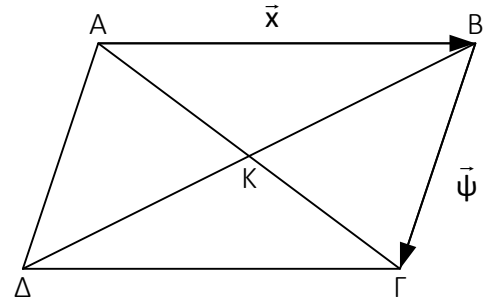
(α) $\overrightarrow{\Delta\Gamma} =$

(β) $\overrightarrow{\Delta A} =$

(γ) $\overrightarrow{A\Gamma} =$

(δ) $\overrightarrow{B\Delta} =$

(ε) $\overrightarrow{BK} =$



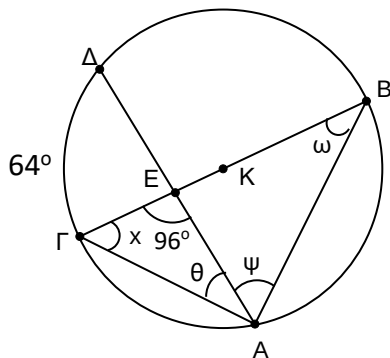
5. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 10x + 24 \geq 0$

6. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις στο διάστημα $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$:

(α) $\sin x = -\sin 55^\circ$

(β) $\epsilon\phi x = \sigma\phi 63^\circ$

7. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται ένας κύκλος με κέντρο K, μία διάμετρος του BΓ και μία χορδή του AΔ η οποία τέμνει τη διάμετρο BΓ στο E. Αν $\hat{A}\Delta = 64^\circ$ και $\hat{G}\hat{E}A = 96^\circ$, να βρείτε τα μέτρα των γωνιών θ , x , ψ και ω δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



8. Οι βαθμοί του Γιώργου στα διαγωνίσματα των Μαθηματικών αυτή τη σχολική χρονιά ήταν 12, 15, 13, 17, 18.

(α) Να βρείτε τη μέση τιμή, την τυπική απόκλιση και τον συντελεστή μεταβλητότητας των βαθμών του Γιώργου. (4μ.)

(β) Να εξετάσετε αν οι βαθμοί του Γιώργου παρουσιάζουν ομοιογένεια δικαιολογώντας την απάντησή σας. (1μ.)

9. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - xy = 35 \end{cases}$$

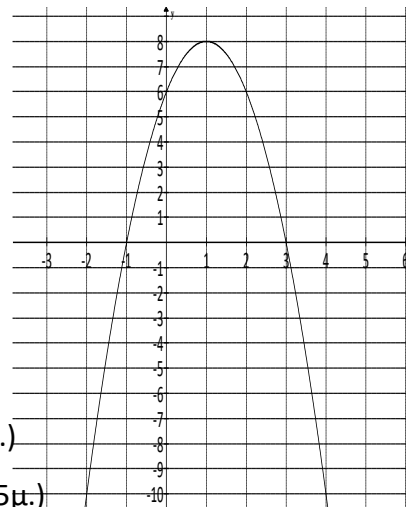
10. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\epsilon\phi x - \eta\mu x)(1 + \sin x) = \frac{\eta\mu^3 x}{\sin x}$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.

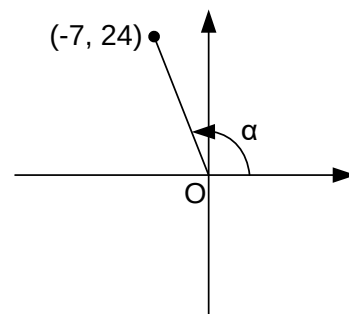
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) το πρόσημο του a _____ (0,5μ.)
(β) τις συντεταγμένες της κορυφής _____ (1μ.)
(γ) το είδος του ακροτάτου (μέγιστο ή ελάχιστο) _____ (0,5μ.)
(δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας _____ (1μ.)
(ε) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ του $f(x)$ _____ (0,5μ.)
(στ) το σύνολο τιμών της συνάρτησης _____ (1μ.)
(ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ _____ (1μ.)
(η) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \leq 0$ _____ (1,5μ.)
(θ) τις τιμές των a, b, γ . _____ (3μ.)



2. Η τελική πλευρά μιας γωνίας α περνά από το σημείο $(-7, 24)$, ενώ για μια άλλη γωνία β ισχύει ότι $\sin \beta = -\frac{12}{13}$, $180^\circ < \beta < 270^\circ$.
Να δείξετε ότι: $25\sin \alpha - 26\eta\mu\beta - 24\sigma\phi\alpha - 24\epsilon\phi\beta = 0$



3. Να λύσετε τις εξισώσεις για τις πραγματικές τιμές του x :

(α) $\sqrt[5]{9x - 4} = 2$ (4μ.)

(β) $(x^4 + 65)^{\frac{3}{4}} = 27$ (6μ.)

4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 2)x + \lambda - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- (α) Να δείξετε ότι έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (3μ.)
(β) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ
(i) έχει ρίζα τον αριθμό 2 (1,5μ.)
(ii) έχει ρίζες αντίθετες (1,5μ.)
(iii) έχει ρίζες αντίστροφες (1,5μ.)
(iv) ισχύει: $3x_1 - 2x_1 \cdot x_2 + 3x_2 = 10$ (2,5μ.)

5. Από σημείο Ρ που βρίσκεται εκτός κύκλου φέρνουμε την εφαπτομένη ΡΑ (Α σημείο επαφής) και τέμνουσα ΡΒΓ του κύκλου. Η διχοτόμος της γωνίας ΓΡΑ τέμνει την ΑΒ στο Κ και την ΑΓ στο Δ. Να αποδείξετε ότι :

(α) τα τρίγωνα ΑΚΡ και ΓΔΡ είναι όμοια,

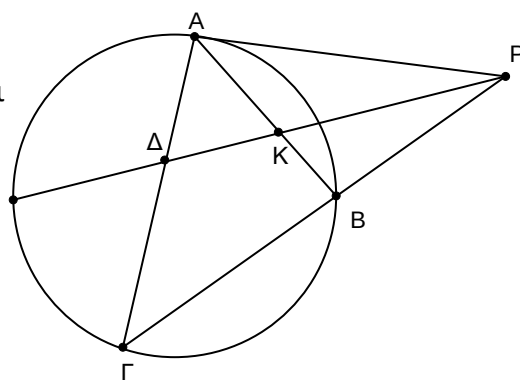
(5μ.)

$$(\beta) \quad (KP)(\Gamma P) = (AP)(\Delta P),$$

(2μ.)

$$(\gamma) \quad A\hat{\Delta}P = B\hat{K}P.$$

(3μ.)



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2019

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 07.45

ΩΡΑ ΛΗΞΗΣ: 10.15

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....

ΤΜΗΜΑ:.....

ΑΡΙΘΜΟΣ:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **επτά (7)** σελίδες.
2. Να γράφετε μόνο με **μπλε** μελάνι.
3. **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Τα προσωπικά σας στοιχεία και οι **λύσεις** των ασκήσεων να γραφούν στα φύλλα εξέτασης.
6. Τα σχήματα των ασκήσεων να **μεταφέρονται** στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

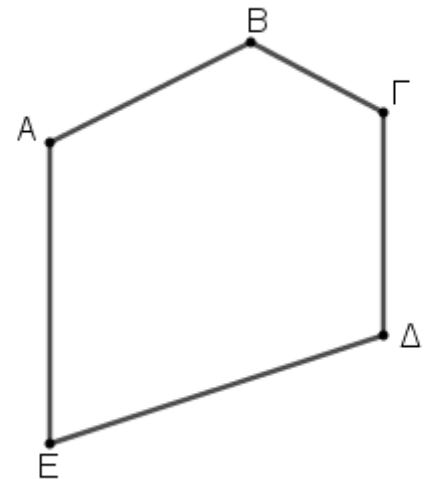
A1. Να γράψετε τους πιο κάτω τριγωνομετρικούς αριθμούς ως τριγωνομετρικούς αριθμούς οξείας γωνίας:

(α) $\eta\mu 170^\circ$

(β) $\epsilon\phi 130^\circ$

A2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το πολύγωνο ΑΒΓΔΕ. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις ισότητες.

(α)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AG}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(β)	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AE}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(γ)	$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{AE}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(δ)	$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
(ε)	$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{BD} = \vec{0}$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ



A3. Αν χ_1, χ_2 είναι λύσεις της εξίσωσης $\chi^2 - 5\chi + 4 = 0$, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων (χωρίς να λύσετε την εξίσωση).

- (α) $\chi_1 + \chi_2$ (μον. 1)
- (β) $\chi_1 \cdot \chi_2$ (μον. 1)
- (γ) $5\chi_1 + 3\chi_1 \cdot \chi_2 + 5\chi_2$ (μον. 1,5)
- (δ) $\frac{2}{\chi_1} + \frac{2}{\chi_2}$ (μον. 1,5)

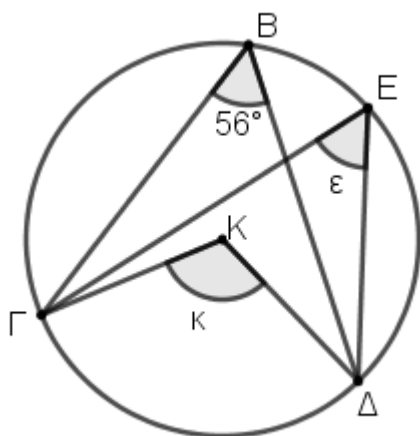
A4. Να απλοποιήσετε την παράσταση, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

$$(\sqrt{300} - 2\sqrt{27} + \sqrt{12}) : \sqrt{48} =$$

A5. (α) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $x^2 - 2x - 3$. (μον.3)

(β) Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 2x - 3 \leq 0$. (μον.2)

A6. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K,R) . Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας ϵ και κ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



A7. Στο διαγώνισμα των Μαθηματικών της Α' Λυκείου για το β' τετράμηνο, η μέση τιμή των βαθμών του τμήματος A_{01} ήταν 17,5 και η τυπική απόκλιση 3,2 ενώ του τμήματος A_{21} η μέση τιμή ήταν 16,5 και η τυπική απόκλιση 1,5.

(α) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας για τα δύο τμήματα. (μον.3)

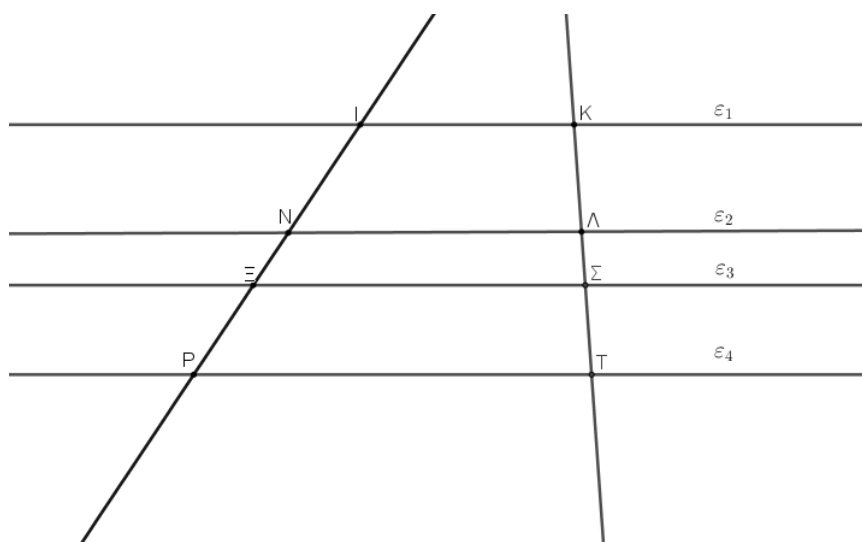
(β) Να συγκρίνετε την ομοιογένεια των βαθμών των δύο τμημάτων. (μον.2)

A8. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

(β) $\frac{1}{2-\sqrt{5}}$

A9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $IN = 5\text{cm}$, $NΞ = 2\text{cm}$, $IP = 10\text{cm}$ και $KT = 7\text{cm}$ $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$.
Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $ΚΛ$, $ΣΤ$ και $ΚΣ$.



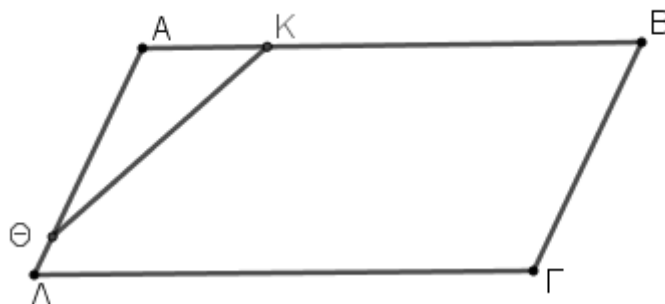
A10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$. Αν $\overrightarrow{ΑΒ} = 4\vec{α}$, $\overrightarrow{ΒΓ} = 4\vec{β}$, $\overrightarrow{ΑΚ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{ΑΒ}$ και $\overrightarrow{ΘΔ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{ΑΔ}$. Να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{α}$ και $\vec{β}$:

(α) $\overrightarrow{ΑΓ}$

(β) $\overrightarrow{ΒΘ}$

(γ) $\overrightarrow{ΘΚ}$

(δ) $\overrightarrow{ΔΒ}$



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

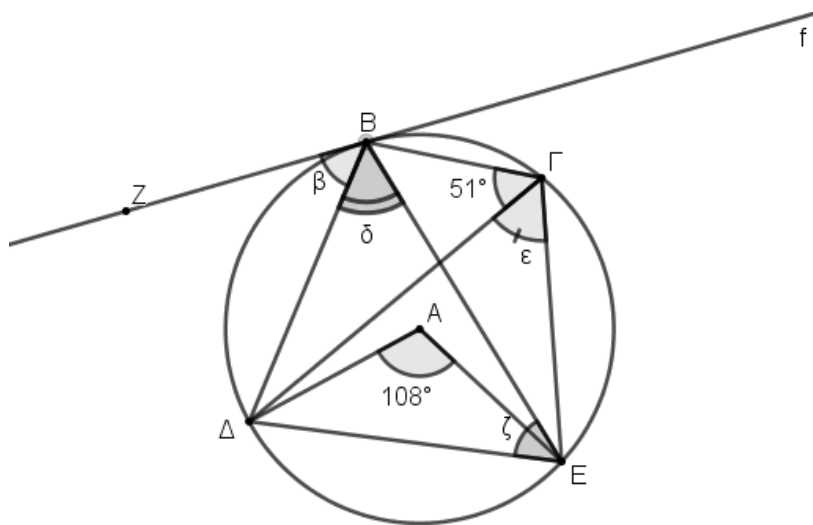
B1. (α) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$\sin^2 \theta + \sin^2 \theta \cdot \varepsilon \phi^2 \theta = 1$$

(β) Αν $\sin \theta = \frac{4}{5}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{8\varepsilon \phi \theta - 5\eta \mu \theta}{3\sigma \phi \theta}.$$

B2. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος (Α, R) και η ευθεία (f) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Β. Να υπολογίσετε τις γωνίες β, δ, ε, ζ και το μέτρο του τόξου ΒΓΕ δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας .



B3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 2)x + 2\lambda + 1 = 0$.

Να βρείτε την τιμή του λ, $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:

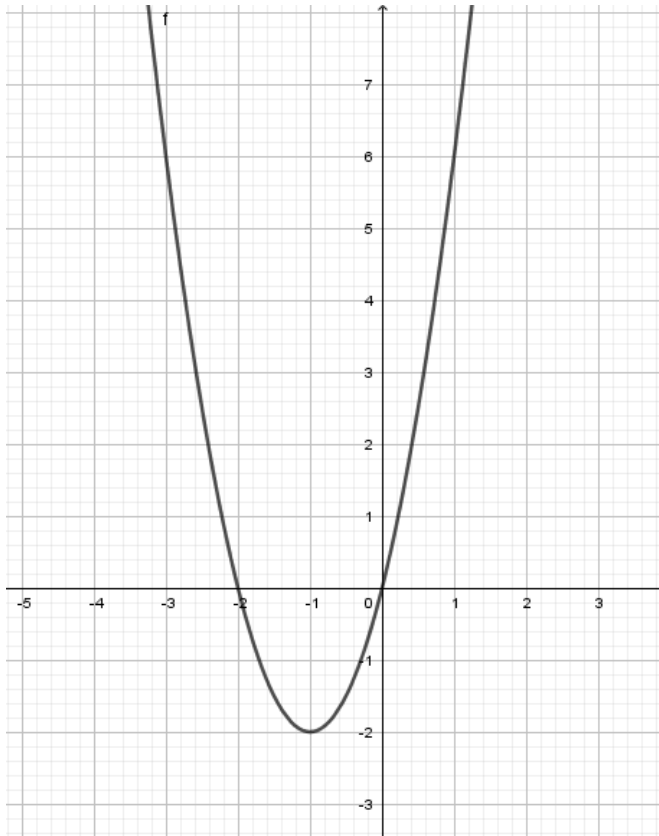
(α) Λύση τον αριθμό -2.

(β) Δύο αντίστροφες λύσεις.

(γ) Λύσεις που να έχουν άθροισμα 12.

(δ) Δύο πραγματικές και ίσες λύσεις.

B4. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Να βρείτε:

- (α)** Πόσες μονάδες οριζόντια ή κατακόρυφα πρέπει να μετατοπιστεί η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^2$ ώστε να προκύψει η γραφική παράσταση που παριστάνεται στο πιο πάνω σχήμα και να γράψετε τον τύπο της συνάρτησης f . (μον.2,5)
- (β)** Το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. (μον.1,25)
- (γ)** Τη μέγιστη/ελάχιστη τιμή. (μον.1,25)
- (δ)** Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας. (μον.1,25)
- (ε)** Τις συντεταγμένες της κορυφής. (μον.1,25)
- (στ)** Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ (μον.1,25)
- (ζ)** Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) < 0$. (μον.1,25)

B5. (α) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από την κορυφή Δ φέρουμε ευθεία που τέμνει την ΑΒ στο Ζ και την προέκταση της ΓΒ στο Ε.

Να δείξετε ότι: **(i)** $(ΖΑ)(ΖΔ) = (ΖΒ)(ΖΕ)$

(ii) $(ΔΕ)(ΑΔ) = (ΓΕ)(ΔΖ)$.

(β) Ο Κώστας έχει ύψος 1,85m και η σκιά του είναι 3m. Η σκιά ενός δέντρου είναι 5m, να βρείτε το ύψος του δέντρου. (Είναι γνωστό από τη φυσική ότι οι ακτίνες του ήλιου είναι παράλληλες). Η απάντηση να δοθεί κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΟΥ

Διάρκεια: 2,5 ώρες

Ημερομηνία: 27 / 05 / 2019

1. Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο (για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
2. Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **Πέντε** από τις **Εκατό** μονάδες.

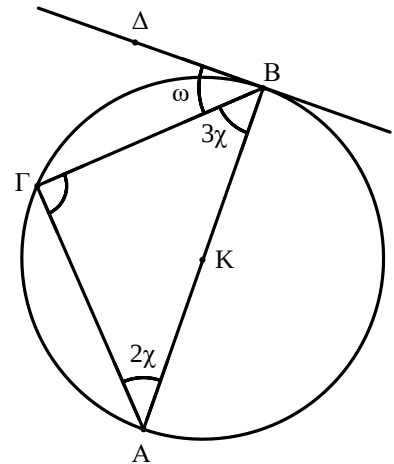
1. Να σχηματίσετε εξίσωση 2ου βαθμού με λύσεις $x_1 = -5$ και $x_2 = 3$.
2. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:
α) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ β) $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$
3. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 2x - 15 \leq 0$.
4. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{x-4} = 3$, $x \geq 4$

5. Ένας φοιτητής πανεπιστημίου πήρε σε 6 διαφορετικά μαθήματα για το πρώτο εξάμηνο τους βαθμούς 6, 8, 8, 10, 9 και 7.

α) Να βρείτε τη μέση τιμή της βαθμολογίας του για το πρώτο εξάμηνο.

β) Να υπολογίσετε την τελική βαθμολογία για το πρώτο εξάμηνο, αν τα μαθήματα έχουν βαρύτητα ανάλογη με τις περιόδους διδασκαλίας του κάθε μαθήματος, που είναι αντίστοιχα 2, 3, 1, 4, 3 και 2.

6. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το **μέτρο** γωνιών $\hat{GBA}$ και $\hat{G\hat{A}D}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

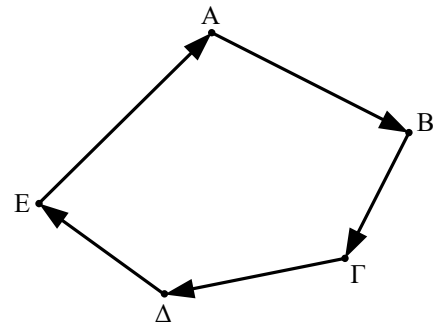


7. Να χρησιμοποιήσετε το διπλανό σχήμα, για να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

α) $\vec{B\Gamma} + \vec{\Gamma\Delta} + \vec{\Delta E} =$

β) $\vec{\Gamma\Delta} + \vec{B\Gamma} =$

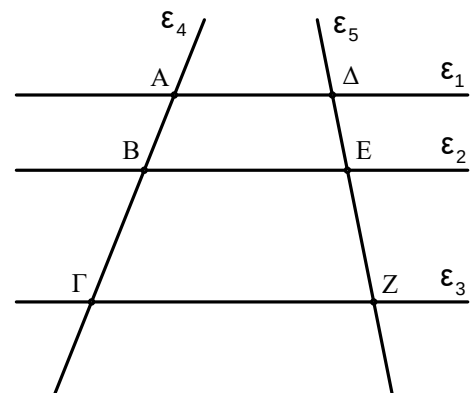
γ) $\vec{A\Delta} - \vec{E\Delta} =$



8. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ είναι παράλληλες ($\epsilon_1 // \epsilon_2 // \epsilon_3$).

Η ευθεία ϵ_4 τέμνει τις $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ στα σημεία A, B, Γ, ενώ η ευθεία ϵ_5 τέμνει τις $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ στα σημεία Δ, E, Z αντίστοιχα.

Αν $(AB) = 3\text{cm}$, $(B\Gamma) = 9\text{cm}$ και $(\Delta Z) = 18\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του (ΔE) και (EZ) .



9. Δίνεται $\sin \omega = -\frac{4}{5}$, $90^\circ < \omega < 180^\circ$. Να αποδείξετε ότι: $10 \cdot \eta\mu\omega - 4 \cdot \epsilon\phi\omega = 9$.

10. Στο πιο κάτω διάγραμμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $\psi = (\chi - 2)^2$, $\psi = \chi^2 - 2$, $\psi = (\chi + 2)^2$, $\psi = \chi^2 + 2$, $\psi = \chi^2$.

Να αντιστοιχίσετε τη γραφική παράσταση με τον κατάλληλο μαθηματικό τύπο.



α. _____

β. _____

γ. _____

δ. _____

ε. _____

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε **όλες** τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα** από τις **εκατό** μονάδες.

1. α) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi + \psi = 5 \\ \chi^2 + 5\psi - 19 = 0 \end{cases}$$

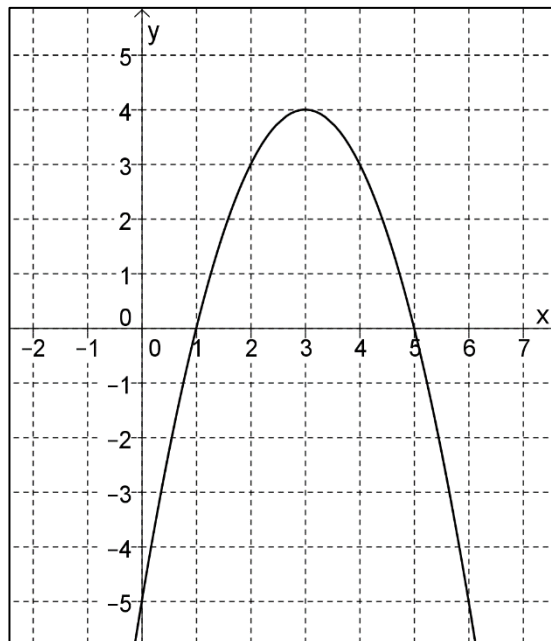
β) Δίνεται το τριώνυμο $f(\chi) = 2\chi^2 + \lambda\chi - 5$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.

i) Αν η μια λύση του τριωνύμου είναι ο αριθμός 1 να υπολογίσετε το λ .

ii) Αν $\lambda = 3$ να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{\chi^2 - 1}{f(\chi)}$.

2. Στο πιο κάτω σχήμα, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x)=ax^2+bx+c$, $a \neq 0$. Από τη γραφική παράσταση της παραβολής, να βρείτε:

- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,
- την κορυφή της και να τη χαρακτηρίσετε (μέγιστο ή ελάχιστο),
- το πρόσημο της διακρίνουσας Δ ,
- το πεδίο ορισμού της παραβολής,
- το σύνολο τιμών της παραβολής,
- τις λύσεις της εξίσωσης $f(x)=0$,
- την τιμή του c ,
- τις τιμές των a και b ,
- τις τιμές του x , ώστε να ισχύει $f(x) < 0$.



3. α) Να συμπληρώσετε τα κενά στις πιο κάτω ισότητες, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής: **(Μην ξεχάσετε να τη μεταφέρετε στο τετράδιο λύσεων)**

i) $\eta\mu 140^\circ = \eta\mu$

ii) $\epsilon\phi 125^\circ =$ 55°

iii) $\sigma\upsilon\nu 50^\circ = \eta\mu$

iv) $\sigma\phi 70^\circ \cdot \epsilon\phi 70^\circ =$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(1+\eta\mu\theta)^2 + (1-\sigma\upsilon\nu\theta)^2 = 3+2(\eta\mu\theta-\sigma\upsilon\nu\theta)$

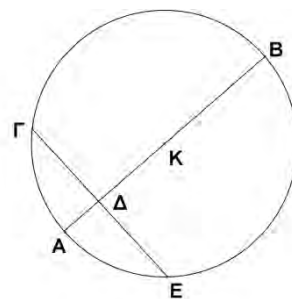
4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2\mu x + \mu + 2 = 0$, $\mu \in \mathbb{R}$, με λύσεις x_1, x_2 . Να βρείτε τη πραγματική τιμή του μ ώστε :

- Η εξίσωση να έχει λύσεις αντίστροφες.
- Η εξίσωση να έχει λύσεις αντίθετες.
- Να ισχύει η σχέση $x_1 + x_2 = 3x_1 \cdot x_2$.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (Κ,Ρ). Η διάμετρος του κύκλου ΑΒ και η χορδή ΓΕ τέμνονται κάθετα στο σημείο Δ. Να δείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΕΔ είναι όμοια.

β) $(ΑΓ)^2 = (ΑΒ) \cdot (ΑΔ)$



Ο Διευθυντής

Ευαγγέλου Ευάγγελος



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου (3 ωρο)

Ημερομηνία: 21/05/2019

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

Ωρα: 08:00 – 10:30

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____

ΤΜΗΜΑ: _____

ΒΑΘΜΟΣ:

Αριθμητικά: _____

Ολογράφως: _____

Υπογραφή: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 2) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

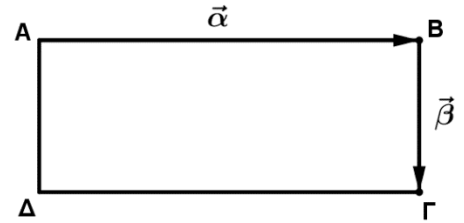
ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΞΙ (6) ΣΕΛΙΔΕΣ

Μέρος Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

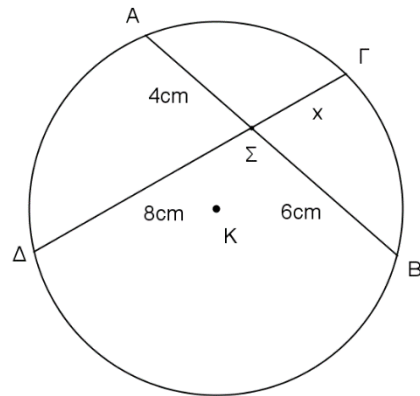
1. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 4x + 3 \leq 0$.
2. Αν η εξίσωση $2x^2 - 3x - 4 = 0$ έχει λύσεις x_1, x_2 να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
 - (α) $x_1 + x_2 =$ (1,5 Μονάδες)
 - (β) $x_1 \cdot x_2 =$ (1,5 Μονάδες)
 - (γ) $3x_1 - 2x_1x_2 + 3x_2 =$ (2 Μονάδες)

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ορθογώνιο ΑΒΓΔ.
Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{BG} = \vec{\beta}$, να εκφράσετε τα πιο
κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$:



- (α) $\overrightarrow{\Delta\Gamma}$
(β) $\overrightarrow{\Delta A}$
(γ) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{G\Delta}$
(δ) $\overrightarrow{AG}$

4. Στο διπλανό σχήμα οι ΑΒ και ΓΔ είναι
χορδές του κύκλου (Κ, R) που τέμνονται στο
σημείο Σ. Αν ΣΑ=4cm, ΣΒ=6cm, ΣΓ=x
και ΣΔ=8cm, να υπολογίσετε την τιμή του χ.



5. Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32} - \sqrt{32} \div \sqrt{2} =$

(β) $\sqrt[3]{29 - \sqrt[4]{11 + \sqrt{25}}} =$

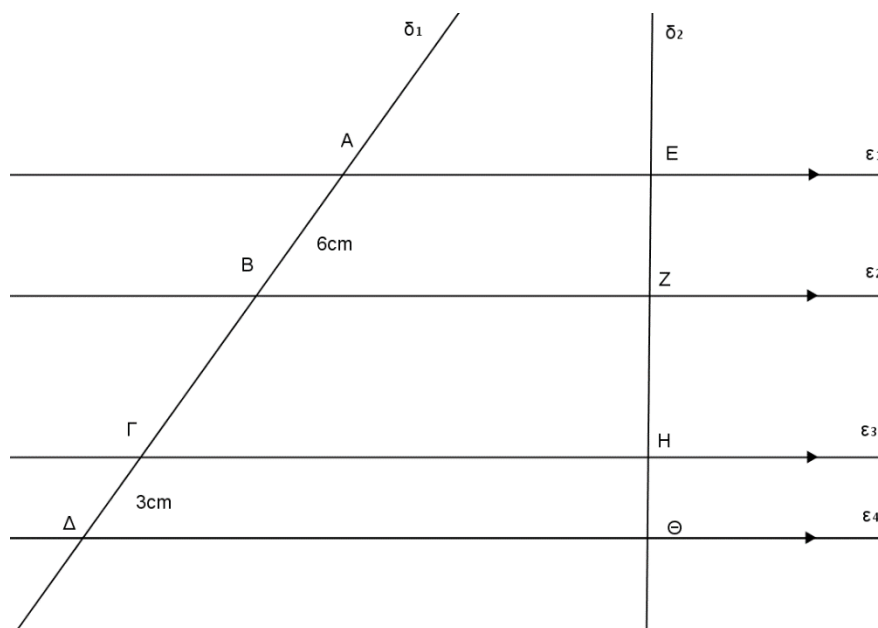
6. Ο πιο κάτω πίνακας δείχνει τον αριθμό των παιδιών 15 πολύτεκνων οικογενειών:

Αριθμός παιδιών (x_i)	Αριθμός οικογενειών (f_i)
4	3
5	3
6	4
7	2
8	2
9	1

Να υπολογίσετε:

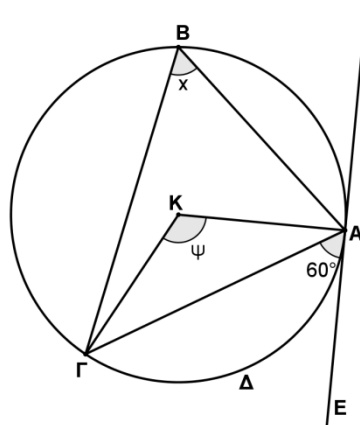
- (α) την μέση τιμή ($\bar{x}$) (2 Μονάδες)
(β) την τυπική απόκλιση (s) (κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων) (2 Μονάδες)
(γ) τον συντελεστή μεταβλητότητας (CV). (κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών
ψηφίων) (1 Μονάδα)

7. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι $AB=6\text{cm}$, $\Gamma\Delta=3\text{cm}$, $A\Delta=18\text{cm}$, $E\Theta=12\text{cm}$ και $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών EZ και EH .



8. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K,R) . Αν AE είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A και $\angle E\hat{A}\Gamma = 60^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες x , ψ και το μέτρο του τόξου $A\Delta\Gamma$.

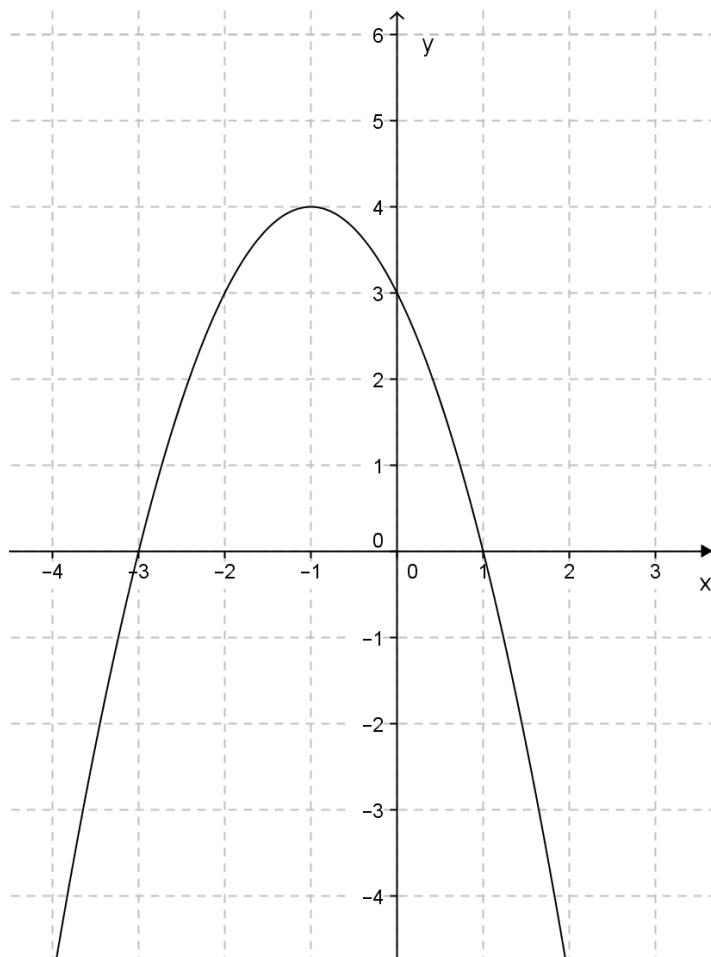


10. Αν $A = \sqrt{7} - 1$ και $B = \sqrt{7} + 1$, να δείξετε ότι $A \cdot B - A^2 - 2A = 0$.

Μέρος Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$
- (β) το σύνολο τιμών της $f(x)$
- (γ) τις συντεταγμένες της κορυφής της
- (δ) το πρόσημο της διακρίνουσας του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$
- (ε) την τιμή του γ
- (στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής
- (ζ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (η) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \leq 0$.

2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2\lambda + 1)x + \lambda - 5 = 0$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$

Να βρείτε για ποιες τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$ η πιο πάνω εξίσωση έχει:

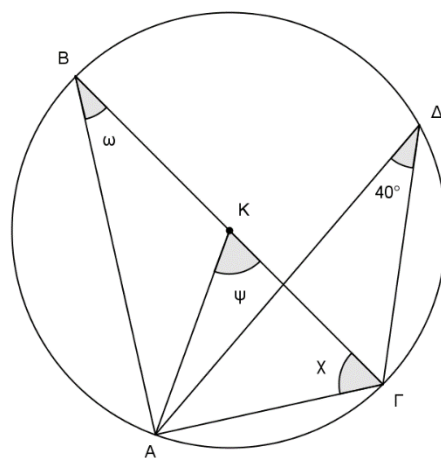
- (α) ρίζα τον αριθμό 1
- (β) ρίζες αντίθετες
- (γ) ρίζες αντίστροφες
- (δ) άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο των ριζών.

3. (α) Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω σχέσεις, βάζοντας σε κύκλο τον αντίστοιχο χαρακτηρισμό.

i. Η τελική πλευρά της γωνιάς 190° σε κανονική θέση βρίσκεται στο 2° τεταρτημόριο.	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
ii. $2\eta\mu^2\theta + 2\sigma\upsilon\nu^2\theta = 2$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
iii. $\sigma\upsilon\nu 150^\circ = -\eta\mu 60^\circ$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
iv. Αν $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\epsilon\phi\theta > 0$ τότε $270^\circ < \theta < 360^\circ$.	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ
v. $(1 - \eta\mu\theta)^2 = \sigma\upsilon\nu^2\theta$	ΣΩΣΤΟ/ΛΑΘΟΣ

- (β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\alpha}{1-\sigma\upsilon\nu\alpha} - \sigma\phi\alpha = \frac{1}{\eta\mu\alpha}$

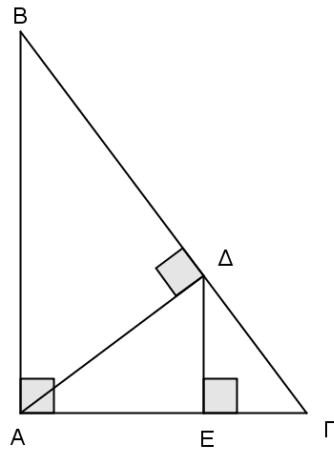
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου. Αν η γωνία $A\hat{D}\Gamma = 40^\circ$ να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών χ , ψ , ω . Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



5. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$, $A\Delta$ το ύψος του και $\Delta E \perp A\Gamma$ (E σημείο στην $A\Gamma$). Να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta E$ είναι όμοια (7 Μονάδες)

(β) $(A\Delta)^2 = (AB)(\Delta E)$ (3 Μονάδες)



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Πουαγκαρέ Μυρτώ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2019ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 21/5/2019

ΤΑΞΗ: Α' (3 – ωρο)

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που

φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στα σφραγισμένα φύλλα αναφοράς που σας δίνονται.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τα 10 θέματα του Μέρους Α'.

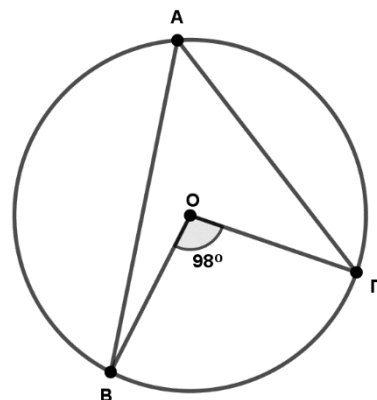
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 - x - 5 = 0$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

(α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 \cdot x_2$

2. Να λύσετε την ανίσωση: $(x - 2)(x + 3) \leq 0$

3. Δίνεται κύκλος (O, R) με $\angle BO\Gamma = 98^\circ$. Να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\angle BA\Gamma$ και του τόξου $\widehat{BA\Gamma}$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



4. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή, χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής.

(α) $\frac{5}{\sqrt{10}}$

(β) $\frac{7}{4-\sqrt{2}}$

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\sqrt{x-5} = 2, x \geq 5$

(β) $(x-1)^{\frac{2}{3}} = 4, x \geq 1$

6. Για ποια τιμή του $\lambda, \lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $x^2 + (2\lambda + 1)x + \lambda^2 = 0$ έχει λύσεις πραγματικές και ίσες.

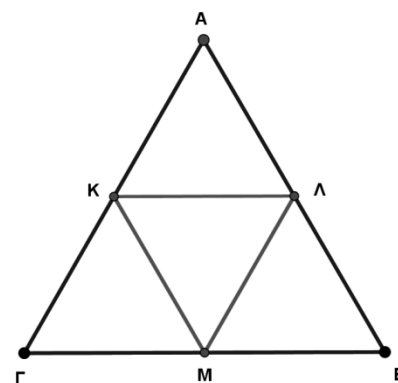
7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με K ,

Λ, M τα μέσα των πλευρών $A\Gamma, AB$ και ΓB αντίστοιχα. Αν

$\overrightarrow{AB} = 2\vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{\Gamma B} = 2\vec{\beta}$, να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα

ως άθροισμα ή διαφορά των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$:

(α) $\overrightarrow{BA}$ (β) $\overrightarrow{K\Lambda}$ (γ) $\overrightarrow{KM}$ (δ) $\overrightarrow{AK}$

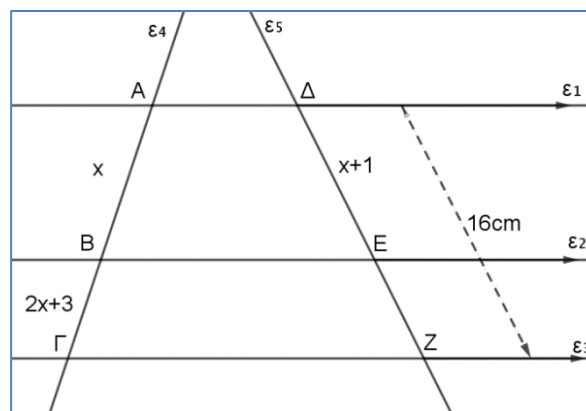


8. Αν $\sin\theta = \frac{3}{5}$ και $\epsilon\phi\theta < 0$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = \frac{20\eta\mu\theta + 5\sin\theta + 1}{3\epsilon\phi\theta}$$

9. Για ποιες τιμές των α και β η παραβολή $f(x) = x^2 - (2\alpha - 3\beta)x + \alpha - \beta = 0$ έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -1$ και ακρότατη τιμή το -8 .

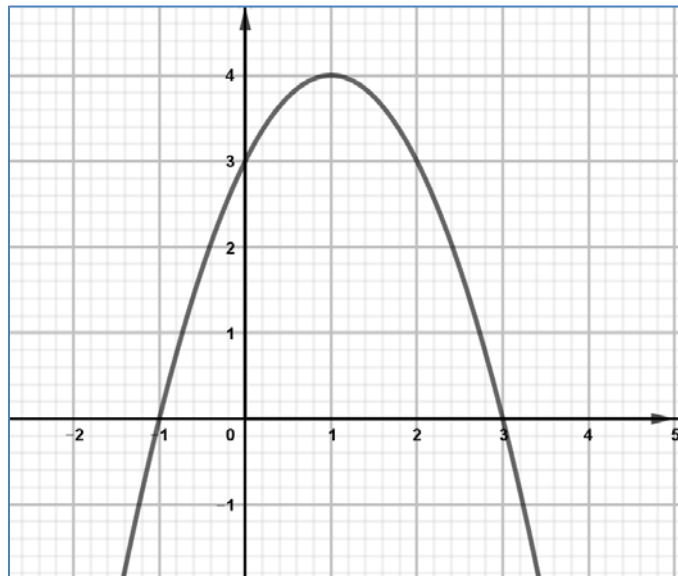
10. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ είναι παράλληλες ($\epsilon_1 \parallel \epsilon_2 \parallel \epsilon_3$). Η ευθεία ϵ_4 τέμνει τις $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ στα σημεία A, B, Γ αντίστοιχα ενώ η ϵ_5 τέμνει τις $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ στα σημεία Δ, E, Z αντίστοιχα. Αν $(AB) = x$, $(B\Gamma) = 2x + 3$, $(\Delta E) = x + 1$ και η $(\Delta Z) = 16\text{cm}$. Να υπολογίσετε τις τιμές του x .



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τα 5 θέματα του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



(Α) Να βρείτε:

- (i) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$ [2 μον.]
- (ii) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ [1 μον.]
- (iii) το πρόσημο του a [1 μον.]
- (iv) την μέγιστη τιμή της $f(x)$ [1 μον.]

(Β) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \geq 0$

[2 μον.]

(Γ) Αν $a = -1$, να βρείτε την εξίσωση της παραβολής στη μορφή $g(x) = a(x + \kappa)^2 + \lambda$, η οποία προκύπτει από την μετατόπιση της πιο πάνω γραφικής παράστασης της $f(x)$, 1 μονάδα προς τα αριστερά και 2 μονάδες προς τα κάτω. [3 μον.]

2. Στον πιο κάτω πίνακα παρατίθενται οι βαθμολογίες των μαθητών σε διαγώνισμα μαθηματικών δύο τμημάτων της Α' Λυκείου.

Τμήμα Α ₁	13	13	14	15	15	15	15	16	16	18		
Τμήμα Α ₂	10	10	10	12	12	13	14	14	15	19	19	20

(α) Να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση (σε δύο δεκαδικά ψηφία) του τμήματος Α₁. [5 μον.]

(β) Αν $\bar{x} = 14$, $s = 3,46$ είναι η μέση τιμή και η τυπική απόκλιση αντίστοιχα του τμήματος Α₂ να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας των δύο τμημάτων. Να αναφέρετε ποιο τμήμα παρουσιάζει περισσότερη ομοιογένεια. [2 μον.]

(γ) Να βρείτε τον μέσο όρο (σε δύο δεκαδικά ψηφία) του διαγωνίσματος των δύο τμημάτων

ανάλογα με το πλήθος των μαθητών του κάθε τμήματος .

[3 μον.]

3. (Α) Να γράψετε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού με ακέραιους συντελεστές και λύσεις τους αριθμούς $x_1 = (2\sqrt{5})^2$ και $x_2 = \sqrt{11-\sqrt{4}}$. [2 μον.]

(Β) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda + 1)x + \lambda^2 - 1 = 0$. Για ποιες τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$:

(i) η εξίσωση έχει λύσεις αντίθετες [2 μον.]

(ii) το γινόμενο των λύσεων της εξίσωσης είναι ίσο με 15 [2 μον.]

(iii) η εξίσωση έχει λύση τον αριθμό 3 [2 μον.]

(iv) αν x_1, x_2 λύσεις της εξίσωσης να λύσετε την ανίσωση $x_1 + x_2 < x_1 \cdot x_2 - 1$ [2 μον.]

4. Δίνονται οι παραστάσεις $M = \frac{\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{1 - \sigma\upsilon\nu^2\theta}$ και $K = \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1 + \eta\mu\theta} + \frac{1 + \eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta}$.

(α) Να δείξετε ότι $M = \sigma\phi\theta$ και $K = \frac{2}{\sigma\upsilon\nu\theta}$ [6 μον.]

(β) Να υπολογίσετε την γωνία θ , $0^\circ < \theta < 90^\circ$ αν ισχύει $M \cdot K = 4$ [4 μον.]

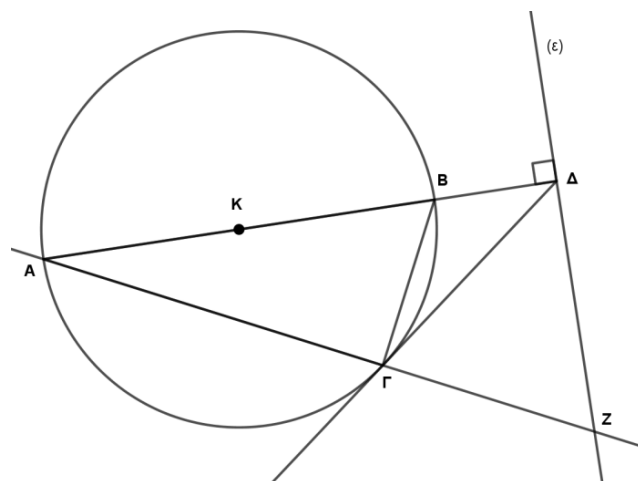
5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και AB μια διάμετρος του. Η προέκταση της AB προς το μέρος του B τέμνει κάθετα την ευθεία (ε) στο σημείο Δ . Από το σημείο Δ φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου $\Delta\Gamma$, όπου Γ το σημείο επαφής.

(α) Να δείξετε ότι:

(i) τα τρίγωνα $\Delta\Delta\Gamma$, $B\Delta\Gamma$ είναι όμοια

(ii) $(A\Gamma)(\Gamma\Delta) = (B\Gamma)(A\Delta)$

(β) Αν η γωνία $\widehat{B\Delta\Gamma} = 26^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\Gamma\Delta Z$



Διευθυντής

Ιάκωβος Παπαντωνίου

Σελ. 4 / 4

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2019
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

ΤΑΞΗ: Α΄ κοινού κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2019

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2:30΄

ΩΡΑ: 7:45΄-10:15΄

ΒΑΘΜΟΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

Υπογρ. Καθ.:

A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10	Σύνολο
										 /50

B1	B2	B3	B4	B5	Σύνολο
					 /50

Σύνολο
..... /100

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ (....) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- δ) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται αναλυτικά ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσής τους δεν θα λαμβάνονται υπόψη.

Μέρος Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

β) $\frac{13}{4+\sqrt{3}}$

- 2) Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

α) $\sqrt{3}(\sqrt{27} - \sqrt{12}) =$

β) $\sqrt[4]{83 - \sqrt{1 + \sqrt[3]{27}}} =$

- 3) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $x^3 - 16x = 0$

β) $\sqrt{x-1} = 5, x > 1$

- 4) Να λύσετε την ανίσωση: $-2x^2 + 5x - 2 \leq 0$.

- 5) Στο διπλανό σχήμα

δίνονται δύο ίσοι κύκλοι

με κέντρα K και Λ , οι

οποίοι εφάπτονται

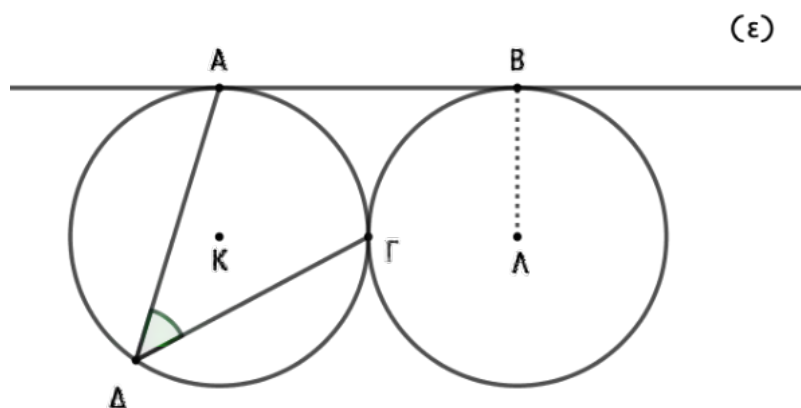
εξωτερικά στο σημείο Γ .

Η ευθεία (ε) είναι

εφαπτόμενη των κύκλων

(K, ρ) και (Λ, ρ) στα

σημεία A και B αντίστοιχα.



- α) Να ονομάσετε το είδος του τετράπλευρου $KAB\Lambda$.

- β) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $A\hat{\Delta}\Gamma$ και να ονομάσετε το είδος της.

- γ) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας $B\hat{\Delta}\Gamma$.

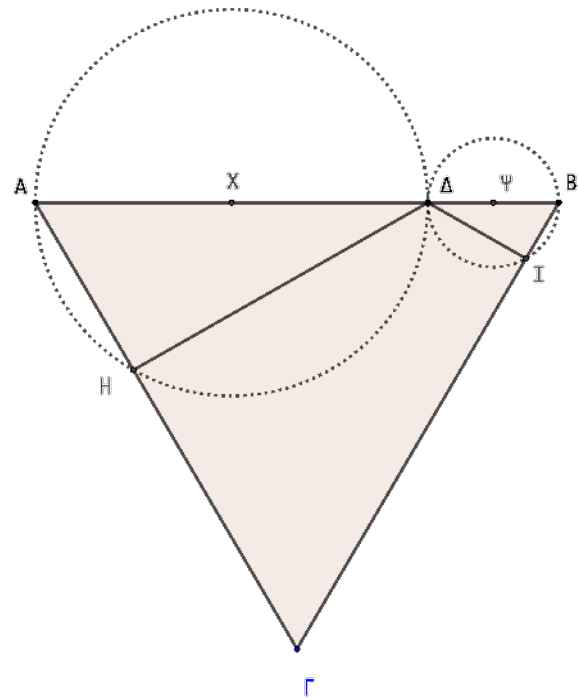
- 6) Η βαθμολογία 5 μαθητών στο μάθημα της Αρχαιογνωσίας ήταν 18, 14, 19, 14 και 15.

Να υπολογίσετε:

- α) Τη μέση τιμή $\bar{x}$ των πιο πάνω βαθμολογιών.

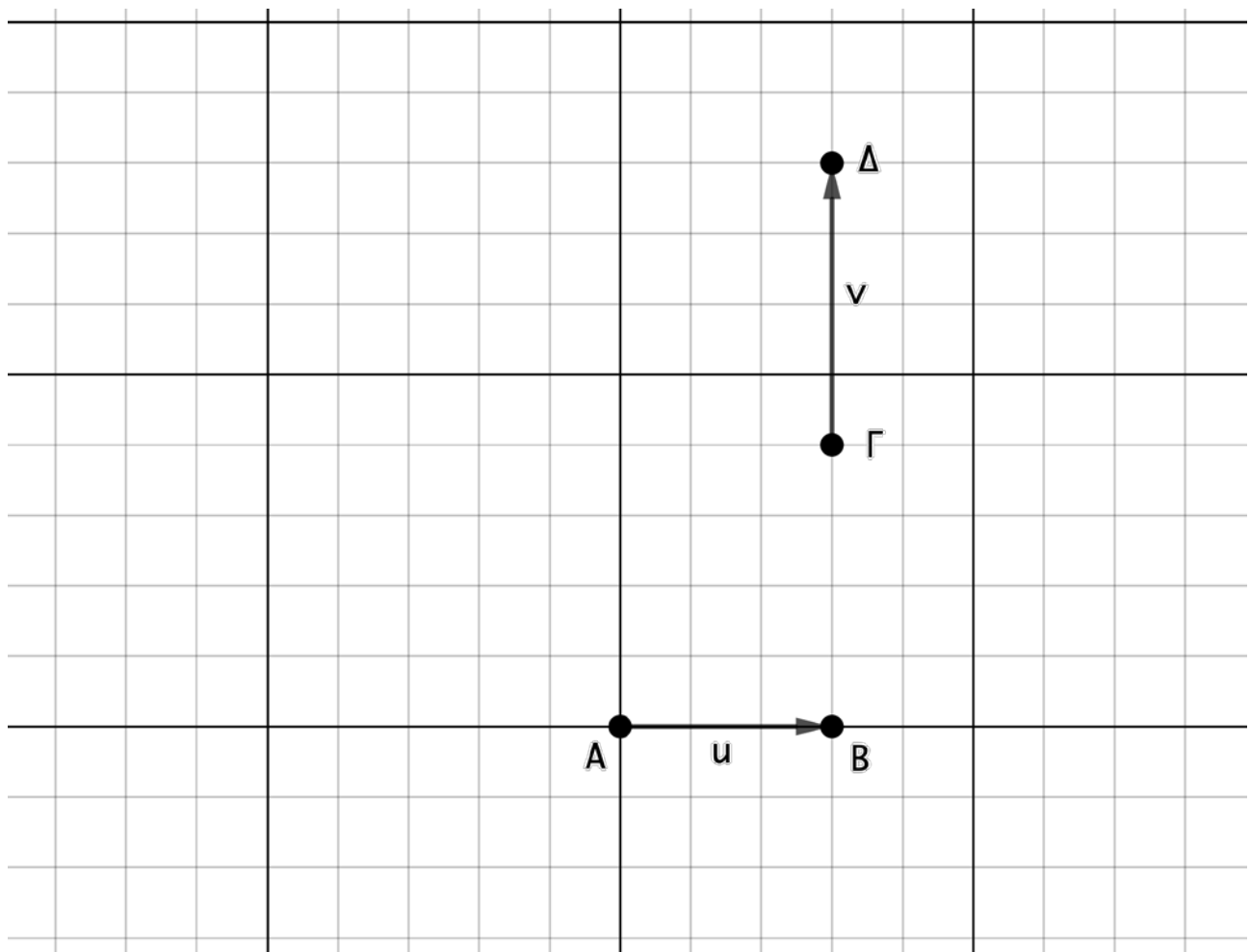
- β) Την τυπική απόκλιση s των πιο πάνω παρατηρήσεων.

- 7) Στο πιο κάτω σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο. Το σημείο X είναι το κέντρο του κύκλου με διάμετρο $A\Delta$ και το σημείο Ψ το κέντρο του κύκλου με διάμετρο $B\Delta$.



- α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AH\Delta$ και $BI\Delta$ είναι όμοια.
 β) Να δείξετε ότι $(\Delta H) \cdot (\Delta B) = (\Delta A) \cdot (\Delta I)$.

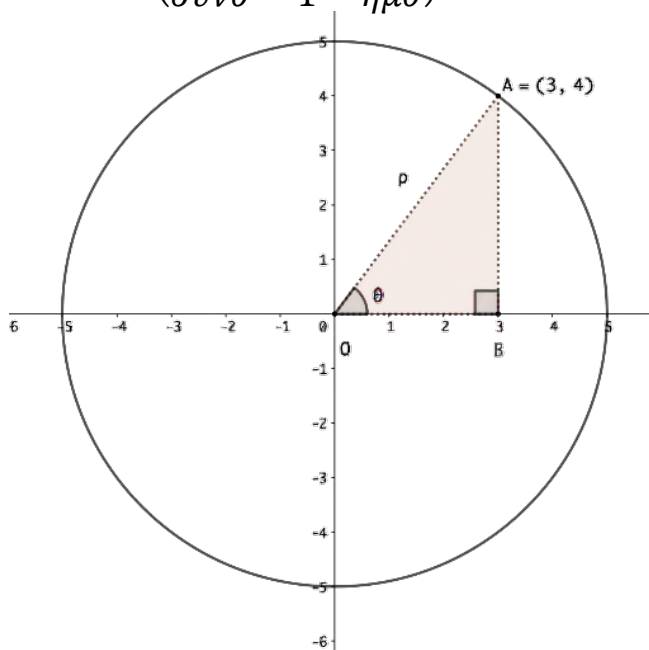
- 8) Στο πιο κάτω πλέγμα να σχεδιάσετε το διάνυσμα $\overrightarrow{A\Delta} - 2\overrightarrow{AB}$ και να το εκφράσετε συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$.



9) Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\left(\frac{1}{\sin\theta} - \frac{\sin\theta}{1 - \eta\mu\theta}\right) \cdot \sigma\varphi\theta = -1.$

10) Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος με κέντρο την αρχή των αξόνων O και ακτίνα $OA = \rho$. Να υπολογίσετε τα ακόλουθα:

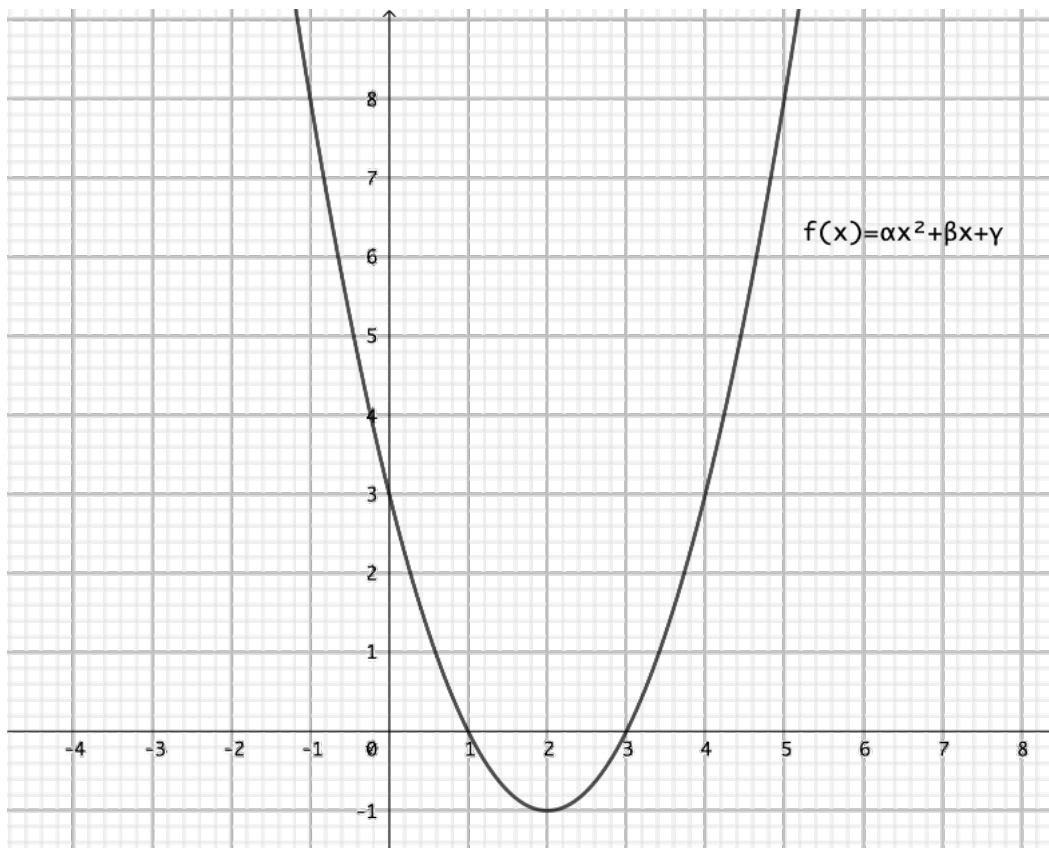
- α) i) $\eta\mu\theta = \dots\dots$
 ii) $\sin\theta = \dots\dots$
 iii) $\varepsilon\varphi\theta = \dots\dots$
 iv) $\sigma\varphi\theta = \dots\dots$
- β) i) $\eta\mu(90^\circ - \theta) = \dots\dots$
 ii) $\sin(180^\circ - \theta) = \dots\dots$
 iii) $\varepsilon\varphi(180^\circ - \theta) = \dots\dots$
 iv) $\sigma\varphi(90^\circ - \theta) = \dots\dots$



Μέρος Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 1)x + 3\lambda - 9 = 0$, $\lambda \in R$ με λύσεις τις x_1, x_2 . Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η εξίσωση:
- α) Να έχει λύση τον αριθμό 0.
 β) Να έχει λύσεις αντίστροφες.
 γ) Να έχει λύσεις αντίθετες.
 δ) Να ισχύει η σχέση: $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 + 6x_1 + 6x_2 = 0$.
- 2) Πιο κάτω δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$. Να βρείτε:
- α) Το πεδίο ορισμού της.
 Το σύνολο τιμών της.
 β) Την τιμή του γ .
 γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.
 Τις συντεταγμένες της κορυφής της.
 δ) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$.
 ε) Την εξίσωση της παραβολής στη μορφή $f(x) = \alpha(x + \kappa)^2 + \delta$, $\kappa, \delta \in R$, με $\alpha = 1$.



- 3) α) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις $x_1 = 5 + \sqrt{2}$, $x_2 = 5 - \sqrt{2}$.
- β) Να δείξετε ότι $\frac{x_1 \cdot x_2 - 20}{x_1 - 5} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, όπου $x_1 = 5 + \sqrt{2}$, $x_2 = 5 - \sqrt{2}$.
- γ) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) \geq 0$, όπου $f(x) = x^2 - 10x + 23$.

(μ. 3, 3, 4)

- 4) Δίνεται ότι $\sin \theta = \frac{5}{13}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$.

- α) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta \mu \theta$, $\sigma \nu \nu \theta$, $\epsilon \varphi \theta$ και $\sigma \varphi \theta$ χρησιμοποιώντας τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες.
- β) Με τη βοήθεια του προηγούμενου ερωτήματος, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $T = \left(\frac{-26 \cdot \eta \mu \theta + 13 \cdot \sigma \nu \nu \theta}{-10 \cdot \epsilon \varphi \theta + 48 \cdot \sigma \varphi \theta} \right) \cdot \left(\frac{-4 \cdot \sigma \nu \nu^2 \theta - 4 \cdot \eta \mu^2 \theta}{29 \cdot \epsilon \varphi \theta \cdot \sigma \varphi \theta} \right)$.

- 5) Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$.

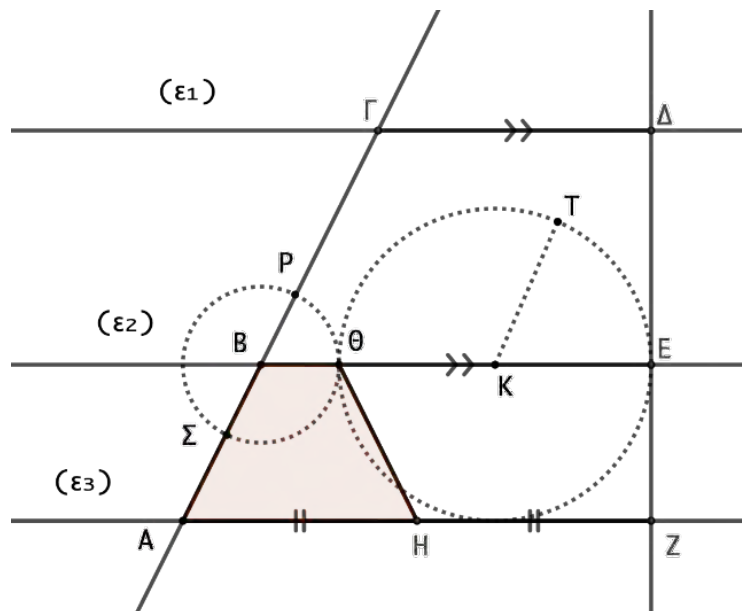
Ο κύκλος (B, ρ) εφάπτεται
εξωτερικά του κύκλου
 (K, R) στο σημείο Θ .

Το τετράπλευρο $AB\Theta H$ είναι
ισοσκελές τραπέζιο και H το
μέσο του ευθύγραμμου
τμήματος AZ .

Δίνεται ότι η διάκεντρος $BK = 3$
 cm , $TK = 2$ cm , $\Delta Z = 5$ cm ,
 $EZ = 2$ cm και $\Gamma P = 2,35$ cm .

Να υπολογίσετε (με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων):

- α) Το μήκος της ακτίνας ρ .
β) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος $A\Sigma$.
γ) Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AZ , αν η περίμετρος του τραπεζίου $AB\Theta H$ ισούται με $8,48 \eta\mu^2\theta + 8,48 \sigma\upsilon\nu^2\theta$.



(μ. 3, 3, 4)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ – ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2019

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 07:45 π.μ.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ.

- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν και με μολύβι.)
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση, όπου είναι απαραίτητο.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το Σχολείο.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Αν x_1, x_2 είναι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 + 10x - 3 = 0$, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

(α) $x_1 + x_2$

(μονάδες 3)

(β) $x_1 \cdot x_2$

(μονάδες 2)

2. Με τον νέο θεσμό των τετραμήνων στα Λύκεια, ο βαθμός σε ένα εξεταζόμενο μάθημα στο τέλος του χρόνου συνυπολογίζεται από τους βαθμούς των δύο τετραμήνων με βαρύτητα 35% στο κάθε τετράμηνο και 30% στην τελική εξέταση. Αν ένας μαθητής είχε στα μαθηματικά 16 στο Α΄ τετράμηνο, 17 στο Β΄ τετράμηνο και στην τελική εξέταση ο βαθμός του ήταν 10, να βρείτε τον τελικό του βαθμό (κατά προσέγγιση ακεραίου).

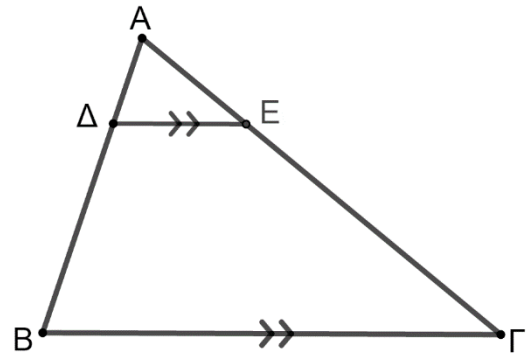
3. Να μετατρέψετε την πιο κάτω παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή:

$$\frac{3}{\sqrt{7} - 2}$$

4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x - 50 \leq 0$

5. Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt{x-5} = 3, x \geq 5$

6. Στο σχήμα δίνεται ότι $AD = 4 \text{ cm}$, $AE = 6 \text{ cm}$, $AB = 10 \text{ cm}$ και $DE \parallel BG$.
Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων EG και AG .



7. Δίνονται τυχαία τρίγωνα ABG και EBD με E μέσο της BG .

(α) Να γράψετε:

i) δύο ίσα διανύσματα

(μονάδες 1)

ii) δύο αντίθετα διανύσματα.

(μονάδες 1)

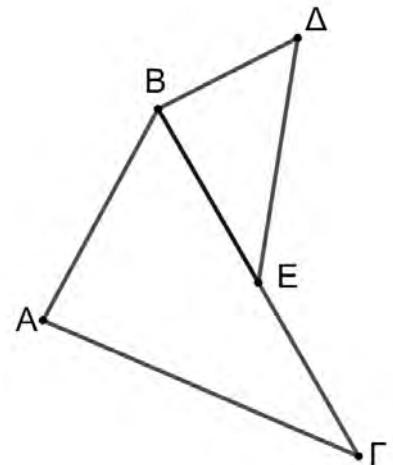
(β) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω διανύσματα:

i) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}$

(μονάδες 1)

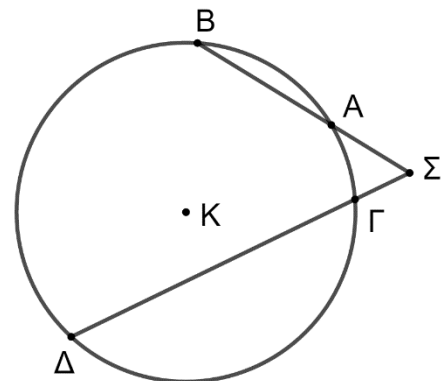
ii) $\overrightarrow{DE} - \overrightarrow{BE}$

(μονάδες 2)



8. Αν $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε με τη χρήση τριγωνομετρικών ταυτοτήτων την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = 26\sigma\upsilon\eta\theta - 10\epsilon\varphi\theta$

9. Από σημείο Σ εκτός κύκλου (K, ρ) φέρουμε τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma\Gamma\Delta$. Αν $\Sigma A = x \text{ cm}$, $\Sigma\Gamma = 2 \text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 10 \text{ cm}$ και $AB = 5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΣA .



10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$. Να βρείτε:

(α) τον άξονα συμμετρίας και

(μονάδες 2)

(β) τις συντεταγμένες της κορυφής της.

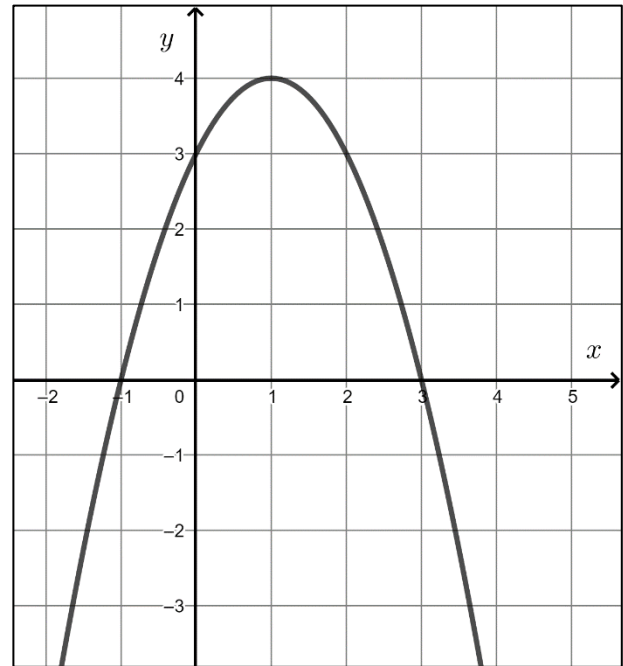
(μονάδες 3)

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής με εξίσωση $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Με βάση το σχήμα, να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της παραβολής
- (β) το σύνολο τιμών της
- (γ) την τιμή του γ
- (δ) τις συντεταγμένες της κορυφής της
- (ε) το πρόσημο του a
- (στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (ζ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (η) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (θ) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) > 0$
- (ι) πόσες μονάδες οριζόντια και πόσες κατακόρυφα πρέπει να μετατοπιστεί η πιο πάνω γραφική παράσταση, για να προκύψει η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $g(x) = -x^2$



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\kappa - 2)x + \kappa - 3 = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$

(α) Για ποιες τιμές της παραμέτρου κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, η πιο πάνω εξίσωση έχει:

i) λύση τον αριθμό -1

(μονάδες 2)

ii) λύσεις αντίστροφες

(μονάδες 2)

iii) δύο λύσεις πραγματικές και ίσες

(μονάδες 2)

(β) Αν x_1, x_2 είναι λύσεις της πιο πάνω εξίσωσης, χωρίς να λύσετε την εξίσωση να

υπολογίσετε την τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει η σχέση: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$

(μονάδες 4)

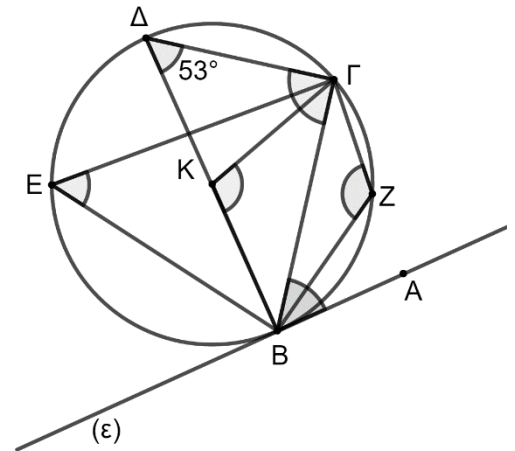
3. (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\phi\theta}{1 - \eta\mu\theta} - \frac{\sigma\phi\theta}{1 + \eta\mu\theta} = \frac{2}{\sigma\upsilon\upsilon\theta}$

(μονάδες 5)

(β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει: $\eta\mu\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) = \sigma\upsilon\upsilon\frac{\Gamma}{2}$

(μονάδες 5)

4. Στο διπλανό σχήμα, η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου (K, ρ) στο σημείο B. Αν δίνεται ότι $\widehat{\Gamma\Delta B} = 53^\circ$, να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών $\widehat{\Gamma\Delta A}$, $\widehat{\Gamma\hat{E}B}$, $\widehat{\Delta\hat{\Gamma}B}$, $\widehat{\Gamma\hat{K}B}$ και $\widehat{\Gamma\hat{Z}B}$.
Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



5. Δίνεται κύκλος (K, ρ). Από σημείο Σ εκτός του κύκλου φέρουμε εφαπτομένη ΣΑ (Α σημείο επαφής) και τέμνουσα ΣΒΓ.

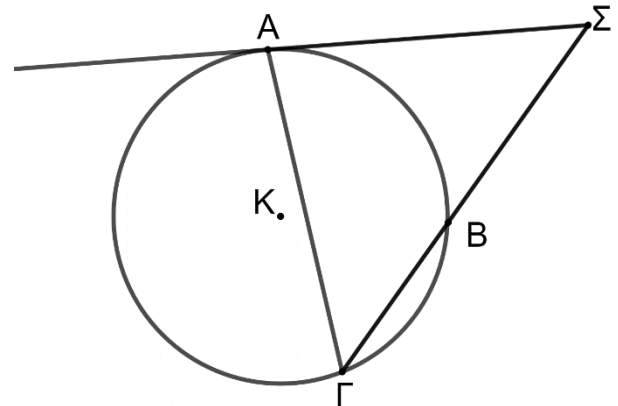
(α) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση:

$$(\Sigma\Gamma)(AB) = (\Sigma A)(A\Gamma).$$

(μονάδες 7)

(β) Αν $\Sigma A = 12$ cm και $\Sigma B = 9$ cm, να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΒΓ.

(μονάδες 3)



Ο Διευθυντής

Νίκος Πρωτοπαπάς

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 7x + 3 = 0$, με λύσεις x_1, x_2 . Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

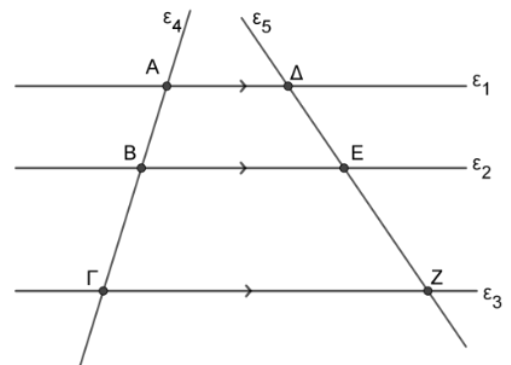
(α) $x_1 + x_2 =$ (μονάδες 2)

(β) $x_1 \cdot x_2 =$ (μονάδες 2)

(γ) $2x_1 + 2x_2 =$ (μονάδες 1)

2. Στο διπλανό σχήμα, $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$, $AB = 2cm$, $B\Gamma = 4cm$ και $\Delta E = 3cm$.

Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος EZ .



3. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή.

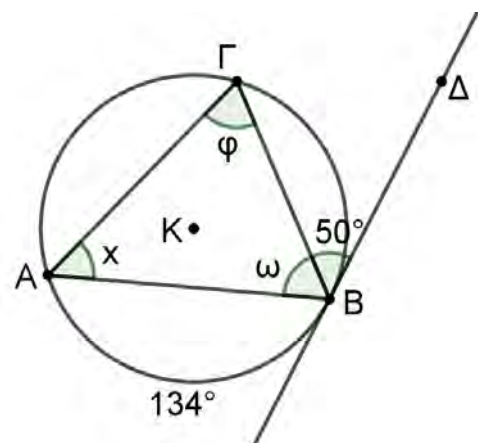
(α) $\frac{6}{\sqrt{5}} =$

(β) $\frac{10}{4-\sqrt{11}} =$

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με $B\Delta$ εφαπτόμενη του κύκλου, $\Gamma\hat{B}\Delta = 50^\circ$ και τόξο $AB = 134^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες x, φ και ω .

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



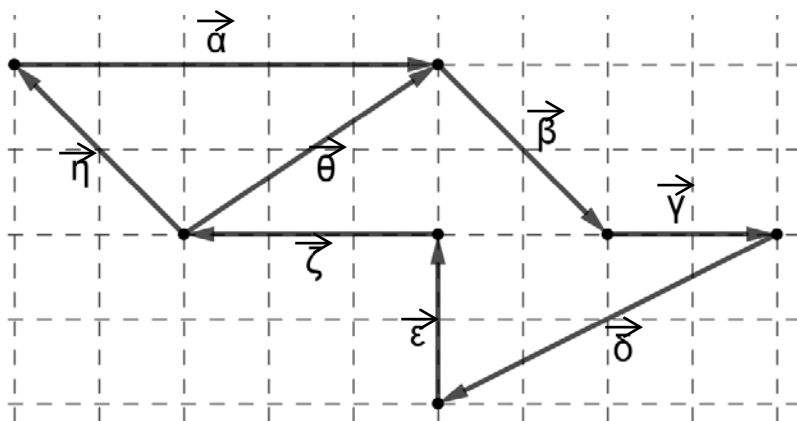
5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^4 - 16 = 0$

(β) $(2x + 3)^{\frac{3}{2}} = 8$, $x \geq -\frac{3}{2}$

6. Με τη βοήθεια του πιο κάτω σχήματος, να χαρακτηρίσετε **ΣΩΣΤΟ** ή **ΛΑΘΟΣ** τα πιο κάτω.

	ΣΩΣΤΟ / ΛΑΘΟΣ
(α) Τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\zeta}$ είναι αντίρροπα	
(β) Τα διανύσματα $\vec{\eta}$ και $\vec{\beta}$ είναι ίσα	
(γ) $\vec{\eta} + \vec{a} = \vec{\theta}$	
(δ) $ \vec{\varepsilon} = \vec{\gamma} $	
(ε) $\vec{\eta} = -\vec{\beta}$	



7. Αν $\sin \theta = \frac{12}{13}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της

παράστασης: $A = \frac{26\sin\theta + 13\eta\mu\theta + 1}{12\varepsilon\varphi\theta}$

8. Να λύσετε την ανίσωση $4x^2 - 3x - 1 \geq 0$

9. Τα εβδομαδιαία έξοδα 10 μαθητών είναι 5, 7, 6, 6, 9, 4, 9, 5, 6, 3 ευρώ.

Να υπολογίσετε:

(α) Τη μέση τιμή ($\bar{x}$)

(β) Την τυπική απόκλιση (s)

10. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\varepsilon\varphi\theta + \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{\eta\mu\theta-1} = -\frac{1}{\sigma\upsilon\nu\theta}$

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

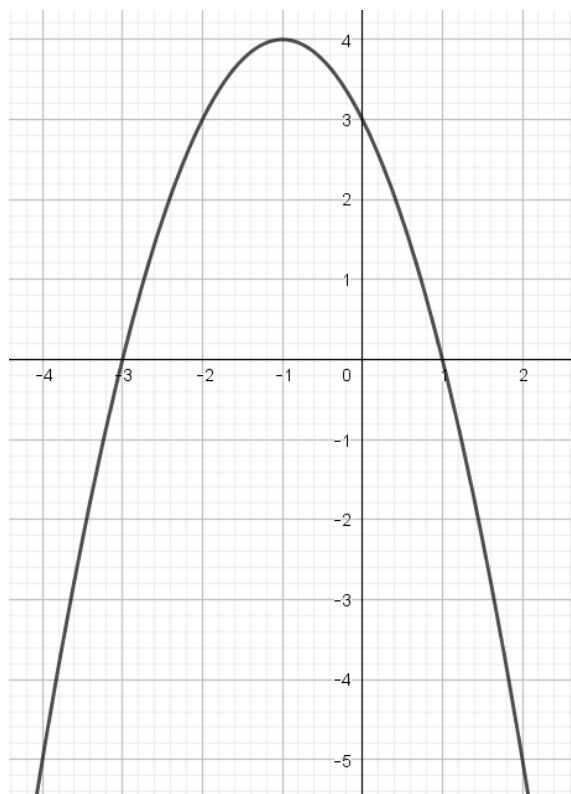
(α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της $f(x)$

(β) το πρόσημο του a και το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

(γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και την τιμή του c

(δ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$

(ε) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 1)x + 3\lambda - 8 = 0$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει:

(α) ρίζα τον αριθμό 2

(β) ρίζες αντίστροφες

(γ) άθροισμα ριζών τετραπλάσιο του γινομένου τους

(δ) ρίζες πραγματικές και άνισες

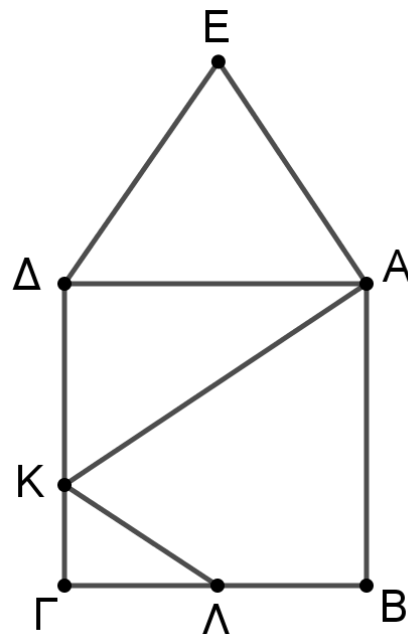
3α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $2\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x + (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2 = 1$

3β) Να λύσετε την εξίσωση $2\eta\mu x = 2\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x + (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2$, $0^\circ < x < 90^\circ$

4. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο,
το $\Delta\hat{E}A$ είναι ισοσκελές τρίγωνο ($\Delta E = AE$),
το Λ είναι το μέσο της $B\Gamma$, $K\Delta = 2 \cdot K\Gamma$, $\overrightarrow{EA} = \vec{x}$,
 $\overrightarrow{\Lambda\Gamma} = \vec{y}$ και $\overrightarrow{K\Gamma} = \vec{w}$.

Να υπολογίσετε συναρτήσεις των $\vec{x}$, $\vec{y}$ και $\vec{w}$
τα διανύσματα:

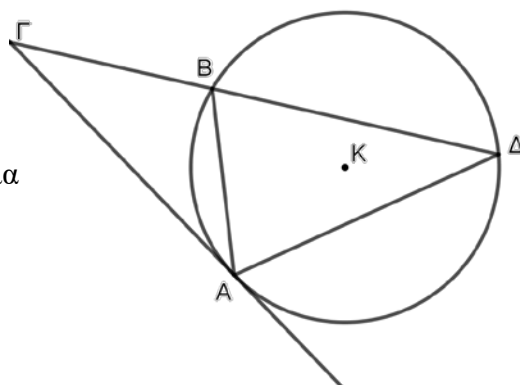
- (α) $\overrightarrow{\Lambda B}$
- (β) $\overrightarrow{\Delta K}$
- (γ) $\overrightarrow{AK}$
- (δ) $\overrightarrow{\Delta E}$



5. Δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο Γ εκτός του κύκλου.

Από το Γ φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα ΓA
και τέμνουσα $\Gamma B\Delta$.

- (α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Gamma\Delta$ είναι όμοια
- (β) Να δείξετε ότι $(A\Gamma)(\Delta A) = (\Delta\Gamma)(AB)$



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019**ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 /05/2019****ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2.30΄****ΩΡΑ: 08:00 – 10:30****Οδηγίες:**

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β) Να γράφετε με μελάνι μπλε (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- ε) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος απάντησής σας. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης αιτιολόγησης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.
- στ) Να συμμορφώνεστε πρόθυμα με τις οδηγίες των επιτηρητών.
- ζ) Η ΔΟΛΙΕΥΣΗ ΤΙΜΩΡΕΙΤΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

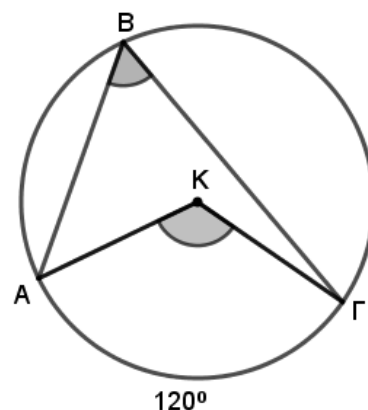
1. Να σχηματίσετε μια εξίσωση 2ου βαθμού που έχει λύσεις τους αριθμούς $x_1 = -3$ και $x_2 = 2$.

2. Να υπολογίσετε τις ρίζες:

(α) $\sqrt[3]{64}$

(β) $\sqrt[4]{\frac{1}{81}}$

3. Στο διπλανό σχήμα το μέτρο του μικρότερου τόξου $ΑΓ$ του κύκλου $(Κ, ρ)$ είναι 120° .
Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών $\widehat{ΑΚΓ}$ και $\widehat{ΑΒΓ}$.

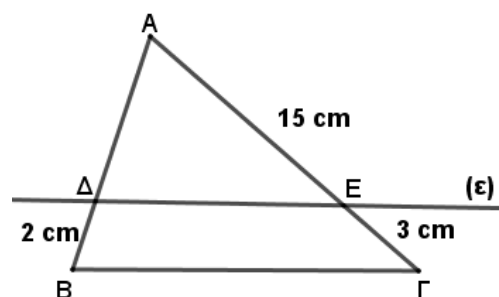


4. Να βρείτε σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η τελική πλευρά της γωνίας θ , αν:

(α) $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$

(β) $\sigma\upsilon\nu\theta > 0$ και $\epsilon\varphi\theta < 0$

5. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία (ϵ) είναι παράλληλη προς την πλευρά $ΒΓ$ του τριγώνου $ΑΒΓ$. Αν $\Delta B = 2\text{cm}$, $ΑΕ = 15\text{cm}$, $ΕΓ = 3\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος $ΑΔ$.



6. Αν η εξίσωση $x^2 - 8x + 4 = 0$ έχει λύσεις x_1 , x_2 , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

(γ) $2x_1 + 4x_1x_2 + 2x_2$

(δ) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$

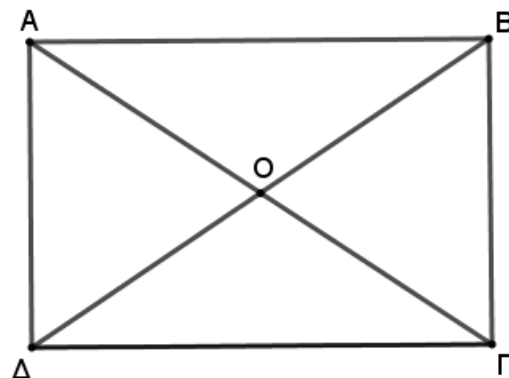
7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Να βρείτε το διάνυσμα που αντιστοιχεί στα πιο κάτω:

(α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma}$

(β) $\overrightarrow{A\Gamma} + \overrightarrow{B\Delta}$

(γ) $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{D\Gamma}$

(δ) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{OD}$



8. (α) Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $\sqrt[3]{5} \cdot 5^{\frac{2}{3}}$

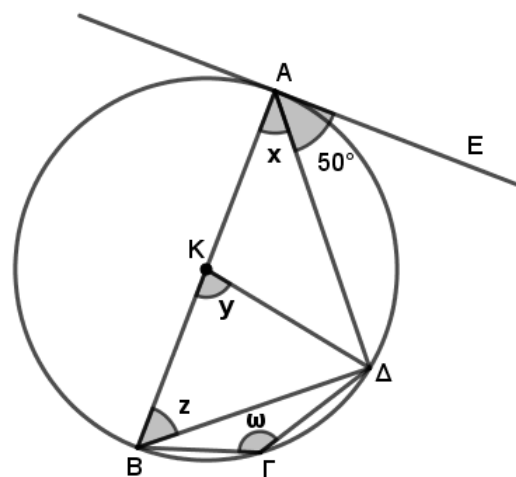
ii) $(9x^3)^{\frac{1}{2}}, x \geq 0$

- (β) Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

i) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

ii) $\frac{2}{\sqrt{7}+1}$

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) με AB διάμετρο και AE εφαπτομένη του κύκλου στο A . Αν Γ, Δ είναι σημεία του κύκλου και $\Delta\hat{A}E = 50^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνιές x, y, z και ω .



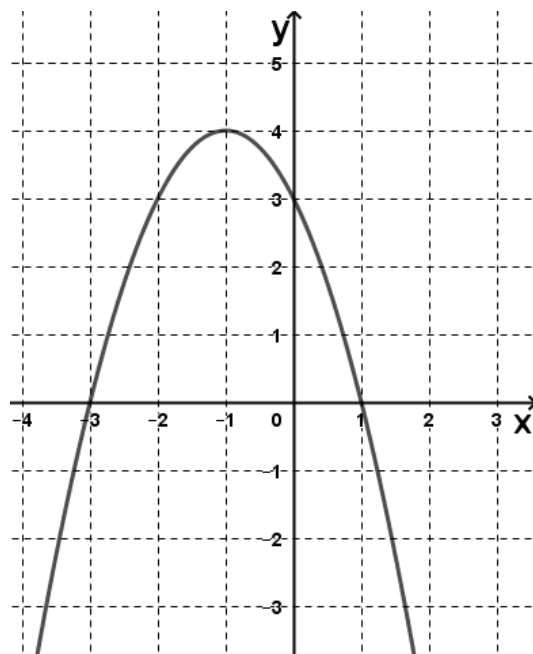
10. Να λύσετε το σύστημα : $x + 3y = 7$
 $xy = -6$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της,
- (β) τις συντεταγμένες της κορυφής και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- (γ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$,
- (δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και το πρόσημο του a ,
- (ε) την τιμή του γ ,
- (στ) την τιμή του $f(-2)$ και το πρόσημο του $f(120)$.



2. Οι βαθμοί των δέκα μαθητών ενός τμήματος σε ένα διαγώνισμα των μαθηματικών είναι: 10, 15, 13, 20, 19, 20, 15, 20, 18, 20.

Να υπολογίσετε:

- (α) το εύρος των παρατηρήσεων,
- (β) τη μέση τιμή των βαθμών του,
- (γ) την τυπική απόκλιση των βαθμών του,
- (δ) τον συντελεστή μεταβλητότητας των πιο πάνω παρατηρήσεων.

3. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 + (5\lambda + 1)x + \lambda^2 - 7 = 0$, η οποία έχει λύσεις τους αριθμούς x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει:

- (α) λύση τον αριθμό -1 ,
- (β) δύο αντίθετες λύσεις,
- (γ) δύο αντίστροφες λύσεις,
- (δ) το γινόμενο των ριζών της μεγαλύτερο από το άθροισμα των ριζών της.

4. (α) Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 12\varepsilon\varphi(180^\circ - \theta) + 26\eta\mu(90^\circ - \theta)$$

- (β) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$\frac{\eta\mu^2 x \cdot \sigma\varphi x + \sigma\upsilon\nu^2 x}{\varepsilon\varphi x + 1} = \sigma\upsilon\nu^2 x$$

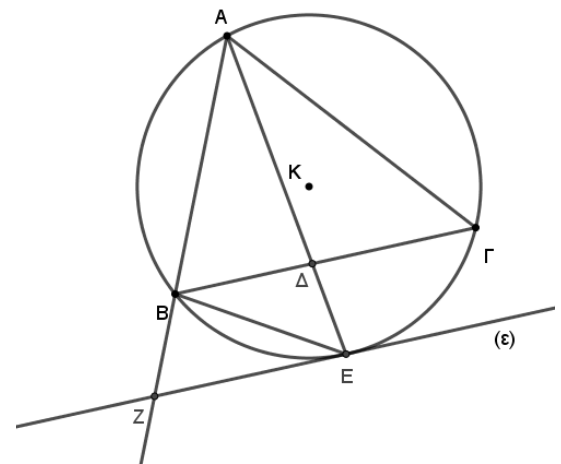
5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) . Φέρουμε τη διχοτόμο AD του τριγώνου η οποία τέμνει τον κύκλο στο σημείο E . Η εφαπτομένη (ε) του κύκλου στο σημείο E τέμνει την προέκταση της AB στο σημείο Z .

- (α) (i) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα EBZ και AZE

είναι όμοια.

- (ii) Αν ο λόγος ομοιότητας των τριγώνων EBZ και AZE είναι $\frac{2}{5}$ και το εμβαδόν του τριγώνου EBZ είναι 8cm^2 , να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου AZE .

- (β) Να δείξετε ότι $(EB)^2 = (EA) \cdot (ED)$.



Οι εισηγητές :

Δέσπω Πολυκάρπου
Άντρη Κακκίντηρου
Κυριάκος Κολοβός
Τάσα Γεωργαλλά

Η Συντονίστρια

Δήμητρα Χαρή (Β.Δ.)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Κυριάκος Κωστέας

Τέλος Δοκιμίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2019

ΔΙΑΡΚΕΙΑ
ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

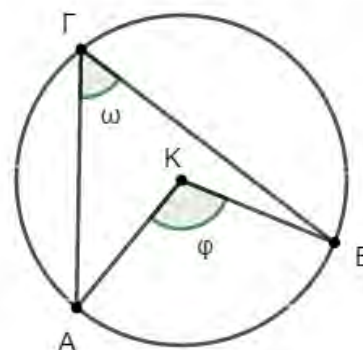
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Να λύσετε **όλα** τα θέματα στο **τετράδιο απαντήσεων**.
 2. Να γράψετε μόνο με **μπλε μελάνι**. Για τα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι.
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (υγρού ή ταινίας/TippEx).
 4. Στη λύση των θεμάτων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
 5. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Περιλαμβάνει 10 θέματα

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες

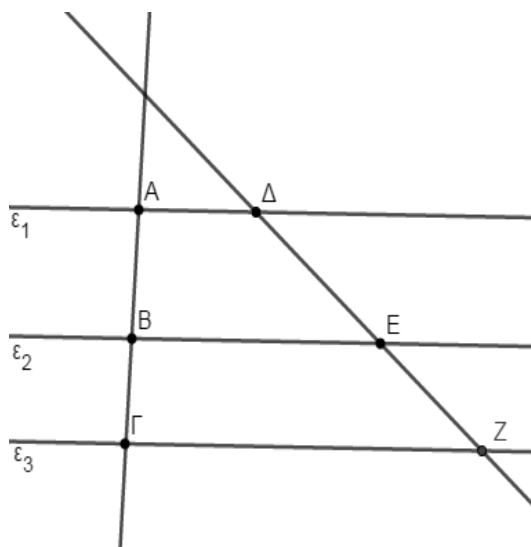
A1. Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις τις $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 2 - \sqrt{3}$.

A2. Αν το μικρό τόξο $\widehat{AB} = 110^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες ω και φ . Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



A3. Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2 + 11x - 4 \geq 0$.

A4. Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$ και επιπλέον $AB=12\text{cm}$, $B\Gamma=9\text{cm}$ και $\Delta E=20\text{cm}$.
Να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος EZ .

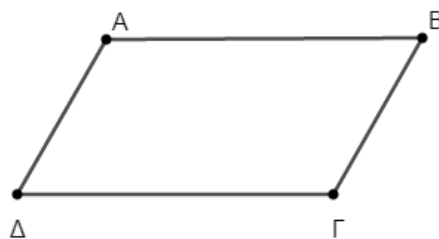


A5. Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{26}{\sqrt{13}}$

(β) $\frac{3}{\sqrt{7}-2}$

A6. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$). Αν $\vec{AB} = \vec{\alpha}$ και $\vec{\Delta A} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε συναρτήσει του $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τα διανύσματα $\vec{\Gamma\Delta}$, $\vec{B\Gamma}$, $\vec{\Delta B}$ και $\vec{A\Gamma}$.



A7. Οι βαθμοί ενός φοιτητή κατά το δεύτερο εξάμηνο στο μάθημα του Απειροστικού Λογισμού ήταν 5 στη γραπτή εξέταση, 7 στην προφορική εξέταση, 8 στην εργασία τύπου project και 9 για την παρουσία του στο μάθημα, με αντίστοιχη βαρύτητα, 50%, 20%, 20% και 10%.
Ο φοιτητής επιτυγχάνει στο μάθημα, αν η βαθμολογία του είναι 6.5 ή μεγαλύτερη.
Να εξετάσετε, αν ο φοιτητής πέρασε επιτυχώς το μάθημα.

A8. Αν $9\eta\mu\theta + 3 = 8 - 4\eta\mu\theta$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$,

(α) να δείξετε ότι $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$

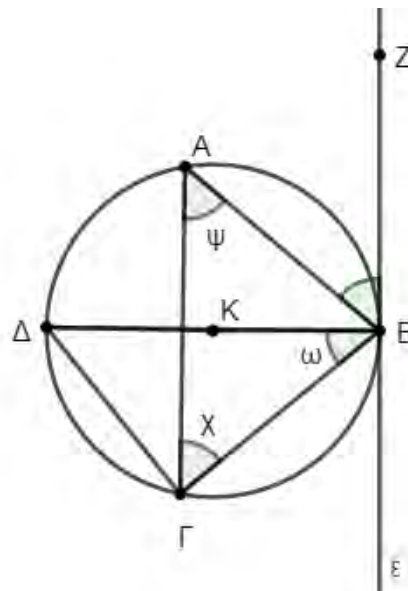
(1 μονάδα)

(β) να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{13\sigma\upsilon\nu\theta - 24\epsilon\phi\theta}{\frac{5}{\sigma\upsilon\nu\theta} \cdot \sigma\phi\theta}$$

(4 μονάδες)

A9. Στο πιο κάτω σχήμα η ΒΔ είναι διάμετρος του κύκλου (Κ,Ρ) και η ευθεία (ε) εφαπτομένη του στο σημείο Β. Αν η γωνία $\widehat{ABZ} = 60^\circ$ και το μικρό τόξο $\widehat{BG} = 100^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ και ω δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



A10. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις ώρες μελέτης των 25 μαθητών ενός τμήματος για ένα διαγώνισμα Μαθηματικών.

Ώρες Μελέτης	0	1	2	3	4	5
Μαθητές	3	8	6	4	2	2

Να βρείτε: (α) την μέση τιμή

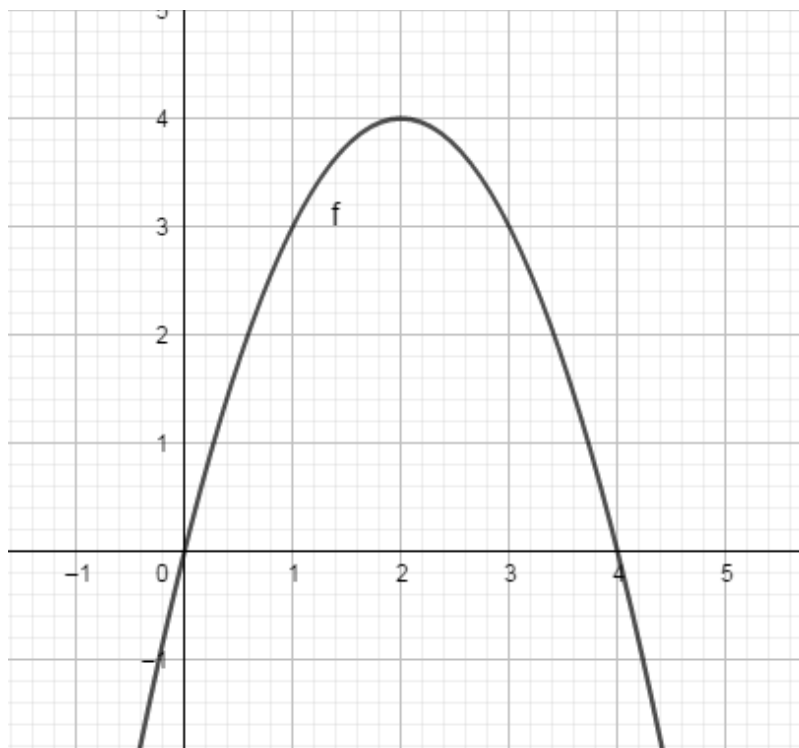
(β) την τυπική απόκλιση

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β': Περιλαμβάνει 5 θέματα
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες

B1. Πιο κάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Να βρείτε:

- (α) το Πεδίο Ορισμού και το Σύνολο Τιμών της συνάρτησης,
- (β) το πρόσημο των a και Δ ,
- (γ) τις συντεταγμένες της κορυφής και το είδος του ακροτάτου,
- (δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής,
- (ε) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$.

B2. (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu^2 x + \epsilon\phi^2 x (1 - \eta\mu^2 x) = 2\eta\mu^2 x$

(β) Αν $\frac{\eta\mu^2 x + \epsilon\phi^2 x (1 - \eta\mu^2 x)}{\eta\mu x} = 1$ και $0^\circ < x < 90^\circ$, να υπολογίσετε την γωνία x .

B3. Δίνεται η εξίσωση $(\kappa + 5)x^2 + (\kappa + 2)x + 2\kappa = 0$, $\kappa \neq -5$

Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του κ , ώστε η εξίσωση να έχει:

- (α) λύσεις αντίθετες, (3 μονάδες)
- (β) λύσεις αντίστροφες, (3 μονάδες)
- (γ) μια λύση ίση με 2. (4 μονάδες)

- B4.** (α) Να κάνετε τις πράξεις χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.
Να φαίνονται καθαρά όλες οι πράξεις.

i. $3^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[3]{2} - 2 \cdot 2^{\frac{1}{3}}$

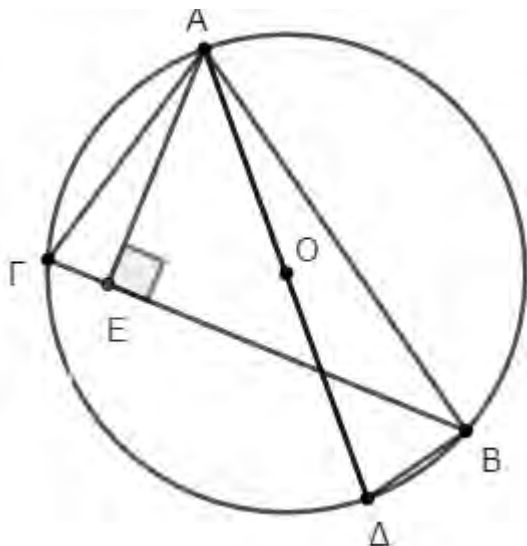
ii. $(\sqrt{9 + \sqrt{6}}) \cdot (\sqrt{9 - \sqrt{6}}) \div \sqrt{3}$

- (β) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $x^5 - 16x = 0$

ii. $(x + 1)^{\frac{5}{2}} = 32, x > -1$

- B5.** Στο πιο κάτω σχήμα η ΑΔ είναι διάμετρος του κύκλου (Ο, R) και ΑΕ το ύψος του τριγώνου ΑΒΓ. Να δείξετε ότι $(AB) \cdot (A\Gamma) = (AE) \cdot (AD)$.



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ο Διευθυντής

.....
Μάριος Ιωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22/05/2019
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
 (β) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
 (γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 (δ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

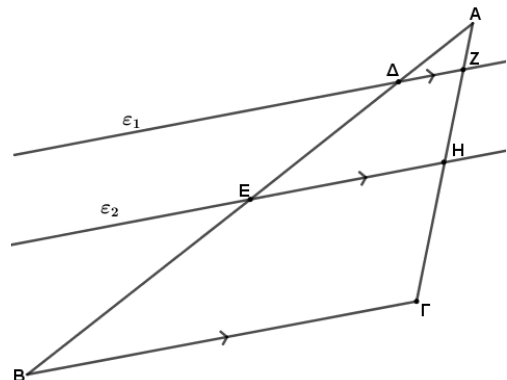
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1. Αν $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ είναι οι λύσεις της εξίσωσης $3x^2 - 15x + 9 = 0$, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

- (α) $x_1 + x_2$
 (β) $x_1 \cdot x_2$

- A2. Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // B\Gamma$,
 $AD = 2 \text{ cm}$, $DE = 4 \text{ cm}$,
 $AB = 12 \text{ cm}$ και $AZ = 1 \text{ cm}$.

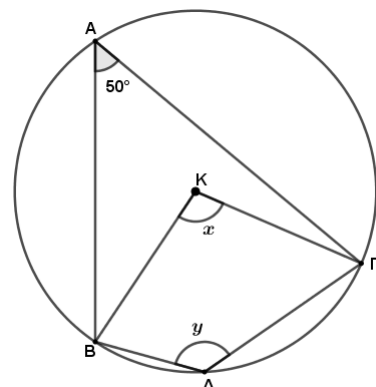
Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων AG και $H\Gamma$.



- A3. Να κάνετε τις πράξεις:

- (α) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{6}$
 (β) $\sqrt[3]{27} + \sqrt{14 + \sqrt[5]{32}}$

- A4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και $\hat{BAG} = 50^\circ$.
 Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{BKG} = x$ και $\hat{BAG} = y$.



A5. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 3x + 2 \leq 0$

A6. Ένας φοιτητής στο μάθημα του σχεδιασμού πήρε στην εργασία του για το μάθημα βαθμό 9, στην ενδιάμεση εξέταση βαθμό 4 και στην τελική εξέταση βαθμό 6.

Να υπολογίσετε το τελικό βαθμό που θα πάρει ο φοιτητής στο μάθημα του σχεδιασμού αν η εργασία έχει βαρύτητα 20%, η ενδιάμεση εξέταση έχει βαρύτητα 30% και η τελική εξέταση έχει βαρύτητα 50%.

A7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $x^2 - 4 = 0$

(β) $(4x - 1)^{\frac{2}{3}} = 9, \quad x \geq \frac{1}{4}$

A8. Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = 13\sigma\upsilon\nu\theta - 10\sigma\varphi\theta + 24\varepsilon\varphi\theta + 3$$

A9. Η παραβολή $f(x) = \kappa x^2 - (2\kappa + 1)x + 5$, $\kappa \in \mathbb{R} - \{0\}$ έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = -1$.

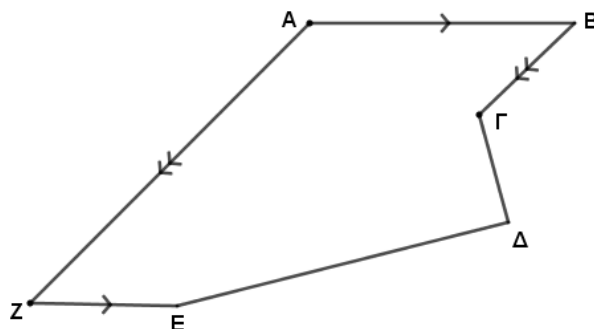
(α) Να υπολογίσετε την τιμή του κ

(β) Να εξετάσετε κατά πόσο η παραβολή έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή και να την υπολογίσετε.

A10. Στο διπλανό σχήμα
 $AB \parallel ZE$ και $AZ \parallel B\Gamma$.

Αν $\overrightarrow{AB} = 4\vec{\kappa}$, $\overrightarrow{B\Gamma} = 3\vec{\lambda}$,

$\overrightarrow{AB} = 2 \cdot \overrightarrow{ZE}$ και $\overrightarrow{AZ} = 3 \cdot \overrightarrow{B\Gamma}$,



(α) να γράψετε ένα ζεύγος αντίρροπων διανυσμάτων

(μονάδες 1)

(β) να εκφράσετε τα πιο κάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{\kappa}$, $\vec{\lambda}$:

(i) $\overrightarrow{AZ}$

(ii) $\overrightarrow{ZE}$

(iii) $\overrightarrow{AE}$

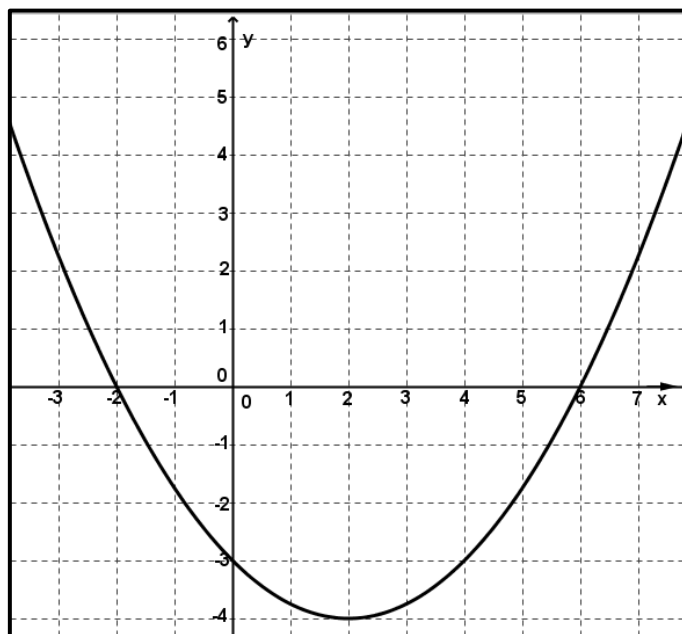
(iv) $\overrightarrow{EB}$

(μονάδες 4)

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$, είναι η παραβολή του σχήματος. Να βρείτε:
- 



-

- B2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R)

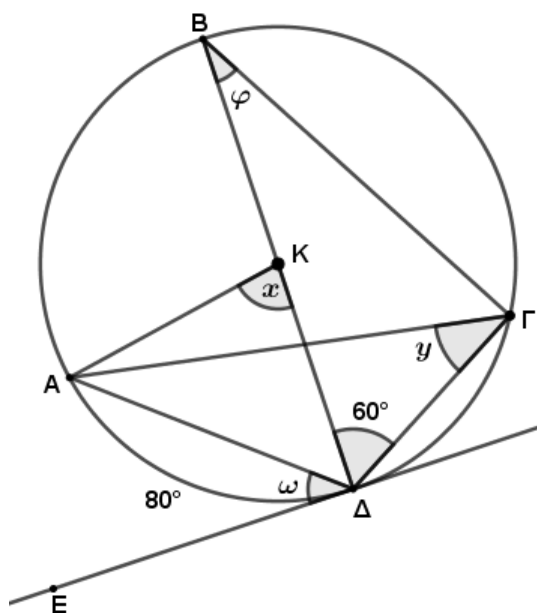
με διάμετρο ΒΔ.

Αν η ΔΕ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο

σημείο Δ, $\widehat{B\Delta\Gamma} = 60^\circ$ και $\widehat{A\Delta} = 80^\circ$,

να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{AK\Delta} = x$, $\widehat{A\Gamma\Delta} = y$,

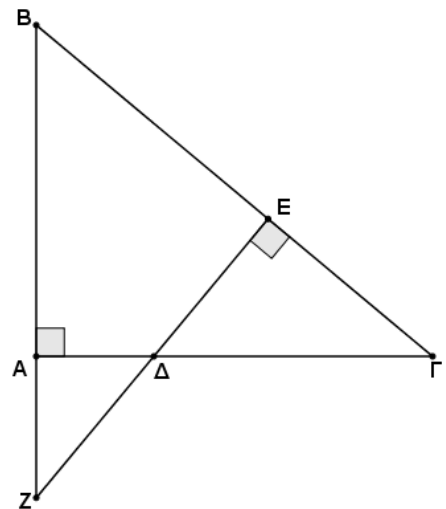
$\widehat{A\Delta E} = \omega$, $\widehat{\Delta B\Gamma} = \varphi$ και το τόξο AB.



B3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από τυχαίο σημείο Δ της $A\Gamma$, φέρουμε ΔE κάθετη στην $B\Gamma$ (E σημείο της $B\Gamma$) που τέμνει την προέκταση της BA στο Z .

Να δείξετε ότι:

- (α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Delta E\Gamma$ είναι όμοια
- (β) (i) τα τρίγωνα $AZ\Delta$ και $\Delta E\Gamma$ είναι όμοια
(ii) ισχύει η σχέση $(A\Delta)(E\Gamma) = (AZ)(E\Delta)$



B4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \mu x + \mu + 3 = 0$, $\mu \in \mathbb{R}$.

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ ώστε η εξίσωση να έχει:

- (α) λύση τον αριθμό 3
- (β) λύσεις αντίστροφες
- (γ) άθροισμα λύσεων ίσο με το διπλάσιο του γινομένου των λύσεων
- (δ) λύσεις πραγματικές

B5. Δίνεται η παράσταση: $A = \frac{1}{\eta\mu\theta} - \sigma\upsilon\nu\theta \cdot \sigma\varphi\theta$

- (α) Να δείξετε ότι $A = \eta\mu\theta$ (μονάδες 7)
- (β) Αν $\sqrt[3]{2A + 7} = 2$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας θ . (μονάδες 3)

Ο Διευθυντής

.....

Αλέξανδρος Αλεξάνδρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

Τάξη: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Μάθημα: Μαθηματικά κοινού κορμού (3-ωρο)

Ημερομηνία: 24/05/ 2019

Χρόνος εξέτασης: 2 ώρες και 30 λεπτά

Ονοματεπώνυμο: **Τμήμα:**

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες (συμπεριλαμβανομένης και της 1^{ης} σελίδας).
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη.
- Να απαντήσετε σε **όλα** τα θέματα και του **A μέρους** και του **B μέρους** στα φύλλα εξέτασης που σας δόθηκαν.
- Κάθε ερώτηση του πρώτου μέρους βαθμολογείται με **5 (πέντε) μονάδες**, ενώ του δεύτερου μέρους με **10 (δέκα) μονάδες από το 100 (εκατό)**.
- Γράφετε μόνο με μπλε μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να σχεδιαστούν με μολύβι.
- **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικών υλικών.
- **Επιτρέπεται** η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α':

Το Μέρος Α' αποτελείται από 10 θέματα. Να λύσετε **και τα 10** θέματα
Κάθε θέμα βαθμολογείται **με πέντε μονάδες**.

ΘΕΜΑ Α1: Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 6x + 5 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων (χωρίς να τη λύσετε) :

(α) $A = x_1 + x_2$

(β) $B = x_1 \cdot x_2$

ΘΕΜΑ Α2:

Να βρείτε τη θέση των κύκλων $(K, 5cm)$ και $(\Lambda, 4cm)$ αν η διάκεντρος $K\Lambda = 9cm$.

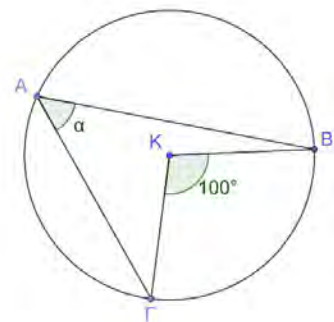
ΘΕΜΑ Α3:

(α) Να μετατρέψετε την παράσταση $A = \frac{3}{\sqrt{5}}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή.

(β) Να υπολογίσετε $B = 16^{\frac{1}{2}} - \sqrt[3]{27} + 3 \cdot \sqrt{64}$

ΘΕΜΑ Α4:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και $\angle K\hat{B} = 100^\circ$. Να υπολογίσετε την γωνία α . Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

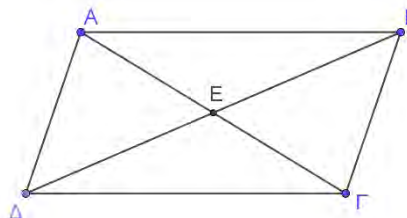
**ΘΕΜΑ Α5:**

Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Να βρείτε τα διανύσματα που αντιστοιχούν στα πιο κάτω:

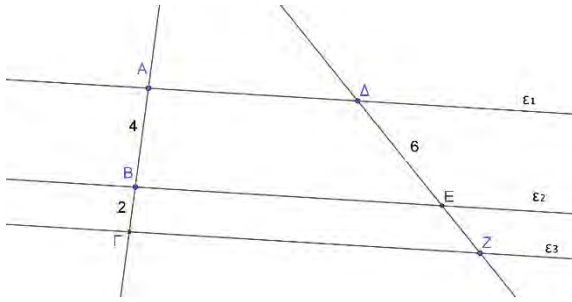
α) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B\Gamma} =$

β) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D\Gamma} + \overrightarrow{ΓB} =$

γ) $\overrightarrow{BE} - \overrightarrow{AE} =$



ΘΕΜΑ Α6: Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ και τα ευθύγραμμα τμήματα $AB=4\text{cm}$, $B\Gamma=2\text{cm}$ και $\Delta E=6\text{cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος EZ .

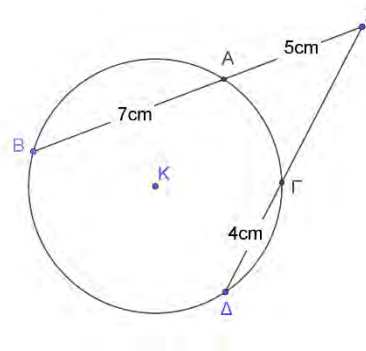


ΘΕΜΑ Α7: Να λύσετε την ανίσωση $2x^2 - 7x + 3 < 0$.

ΘΕΜΑ Α8: Ένας μαθητής της Α' Λυκείου στα δύο τετράμηνα έχει στο μάθημα των Μαθηματικών τους βαθμούς 14 και 16. Στις τελικές εξετάσεις έγραψε 12. Αν οι βαθμοί των τετραμήνων έχουν βαρύτητα 35% και η τελική εξέταση 30%, να βρείτε τον τελικό γενικό βαθμό του στο μάθημα των μαθηματικών.

ΘΕΜΑ Α9: Στο διπλανό σχήμα δίνεται

Κύκλος (K, R) . Από σημείο Σ εκτός του κύκλου φέρνουμε τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$. Αν $\Sigma A = 5\text{ cm}$, $AB = 7\text{ cm}$, $\Sigma \Gamma = \chi\text{ cm}$ και $\Gamma \Delta = 4\text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος $\Sigma \Delta$.



ΘΕΜΑ Α10:

Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις στο φύλλο

(α) $\eta\mu 70^\circ = \sigma\upsilon\nu 20^\circ$

(β) Αν η τελική πλευρά μιας γωνιάς θ τέμνει τον τριγωνομετρικό κύκλο στο σημείο με συντεταγμένες $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, τότε το $\eta\mu\theta = \frac{1}{2}$.

(γ) Αν $\eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$ τότε η γωνιά θ έχει τελική πλευρά στο 2^ο τεταρτημόριο.

(δ) Η τελική πλευρά της γωνιάς -190° σε κανονική θέση είναι στο 2^ο τεταρτημόριο.

(ε) $\eta\mu(180^\circ - \theta) = \eta\mu\theta$

απαντή
σεων
σας.

ΜΕΡΟΣ Β' :

Το Μέρος Β 'αποτελείται από **5** θέματα. Να **λύσετε και τα 5 θέματα**.

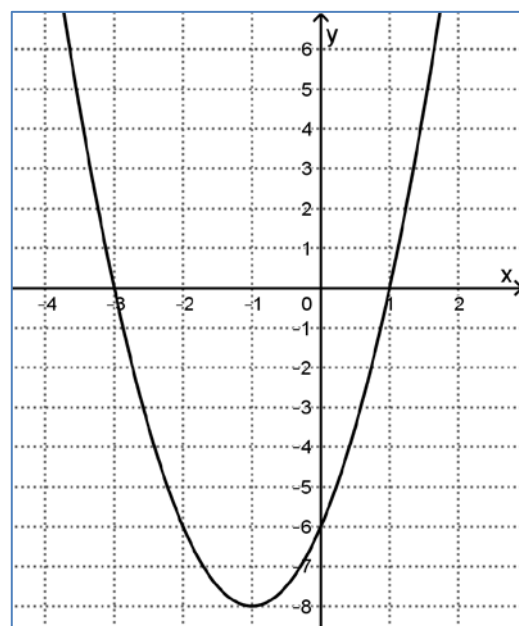
Κάθε θέμα βαθμολογείται **με δέκα μονάδες**.

ΘΕΜΑ Β1:

Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$.

Να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της παραβολής
- (β) το σύνολο τιμών της
- (γ) την τιμή του γ
- (δ) τις συντεταγμένες της κορυφής της
- (ε) το πρόσημο του a
- (στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (ζ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης
 $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (η) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (θ) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 0$
- (ι) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = -6$



ΘΕΜΑ Β2:

Ένας μαθητής πήρε στις τελικές εξετάσεις του, στα πέντε εξεταζόμενα του μαθήματα, τους βαθμούς 14, 15, 18, 19 και 19. Να υπολογίσετε:

- α) το εύρος των παρατηρήσεων.
- β) τη μέση τιμή των βαθμών του.
- γ) την τυπική απόκλιση των βαθμών του.

ΘΕΜΑ Β3:

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\mu - 3)x + 3 + 2\mu = 0, \mu \in R$, με ρίζες x_1 και x_2 .

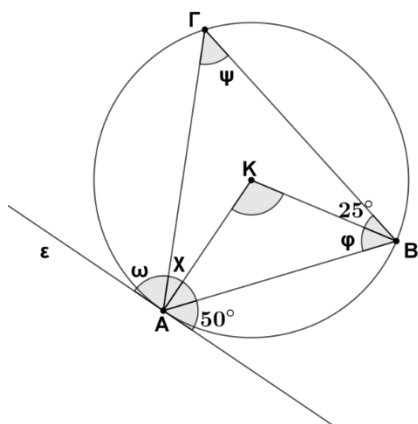
Να βρείτε τις τιμές του μ , ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) λύση τον αριθμό -2
- β) ρίζες αντίθετες
- γ) ρίζες αντίστροφες

ΘΕΜΑ Β4:

Δίνεται κύκλος (K, ρ) και ευθεία (ε) εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του A . Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες στο πιο κάτω σχήμα $(\varphi, \chi, \psi, \omega)$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

**ΘΕΜΑ Β5:**

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από ένα τυχαίο σημείο Δ της $A\Gamma$ φέρουμε ΔE κάθετη στη $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

- α) Το τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ είναι όμοιο με το τρίγωνο $\hat{E}\Delta\Gamma$
 β) $(A\Gamma) \cdot (E\Delta) = (AB) \cdot (E\Gamma)$

-ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ -

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Χριστοδουλίδης Ανδρέας

.....

ΟΝΟΜΑ :

ΤΜΗΜΑ:Αρ.... ΒΑΘΜΟΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:



ΛΥΚΕΙΟ ΣΟΛΕΑΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2018 – 2019

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2018 – 2019

ΜΑΘΗΜΑ: **Μαθηματικά ΚΚ** ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **22/5/19**

ΤΑΞΗ: **Α Ύλκείου**

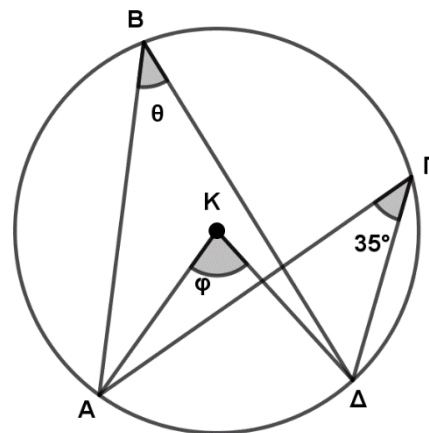
ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: **2,5ώρες**

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από (4) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι στο φύλλο απαντήσεων.
- Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

1) Να λύσετε την ανίσωση : $x^2 - 8x + 15 \leq 0$, $(x \in \mathbb{R})$

2) Στο διπλανό σχήμα, να βρείτε τα μέτρα των γωνιών θ και φ . Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



3) Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

α) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = 8\sqrt{20} + 3\sqrt{80} - 2\sqrt{500} =$

β) να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{12}{3-\sqrt{5}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

4) Οι αριθμοί x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 - 3x + 2 = 0$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

α) $A = x_1 + x_2$

β) $B = x_1 x_2$

γ) $\Gamma = 3x_1 + 3x_2 - 2x_1 x_2$

5) Να απλοποιήσετε την κλασματική παράσταση : $\frac{4x^2 - 3x - 1}{x^2 - 1}$

6) Ένας μαθητής στο πρώτο μάθημα με βαρύτητα 1,3 πήρε βαθμό 15. Στο δεύτερο μάθημα με βαρύτητα 0,7 πήρε 18 και στο τρίτο μάθημα με συντελεστή βαρύτητας 1 πήρε 17. Να βρείτε τον σταθμικό μέσο του.

7) Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $\epsilon\varphi\theta < 0$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{39\eta\mu\theta + 24\epsilon\varphi\theta}{26\sigma\upsilon\nu\theta - 5\sigma\varphi\theta}$

(χρησιμοποιώντας μόνο τριγωνομετρικές ταυτότητες).

- 8) Δίνεται τρίγωνο ABΓ και τα μέσα Μ και Ν των πλευρών AB και AΓ αντίστοιχα. Παίρνουμε σημείο Λ, ώστε $\overrightarrow{NL} = \overrightarrow{MN}$. Αν $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$ και $\overrightarrow{AN} = \vec{\beta}$, να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MG}$ και $\overrightarrow{AL}$ συναρτήσει των $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$.
- 9) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(1 - \sin x) \left(1 + \frac{1}{\sin x}\right) = \eta\mu x \cdot \epsilon\varphi x$
- 10) Από την κορυφή Β τριγώνου ABΓ φέρνουμε ευθεία ΒΔ που τέμνει την προέκταση της πλευράς AΓ στο Δ έτσι ώστε οι γωνίες $\Gamma\hat{B}\Delta = \hat{A}$. Να δείξετε ότι $(B\Delta)^2 = (A\Delta) \cdot (\Delta\Gamma)$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}, \gamma \neq 0$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης

β) το πρόσημο του α

γ) το πρόσημο του Δ

δ) τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης $f(x) = 0$

ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

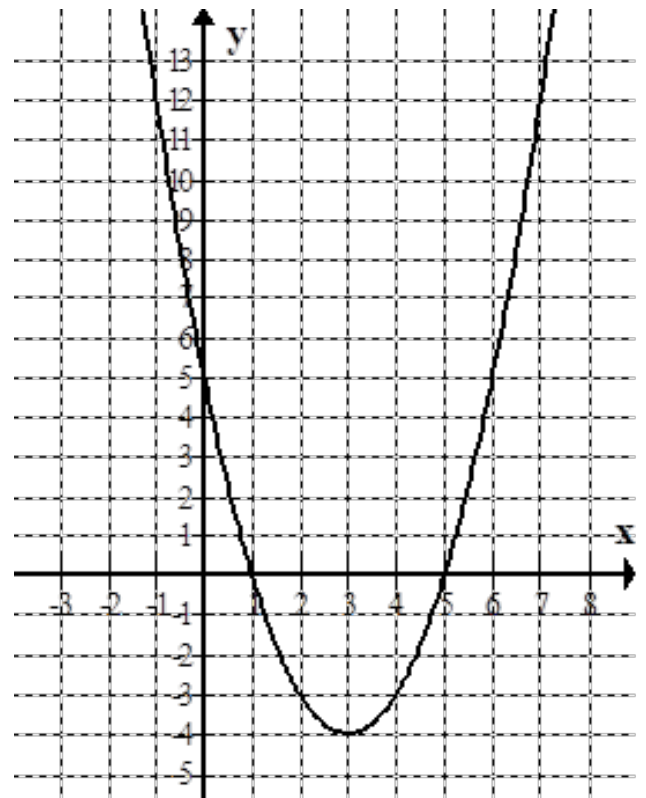
στ) την τιμή του γ

ζ) τις τιμές των α και β

η) τις συντεταγμένες του ακρότατου

θ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \leq 0$.

ι) το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών.



- 2) Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση: $2x^2 - (\lambda - 4)x + \lambda - 8 = 0$

α) να έχει ρίζες αντίθετες.

β) να έχει ρίζες αντίστροφες.

γ) να έχει μια ρίζα ίση με 2.

δ) να ισχύει η ανίσωση $(1 + 2x_1)(1 + 2x_2) \leq 5$ όπου x_1, x_2 οι ρίζες της πιο πάνω εξίσωσης.

3) Στη Μαδρίτη μετρήθηκαν οι θερμοκρασίες τον Ιούνιο όπως φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Θερμοκρασία (x_i)	12	14	16	17	18	19
Ημέρες (f_i)	3	2	3	7	6	9

Να βρείτε:

- α) Τη μέση τιμή των θερμοκρασιών.
- β) Την τυπική απόκλιση των θερμοκρασιών, κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.
- γ) τη διάμεσο των παρατηρήσεων
- δ) το εύρος R

Να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές.

- 4) Δίνεται κύκλος (O, 2 cm). Έστω AB μια διάμετρος του και (ε) η εφαπτομένη του στο σημείο A. Θεωρούμε ένα σημείο Γ του κύκλου και έστω Δ το σημείο τομής των ευθειών ΒΓ και (ε). Να αποδείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα ABΓ και AΔB είναι όμοια

β) $(BΓ) \cdot (BΔ) = 16$.

- 5) α) Να αποδείξετε τις ταυτότητες :

i. $\frac{\varepsilon\varphi^2\omega}{1+\varepsilon\varphi^2\omega} = \eta\mu^2\omega$

ii. $\frac{1}{1+\varepsilon\varphi^2\omega} = \sigma\upsilon\nu^2\omega, \quad \omega \in [0, \frac{\pi}{2})$

β) Αν x_1 και x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $x^2 + 2\eta\mu\omega \cdot x + 1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega = 0$ να δείξετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, ότι η εξίσωση έχει λύσεις πραγματικές και ίσες.

Η Διευθύντρια

Δέσποινα Παπαγιάννη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Α΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ημερομηνία: 29/ 5 /2019

Χρόνος : 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Να λύσετε όλα τα θέματα στις κόλλες απαντήσεων.
- 2) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- 4) Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- 5) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε όλες τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να γράψετε μία εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις $x_1 = 2$ και $x_2 = 3$.
- 2) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής $f(x) = (x - 3)^2 + 5$.
- 3) Για τον υπολογισμό της τελικής βαθμολογίας ενός μαθήματος, ένας μαθητής βαθμολογείται με 10% για τη συμμετοχή του στη τάξη, με 40% για ενδιάμεση εξέταση και 50% για την τελική εξέταση. Ποια θα είναι η τελική του βαθμολογία, αν πήρε 17 για συμμετοχή στη τάξη, 18 για την ενδιάμεση εξέταση και 19 για την τελική εξέταση;
- 4) Να μετατρέψετε την παράσταση $\frac{12}{\sqrt{6} - \sqrt{3}}$ σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή.
(Να δείξετε όλες τις πράξεις).

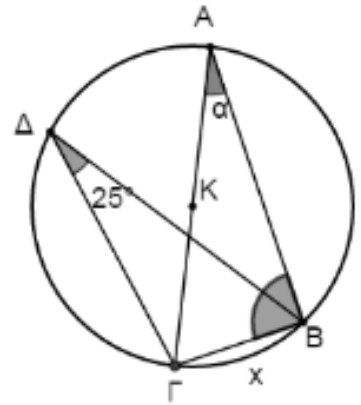
5) Να λύσετε την ανίσωση: $(x-4)(x+5) \geq 0$.

6) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) , η ΑΓ είναι

διάμετρος του κύκλου και η γωνία $\hat{\Gamma \Delta B} = 25^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες α , $\hat{A \hat{B} \Gamma}$ και το μέτρο του τόξου χ .

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



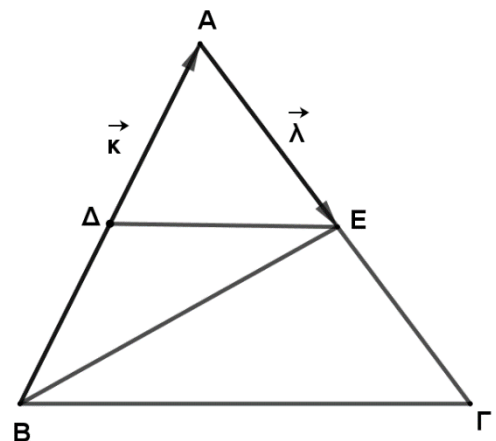
7) Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ.

Τα Δ και Ε είναι τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Αν $\overrightarrow{\Delta A} = \vec{k}$ και $\overrightarrow{A E} = \vec{\lambda}$, να εκφράσετε

τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$, $\overrightarrow{B A}$ και $\overrightarrow{E B}$ συναρτήσει

των $\vec{\lambda}$ και $\vec{k}$.



8) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 8x + 3\mu - 5 = 0$, με λύσεις x_1, x_2 . Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του μ , ώστε:

(α) Η εξίσωση να έχει λύση τον αριθμό -2.

(β) Να ισχύει η σχέση $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$.

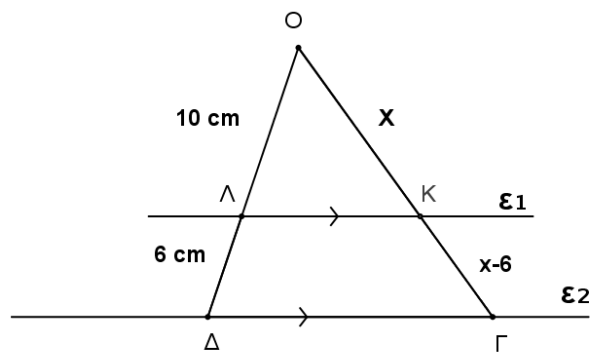
9) Αν $\text{syn} \theta = -\frac{8}{10}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$\frac{10 \text{syn} \theta + 12 \sigma \theta}{8 \epsilon \theta - 20 \eta \mu \theta} .$$

(Να γίνει **μόνο με τη χρήση** τριγωνομετρικών ταυτοτήτων)

10) Στο διπλανό σχήμα δίνονται $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$,

$ΟΛ = 10 \text{ cm}$, $ΛΔ = 6 \text{ cm}$, $ΟΚ = x \text{ cm}$ και
 $ΚΓ = (x-6) \text{ cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη
των τμημάτων $ΟΚ$ και $ΚΓ$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση

της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

(α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών

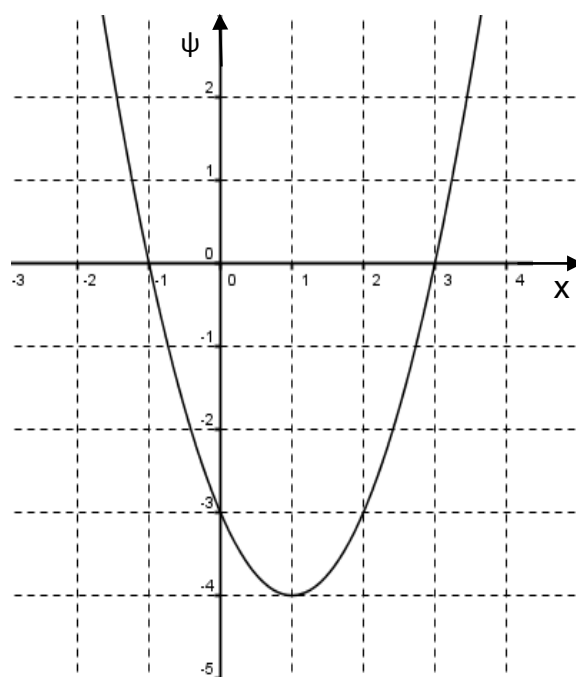
της συνάρτησης .

(β) την τιμή του γ .

(γ) τον άξονα συμμετρίας.

(δ) το πρόσημο του a .

(ε) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.



- 2) Ο παρακάτω πίνακας δείχνει τα αποτελέσματα που είχαν οι μαθητές ενός τμήματος σε ένα διαγώνισμα των Μαθηματικών.

Βαθμός	10	12	14	15	17
Αριθμός μαθητών	4	1	5	3	5

Να υπολογίσετε:

- (α) Τη μέση τιμή της βαθμολογίας των πιο πάνω μαθητών.
- (β) Την τυπική απόκλιση της βαθμολογίας των πιο πάνω μαθητών, κατά προσέγγιση δυο δεκαδικών ψηφίων.
- (γ) Το εύρος και τον συντελεστή μεταβλητότητας των πιο πάνω παρατηρήσεων.

- 3) (α) Να λύσετε την εξίσωση: $(6x-2)^{\frac{3}{2}} = 8, \quad x \geq \frac{1}{3}$.

- (β) Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του μ , ώστε η παραβολή $f(x) = x^2 + \mu x + \mu^2 - 3\mu$, να τέμνει τον άξονα των τετμημένων σε δύο διαφορετικά σημεία.

- 4) (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{1 + \varepsilon \varphi^2 \theta}{\eta \mu \theta (\eta \mu \theta - \sigma \upsilon \nu \theta) + \sigma \upsilon \nu \theta (\eta \mu \theta + \sigma \upsilon \nu \theta) + \varepsilon \varphi \theta \cdot \sigma \varphi \theta} = \frac{1}{2 \sigma \upsilon \nu^2 \theta}$$

- (β) Να βρείτε τις πραγματικές τιμές των μ και ρ ώστε η εξίσωση $3x^2 - 10x + \mu \cdot \rho = 0$ να έχει αντίστροφες λύσεις και η εξίσωση $x^2 + (\mu - \rho)x - 2 = 0$ να έχει άθροισμα λύσεων ίσο με 2.

5) Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο (K,R) . Αν $AZ \perp \Gamma Z$, $\Delta E \perp B\Gamma$ και η ευθεία ΓZ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του Γ , να δείξετε ότι:

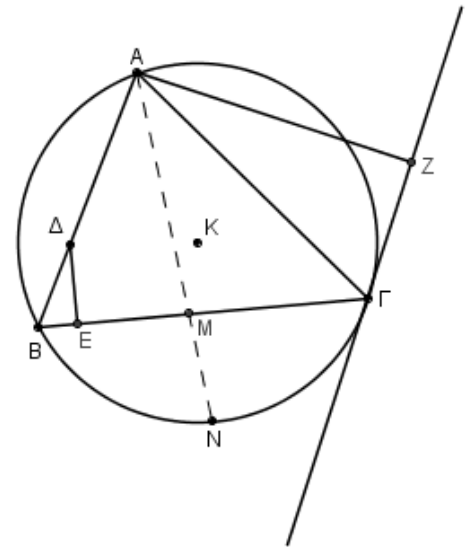
(α) (i) Τα τρίγωνα $B\Delta E$ και $AZ\Gamma$ είναι όμοια.

(ii) Ισχύει η σχέση $(B\Delta) \cdot (AZ) = (\Delta E) \cdot (A\Gamma)$.

(β) Αν το N είναι το μέσο του τόξου $BN\Gamma$ και

M το σημείο τομής της AN και $B\Gamma$ να δείξετε ότι: $(AN) \cdot (AM) = (AB) \cdot (A\Gamma)$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



Ο Διευθυντής

Ντίσκος Αλέξιος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΒΑΘΜΟΣ:

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου (3-ωρο)

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/19

.....

ΩΡΑ: 10:45

ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΚΑΘΗΓΗΤΗ:

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ ΜΑΘΗΤΗ/ΤΡΙΑΣ: ΤΜΗΜΑ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Μόνο τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- 2) Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- 3) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΤΕΚΑ (11) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του μέρους Α΄**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Οι ώρες σε υπερωρίες των υπαλλήλων μιας εταιρείας για τον μήνα Απρίλιο ήταν:
16, 17, 15, 7, 17 και 12.
Να υπολογίσετε την επικρατούσα τιμή, τη διάμεσο και τη μέση τιμή των υπερωριών.
2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 3x + 1 = 0$, με λύσεις x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $x_1 + x_2 =$

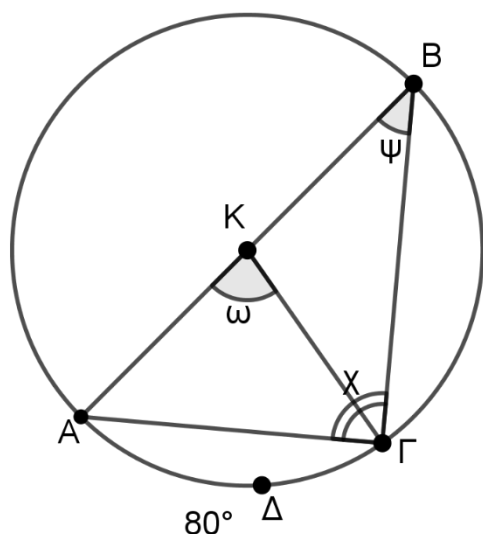
β) $x_1 \cdot x_2 =$

γ) $6x_1 - 8x_1x_2 + 6x_2 =$
3. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω αριθμητικές παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

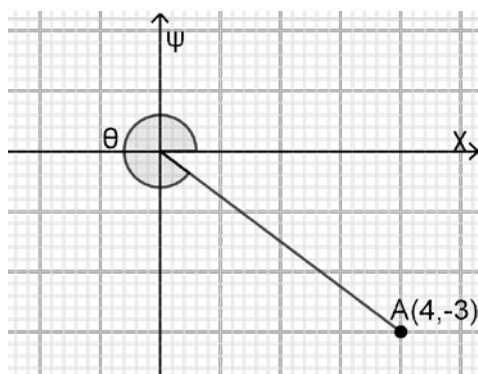
α) $\frac{14}{\sqrt{7}} =$

β) $\frac{5}{2+\sqrt{3}} =$

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο AB και το τόξο $A\Delta\Gamma = 80^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $A\hat{\Gamma}B = \chi$, $A\hat{B}\Gamma = \psi$ και $A\hat{K}\Gamma = \omega$, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



5. Να λύσετε την ανίσωση: $\chi^2 - 5\chi - 14 \geq 0$.
6. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$ και $\epsilon\varphi\theta$ της γωνίας θ .



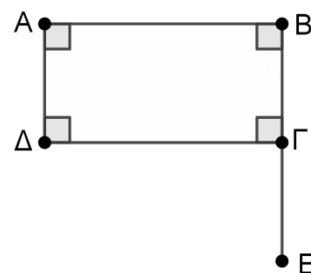
7. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Προεκτείνουμε τη $B\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma E = B\Gamma$.
Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{\mu}$, $\overrightarrow{B\Gamma} = \vec{\nu}$

α) να εκφράσετε τα παρακάτω διανύσματα συναρτήσει των $\vec{\mu}$ και $\vec{\nu}$:

i) $\overrightarrow{A\Gamma} =$

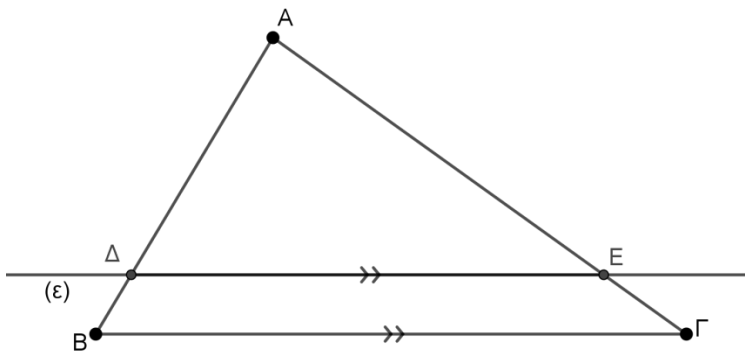
ii) $\overrightarrow{BE} =$

iii) $\overrightarrow{B\Delta} =$



β) Να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{\Delta E}$ είναι ίσα.

8. Στο πιο κάτω σχήμα η ευθεία ΔE είναι παράλληλη προς την πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$. Αν $A\Delta = 8\text{cm}$, $B\Delta = 2\text{cm}$ και $E\Gamma = 3\text{cm}$ να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.



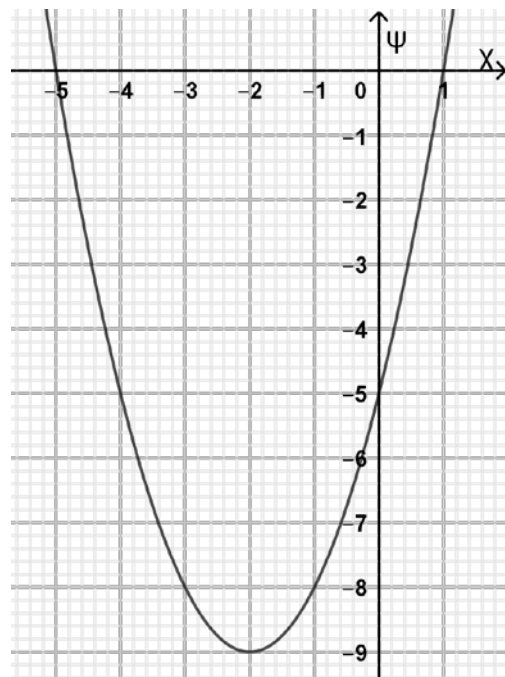
9. Να λύσετε την εξίσωση: $(2\chi - 1)^{\frac{3}{2}} = 8$, $\chi \geq \frac{1}{2}$

10. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{3\chi^2 - 5\chi - 2}{\chi^2 - 4}$

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

Από την γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$
- β) το σύνολο τιμών της $f(x)$
- γ) το πρόσημο του a
- δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- στ) τις συντεταγμένες της κορυφής
- ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$
- η) την τιμή του c
- θ) την τιμή του a
- ι) την τιμή του b .



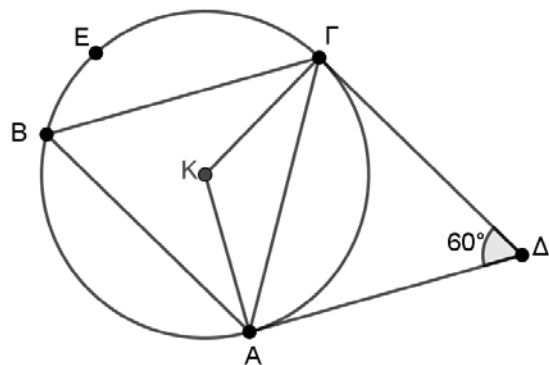
2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Τα ευθύγραμμα τμήματα DA και $D\Gamma$ είναι εφαπτόμενα τμήματα στον κύκλο και η γωνία $\hat{A}\hat{D}\hat{\Gamma} = 60^\circ$.

α) Να υπολογίσετε τις πιο κάτω γωνίες δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

- i) $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{D}$
- ii) $\hat{\Gamma}\hat{A}\hat{K}$
- iii) $\hat{\Gamma}\hat{B}\hat{A}$,

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου $A\Gamma\Delta$.

γ) Αν $\hat{K}\hat{A}\hat{B} = 20^\circ$, να υπολογίσετε το μήκος του τόξου $B\hat{E}\hat{\Gamma}$, δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.



3. Πιο κάτω παρουσιάζεται η συνολική βαθμολογία ενός φοιτητή για κάθε ένα από τα δέκα μαθήματα που παρακολούθησε το πρώτο έτος του πανεπιστημίου :

68, 70, 75, 68, 51, 75, 70, 78, 70, 75.

- α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των βαθμολογιών του.
β) Να υπολογίσετε την τυπική απόκλιση των βαθμολογιών του.
γ) Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας των βαθμολογιών του.
δ) Οι βαθμολογίες του φοιτητή παρουσιάζουν ομοιογένεια; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

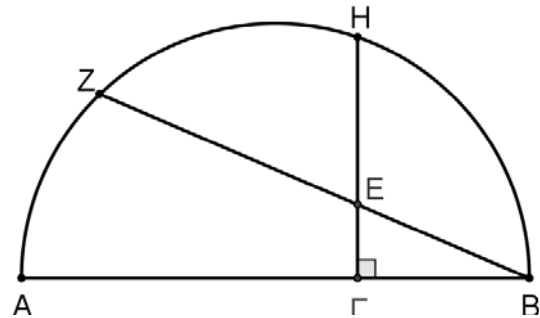
4. α) Αν $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της

παράστασης:
$$A = \frac{-10 \eta \mu \theta}{5 \sin \theta - 4 \epsilon \varphi \theta}$$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:
$$(1 + \epsilon \varphi^2 \chi) \sigma \varphi^2 \chi = \frac{1}{\eta \mu^2 \chi}$$

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB και Z, H δύο σημεία του. Το ευθύγραμμο τμήμα $H\Gamma$ είναι κάθετο στην AB και E το σημείο τομής του $H\Gamma$ με τη χορδή BZ .

- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα AZB και ΓEB είναι όμοια.



- β) Να δείξετε ότι: $(B\Gamma)(AB) = (BZ)(BE)$

- γ) Αν $BE = 10 \text{ cm}$, $E\Gamma = 6 \text{ cm}$ και $BZ = 24 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος της ακτίνας του ημικυκλίου.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Η Διευθύντρια

Συρίμη Χριστούλλα

ΜΕΡΟΣ Α'

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

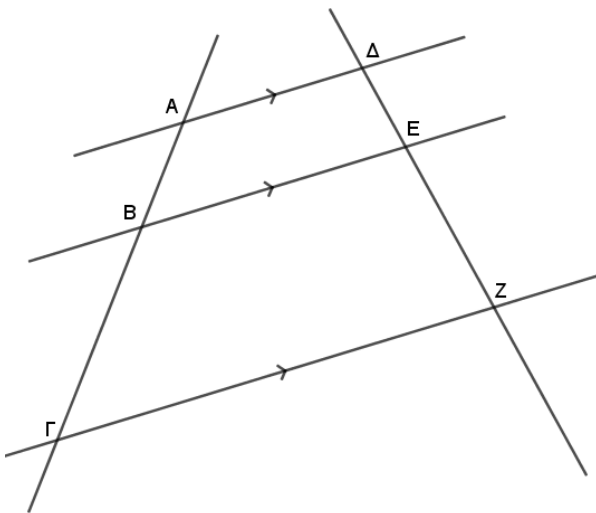
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Αν x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 - 4x + 5 = 0$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

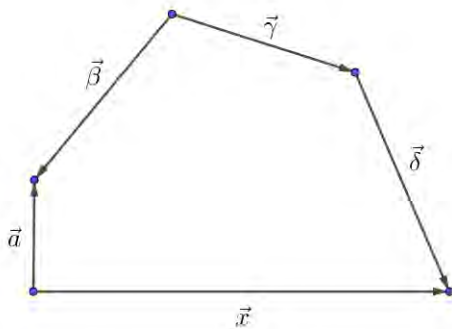
(α) $x_1 + x_2$

(β) $x_1 \cdot x_2$

2. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται ότι $AB = 6cm, BF = 9cm, DE = 3cm$ και $AD \parallel BE \parallel GZ$.
Να υπολογίσετε το μήκος του τμήματος EZ .



3. Στο πιο κάτω σχήμα, να εκφράσετε το διάνυσμα $\vec{x}$ ως άθροισμα ή διαφορά των διανυσμάτων $\vec{a}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$.

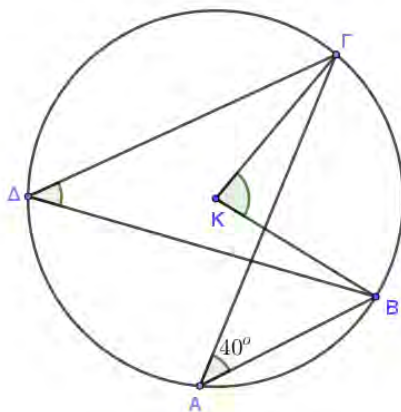


4. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $\frac{6}{\sqrt{2}}$

(β) $\frac{13}{4-\sqrt{3}}$

5. Στο πιο κάτω σχήμα, το σημείο K είναι το κέντρο του κύκλου και η γωνία $\widehat{Γ\Delta B}$ έχει μέτρο 40° . Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\widehat{Γ\Delta B}$ και $\widehat{ΓKB}$, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.



6. Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$(\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta)^2 = 1 + 2\eta\mu\theta \sigma\upsilon\nu\theta$$

7. Να λύσετε την πιο κάτω ανίσωση:

$$x^2 - 6x + 8 \geq 0$$

8. Στο πανεπιστήμιο Κύπρου ο τελικός βαθμός σε ένα μάθημα στο τέλος του εξαμήνου συνυπολογίζεται από τους βαθμούς των δύο ενδιάμεσων εξετάσεων και της τελικής εξέτασης. Η Α' ενδιάμεση έχει βαρύτητα 20%, η Β' ενδιάμεση 30% και η τελική εξέταση 50%. Να υπολογίσετε τον τελικό βαθμό ενός φοιτητή που βαθμολογήθηκε 7 στην Α' ενδιάμεση, 8 στη Β' ενδιάμεση και 5 στην τελική εξέταση.

9. Να απλοποιήσετε το πιο κάτω κλάσμα :

$$\frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4}$$

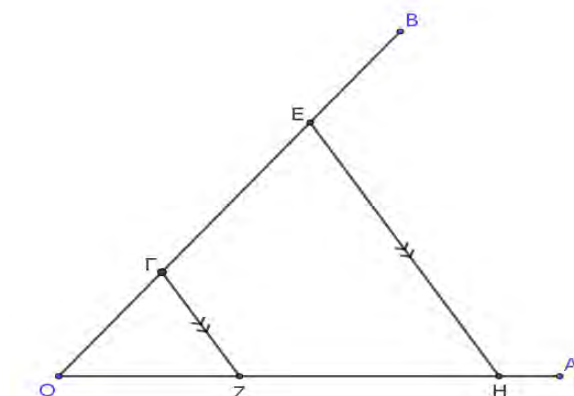
10. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται γωνία $\widehat{AOB}$.

Αν Γ, E, H και Z σημεία πάνω στις πλευρές της

OA και OB έτσι ώστε $\Gamma Z \parallel EH$, να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα ΓOZ και EOH είναι όμοια

(β) $(O\Gamma)(EH) = (OE)(\Gamma Z)$.



ΜΕΡΟΣ Β'

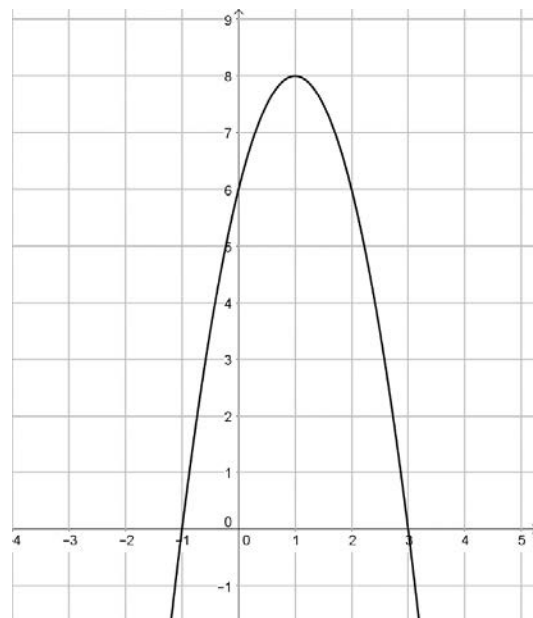
Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, a \neq 0$.

Να βρείτε:

- (α) Το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της.
- (β) Το πρόσημο του a και το πρόσημο της διακρίνουσας Δ .
- (γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της και τις συντεταγμένες της κορυφής της.
- (δ) Την τιμή του γ .
- (ε) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (στ) Τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) > 0$.



2. (Α) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

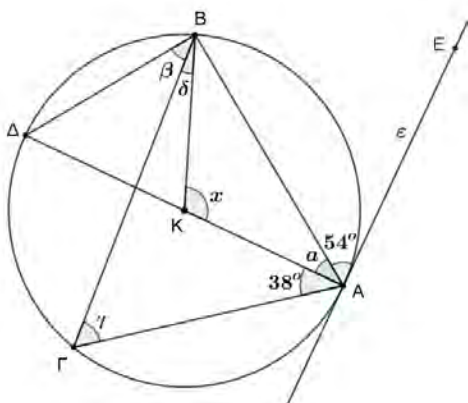
$$(i) \quad x^4 = 16 \quad (ii) \quad \sqrt[5]{3x-1} = 2, \quad x \geq \frac{1}{3} \quad (iii) \quad x^{-\frac{2}{3}} = 9, \quad x > 0$$

(Β) Να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

$$(i) \quad 27^{\frac{2}{3}} + 49^{\frac{1}{2}}$$

$$(ii) \quad \sqrt[4]{3a^3} \cdot \sqrt[4]{27a}, \quad a \geq 0$$

3. Στο πιο κάτω σχήμα, η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου (K, ρ) στο σημείο A και οι γωνίες $\widehat{BAE}$ και $\widehat{\Gamma\Delta A}$, έχουν μέτρο $\widehat{BAE} = 54^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta A} = 38^\circ$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών $\alpha, \beta, \gamma, \delta, x$ καθώς και το μέτρο του τόξου $\widehat{B\Delta\Gamma}$.
(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)



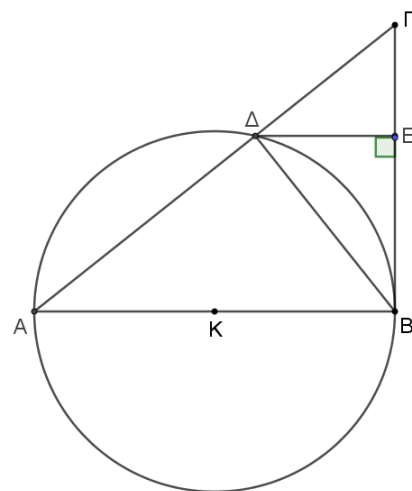
4. (Α) Αν $\eta\mu\theta = \frac{5}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$A = 26\sigma\eta\nu\theta + 12\varepsilon\varphi\theta - 10\sigma\varphi\theta$$

- (Β) Να αποδείξετε την πιο κάτω ταυτότητα:

$$\frac{\sigma\eta\nu\theta}{1 - \eta\mu\theta} - \frac{\sigma\eta\nu\theta}{1 + \eta\mu\theta} = 2\varepsilon\varphi\theta$$

5. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (K, ρ) διαμέτρου AB . Στο σημείο B φέρουμε την εφαπτομένη του $B\Gamma$. Αν το ευθύγραμμο τμήμα ΔE είναι παράλληλο με τη διάμετρο του κύκλου AB , να δείξετε ότι:
(α) Τα τρίγωνα ΔB και $AB\Gamma$ είναι όμοια.
(β) $(AB)^2 = (A\Gamma)(A\Delta)$.
(γ) $(E\Gamma)(AB) = (\Gamma\Delta)(B\Delta)$.



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ανδρούλλα Χρίστου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΤΑΞΗ : Α΄

ΗΜΕΡΑ ΚΑΙ ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : Τρίτη, 28/05/2019

ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Οι απαντήσεις να δοθούν πάνω στα φύλλα απαντήσεων.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε μόνο με **μπλε** ανεξίτηλο μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Σε όλες τις ασκήσεις, να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς τη διαδικασία επίλυσης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στα φύλλα απαντήσεων (όπου χρειάζεται).
- Η κατοχή κινητού τηλεφώνου θεωρείται δολίευση.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

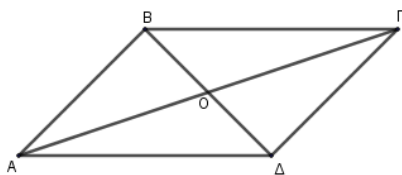
1. Να γράψετε μια εξίσωση δευτέρου βαθμού με λύσεις $x_1 = 5 - \sqrt{2}$ και $x_2 = 5 + \sqrt{2}$.

2. Να μετατρέψετε τις πιο κάτω παραστάσεις σε ισοδύναμες με ρητό παρονομαστή:

(α) $\frac{20}{\sqrt{5}}$

(β) $\frac{8}{3 - \sqrt{7}}$

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ (Ο το σημείο τομής των διαγωνίων του).



Να γράψετε ένα διάνυσμα που να είναι ίσο με:

(α) $\overrightarrow{AB}$

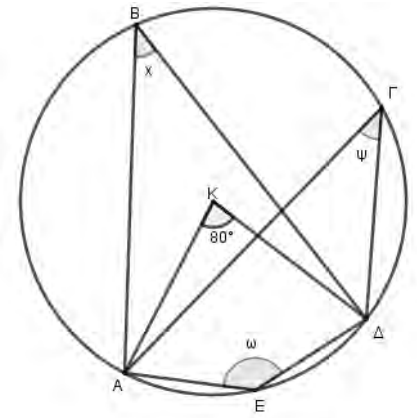
(β) $\overrightarrow{AO}$

(γ) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AG}$

(δ) $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{BO}$

(ε) $2\overrightarrow{OB}$

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K,R) και $\widehat{A\hat{K}D}=80^\circ$.
Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών x , ψ , ω και το
μέτρο του τόξου $\widehat{AED}$ (αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας).



5. Να χαρακτηρίσετε με ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ τις πιο κάτω προτάσεις:

(α) $\eta\mu^2 50^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 50^\circ = 1$.

(β) $\frac{\eta\mu 70^\circ}{\sigma\upsilon\nu 70^\circ} = \epsilon\phi 70^\circ$.

(γ) Αν $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$ και $\epsilon\phi\theta > 0$, τότε η γωνία θ έχει τελική πλευρά στο 2^ο τεταρτημόριο.

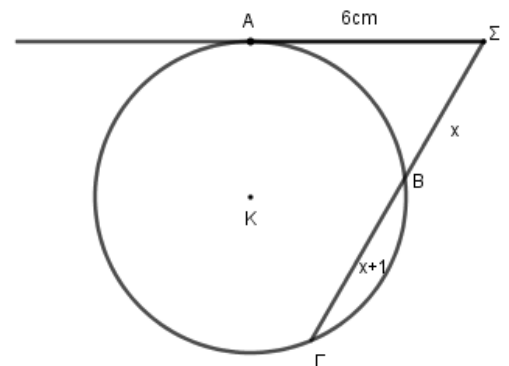
(δ) $\epsilon\phi 120^\circ = \epsilon\phi 60^\circ$.

(ε) Η τελική πλευρά της γωνίας -160° σε κανονική θέση είναι στο 3^ο τεταρτημόριο.

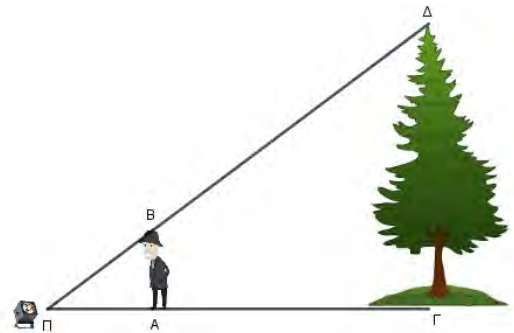
6. (α) Να κάνετε τις πράξεις: $(\sqrt{45} + 2\sqrt{20} - \sqrt{5} + 2\sqrt{125}) \div \sqrt{20}$

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $(2x + 1)^{\frac{4}{3}} = 16$, $x \geq -\frac{1}{2}$

7. Δίνεται κύκλος (K,R). Από σημείο Σ εκτός του κύκλου
φέρουμε την εφαπτομένη ΣΑ και την τέμνουσα ΣΒΓ.
Αν $\Sigma A = 6$ cm, $\Sigma B = x$ cm και $B\Gamma = (x+1)$ cm,
να υπολογίσετε την τιμή του x .



8. Ένας αναμμένος προβολέας βρίσκεται στο έδαφος στο σημείο Π και φωτίζει έναν άνθρωπο σε απόσταση $PA = 2,2\text{m}$ από αυτόν. Η σκιά του ανθρώπου φτάνει μέχρι την κορυφή του δέντρου, το οποίο έχει ύψος 6m . Αν το δέντρο βρίσκεται σε απόσταση $AG = 5,8\text{m}$ πίσω από αυτόν, να υπολογίσετε το ύψος του ανθρώπου AB .



9. Σε μια εκδρομή έλαβαν μέρος 15 οικογένειες. Ο αριθμός των παιδιών ανά οικογένεια ήταν: 1,4,2,2,2,0,3,3,1,1,2,3,1,2,3. Να βρείτε:
 (α) τη μέση τιμή και το εύρος των παρατηρήσεων και
 (β) την τυπική απόκλιση (κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων).

10. Να λύσετε το σύστημα:

$$x - 2\psi = 1$$

$$x^2 + \psi^2 + \psi = 11$$

ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$

(i) Με βάση το σχήμα, να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της,
- β) το σύνολο τιμών της,
- γ) το πρόσημο της διακρίνουσας της $f(x) = 0$,
- δ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$,
- ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της και
- στ) την ελάχιστη τιμή της.

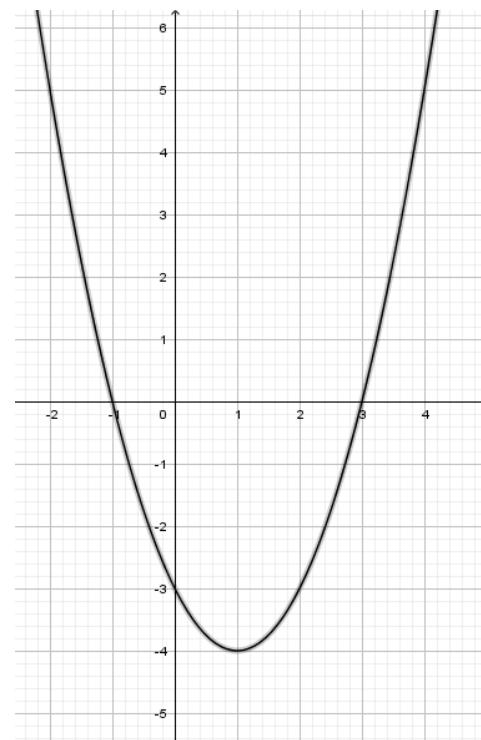
(6 μονάδες)

- (ii) Η πιο πάνω παραβολή μετατοπίζεται κατά 3 μονάδες δεξιά και 4 μονάδες προς τα πάνω.

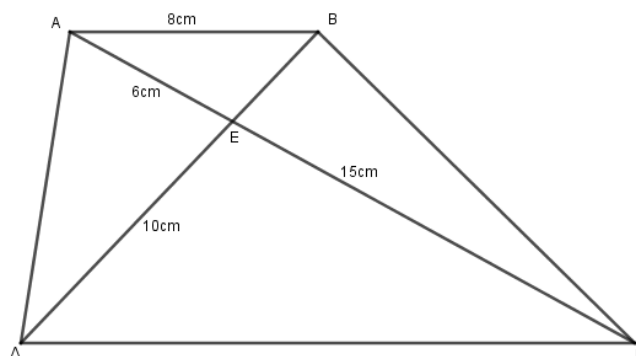
Να βρείτε:

- α) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και
- β) τις συντεταγμένες της κορυφής της μετατοπισμένης παραβολής.

(4 μονάδες)



5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το τραπέζιο ΑΒΓΔ ($AB \parallel \Gamma\Delta$), $AE = 6\text{cm}$, $AB = 8\text{cm}$, $\Gamma E = 15\text{cm}$, και $\Delta E = 10\text{cm}$.



- (α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΔΕΓ είναι όμοια.
- (β) Να αποδείξετε ότι $(EB)(\Gamma E) = (E\Delta)(EA)$ και $(EA)(\Delta\Gamma) = (E\Gamma)(BA)$.
- (γ) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών ΒΕ και ΔΓ, των τριγώνων ΑΒΕ και ΔΕΓ αντίστοιχα .
- (δ) Αν το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΕ ισούται με $3\sqrt{15}\text{cm}^2$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΕΓ.

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Χρυσοχού Παναγιώτα