

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

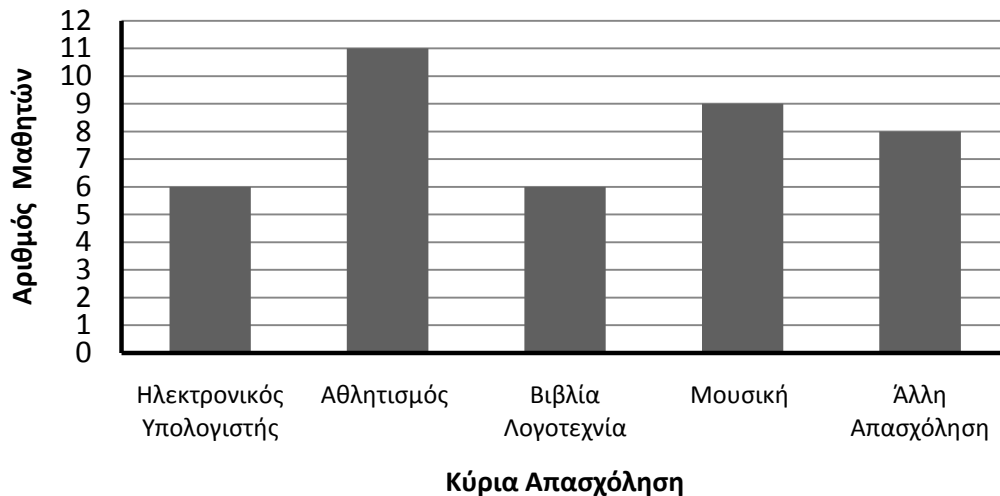
Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Δευτέρα, 30 Μαΐου 2011
8:30 – 11:30**

**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ
Στο τέλος του εξεταστικού δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο
που αποτελείται από δύο (2) σελίδες**

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 10 ασκήσεις.
Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Ένα δείγμα μαθητών της Α΄ Λυκείου ρωτήθηκε ποια είναι η κύρια απασχόλησή τους στον ελεύθερό τους χρόνο. Οι απαντήσεις όλων των μαθητών του δείγματος φαίνονται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα συχνοτήτων.



Να βρείτε:

- (α) Πόσοι ήταν οι μαθητές του δείγματος;
- (β) Με τι απασχολούνται στον ελεύθερό τους χρόνο τα περισσότερα παιδιά του δείγματος;

2. Ο Θανάσης αγόρασε ένα φορητό ηλεκτρονικό υπολογιστή αξίας €600 και πλήρωσε επιπλέον 15% Φ.Π.Α. πάνω στην αξία του. Να βρείτε πόσα πλήρωσε.
3. Κώνος έχει ακτίνα βάσης 6cm και ύψος 8cm . Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.
4. Να βρείτε πόσοι τετραψήφιοι αριθμοί μπορούν να σχηματιστούν με τα ψηφία 2, 4, 5, 6, 8, και 9 αν δεν επιτρέπεται η επανάληψη ψηφίου.
5. Η Ειρήνη αγόρασε ένα αυτοκίνητο και πλήρωσε €12000. Μετά από ένα χρόνο το πώλησε 16% πιο κάτω από την τιμή που το αγόρασε. Τα λεφτά που πήρε από την πώληση του αυτοκινήτου τα κατάθεσε στην τράπεζα με ετήσιο επιτόκιο 4%. Πόσο τόκο πήρε μετά από 15 μήνες;
6. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 260cm^2 και παράπλευρο ύψος 13cm . Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.
7. Τα ενδεχόμενα A και B είναι του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$, $P(A) = \frac{1}{3}$ και $P(B) = \frac{1}{4}$. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:
 (α) $P(B')$
 (β) $P(A \cup B)$
 (γ) $P(B - A)$
8. Δίνονται οι αριθμοί 12, x , y , ω , z , 17 με επικρατούσα τιμή 2 και μέση τιμή 6. Αν x , y , ω , z είναι ακέραιοι θετικοί αριθμοί και το ω είναι διπλάσιο του z , να βρείτε τις τιμές των x , y , ω και z .
9. Σε ένα σχολικό πρωτάθλημα καλαθόσφαιρας συμμετείχαν n ομάδες. Κάθε ομάδα αγωνίστηκε με κάθε άλλη ομάδα μια μόνο φορά. Αν συνολικά διεξήχθησαν 36 αγώνες, να βρείτε τον αριθμό n των ομάδων που συμμετείχαν στο πρωτάθλημα.

10. Ένας ποδηλάτης ξεκίνησε στις 8 το πρωί από το σημείο Α με ταχύτητα 24 km/h και έφτασε σε ένα σημείο Β, όπου χάλασε το ποδήλατό του. Μετά από 30 λεπτά ξεκίνησε πεζός για να επιστρέψει στο σημείο Α ακολουθώντας την ίδια διαδρομή με ταχύτητα 4 km/h . Επέστρεψε στο σημείο Α στις 12 το μεσημέρι της ίδιας ημέρας. Να βρείτε το μήκος της διαδρομής από το σημείο Α στο σημείο Β.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 ασκήσεις.
Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Η Έλενα κατέγραψε τον αριθμό των επιβατών των 100 πρώτων αυτοκινήτων που πέρασαν μπροστά από το σπίτι της ένα απόγευμα. Τα αποτελέσματα της καταγραφής φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

Αρ. Επιβατών (x_i)	1	2	3	4	5
Αρ. Αυτοκινήτων (f_i)	44	30	15	4	7

- (α) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή (x_e) και τη διάμεσο (x_d).
- (β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή ($\bar{x}$) και την τυπική απόκλιση (σ) του αριθμού των επιβατών των αυτοκινήτων κατά προσέγγιση 2 δεκαδικών ψηφίων.

2. Δίνεται η λέξη **ΑΛΛΗΛΕΓΓΥΗ**.

- (α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της.
- (β) Πόσοι αναγραμματισμοί αρχίζουν με Η;
- (γ) Πόσοι αναγραμματισμοί έχουν όλα τα φωνήεντα μαζί;
- (δ) Πόσοι αναγραμματισμοί αρχίζουν με σύμφωνο;
- (ε) Ποια είναι η πιθανότητα του ενδεχομένου να επιλέξουμε ένα αναγραμματισμό στην τύχη που να αρχίζει με Η;

3. Μια βιοτεχνία που παράγει σοκολατάκια, αγοράζει την πρώτη ύλη σε πλάκες σοκολάτας που έχουν σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 30cm , 10cm , και 5cm . Για μια συγκεκριμένη παραγγελία θα χρησιμοποιηθούν 50 πλάκες σοκολάτας και θα προστεθούν και άλλα υλικά σε ποσοστό 10% του όγκου της σοκολάτας που θα χρησιμοποιηθεί. Κατά την επεξεργασία του μείγματος υπάρχει απώλεια όγκου 5%. Τα σοκολατάκια που θα παραχθούν θα έχουν όγκο 5cm^3 το καθένα και θα συσκευαστούν σε κουτιά των 25.

(α) Να βρείτε πόσα σοκολατάκια θα παραχθούν και πόσα κουτιά θα χρειαστούν.

(β) Αν το συνολικό κόστος παραγωγής είναι €7524 και το κάθε κουτί πωλείται προς €15, να βρείτε το ποσοστό του κέρδους της βιοτεχνίας (πάνω στο κόστος).

4. Σε μια ομάδα εργασίας για το περιβάλλον συμμετέχουν 8 Ευρωπαίοι και 3 Αμερικανοί επιστήμονες. Από αυτούς θα επιλεγεί τυχαία μια τετραμελής επιτροπή. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

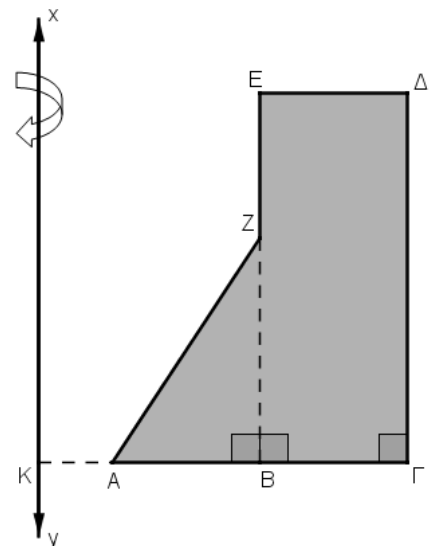
A: Η επιτροπή να αποτελείται από δύο Ευρωπαίους και δυο Αμερικανούς.

B: Η επιτροπή να αποτελείται από τρεις τουλάχιστον Ευρωπαίους.

Γ: Η επιτροπή να αποτελείται από επιστήμονες της ίδιας ηπείρου.

Δ: Στην επιτροπή να αντιπροσωπεύονται και οι δυο ήπειροι.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $BΓΔΕ$, ορθογώνιο τρίγωνο ABZ και $ZB \perp AΓ$, με $AB = 3\text{cm}$, $BΓ = 3\text{cm}$, και $BZ = 4\text{cm}$. Το σκιασμένο πεντάπλευρο $AΓΔΕΖ$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα xy , που είναι παράλληλος προς τη $ΔΓ$ και απέχει απόσταση $KA = 1\text{cm}$ από την κορυφή A . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



– ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ –

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2}{v}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{v} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου } v = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sin B \pm \sin A \eta\mu B, \quad \sin(A \pm B) = \sin A \sin B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha\sin\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sin\alpha\sin\beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha\eta\mu\beta = \sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sin\alpha, \quad \sin 2\alpha = \sin^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \quad \sin^2\alpha = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sin 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \varepsilon\varphi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sin \frac{A+B}{2}$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \quad \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu \alpha$	$x = 360^\circ k + \alpha$ ή $x = 360^\circ k + 180^\circ - \alpha, k \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi k + \alpha$ ή $x = 2\pi k + \pi - \alpha, k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = \sin \alpha$	$x = 360^\circ k \pm \alpha, k \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi k \pm \alpha, k \in \mathbb{Z}$
$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi \alpha$	$x = 180^\circ k + \alpha, k \in \mathbb{Z}$	$x = \pi k + \alpha, k \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot u$	$V = \frac{1}{3} E_{\beta} \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{\Pi_{\beta} \cdot h}{2}$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R \cdot u$	$V = \pi R^2 \cdot u$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \cdot u}{3}$
Κόλυρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R (\rho + \lambda)$	$V = \frac{\pi u}{3} (R^2 + R \cdot \rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση του σημείου $A(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$ Εστίες $(\pm \gamma, 0)$, Διευθετούσες $x = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$,

Εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta \mu x)' = \sigma \upsilon \nu x, \quad (\sigma \upsilon \nu x)' = -\eta \mu x, \quad (\epsilon \varphi x)' = \tau \epsilon \mu^2 x, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau \epsilon \mu x dx = \ln |\tau \epsilon \mu x + \epsilon \varphi x| + c$$

$$\int \sigma \tau \epsilon \mu x dx = \ln \left| \epsilon \varphi \frac{x}{2} \right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau \omicron \xi \eta \mu \frac{x}{\alpha} + c$$

$$\int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau \omicron \xi \epsilon \varphi \frac{x}{\alpha} + c$$

7. Απλός τόκος: $T = \frac{KEX}{100}$
