

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

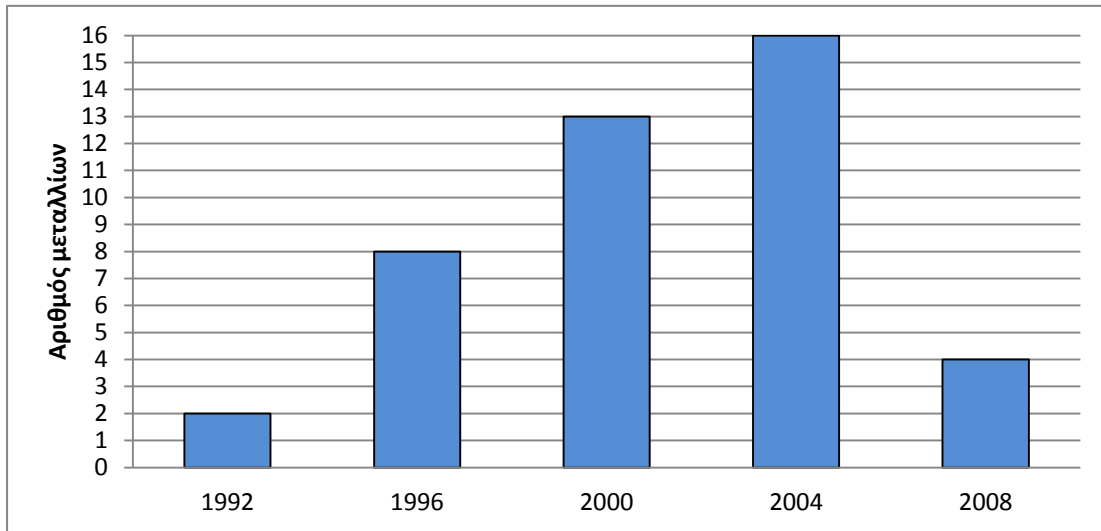
Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Παρασκευή, 1 Ιουνίου 2012
8:30 – 11:30**

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του εξεταστικού δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο,
το οποίο αποτελείται από δύο (2) σελίδες.

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 10 ασκήσεις.
Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα συχνοτήτων παρουσιάζεται ο αριθμός των μεταλλίων που πήρε η Ελλάδα στις πέντε τελευταίες διοργανώσεις των Ολυμπιακών αγώνων.



- 1) Να υπολογίσετε το σύνολο των μεταλλίων που πήρε η Ελλάδα από το 1992 μέχρι σήμερα.
- 2) Να βρείτε ποια χρονιά πήρε τα περισσότερα μετάλλια.
2. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις $\alpha = 3 \text{ cm}$, $\beta = 5 \text{ cm}$ και $\gamma = 8 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τον όγκο του παραλληλεπιπέδου.

3. Κεφάλαιο €4000 τοκίζεται με απλό τόκο προς 4,75% για 3 χρόνια.
Να υπολογίσετε τον τόκο που θα αποδώσει.

4. Οι βαθμοί που πήρε ένας μαθητής στο Β' τετράμηνο είναι:

17 16 18 16 20 20 19 17 20 17 20 16 19 17

Να υπολογίσετε:

- 1) Το μέσο όρο των βαθμών του μαθητή.
- 2) Τη διάμεσο των βαθμών του μαθητή.

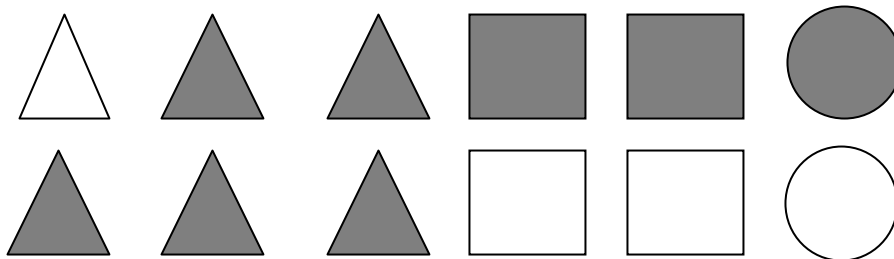
5. Δίνεται η λέξη **ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟ**

Να υπολογίσετε:

- 1) Το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.
- 2) Το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης που αρχίζουν και τελειώνουν με το γράμμα **Μ**.

6. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδό βάσης 144 cm^2 και ύψος 8 cm .
Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

7. Από τα πιο κάτω σχήματα επιλέγουμε ένα στην τύχη. Συμβολίζουμε με **A** το ενδεχόμενο να επιλέξουμε τρίγωνο και με **B** το ενδεχόμενο να επιλέξουμε σκιασμένο σχήμα.



Να υπολογίσετε τις πιο κάτω πιθανότητες :

- 1) Να επιλέξουμε τρίγωνο.
- 2) $P(B)$
- 3) $P(A \cap B)$
- 4) $P(A \cup B)$
- 5) $P(B - A)$

8. Η κατανάλωση ενός γραμμαρίου καθαρού αλκοόλ δίνει στον ανθρώπινο οργανισμό 7 θερμίδες. Πόσες θερμίδες παίρνει ο ανθρώπινος οργανισμός με την κατανάλωση ενός κουτιού μπύρας των 330 γραμμαρίων που έχει περιεκτικότητα σε αλκοόλ 5%.

9. Δίνονται τα ψηφία 1, 2, 3, 5, 6, 8.

1) Να υπολογίσετε πόσοι διαφορετικοί αριθμοί μικρότεροι από το 500 μπορούν να σχηματιστούν με τα πιο πάνω ψηφία αν δεν επιτρέπεται επανάληψη ψηφίου.

2) Αν επιλεγεί στην τύχη ένας από τους αριθμούς του ερωτήματος (α), να υπολογίσετε την πιθανότητα ο αριθμός αυτός να είναι τριψήφιος.

10. Ένας αυτοκινητιστής χρειάστηκε 45 λεπτά για να μεταβεί από την πόλη Α στην πόλη Β οδηγώντας με μέση ταχύτητα 100 km/h . Πόσο χρόνο, σε λεπτά, θα χρειαστεί για να επιστρέψει στην πόλη Α από τον ίδιο δρόμο, αν η μέση ταχύτητα του αυτοκινήτου του θα είναι 90 km/h ;

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 ασκήσεις.

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι θερμοκρασίες σε βαθμούς κελσίου που καταγράφηκαν στις 12:00 το μεσημέρι, για κάθε μέρα του Απριλίου του 2012, σε ένα χωριό της Κύπρου.

Θερμοκρασία (x_i)	12	13	15	16	17	19
Αρ. ημερών (f_i)	1	7	8	1	3	10

Να υπολογίσετε:

- 1) Την επικρατούσα τιμή (x_e) των παρατηρήσεων.
- 2) Την διάμεσο τιμή (x_d) των παρατηρήσεων.
- 3) Την μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων.
- 4) Την τυπική απόκλιση (σ) των παρατηρήσεων.

2. Ο όμιλος ποδηλατιστών της πόλης έχει 6 διαθέσιμα και 10 μονοθέσια ποδήλατα.

Με πόσους τρόπους μπορούν να επιλεγούν 4 ποδήλατα αν:

- 1) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός ως προς το είδος του ποδηλάτου,
- 2) στα ποδήλατα αυτά θα υπάρχουν θέσεις για 7 τουλάχιστον άτομα.

3. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε ένα φορτίο ξυλείας με κόστος αγοράς €25000.

Πλήρωσε επιπρόσθετα έξοδα για την μεταφορά του φορτίου 12% πάνω στο κόστος αγοράς. Στην συνέχεια πώλησε τα $\frac{5}{7}$ του φορτίου με κέρδος 20% και το υπόλοιπο μέρος του φορτίου με ζημιά 30%. Να εξετάσετε κατά πόσο ο επιχειρηματίας κέρδισε ή ζήμιωσε και να υπολογίσετε το συνολικό ποσό του κέρδους ή της ζημιάς του.

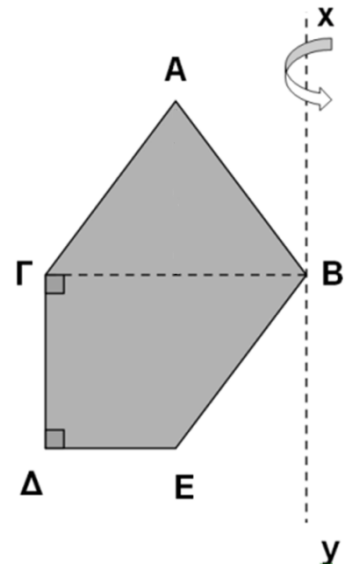
4. Σε ένα σακούλι υπάρχουν 3 άσπροι, 4 κίτρινοι και 2 μπλε βώλοι. Παίρνουμε στην τύχη 3 βώλους. Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

A: «και οι τρεις βώλοι είναι άσπροι»

B: «μόνο ένας βώλος είναι άσπρος»

Γ: «τουλάχιστο ένας βώλος είναι άσπρος».

5. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $B\Gamma = 6\text{ cm}$ και $AB = A\Gamma = 5\text{ cm}$. Το $BE\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο με βάσεις $B\Gamma$ και ΔE , ύψος $\Gamma\Delta = 4\text{ cm}$ και πλευρά $BE = 5\text{ cm}$. Το σκιασμένο πολύγωνο $ABE\Delta\Gamma$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα xBy που είναι κάθετος στη $B\Gamma$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



– ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ –

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2}{v}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{v} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου } v = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sin B \pm \sin A \eta\mu B, \quad \sin(A \pm B) = \sin A \sin B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu \alpha \sin \beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sin \alpha \sin \beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu \alpha \eta\mu \beta = \sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu \alpha \cdot \sin \alpha, \quad \sin 2\alpha = \sin^2 \alpha - \eta\mu^2 \alpha$$

$$\eta\mu^2 \alpha = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sin 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \varepsilon\varphi \alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}, \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sin \frac{A+B}{2}$$

$$\sin A + \sin B = 2\sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}, \quad \sin A - \sin B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu \alpha$	$x = 360^\circ k + \alpha$ ή $x = 360^\circ k + 180^\circ - \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi k + \alpha$ ή $x = 2\pi k + \pi - \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$
$\sin x = \sin \alpha$	$x = 360^\circ k \pm \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi k \pm \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$
$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi \alpha$	$x = 180^\circ k + \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$	$x = \pi k + \alpha$, $k \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot u$	$V = E_{\beta} \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R u$	$V = \pi R^2 u$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 u}{3}$
Κόλινδρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R + \rho)\lambda$	$V = \frac{\pi u}{3}(R^2 + R\rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση του σημείου $A(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$ Εστίες $(\pm \gamma, 0)$, Διευθετούσες $x = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$,

Εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta \mu x)' = \sigma \upsilon \nu x, \quad (\sigma \upsilon \nu x)' = -\eta \mu x, \quad (\varepsilon \varphi x)' = \tau \varepsilon \mu^2 x, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau \varepsilon \mu x dx = \ln |\tau \varepsilon \mu x + \varepsilon \varphi x| + c$$

$$\int \sigma \tau \varepsilon \mu x dx = \ln \left| \varepsilon \varphi \frac{x}{2} \right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau \omicron \xi \eta \mu \frac{x}{\alpha} + c$$

$$\int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau \omicron \xi \varepsilon \varphi \frac{x}{\alpha} + c$$

$$7. \text{ Απλός τόκος: } T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$