

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

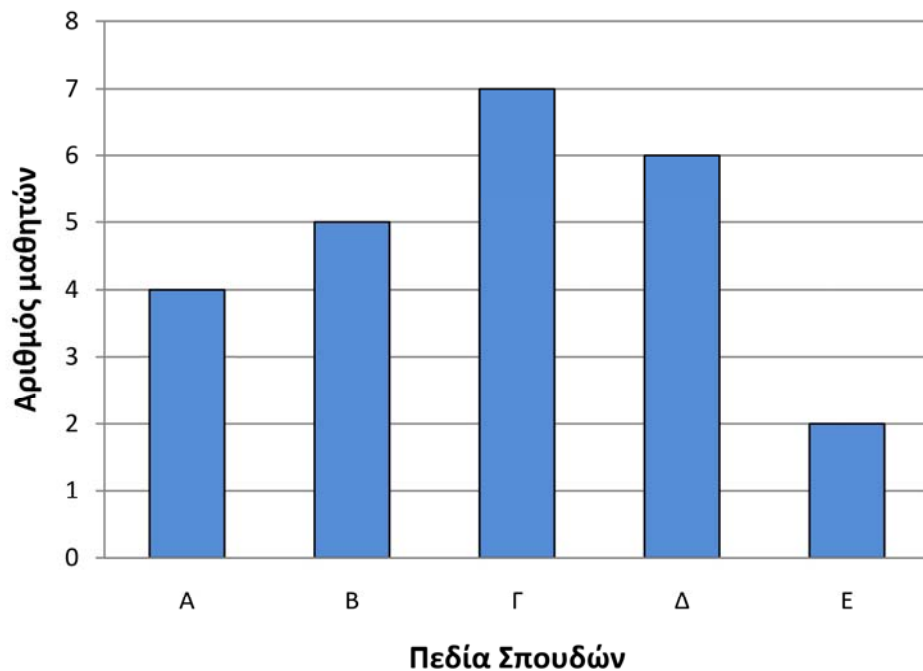
Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Παρασκευή 31 Μαΐου 2013
8:00 – 11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο που αποτελείται από
δύο (2) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται κύλινδρος με ακτίνα βάσης 5 cm. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι τριπλάσιο της ακτίνας της βάσης του, να υπολογίσετε τον όγκο του κυλίνδρου.
2. Δίνεται η λέξη «Α Ν Α Κ Α Μ Ψ Η». Να βρείτε:
 - a) το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.
 - b) πόσοι από τους αναγραμματισμούς αυτούς έχουν όλα τα σύμφωνα τους συνεχόμενα.
3. Ορθό πρίσμα έχει ύψος 6 cm και βάση τετράγωνο πλευράς 5 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πρίσματος.

4. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα συχνοτήτων παρουσιάζονται τα επιστημονικά πεδία σπουδών και το πλήθος των μαθητών που επέλεξαν το κάθε επιστημονικό πεδίο, σαν πρώτη επιλογή τους, τη σχολική χρονιά 2012–2013, ενός τμήματος της Γ΄ Λυκείου.



- a) Να υπολογίσετε το σύνολο των μαθητών του τμήματος.
- b) Να βρείτε το ποσοστό (%) των μαθητών που επέλεξαν το πεδίο σπουδών Δ.
5. Έμπορος αγόρασε εμπορεύματα αξίας €80000 με έκπτωση 30% πάνω στην αξία των εμπορευμάτων.
- a) Να βρείτε πόσα ευρώ κόστισαν τα εμπορεύματα.
- b) Πωλεί τα εμπορεύματα με κέρδος 20% πάνω στο κόστος αγοράς των εμπορευμάτων. Να βρείτε πόσα ευρώ κέρδισε.
6. Ο μέσος όρος της ηλικίας 10 παιδιών και 8 γονιών είναι 25 χρόνια. Αν ο μέσος όρος της ηλικίας των 8 γονιών είναι 40 χρόνια, να βρείτε:
- a) το μέσο όρο που έχουν οι ηλικίες των 10 παιδιών σήμερα, και
- b) το μέσο όρο που θα έχουν οι ηλικίες των γονιών μετά από 5 χρόνια.

7. Ένα κεφάλαιο τοκίζεται με απλό τόκο για δύο χρόνια ως εξής: τα $\frac{3}{7}$ του κεφαλαίου προς 5% και το υπόλοιπο μέρος του κεφαλαίου προς 4%. Αν ο συνολικός τόκος που θα αποδώσει το κεφάλαιο σε δύο χρόνια είναι €620, να βρείτε το κεφάλαιο.

8. Για τα ενδεχόμενα A και B του ιδίου δειγματικού χώρου Ω ισχύουν:

$$P(A) = \frac{2}{5}, P(B') = \frac{2}{3}, P(A - B) = \frac{2}{15}.$$

Να βρείτε τις πιθανότητες $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$ και $P(\Omega)$.

9. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας είναι $E_{ολ} = 384 \text{ cm}^2$ και το παράπλευρο ύψος της είναι ίσο με τα $\frac{5}{6}$ της ακμής της βάσης της.

a) Να αποδείξετε ότι το μήκος της πλευράς της βάσης της πυραμίδας είναι $a = 12 \text{ cm}$.

b) Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.

10. Σε ένα δοχείο Δ_1 υπάρχουν 6 κόκκινες και 2 πράσινες μπάλες. Σε ένα άλλο δοχείο Δ_2 υπάρχουν 6 κόκκινες και μερικές άσπρες μπάλες.

a) Επιλέγω μια μπάλα από το δοχείο Δ_1 . Να βρείτε τη πιθανότητα του ενδεχομένου Π: «η μπάλα είναι πράσινη».

b) Αν η πιθανότητα να επιλέξω μια άσπρη μπάλα από το δοχείο Δ_2 είναι διπλάσια της πιθανότητας να επιλέξω μια πράσινη μπάλα από το δοχείο Δ_1 , να βρείτε πόσες είναι οι άσπρες μπάλες του δοχείου Δ_2 .

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τον αριθμό των ορθογραφικών λαθών που έκαναν οι μαθητές ενός Λυκείου σε μια έκθεση ιδεών.

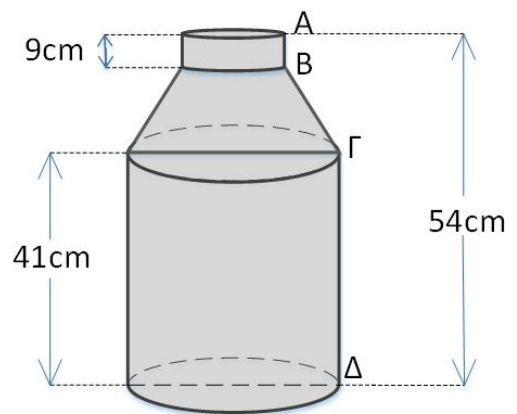
Αριθμός λαθών (x_i)	0	1	2	3	4	5	6
Αριθμός υπαλλήλων (f_i)	9	9	20	17	15	10	10

Να βρείτε:

- την επικρατούσα τιμή (x_e)
 - την διάμεσο της κατανομής (x_o)
 - τη μέση τιμή ($\bar{x}$) και
 - την τυπική απόκλιση (σ) των λαθών.
2. Μια εταιρεία κάλεσε σε συνέντευξη 8 άνδρες και 10 γυναίκες για την πλήρωση έξι κενών θέσεων εργασίας.
Να βρείτε με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η πλήρωση των θέσεων, αν:
- δεν υπάρχει κανένας περιορισμός.
 - θα προσληφθούν 3 άνδρες και 3 γυναίκες.
 - θα προσληφθούν τουλάχιστον 4 άνδρες.
 - θα προσληφθούν άτομα του ιδίου φύλου.
3. Ένα αυτοκίνητο αναχώρησε από την πόλη Α στις 6 το πρωί και κινείται προς την πόλη Β με σταθερή ταχύτητα 80 km/h. Διέτρεξε τα $\frac{5}{8}$ της απόστασης μεταξύ των δύο πόλεων σε 10 ώρες. Στην συνέχεια αύξησε την ταχύτητα του κατά 50% της αρχικής του ταχύτητας και κινήθηκε με αυτή την ταχύτητα μέχρι την πόλη Β. Να βρείτε την ώρα που έφτασε το αυτοκίνητο στην πόλη Β.

4. Τέσσερις τουρίστες φτάνουν σε μια πόλη που διαθέτει 5 ξενοδοχεία. Αν ο κάθε τουρίστας θα επιλέξει τυχαία το ξενοδοχείο στο οποίο θα διαμείνει, να βρείτε:
- a) με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να γίνει αυτό.
 - b) την πιθανότητα όλοι οι τουρίστες να μείνουν στο ίδιο ξενοδοχείο.
 - c) την πιθανότητα οι τουρίστες να μείνουν σε διαφορετικά ξενοδοχεία.

5. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα **ανοικτό** δοχείο μεταφοράς γάλακτος που αποτελείται από δύο κυλινδρικά τμήματα και ένα κώλο κώνο. Το ύψος του δοχείου είναι 54 cm και οι διάμετροι των βάσεων του κώλου κώνου είναι 30 cm και 24 cm. Τα ευθύγραμμα τμήματα AB και ΓΔ έχουν μήκη 9 cm και 41 cm αντίστοιχα.



Να υπολογίσετε:

- a) το εμβαδόν της ολικής εξωτερικής επιφάνειας και
- b) τον όγκο του δοχείου.

----- Τ Ε Λ Ο Σ -----

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2}{v}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{v} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου} \quad v = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sin B \pm \sin A \eta\mu B, \quad \sin(A \pm B) = \sin A \sin B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \sin\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sin\alpha \sin\beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \eta\mu\beta = \sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sin\alpha, \quad \sin 2\alpha = \sin^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \quad \sin^2\alpha = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sin 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \varepsilon\varphi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sin \frac{A+B}{2}$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \quad \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu\chi = \eta\mu\alpha$	$\chi = 360^\circ\kappa + \alpha \quad \text{ή}$ $\chi = 360^\circ\kappa + 180^\circ - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = 2\kappa\pi + \alpha \quad \text{ή}$ $\chi = 2\kappa\pi + \pi - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sin\chi = \sin\alpha$	$\chi = 360^\circ\kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = 2\kappa\pi \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\varepsilon\varphi\chi = \varepsilon\varphi\alpha$	$\chi = 180^\circ\kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = \kappa\pi + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό Πρίσμα	$E_\pi = \Pi_\beta \cdot u$	$V = E_\beta \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_\pi = \frac{1}{2} \Pi_\beta \cdot h$	$V = \frac{E_\beta \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_\kappa = 2\pi R u$	$V = \pi R^2 u$
Κώνος	$E_\kappa = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 u}{3}$
Κόλινδρος Κώνος	$E_\kappa = \pi (R + \rho) \lambda$	$V = \frac{\pi u}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση δυο σημείων $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (\psi_2 - \psi_1)^2}$

Απόσταση σημείου $\Sigma(x_1, \psi_1)$ από ευθεία $Ax + B\psi + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + B\psi_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$ Εστίες: $(\pm\gamma, 0)$, Διευθετούσες: $x = \pm \frac{\alpha}{\epsilon}$,

Εκκεντρότητα: $\epsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{d\psi}{dx} = \frac{d\psi}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x, \quad (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x, \quad (\epsilon\phi x)' = \tau\epsilon\mu^2 x, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau\epsilon\mu x \, dx = \ln|\tau\epsilon\mu x + \epsilon\phi x| + c \quad \int \sigma\tau\epsilon\mu x \, dx = \ln\left|\epsilon\phi \frac{x}{2}\right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau\omicron\xi\eta\mu \frac{x}{\alpha} + c \quad \int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau\omicron\xi\epsilon\phi \frac{x}{\alpha} + c$$

$$7. \text{ Απλός τόκος: } T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$