

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2014

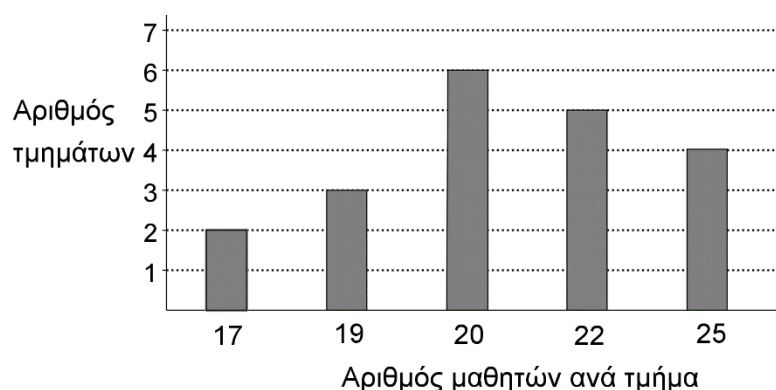
Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Τρίτη, 27 Μαΐου 2014
8:00 – 11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ που αποτελείται
από δύο (2) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα παρουσιάζεται ο αριθμός των μαθητών ανά τμήμα σε ένα σχολείο.



- α) Να υπολογίσετε το συνολικό αριθμό των τμημάτων του σχολείου.
β) Να υπολογίσετε τον αριθμό των τμημάτων που έχουν λιγότερους από 20 μαθητές.
2. Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της λέξης **Ο Δ Υ Σ Σ Ε Α Σ** .

3. Κύβος έχει όγκο 64 cm^3 . Να υπολογίσετε:
- α) Την ακμή του κύβου.
 - β) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κύβου.
4. Η τιμή πώλησης μιας τηλεόρασης μετά από έκπτωση 20 % πάνω στην αρχική τιμή της είναι € 960. Να βρείτε την αρχική τιμή πώλησης της τηλεόρασης.
5. Ένα δοχείο σε σχήμα κώνου που έχει ύψος 36 cm και ακτίνα βάσης 10 cm είναι γεμάτο με λάδι. Αδειάζουμε το περιεχόμενο του κώνου σε ένα κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα βάσης 15 cm και ύψος 5 cm . Να εξετάσετε αν θα υπερχειλίσει το κυλινδρικό δοχείο και να δικαιολογήσετε πλήρως με μαθηματικές πράξεις την απάντησή σας.
6. Το εμβαδόν της βάσης ορθού τετραγωνικού πρίσματος είναι 100 cm^2 και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του είναι 240 cm^2 . Να υπολογίσετε:
- α) Το ύψος του πρίσματος.
 - β) Τον όγκο του πρίσματος.
7. Σε μια φάρμα υπάρχουν 5 αγελάδες και 7 κατσίκια. Ο μέσος όρος του βάρους των αγελάδων είναι 85 kg και ο μέσος όρος του βάρους όλων των ζώων είναι 43 kg . Να υπολογίσετε το μέσο όρο του βάρους των κατσικιών.
8. Το παράπλευρο ύψος κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας είναι ίσο με $5\sqrt{2} \text{ cm}$ και σχηματίζει με τη βάση της γωνία 45° . Να υπολογίσετε:
- α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.
 - β) Τον όγκο της πυραμίδας.

9. Αν A και B είναι ενδεχόμενα του ιδίου δειγματικού χώρου Ω με

$$P(A) = P(B), \quad P(A \cup B) = \frac{3}{5} \quad \text{και} \quad P(A \cap B) = \frac{1}{10}$$

α) Να υπολογίσετε την πιθανότητα $P(A)$

β) Αν $P(B) = \frac{7}{20}$, να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

i) $P(B - A)$

ii) $P(A' \cup B)$

10. Δύο πόλεις A και B απέχουν μεταξύ τους 72 Km. Ένας ποδηλάτης βρίσκεται στην πόλη A και ένας πεζός βρίσκεται στην πόλη B. Αναχωρούν ταυτόχρονα με σταθερές ταχύτητες. Αν κινηθούν προς την ίδια κατεύθυνση, ώστε ο ποδηλάτης να ακολουθεί τον πεζό, θα συναντηθούν μετά από 6 ώρες. Αν όμως ο ποδηλάτης κατευθυνθεί προς την πόλη B και ο πεζός κατευθυνθεί προς την πόλη A, τότε θα συναντηθούν μετά από 3 ώρες. Να βρείτε την ταχύτητα του καθενός.

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ο κ. Κώστας κατάθεσε ένα κεφάλαιο στην τράπεζα με επιτόκιο 5 %. Μετά από 4 μήνες, το σύνολο της κατάθεσης του συμπεριλαμβανομένων και των τόκων έγινε € 488000. Στα πλαίσια των οικονομικών μέτρων, οι πρώτες € 100000 του συνόλου της κατάθεσης του παρέμειναν χωρίς αποκοπή, ενώ στο ποσό πέραν των € 100000 έγινε αποκοπή ύψους 37,5 %. Να υπολογίσετε:

α) Το αρχικό κεφάλαιο που είχε καταθέσει στην τράπεζα ο κ. Κώστας.

β) Το ποσό των χρημάτων που απέμεινε στο λογαριασμό του μετά την επιβολή των οικονομικών μέτρων.

2. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις τιμές και τους αντίστοιχους αριθμούς εισιτηρίων διπλής διαδρομής λεωφορείου που αγοράζουν καθημερινά οι 22 υπάλληλοι μιας εταιρείας για να μεταβούν στην εργασία τους.

Τιμή εισιτηρίου σε ευρώ (x_i)	4	5	6	7	8	9	10
Αριθμός εισιτηρίων (f_i)	6	5	3	4	1	1	2

Να υπολογίσετε:

- α) Την επικρατούσα τιμή (x_ε) των παρατηρήσεων.
- β) Τη διάμεσο τιμή (x_δ) των παρατηρήσεων.
- γ) Τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων.
- δ) Την τυπική απόκλιση (σ) των παρατηρήσεων.

3. Ένας πελάτης μπαίνει σε ένα κατάστημα κατοικίδιων ζώων για να αγοράσει 5 πουλιά. Το κατάστημα διαθέτει προς πώληση 6 παπαγάλους και 9 καναρίνια.

α) Να βρείτε με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί να γίνει η επιλογή των πουλιών που θα αγοράσει ο πελάτης.

β) Αν ο πελάτης αγοράσει τα 5 πουλιά στην τύχη, να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

K: « ο πελάτης να αγοράσει ακριβώς ένα παπαγάλο »

Λ: « ο πελάτης να αγοράσει το πολύ ένα καναρίνι »

M: « ο πελάτης να αγοράσει μόνο ένα είδος πουλιών »

4. Δίνονται τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5 .

α) Να βρείτε το πλήθος των τριψήφιων αριθμών που μπορούν να σχηματιστούν με τα πιο πάνω ψηφία αν δεν επιτρέπεται επανάληψη ψηφίων.

β) Να βρείτε το πλήθος των τριψήφιων αριθμών μεγαλύτερων του 400 που μπορούν να σχηματιστούν με τα πιο πάνω ψηφία:

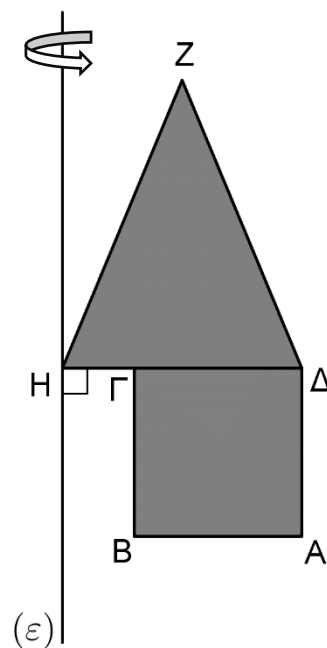
i) Αν δεν επιτρέπεται επανάληψη ψηφίων.

ii) Αν επιτρέπεται επανάληψη ψηφίων.

5. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $ZH\Delta$ είναι ισοσκελές με $ZH = Z\Delta = 13\text{ cm}$ και $H\Delta = 10\text{ cm}$. Το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς 7 cm . Το σκιασμένο πολύγωνο $ZH\Gamma B A \Delta$ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία (ε) που είναι κάθετη στην $H\Delta$. Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του παραγόμενου στερεού.

β) Τον όγκο του παραγόμενου στερεού.



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου } n = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία:

$$\begin{aligned} \eta\mu(A \pm B) &= \eta\mu A \sin B \pm \sin A \eta\mu B, & \sin(A \pm B) &= \sin A \sin B \mp \eta\mu A \eta\mu B \\ 2 \eta\mu\alpha \sin\beta &= \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), & 2 \sin\alpha \sin\beta &= \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta) \\ 2 \eta\mu\alpha \eta\mu\beta &= \sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta), & \eta\mu 2\alpha &= 2 \eta\mu\alpha \sin\alpha, \quad \sin 2\alpha = \sin^2\alpha - \eta\mu^2\alpha \\ \eta\mu^2\alpha &= \frac{1 - \sin 2\alpha}{2} & \sin^2\alpha &= \frac{1 + \sin 2\alpha}{2} \\ \eta\mu 2\alpha &= \frac{2t}{1 + t^2} & \sin 2\alpha &= \frac{1 - t^2}{1 + t^2}, \quad t = \epsilon\phi\alpha \\ \eta\mu A + \eta\mu B &= 2 \eta\mu \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}, & \eta\mu A - \eta\mu B &= 2 \eta\mu \frac{A-B}{2} \sin \frac{A+B}{2} \\ \sin A + \sin B &= 2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}, & \sin A - \sin B &= 2 \eta\mu \frac{A+B}{2} \eta\mu \frac{B-A}{2} \end{aligned}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu\alpha$	$x = 360^\circ\kappa + \alpha$ ή $x = 360^\circ\kappa + 180^\circ - \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\kappa\pi + \alpha$ ή $x = 2\kappa\pi + \pi - \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sin x = \sin\alpha$	$x = 360^\circ\kappa \pm \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\kappa\pi \pm \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$
$\epsilon\phi x = \epsilon\phi\alpha$	$x = 180^\circ\kappa + \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \kappa\pi + \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία:

Ορθό Πρίσμα	$E_\pi = \Pi_\beta \cdot \upsilon$	$V = E_\beta \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_\pi = \frac{1}{2} \Pi_\beta \cdot h$	$V = \frac{E_\beta \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_\kappa = 2\pi R \upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_\kappa = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \cdot \upsilon}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_\kappa = \pi(R + \rho)\lambda$	$V = \frac{\pi \cdot \upsilon}{3}(R^2 + R \cdot \rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία:

Απόσταση δύο σημείων
 ν
 $A(x_1, y_1)$

και $B(x_2, y_2): d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση σημείου $\Sigma(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0 : d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$, Εστίες $(\pm \gamma, 0)$,

Διευθετούσες $x = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$ Εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι:

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta \mu x)' = \sigma \nu \eta x, \quad (\sigma \nu \eta x)' = -\eta \mu x, \quad (\varepsilon \varphi x)' = \tau \varepsilon \mu^2 x, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα:

$$\int \tau \varepsilon \mu x \, dx = \ln |\tau \varepsilon \mu x + \varepsilon \varphi x| + c, \quad \int \sigma \tau \varepsilon \mu x \, dx = \ln \left| \varepsilon \varphi \frac{x}{2} \right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau \omicron \xi \eta \mu \frac{x}{\alpha} + c, \quad \int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau \omicron \xi \varepsilon \varphi \frac{x}{\alpha} + c$$

7. Απλός τόκος: $T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$