

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας:

Τμήμα :

Σελίδες : 3

ΜΕΡΟΣ Α:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12 . Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλυθεί το κλάσμα σε άθροισμα απλών κλασμάτων $\frac{x^2 + 2x - 1}{(x-1)(x^2 + 1)}$

2. Να βρεθούν οι παράγωγοι των συναρτήσεων

α) $f(x) = x^2 \cdot \sin x$ β) $f(x) = 2x^5 - e^{3x} - \frac{2}{x^3}$

3. Να υπολογιστούν τα όρια

α) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 5x - \eta\mu x}{x}$ β) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x-1} - 2}{x-5}$

4. Να λυθεί η εξίσωση $9^x - 3^{x+1} - 3^x + 3 = 0$

5. Να λυθεί η εξίσωση $2 \log_4 x \cdot \log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x = 8$

6. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma_{\infty} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{8} - \frac{1}{27} + \dots$

7. Να βρεθούν τα α και β αν $\alpha, 34, \beta$ είναι διαδοχικοί όροι Α.Π. και $\alpha, 30, \beta$ είναι διαδοχικοί όροι Γ.Π.

8. Να λυθεί η εξίσωση $\eta\mu(2x - 20^\circ) = \sin(x + 30^\circ)$

9. Να αποδειχτεί η ταυτότητα $\frac{\sin \alpha - \sin 3\alpha}{\eta\mu \alpha + 2\eta\mu 2\alpha + \eta\mu 3\alpha} = \epsilon\phi \frac{\alpha}{2}$

10. Να λυθεί η εξίσωση $3\eta\mu x + \sqrt{3} \sin x = 3$

11. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-2, 3)$ και είναι κάθετη της ευθείας $(\varepsilon) : 2x + 4y + 13 = 0$.
12. Κανονικό εξαγωνικό πρίσμα έχει ακμή βάσης 10 cm και παράπλευρη επιφάνεια 360 cm^2 . Να υπολογίσετε τον όγκο και την ολική επιφάνεια του πρίσματος.
13. Δίνεται κύκλος (O, R) και χορδή AB ίση με $R\sqrt{3}$. Να υπολογίσετε το εμβαδό του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στο μικρότερο τόξο AB .
14. Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα με ακμή βάσης 16 cm . Αν οι παράπλευρες έδρες σχηματίζουν με τη βάση γωνία 45° να υπολογίσετε την ολική επιφάνεια και τον όγκο της πυραμίδας.
15. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(1, 5)$, $B(-3, 4)$ και $\Gamma(0, 2)$. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου και το μήκος της διαμέσου AM .

ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Να αποδείξετε ότι $(\sin x + \sin y)^2 + (\eta\mu x - \eta\mu y)^2 = 4\sin^2\left(\frac{x+y}{2}\right)$
- β) Αν $f(x) = \frac{\eta\mu^4 x}{8} - \sin 2x + 11x$ να λυθεί η εξίσωση $f''(x) = 0$ στο διάστημα $x \in [0^\circ, 180^\circ]$.
2. Τραπεζίο $AB\Gamma\Delta$ ($AB // \Gamma\Delta$) έχει συντεταγμένες κορυφών $B(10, 3)$, $\Gamma(5, 4)$, $\Delta(2, 2)$ και η εξίσωση μιας διαγωνίου $7x - 4y - 19 = 0$. Να βρείτε :
- α) την εξίσωση της άλλης διαγωνίου
- β) τις συντεταγμένες της κορυφής A
- γ) τη γωνία που σχηματίζουν οι μή παράλληλες πλευρές
- δ) το ύψος του τραπεζίου.
3. α) Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης $3x^2 - x\psi + 2\psi - 5 = 0$ και στη συνέχεια η εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο με $x = 1$.
- β) Αν $\psi = \ln(\eta\mu^3 2x)$ να δείξετε ότι $3\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 36 = 0$

4. Να λυθούν οι εξισώσεις : α) $2^{\log_x 9} + 32 = 12 \cdot 2^{\log_x 3}$

$$\beta) \log x^2 + \log x^5 + \log x^8 + \dots + \log x^{35} = 111$$

5. Αριθμητική και φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος έχουν τον ίδιο πρώτο όρο a και η διαφορά δ της Α.Π. ισούται με το λόγο λ της Γ.Π. Ο $2^{\text{ος}}$ όρος της Γ.Π. ισούται με τον $13^{\text{ο}}$ όρο της Α.Π. και το άθροισμα των απείρων όρων της Γ.Π. ισούται με $\frac{8}{3}$. Να βρείτε :

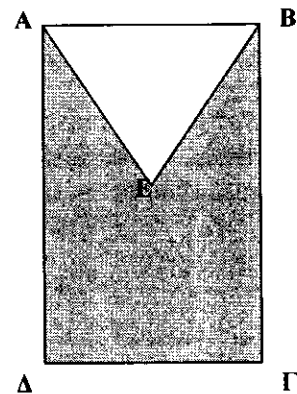
α) τις προόδους

β) το πλήθος n των όρων της Α.Π. που χρειάζονται για να δώσουν άθροισμα ίσο με μηδέν.

6. Στο σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο με ΑΔ=6α cm και ΑΒ=2α cm και το ΑΕΒ είναι ισόπλευρο τρίγωνο. Το σχήμα ΑΔΓΒΕ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τη ΒΓ. Να βρείτε συναρτήσει του α :

α) τον όγκο και

β) το εμβαδόν της επιφάνειας του στερεού που παράγεται.



Ο Διευθυντής


Σάββας Πολυδώρου