

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**Ημερομηνία: **25 / 05 / 2007**Χρόνος: **2.30'**Διδάσκοντες: Μ. Λοΐζου, Σ. Ιωαννίδης, Σ. Ηρακλέους,
Γ. Ανδρονίκου, Ε. Παπαδοπούλου, Κ. Γεωργίου.Αριθμός σελίδων: 3**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- Να γράφετε με μελάνι **μπλε**, τα σχήματα με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε την παράσταση: $\log_3 (\log_3 27)$
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$
3. Να βρείτε το άθροισμα των 50 πρώτων περιττών αριθμών.
4. Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου: $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$
5. Να λύσετε την εξίσωση: $125 \cdot 3^x = 27 \cdot 5^x$
6. Να λύσετε την εξίσωση: $e^x - 2e^{-x} = -1$
7. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης 6cm και όγκο $36\sqrt{3} \text{ cm}^3$. Να υπολογίσετε το εμβαδό της παράπλευρης επιφάνειας της.
8. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης: $\psi = x^3 \sin(2x)$
9. Δίνονται τα σημεία A(-2, 2), B(2, 3), Γ(-1, -2). Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.
10. Να δείξετε ότι οι ευθείες $4x-5y=1$, $-8x+10y=2$, $3x+2y=0$, $6x+4y=-1$ σχηματίζουν παραλληλόγραμμο.

11. Να δείξετε ότι: $\frac{2\eta\mu\chi - \eta\mu 2\chi}{2\eta\mu\chi + \eta\mu 2\chi} = \varepsilon\varphi \pm \frac{\chi}{2}$

12. Να λύσετε την εξίσωση: $\sin 7\chi \sin 10\chi = \sin 2\chi \sin 15\chi$

13. Να μελετήσετε ως προς την συνέχεια στο χ_0 την συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\chi^2 - 4}{\chi + 2}, & \text{αν } \chi_0 \neq -2 \\ -4, & \text{αν } \chi_0 = -2 \end{cases}$$

14. Χορδή ΒΓ του κύκλου (Κ, R) είναι κάθετη στο μέσο της ακτίνας ΚΑ. Να υπολογίσετε συναρτήσει του R το εμβαδό του κυκλικού τμήματος ΒΑΓ.

15. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(\chi^4 + 1)(\chi - \beta) + (\chi^6 + 1)(\chi - \alpha) = 0$ όπου $\alpha < \beta$, έχει τουλάχιστο μια ρίζα στο διάστημα (α, β) .

ΜΕΡΟΣ Β : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. α) Να αναλύσετε το κλάσμα $f(x) = \frac{3\chi + 6}{(\chi - 2)(\chi + 4)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

β) Να δείξετε ότι: $f'(x) = -\frac{2}{(\chi - 2)^2} - \frac{1}{(\chi + 4)^2}$.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης $f(x)$ στο σημείο με $\chi = -1$.

2. α) Αν $f(x) = 2x + 1$ και $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$, να βρεθεί η συνάρτηση $g \circ f$ και το πεδίο ορισμού της.

β) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο του $\frac{f(x)}{g(x)}$

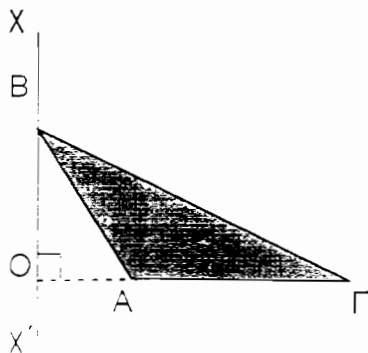
3. Δίνεται το σημείο A(2, -1) και η ευθεία $\varepsilon: 3\chi - 2\psi + 5 = 0$. Να βρείτε:

α) Την εξίσωση της κάθετης από το σημείο A προς την ευθεία ε .

β) Το σημείο B, σημείο τομής των πιο πάνω ευθειών

γ) Την εξίσωση της ευθείας που περνά από το μέσο του AB και είναι παράλληλη προς την ευθεία ε .

4.



Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με

$\angle A\Gamma B = 120^\circ$. Αν $(OB) = \sqrt{3}$ cm να βρείτε τον όγκο και την επιφάνεια του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του τριγώνου $AB\Gamma$ γύρω από τον άξονα XX' .

5. Αριθμητική πρόοδος έχει τον $\alpha_1 = \log x$ και τον $\alpha_2 = \log \psi$. Αν $\alpha_6 = 11$ και $\Sigma_7 = 49$ να βρείτε τα x και ψ .

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log x + \log_x 10 = 2$

β) $\psi' + \eta \mu x = 0$ αν $\psi = \ln e^{\sin^2 x}$