

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' ΤΑΞΗΣ**

Αρ. Μαθητών: 275

Ημερομηνία: 24/05/2007

Χρόνος: 2.30'

Διδάσκοντες: Μ. Λοίζου, Σ. Ιωαννίδης, Τ. Συμεού-Μάη, Γ. Ανδρονίκου,
Ε. Παπαδοπούλου, Κ. Γεωργίου.

Αριθμός σελίδων 5

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράφετε με μελάνι **μπλε**, τα σχήματα με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Μέρος Α'Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες. - 2

1. Να λυθεί η εξίσωση: $2x^2 - 9x - 5 = 0$

$$21 + 40 = 121$$

$$5, -\frac{1}{2}$$

$$9 + 1 = 10$$

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης που ορίζεται από τον τύπο

$$\psi = \frac{2x+1}{x-3}$$

$$\begin{aligned} \text{ΠΟΧ} &\in \mathbb{R} - \{3\} \\ \text{ΠΤΥ} &\in \mathbb{R} - \{2\} \end{aligned}$$

3. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + x - 20 \geq 0$

$$-5 \leq x \leq 4$$

4. Χωρίς να βρείτε τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $2x^2 - 5x - 4 = 0$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $x_1 + x_2$

$$\frac{5}{2}$$

β) $x_1 \cdot x_2$

$$-2$$

γ) $\frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2}$

$$\frac{25}{-4}$$

5. Αν $\epsilon\phi \chi = -\frac{5}{12}$ και $270^\circ < \chi < 360^\circ$,

Να βρείτε την τιμή της παράστασης $K = \frac{24\epsilon\phi \chi - 5\sigma\phi \chi}{2\eta\mu \chi + \sigma\eta \chi} = 13$

$$\begin{aligned} \eta\phi \chi &= -\frac{5}{12} \\ \sigma\eta \chi &= -\frac{11}{12} \end{aligned}$$



$$s = -\frac{7}{3} \quad p = -2 \quad x^2 + \frac{7}{3}x - 2 = 0$$

6. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $x_1 = -3$ και $x_2 = \frac{2}{3}$

7. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sigma\phi(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\sigma\nu(-\omega)}{\eta\mu(180^\circ + \omega) \cdot \epsilon\phi(360^\circ - \omega)} = \sigma\phi\omega$

8. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A (1, 3) και B (-1, 1).

$$y = x + 2$$

9. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{2x-6}{x+1} \leq 1$ $x \in (1, 5)$ $x = 5$
 $x = 1$

10. Αν $\alpha = \sqrt{5} - \sqrt{2}$ και $\beta = \sqrt{5} + \sqrt{2}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 3\alpha\beta - \alpha^2 - \beta^2$

11. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο A (-8, 3) και είναι παράλληλη με την ευθεία $2x - 4y + 5 = 0$

$$y = 2x + 19$$

12. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $3x^2 - 2x + (1 - 5\lambda) = 0$, έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

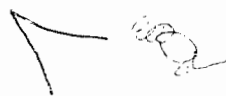
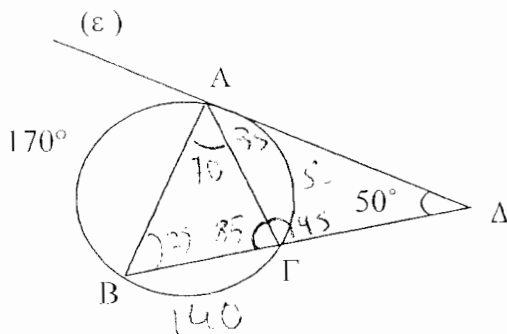
$$\lambda = \frac{2}{15}$$

13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $1 - \frac{\sigma\upsilon\nu^2\chi}{1 + \eta\mu\chi} = \eta\mu\chi$

14. Σε τρίγωνο ABΓ (AB > ΑΓ), φέρουμε ύψος ΑΔ.

Αν ισχύει ότι $(B\Delta) = 2(\Delta\Gamma)$, να δείξετε ότι: $(AB)^2 - (ΑΓ)^2 = 3(\Delta\Gamma)^2$

15. Δίνεται κύκλος (O, ρ) . Αν $\widehat{AB} = 170^\circ$, $\hat{\Delta} = 50^\circ$ και (ε) ευθεία εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A , να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών $\Delta\hat{A}\Gamma$ και $A\hat{B}\Delta$



Μέρος Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2(\lambda + 1)x + 27 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε :

- (α) Η εξίσωση να έχει μια ρίζα ίση με -3 -7
(β) Το γινόμενο των ριζών να είναι τριπλάσιο του αθροίσματος των ριζών. 21/6
(γ) Η μια ρίζα της εξίσωσης να είναι ίση με το τετράγωνο της άλλης.

$$x_1 = 9, x_2 = 3$$

2.
(α) Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: \psi - (2\kappa - 1)\chi = 6$ και $\varepsilon_2: \psi = (1 + 3\kappa)\chi + 5$
Να βρείτε το $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι κάθετες.

- (β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \frac{5}{2}$

3. (α) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 + x - 4 = 0$, να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{4}{x_2 + 3}, \rho_2 = \frac{4}{x_1 + 3}$ 5 = 4
 $\rho = \frac{4}{3}$ $x^2 - 4x + \frac{4}{3} = 0$

- (β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\varepsilon\varphi(\pi - \theta) \cdot \sigma\varphi(\pi + \theta) \cdot \varepsilon\varphi(-\theta) \cdot \varepsilon\varphi(\frac{\pi}{2} - \theta)}{\varepsilon\varphi(\pi + \theta) \cdot \sigma\varphi(\pi - \theta) \cdot \sigma\varphi\theta \cdot \varepsilon\varphi(2\pi - \theta)} = 1$



4.

(α) Να αποδείξετε ότι: $(\epsilon\phi^2\chi - \eta\mu^2\chi) \cdot \frac{\sigma\phi^2\chi}{\eta\mu^2\chi} = 1$

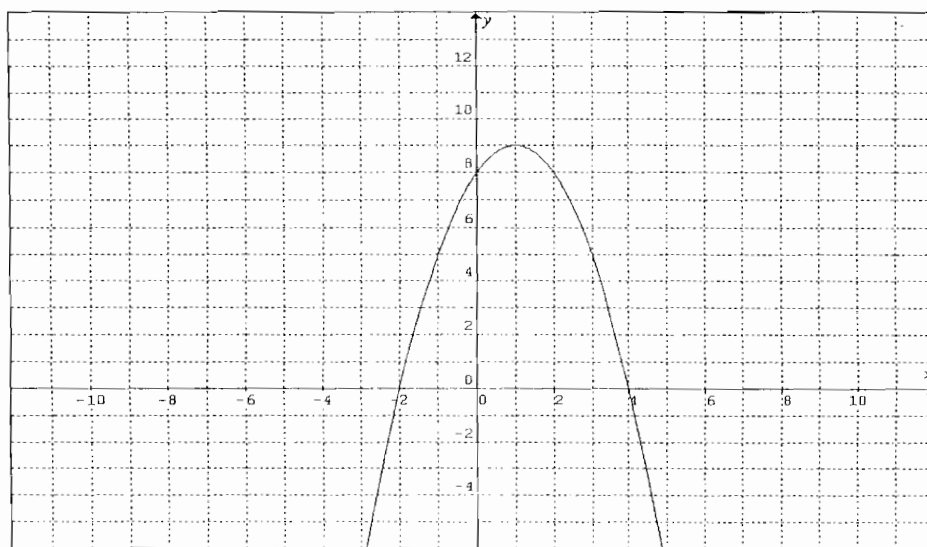
(β) Να λυθεί η ανίσωση:

$$(x^2 - 4)(x - 2)(-x^2 - 2x + 15)(x^2 + 1) \leq 0$$

Handwritten notes: $2, -2, 2, -5, 3, x=1$ and a sign chart showing intervals: $-\infty, -2, -1, 2, 3, \infty$ with signs $+, -, +, -, +, -$ and arrows indicating the inequality direction.

5.

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$



Να βρείτε:

- (i) Το πρόσημο του a < 0
- (ii) Την τιμή του γ 8
- (iii) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας $x=1$
- (iv) Τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ $-2, 4$
- (v) Το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x)$ $[-8, 9]$
- (vi) Το πρόσημο του β > 0
- (vii) Τις τιμές των S και P $S=2, P=-8$
- (viii) Το είδος του ακρότατου (μέγιστο ή ελάχιστο) και τις συντεταγμένες του μέγιστο
- (ix) Τις τιμές $f(4)$ και $f(-1)$ $0, 15$
- (x) Την τιμή της διακρίνουσας Δ -28

6. Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρουμε τυχαία τέμνουσα ΣAB και την εφαπτομένη $\Sigma\Gamma$ του κύκλου (όπου Γ το σημείο επαφής στο μεγάλο τόξο AB).

(α) Να δείξετε ότι $(\Sigma\Gamma)^2 = (\Sigma A)(\Sigma B)$

(β) Αν M είναι το μέσο του μικρού τόξου AB και Δ το σημείο τομής της ΓM με την AB να δείξετε ότι $B\overset{\Delta}{\Gamma}\Delta \approx M\overset{\Delta}{\Gamma}A$