

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΤΑΞΗ: Β' Κατεύθυνση
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21 Μαΐου 2007

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε μόνο με μελάνι μαύρο ή μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λυθούν ΜΟΝΟ οι 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης: $\psi = \chi^3 - 2\chi + 1$.
2. Να αναλυθεί το κλάσμα $\frac{x+1}{(x-2)(x-1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
3. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$.
4. Να λυθεί η εξίσωση: $\eta\mu 2\chi = \sigma\upsilon\nu\chi$ στο διάστημα $[0^\circ, 360^\circ]$.
5. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{x+1} + 3^{x-1} = 30$.
6. Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = \frac{3\chi - 2}{\chi + 5}$.
Να βρείτε: α) το πεδίο ορισμού Μον 2
β) το πεδίο τιμών Μον 2
γ) την αντίστροφη συνάρτηση $f^{-1}(x)$. Μον 1
7. Να δείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 10\chi + \eta\mu 2\chi}{2\sigma\upsilon\nu 7\chi + 2\sigma\upsilon\nu\chi} = \eta\mu 3\chi$.
8. Κύλινδρος έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας $312\pi \text{ cm}^2$ και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $240\pi \text{ cm}^2$. Να βρεθεί ο όγκος του.

9. Να βρείτε την απόσταση των παράλληλων ευθειών:
(ε₁): $2\chi+4\psi=3$ (ε₂): $\chi+2\psi+3=0$.
10. Να βρείτε το άθροισμα όλων των τετραψήφιων περιττών αριθμών.
11. Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης: $\psi=\chi^2+\chi^3$.
12. Δίνονται τα σημεία B(-2,1), Γ(4,3). Να βρείτε σημείο Α πάνω στην ευθεία $\psi=2\chi+5$ ώστε το τρίγωνο ΑΒΓ να είναι ισοσκελές με ΑΒ=ΑΓ.
13. Να υπολογίσετε το ύψος και τον όγκο κανονικού τετραέδρου με πλευρά μήκους 10 cm.
14. Αν $\psi = \eta\mu\chi - \frac{2\eta\mu^3\chi}{3} + \frac{\eta\mu^5\chi}{5} + 2007$ να δείξετε ότι $\frac{d\psi}{d\chi} = \sigma\upsilon\nu^5\chi$.
15. Αν $\log 3 = \alpha$ και $\log 5 = \beta$. Να γράψετε τους παρακάτω λογαρίθμους συναρτήσει του α και β.
- | | |
|--------------------------|------|
| α) $\log 900$ | Mov2 |
| β) $\log 4$ | Mov2 |
| γ) $\log_5 \sqrt[3]{30}$ | Mov1 |

ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λυθούν ΜΟΝΟ οι 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση: $\psi = f(\chi) = \frac{25}{(\chi-1)^2(2\chi+3)}$.

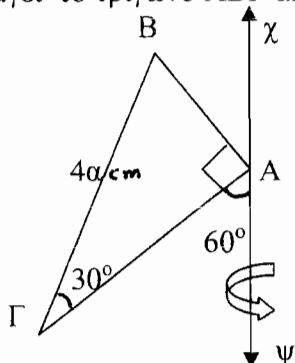
α) Να αναλυθεί σε άθροισμα απλών κλασμάτων

β) να βρείτε την $\frac{d^3\psi}{d\chi^3}$.

2. Δίνεται η συνάρτηση: $\psi = \frac{\chi^2 - 3\chi + 4}{\chi^2 + 3\chi + 4}$, $\chi \in \mathbb{R}$.

Να δείξετε ότι το πεδίο τιμών της συνάρτησης είναι: $\psi \in [\frac{1}{7}, 7]$.

3. Να βρεθεί ο όγκος και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγει το τρίγωνο $AB\Gamma$ από περιστροφή γύρω από άξονα $\chi\psi$.



Δίνονται: $\hat{\Gamma A \Psi} = 60^\circ$, $\hat{B \Gamma A} = 30^\circ$
 $\hat{B A \Gamma} = 90^\circ$, $(B\Gamma) = 4\alpha \text{ cm}$

4. Τρίγωνο έχει κορυφές $A(0,3)$, $B(-1,1)$ και $\Gamma(3,4)$. Να βρείτε:
- Την εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$.
 - Το μήκος του ύψους AD του τριγώνου και την εξίσωσή του.
 - Την εξίσωση της μεσοκάθετης της πλευράς $B\Gamma$.
 - Την περίμετρο του τριγώνου.
 - Την εφαπτόμενη της μικρότερης γωνίας.
5. Δίνεται Ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς $a \text{ cm}$. Συνδέουμε τα μέσα των πλευρών του και σχηματίζουμε νέο τρίγωνο. Συνδέουμε κατόπιν τα μέσα των πλευρών του νέου τριγώνου και σχηματίζουμε τρίτο τρίγωνο. Αυτό επαναλαμβάνεται άπειρες φορές. Να βρείτε:
- το άθροισμα των εμβαδών όλων των άπειρων τριγώνων που σχηματίζονται συναρτήσει του a
 - το άθροισμα των περιμέτρων των άπειρων τριγώνων που σχηματίζονται συναρτήσει του a .
6. α) Αν $\psi = e^{3\chi} \eta \mu 4\chi$ να δείξετε ότι $\frac{d^2\psi}{d\chi^2} - 6\frac{d\psi}{d\chi} + 25\psi = 0$.
- β) Η παραβολή $\psi = \chi^2 + \alpha\chi + \beta$ περνά από το σημείο $A(2,7)$ στο οποίο η εφαπτομένη της έχει εξίσωση $\psi = 2\chi + c$. Να βρείτε τα α , β και c .