

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία : 26/05/2009

Χρόνος: 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνονται με μολύβι).
- γ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 + 4x + 5 = 0$

2. Να βρείτε για ποια τιμή του κ οι ευθείες: $(\epsilon_1): \psi = 4x + 1$ και $(\epsilon_2): \psi = (\kappa + 2)x - 3$ είναι παράλληλες.

3. Να λύσετε το σύστημα των εξισώσεων:
$$\left. \begin{array}{l} 2x + \psi = 4 \\ 2x^2 - \psi^2 = -2 \end{array} \right\}$$

4. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{4}{\sqrt{2}}$

β) $\frac{5}{\sqrt{8+3}}$

5. Σε παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ προεκτείνουμε την πλευρά του $ΔΓ$ κατά τμήμα $ΓΕ=ΓΔ$. Να δείξετε ότι το $ΑΒΕΓ$ είναι επίσης παραλληλόγραμμο.

6. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 3)x + 3\lambda - 1 = 0$ να έχει ρίζα τον αριθμό 2.

7. Να αποδείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\alpha \cdot \sigma\phi\alpha - \sigma\upsilon\nu^3\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \epsilon\phi\alpha - \eta\mu^3\alpha} = \epsilon\phi\alpha$

8. Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{5}{13}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$\frac{10\sigma\phi\theta - 13\eta\mu\theta}{-24\sigma\phi\theta}$$

9. Ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), έχει $AB = 5\text{cm}$ και $A\Gamma = 12\text{cm}$. Να βρείτε:

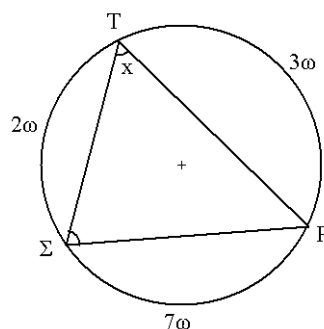
α) το μήκος της υποτείνουσας $B\Gamma$.

β) το μήκος του ύψους AD .

γ) το μήκος των προβολών BD και ΓD των κάθετων πλευρών του τριγώνου στην υποτείνουσα.

10. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{3x+2}{x-5}$

11. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε το x και το ω .



12. Δίνεται η ευθεία $\epsilon_1: 2x - 3y = 6$

α) Να βρείτε την κλίση της.

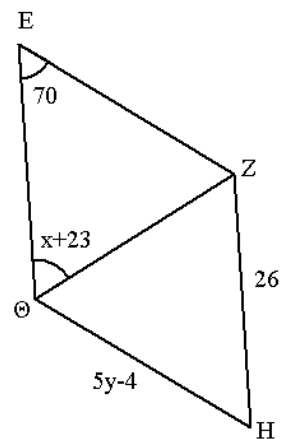
β) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που είναι κάθετη με την ϵ_1 και περνά από το σημείο $(0, -1)$

13. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού η οποία να έχει ρίζες τους αριθμούς

$$-4 \text{ και } \frac{1}{2}$$

14. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{x+2}{x-3} \leq 0$

15. Δίνεται ρόμβος ΕΖΗΘ. Να βρεθούν τα x και y .



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Για ποιες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ η εξίσωση $x^2 + (2\kappa + 1)x + \kappa^2 - 3 = 0$

α) έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

β) έχει ρίζες αντίστροφες.

γ) έχει ρίζες αντίθετες.

δ) έχει ρίζες ετερόσημες.

2. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(4-x)(x^2-2x-8)}{(x^2+6x+5)(x^2+3x+5)} \geq 0$

3. (α) Αν $\frac{\eta\mu(360^\circ - x)\sigma\upsilon\nu(90^\circ + x)\epsilon\phi(270^\circ + x)}{\epsilon\phi(180^\circ - x)\sigma\upsilon\nu(-x)} = \frac{1}{2}$ και $0^\circ < x < 90^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία x .

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1-\eta\mu\alpha} - \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1+\eta\mu\alpha} = 2\epsilon\phi\alpha$

4. (α) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από το μέσο Μ της υποτείνουσας ΒΓ φέρνουμε ευθεία κάθετη στη ΒΓ, που τέμνει την πλευρά ΑΒ στο σημείο Δ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΔΜ κατά ΜΝ=ΔΜ. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΒΝΓΔ είναι ρόμβος.

(β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής)

$$A = \frac{4\eta\mu 30^\circ - 3\epsilon\phi 45^\circ - \sqrt{3}\sigma\phi 30^\circ - 2\sigma\upsilon\nu 60^\circ}{2\epsilon\mu 60^\circ}.$$

5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 4x + 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $5x_1 + 5x_2$

β) $(5x_1 - 3)(5x_2 - 3)$

γ) $\frac{7}{x_1} + \frac{7}{x_2} =$

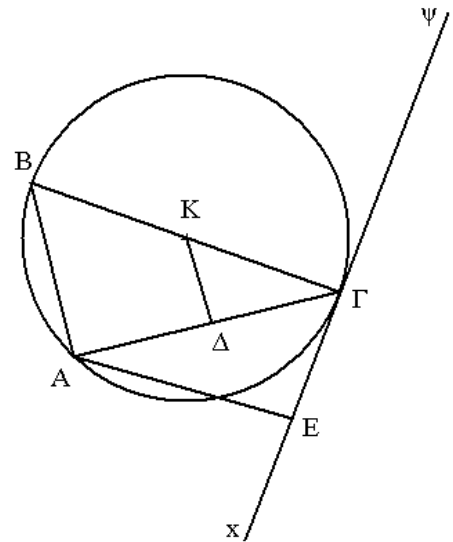
δ) $3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2 - 2$

6. Δίνεται κύκλος (K, R) και $B\Gamma$ μια διάμετρος του. Αν η $x\Gamma\psi$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ , η $K\Delta \perp A\Gamma$ και $AE \perp x\Gamma\psi$ (όπως στο σχήμα), να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $AK\Delta$ είναι όμοια.

(β) $(AB)(KA) = (\Delta K)(B\Gamma)$

(γ) $(A\Gamma)^2 = (AE)(B\Gamma)$



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Μαρία Σεβέρη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22 / 05 / 2009

ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΩΡΑ: 11.00 π.μ.

ΣΥΝ. ΣΕΛ. : 3

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

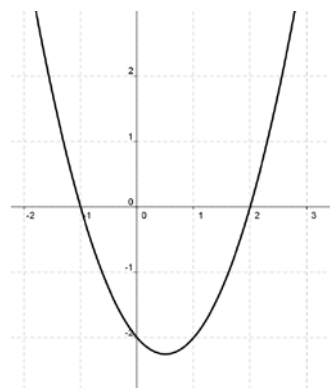
ΜΕΡΟΣ Α : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - x - 6 = 0$.2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$.

3. Η ευθεία με εξίσωση $y = (2\kappa - 3)x + \kappa - 3$ περνά από το σημείο (0,0) να βρείτε:
(α) την τιμή του κ και
(β) την κλίση της ευθείας.

4. Η γραφική λύση της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ φαίνεται στο διπλανό σχήμα.
Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

(α) $A = 2x_1 + 2x_2$ (β) $B = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$.



5. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\angle A = 90^\circ$) με πλευρές ΑΒ = 4 και ΑΓ = 3, να δείξετε ότι:
 $\eta\mu B + 2\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{12}{5}\epsilon\phi B$.

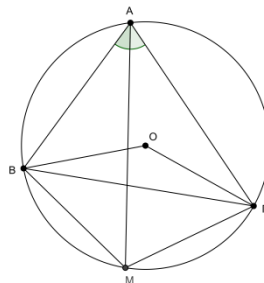
6. Αν για την εξίσωση $x^2 + bx + \gamma = 0$ ισχύει $\beta^2 = 4\gamma$, να βρείτε το είδος των ριζών της.

7. Να βρείτε τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$ αν γνωρίζετε ότι είναι δύο από τους αριθμούς -4, -1, 2, -5 και ισχύει: $P = x_1 \cdot x_2 < 0$ και $S = x_1 + x_2 > 0$.

8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία Α(1,2) και Β(3,4).

9. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 5x - 1 = 0$. Να βρείτε εξίσωση 2^{ου} βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς $\rho_1 = \frac{1}{x_1}$ και $\rho_2 = \frac{1}{x_2}$.

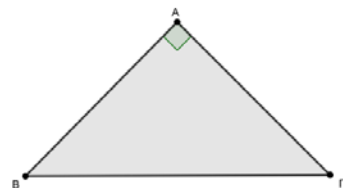
10. Στο διπλανό σχήμα η γωνία $\angle B\hat{A}\Gamma$ είναι 80° και η ΑΜ διχοτόμος της.
Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετραπλεύρου ΒΟΓΜ.



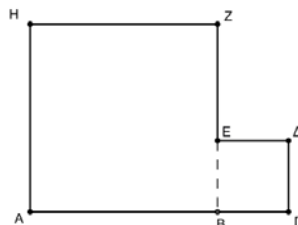
11. Να αποδείξετε ότι :
(α) σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοι είναι ίσες και
(β) αν σε ένα παραλληλόγραμμο οι διαγώνιοι είναι ίσες, τότε αυτό είναι ορθογώνιο.

12. Το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές με $AB=AG=\alpha$. Να υπολογίσετε την υποτείνουσα ΒΓ και στην συνέχεια να δείξετε ότι:

$$\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ και } \epsilon\phi 45^\circ = \sigma\phi 45^\circ = 1.$$



13. Το πολύγωνο ΑΓΔΕΖΗ είναι το περίγραμμα ενός οικοπέδου εμβαδού 425 m^2 και αποτελείται από δύο τετράγωνα, το τετράγωνο ΑΒΖΗ πλευράς x και το τετράγωνο ΒΓΔΕ πλευράς y . Αν το μήκος του τμήματος ΑΓ είναι 25 m , να υπολογίσετε την περίμετρο του οικοπέδου.



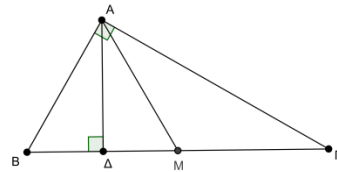
14. Να λύσετε την ανίσωση: $(x+2)(x^2-16)(x^2-2x-8) < 0$.

15. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Από τυχαίο σημείο Ε της πλευράς ΑΒ φέρουμε παράλληλη προς τη ΒΓ η οποία τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ζ. Έστω Ο το σημείο τομής των ΒΖ και ΓΕ. Αν η παράλληλη από το Ο προς την ΒΓ τέμνει τις ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Θ και Κ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $ΟΘ = ΟΚ$.

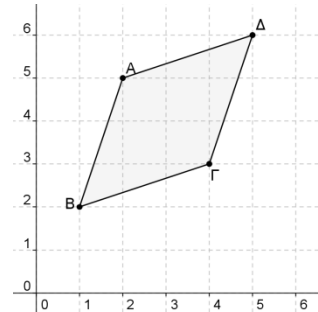
ΜΕΡΟΣ Β : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100

1. Δίνεται η εξίσωση $\mu x^2 - 2(\mu + 3)x + \mu + 1 = 0, \mu \neq 0$, με ρίζες x_1, x_2 .
Για ποιες τιμές του μ :
- (α) η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και ίσες,
 - (β) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες,
 - (γ) η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό -2,
 - (δ) ισχύει η ανίσωση : $x_1 \cdot x_2 > 0$.

2. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\angle A = 90^\circ$), AD το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα και M το μέσον του $B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:
- (α) $AB^2 = BD \cdot B\Gamma$ και
- (β) $AM = \frac{B\Gamma}{2}$.

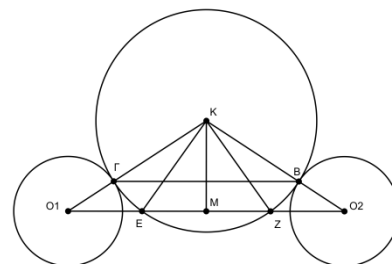


3. Στο διπλανό ορθογώνιο σύστημα αξόνων οι κορυφές του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ είναι τα σημεία: $A(2,5)$, $B(1,2)$, $\Gamma(4,3)$ και $\Delta(5,6)$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος.



4. Από δύο σημεία A και E ενός κύκλου φέρουμε παράλληλες χορδές AB και ED , όπου B και Δ σημεία του κύκλου. Από το σημείο B φέρουμε εφαπτομένη στον κύκλο η οποία τέμνει την προέκταση της ED στο σημείο Γ . Να αποδείξετε ότι:
- α) $BD^2 = BA \cdot \Delta\Gamma$
- β) τα τόξα AD και BE είναι ίσα.

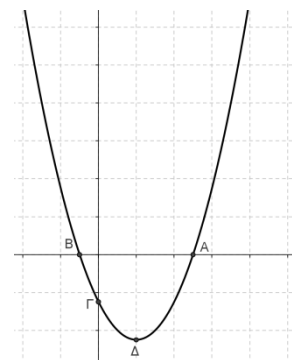
5. Δύο ίσοι κύκλοι $(O_1, 4 \text{ cm})$, $(O_2, 4 \text{ cm})$ εφάπτονται εξωτερικά στον κύκλο $(K, 9 \text{ cm})$ στα σημεία Γ και B αντίστοιχα. Η διάκεντρος O_1O_2 τέμνει τον κύκλο K στα σημεία E και Z . Αν M το μέσον του EZ και το μήκος του KM είναι 5 cm , να αποδείξετε ότι $\Gamma E = BZ$ και να υπολογίσετε το μήκος της χορδής $B\Gamma$.



6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = x^2 - 2x - \frac{5}{4}$.

Να βρείτε:

- α) τις συντεταγμένες των σημείων A , B , Γ και Δ ,
- β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,
- γ) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
- ε) τη λύση της ανίσωσης $f(x-1) > 0$.



Η Διευθύντρια

Οι διδάσκοντες

Παραγυιού Θεόκλητος.....
 Κωνσταντίνου Ευάνθης.....
 Τηλεμάχου Αυγουστίνια.....
 Παπαμιχαήλ Έλενα.....
 Πελεκάνου Καρολίνα.....

Ερμιόνη Θεοδούλου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 27/5/2009****ΩΡΑ: 10:30 – 13.00****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (tipp-ex).
- γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μόνο με μολύβι).
- δ) Το δοκίμιο αποτελείται από πέντε σελίδες.

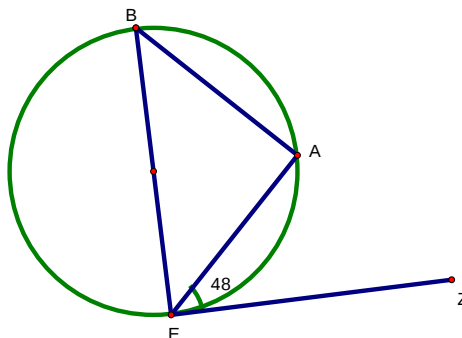
ΜΕΡΟΣ Α΄ (60 ΜΟΝΑΔΕΣ)**Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να απαντήσετε μόνο στα δώδεκα (12).****Κάθε ορθό θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + x - 4 = 0$
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο $\psi = \frac{2x-1}{x+3}$
3. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 4x - 1 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να βρείτε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:
(α) $x_1 + x_2 =$ (β) $x_1 \cdot x_2 =$ (γ) $3x_1x_2^2 + 3x_1^2x_2 =$ (δ) $\frac{1}{\chi_1} + \frac{1}{\chi_2} =$
4. Για ποιες τιμές του μ η εξίσωση $(\mu + 2)\chi^2 - 2\chi + 1 = 0$, $\mu \in \mathbb{R} - \{-2\}$, έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} \chi - \psi &= 1 \\ \chi^2 + \psi^2 &= 5 \end{aligned}$$

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A(1,3) και B(2,-1).
7. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x^2 + 4x + 3)(x^2 - 1)}{(2x - x^2)} \leq 0$
8. Σε ορθογώνιο ABΓΔ, Ε είναι το μέσο της ΑΒ και Ζ το μέσο της ΓΔ. Να δείξετε ότι:
 (α) Το τετράπλευρο ΑΕΖΔ είναι ορθογώνιο
 (β) Το τρίγωνο ΑΖΒ είναι ισοσκελές.
9. Να δείξετε ότι: $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1-\eta\mu\chi} - \epsilon\phi\chi = \tau\epsilon\mu\chi$
10. (α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: $(\sqrt{3}+5)^2$ και $(\sqrt{5}-3)^2$.
 (β) Χρησιμοποιώντας το (α), να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$K = \sqrt{28+10\sqrt{3}} + \sqrt{14-6\sqrt{5}}$$
11. Τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (Κ,Ρ) και Δ το μέσο του τόξου ΒΓ. Αν η ΑΔ τέμνει την ΒΓ στο Ε, να αποδείξετε ότι:
 (α) Τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΑΓΔ είναι όμοια.
 (β) Ισχύει η σχέση (ΑΒ) (ΑΓ) = (ΑΔ) (ΑΕ).
12. Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{3}{5}$, όπου $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημθ, εφθ, σφθ, τεμθ και στεμθ.
13. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Κ το μέσο της διαγωνίου ΑΓ. Η ευθεία ΕΖ που περνά από το Κ τέμνει τις πλευρές ΑΒ και ΔΓ στα Ε και Ζ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο.

14. Στο πιο κάτω σχήμα η BE είναι διάμετρος του κύκλου και EZ εφαπτομένη στο E. Αν η γωνία AEZ είναι 48° , να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABE.



15. Δίνεται η εξίσωση $(x-1)^2 - \lambda(2x-3) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, με ρίζες x_1 , x_2 . Να αποδείξετε ότι η παράσταση $\left(x_1 - \frac{3}{2}\right) \cdot \left(x_2 - \frac{3}{2}\right)$ είναι ανεξάρτητη του λ .

ΜΕΡΟΣ Β' (40 ΜΟΝΑΔΕΣ)

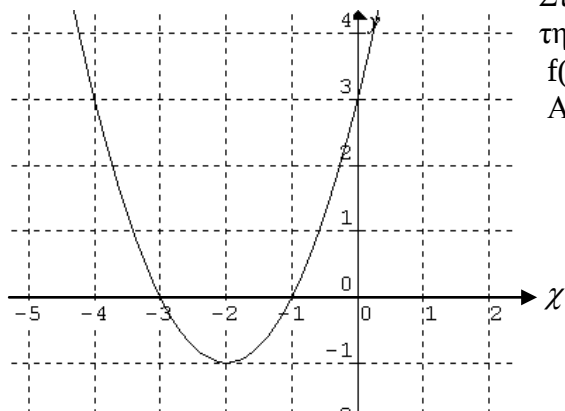
Από τα έξι (6) θέματα να απαντήσετε μόνο στα τέσσερα (4).

Κάθε ορθό θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, με ρίζες x_1 και x_2 .
Να υπολογίσετε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει :
 - (α) Ρίζες πραγματικές
 - (β) Ρίζες αντίθετες
 - (γ) Ρίζες αντίστροφες
 - (δ) Άθροισμα ριζών ίσο με το τριπλάσιο του γινομένου των ριζών της.

2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($A=90^\circ$) με συντεταγμένες $A(3, 2)$, $B(-1, -2)$ και $\Gamma(\alpha, \beta)$, να βρείτε:
 - (α) την κλίση της ευθείας AB.
 - (β) την εξίσωση της ευθείας ΑΓ.
 - (γ) τις συντεταγμένες του Γ αν είναι γνωστό ότι η ευθεία $3x - y = 11$ περνά από το Γ.
 - (δ) την εξίσωση του ύψους ΑΔ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ΒΓ.

3.



Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0.$$

Από το σχήμα να βρείτε:

- (α) i. το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
ii. το πρόσημο της διακρίνουσας του τριώνυμου $ax^2 + bx + c$.

- (β) i. Τον άξονα συμμετρίας
ii. Τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου και να το χαρακτηρίσετε.

- (γ) Το πρόσημο του a και τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + c \geq 0$

- (δ) Την τιμή του c και τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$.

4. (α) Αν
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \omega) + \epsilon\phi(180^\circ + \omega) \cdot \eta\mu(90^\circ - \omega)}{\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(360^\circ + \omega)} = 2 \text{ και } 0^\circ < \omega < 90^\circ, \text{ να δείξετε}$$

ότι: $\hat{\omega} = 45^\circ$

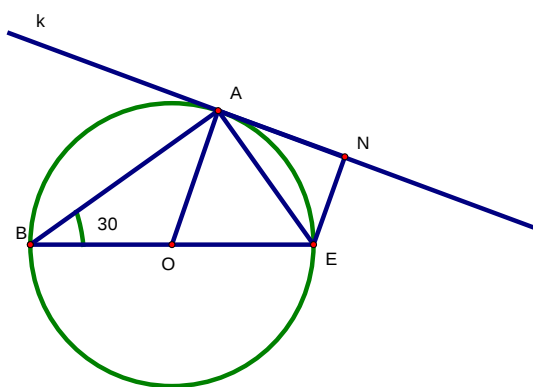
- (β) Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (2\epsilon\phi\theta) \cdot x + \tau\epsilon\mu^2\theta = 0$. Να αποδείξετε ότι δεν έχει πραγματικές ρίζες.

5. Έστω (O, R) ο κύκλος του πιο κάτω σχήματος με διάμετρο τη BE και A σημείο του κύκλου αυτού. Αν η ευθεία $(κ)$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A και $EN \parallel OA$ (N σημείο της εφαπτομένης) και $\angle B = 30^\circ$ να δείξετε ότι:

(α) $(BE)(NA) = (AB)(AE)$

(β) $NG = \frac{R}{2}$

- (γ) Αν EM διάμεσος του τριγώνου AEO , τότε $ANEM$ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.



6. Δίνεται κύκλος (K, R) και AH η διάμετρος του. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο. Να φέρετε ύψος AD , την εφαπτομένη $(ε)$ στο σημείο B και την κάθετη AZ στη $(ε)$. Να δείξετε ότι:

(α) ισχύει η σχέση: $(A\Gamma) \cdot (AZ) = (AB) \cdot (AD)$

(β) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma H$ είναι όμοια.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Αβερκίου Α.
Χριστοδούλου Κ.
Τσιήρτου Ρ.
Χρυσάνθου Α.

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Χ. Πιερίδης (Β.Δ.)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Γ. Ζερβίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009**ΤΑΞΗ: Α΄****ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά**

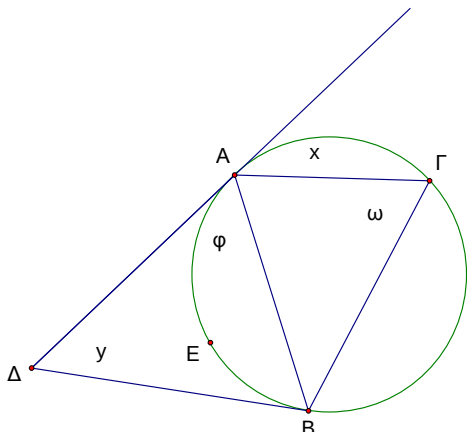
ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλέ (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 8x - 3 = 0$.
2. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τις $x_1 = 2$ και $x_2 = -5$.
3. Να δείξετε ότι η ευθεία $\varepsilon_1: 3x + 2y = 6$ είναι παράλληλη με την ευθεία που περνά από τα σημεία $A(2, 1)$ και $B(0, 4)$.
4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{2x+3}{x-4}$.
5. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\sigma\upsilon\nu\theta \cdot (\varepsilon\phi\theta + \sigma\phi\theta) = \sigma\tau\epsilon\mu\theta$.
6. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + x - 10 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση να δείξετε ότι $9x_1^2x_2 + 9x_1x_2^2 = 10$.
7. Να λύσετε την ανίσωση: $(x-2) \cdot (x^2 - x - 12) \geq 0$.
8. Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = -\frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 10\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta) - 6\varepsilon\phi\theta$.
9. Στο τρίγωνο ΑΒΓ η κορυφή Α έχει συντεταγμένες $(-1, 2)$. Η εξίσωση της πλευράς ΒΓ είναι η $2x - y = 4$. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ.
10. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x^2 - xy = 6 \end{cases}$$

11. Στο πιο κάτω σχήμα οι ΔΑ και ΔΒ είναι οι εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία Α και Β αντίστοιχα. Οι χορδές ΑΒ και ΒΓ είναι ίσες και το μέτρο του τόξου ΑΕΒ είναι 140° . Να βρείτε τις γωνίες x, y, ω και φ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



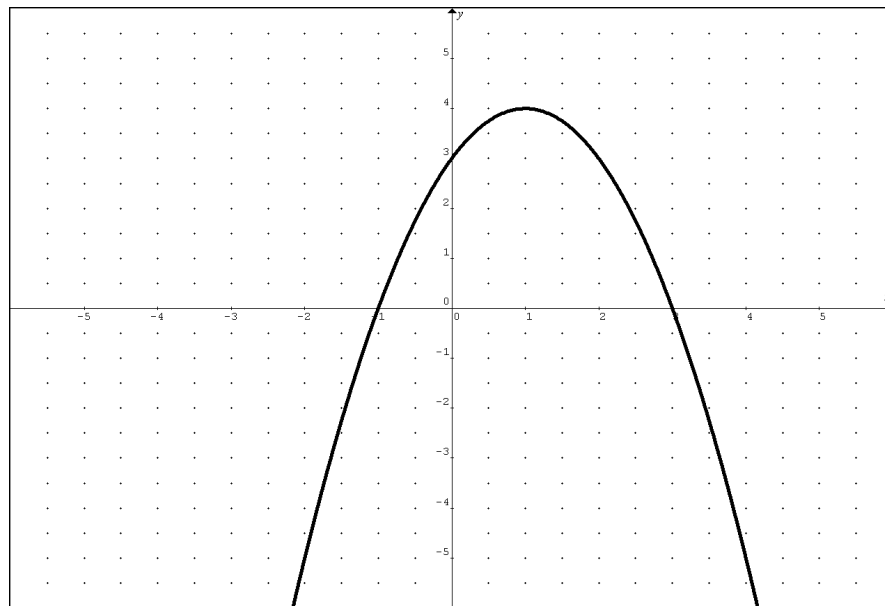
12. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΓ$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $ΑΓ = 3cm$ και $ΒΓ = 5cm$. Να υπολογίσετε:
 α) το μήκος της προβολής της ΑΒ πάνω στην υποτείνουσα
 β) το μήκος του ύψους ΑΔ.
13. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών $\varepsilon_1 : 2x - y - 5 = 0$, $\varepsilon_2 : x - 4y - 6 = 0$, και σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα Ox .
14. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Δ σημείο της ΑΒ με $ΒΔ = 3cm$ και $ΑΔ = 6cm$. Ε είναι σημείο της ΒΓ με $ΒΕ = 2cm$ και $ΕΓ = 4cm$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΒΔΕ και ΒΑΓ είναι όμοια.
15. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2 - 5x - 12}{x^2 - 4x}$.

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 3)x + 3\lambda - 2 = 0$ με ρίζες τους αριθμούς x_1 και x_2 . Να βρείτε τις πραγματικές τιμές της παραμέτρου λ ώστε η εξίσωση να έχει:
 α) ρίζες πραγματικές και ίσες
 β) ρίζες αντίθετες
 γ) μία ρίζα τον αριθμό -2
 δ) ρίζες που να ικανοποιούν τη σχέση $\frac{2x_1 + 2x_2}{x_1 x_2} \geq 1$.
2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με κορυφές Α(1, 2) και Γ(5, 6). Η κλίση της ΒΓ είναι $\lambda_{BG} = \frac{3}{5}$.
 Να βρείτε: α) την εξίσωση της πλευράς ΒΓ
 β) την εξίσωση της πλευράς ΑΒ
 γ) τις συντεταγμένες της κορυφής Β
 δ) τις συντεταγμένες του σημείου Ε, όπου Ε είναι το σημείο τομής της προέκτασης της πλευράς ΑΒ με τον άξονα Ox .

3. Το παρακάτω σχήμα μας δίνει την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης

β) το είδος των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

γ) τις συντεταγμένες του ακρότατου και να το χαρακτηρίσετε

δ) την τιμή της παράστασης $A = \frac{\gamma}{a} - \frac{\beta}{a}$.

4. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(3-x) \cdot (3x^2 + 2x + 1) \cdot (x^2 - 4x + 4)}{x^2 - x} \geq 0$.

5. Αν $A = \frac{\eta\mu(180^\circ + \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \alpha) \cdot \sigma\phi(180^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(-\alpha)}{\tau\epsilon\mu(360^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(360^\circ + \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \alpha)}$ και $B = \sigma\tau\epsilon\mu\alpha - \frac{\eta\mu\alpha}{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha}$

να δείξετε ότι $\frac{A}{B} = -\eta\mu^2\alpha$.

6. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB και Z, Η δύο τυχαία σημεία πάνω στο τόξο AB. Από το σημείο Η φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΗΓ, κάθετο στην AB, που τέμνει τη χορδή BZ στο Ε.

Να δείξετε ότι: α) $(B\Gamma) \cdot (AB) = (BZ) \cdot (BE)$

β) $(BH)^2 = (BZ) \cdot (BE)$

Ο Διευθυντής

Ηλίας Χανατζιάς

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

ΜΑΘΗΜΑ:	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΤΑΞΗ:	Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	28 / 5 / 2009	ΧΡΟΝΟΣ:	2.30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

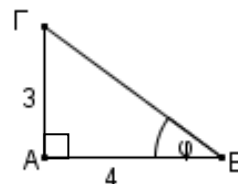
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- γ) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
- δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 10x + 12 = 0$.

2) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Αν $AB = 4\text{cm}$ και $A\Gamma = 3\text{cm}$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\varphi$, $\sigma\upsilon\eta\varphi$, $\epsilon\varphi\varphi$, $\sigma\varphi\varphi$.



3) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία περνά από το σημείο $A(0,6)$ και έχει κλίση 5.

4) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $y = \frac{3x+5}{x-2}$

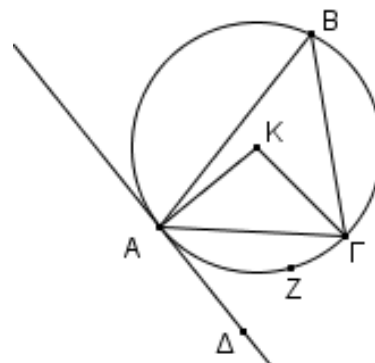
5) Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε οι ευθείες $\epsilon_1 : (\kappa - 3)x + 4y = 8$
 $\epsilon_2 : \kappa y = 2x - 5$ να είναι κάθετες.

6) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 8x + 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων :

α) $x_1 + x_2 =$ β) $x_1 \cdot x_2 =$ γ) $(2 + x_1) \cdot (2 + x_2) =$

7) Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - x - 3 \leq 0$

8) Δίνεται ο κύκλος (K, R) . Αν η AD είναι η εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A και $\widehat{AZ\Gamma} = 120^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{AK\Gamma}$, $\hat{AB\Gamma}$, $\hat{A\Delta\Gamma}$.



9) Να λύσετε την εξίσωση: $4x^4 + 11x^2 - 3 = 0$

10) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{9x^2 - 6x + 1}{3x^2 - 16x + 5}$

11) Να βρείτε τις τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $x^2 + 4\kappa x + 5^2 = 0$, να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες;

12) Δίνεται τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $B\Gamma = A\Delta$. Αν E , Z , H , Θ είναι τα μέσα των AB , $A\Gamma$, $\Delta\Gamma$, $B\Delta$ αντίστοιχα, να δείξετε ότι $EZ = ZH = H\Theta = \Theta E$.

13) Να λύσετε το σύστημα:

$$x - 3y = 5$$

$$2x^2 - xy = 10$$

14) Να δείξετε ότι :

$$\sigma\upsilon\nu x \cdot \sigma\tau\epsilon\mu x + \eta\mu x \cdot \tau\epsilon\mu x = \frac{1}{\eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}$$

15) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{A}B\hat{\Gamma}$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Φέρουμε το ύψος $A\Delta$. Αν M μέσο της $A\Gamma$, να δείξετε ότι $(\Gamma B) = 4 \cdot (M\Delta)$.

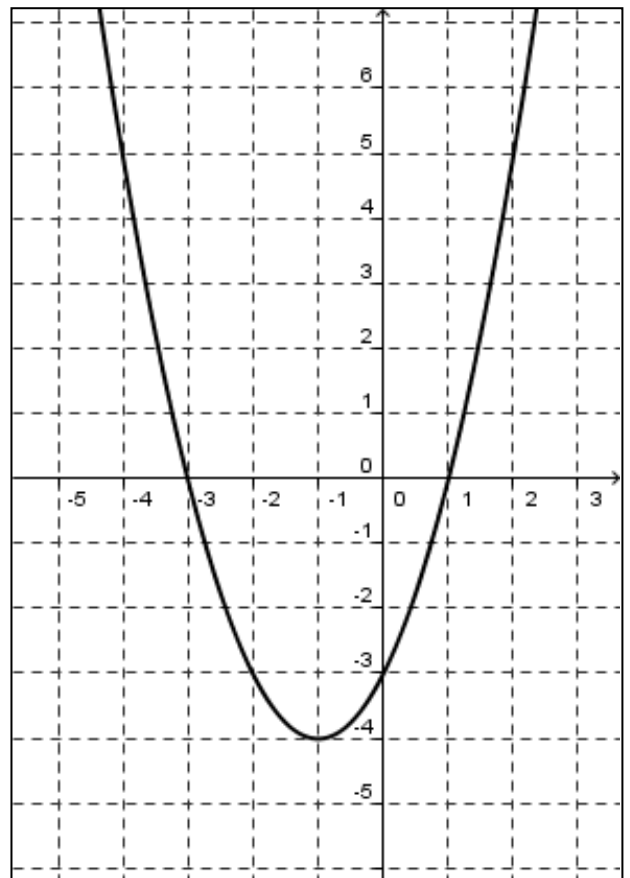
ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 3x + 7 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τις $\rho_1 = 2x_1 - x_2$ και $\rho_2 = 2x_2 - x_1$.

- 2) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.
Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) Το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
- β) Το πρόσημο του a .
- γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- δ) Την τιμή του γ .
- ε) Την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης.
- στ) Τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$.
- ζ) Το πρόσημο της παράστασης $\beta^2 - 4a\gamma$.
- η) Τις τιμές i) $f(-2)$ και ii) $f(2)$.
- θ) Την αριθμητική τιμή των
 - i) $-\frac{\beta}{\alpha}$ και ii) $\frac{\gamma}{\alpha}$.
- ι) Το πρόσημο του β .



- 3) α) Να δείξετε ότι : $(1 + \sigma\phi\omega)^2 \cdot \frac{1 - \sigma\nu^2\omega}{1 + 2 \cdot \eta\mu\omega \cdot \sigma\nu\omega} = 1$.

- β) Να δείξετε ότι : $\frac{\eta\mu(180^\circ + \theta) \cdot \sigma\nu(360^\circ - \theta)}{\eta\mu(90^\circ - \theta) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu(180^\circ + \theta)} - \frac{\epsilon\phi(360^\circ - \theta) \cdot \sigma\nu(180^\circ - \theta)}{\tau\epsilon\mu(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\phi(90^\circ - \theta)} = 1$.

4) α) Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{(x^2 + 4) \cdot (-2x^2 + 5x - 2)}{(2x^2 - 18) \cdot (x + 3)} \leq 0$.

β) Δίνεται η εξίσωση $5x^2 - (\kappa^2 - 4)x + \kappa + 2 = 0$. Χωρίς να την λύσετε, να βρείτε για ποιες τιμές του κ η εξίσωση :

i) Έχει ρίζες αντίθετες.

ii) Έχει ρίζες αντίστροφες.

iii) Ισχύει η σχέση $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \geq 2$.

5) Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, με κορυφές τα σημεία $A(-5,0)$, $B(-1,2)$ και $\Gamma(3,-6)$.

α) Να δείξετε ότι $\angle AB\Gamma = 90^\circ$

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $K\Lambda$, όπου K, Λ μέσα των πλευρών AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα και $K(-3,1)$.

γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους BM του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.

6) Στο σχήμα, η AB είναι διάμετρος του κύκλου (K,R) . Η ΔB είναι εφαπτομένη του κύκλου στο B , $\angle B\Delta\Gamma = 30^\circ$, $\angle B\Theta\Gamma = 40^\circ$ και $B\Delta = 8\text{cm}$. Να βρείτε, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, τα πιο κάτω:

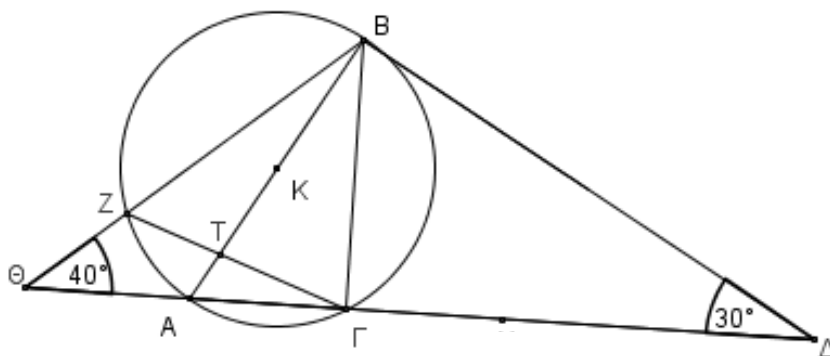
i) $\angle B\hat{Z}\Gamma$

ii) $\angle A\hat{T}\Gamma$

iii) $B\Gamma$

iv) $A\Delta$

v) R



Ο Διευθυντής

Λοίζος Σέπος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΤΑΞΗ Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 25/05/2009

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2:30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

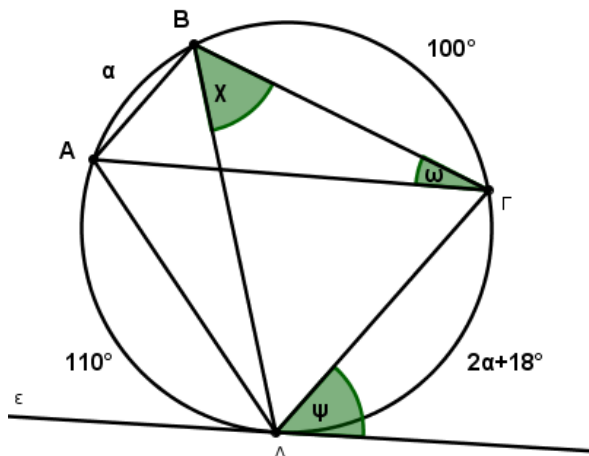
- ΟΔΗΓΙΕΣ:** 1. Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι. (Τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι.)
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 3. Να προσεχθεί ιδιαίτερα η εμφάνιση του γραπτού.
 4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής ,σφραγισμένης από το σχολείο .

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να λύσετε την εξίσωση $8x^2 + 2x - 1 = 0$.
- 2) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης που ορίζεται από τον τύπο

$$\psi = \frac{2x-3}{1-x}$$
 .
- 3) Να λύσετε την ανίσωση $x(x+2)(3-x) \geq 0$.
- 4) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x - 5 = 0$. Χωρίς να τη λύσετε να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:
 $A = 5x_1 + 5x_2$ και $B = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$.
- 5) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + (\lambda - 2)x + 2\lambda + 6 = 0$. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει: α) ρίζα τον αριθμό -1 και β) αντίθετες ρίζες .
- 6) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 2x + 3$ και περνά από το σημείο τομής των ευθειών (ε_1) : $\psi = -3x + 11$ και (ε_2) : $2x - 5\psi = 13$.
- 7) Να βρείτε το μέτρο του τόξου α και των γωνιών χ , ψ , ω του διπλανού σχήματος αν η ευθεία (ε) εφάπτεται του κύκλου.



8) Αν $\varepsilon\phi\omega = -\frac{6}{8}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = 18.\sigma\phi\omega - 20.\sigma\upsilon\nu\omega - 10.\eta\mu\omega.$$

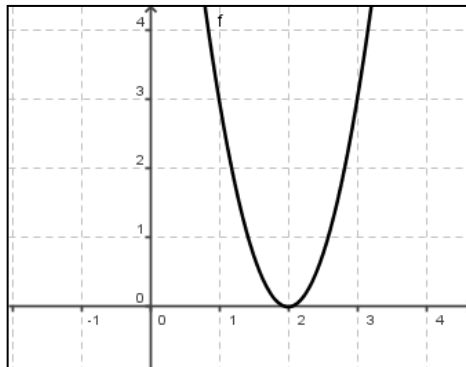
9) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Να βρείτε:

α) το πρόσημο του a

β) την τιμή της διακρίνουσας της εξίσωσης $f(x) = 0$

γ) το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της $ax^2 + bx + c = 0$.



10) Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x^2 - 2xy = 3 \end{cases}$$

11) Να αποδείξετε την ταυτότητα
$$\frac{\eta\mu(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(360^\circ - \omega)}{\tau\epsilon\mu(180^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(360^\circ + \omega)} = \sigma\upsilon\nu^2\omega.$$

12) Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Από τυχόν σημείο Ε της ΓΔ φέρουμε την ΕΖ κάθετη στη διαγώνιο ΒΔ. Να αποδείξετε ότι: $(ΖΔ) \cdot (ΒΓ) = (ΓΔ) \cdot (ΖΕ)$.

13) Να βρείτε την τιμή του a ώστε οι ευθείες $(2a - 1)x + ay = -5$ και $ψ = \frac{1}{a}x - 3$, με $a \neq 0$, να είναι μεταξύ τους κάθετες.

14) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ύψος ΑΔ. Αν $(ΔΓ) = 3(ΒΔ)$ να αποδείξετε τη σχέση: $(ΑΓ)^2 = (ΑΒ)^2 + 8(ΒΔ)^2$.

15) Δίνεται η εξίσωση $(\sigma\phi\theta - \sigma\upsilon\nu\theta)x^2 - 4x + \sigma\phi\theta \cdot \sigma\upsilon\nu^2\theta = 0$.

Να δείξετε ότι το γινόμενο των ριζών της ισούται με $1 + \eta\mu\theta$.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες

1) Να λύσετε τις ανισώσεις :

$$\alpha) \frac{(\chi^2 - 4) \cdot (2\chi^2 + 18) \cdot (\chi - 3)^2}{\chi + 7} \geq 0$$

$$\beta) \frac{\chi^2 - 5}{\chi - 1} < 2.$$

2) Το διπλανό σχήμα παριστάνει τη γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(\chi) = \psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma \text{ με } \alpha \neq 0.$$

Να βρείτε:

α) το Π.Ο και το Π.Τ. της συνάρτησης

β) τον άξονα συμμετρίας της

γ) την τιμή του γ

δ) το πρόσημο της παράστασης $\beta^2 - 4\alpha\gamma$

ε) το πρόσημο των :

$$f(2), f(-2)$$

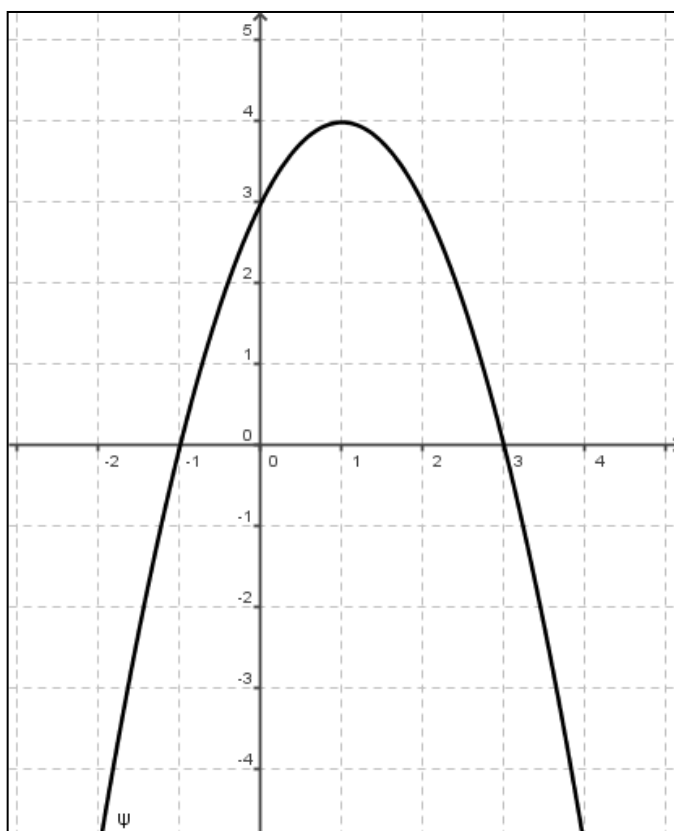
στ) τις συντεταγμένες της κορυφής της καμπύλης

ζ) τις τιμές του χ για τις οποίες $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$

η) τις τιμές του χ για τις οποίες $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma < 0$

θ) τις τιμές του χ για τις οποίες $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma > 0$

ι) πόσες ρίζες πραγματικές έχει η εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 3$.



3) Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - (\kappa + 2)\chi + \kappa - 3 = 0$.

α) Να βρείτε την τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει :

- ρίζες αντίθετες
- ρίζες αντίστροφες.

β) Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού που να έχει ρίζες

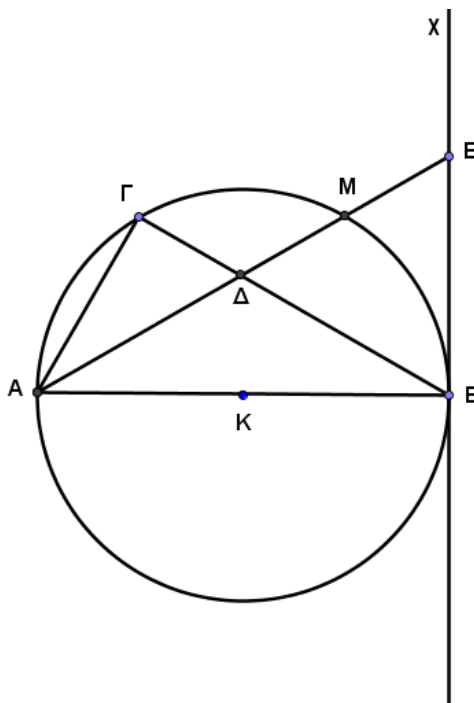
i. $\rho_1 = 5 + \sqrt{2}$ και $\rho_2 = 5 - \sqrt{2}$

ii. $\rho_1 = \chi_1^2$ και $\rho_2 = \chi_2^2$, όπου χ_1, χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\chi^2 - 5\chi - 1 = 0$.

- 4) Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, R) , Bχ εφαπτομένη του κύκλου στο B και η AΔ διχοτόμος της γωνιάς BΑΓ.

Να δείξετε ότι:

- $\widehat{BM} = \widehat{\Gamma M}$
- $\triangle A\Gamma\Delta \approx \triangle ABE$
- ισχύει η σχέση $2R \cdot (A\Delta) = (A\Gamma) \cdot (AE)$
- το $\triangle B\Delta E$ είναι ισοσκελές.



- 5) Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές τα σημεία $A(2,1)$, $B(2,5)$, $\Gamma(-3,5)$.
- Να τοποθετήσετε το τρίγωνο σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. (Δίνεται τετραγωνισμένο χαρτί)
 - Να βρείτε τις κλίσεις των πλευρών του τριγώνου ABΓ και να δείξετε ότι η γωνία B είναι ορθή.
 - Να βρείτε την εξίσωση της υποτείνουσας.
 - Να βρείτε την εξίσωση του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.
 - Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

6) Αν $A = \frac{\sin(270^\circ + \alpha) \cdot \eta\mu(360^\circ + \alpha) \cdot \epsilon\phi(90^\circ + \alpha)}{\tau\epsilon\mu(\alpha - 360^\circ) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \alpha)}$ και

$$B = (\eta\mu^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha)^2 + 4\eta\mu^2\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha, \quad \text{να αποδείξετε ότι: } \frac{A^2}{B} = \sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha - 1$$

Η Διευθύντρια

Χατζηβασιλείου Αναστασία

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 05 / 06 / 2009

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να γράψετε με μελάνι **μπλε**, τα σχήματα με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

2. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{x+7}{x-5}$.

3. Να λυθεί η ανίσωση $x^2 - 4x \leq 0$.

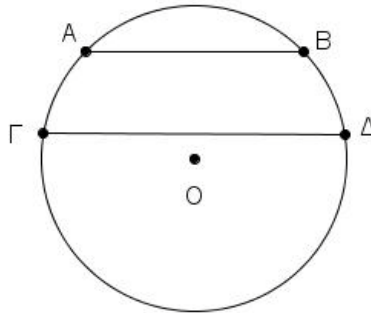
4. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-2,6)$ και έχει κλίση $\lambda = 2$.

5. Να απλοποιηθεί η παράσταση $\frac{2x^2 - 9x + 4}{x^2 - 16}$.

6. Αν $\eta\mu\omega = \frac{8}{17}$ και $90 \leq \omega \leq 180$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{17\sigma\upsilon\nu\omega - 15\epsilon\phi\omega}{16\sigma\tau\epsilon\mu\omega - 15\tau\epsilon\mu\omega}$$

7. Στο πιο κάτω σχήμα η χορδή AB είναι παράλληλη με την χορδή ΓΔ.
 Να αποδείξετε ότι τα τόξα ΑΓ και ΒΔ είναι ίσα.
 (Υπόδειξη: Να φέρετε την ΑΔ)



8. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) με $B=30^\circ$. Αν Ε, Ζ είναι τα μέσα του ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $EZ=AG$.
9. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$\begin{aligned} x + y &= 2 \\ x^2 + 2y &= 7 \end{aligned}$$

10. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου κ η εξίσωση

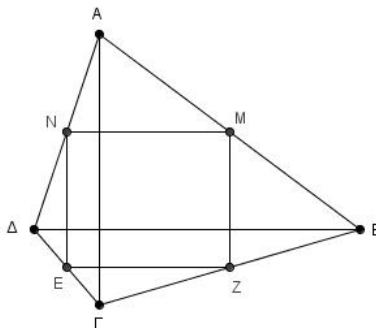
$$x^2 + 4kx - 4(2k + 1) = 0$$

έχει ρίζες πραγματικές .

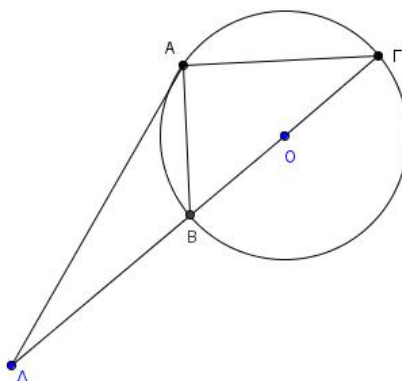
11. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\sigma\upsilon\nu^2\omega(\epsilon\phi^2\omega+1)+\eta\mu^2\omega(\sigma\phi^2\omega-1)=2\sigma\upsilon\nu^2\omega$$

12. Στο πιο κάτω σχήμα το τετράπλευρο έχει ίσες διαγώνιους $AG=BD$ και AG είναι κάθετη στην BD . Αν M, N, E, Z είναι τα μέσα των πλευρών του $AB, AD, ΓΔ$, και $BΓ$ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $MNEZ$ είναι τετράγωνο.



13. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι AD είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο A . Το ευθύγραμμο τμήμα $BΓ$ είναι διάμετρος του κύκλου. Αν το τόξο $AB=40^\circ$ να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου $ADΓ$.



14. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 6x + 4 = 0$, χωρίς να την λύσετε να υπολογίσετε το άθροισμα των ριζών $S = x_1 + x_2$, το γινόμενο των ριζών $P = x_1 x_2$ και την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = x_1^2 + x_2^2$.
15. Να βρείτε την κλίση της ευθείας συναρτήσεως του a , που διέρχεται από τα σημεία $A(2, 2a - 1)$ και $B(4, -3)$. Αν η ευθεία αυτή είναι παράλληλη με την ευθεία $y = 2x + 3$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή του a .

ΜΕΡΟΣ Β Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

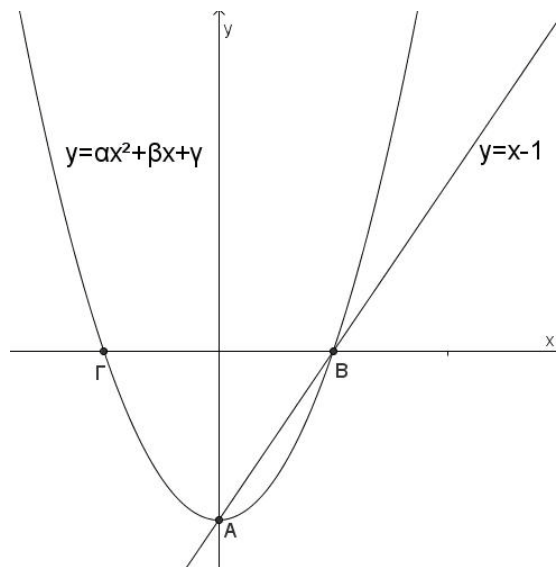
1. Να λυθεί η ανίσωση $\frac{(x^2 + 5x + 6) \cdot (x^2 - 9)}{(x^2 + x + 1) \cdot x} \geq 0$.

2. Από σημείο Α εκτός κύκλου φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΑΒ, ΑΓ και μία τέμνουσα ΑΔΕ του κύκλου. Να δείξετε ότι

- a) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΕΒ είναι όμοια.
- b) Τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΑΕΓ είναι όμοια.
- c) Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω να δείξετε ότι $(ΒΔ)(ΓΕ) = (ΒΕ)(ΓΔ)$.

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2 + \beta x + \gamma$ και της ευθείας $y = x - 1$. Η ευθεία τέμνει την παραβολή στο Α και Β. Το Α είναι η κορυφή της παραβολής. Να βρείτε

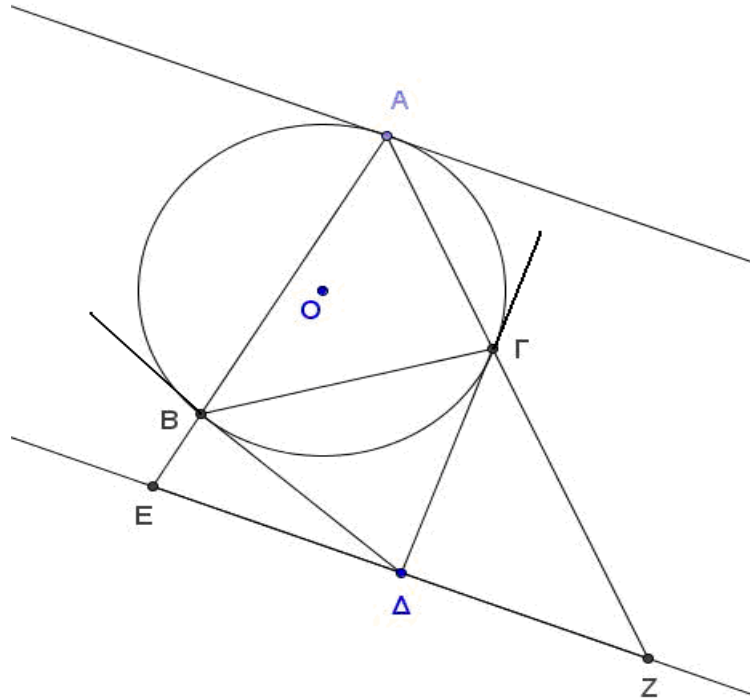
- a) Τις συντεταγμένες των σημείων Α και Β.
- b) Τις τιμές των α, β, γ .
- c) Να δείξετε ότι η ευθεία που περνά από τα σημεία Α και Γ είναι κάθετη πάνω στην ευθεία $y = x - 1$.



4. Οι κορυφές τριγώνου ΑΒΓ είναι σημεία του κύκλου. Οι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία Β και Γ τέμνονται στο Δ. Από το Δ φέρουμε ευθεία που είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη του κύκλου στο Α. Αν η ευθεία αυτή τέμνει την προέκταση της ΑΒ στο Ε και την προέκταση της ΑΓ στο Ζ να δείξετε ότι

α) $\Delta E = \Delta B$

β) $E\Delta = \Delta Z$



5.

α) Αν
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \chi) \cdot \epsilon\phi(90^\circ - \chi) \cdot \eta\mu(-\chi)}{\epsilon\phi(180^\circ - \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \chi)} = \frac{1}{2}$$

και $0 < \chi < 90^\circ$ να υπολογίσετε την γωνία χ .

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$\tau\epsilon\mu\theta - \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1 - \eta\mu\theta} = -\epsilon\phi\theta$$

6. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 2)x - 7 - \lambda = 0$.

α) Να δείξετε ότι έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε τιμή του λ .

β) Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να έχει ρίζες αντίθετες.

γ) Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να έχει ρίζες αντίστροφες.

δ) Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε οι ρίζες της να επαληθεύουν την σχέση

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 20$$

Εισηγητές

Συντονιστής

Ο Διευθυντής

Γιασεμίδης Ιάσων

.....

.....

Χριστοδούλου Φειδίας

Χριστοδούλου Φειδίας

Δημητριάδης Αλέξανδρος

Λούβαρης Γεώργιος

Κυπριανίδου Μαριάννα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α΄

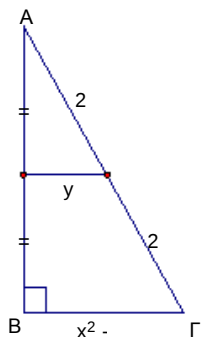
Ημερομηνία: 9 / 6 / 2009
Διάρκεια: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ : Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο(μόνο τα σχήματα με μολύβι).
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 + 5x + 6 = 0$
2. Να λύσετε το σύστημα :
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$$
3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:
α) $f(x) = x^3 + 5x^2 + 1$
β) $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 3}$
4. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 8x + 4 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων: α) $x_1 + x_2$ και $x_1 \cdot x_2$
β) $10x_1x_2 + 3x_1 + 3x_2$
5. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο $A(1,2)$ και είναι παράλληλη προς την ευθεία $y = 3x + 4$
6. Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

7. Να υπολογίσετε τα x και y στο παρακάτω σχήμα

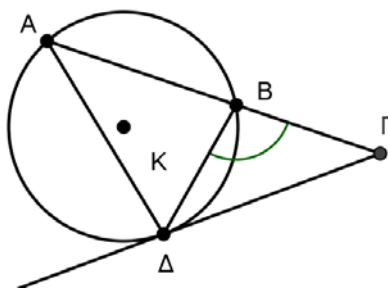


8. Να αποδείξετε ότι
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta) + \sigma\upsilon\nu^2(-\theta) - 2}{\sigma\phi(360^\circ - \theta)} = \epsilon\phi\theta$$

9. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x-1)^2}{3-x} \geq 0$

10. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $x^2 + (\mu - 2)x + 2 - \mu = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

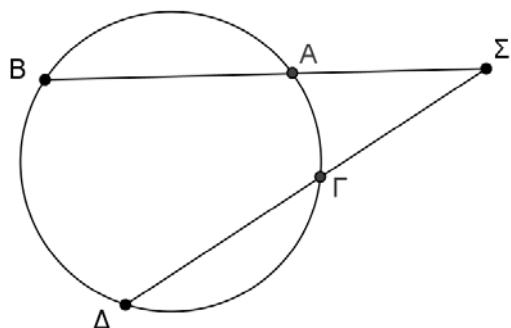
11. Στο παρακάτω σχήμα η $\Delta\Gamma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου (K, R) , η γωνία $\hat{\Delta B\Gamma} = 100^\circ$ και το τόξο $\widehat{AB} = 120^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Delta$ και να δείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.



12. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα $1 - \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{1 + \eta\mu x} = \eta\mu x$

13. Να βρείτε δύο πραγματικούς αριθμούς που να έχουν άθροισμα $\frac{5}{2}$ και γινόμενο 1

14. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $B\Delta = 2A\Gamma$. Αν O το σημείο τομής των διαγωνίων του και E, Z είναι τα μέσα των OB και OD αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το $A\epsilon\Gamma Z$ είναι ορθογώνιο.
15. Δίνεται κύκλος και Σ εξωτερικό σημείο του. Αν ΣAB και $\Sigma\Gamma\Delta$ τέμνουσες του κύκλου να δείξετε ότι $\Sigma A \cdot \Sigma B = \Sigma\Gamma \cdot \Sigma\Delta$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Να λύσετε την ανίσωση:
$$\frac{3x(2x^2 - 3x - 5) \cdot (x^2 + 4) \cdot (-x^2 - x)}{(x + 2)} \geq 0$$
- Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 1)x + 7 - \lambda = 0$ με ρίζες x_1, x_2
Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει :
 α) Ρίζες αντίθετες.
 β) Ρίζα τον αριθμό -2
 γ) Ρίζες ετερόσημες
 δ) Ρίζες που να ικανοποιούν την σχέση $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 5$
- Δίνονται τα σημεία $B(-2,3)$, $A(4,5)$ και $\Gamma(3,8)$
 α) Να βρείτε τις κλίσεις των ευθειών AB , $A\Gamma$, $B\Gamma$
 β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
 γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $A\Delta$
 δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ

4. α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας .

β) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Φέρουμε τις διχοτόμους των γωνιών Δ και Γ που τέμνονται στο σημείο Η

Να δείξετε ότι: i) Η γωνία ΔΗΓ είναι ορθή.

ii) Αν Ε είναι το μέσο της ΔΓ, το τρίγωνο ΕΗΓ είναι ισοσκελές .

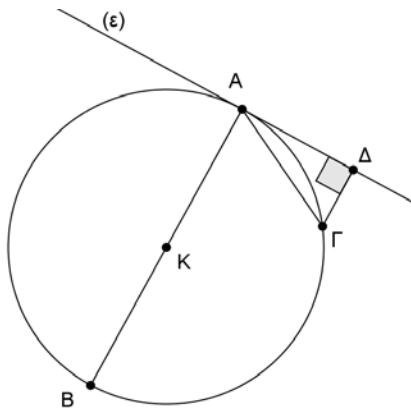
5. Η εξίσωση $(\sin \theta) \cdot x^2 - 2x + \eta \mu \theta = 0$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ έχει ρίζες x_1, x_2

Να δείξετε ότι: α) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 4 \cdot \sigma \tau \epsilon \mu \theta$

β) $x_1^2 + x_2^2 = 4 + 4 \epsilon \phi \theta$

6. Δίνεται κύκλος (Κ, R) με διάμετρο ΑΒ και χορδή ΑΓ. Αν (ε) εφαπτομένη του κύκλου στο Α και $\Gamma \Delta \perp (\epsilon)$ να δείξετε ότι $(A\Gamma)^2 = 2R(\Gamma \Delta)$

Αν ,επιπλέον, το τόξο $\widehat{A\Gamma} = 60^\circ$ να δείξετε ότι $A\Delta = \frac{R\sqrt{3}}{2}$



Η Διευθύντρια

Ιουλία Παναγή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/05/2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΑΡΙΘΜΟΣ ΣΕΛΙΔΩΝ ΓΡΑΠΤΟΥ: 4

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε με πένα μπλε ή μαύρη (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.

ΜΕΡΟΣ Α΄**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 05/100.**

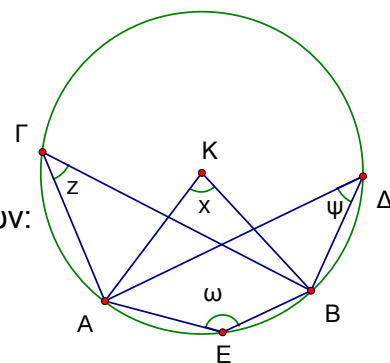
1. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 5x + 2 = 0$.
2. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + 6x + 1 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων (χωρίς να βρείτε τις τιμές των x_1 και x_2):
(α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 \cdot x_2$ (γ) $3x_1 \cdot x_2 - 2x_1 - 2x_2$
3. Δίνεται η ευθεία $\psi = x - 8$. Να υπολογίσετε:
(α) Το μέτρο της οξείας γωνίας που σχηματίζει με τον άξονα των x
(β) Τις συντεταγμένες του σημείου στο οποίο τέμνει τον άξονα των ψ .
4. Να λύσετε το σύστημα των εξισώσεων:
$$\left. \begin{array}{l} x + \psi = 8 \\ x \cdot \psi = 15 \end{array} \right\}$$
5. Δίνονται τα σημεία $A(3,1)$ και $B(5,-7)$.
(α) Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας που διέρχεται από τα A και B .
(β) Να δείξετε ότι η ευθεία που διέρχεται από τα A και B είναι παράλληλη στην ευθεία με εξίσωση $\psi = -4x + 7$.

6. Να βρείτε την εξίσωση β' βαθμού που έχει ρίζες τους πραγματικούς αριθμούς 2μ και 3μ.
7. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων το τριώνυμο: $2x^2 + 3x + 1$.
8. Να υπολογίσετε το σύνολο των τιμών που μπορεί να πάρει ο πραγματικός αριθμός λ , ώστε η εξίσωση $2x^2 + 4x + 7 - \lambda = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές.
9. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ρόμβου, αν τα μήκη των διαγωνίων του είναι 12cm και 16cm.
10. Να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω τριγωνομετρικών αριθμών, αν $\sin x = \frac{5}{13}$, $270^\circ < x < 360^\circ$:
- (α) $\eta\mu x$ (β) $\epsilon\phi x$ (γ) $\tau\epsilon\mu x$ (δ) $\sigma\tau\epsilon\mu x$

11. Στο σχήμα παραπλεύρως, τα σημεία Α,Β,Γ,Δ και Ε βρίσκονται πάνω στον κύκλο (Κ, R).

Αν το τόξο ΑΕΒ έχει μέτρο 80° , να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών:

- (α) x (β) z (γ) ψ (δ) ω



12. Να αποδείξετε ότι αν το μ είναι πραγματικός αριθμός, τότε: $-x^2 + \mu x - \mu^2 - 3 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.
13. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ύψος ΑΔ. Αν $(B\Delta) = 9\text{cm}$ και $(\Gamma\Delta) = 16\text{cm}$, να υπολογίσετε τα μήκη:
- (α) των πλευρών του τριγώνου
- (β) του ύψους ΑΔ του τριγώνου.
14. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\epsilon\phi(180^\circ + \alpha) - \sigma\phi(180^\circ - \alpha) = \tau\epsilon\mu\alpha \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\alpha$.
15. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $(B\Delta) = 2(A\Gamma)$. Αν Ο είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του παραλληλογράμμου και Ζ και Η είναι τα μέσα των ΟΔ και ΟΒ αντίστοιχα, να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΗΓΖ είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(2x^2 - x - 1)(x^2 + 1)(1 - x)}{x^2 - 9} \leq 0.$

2. Δίνεται η εξίσωση: $3x^2 - (\lambda - 3)x - \lambda - 2 = 0$. Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση:

(α) Έχει ρίζες αντίθετες

(β) Έχει ρίζες αντίστροφες

(γ) Έχει άθροισμα ριζών μεγαλύτερο του 5

(δ) Έχει ρίζα τον αριθμό 1.

3. (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που έχει κλίση 2 και διέρχεται από το σημείο $A(2,3)$.

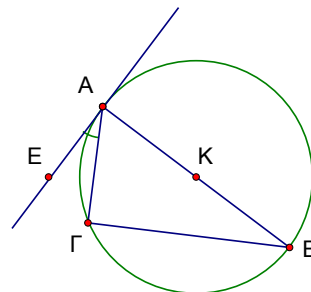
(β) Να δείξετε ότι και το σημείο $B(-1, -3)$ είναι σημείο της ευθείας (ε).

(γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ζ) που είναι κάθετη στην (ε) στο σημείο της $A(2,3)$.

(δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου $\Gamma(-2\mu, 2\mu)$, αν το Γ βρίσκεται πάνω στην ευθεία (ζ).

4. (α) Στο σχήμα παραπλεύρως, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με διάμετρο την AB και το E είναι σημείο πάνω στην εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του A .

Αν $\hat{E}\hat{A}\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $(A\Gamma) = 6\text{ cm}$, να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου.



(β) Δίνεται το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Προεκτείνουμε την πλευρά AB κατά τμήμα $BZ = \Delta H$, όπου H είναι το μέσο της πλευράς $\Gamma\Delta$. Αν Θ είναι το σημείο τομής των ZH και $B\Gamma$, να αποδείξετε ότι:

(i) Το τετράπλευρο $BZ\Gamma H$ είναι παραλληλόγραμμο

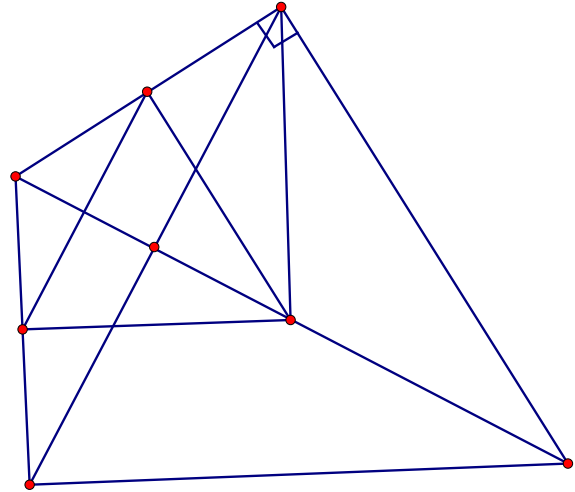
(ii) Θ είναι το μέσο της πλευράς $B\Gamma$.

5. (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1}{1 - \eta\mu\kappa} + \frac{1}{1 + \eta\mu\kappa} - 2\varepsilon\phi^2\kappa - 2 = 0$, αν $\kappa \neq 180^\circ + 90^\circ$, $\kappa \in \mathbb{Z}$.

(β) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $(AB) = (\sigma\upsilon\nu\kappa - \eta\mu\kappa)\text{ cm}$ και

$(A\Gamma) = (\sigma\upsilon\nu\kappa + \eta\mu\kappa)\text{ cm}$, όπου $0^\circ \leq \kappa < 45^\circ$. Να αποδείξετε ότι $(B\Gamma) = \sqrt{2}\text{ cm}$.

6. Δίνεται το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$ και $\Gamma\Delta = \Delta A = A\Gamma$ (όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα). Αν H είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του τετραπλεύρου και K, Λ, M είναι τα μέσα των $AB, B\Gamma, B\Delta$ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:
- (α) Η $K\Lambda$ διχοτομεί τη BH
 - (β) Το τρίγωνο $K\Lambda M$ είναι ισόπλευρο
 - (γ) Το τρίγωνο $B\Gamma M$ είναι ισοσκελές ($MB = M\Gamma$)
 - (δ) Η ΛM διχοτομεί τη γωνία $BM\Gamma$.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Παύλου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α΄

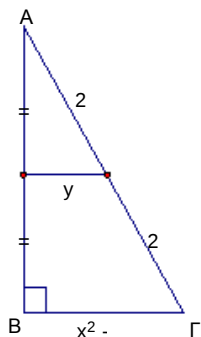
Ημερομηνία: 9 / 6 / 2009
Διάρκεια: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ : Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο(μόνο τα σχήματα με μολύβι).
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $x^2 + 5x + 6 = 0$
2. Να λύσετε το σύστημα :
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = -1 \end{cases}$$
3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων:
α) $f(x) = x^3 + 5x^2 + 1$
β) $g(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 3}$
4. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 8x + 4 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων: α) $x_1 + x_2$ και $x_1 \cdot x_2$
β) $10x_1x_2 + 3x_1 + 3x_2$
5. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο $A(1,2)$ και είναι παράλληλη προς την ευθεία $y = 3x + 4$
6. Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

7. Να υπολογίσετε τα x και y στο παρακάτω σχήμα

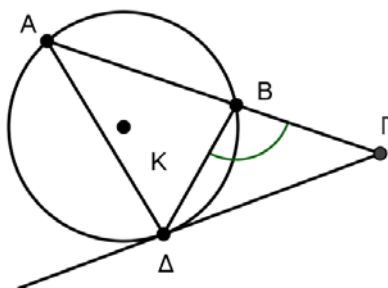


8. Να αποδείξετε ότι
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta) + \sigma\upsilon\nu^2(-\theta) - 2}{\sigma\phi(360^\circ - \theta)} = \epsilon\phi\theta$$

9. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x-1)^2}{3-x} \geq 0$

10. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $x^2 + (\mu - 2)x + 2 - \mu = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

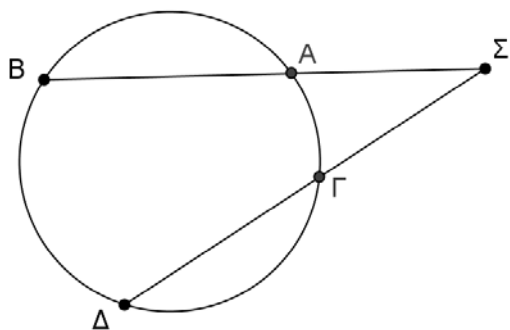
11. Στο παρακάτω σχήμα η $\Delta\Gamma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου (K, R) , η γωνία $\hat{\Delta B \Gamma} = 100^\circ$ και το τόξο $\widehat{AB} = 120^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Delta$ και να δείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.



12. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα $1 - \frac{\sigma\upsilon\nu^2 x}{1 + \eta\mu x} = \eta\mu x$

13. Να βρείτε δύο πραγματικούς αριθμούς που να έχουν άθροισμα $\frac{5}{2}$ και γινόμενο 1

14. Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $B\Delta = 2A\Gamma$. Αν O το σημείο τομής των διαγωνίων του και E, Z είναι τα μέσα των OB και OD αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι το $A\epsilon\Gamma Z$ είναι ορθογώνιο.
15. Δίνεται κύκλος και Σ εξωτερικό σημείο του. Αν ΣAB και $\Sigma\Gamma\Delta$ τέμνουσες του κύκλου να δείξετε ότι $\Sigma A \cdot \Sigma B = \Sigma\Gamma \cdot \Sigma\Delta$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Να λύσετε την ανίσωση:
$$\frac{3x(2x^2 - 3x - 5) \cdot (x^2 + 4) \cdot (-x^2 - x)}{(x + 2)} \geq 0$$
- Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 1)x + 7 - \lambda = 0$ με ρίζες x_1, x_2
Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει :
 α) Ρίζες αντίθετες.
 β) Ρίζα τον αριθμό -2
 γ) Ρίζες ετερόσημες
 δ) Ρίζες που να ικανοποιούν την σχέση $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 5$
- Δίνονται τα σημεία $B(-2,3)$, $A(4,5)$ και $\Gamma(3,8)$
 α) Να βρείτε τις κλίσεις των ευθειών AB , $A\Gamma$, $B\Gamma$
 β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
 γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $A\Delta$
 δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ

4. α) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίση με το μισό της υποτείνουσας .

β) Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Φέρουμε τις διχοτόμους των γωνιών Δ και Γ που τέμνονται στο σημείο Η

Να δείξετε ότι: i) Η γωνία ΔΗΓ είναι ορθή.

ii) Αν Ε είναι το μέσο της ΔΓ, το τρίγωνο ΕΗΓ είναι ισοσκελές .

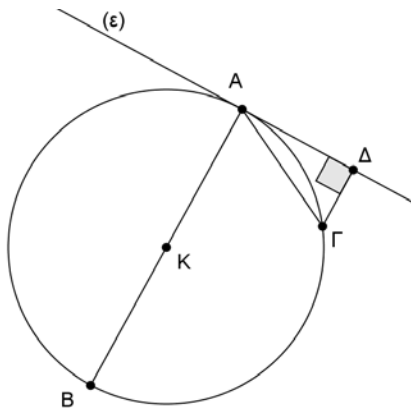
5. Η εξίσωση $(\sin \theta) \cdot x^2 - 2x + \eta \mu \theta = 0$, $\theta \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ έχει ρίζες x_1, x_2

Να δείξετε ότι: α) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = 4 \cdot \sigma \tau \epsilon \mu \theta$

β) $x_1^2 + x_2^2 = 4 + 4 \epsilon \phi \theta$

6. Δίνεται κύκλος (Κ, R) με διάμετρο ΑΒ και χορδή ΑΓ. Αν (ε) εφαπτομένη του κύκλου στο Α και $\Gamma \Delta \perp (\epsilon)$ να δείξετε ότι $(A\Gamma)^2 = 2R(\Gamma \Delta)$

Αν ,επιπλέον, το τόξο $\widehat{A\Gamma} = 60^\circ$ να δείξετε ότι $A\Delta = \frac{R\sqrt{3}}{2}$



Η Διευθύντρια

Ιουλία Παναγή

ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜ.: 25/05/2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες

-
- ΟΔΗΓΙΕΣ: 1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
2. Να γράφετε με μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες $x_1 = -5$ και $x_2 = 3$.
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο:
$$\psi = \frac{-4x}{x-7}$$
3. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + x - 4 = 0$
4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2, 5)$ και έχει κλίση $\lambda = -\frac{1}{2}$
5. Να λύσετε την ανίσωση $3x^2 + 10x - 8 \leq 0$
6. Να βρείτε για ποια τιμή του πραγματικού αριθμού μ η εξίσωση $x^2 - 2(\mu + 1)x + \mu^2 - 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
7. Αν $\sin\theta = \frac{5}{13}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{10\varepsilon\phi\theta - 26\eta\mu\theta}{-24\sigma\phi\theta}$$
8. Να λύσετε την εξίσωση: $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

9. Να λύσετε το σύστημα:
$$\left. \begin{aligned} x + \psi &= 1 \\ 3x^2 - \psi^2 &= 3 \end{aligned} \right\}$$

10. Να αποδείξετε ότι: $1 - \frac{\eta\mu^2 x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} = -\sigma\upsilon\nu x$

11. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) αν $A\Delta$ είναι το ύψος του και $AB=15\text{cm}$, $A\Gamma=20\text{cm}$, να βρείτε:

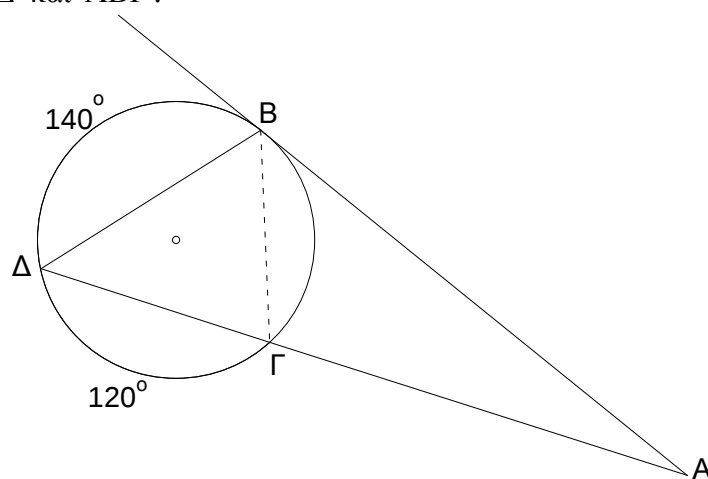
α) την υποτείνουσα του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$,

β) τις προβολές των καθέτων πλευρών του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ πάνω στην υποτείνουσα,

γ) το μήκος του ύψους $A\Delta$ του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.

12. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Από τυχαίο σημείο E της πλευράς $\Gamma\Delta$ φέρουμε την EZ κάθετη στη διαγώνιο $B\Delta$.
Να δείξετε ότι: $(Z\Delta) \cdot (B\Gamma) = (\Gamma\Delta) \cdot (ZE)$

13. Στο σχήμα που ακολουθεί η AB είναι εφαπτομένη του κύκλου και η $A\Gamma\Delta$ είναι τέμνουσα του κύκλου. Αν $\widehat{B\Delta} = 140^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 120^\circ$, να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων $\triangle B\Gamma\Delta$ και $\triangle AB\Gamma$.



14. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$ και $B\Gamma = 10\text{ cm}$. Να φέρετε τη διάμεσο AM και να την προεκτείνετε κατά τμήμα $M\Delta = AM$. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $AB\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο και να υπολογίσετε την περίμετρο του.

15. Σε τυχαίο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, φέρουμε τις διαμέσους AM και BK . Προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ προς το B κατά τμήμα $BZ = B\Gamma$ και προς το Γ κατά τμήμα $\Gamma H = B\Gamma$. Προεκτείνουμε επίσης τη διάμεσο AM κατά τμήμα $ME = AM$.
Να δείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο $AHEZ$ είναι παραλληλόγραμμο

β) $BK = \frac{EH}{2}$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. α) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x^2 - 25) \cdot (2 - x) \cdot (x^2 - 5x + 4)}{x^2 + 2x - 3} \leq 0$

β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{x^2 - 9}{2x^2 + 3x - 9}$.

2. Δίνεται η εξίσωση $\mu x^2 - 2(\mu + 3)x + 2\mu + 1 = 0$, $\mu \neq 0$, με ρίζες x_1, x_2 . Για ποιες τιμές του μ :

α) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες.

β) η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες.

γ) μια από τις ρίζες της εξίσωσης είναι ο αριθμός -2.

δ) ισχύει η σχέση: $(1 + 2x_1) \cdot (1 + 2x_2) = 2$.

3. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(1,2), Β(3,4), Γ(χ,ψ) και Δ(2,1). Αν η εξίσωση της ΓΔ είναι η $\psi = x - 1$ και η εξίσωση της ΒΓ είναι η $\psi = 4$.

α) Να δείξετε ότι i) ΑΒ είναι παράλληλη με τη ΓΔ

ii) ΑΔ είναι κάθετη στη ΓΔ

β) Να βρείτε i) την εξίσωση της ΑΔ

ii) τις συντεταγμένες του σημείου Γ.

4. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{A}B\hat{G}$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ύψος ΑΔ. Αν $(\Delta\Gamma) = 3(B\Delta)$ και Μ το μέσο της ΔΓ. Να αποδείξετε τις σχέσεις:

α) $(A\Gamma)^2 = (AB)^2 + 8(B\Delta)^2$

β) $(AM)^2 = (A\Gamma)^2 - 3(\Delta M)^2$

5. α) Να αποδείξετε τη σχέση:

$$\frac{\eta\mu(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(360^\circ + \omega)}{\tau\epsilon\mu(180^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(360^\circ - \omega)} = \sigma\upsilon\nu^2\omega$$

β) Αφού κάνετε πρώτα αναγωγή στο α' τεταρτημόριο, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης που ακολουθεί:

$$A = \frac{4 \cdot \eta\mu 150^\circ - 2\sqrt{3} \cdot \sigma\upsilon\nu 330^\circ + 2 \cdot \epsilon\phi 225^\circ}{8 \cdot \sigma\upsilon\nu(-60^\circ) - 11 \cdot \eta\mu 90^\circ - 4\sqrt{3} \cdot \eta\mu 240^\circ}$$

6. Δίνεται τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ το οποίο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με διάμετρο AB . Στο σημείο A φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου. Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ , τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο E . Να δείξετε ότι:
- α) η $A\Sigma$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{E}\hat{A}\Delta$
 β) $(\Gamma B) \cdot (\Sigma E) = (\Gamma \Delta) \cdot (\Sigma A)$

Η Διευθύντρια

Οι εισηγητές

κ. Δώρα Πετρίδου

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2009ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ -ΤΑΞΗ Α**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25 ΜΑΙΟΥ 2009****ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι. Τα σχήματα να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α'

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 2x - 1 = 0$.2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{3x+2}{x}$.3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 7x + 2 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$

β) $x_1 \cdot x_2$

γ) $x_1 + x_2 - 4x_1 \cdot x_2$

δ) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} =$

4. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από τα σημεία Α (3 , -2) και Β (1 , 4).

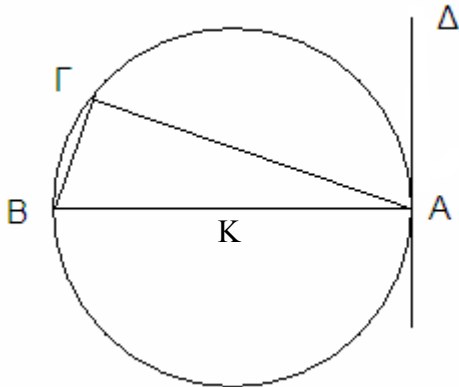
5. Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η εξίσωση $3x^2 - (2\kappa - 1)x + \kappa - 1 = 0$ να έχει:

α) ρίζα τον αριθμό 1

β) ρίζες αντίστροφες

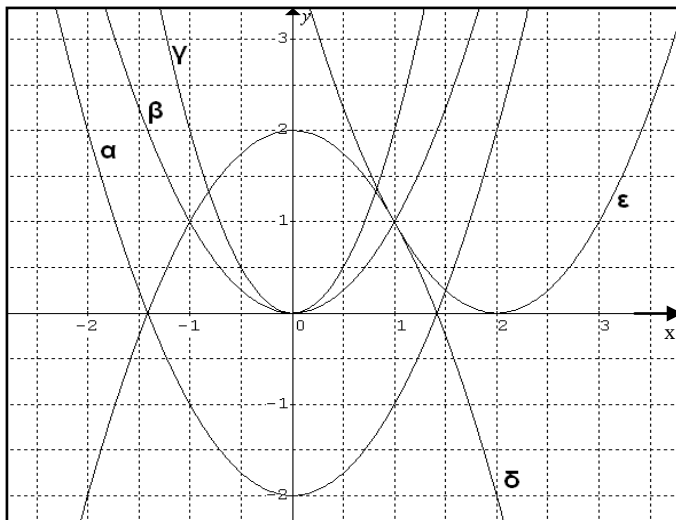
6. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 2x + \psi &= 5 \\ x^2 + x\psi &= 6 \end{aligned}$$

7. Στο πιο κάτω σχήμα η AB είναι διάμετρος και η $A\Delta$ εφαπτομένη του κύκλου (K, R) . Αν το τόξο $B\Gamma = 40^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$ καθώς και τη γωνία $\Gamma A\Delta$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



8. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 2\lambda^2 - 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.
9. Να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας κάθε γραφική παράσταση με το σωστό τύπο της συνάρτησης.

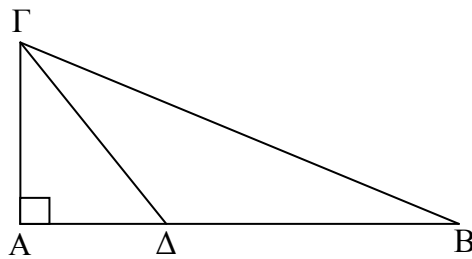
γραφική παράσταση	α	β	γ	δ	ϵ
τύπος συνάρτησης					



Τύποι συναρτήσεων :

1. $\psi = x^2$
2. $\psi = 2x^2$
3. $\psi = -x^2 + 2$
4. $\psi = x^2 - 2$
5. $\psi = (x - 2)^2$
6. $\psi = -(x + 2)^2$
7. $\psi = (x + 2)^2$

10. Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $\phi(x) = -2x^2 + 5x - 3$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές του x και να κάνετε πρόχειρη γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \phi(x)$.
11. Να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης $x^2 + (\kappa - 2\lambda)x + \lambda^2 - \kappa\lambda - 2\kappa^2 = 0$, όπου $\kappa \neq 0$.
Αν $\kappa = 0$, ποιο είναι το είδος των ριζών;
12. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x^2 - x - 6) \cdot (x + 2)}{(1 - x^2) \cdot (x^2 + 2)} \geq 0$
13. Ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχει υποτείνουσα 5 cm και ύψος $A\Delta = 2$ cm. Αν $B\Delta > \Delta\Gamma$ να βρείτε το μήκος της ορθής προβολής της πλευράς AB πάνω στη $B\Gamma$.
14. Στο πιο κάτω σχήμα είναι $B\Gamma = 10$ cm, $\hat{\Gamma A B} = 90^\circ$, $\hat{A \Delta \Gamma} = 60^\circ$ και $\hat{\Delta B \Gamma} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τα $A\Gamma$, $A\Delta$ και $B\Delta$.



15. Αν $25\eta\mu^2 x - 9 = 0$ και $180^\circ < x < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 10\sigma\upsilon\nu x + 8\epsilon\phi x - 3\sigma\tau\epsilon\mu x$.

ΜΕΡΟΣ Β'

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση

της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της
συνάρτησης

β) την τιμή του γ

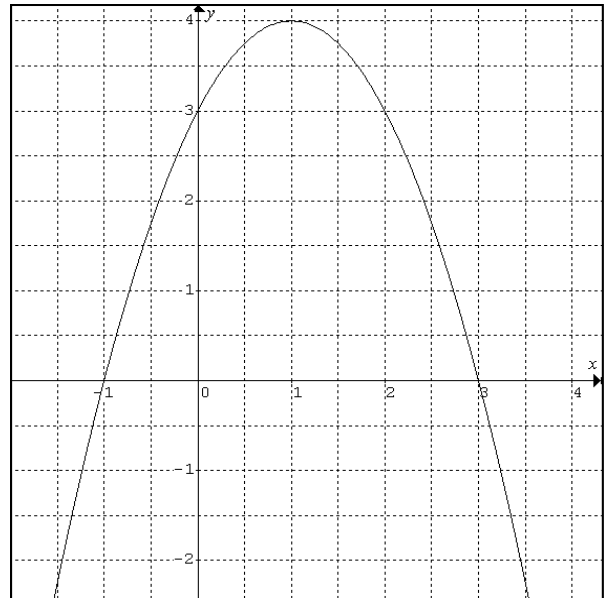
γ) τον άξονα συμμετρίας

δ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

ε) τις τιμές των a και β

στ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \leq 0$

ζ) τα πρόσημα των $f(-2009)$ και $f(2009)$.



2. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α)
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(180^\circ + \alpha) - \sigma\upsilon\nu(-\alpha) \cdot \eta\mu(90^\circ - \alpha)}{\sigma\phi(180^\circ + \alpha) + \eta\mu(180^\circ - \alpha) + \sigma\upsilon\nu(90^\circ + \alpha)} = -\epsilon\phi\alpha$$

β)
$$\frac{\eta\mu^3\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} + \frac{\sigma\phi\alpha}{1 + \sigma\phi^2\alpha} = \epsilon\phi\alpha$$

3. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$.

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 + 1$. Αν $\frac{f(a) - f(\beta)}{a - \beta} = a + \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και $\alpha \neq \beta$, να δείξετε ότι $\alpha = -\beta$.

4. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + \beta x + \beta + 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

α) Να δείξετε ότι $(1 - x_1^2) \cdot (1 - x_2^2) = 4(\beta + 1)$.

β) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $\rho_1 = 1 - x_1^2$ και $\rho_2 = 1 - x_2^2$.

5. α) Να βρείτε την τιμή του κ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1 : (\kappa - 2)x + 3y = 5$ και $\varepsilon_2 : 2y = x - 7$ να είναι κάθετες.

β) Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : x - 2y - 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : 2x + 3y = 9$.

(i) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο τομής τους και σχηματίζει γωνία 135° με τον θετικό ημιάξονα των x .

(ii) Να παραστήσετε γραφικά την ευθεία (ε)

6. Από σημείο Σ που βρίσκεται έξω από τον κύκλο (O, R) , φέρουμε την τέμνουσα ΣAB και την εφαπτομένη $\Sigma \Gamma$ του κύκλου (Γ σημείο επαφής στο μεγάλο τόξο AB). Αν M είναι το μέσο του μικρού τόξου AB και Δ το σημείο τομής της ΓM με την AB να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα $\Sigma \Gamma A$ και $\Sigma B \Gamma$ είναι όμοια και $(\Sigma \Gamma)^2 = (\Sigma A) \cdot (\Sigma B)$.

β) $(\Gamma B) \cdot (MA) = (\Gamma M) \cdot (B\Delta)$

Οι εισηγητές

Η διευθύντρια

Καμένου Μαρία

Ανδρέου Ναυσικά

Καραμάνου Αθηνά

Νικολάου Ιρίνα

Παπαδοπούλου Έβελυν

Στέλλα Μάρκου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ Ενιαίου Λυκείου

Ημερομηνία : 02.06.09

Ονοματεπώνυμο Μαθητή : _____ Βαθμός : _____

Τμήμα : _____ Αριθμός : _____ Ολογράφως : _____

Διάρκεια : 2.30΄ Υπογραφή Καθηγητή : _____

ΟΔΗΓΙΕΣ

- α) Γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τα 15 θέματα.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

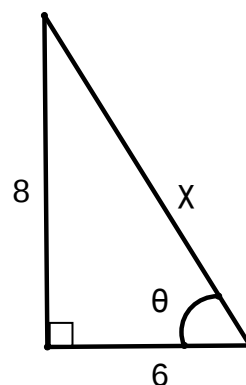
1. Να λύσετε την εξίσωση : $7x^2 + 13x - 2 = 0$

2. Να σχηματίσετε εξίσωση β΄ βαθμού που να έχει ρίζες $x_1 = -10$ και $x_2 = 7$.

3. Να βρείτε την τιμή του μ για την οποία η ευθεία $\psi = (\mu - 2)\chi + 8$ είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 3\chi - 7$.

4. Να λύσετε την ανίσωση $\chi^2 - 5\chi + 4 < 0$.

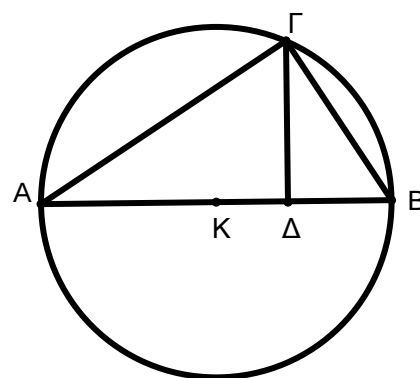
5. Για το πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε: χ , $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\phi\theta$.



6. Να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης $\chi^2 + 2\mu\chi + \mu^2 + 10 = 0$.

7. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{6x - 2}{2x + 1}$

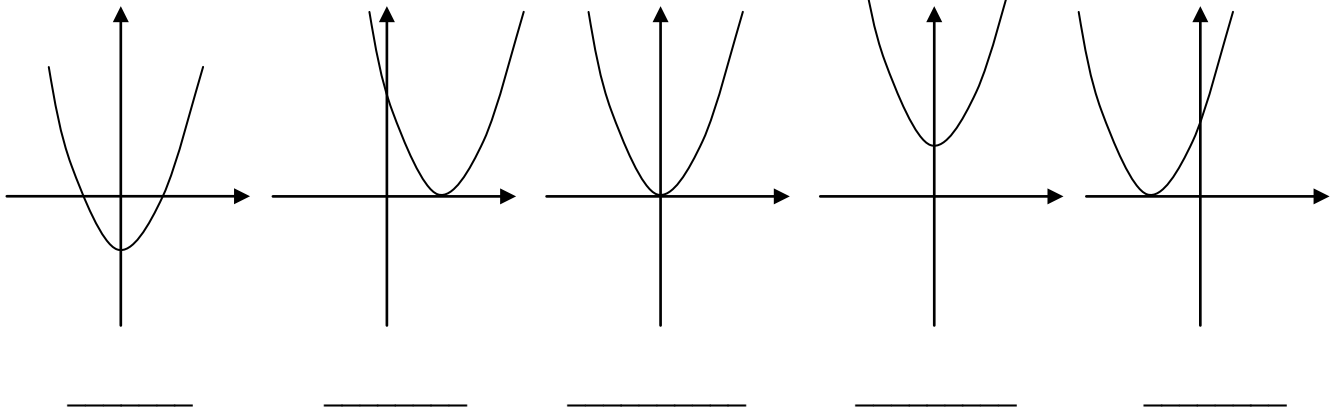
8. Στο πιο κάτω σχήμα, η AB είναι διάμετρος του κύκλου με κέντρο K. Από τυχαίο σημείο Γ του κύκλου φέρουμε κάθετη στην AB που την τέμνει στο Δ. Να δείξετε ότι:
- (i) τα τρίγωνα ABΓ και ΓΔΒ είναι όμοια,
 - (ii) $(AB)(ΓΔ) = (BΓ)(AΓ)$.



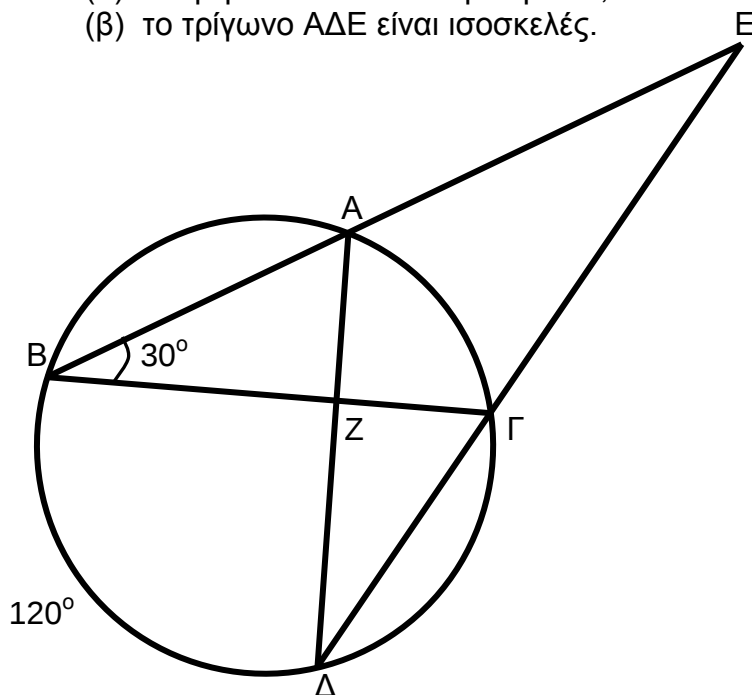
9. Δίνεται η εξίσωση: $5x^2 + 3x - 7 = 0$. Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις: (α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 \cdot x_2$ (γ) $(5x_1 + 1)(5x_2 + 1)$

10. Να δείξετε ότι: $\frac{\eta\mu(180^\circ + \theta)}{\sigma\upsilon\nu(360^\circ - \theta)} - \frac{1}{\epsilon\phi(90^\circ + \theta)} = 0$

11. Πιο κάτω δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $\psi = \chi^2$, $\psi = (\chi - 5)^2$, $\psi = (\chi + 5)^2$, $\psi = \chi^2 + 5$ και $\psi = \chi^2 - 5$ με διαφορετική όμως σειρά. Κάτω από κάθε γραφική παράσταση, να γράψετε την εξίσωση της συνάρτησης που παριστάνει.



12. Στο πιο κάτω σχήμα είναι $\widehat{AB} = 120^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Να δείξετε ότι:
 (α) το τρίγωνο ΑΖΒ είναι ορθογώνιο,
 (β) το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.



13. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - 8}$

14. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{1\eta\mu\omega} - \epsilon\phi\omega = \tau\epsilon\mu\omega$

15. Δίνεται κύκλος με κέντρο $K(9, 3)$ και σημείο του $A(6, 4)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που εφάπτεται του κύκλου στο A .

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τα 6 θέματα.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

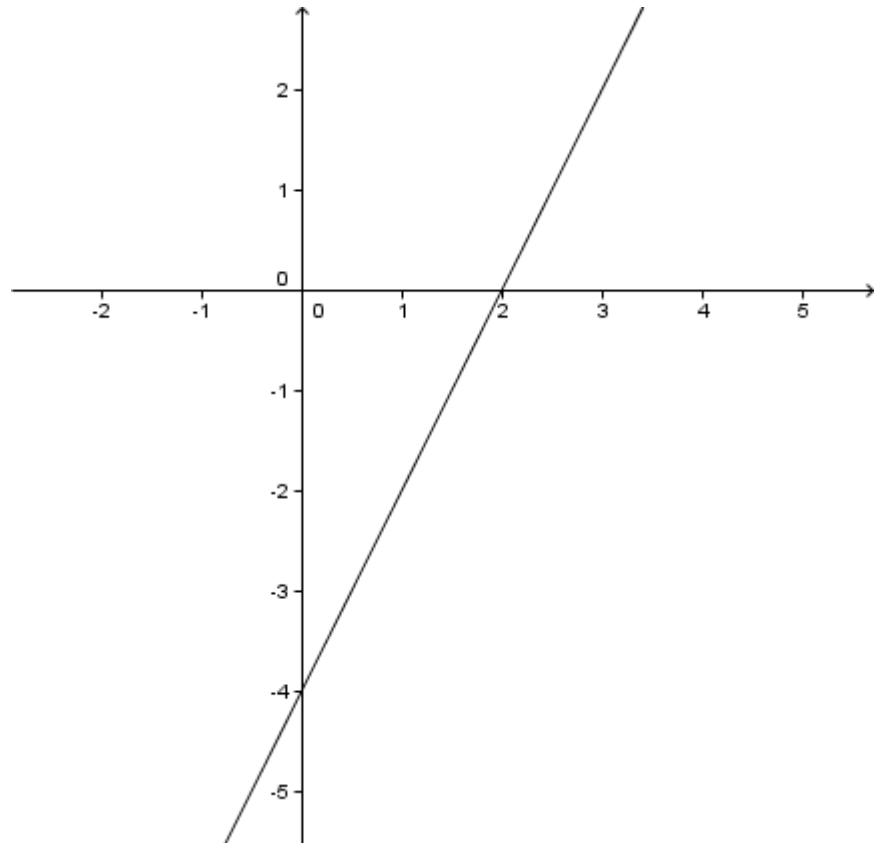
1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\kappa + 1)x + \kappa^2 - 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε για ποιες τιμές του κ έχει:
- (α) ρίζες πραγματικές και άνισες,
 - (β) ρίζες αντίθετες,
 - (γ) ρίζες αντίστροφες,
 - (δ) ρίζα το 1,
 - (ε) ισχύει η σχέση $x_1x_2 + x_1 + x_2 + 2 = 0$.

2. (α) Να λύσετε την ανίσωση: $(2 - x)(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 4x + 21) < 0$.

(β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $\psi = \sqrt{\frac{(2x)(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 4x + 21)}{(6x)}}$

3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $A\Gamma: \chi - 3\psi = 7$ και $A(4\alpha, -\alpha)$.
- (α) Να βρείτε την τιμή του α .
- (β) Αν $B(3\alpha, \beta^2 - 2)$, να βρείτε την τιμή του β .
- (γ) Αν $\alpha = 1$ και $\beta = 2$ και η κλίση της $B\Gamma$ είναι $\frac{3}{4}$, να βρείτε:
- (i) την εξίσωση της $B\Gamma$,
 - (ii) τις συντεταγμένες του Γ .

4. Πιο κάτω δίνεται η γραφική παράσταση μιας ευθείας ε . Η παραβολή $\psi = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ έχει κορυφή το σημείο τομής της ε με τον $\chi\chi'$ και τέμνει τον $\psi\psi'$ στο ίδιο σημείο που τον τέμνει η ε .
- (α) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να κάνετε πρόχειρη γραφική παράσταση της παραβολής στην οποία να φαίνονται το σημείο τομής της με τον $\psi\psi'$ και η κορυφή της.
- (β) Από την γραφική παράσταση να βρείτε:
- (i) την εξίσωση της ε ,
 - (ii) το είδος του ακρότατου της παραβολής (μέγιστο ή ελάχιστο),
 - (iii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής,
 - (iv) το πεδίο τιμών της παραβολής,
 - (v) το είδος των ριζών της $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$,
 - (vi) τις τιμές των α , β , γ .

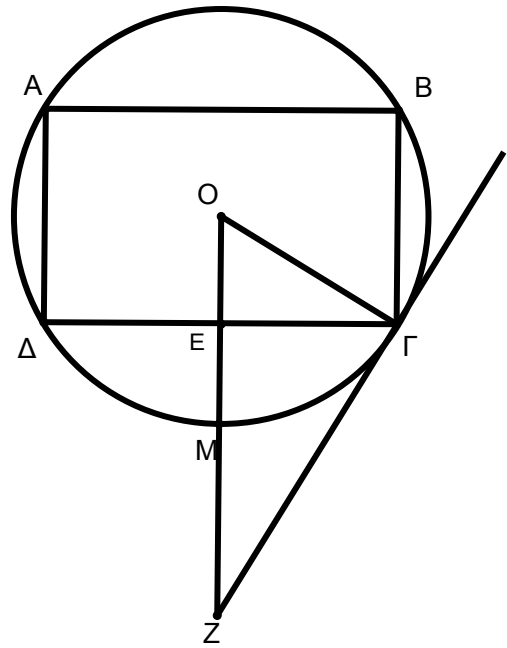


5. Δίνεται η εξίσωση $(1 + \varepsilon\varphi^2\omega)\chi^2 - \varepsilon\varphi\omega\cdot\chi - 1 = 0$ με ρίζες χ_1, χ_2 .
- (i) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για όλες τις τιμές του ω .
 - (ii) Να δείξετε ότι: $\chi_1 + \chi_2 = \eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega$.
 - (iii) Αν το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης είναι $-\frac{1}{4}$ και $0^\circ < \omega < 90^\circ$ να βρείτε τη γωνία ω .

6. (α) Δίνεται κύκλος (O, R) και το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ εγγεγραμμένο σε αυτόν. Αν M είναι το μέσο του τόξου $\widehat{A\Gamma}$, E το σημείο τομής της ακτίνας OM με την χορδή $\Delta\Gamma$, και Z το σημείο τομής της προέκτασης της ακτίνας OM με την εφαπτομένη του κύκλου στο Γ , να δείξετε ότι:

- (i) $(A\Delta)(\Delta O) = (B\Delta)(E O)$,
 (ii) τα τρίγωνα $B\Gamma\Delta$ και $E\Gamma Z$ είναι όμοια.

(β) Αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι $(EZ) = 2\text{cm}$ και $(\Gamma\Delta) = 2(B\Gamma)$ να υπολογίσετε τις πλευρές του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$.



Οι Εισηγητές:

Ζ. Ταύρου Σ.Β.Δ.

Κ. Μοσφίλη

Ε. Γεωργιάδου

Λ. Σεβέρη

Γ. Πετρίδης

Δ. Γαβαλάς

Κ. Χαραλαμπίδης

Ι. Κλώνης

Η Διευθύντρια:

Δέσποινα Λυσάνδρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α' ΤΑΞΗΣΑρ. Μαθητών: 275Ημερομηνία: 24 /05/ 2009Χρόνος: 2.30'Διδάσκοντες: Γιώτα Σελιά, Τ. Συμεού-Μάη, Χ. Καττιμέρης, Γ.Ανδρονίκου.ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράφετε με μελάνι **μπλε**, τα σχήματα με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Μέρος Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση: $3x^2 - 8x + 4 = 0$

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης που ορίζεται από τον τύπο $\psi = \frac{2x-1}{x+3}$

3. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 25 \geq 0$

4. Χωρίς να βρείτε τις ρίζες x_1 , x_2 της εξίσωσης $2x^2 - 5x + 2 = 0$, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$ δ) $x_1^2 x_2^3 + x_1^3 x_2^2$

5. Αν $\eta\mu\chi = -\frac{3}{5}$ και $270^\circ < \chi < 360^\circ$,

Να βρείτε την τιμή της παράστασης $K = \frac{8\epsilon\phi\chi - 3\sigma\phi\chi}{5\eta\mu\chi + 10\sigma\upsilon\nu\chi}$

6. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\chi_1 = 2$ και $\chi_2 = -3$

7. Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{\sin(90^\circ + \omega) \cdot \tan(-\omega) \cdot \csc(180^\circ - \omega)}{\eta\mu(180^\circ + \omega) \cdot \csc(360^\circ + \omega) \cdot \tan(360^\circ - \omega)} = -1$$

8. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A (1, -3) και B (-1, 1).

9. Να λυθεί η ανίσωση:
$$\frac{2x-5}{x-1} \geq 6$$

10. Δίνεται η εξίσωση $(\mu+1)x^2 - 2(\mu-2)x + 3\mu = 0$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου μ ώστε: (α) να έχει ρίζες αντίστροφες

(β) ο αριθμός -1 να είναι ρίζα της.

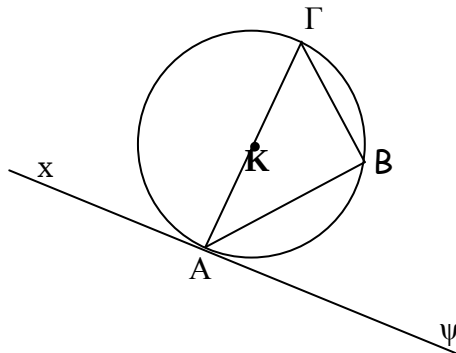
11. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο A (2, -1) και είναι παράλληλη με την ευθεία $y = 3x - 4$.

12. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $3x^2 - 2x + (1 - 5\lambda) = 0$, έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu^2\alpha (\csc^2\alpha - \sec^2\alpha) = \csc^2\alpha - 1$

14. Σε τρίγωνο ABΓ ($\angle A = 90^\circ$) ΒΓ=13 cm και ΑΒ=12 cm. Να βρείτε το μήκος της ΑΓ και το μήκος του ύψους ΑΔ.

15. Δίνεται κύκλος (κ, ρ). Αν η ευθεία ΧΑΨ είναι η εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Α, και η γωνία $\widehat{B\hat{A}\Psi} = 55^\circ$ να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών του τριγώνου ΑΒΓ.



Μέρος Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

- Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (3\mu + 1)x + 2\mu + 7 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε τις τιμές του μ ώστε :
 - Η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες.
 - Το γινόμενο των ριζών να είναι ίσο με το άθροισμα των ριζών.
 - Να ισχύει η σχέση: $4x_1^2 x_2 - 6x_1 + 4x_1 x_2^2 - 6x_2 = 6\mu^2 - 10$.
- Δίνονται οι ευθείες: $\varepsilon_1: y = k^2 x - 2x + 9$ και $\varepsilon_2: 4y - 8x - 3 = 0$
Να βρείτε το $k \in \mathbb{R}$ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες.
 - Να αποδείξετε ότι $1 + \varepsilon\varphi^2\chi = \tau\epsilon\mu^2\chi$ και στην συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή του λ αν $\varepsilon\varphi\chi = \frac{\lambda+1}{2\lambda}$ και $\tau\epsilon\mu\chi = \frac{\lambda-1}{2\lambda}$.
- Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 + 5x - 3 = 0$, να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{4}{x_2 + 3}, \rho_2 = \frac{4}{x_1 + 3}$
 - Να λυθεί η ανίσωση:
 $(x^2 + 4)(x + 2)(-x^2 + 3x + 10)(x^2 - 1) \geq 0$
- Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\sigma\nu\nu\alpha + 1)x + \eta\mu^2\alpha = 0$ με $\sigma\nu\nu\alpha > 0$
 - Να βρείτε την τιμή του $\sigma\nu\nu\alpha$ ώστε η πιο πάνω εξίσωση να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
 - Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης να δείξετε ότι $\frac{1}{\chi_1} + \frac{1}{\chi_2} = \frac{1}{\sigma\nu\nu\alpha - 1}$
- Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με Α(-3,2), Β(2,4) και Γ(4,0).
 - Να δείξετε ότι η κλίση της ΒΓ είναι -2
 - Να βρείτε την εξίσωση της ΒΓ
 - Να δείξετε ότι η εξίσωση του ύψους ΑΔ είναι $X - 2Y + 7 = 0$
 - Να βρείτε το μήκος του ύψους ΑΔ
 - Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου.
- Δίνεται ΑΒΓ τρίγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο με διάμετρο ΑΒ. Στο σημείο Α του κύκλου φέρουμε την εφαπτομένη του. Η διχοτόμος της γωνίας Β τέμνει την ΑΓ στο Δ, τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο Ε. Να δείξετε ότι:
 - Η ΑΣ είναι η διχοτόμος της γωνίας $\hat{E}\hat{A}\hat{\Delta}$
 - $(\Gamma B)(\Sigma E) = (\Gamma \Delta)(\Sigma A)$.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ
ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

ΟΙ

.....
Πρωτ.Ανδρέας Πετρίδης

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26/05/2009

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **4** σελίδες.
- Να γράψετε μόνο με **μπλε** ή **μαύρο** μελάνι (μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι για τα σχήματα).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α' (60 ΜΟΝΑΔΕΣ)**Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε μόνο τα δώδεκα (12).****Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

1. Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 - 7x + 12 = 0$

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο $\psi = \frac{x+1}{x-2}$

3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 6x + 2 = 0$, να βρείτε:

(α) το είδος των ριζών της και (β) την τιμή των παραστάσεων: $A = x_1 + x_2$, $B = x_1 \cdot x_2$
(χωρίς να λύσετε την εξίσωση)

4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

5. Να λύσετε το σύστημα: $x - \psi = 1$
 $\psi^2 - 2x = 6$

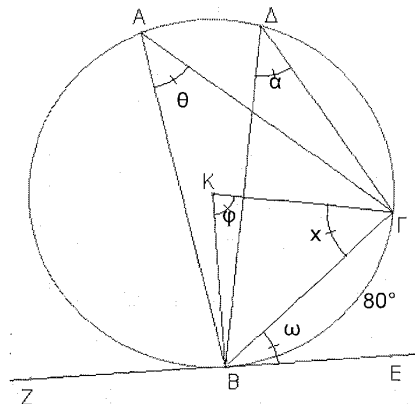
6. Αν $\sin \omega = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$K = \frac{-8\text{τεμ}\omega + 4\text{εφ}\omega}{-3\text{στεμ}\omega}$$

7. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $A\Gamma = 8\text{cm}$ και $AB = 6\text{cm}$. Το AD είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα $B\Gamma$ του τριγώνου. Να υπολογίσετε τα μήκη των: $B\Gamma$, AD , ΓD , BD .

8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(2,4)$ και $B(6,5)$.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:
 EBZ εφαπτομένη του κύκλου (K,R)
στο σημείο B και τόξο $B\Gamma = 80^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες:
 $\hat{\phi}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\alpha}$, $\hat{x}$, $\hat{\omega}$ και $\hat{KBZ}$.



10. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\epsilon\phi\omega - \eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega}{\sigma\phi\omega - \eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu\omega} = \epsilon\phi^4 \omega$

11. Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$. Από σημείο E της $\Gamma\Delta$ φέρνουμε την EH κάθετη πάνω στη διαγώνιο $B\Delta$. Να αποδείξετε ότι: $(H\Delta)(\Gamma B) = (\Gamma\Delta)(HE)$.

12. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2x^2 + 3x - 2}{x^2 - 4}$

13. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών $\epsilon_1: 3x + 2\psi = -5$ και $\epsilon_2: 3x - 4\psi = 1$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\epsilon_3: 2x - 5\psi = 4$.

14. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x^2 + 4x + 3)(x^2 - 1)}{(2x - x^2)(x^2 + 3x + 10)} \leq 0$

15. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + \kappa x - 5 = 0$ και x_1, x_2 οι ρίζες της. Αν $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = -\frac{14}{5}$, να υπολογίσετε τις τιμές του κ χωρίς να λύσετε την εξίσωση.

ΜΕΡΟΣ Β' (40 ΜΟΝΑΔΕΣ)**Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα (4).****Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.**

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\mu - 3)x - 2\mu + 3 = 0$. Να υπολογίσετε τις τιμές του μ για τις οποίες η εξίσωση έχει:

(α) ρίζες πραγματικές και ίσες

(β) ρίζες αντίθετες

(γ) ρίζες αντίστροφες

(δ) μια ρίζα τον αριθμό 2

(ε) άθροισμα των ριζών ίσο με τα $\frac{2}{3}$ του γινομένου των ριζών της.

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.

Από το σχήμα να βρεθούν:

(α) το πρόσημο του a

(β) το πεδίο ορισμού(π.ο) της συνάρτησης

(γ) το πεδίο τιμών(π.τ) της συνάρτησης

(δ) η εξίσωση του άξονα συμμετρίας

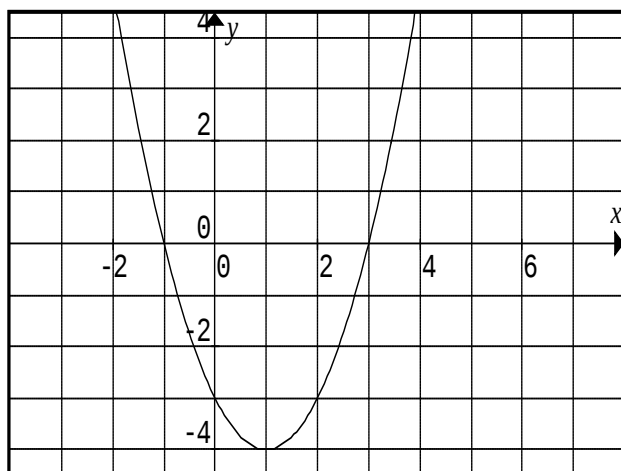
(ε) το είδος και οι συντεταγμένες του ακρότατου

(ζ) οι ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$

(η) η τιμή του γ

(θ) το πρόσημο του Δ

(ι) οι τιμές των a, β (μον.2)



3. (α) Αν $\frac{\epsilon\phi(180^\circ + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \omega)}{\eta\mu(180^\circ - \omega) \cdot \eta\mu(270^\circ + \omega) \cdot \eta\mu(-\omega)} = -2$ με $0^\circ < \omega < 90^\circ$, να βρείτε τη γωνία ω .

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta - 1}{\tau\epsilon\mu\theta + \epsilon\phi\theta} + \frac{\sigma\upsilon\nu\theta + 1}{\tau\epsilon\mu\theta - \epsilon\phi\theta} = 2(1 + \dots)$.

4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(5,12), Β(2,5), Γ(1,7).

Να βρείτε:

(α) την κλίση της πλευράς ΒΓ

(β) την εξίσωση της πλευράς ΒΓ

(γ) τις συντεταγμένες του σημείου τομής της ΒΓ με τον άξονα ΟΧ

(δ) την εξίσωση του ύψους ΑΔ του τριγώνου (Δ σημείο της ΒΓ)

(ε) τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

5. (α) Αν ημω είναι η ρίζα της εξίσωσης $2x^2 - 5x + 2 = 0$, με $0^\circ < 90^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή του ω.

(β) Τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο, ώστε ΑΓ διάμετρος του κύκλου.

Να φέρετε την εφαπτομένη (ε) του κύκλου στο Γ. Αν η διχοτόμος της $\hat{A}$ τέμνει τη ΒΓ στο Σ και την εφαπτομένη (ε) στο Δ, να αποδειχθεί ότι: $(B\Sigma)(A\Delta) = (A\Sigma)(\Gamma\Delta)$

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με ύψος ΑΔ. Αν $(\Delta\Gamma) = 3(B\Delta)$ και Μ το μέσο της ΔΓ, να αποδείξετε τις σχέσεις:

$$(a) (A\Gamma)^2 - (AB)^2 = 8(B\Delta)^2$$

$$(b) (AM)^2 = (A\Gamma)^2 - 3(\Delta M)^2$$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

1. ΤΑΣΟΣ ΕΥΑΓΟΡΟΥ

2. ΙΩΑΚΕΙΜ ΚΥΡΙΑΚΟΥ

ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΝΙΚΟΛΑΪΔΗΣ

2. ΜΑΡΙΝΑ ΣΤΥΛΙΑΝΙΔΗ

3. ΜΑΡΙΝΟΣ ΕΥΣΤΑΘΙΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 02/06/09

ΤΑΞΗ: Α΄

Χρόνος: 2.30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

- Οδηγίες:
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράψετε μόνο με μελάνι (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 7x + 4 = 0$.2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{3x+2}{x-4}$.

3. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία A(2,-1) και B(3,4).

4. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή :

(α) $\frac{7}{\sqrt{2}}$

(β) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

5. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{8\varepsilon\phi\theta - 10\sigma\nu\theta}{3\sigma\phi\theta}$$

6. Να σχηματίσετε εξίσωση β΄ βαθμού με ρίζες $x_1 = 2 + \sqrt{3}$ και $x_2 = 2 - \sqrt{3}$.

7. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt[3]{27} - \sqrt{50} : \sqrt{2} + \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$$

8. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 9x + 5 = 0$, να υπολογίσετε (χωρίς να λύσετε την εξίσωση) τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

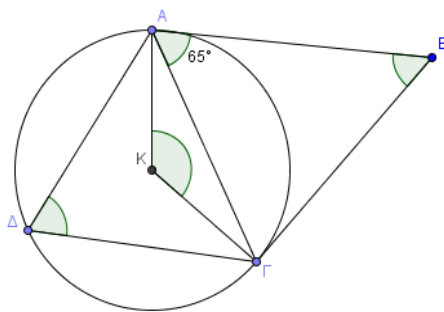
(α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 \cdot x_2$ (γ) $\frac{5}{x_1} + \frac{5}{x_2}$ (δ) $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$

9. Να λύσετε την ανίσωση: $(x-5)(x^2-5x+6)(x^2-4) \geq 0$

10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - \psi = 5 \\ x^2 + 2\psi^2 = 17 \end{cases}$$

11. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{3x^3 - 13x^2 + 4x}{x^2 - 16}$

12. Στο πιο κάτω σχήμα η ΑΒ και η ΒΓ είναι εφαπτόμενες του κύκλου (Κ, R) στα σημεία Α και Γ αντίστοιχα και η γωνία $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 65^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma}$, $\hat{A}\hat{K}\hat{\Gamma}$ και $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



13. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1-\eta\mu\chi} - \epsilon\phi\chi = \tau\epsilon\mu\chi$

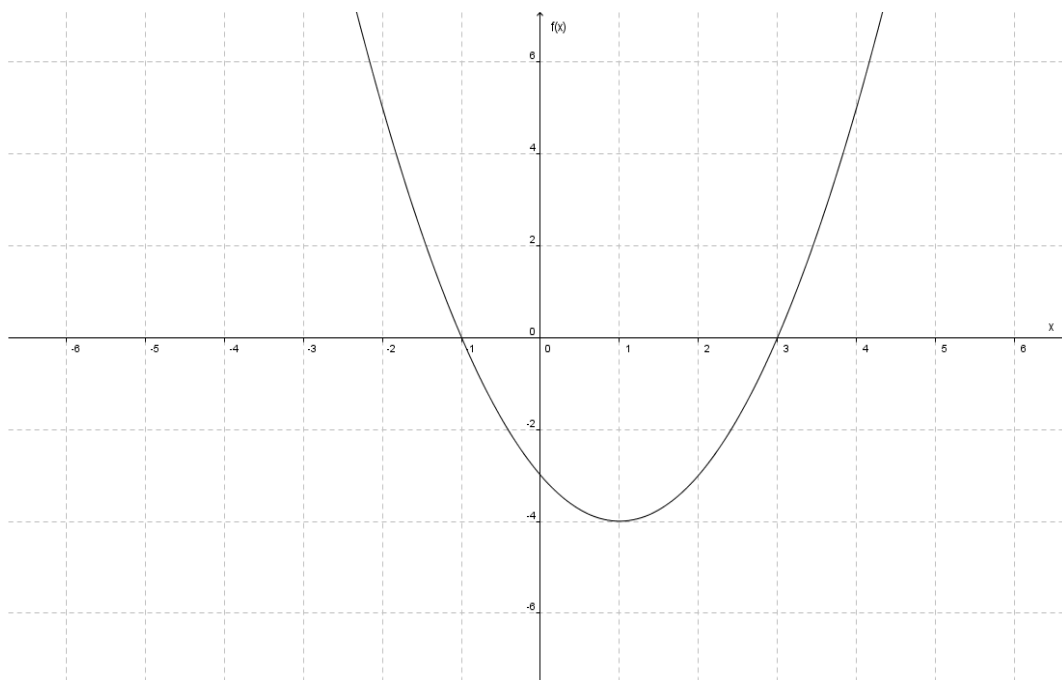
14. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: 5\chi - \psi = 9$ και $\epsilon_2: \chi + 2\psi = 4$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής τους και σχηματίζει με τον άξονα των χ προσανατολισμένη γωνία 135° .

15. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με την γωνία $\hat{A}$ ορθή και $\hat{B} = 30^\circ$ φέρνουμε το ύψος ΑΔ. Να αποδείξετε ότι $\Gamma\Delta = \frac{1}{4} B\Gamma$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$
- (β) το πεδίο τιμών της $f(x)$
- (γ) το πρόσημο του a
- (δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (ε) τις ρίζες χ_1 και χ_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (στ) τις τιμές των a, b, γ
- (ζ) την τιμή της παράστασης $A = f(1) + f(0)$
- (η) το πρόσημο των : $f(2)$, $f(-2009)$ και $f(2009)$
- (θ) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) = -3$.

2. Δίνεται η εξίσωση $(\kappa - 1)\chi^2 + (\kappa - 2)\chi + (\kappa - 2) = 0$, $(\kappa \neq 1)$.

Να βρείτε τις τιμές του κ για τις οποίες η πιο πάνω εξίσωση έχει:

- (α) ρίζες αντίθετες
- (β) άθροισμα ριζών τριπλάσιο από το γινόμενο τους
- (γ) μια ρίζα ίση με 1
- (δ) ρίζες πραγματικές.

3. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(-2,6), Β(-3,2) και Γ(5,0).

(α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΓ.

(γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΒΔ.

(δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

4. (α) Αν
$$\frac{\eta\mu(180^\circ + \omega) \cdot \epsilon\phi(270^\circ - \omega)}{\eta\mu(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \omega) - \eta\mu(-\omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega)} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$
 και

$0^\circ < \omega < 90^\circ$, να βρείτε τη γωνία ω .

(β) Αν $\chi = \sigma\upsilon\nu\omega$, $\psi = \eta\mu\phi\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\zeta = \sigma\upsilon\nu\phi\eta\mu\omega$ να αποδείξετε ότι

$$\chi^2 - \psi^2 + \zeta^2 = \sigma\upsilon\nu^2\phi$$

5. (α) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - \lambda x + \lambda - \frac{12}{7} = 0$, να βρεθεί η τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$

έτσι ώστε να ισχύει η σχέση $\chi_1^2 + \chi_2^2 \geq 5\chi_1 \cdot \chi_2$

(β) Να λυθεί η ανίσωση
$$\frac{(\chi^2 - 2\chi)^{2008} \cdot (\chi^2 - 4)^{2009}}{(\chi - 5)} \geq 0$$

6. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, R) με ΒΓ διάμετρο. Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου στο Γ, η οποία τέμνει την προέκταση της ΑΒ στο σημείο Ρ.

(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle PA\Gamma$ είναι όμοια.

(β) Να δείξετε ότι $(AB) \cdot (AP) = (A\Gamma)^2$

(γ) Να δείξετε ότι $(AB) \cdot (BP) = 4R^2$

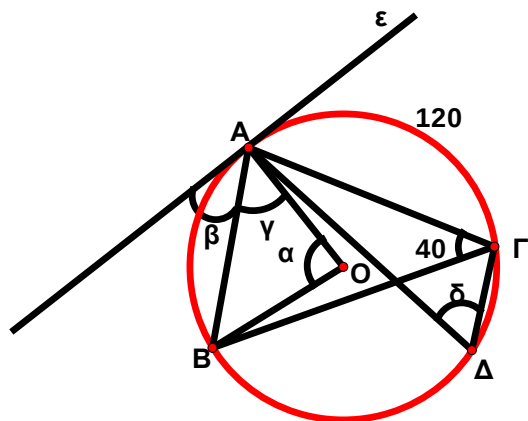
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2009ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : **25 / 5 / 2009**ΤΑΞΗ : **Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**ΔΙΑΡΚΕΙΑ : **2:30'******* Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες *****ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Να γράφετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι)
 β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α'Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 + 7x + 2 = 0$.
2. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού η οποία έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = -5$ και $x_2 = 3$.
3. Να βρείτε την κλίση ευθείας η οποία περνά από τα σημεία $A(1, -4)$ και $B(3, 2)$.
4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{2x-1}{x+3}$.
5. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 5x + 8 = 0$, να βρείτε χωρίς να λύσετε την εξίσωση τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
 (α) $x_1 + x_2$, (β) $x_1 \cdot x_2$, (γ) $9x_1^2 x_2 + 9x_1 x_2^2 + 4$.
6. Στον κύκλο (O, R) δίνεται η εφαπτομένη (ε) του κύκλου στο A , η γωνία $\hat{A\Gamma B} = 40^\circ$ και το τόξο $\widehat{A\Gamma} = 120^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , δ .

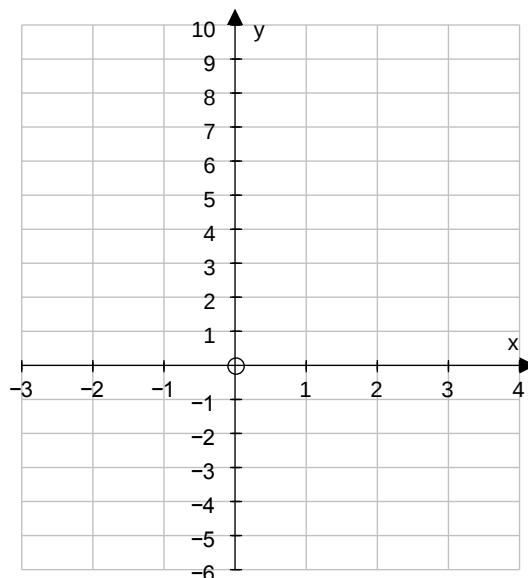


ΜΕΡΟΣ Β':

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4 .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + \gamma x$ με $\alpha \neq 0$. Από το σχήμα να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:
- (α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης,
 - (β) το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
 - (γ) τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$,
 - (δ) το πρόσημο της παράστασης $\beta^2 - 4\alpha\gamma$,
 - (ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της καμπύλης,
 - (στ) την τιμή του γ ,
 - (ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 6$,
 - (η) τον τύπο της συνάρτησης.



2. Να λυθεί η ανίσωση
$$\frac{(1-x^2) \cdot (x^2 + 2x + 5) \cdot (4-x)^2}{x^3 - 5x^2 + 6x} \geq 0.$$

3. Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ οι πλευρές AB και AΓ έχουν αντίστοιχα εξισώσεις $2x + 6 - 0 =$ και $x - 2y = 3$. Εάν AΔ είναι ύψος του τριγώνου και Δ(4,-5):
- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής A.
 - (β) Εάν A(3, 0), να βρείτε την εξίσωση της BΓ.
 - (γ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο.
 - (δ) Αν το σημείο E(κ, 8) βρίσκεται στην ευθεία AB να βρείτε την τετμημένη του E.

4. (α) Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα:
$$\frac{(\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x)^2 - 1}{\sigma\phi x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x} = 2\epsilon\phi^2 x.$$

(β) Να υπολογίσετε τη γωνία ω εάν ισχύει
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \omega) - \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \omega) \cdot \epsilon\phi(180^\circ - \omega)}{\sigma\upsilon\nu(-\omega) - \sigma\phi(360^\circ + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ + \omega)} = 1$$

και $180^\circ < 270^\circ$.

5. Δίνεται η εξίσωση: $\lambda x^2 - (\lambda - 1)x - 1 = 0$, $\lambda \neq 0$

(α) Να βρείτε την τιμή του λ έτσι ώστε η πιο πάνω εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες.

(β) Να βρείτε τις τιμές του λ έτσι ώστε το άθροισμα των ριζών της πιο πάνω εξίσωσης να είναι μεγαλύτερο από το διπλάσιο του γινομένου των ριζών της.

(γ) Να δείξετε ότι η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.

(δ) Εάν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της πιο πάνω εξίσωσης να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \lambda x_1 + 1$ και $\rho_2 = \lambda x_2 + 1$.

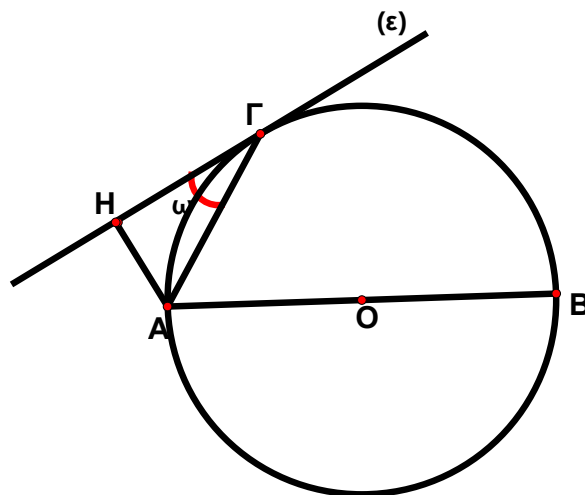
6. Σε κύκλο (O, R) φέρουμε τη διάμετρο AB και τη χορδή AG . Στο σημείο Γ φέρουμε την εφαπτομένη (ϵ) του κύκλου και την κάθετη AH στην (ϵ) έτσι ώστε $(\Gamma B) = 2(\Gamma H)$.

(α) Να δείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις:

i. $(AG)^2 = 2R \cdot (AH)$,

ii. $\frac{AH}{AG} = \frac{1}{2}$.

(β) Να υπολογίσετε τη γωνία ω .



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Πέτρος Μιχαήλ (Σ.Β.Δ.)
Γεωργία Φιλίππου
Αλέξιος Σαββίδης
Ξάνθος Χριστοδούλου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Μαρία Χατζηγιάννη

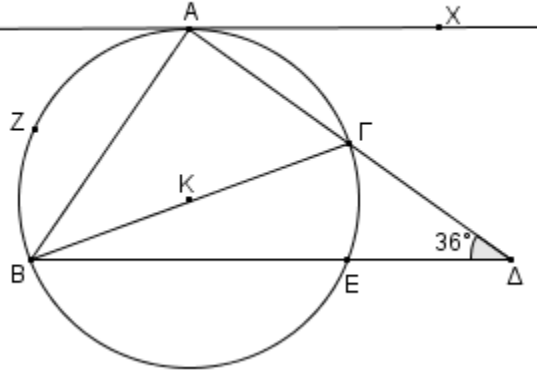
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2008 – 2009ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΤΑΞΗ : Α'ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 28 / 05 / 2009ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2 ώρες και 30 λεπτάΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράφετε μόνο με μελάνι (για τα σχήματα επιτρέπεται μολύβι) .
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 5x - 3 = 0$
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης που ορίζεται από τον τύπο: $\psi = \frac{3x+2}{x-4}$
3. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες: $x_1 = -4$ και $x_2 = 5$.
4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(6, -3)$ και σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα x .
5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 2x + \omega &= 1 \\ \psi + \omega &= -4 \\ 3x - \psi &= 7 \end{aligned}$$
6. Να λύσετε την ανίσωση: $(x-1)(x^2-4) \leq 0$
7. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης: $x^2 - 4x - 5 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση να βρείτε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
 α) $x_1 + x_2 =$ β) $x_1 \cdot x_2 =$ γ) $5x_1^2x_2 + 5x_1x_2^2 =$
8. Αν $\sin\theta = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = \frac{10\eta\mu\theta - 4\varepsilon\phi\theta}{9\sigma\phi\theta + 6\sigma\tau\epsilon\mu\theta}$
9. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} x - 2\psi &= 5 \\ x^2 + 4\psi &= -7 \end{aligned}$$
10. Να βρείτε τις τιμές των α και β , ώστε η εξίσωση: $\alpha^2x - 3\beta = x + 5\beta + 16$ να είναι αδύνατη.

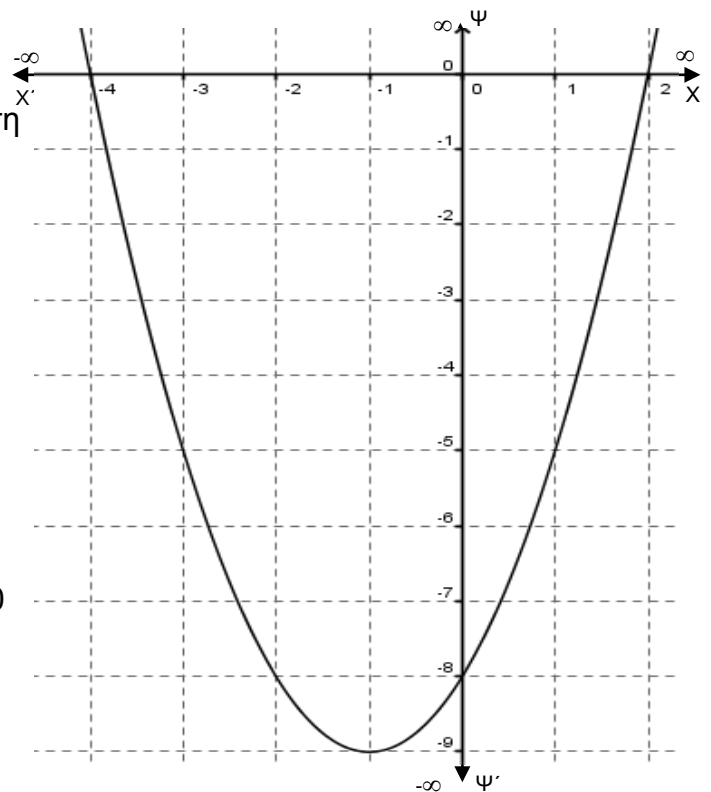
11. Ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχει $AB = 5\text{cm}$ και $A\Gamma = 12\text{cm}$. Φέρουμε το ύψος AD .
 Να βρείτε: α) το μήκος της υποτεινούσας $B\Gamma$.
 β) το μήκος των προβολών BD και ΓD των καθέτων πλευρών του τριγώνου πάνω στην υποτεινούσα.
12. Αν η κλίση της ευθείας που περνά από τα δύο σημεία $A(-1, 3)$ και $B(6, -4)$ είναι ρίζα της εξίσωσης $3\lambda x^2 + \lambda^2 x - 2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, να βρείτε τις αριθμητικές τιμές της παραμέτρου λ .
13. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{1-\epsilon\phi\omega} + \frac{\eta\mu\omega}{1-\sigma\phi\omega} = \eta\mu\omega + \sigma\upsilon\nu\omega$
14. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Η AX είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A και παράλληλη με την BD . Η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου και η γωνία $\hat{A}\hat{D}B = 36^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες BAG , ABD , $AB\Gamma$, $A\Gamma B$ και το τόξο $\widehat{AZB}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).
- 
15. Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τα ύψη AM και BD . Αν E είναι το σημείο τομής των υψών του, να αποδείξετε ότι :
- α) $(EA)(EM) = (EB)(ED)$ και β) $(A\Gamma)(\Gamma D) = (B\Gamma)(\Gamma M)$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε :

- α) τον άξονα συμμετρίας
 β) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
 γ) το πρόσημο των Δ , P και S
 δ) τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου
 ε) την τιμή των a , b και γ
 στ) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης
 ζ) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$
 η) την τιμή των $f(-4)$, $f(0)$ και $f(1)$.



2. Δίνεται η εξίσωση : $\lambda x^2 - 2(\lambda + 1)x + 3\lambda + 1 = 0$, $\lambda \neq 0$. Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) Ρίζες αντίθετες , β) Ρίζες αντίστροφες , γ) Ρίζες πραγματικές και ίσες και
δ) Ρίζες για τις οποίες ισχύει η ανίσωση: $x_1 - x_1 \cdot x_2 + x_2 \geq 2$.

3. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + (2\mu - 1)x + \mu^2 - 4 = 0$, $\mu \in \mathbb{R}$ με ρίζες x_1 και x_2 .

α) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες: $\rho_1 = \frac{1}{x_1}$ και $\rho_2 = \frac{1}{x_2}$.

β) Δίνονται οι ευθείες ε_1 : $4x + (\kappa - 3)\psi = 5$ και ε_2 : $\psi = (\kappa + 1)x + 4$.

Να βρείτε τις αριθμητικές τιμές της παραμέτρου $\kappa \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες ε_1 , ε_2 να είναι
i) παράλληλες και ii) κάθετες.

4. α) Να λύσετε την κλασματική ανίσωση: $\frac{(9 - x^2)(x^2 - 5x + 6)(x^2 + 4)}{x^2 + 2x} \leq 0$

β) Αν $2\eta\mu(90^\circ + \theta) = \sqrt{3}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης $(\sigma\upsilon\nu\theta)x^2 - 5x + \sqrt{3}\eta\mu\theta = 0$.

5. α) Αν $\frac{\varepsilon\phi(180^\circ + \omega) \cdot \varepsilon\phi(270^\circ - \omega) \cdot \eta\mu(90^\circ - \omega)}{\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \omega) + \eta\mu\omega \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ και $0^\circ < \omega < 90^\circ$,

να βρείτε το μέτρο της γωνίας $\hat{\omega}$.

β) Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{\sigma\phi x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{\varepsilon\phi x - \eta\mu x \cdot \sigma\upsilon\nu x} = \sigma\phi^4 x$

6. Δίνεται κύκλος (O , R) και τόξο του $\widehat{AB}$. Από το μέσο M του $\widehat{AB}$ φέρουμε τη διάμετρο του κύκλου MN. Από το A φέρουμε κάθετη στη MN που την τέμνει στο Δ.

α) Να δείξετε ότι: i) Τα τρίγωνα $\triangle A\Delta N$ και $\triangle MNB$ είναι όμοια.

ii) $(AN)(MB) = (MN)(A\Delta)$

β) Αν η εξίσωση της MB είναι: $x - 3\psi + 9 = 0$ και το σημείο B (3 , 4) , να βρείτε την εξίσωση της BN.

Η Διευθύντρια

Μαρία Λοϊζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 1 / 6 / 2009

ΤΑΞΗ : Α'

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ώρες και 30 λεπτά.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

- ΟΔΗΓΙΕΣ :**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας .

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

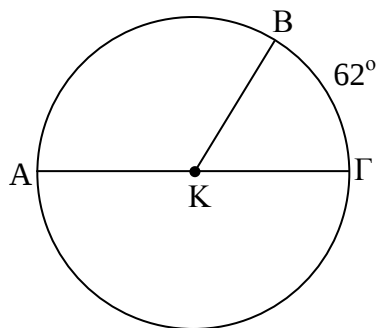
1. Να λύσετε την εξίσωση : $5\chi^2 + 3\chi - 2 = 0$
2. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς 3 και -5.
3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{3\chi - 7}{\chi + 4}$.
4. Να λύσετε την ανίσωση : $\chi^2 - 6\chi - 16 > 0$
5. Δίνεται η εξίσωση $3\chi^2 - 4\chi - 1 = 0$, με ρίζες χ_1, χ_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

(i) $6\chi_1 + 6\chi_2 =$

(ii) $\frac{2}{\chi_1} + \frac{2}{\chi_2} =$
6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Α(3,-2) και σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα των χ .
7. Αν $\eta\mu\omega = \frac{12}{13}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης :

$$A = [26\sigma\upsilon\nu\omega - 5\epsilon\varphi\omega - 1]^{2009}$$
8. Να λύσετε το σύστημα : $\chi - 3\psi = -2$
 $\chi^2 - \psi^2 = 12$

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K,R) και η διάμετρος του ΑΓ. Αν $\widehat{B\Gamma} = 62^\circ$, να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



10. Να δείξετε ότι : $\frac{\eta\mu 130^\circ \epsilon\varphi 260^\circ \sigma\upsilon\nu 160^\circ}{\eta\mu 250^\circ \sigma\upsilon\nu 320^\circ \epsilon\varphi 440^\circ} = 1$

11. Δίνονται τα σημεία M(1, 4) και Λ(-2, -2).

- (α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που περνά από τα πιο πάνω σημεία , δίνεται από τον τύπο $\psi = 2\chi + 2$.
(β) Αν η πιο πάνω ευθεία τέμνει τους άξονες Οχ και Οψ στα σημεία Α και Β αντίστοιχα, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΒ (Ο: η αρχή των αξόνων).

12. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $1 - \frac{\eta\mu^2 \omega}{1 - \sigma\upsilon\nu \omega} = -\sigma\upsilon\nu \omega$

13. Δίνεται η εξίσωση $3\chi^2 - 7\chi + 1 + 4\eta\mu\varphi = 0$. Αν $0^\circ < \varphi < 360^\circ$ και η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες, να βρείτε τις τιμές της γωνίας φ.

14. Η παραβολή με τύπο $\psi = \chi^2 + \lambda\chi - 21$ έχει ελάχιστο σημείο για $\chi = 2$.

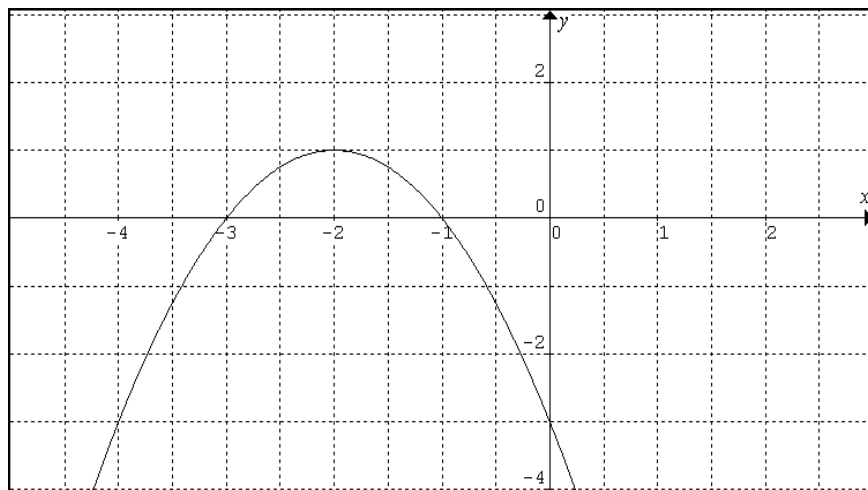
- (α) Να βρείτε την τιμή του λ.
(β) Αν $\lambda = -4$, να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της.

15. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ ($\hat{\Lambda} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος ΛΕ. Να δείξετε ότι :

- (α) τα τρίγωνα ΚΛΜ και ΜΛΕ είναι όμοια.
(β) ισχύει η σχέση $(\Lambda M)^2 = (KM) \cdot (ME)$

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.



Να βρείτε :

- i) Το πρόσημο του a
- ii) Το πεδίο τιμών της
- iii) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- iv) Το πρόσημο των $f(15)$ και $f(-2009)$
- v) Τις λύσεις της ανίσωσης $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$
- vi) Τις τιμές των a , b και γ

2. (α) Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{(\chi + 2)}{(5 - \chi)(\chi^2 - \chi - 20)} \geq 0$

(β) Αν $\frac{\varepsilon\varphi(180^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(90^\circ + \alpha)}{\sigma\upsilon\nu(360^\circ - \alpha) \cdot \sigma\varphi(90^\circ - \alpha) \cdot \tau\epsilon\mu(-\alpha)} = -\frac{1}{2}$ με $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, να δείξετε ότι $\alpha = 60^\circ$

και στη συνέχεια να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης: $\eta\mu^2\alpha \cdot \chi^2 - 2\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \chi + \sigma\phi^2\alpha = 0$

3. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 1)\chi^2 + (\lambda + 3)\chi + 3 - \lambda = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq -1$. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει :

- (α) Ρίζες αντίθετες.
- (β) Ρίζες που το γινόμενο τους να είναι τετραπλάσιο του αθροίσματός τους.
- (γ) Ρίζες που το άθροισμα των τετραγώνων τους να ισούται με 11.

4. Να αποδείξετε τις πιο κάτω ταυτότητες :

$$(\alpha) \quad \frac{\sigma\phi\chi\sigma\upsilon\nu^2\chi}{\sigma\phi\chi - \sigma\upsilon\nu\chi} = 1 + \eta\mu\chi$$

$$(\beta) \quad \eta\mu^3\chi \cdot \tau\epsilon\mu\chi + \frac{\sigma\phi\chi}{1 + \sigma\phi^2\chi} = \epsilon\phi\chi$$

5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(-4,-4), Β(0,3) και Γ(8,4).

(α) (i) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

(ii) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΑΓ.

(iii) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΒΖ.

(iv) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Ζ.

(β) Αν η ευθεία $\psi = \kappa\chi + \mu$ περνά από την κορυφή Γ του πιο πάνω τριγώνου και είναι παράλληλη με την πλευρά ΑΒ , να βρείτε τις τιμές των κ και μ .

6. Σε κύκλο είναι εγγεγραμμένο τρίγωνο ΑΒΓ. Να φέρετε τη διάμετρο ΑΜ του κύκλου και στο Μ την εφαπτομένη του κύκλου που τέμνει τις προεκτάσεις των ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ε και Δ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι :

$$(\alpha) \quad (ΑΜ)(ΓΔ) = (ΜΓ)(ΜΔ)$$

(β) τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια.

Η Διευθύντρια

Γεωργία Κούμα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

Μάθημα : Μαθηματικά

Χρόνος : 2.30΄

Τάξη : Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία : 29/05/2009

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής .
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
γ) Να γράφετε μόνο με μελάνι (Για τα σχήματα επιτρέπεται και το μολύβι)

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12 .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Να λύσετε την εξίσωση : $2x^2 + 3x - 2 = 0$

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων :

α) $\psi = \frac{2x+1}{x+6}$

β) $\psi = 2x^2 + 5x + 6$

3. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία A (2,1) και B (3,4).

4. Να λύσετε την ανίσωση: $(x+5)(x^2 - 4) \geq 0$

5. Αν το $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$ με $90^\circ < \omega < 180^\circ$ να βρείτε το συνω.

6. Να μετατρέψετε σε κλάσματα ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή :

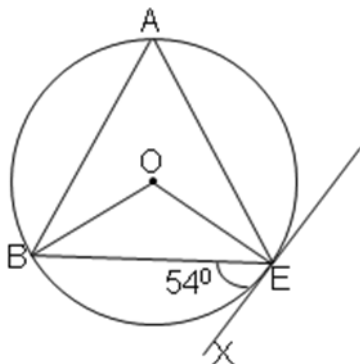
α) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{3}{\sqrt{5}-2}$

7. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $AB > AG$ φέρουμε το ύψος ΑΔ. Αν ΒΔ=9cm και ΓΔ=4cm να υπολογίσετε :

- α) το μήκος του ύψους ΑΔ.
β) το μήκος της πλευράς ΑΒ.

8. Στο σχήμα δίνεται ότι η ΕΧ είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Ε και η γωνία $BEX = 54^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\angle BAE$ και $\angle OBE$. (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)



9. Για ποιες τιμές του μ , η εξίσωση $(\mu - 1)x^2 + 2(\mu + 1)x - 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

10. Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} = \tan \alpha$$

11. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} x^2 + 2y = 7 \\ x - y = -2 \end{cases}$$

12. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2x - 3 = 0$ να υπολογίσετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων :

α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$ δ) $5x_1^3 \cdot x_2 + 5x_1 \cdot x_2^3$

13. Να βρείτε την τιμή του κ , έτσι ώστε οι ευθείες $(\epsilon_1) : (\kappa - 1)x + (\kappa + 2)y + 4 = 0$ και $(\epsilon_2) : y = 3x + 7$ να είναι :

α) κάθετες
β) παράλληλες

14. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από τυχαίο σημείο Δ της $ΑΓ$ φέρουμε την ΔE κάθετη πάνω στη $B\Gamma$. Να δείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ είναι όμοια.
β) ισχύει η σχέση : $(ΑΓ) \cdot (\Gamma\Delta) = (B\Gamma) \cdot (\Gamma E)$

15. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - 2\lambda\chi + 4 = 0$:

α) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες

$$\rho_1 = \frac{\chi_1}{\chi_2} \quad \text{και} \quad \rho_2 = \frac{\chi_2}{\chi_1}$$

β) Για ποιες τιμές της παραμέτρου λ , η εξίσωση που σχηματίστηκε έχει ρίζα τον αριθμό 1;

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να αποδείξετε ότι :

$$\frac{\eta\mu(270^\circ - \alpha)\eta\mu(180^\circ + \alpha)\sigma\upsilon\nu(360^\circ + \alpha)\epsilon\phi(90^\circ - \alpha)}{\eta\mu(90^\circ + \alpha)\eta\mu(360^\circ - \alpha)\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \alpha)\epsilon\phi(270^\circ + \alpha)} = -1$$

2. Δίνεται η εξίσωση $(\mu+1)\chi^2 - 4\mu\chi + 3\mu = 0$, $\mu \neq -1$. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει :

- α) ρίζες αντίθετες
- β) ρίζες αντίστροφες
- γ) ρίζα τον αριθμό -1
- δ) το άθροισμα των ριζών ισούται με 5

3. Να δείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα:

$$\frac{\sigma\phi\chi(1 - \eta\mu^2\chi)}{\sigma\phi\chi + \sigma\upsilon\nu\chi} = 1 - \eta\mu\chi$$

4. Στο διπλανό σχήμα δίδεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$

Να βρείτε: (α) το πρόσημο του α

(β) το πεδίο τιμών

(γ) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

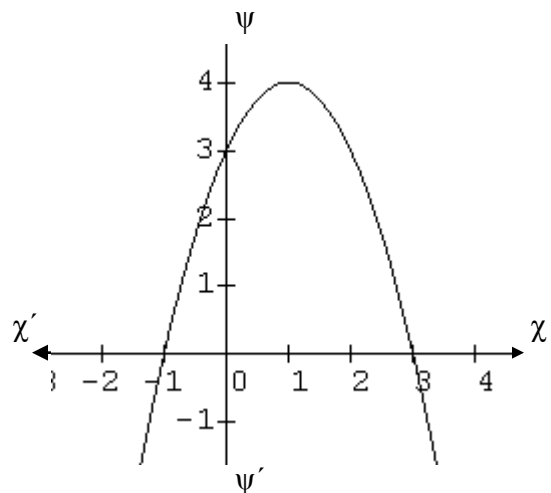
(δ) τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$

(ε) τον άξονα συμμετρίας

(στ) την τιμή του γ

(ζ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

(η) το πρόσημο του $f(2009), f(0)$



5. α) Να βρείτε τις τιμές του κ , ώστε η εξίσωση $\chi^2 - 3\kappa\chi + 2\kappa^2 + 1 = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και άνισες .

β) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(\chi + 1)(\chi^2 - 2\chi - 3)(2\chi^2 + 5)}{(6 - \chi)} < 0$

6. Δίνεται κύκλος (O,R). Από σημείο A εκτός κύκλου φέρουμε την AB εφαπτομένη του κύκλου (B σημείο επαφής) και την τέμνουσα ΑΓΔ. Από το Γ φέρουμε τη ΓΕ παράλληλη προς τη ΔΒ η οποία τέμνει την ΑΒ στο Ε.

Να δείξετε ότι: α) τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΑΒΓ είναι όμοια

β) $(ΑΓ)^2 = (ΑΕ) \cdot (ΑΒ)$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....
Έλενα Παπαϊωάννου

.....
Άντρη Παπαντωνίου

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ Β.Δ.

.....
Άντρη Δημητρίου

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
Ανδρέας Φιλιππίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 05 / 06 / 2009

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να γράψετε με μελάνι **μπλε**, τα σχήματα με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να λυθεί η εξίσωση $2x^2 - 7x + 5 = 0$.

2. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{x+7}{x-5}$.

3. Να λυθεί η ανίσωση $x^2 - 4x \leq 0$.

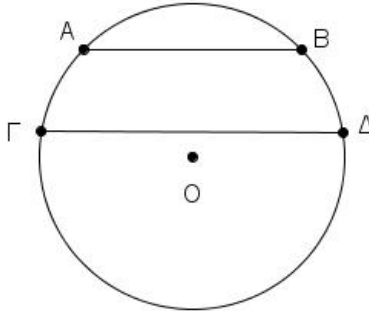
4. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-2,6)$ και έχει κλίση $\lambda = 2$.

5. Να απλοποιηθεί η παράσταση $\frac{2x^2 - 9x + 4}{x^2 - 16}$.

6. Αν $\eta\mu\omega = \frac{8}{17}$ και $90 \leq \omega \leq 180$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{17\sigma\upsilon\nu\omega - 15\epsilon\phi\omega}{16\sigma\tau\epsilon\mu\omega - 15\tau\epsilon\mu\omega}$$

7. Στο πιο κάτω σχήμα η χορδή AB είναι παράλληλη με την χορδή ΓΔ.
 Να αποδείξετε ότι τα τόξα ΑΓ και ΒΔ είναι ίσα.
 (Υπόδειξη: Να φέρετε την ΑΔ)



8. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A=90^\circ$) με $B=30^\circ$. Αν Ε, Ζ είναι τα μέσα του ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $EZ=ΑΓ$.
9. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα:

$$\begin{aligned}x + y &= 2 \\x^2 + 2y &= 7\end{aligned}$$

10. Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου κ η εξίσωση

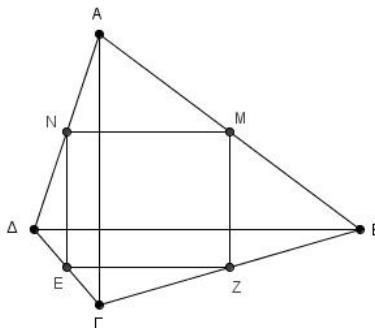
$$x^2 + 4kx - 4(2k + 1) = 0$$

έχει ρίζες πραγματικές .

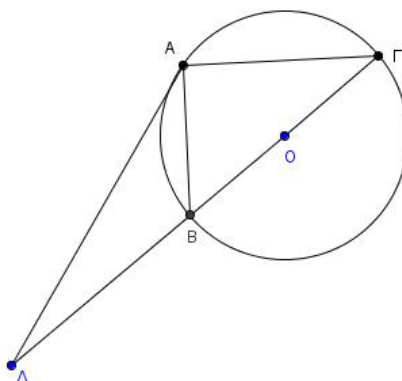
11. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\sigma \nu \nu^2 \omega (\epsilon \phi^2 \omega + 1) + \eta \mu^2 \omega (\sigma \phi^2 \omega - 1) = 2 \sigma \nu \nu^2 \omega$$

12. Στο πιο κάτω σχήμα το τετράπλευρο έχει ίσες διαγώνιους $AG=BD$ και AG είναι κάθετη στην BD . Αν M, N, E, Z είναι τα μέσα των πλευρών του $AB, AD, ΓΔ$, και $BΓ$ αντίστοιχα να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $MNEZ$ είναι τετράγωνο.



13. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι AD είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο A . Το ευθύγραμμο τμήμα $BΓ$ είναι διάμετρος του κύκλου. Αν το τόξο $AB=40^\circ$ να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου $ADΓ$.



14. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 6x + 4 = 0$, χωρίς να την λύσετε να υπολογίσετε το άθροισμα των ριζών $S = x_1 + x_2$, το γινόμενο των ριζών $P = x_1 x_2$ και την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = x_1^2 + x_2^2$.
15. Να βρείτε την κλίση της ευθείας συναρτήσεως του a , που διέρχεται από τα σημεία $A(2, 2a - 1)$ και $B(4, -3)$. Αν η ευθεία αυτή είναι παράλληλη με την ευθεία $y = 2x + 3$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή του a .

ΜΕΡΟΣ Β Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

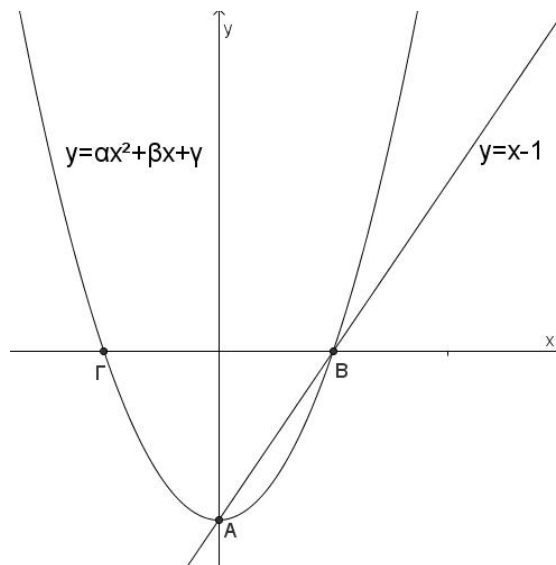
1. Να λυθεί η ανίσωση $\frac{(x^2 + 5x + 6) \cdot (x^2 - 9)}{(x^2 + x + 1) \cdot x} \geq 0$.

2. Από σημείο Α εκτός κύκλου φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΑΒ, ΑΓ και μία τέμνουσα ΑΔΕ του κύκλου. Να δείξετε ότι

- a) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΕΒ είναι όμοια.
- b) Τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΑΕΓ είναι όμοια.
- c) Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω να δείξετε ότι $(ΒΔ)(ΓΕ) = (ΒΕ)(ΓΔ)$.

3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $y = ax^2 + \beta x + \gamma$ και της ευθείας $y = x - 1$. Η ευθεία τέμνει την παραβολή στο Α και Β. Το Α είναι η κορυφή της παραβολής. Να βρείτε

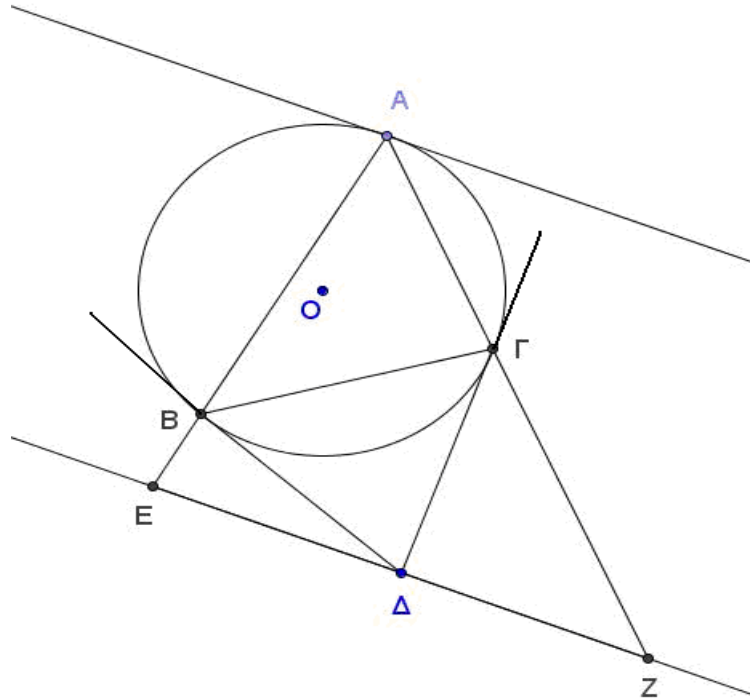
- a) Τις συντεταγμένες των σημείων Α και Β.
- b) Τις τιμές των α, β, γ .
- c) Να δείξετε ότι η ευθεία που περνά από τα σημεία Α και Γ είναι κάθετη πάνω στην ευθεία $y = x - 1$.



4. Οι κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$ είναι σημεία του κύκλου. Οι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία B και Γ τέμνονται στο Δ . Από το Δ φέρουμε ευθεία που είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη του κύκλου στο A . Αν η ευθεία αυτή τέμνει την προέκταση της AB στο E και την προέκταση της $A\Gamma$ στο Z να δείξετε ότι

α) $\Delta E = \Delta B$

β) $E\Delta = \Delta Z$



5.

α) Αν
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \chi) \cdot \epsilon\phi(90^\circ - \chi) \cdot \eta\mu(-\chi)}{\epsilon\phi(180^\circ - \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \chi)} = \frac{1}{2}$$

και $0 < \chi < 90^\circ$ να υπολογίσετε την γωνία χ .

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$\tau\epsilon\mu\theta - \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1 - \eta\mu\theta} = -\epsilon\phi\theta$$

6. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 2)x - 7 - \lambda = 0$.

α) Να δείξετε ότι έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε τιμή του λ .

β) Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να έχει ρίζες αντίθετες.

γ) Να βρεθεί η τιμή του λ ώστε να έχει ρίζες αντίστροφες.

δ) Να βρεθούν οι τιμές του λ ώστε οι ρίζες της να επαληθεύουν την σχέση

$$x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 20$$

Εισηγητές

Συντονιστής

Ο Διευθυντής

Γιασεμίδης Ιάσων

.....

.....

Χριστοδούλου Φειδίας

Χριστοδούλου Φειδίας

Δημητριάδης Αλέξανδρος

Λούβαρης Γεώργιος

Κυπριανίδου Μαριάννα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2009	
ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03 /06/2009
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

Οδηγίες:

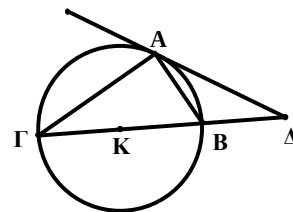
- 1) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μαύρο ή μπλε)
- 2) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού
- 3) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
- 4) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

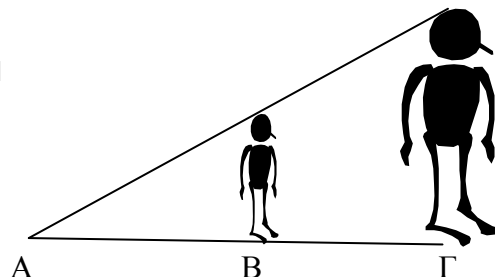
1. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 + 7x + 4 = 0$
2. Να βρείτε το Π.Ο. της συνάρτησης που ορίζεται από τον τύπο:
$$\psi = \frac{2x-1}{(x+3)(x-1)}$$
3. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 4x - 2\psi &= 6 \\ 3x + 2\psi &= 1 \end{aligned}$$
4. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{x^2 + x}{x^2 - 5x - 6}$
5. Να λυθεί η ανίσωση: $(x-2)(x+3)(x-1) > 0$
6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A(3,5) και είναι παράλληλη προς την ευθεία $\psi = 3x - 1$.
7. Η εφαπτομένη στο σημείο A ενός κύκλου τέμνει τη διάμετρο ΓΒ στο Δ έτσι ώστε το τόξο AB που σχηματίζεται να έχει μέτρο 56° . Να βρεθούν οι γωνίες του τριγώνου ABΓ.



8. Αν $\sin \theta = -\frac{8}{17}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της

παράστασης: $A = \frac{17\eta\mu(180^\circ - \theta) + 30\sigma\phi(\theta)}{34\eta\mu(-\theta) + 16\tau\epsilon\mu(180^\circ + \theta)}$

9. Στο πιο κάτω σχήμα η απόσταση $AB=3\text{m}$ και $B\Gamma=2\text{m}$. Αν το μικρό ανθρωπάκι έχει ύψος 1.20m , ποιο είναι το ύψος που έχει το μεγάλο ανθρωπάκι;



10. Αν χ_1 και χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3\chi^2 - 2\chi + 5 = 0$, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

α) $\frac{1}{\chi_1} + \frac{1}{\chi_2}$

β) $\frac{1}{\chi_1^2} + \frac{1}{\chi_2^2} + \frac{2}{\chi_1^2 \chi_2^2}$

11. Για ποιες τιμές του κ η εξίσωση $(\kappa + 2)\chi^2 + 2\kappa\chi + \kappa - 1 = 0$, $\kappa \neq -2$

α) έχει ρίζες πραγματικές.

β) έχει άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο της

12. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB > A\Gamma$), φέρουμε το ύψος AD . Αν

ισχύει ότι $B\Delta = 2(\Delta\Gamma)$, να δείξετε ότι: $(AB)^2 - (A\Gamma)^2 = \frac{(B\Gamma)^2}{3}$.

13. Να δείξετε ότι: $\sigma\tau\epsilon\mu\theta - \frac{\eta\mu\theta}{1 - \sigma\upsilon\nu\theta} = -\sigma\phi\theta$

14. Να λύσετε και να διερευνήσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \lambda^2 \chi + \psi = \lambda \\ \chi + \psi = -1 \end{cases}$$

15. Αν $\alpha > 0$, $\beta > 0$, να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{\alpha\beta^2} + \sqrt{\alpha^2\beta} + \sqrt{\alpha^3} + \sqrt{\beta^3} = (\alpha + \beta)(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})$$

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

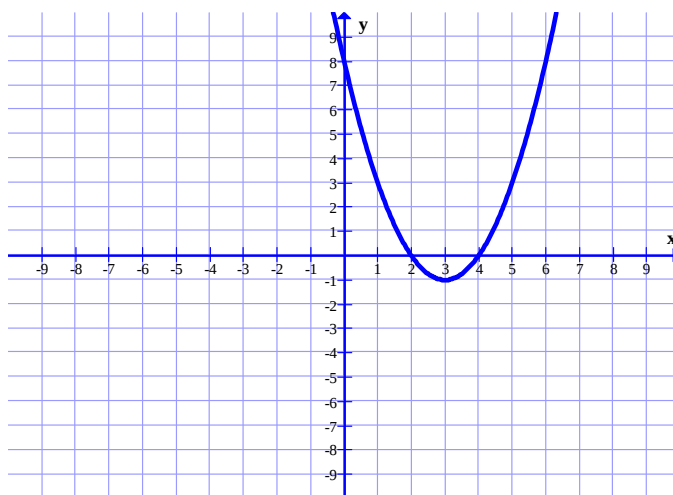
1. Δίνεται η εξίσωση, $\lambda x^2 - (\lambda - 1)x - 1 = 0$, $\lambda \neq 0$
(α) Για ποια τιμή του λ , η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες;
(β) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R} - \{0\}$.
(γ) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της πιο πάνω εξίσωσης να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = 2x_1 - 1$ και $\rho_2 = 2x_2 - 1$

2. Να λύσετε τη ανίσωση
$$\frac{(1-x)(x^2-4)(x^2-6x+9)(x^2+25)}{x \cdot (x^2-6x+8)} \leq 0$$

3. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

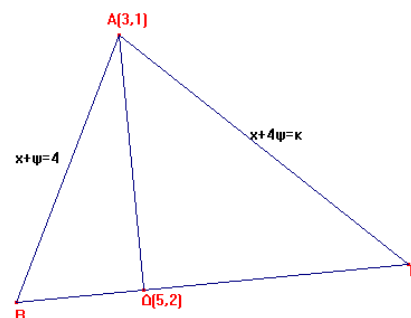
Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της
β) το πεδίο τιμών της
γ) το πρόσημο του a
δ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
ε) την κορυφή της παραβολής
στ) τις τιμές των a, b, γ
ζ) τις τιμές $f(2)$ και $f(0)$



4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με AD ύψος του τριγώνου. Οι συντεταγμένες των σημείων A και Δ είναι $A(3,1)$, $\Delta(5,2)$. Η εξίσωση της πλευράς AB : $x + \psi = 4$ και της $A\Gamma$: $x + 4\psi = \kappa$. Να βρεθούν:

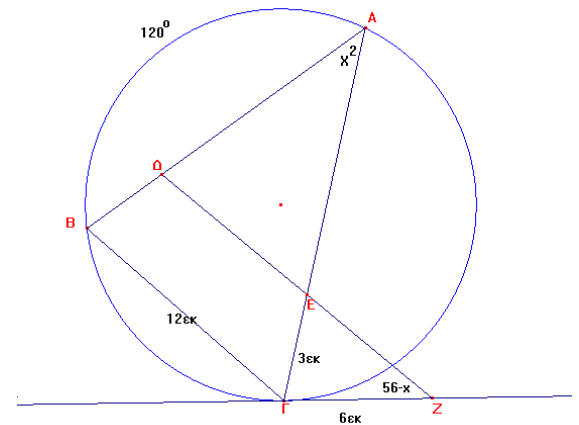
- α) Η κλίση της AD
β) Η εξίσωση της $B\Gamma$
γ) Η τιμή του κ
δ) Οι συντεταγμένες του σημείου B



5. α) Να λυθεί η εξίσωση $5\omega^2 + 8\omega + 3 = 0$
 β) Αν $5\sin^2\chi + 8\sin\chi + 3 = 0$ με $\eta\mu\chi < 0$, $\sigma\upsilon\nu\chi < 0$. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{10\sigma\upsilon\nu\chi - 5\eta\mu\chi \cdot \epsilon\phi\chi}{\epsilon\phi^2\chi - \tau\epsilon\mu\chi}$
 γ) Αν $\phi(\chi) = \eta\mu\chi$ να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$B = \phi\left(\frac{\pi}{2}\right) - 4\phi\left(\frac{\pi}{6}\right) + \phi^2(\alpha) + \phi^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

6. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με τη χορδή BΓ=12cm και ΕΓ = 3cm. Η ευθεία ΓΖ εφάπτεται του κύκλου στο σημείο Γ και το μήκος ΓΖ = 6cm. Το μέτρο του τόξου AB=120°. Το μέτρο της γωνίας BAΓ = χ^2 και της ΔΖΓ = $56^\circ - \chi$, με $\chi > 0$. Αν BΓ//ΔΖ τότε:
 α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABΓ και ΕΓΖ είναι όμοια
 β) Να υπολογιστεί η γωνία Α
 γ) Να υπολογιστεί η πλευρά ΑΒ



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Ιακωβίδης Ιάκωβος (Σ/στής Β. Δ)
 Αδάμου Αδάμος
 Παπαγιάννης Κωνσταντίνος
 Μαρία Σολωμού Κύζα
 Καλλισθένη Φωτιάδου Καραβιώτου
 Αντρέας Τσαγκάρης
 Ειρήνη Γεωργίου

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Μιχαήλ Παπαζαχαρίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/05/2009

ΧΡΟΝΟΣ: 2^{1/2} ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση:

$$2x^2 - x - 6 = 0$$

2. Να υπολογίσετε το Π.Ο. και το Π.Τ. της συνάρτησης:

$$\psi = \frac{x+3}{x-8}$$

3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt[4]{16} - \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} + \left(\sqrt[5]{2}\right)^5$$

4. Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η εξίσωση $x^2 - \kappa x + 3 = 0$ να έχει ρίζα τον αριθμό 5.

5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(1,3)$ και έχει κλίση $\lambda = -2$.

6. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 5x + 7 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να βρείτε:
α) Το είδος των ριζών της.

β) Την τιμή της παράστασης: $A = \frac{4}{x_1} + \frac{4}{x_2}$

7. Να λύσετε την ανίσωση:

$$x^2 - x - 12 \geq 0$$

8. Να λύσετε το σύστημα:

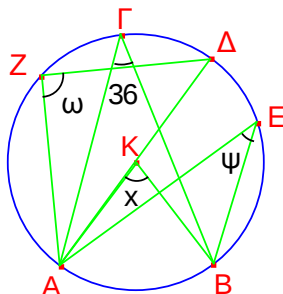
$$x + 3\psi = 4$$

$$x + \psi^2 = 2$$

9. Να δείξετε ότι:

$$\epsilon\phi\alpha - \eta\mu^2\alpha \cdot \sigma\phi\alpha = \eta\mu^2\alpha \cdot \epsilon\phi\alpha$$

10. Στο σχήμα που ακολουθεί να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$, $\hat{\psi}$ και $\hat{\omega}$.



11. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία σχηματίζει γωνία 45° με τον ημιάξονα OX και διέρχεται από το σημείο A(2,-1).

12. Αν $\sin\theta = -\frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = 12\epsilon\phi\theta - 18\tau\epsilon\mu\theta - 5\sigma\upsilon\upsilon\theta + 30\eta\mu\theta$$

13. Σε παραλληλόγραμμο ABΓΔ, από το Α φέρουμε την ΑΖ κάθετη στη ΓΔ και από το Γ την ΓΕ κάθετη στην ΑΒ. Να δείξετε ότι το ΑΕΓΖ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

14. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: 4x - \kappa\psi + 2 = 0$ και $\epsilon_2: \psi = 3x - 1$. Να βρείτε το κ ώστε οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 να είναι κάθετες.

15. Στο οξυγώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ φέρουμε τα ύψη ΑΔ και ΒΕ. Αν Η είναι το σημείο τομής τους, να δείξετε ότι:

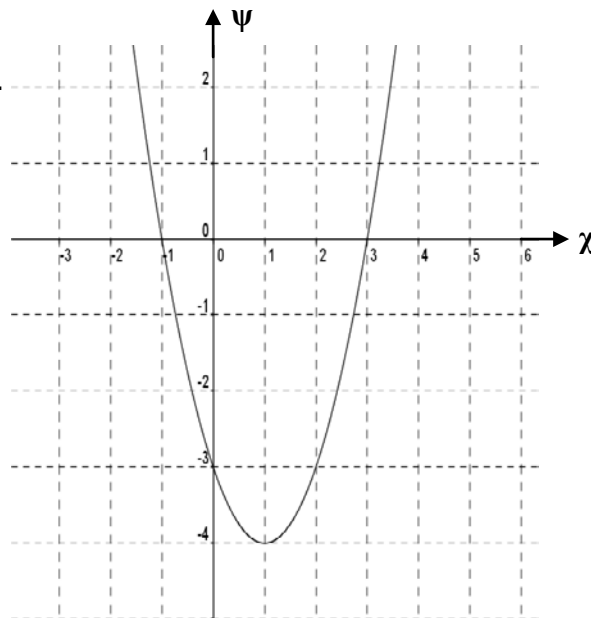
$$(HA)(HD) = (HB)(HE)$$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

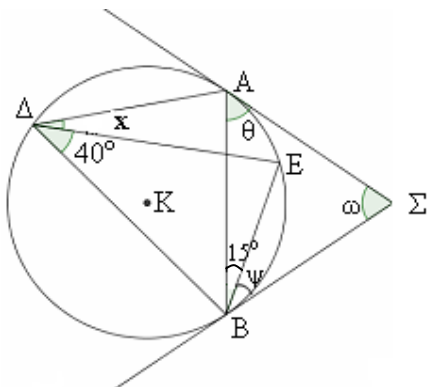
1. Δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x)=ax^2+bx+\gamma$, $a \neq 0$.
Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) το Π.Ο. της συνάρτησης
- β) το Π.Τ. της συνάρτησης
- γ) το πρόσημο του a
- δ) την τιμή του γ
- ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- στ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2+bx+\gamma=0$
- ζ) το πρόσημο της διακρίνουσας
- η) το πρόσημο των $f(2)$ και $f(20)$



2. Να βρείτε τις τιμές του μ έτσι ώστε η εξίσωση $(2\mu - 1)x^2 + 3\mu x + \mu + 1 = 0$, $\mu \neq \frac{1}{2}$ να έχει:
- α) ρίζες αντίστροφες
 - β) ρίζες αντίθετες
 - γ) το γινόμενο των ριζών τριπλάσιο από το άθροισμά τους
 - δ) ρίζες πραγματικές και ίσες.

3. α) Στο σχήμα που ακολουθεί τα $A\Sigma$ και $B\Sigma$ είναι εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου (K,R) .
Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{x}$, $\hat{\psi}$, $\hat{\omega}$ και $\hat{\theta}$.



- β) Να βρείτε το Π.Ο. της συνάρτησης $\psi = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x + 3}}$.

4. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με κορυφές $A(2\kappa, 5)$, $B(1, 3)$ και $\Gamma(4, 4)$:
- α) Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η πλευρά AB να έχει κλίση 2.
- β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- γ) Αν AD είναι ύψος του ορθογωνίου τριγώνου $\triangle AB\Gamma$, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AD .

5. Να λύσετε την ανίσωση:

$$\frac{(x^2 - 7x + 10)(2x - 10)(x^2 + 7)}{(x - 3)^2} \geq 0$$

6. Να αποδείξετε τις ταυτότητες:

α)
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \omega) \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \omega) \sigma\phi(90^\circ - \omega)}{\sigma\upsilon\nu(360^\circ + \omega) \eta\mu(-\omega) \epsilon\phi(360^\circ - \omega) \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)} = \tau\epsilon\mu\omega$$

β)
$$\frac{(\eta\mu\kappa + \sigma\upsilon\nu\kappa)^2 - 1}{\epsilon\phi\kappa - \eta\mu\kappa\sigma\upsilon\nu\kappa} = 2\sigma\phi^2\kappa$$

Ο Διευθυντής

Λουκάς Ορφανίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29/05/09

Χρόνος: 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α':*Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.*

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 11x - 4 = 0$.

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης:

$$\psi = \frac{x - 5}{2 + 3x}.$$

3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(4, -3)$ και είναι κάθετη προς την ευθεία: $3x - 4y - 2 = 0$.

4. Δίνεται η εξίσωση: $3x^2 + 2x - 5 = 0$. Χωρίς να τη λύσετε:

- (α) να βρείτε το είδος των ριζών της,
 (β) να βρείτε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της,
 (γ) να εξετάσετε αν το 1 είναι ρίζα της εξίσωσης.

5. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

(α) $\frac{15}{2\sqrt{5}}$

(β) $\frac{3}{2-\sqrt{7}}$

6. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = 1 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

7. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης: $-2x^2 + 5x + 3 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $(2x_1 - 3) \cdot (2x_2 - 3)$.

8. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\varepsilon\phi\theta - \sigma\phi\theta}{\varepsilon\phi\theta + \sigma\phi\theta} = 2\eta\mu^2\theta - 1.$$

9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{x^2 - 9}{2x^2 - 5x - 3}$.

10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y^2 - 2x^2 + x = 3 \end{cases}$$

11. Να βρείτε την τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες:

$$(\varepsilon_1): \mu(2-x) + 3y = 1 + \theta$$

$$(\varepsilon_2): y = 2\mu + 1 - x - 5$$

να είναι παράλληλες.

12. Αν $\varepsilon\phi\omega = -\frac{4}{3}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{10\eta\mu\omega - 9\tau\epsilon\mu\omega}{12\sigma\phi\omega}$$

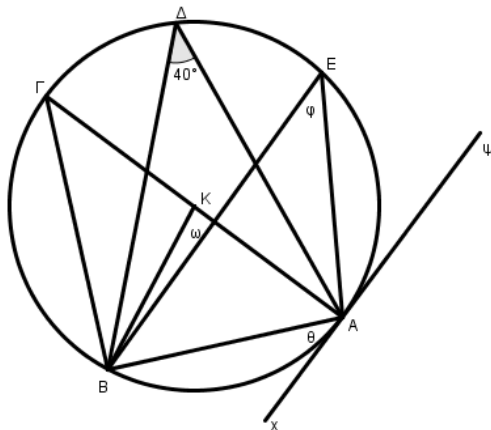
13. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$, η εξίσωση: $x^2 - (\kappa + 2)x + 2\kappa + 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές.

14. Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$B = \frac{\eta\mu(270^\circ - \alpha) \cdot \varepsilon\phi(180^\circ - \beta)}{\varepsilon\phi(360^\circ - \beta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \alpha)} + \frac{\sigma\phi(90^\circ + \alpha) \cdot \eta\mu(90^\circ + \gamma)}{\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \gamma) \cdot \varepsilon\phi(-\alpha)}$$

15. Στο σχήμα που ακολουθεί δίνονται:

$\chi A \psi$ εφαπτομένη του κύκλου (Κ, R) στο σημείο A, AΓ διάμετρος και $\hat{A}\hat{\Delta}B = 40^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες: $\hat{\phi}$, $\hat{\omega}$, $\hat{\theta}$, $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$, $\hat{K}\hat{A}\hat{B}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

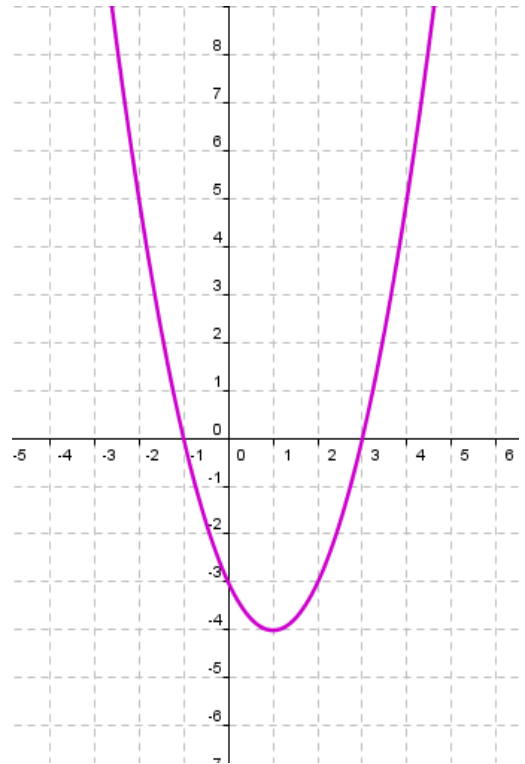
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης:

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \quad \alpha \neq 0$$

Να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$,
- (β) το πρόσημο του α και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας,
- (γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- (δ) τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$,
- (ε) το ακρότατο σημείο και να το χαρακτηρίσετε,
- (στ) τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 5$,
- (ζ) την τιμή της παράστασης: $\frac{\gamma - \beta}{\alpha}$,
- (η) τις τιμές του x για τις οποίες είναι:
 $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \leq 0$.



2. α) Δίνεται η εξίσωση: $(\kappa + 1)x^2 - (2\kappa - 3)x + 4 - 3\kappa = 0$, $\kappa \neq -1$ με ρίζες x_1, x_2 .
Για ποιες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$, η εξίσωση έχει:
- (i) ρίζες αντίθετες,
 - (ii) ρίζες ετερόσημες.

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $\psi = \sqrt{(x^2 - 5x + 6) \cdot (4 - x)}$.

3. (α) Να αποδείξετε ότι η πιο κάτω παράσταση είναι ανεξάρτητη του x .

$$\Gamma = \frac{\sigma\phi(180^\circ + x) \cdot \eta\mu(360^\circ - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ + x)}{\sigma\upsilon\nu(-x) \cdot \eta\mu(270^\circ - x) \cdot \epsilon\phi(180^\circ - x)}$$

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\omega}{1 + \sigma\upsilon\nu\omega} + \frac{\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \epsilon\phi\omega}{1 - \sigma\upsilon\nu\omega} = 2\sigma\tau\epsilon\mu\omega$.

4. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(-5, 4), B(1, 8) και Γ (5, 2).
 (α) Να αποδείξετε ότι η γωνία B είναι ορθή.
 (β) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΒΔ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ΑΓ.
 (γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής Δ του ύψους ΒΔ με την υποτείνουσα ΑΓ.
5. (α) Αν $2\sin(360^\circ - \theta) = \sqrt{3}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να βρείτε τη γωνία θ.
 (β) Αν $\hat{\theta} = 30^\circ$ και x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης: $(\sin\theta) \cdot x^2 - 15x + \sqrt{3} \cdot \eta\mu\theta = 0$,
 χωρίς να τη λύσετε:
 (i) να δείξετε ότι έχει ρίζες αντίστροφες,
 (ii) να βρείτε την τιμή της παράστασης: $3x_1^3x_2 + 3x_1x_2^3$.
6. Δίνεται κύκλος (Ο, R). Φέρουμε τη διάμετρο ΒΓ και από το Γ την χορδή ΓΔ ώστε το τόξο ΒΔ = 60° . Στο σημείο Δ φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου που τέμνει την προέκταση της διαμέτρου ΓΒ στο σημείο Α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΓΔ είναι ισοσκελές.

Ο διευθυντής

(Αντωνίου Σάββας)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ : Α΄ Ενιαίου Λυκείου

Ημερομηνία: 29/05/09

Οδηγίες :

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής μη προγραμματιζόμενης.
4. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.

Μέρος Α΄ (12 μονάδες)

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα από τις 20.

A1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

A2. Να λύσετε την ανίσωση: $(3 - 4x) \cdot (x + 1) \geq 0$.

A3. Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

A4. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 3)x + 3\lambda - 1 = 0$ να έχει ρίζα τον αριθμό 2.

A5. Αν $\sin \theta = -\frac{4}{5}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .

A6. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να κατασκευάσετε (πρόχειρα διαγράμματα) τις γραφικές παραστάσεις των καμπύλων:

α) $y = (x - 1)^2$ β) $y = x^2 + 2$.

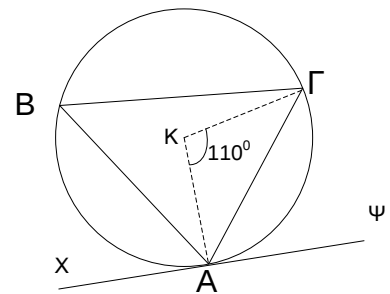
A7. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης f με τύπο

$$f(x) = \frac{3x + 4}{2x + 6}.$$

A8. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης κάνοντας αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο.

$$A = \frac{\eta\mu 210^\circ \sin 315^\circ}{\sin 120^\circ \epsilon\phi 225^\circ \eta\mu 135^\circ}$$

- A9.** Στο διπλανό σχήμα η ευθεία $\chi\alpha\psi$ είναι εφαπτομένη στο σημείο A . Αν η γωνία $\hat{A\hat{K}\Gamma} = 110^\circ$, να βρείτε της γωνίες $\hat{A\hat{B}\Gamma}, \hat{\Gamma\hat{A}\Psi}$.
(Να δικαιολογήσετε της απαντήσεις σας)



- A10.** Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $AB=2B\Gamma$, παίρνουμε τα μέσα M, N των AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $MB\Gamma N$ είναι ρόμβος.
- A11.** Δίνεται η ευθεία $\varepsilon_1 : 2x - 3y = 6$
 α) Να βρείτε την κλίση της.
 β) Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που είναι παράλληλη με την ε_1 και περνά από το σημείο $(0, -1)$.
- A12.** Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2x + 3 = 0$, να υπολογίσετε χωρίς να λύσετε την εξίσωση της τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
- α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$ δ) $5x_1^2 x_2 + 5x_1 x_2^2$
- A13.** Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB > A\Gamma$ να φέρετε τη διχοτόμο AD . Αν E είναι το σημείο της AD ώστε $\Gamma D = \Gamma E$, να δείξετε ότι:
 α) τα τρίγωνα $A\Gamma E$ και $A\Delta B$ είναι όμοια.
 β) ισχύει $(B\Delta) \cdot (A\Gamma) = (AB) \cdot (\Gamma E)$
- A14.** Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, $\hat{A} = 90^\circ$ φέρουμε το ύψος AD . Αν $\Gamma\Delta = 16\text{cm}$ και $A\Delta = 12\text{cm}$ να βρείτε το μήκος:
 α) της προβολής της πλευράς AB πάνω στη $B\Gamma$
 β) της κάθετης πλευράς AB
- A15.** Να λύσετε το σύστημα:
 $3x + y = 4$
 $y^2 + 4xy = 13$

Μέρος Β' (6 μονάδες)**Από της 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο της 4.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες από τις 20.****B1.** Να λύσετε την ανίσωση :

$$\frac{(x-4)^2 \cdot (2-x) \cdot (x^2-4x+5)}{x^2+2x-3} \leq 0$$

B2. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 - 2(\lambda + 2)x + 14 - 3\lambda = 0 \quad \lambda \neq 0$.Να βρείτε την παράμετρο λ ώστε η εξίσωση να έχει:

α) ρίζες αντίθετες.

β) ρίζες πραγματικές.

γ) το άθροισμα των ριζών ίσο με τα $\frac{2}{3}$ του γινομένου των ριζών της εξίσωσης .**B3.** α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\varepsilon\phi x + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x} = \tau\epsilon\mu x$$

β) Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(360^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(90^\circ - \omega) \cdot \eta\mu(270^\circ - \omega)}{\eta\mu(180^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(360^\circ + \omega) \cdot \varepsilon\phi(-\omega)} = \sigma\upsilon\nu\omega$$

B4. Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ φέρουμε της διάμεσους ΑΜ και ΒΚ.

Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ προς το Β κατά τμήμα ΒΖ = ΒΓ και προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΓΗ = ΒΓ. Προεκτείνουμε επίσης τη διάμεσο ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ=ΑΜ. Να δείξετε ότι:

α) το τετράπλευρο ΑΗΕΖ είναι παραλληλόγραμμο.

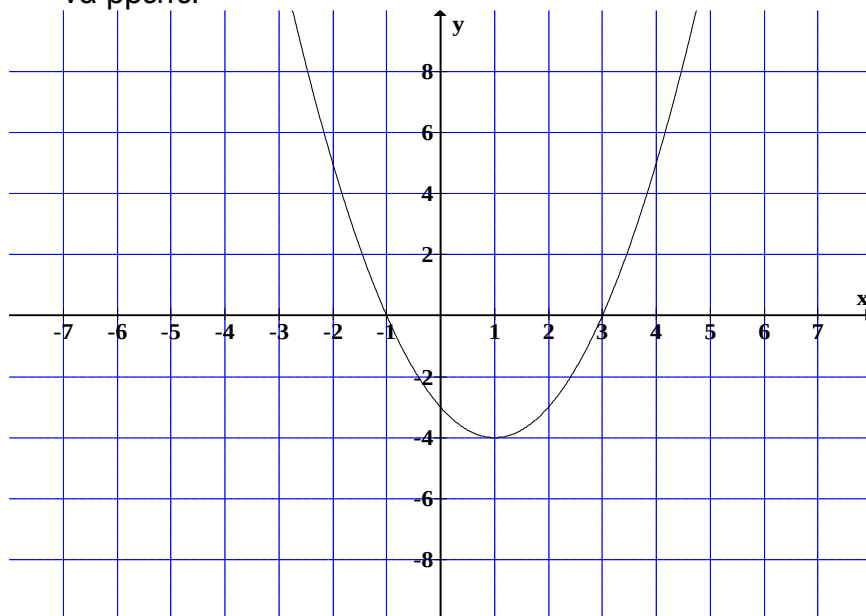
$$\beta) BK = \frac{EH}{2}$$

B5. Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρουμε την εφαπτομένη ΣΑ και την τέμνουσα ΣΒΓ του κύκλου. Αν Μ είναι το μέσο του μικρού τόξου ΒΓ και Δ το σημείο τομής της ΒΓ με την ΑΜ να αποδείξετε ότι :

$$\alpha) (\Sigma A)^2 = (\Sigma B) \cdot (\Sigma \Gamma)$$

$$\beta) (\Delta A) \cdot (\Gamma M) = (AB) \cdot (\Delta \Gamma)$$

B6. Δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:



- α) το πρόσημο του a .
- β) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.
- γ) το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
- δ) τις ρίζες x_1, x_2 .
- ε) το πρόσημο της διακρίνουσας.
- στ) τις συντεταγμένες του ελάχιστου σημείου.
- ζ) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma > 0$
- η) τις τιμές των a, b και γ .

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ:

Χρίστος Καλότυχος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2009**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΤΑΞΗ: Α'****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25 Μαΐου 2009****ΧΡΟΝΟΣ: 2. 30'**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το σχολείο.

β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (τα σχήματα και με μολύβι)

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α (12 μονάδες)

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1) Να λύσετε την εξίσωση: $5\chi^2 + 3\chi - 2 = 0$.

2) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού η οποία να έχει ρίζες τους αριθμούς -3 και $\frac{1}{2}$.

3) Να λύσετε την ανίσωση: $\chi^2 - 3\chi - 10 > 0$.

4) Να βρείτε το πεδίο ορισμού (Π.Ο.) και το πεδίο τιμών (Π.Τ.) της συνάρτησης $\psi = \frac{5\chi - 3}{\chi + 2}$.

5) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Α(4, -3) και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 5 - \frac{1}{2}\chi$.

6) Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση $\chi^2 + (\lambda - 3)\chi + 6 - 2\lambda = 0$, έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

7) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}\chi + \psi &= 4 \\ 2\chi^2 + \chi\psi &= 12\end{aligned}$$

8) Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\eta\mu 200^\circ \cdot \varepsilon\phi 190^\circ \cdot \eta\mu 300^\circ}{\sigma\upsilon\nu 110^\circ \cdot \sigma\phi 100^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
(χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής)

9) Να λύσετε την εξίσωση: $\chi^4 - 14\chi^2 - 32 = 0$.

10) Αν $\sigma\tau\epsilon\mu\theta = -\frac{5}{4}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να βρεθεί η τιμή της παράστασης: $A = \frac{12\sigma\phi\theta + 10\sigma\upsilon\nu\theta}{3\varepsilon\phi\theta}$

11) Δίνεται η ευθεία $\varepsilon_1: 2\chi + (3\mu + 1)\psi - 4 = 0$.

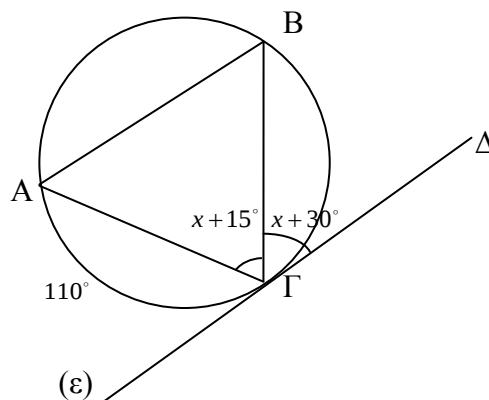
Να υπολογίσετε την τιμή του μ , αν η ε_1 :

(α) είναι κάθετη πάνω στην ευθεία $2\chi - \psi + 5 = 0$,

(β) περνά από το σημείο $(3, 2)$.

12) Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - \kappa\chi + 3 = 0$. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης να υπολογίσετε τις τιμές του κ ώστε να ισχύει η σχέση $3\chi_1\chi_2 + 5\chi_1^2 + 5\chi_2^2 = -1$.

13) Στο πιο κάτω σχήμα η ευθεία (ε) εφάπτεται του κύκλου στο σημείο Γ. Αν το τόξο $\widehat{A\Gamma} = 110^\circ$ και οι γωνίες $\widehat{A\Gamma B} = x + 15^\circ$ και $\widehat{B\Gamma\Delta} = x + 30^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\triangle A\hat{B}\Gamma$.



14) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $\hat{B} = 15^\circ$. Αν AM και $A\Delta$ είναι η διάμεσος και το ύψος αντίστοιχα του τριγώνου, να αποδείξετε ότι $A\Delta = \frac{B\Gamma}{4}$.

15) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\phi\chi \cdot \sigma\upsilon\nu^2\chi}{\sigma\phi\chi - \sigma\upsilon\nu\chi} = 1 + \eta\mu\chi$

ΜΕΡΟΣ Β (8 μονάδες)

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1) Να βρείτε την τιμή του κ για την οποία η εξίσωση $2\chi^2 - (\kappa + 3)\chi + 3\kappa - 7 = 0$ έχει:

(α) ρίζες αντίστροφες,

(β) ρίζες αντίθετες,

(γ) ρίζα τον αριθμό -1 .

(δ) Αν χ_1, χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε τις τιμές του κ για τις οποίες ισχύει η σχέση

$$\chi_1^2 \chi_2 + \chi_1 \chi_2^2 = -5.$$

2) Δίνονται τα σημεία $A(-2, 3)$, $B(4, 5)$ και $\Gamma(3, 8)$.

(α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με $\hat{B} = 90^\circ$.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο B και είναι παράλληλη με την ευθεία AG.

(γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους BD.

(δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

3) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(\chi) = a\chi^2 + \beta\chi + \gamma$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

(α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

(β) το πεδίο τιμών της συνάρτησης,

(γ) το πρόσημο του a ,

(δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,

(ε) την τιμή του γ ,

(στ) τις συντεταγμένες της κορυφής,

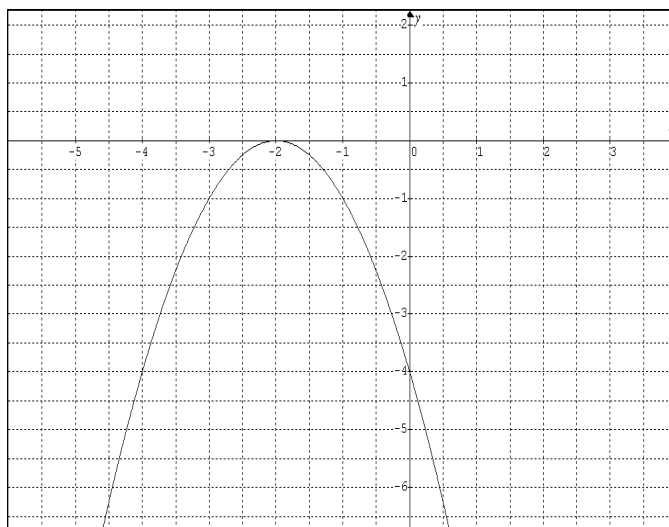
(ζ) την τιμή της παράστασης $\beta^2 - 4a\gamma$,

(η) τις ρίζες της εξίσωσης

$$a\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0,$$

(θ) την τιμή των $f(-3)$ και $f(0)$,

(ι) τις λύσεις της ανίσωσης $f(\chi) < 0$.



4) (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\psi = \frac{\sqrt{\chi^2 - 16}}{\chi + 5}$.

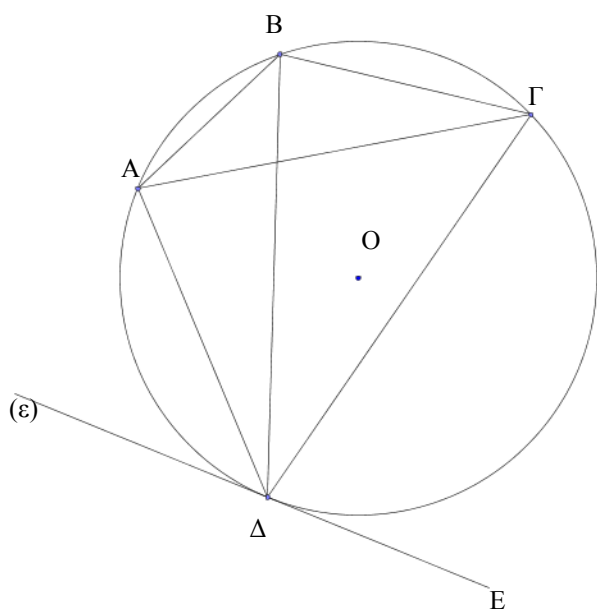
(β) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{2}{\chi - 1} \leq \frac{\chi}{\chi + 2}$.

5) (α) Αν $\frac{\eta\mu(180^\circ + \chi)\epsilon\varphi(90^\circ + \chi)\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \chi)}{\sigma\varphi(360^\circ - \chi)\sigma\upsilon\nu(-\chi)} = \frac{1}{2}$ και $0^\circ < \chi < 90^\circ$,

να υπολογίσετε τη γωνία χ .

(β) Να δείξετε ότι η εξίσωση $\tau\epsilon\mu\theta\chi^2 + (2 + 2\epsilon\varphi\theta)\chi + 2\eta\mu\theta + \tau\epsilon\mu\theta = 0$, έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

6)



Δεδομένα	Ζητούμενα
Κύκλος (O, R)	$\widehat{A\Gamma\Delta} =$
(ε) εφαπτομένη του κύκλου στο Δ	$\widehat{B\Delta\Gamma} =$
$\widehat{B\Delta\Gamma} = 35^\circ$	$\widehat{A\Delta\Gamma} =$
$\widehat{A\Gamma} = 60^\circ$	$\widehat{\Gamma\Delta E} =$
$\widehat{A\Delta} = 80^\circ$	

Για τις πιο πάνω απαντήσεις να δώσετε πλήρη δικαιολογία.

Ο Διευθυντής

Γεώργιος Παπαδημητρίου

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25 /5/2009

ΩΡΑ: 7:45 π.μ

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30΄

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
δ) Μεταφέρετε τα σχήματα στο φύλλο των λύσεων σας.
ε) Το δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

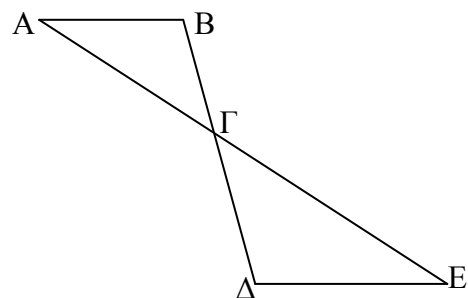
1. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 8x - 3 = 0$
2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 3x + 4$ και περνά από το σημείο $A(0, -5)$.
3. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} 3x - 2\psi &= -9 \\ x + 5\psi &= 14 \end{aligned}$$
4. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{2x-1}{3-x} \leq 0$
5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{3x-1}{x-2}$.
6. Δίνεται η εξίσωση: $(2\lambda + 1)x^2 + \lambda x + \lambda - 3 = 0$. Να βρείτε τη τιμή του λ για να είναι οι ρίζες αντίστροφες.
7. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1-\eta\mu x} - \epsilon\phi x = \tau\epsilon\mu x$.
8. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 - \mu x + \mu = 0$. Να βρείτε την τιμή του μ για να έχει η εξίσωση ρίζες πραγματικές και ίσες.
9. Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{3}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\tau\epsilon\mu\omega - \epsilon\phi\omega}{\eta\mu\omega}$$

10. Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι $AB = 4$ cm, $B\Gamma = 3$ cm, $A\Gamma = 6$ cm, $\Delta E = 6$ cm και $AB \parallel \Delta E$.

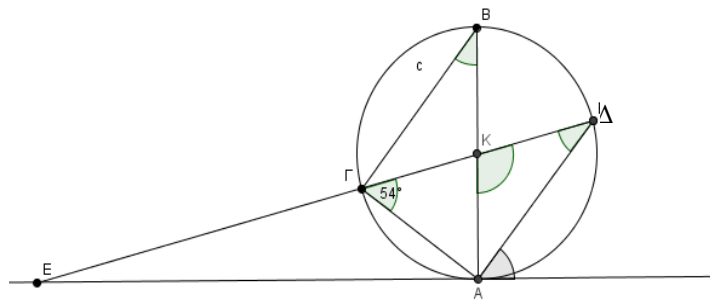
(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ είναι όμοια.

(β) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών $\Gamma\Delta$ και ΓE .



11. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $\psi = \sqrt{\chi^2 - 5\chi + 6}$.
12. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες το πιο κάτω σύστημα είναι αδύνατο.
- $$\begin{aligned}\lambda\chi + 3\psi &= 2 \\ 2\chi + (\lambda - 1)\psi &= 7\end{aligned}$$
13. Δίνεται η εξίσωση: $\chi^2 - 3\chi + 5 = 0$, με ρίζες χ_1, χ_2 . Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες: $\rho_1 = \frac{2}{\chi_1}, \rho_2 = \frac{2}{\chi_2}$.

14. Στο διπλανό σχήμα το σημείο Κ είναι το κέντρο του κύκλου και η ευθεία ΕΑ εφαπτομένη του. Αν ΑΒ και ΓΔ είναι διάμετροι του κύκλου και $\widehat{ΚΓΑ} = 54^\circ$, να υπολογίσετε τις σημειωμένες γωνίες: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{\Lambda}, \hat{K}$.

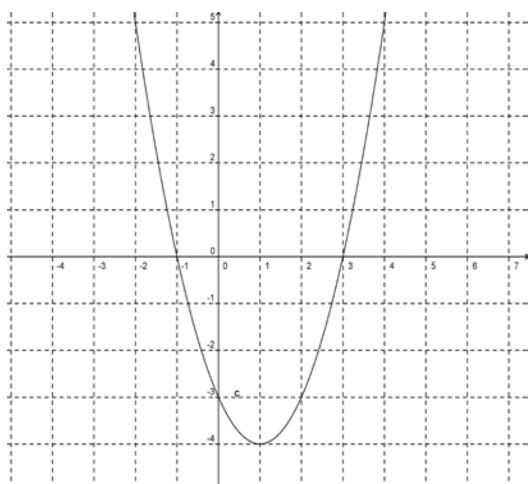


15. Να λύσετε το σύστημα:
- $$\begin{aligned}\chi^2 - \psi &= 3 \\ \chi - 2\psi &= 5\end{aligned}$$

ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = \alpha x^2 - \beta x + \gamma$ με $\alpha \neq 0$. Από τα στοιχεία του σχήματος να βρείτε:



- i Τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
- ii Το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $\alpha x^2 - \beta x + \gamma = 0$
- iii Το πρόσημο του α
- iv Την τιμή του γ
- v Το πεδίο τιμών της συνάρτησης
- vi Την τιμή του $f(2)$
- vii Το πρόσημο του $f(-2009)$
- viii Τον άξονα συμμετρίας
- ix Τις συντεταγμένες της κορυφής της καμπύλης
- x Τη λύση της ανίσωσης $f(x) < 0$

2. Να λύσετε την ανίσωση:

$$\frac{(2\chi^2 + 3)(\chi^2 - 3\chi + 2)(2\chi^2 - 3\chi + 1)}{(9 - \chi^2)} \geq 0$$

3. Δίνεται η εξίσωση $(\tau\epsilon\mu^2\omega - 1)\chi^2 - (2\tau\epsilon\mu\omega)\chi + 1 = 0$ με ρίζες χ_1 και χ_2 .

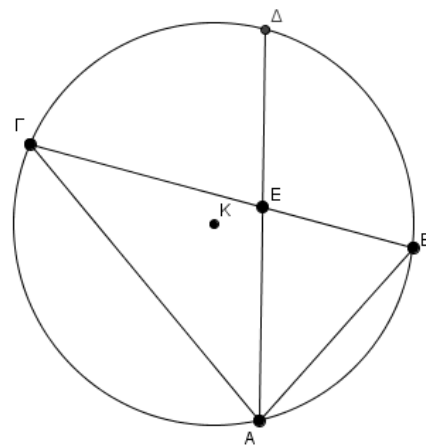
Να δείξετε ότι:

- i. η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για όλες τις τιμές του ω .
 - ii. $\chi_1 + \chi_2 = 2\sigma\phi\omega\sigma\tau\epsilon\mu\omega$
 - iii. $\chi_1 \cdot \chi_2 = \sigma\phi^2\omega$
 - iv. $\frac{1}{2\chi_1} + \frac{1}{2\chi_2} = \tau\epsilon\mu\omega$.
4. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με Α(1,3) και Β(3,-1). Να βρείτε:
- i. Την κλίση της πλευράς ΑΒ.
 - ii. Την εξίσωση της ΑΒ.
 - iii. Την εξίσωση της πλευράς ΑΔ του ορθογωνίου.
 - iv. Τις συντεταγμένες του Δ αν γνωρίζετε ότι βρίσκεται πάνω στον άξονα χ .
5. (α) Αν $\frac{\eta\mu 300^\circ \cdot \epsilon\phi 240^\circ + \eta\mu(-30^\circ)}{\eta\mu 135^\circ \cdot \tau\epsilon\mu 225^\circ} \cdot \eta\mu\theta = \sqrt{3}$ και $0^\circ < \hat{\theta} < 90^\circ$, να δείξετε χωρίς τη χρήση υπολογιστικής, ότι $\hat{\theta} = 60^\circ$.

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\phi\chi \cdot \sigma\upsilon\nu^2\chi}{\sigma\phi\chi - \sigma\upsilon\nu\chi} = 1 + \eta\mu\chi$

6. Τρίγωνο ΑΒΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (Ο, R) και Δ το μέσο του τόξου ΒΓ. Η ΑΔ τέμνει τη ΒΓ στο Ε. Να δείξετε ότι:

- (α) $(AB) \cdot (AG) = (AD) \cdot (AE)$
- (β) $(AB)^2 = (AD) \cdot (AE)$



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Κ. Χριστοφόρου
Χρ. Συρίμη - Σκίτσα
Κ. Χατζηδημητρίου
Γ. Αντωνίου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Κ. Χάμπα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2009

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ : Α΄ Ενιαίου

Ημερομηνία : 29/5/2009

Οδηγίες : 1. Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)

2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

3. Επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μη προγραμματιζόμενης μηχανής.

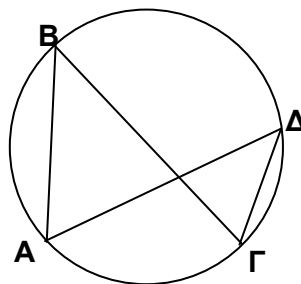
4. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **4 σελίδες**.**ΜΕΡΟΣ Α΄** Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $2x^2 + 5x - 3 = 0$

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γωνιά $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 42^\circ$. Να βρείτε τη γωνιά $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma}$.
Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



3. Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες $x_1 = 3$ και $x_2 = -2$.

4. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή.

(α) $\frac{6}{\sqrt{3}} =$

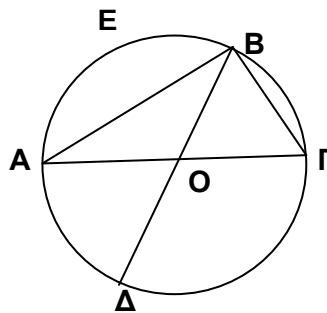
(β) $\frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} =$

5. Να κάνετε τις πράξεις: $\sqrt{48} - 3\sqrt{75} + 5\sqrt{12} =$
(Να φαίνονται όλες οι απαιτούμενες πράξεις)

6. Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου λ η εξίσωση : $x^2 - (3\lambda - 10)x + 2\lambda - 8 = 0$ έχει :
(α) μια ρίζα ίση με τον αριθμό -2
(β) ρίζες αντίθετες.

7. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\sigma\phi\theta + \epsilon\phi\theta = \sigma\epsilon\mu\theta \cdot \tau\epsilon\mu\theta$

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) και η γωνιά $\hat{A}\hat{B}\hat{D} = 36^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνιές $\hat{A}\hat{O}\hat{D}$, $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ και το τόξο AEB σε μοίρες.



9. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 5x + 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση να βρείτε:
(α) το είδος των ριζών της
(β) την τιμή της παράστασης $4x_1^2 \cdot x_2 + 4x_1 \cdot x_2^2 =$
10. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $\Sigma(-1, 3)$ και είναι κάθετη στην ευθεία $3x + 6y + 4 = 0$.
11. Να γίνει αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο και να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{\eta\mu 250^\circ \cdot \sigma\phi 225^\circ \cdot \eta\mu 390^\circ}{\epsilon\phi 135^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 120^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu 200^\circ} =$$

12. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης : $\psi = \sqrt{x^2 - 2x - 8}$

13. Να λύσετε το σύστημα:
- $$\begin{aligned} 2x + \psi &= 3 \\ \psi + 2\omega &= 5 \\ 3x + 2\psi - \omega &= 1 \end{aligned}$$

14. Αν το $\eta\mu\omega = -\frac{5}{13}$ με $270^\circ < \omega < 360^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{36\epsilon\phi\omega - 26\sigma\upsilon\nu\omega}{12\tau\epsilon\mu\omega} =$$

15. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{9x^2 - 1}{3x^2 - 10x + 3} =$

ΜΕΡΟΣ Β΄ Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες

1. Δίνεται η εξίσωση : $(\mu - 6)x^2 + (\mu - 3)x - 1 = 0$, $\mu \neq 6$

(α) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η εξίσωση έχει :

(i) ρίζες αντίστροφες.

(ii) ρίζες πραγματικές και ίσες.

(β) Αν x_1 , x_2 οι ρίζες της εξίσωσης να βρείτε για ποιες τιμές του μ ισχύει η ανίσωση :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > -2$$

2. (α) Να βρείτε την τιμή του λ , ($\lambda \neq \frac{1}{2}$ και $\lambda \neq -2$) ώστε οι ευθείες:

$$(\epsilon_1) : (2\lambda - 1)x + 3y = 4$$

$$(\epsilon_2) : y = (\lambda + 2)x + 5$$

να είναι παράλληλες.

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη των ευθειών (ϵ_1) , (ϵ_2) και

περνά από το σημείο τομής των ευθειών : $(\epsilon_3) \quad 3x + y = 1$

$$(\epsilon_4) \quad x + 2y = 2$$

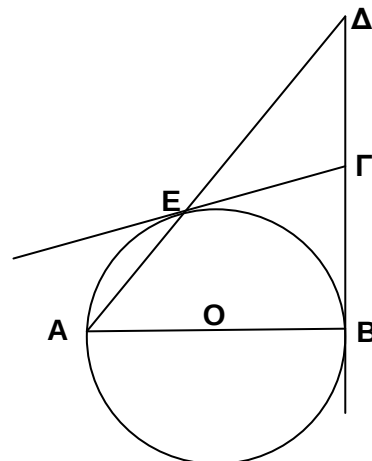
3. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\epsilon\phi\alpha \cdot \eta\mu^2\alpha + \frac{\sigma\phi\alpha}{1 + \sigma\phi^2\alpha} = \epsilon\phi\alpha$.

4. (α) Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{(x+1)(-x^2+3x-2)(x^2-3)-}{x^3-4x} \leq 0$

(β) Αφού γίνει αναγωγή στο πρώτο τεταρτημόριο να υπολογίσετε τη γωνιά θ

$$\text{αν} \quad \frac{\eta\mu(180^\circ - \theta)\eta\mu(360^\circ - \theta) - \eta\mu 3\theta}{\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)\sigma\upsilon\nu(360^\circ - \theta)} = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad \text{αν} \quad 0^\circ < \theta < 90^\circ.$$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) , AB διάμετρος και BD , EG εφαπτόμενες του κύκλου (B , E σημεία επαφής αντίστοιχα). Να δείξετε ότι το τρίγωνο $ED\Gamma$ είναι ισοσκελές.

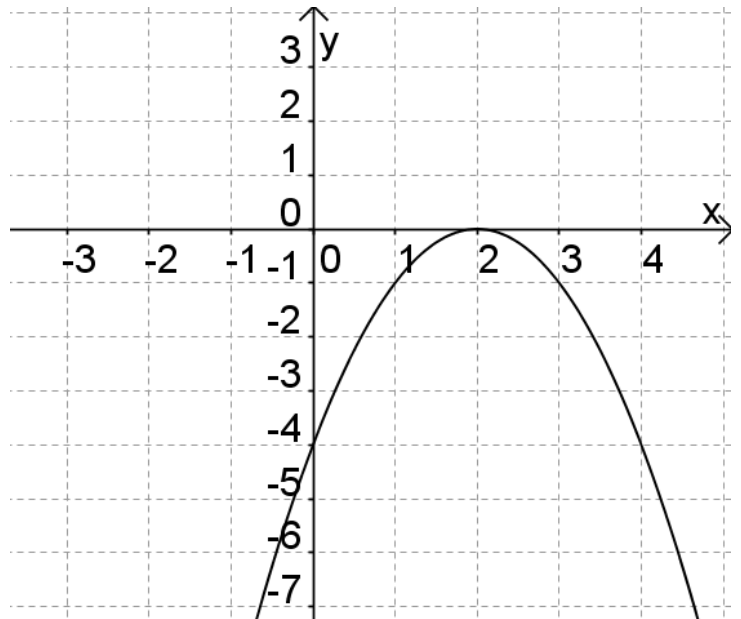


6. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (α) (i) το πρόσημο του a
(ii) τις ρίζες x_1 , x_2 της εξίσωσης
(iii) το πρόσημο της διακρίνουσας του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$ (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
(iv) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$.

- (β) (i) τις τιμές των a , b , γ .
(ii) τις τιμές των $f(1)$, $f(4)$, $f(10)$
(iii) τις λύσεις της ανίσωσης

$$ax^2 + bx + \gamma \leq 0$$



-ΤΕΛΟΣ-

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ: Αθηνά Λάντου

Δήμητρα Χαρή

Λουκία Ματθαίου

Μυρούλα Κύζα

Γιώργος Κώστα

Άγγελος Χ" Αγαθαγγέλου Β.Δ.

Συντονιστής Μαθηματικών

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Πρωτοπρεσβύτερος

Ευέλθων Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29 Μαΐου 2009
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ : 5

ΤΑΞΗ: Α΄ Ενιαίου
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες
ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ: 286

Οδηγίες: (α) Να γράφετε με μπλε μελάνι.
(β) Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
(δ) Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α΄ :

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 + 6x - 16 = 0$
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης : $f(x) = \frac{x+5}{x-3}$
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(2,-1)$ και έχει κλίση ίση με -3 .
4. Να βρείτε την εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες, $x_1 = -5$ και $x_2 = 8$.
5. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 3x + 1 = 0$, χωρίς να λυθεί να βρείτε:
 - α) το άθροισμα των ριζών της.
 - β) την τιμή του κ , αν $\frac{\kappa}{x_1} = 2x_2$.
6. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών $(\varepsilon_1): 2x - 3y = 7$ και $(\varepsilon_2): 5x - y = 11$.
7. Αν $\sin\theta = -\frac{5}{13}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης :
$$A = \frac{13\eta\mu\theta - 24\sigma\phi\theta}{15\varepsilon\phi\theta}.$$

8. Να βρείτε τις πραγματικές λύσεις της εξίσωσης : $4x^4 - 35x^2 - 9 = 0$.

9. Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + (\alpha + \beta)x + \beta = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει ρίζες ίσες ,
να αποδείξετε ότι $\alpha = \beta$.

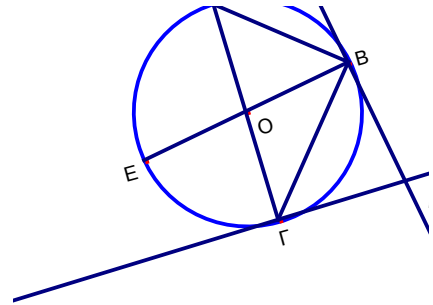
10. Να λύσετε την ανίσωση : $(x - 1)(x^2 - 9) \geq 0$.

11. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ΒΔ και ΔΓ
είναι εφαπτόμενες του κύκλου (Ο , ρ),
στα σημεία Β και Γ αντίστοιχα.

Αν η γωνία $\hat{ABZ} = 40^\circ$,

να υπολογίσετε τις γωνίες

$\hat{AGB}$, $\hat{ABG}$, $\hat{AOB}$, $\hat{BGD}$, $\hat{BDG}$ (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



12. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1 - (\eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x)^2}{\eta\mu x + \epsilon\phi x \sigma\upsilon\nu x} = \sigma\upsilon\nu x$

13. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ.

Προεκτείνουμε τη διαγώνιο ΒΔ και προς τα δύο μέρη ώστε $BE = \Delta Z$.

Να δείξετε ότι το ΑΕΓΖ είναι ρόμβος.

14. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sigma\upsilon\nu(-\omega)\eta\mu(90^\circ + \omega) - \eta\mu(180^\circ + \omega)\sigma\upsilon\nu(270^\circ + \omega)}{\epsilon\phi(180^\circ - \omega)\sigma\phi(90^\circ + \omega) + \sigma\tau\epsilon\mu(90^\circ - \omega)\tau\epsilon\mu(180^\circ - \omega)} = -1$

15. Οι αριθμοί α και β είναι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - \alpha x - \beta = 0$, $\alpha, \beta \neq 0$.

Να υπολογίσετε τα α και β.

ΜΕΡΟΣ Β΄ :

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η εξίσωση $(2\lambda - 1)x^2 - \lambda x + 2 = 0$, με $\lambda \neq \frac{1}{2}$.

Να βρείτε την τιμή του λ έτσι ώστε:

α) ο αριθμός 2 να είναι ρίζα της εξίσωσης,

β) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες,

γ) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες,

δ) να έχει άθροισμα ίσο με το τριπλάσιο του γινομένου αυξημένο κατά 2,

ε) οι ρίζες της εξίσωσης να επαληθεύουν την σχέση $3x_1x_2^2 - 5x_1 - 5x_2 + 3x_1^2x_2 = 1$.

2. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Έστω ΑΔ και ΑΚ οι διχοτόμοι της εσωτερικής και της εξωτερικής γωνιάς $\hat{A}$ αντίστοιχα. Φέρομε τις $BE \perp AD$ και $BZ \perp AK$.

Να αποδείξετε ότι:

α) το τετράπλευρο ΑΕΒΖ είναι ορθογώνιο,

β) η ΖΕ είναι παράλληλη στην ΑΓ,

γ) η ΖΕ αν προεκταθεί διέρχεται από το μέσο Μ της ΒΓ,

δ) $ZM = \frac{AB + AG}{2}$.

3. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - 2x + 1 - \varepsilon\varphi^2\theta = 0$ (1) με $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει δυο ρίζες πραγματικές και άνισες.

β) Να δείξετε ότι $x_1^2 + x_2^2 = \frac{2}{\sin^2\theta}$, αν x_1, x_2 ρίζες της εξίσωσης (1).

γ) Να υπολογίσετε την γωνία θ αν $x_1^2 + x_2^2 = 4$.

4. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0.$$

Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:

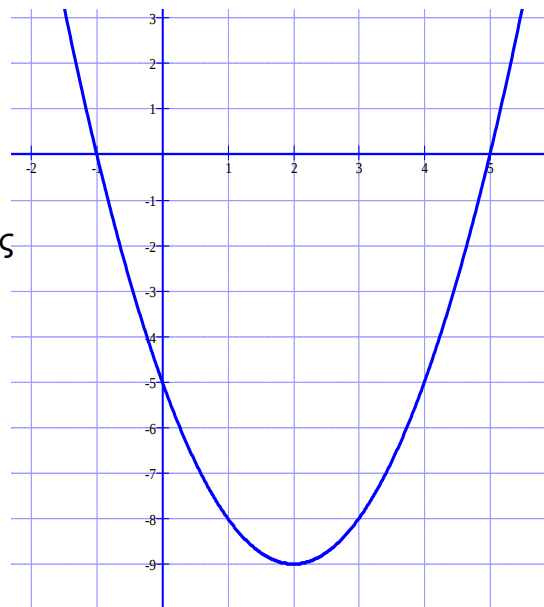
α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης

β) τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της

γ) τα πρόσημα των a και Δ

δ) τις τιμές των a , b και γ

ε) τις τιμές του x ώστε $f(x) \geq 0$.



5. Δίνονται τα σημεία $A(6, 2\sqrt{3})$, $B(0,0)$, $\Gamma(8,0)$.

α) Να σημειώσετε τα σημεία A,B και Γ σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων και

να βρείτε τις κλίσεις των ευθειών AB και ΑΓ. ($2\sqrt{3} \approx 3.5$)

β) Να δείξετε ότι οι γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{B}$ του τριγώνου ABΓ είναι 90° και 30° αντίστοιχα.

γ) Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών ΒΓ και ΑΓ του τριγώνου.

δ) Τα σημεία A, B, και Γ είναι σημεία περιφέρειας κύκλου.

Να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

ε) Αν από το Γ φέρουμε εφαπτομένη του κύκλου που τέμνει την AB στο E,

να δείξετε ότι $(GE)^2 = (AE) \cdot (EB)$.

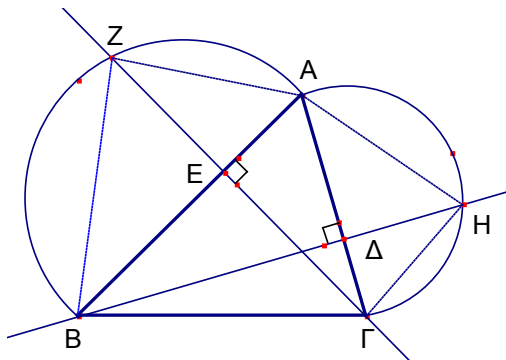
6. Στο παρακάτω σχήμα τα ύψη ΓΕ και ΒΔ του τριγώνου ΑΒΓ τέμνουν τα ημικύκλια με διαμέτρους ΑΒ και ΑΓ στα σημεία Ζ και Η αντίστοιχα .

Να αποδείξετε ότι:

α) $(AZ)^2 = (AB) \cdot (AE)$ και $(AH)^2 = (AG) \cdot (AD)$

β) $(AD) \cdot (AG) = (AE) \cdot (AB)$

γ) $AZ=AH$, (με την βοήθεια των πιο πάνω ή με άλλο τρόπο).



Οι Εισηγητές

Η Συντονίστρια

Ο Διευθυντής

.....
Χριστοδούλου Άντρη

.....
Αρσιώτης Παύλος

.....
Αλεξάνδρου Μάριος

.....
Χρίστου Χρίστια

.....
Ευριπίδου Γιώργος

.....
Νέρουππος Μάριος

.....
Χρίστου Γιάννης

.....
Σωφρονίου Ιφιγένεια

.....
Κυριακίδου Ανδριάννα

.....
Κίρλαππος Ανδρέας



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

Μάθημα:	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	Τάξη:	A'
Χρόνος:	2 ώρες και 30 λεπτά	Ημερομηνία:	04 - 06 - 2009

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **5** σελίδες.

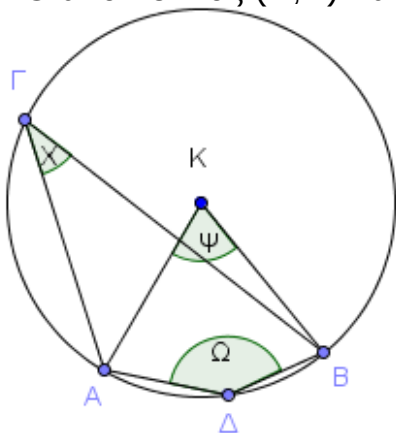
ΟΔΗΓΙΕΣ: α) **Επιτρέπεται** η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφεται **μόνο με πέννα μπλε ή μαύρη** (τα σχήματα με μολύβι).
γ) **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ A' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 + 7x + 3 = 0$.

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{3x+5}{x-7}$.

3. Δίνεται ο κύκλος (Κ, R) και τόξο $\widehat{AB} = 70^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες χ , ψ , Ω .



4. Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

5. Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες $x_1 = 2$ $x_2 = -3$

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $(-3,5)$ και σχηματίζει γωνία 45° με το θετικό ημιάξονα των x .

7. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ x^2 - 3y^2 = 22 \end{cases}$$

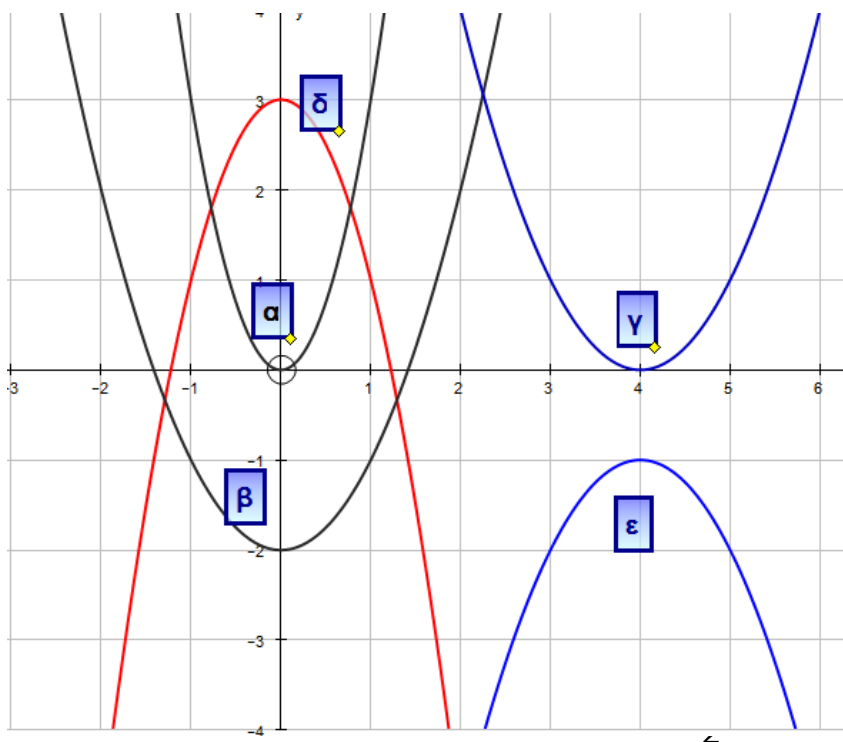
8. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{8}{17}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{34\sigma\upsilon\nu\theta - 32\sigma\tau\epsilon\mu\theta + 15\epsilon\phi\theta}{8\sigma\phi\theta}$$

9. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{3x^2 - 8x - 3}{x^2 - 9}$

10. Να λύσετε την ανίσωση : $(2-x)(x^2+16)(x^2-5x+6) \leq 0$.

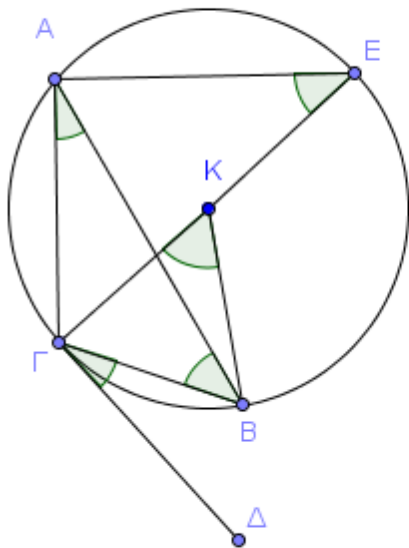
11. Στο πιο κάτω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις 5 παραβολών. Να αντιστοιχίσετε κάθε παραβολή της στήλης Α με τον αντίστοιχο αλγεβρικό τύπο της στήλης Β.



A	B
α	1) $\psi = -2\chi^2 + 3$
β	2) $\psi = -(x-4)^2 - 1$
γ	3) $\psi = x^2 - 2$
δ	4) $\psi = 3x^2$
ϵ	5) $\psi = (\chi-4)^2$

12. Δίνεται κύκλος (Κ,Ρ) . Αν ΓΔ εφαπτομένη του κύκλου,
 $\widehat{BK\Gamma} = 80^\circ$ και το τόξο ΑΕΒ είναι τριπλάσιο από το τόξο ΑΓ .

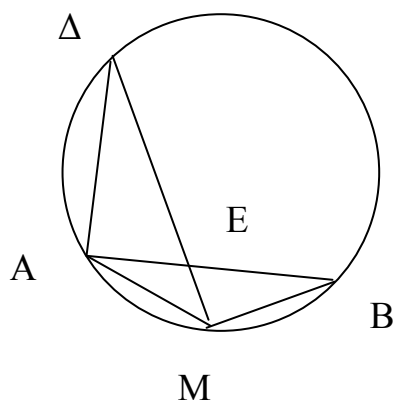
- α) Να βρείτε τις γωνίες $\widehat{B\Gamma\Delta}$ και $\widehat{\Gamma\hat{A}B}$
 β) Να δείξετε ότι οι γωνίες $\widehat{A\hat{E}\Gamma}$ και $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$ είναι ίσες
 και να βρείτε το μέτρο τους.



13. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\eta\mu\theta}{1-\sigma\phi\theta} + \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\epsilon\phi\theta} = \eta\mu\theta + \sigma\upsilon\nu\theta$

14. Να δείξετε ότι η ευθεία $\epsilon_1 : 4x + 3y = 8$ είναι κάθετη στην ευθεία ϵ_2 που περνά από τα σημεία (6,-5) και (2,-8).

15.



Δεδομένα	Ζητούμενα
Μ μέσο του ΑΒ	α) $\triangle AMB$ ισοσκελές
	β) $\triangle AME \approx \triangle MAE$
	γ) $(AM)^2 = (\Delta M)(EM)$

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \alpha \neq 0$.

Από την γραφική παράσταση να βρείτε :

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της ,

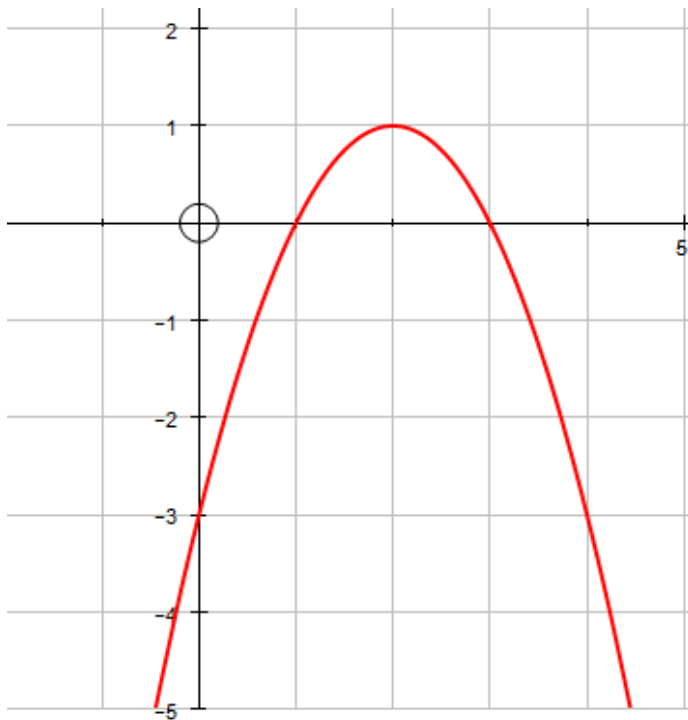
β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας ,

γ) τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$,

δ) το πρόσημο του α , τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου και να το χαρακτηρίσετε,

ε) τις τιμές των α, β, γ και

στ) τις λύσεις της ανίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma < 0$.



2. Δίνεται : $\frac{\sin(270^\circ + \theta) \cdot \eta\mu(180^\circ - \theta)}{\sin(90^\circ + \theta) \cdot \sigma\phi(90^\circ + \theta)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ και $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

α) Να βρείτε τη γωνία θ

β) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu\omega \cdot \sigma\phi\omega - \sin^3\omega}{\sin\omega \cdot \epsilon\phi\omega - \eta\mu^3\omega} = \epsilon\phi\omega$

3. Δίνεται η εξίσωση : $(\mu+1) \cdot \chi^2 + (\mu+3) \cdot \chi + 3 - \mu = 0$, $\mu \neq -1$

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει :

α) δύο ρίζες πραγματικές

β) ρίζες αντίθετες

γ) ρίζες αντίστροφες

δ) ρίζα τον αριθμό -3.

4. Δίνονται τα σημεία $A(0,4)$, $B(-3,-2)$.

α) Να βρείτε την κλίση και την εξίσωση της ευθείας ε που είναι κάθετη στην AB στο σημείο A .

β) Το σημείο Γ είναι το σημείο τομής της ε και της ευθείας $y-2x+6=0$. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ .

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $\Gamma(4,2)$ και είναι κάθετη στον άξονα των x .

5. α) Δίνεται η εξίσωση : $x^2 - (\mu+1)x + \mu - 2 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

Να βρείτε την τιμή του $\mu \in R$, έτσι ώστε να ισχύει η σχέση:

$$2x_1 - x_1^2 x_2^2 + 2x_2 = -9.$$

β) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(\chi^2 - 3\chi + 2) \cdot (\chi^2 - 1)}{(\chi^2 + 1) \cdot (\chi + 2)} \leq 0$

6. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $B\Gamma$ και E τυχόν σημείο του. Σε σημείο Δ της $B\Gamma$ να φέρετε κάθετη πάνω στη $B\Gamma$ που τέμνει τη BE στο H , το ημικύκλιο στο M και τη GE στο A . Να δείξετε ότι:

$$(\alpha) \overset{\Delta}{E}B\overset{\Delta}{\Gamma} \approx \overset{\Delta}{\Delta}A\overset{\Delta}{\Gamma} \quad (\beta) (A\Delta)(\Delta H) = (\Delta\Gamma)(\Delta B)$$

Ο Διευθυντής

Σωτήρης Σεργίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 26 Μαΐου 2009

ΤΑΞΗ : Α' Ενιαίου Λυκείου

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30' ώρες

ΠΕΡΙΟΔΟΣ-ΩΡΑ: 7.45' - 10.15'

Οδηγίες: (α)Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 (β)Να γράφετε με μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
 (γ)Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

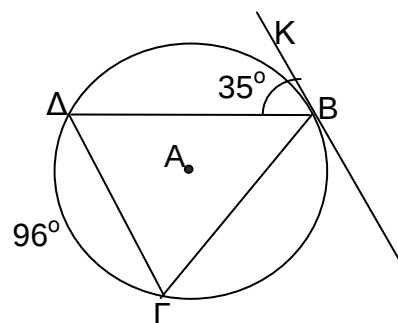
ΜΕΡΟΣ Α

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

- (1) Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 7x + 5 = 0$.
- (2) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 6x - 4 = 0$. Να βρείτε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης.
- (3) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(1, -2)$ και έχει κλίση ίση με 4.
- (4) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $x_1 = -1$ και $x_2 = 3$.
- (5) Να λύσετε την ανίσωση $(2x - 1)(x + 3) \geq 0$.

- (6) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{5}{x - 1}$

- (7) Στο διπλανό σχήμα δίνονται το τόξο $\Delta\Gamma = 96^\circ$, η εφαπτομένη ΒΚ του κύκλου στο Β και η γωνία $\Delta BK = 35^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\Delta\Gamma B$.



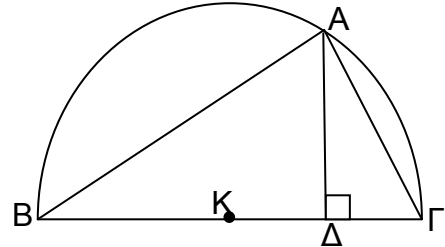
- (8) Να βρεθεί η τιμή του μ ώστε οι ευθείες $y = \left(\frac{1 - \mu}{12}\right)x + 8$ και $y = \left(\frac{\mu + 1}{2}\right)x - 6$ να είναι κάθετες.

- (9) Να δείξετε ότι: $1 - \frac{\eta\mu^2\alpha}{1 + \sigma\upsilon\eta\alpha} = \sigma\upsilon\eta\alpha$.

- (10) Από την κορυφή Α ρόμβου ΑΒΓΔ φέρνουμε ευθεία ε η οποία τέμνει τις ΒΓ στο Ε, και την προέκταση της ΔΓ στο Ζ. Να δείξετε ότι $(BE) \cdot (\Delta Z) = (AB) \cdot (A\Delta)$.

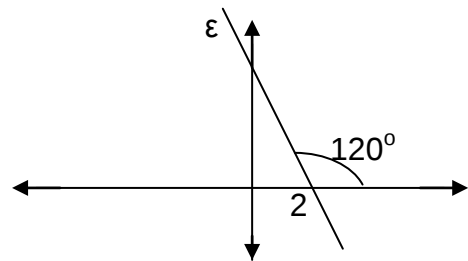
(11) Να δείξετε ότι $\frac{\varepsilon\varphi(180^\circ + \theta) \cdot \varepsilon\varphi(90^\circ - \theta)}{\sigma\varphi(180^\circ - \theta) \cdot \varepsilon\varphi(-\theta)} = 1$.

- (12) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο ΒΓ (Κ το μέσο της ΒΓ) και η ΑΔ κάθετη στη ΓΒ. Να δείξετε ότι $(AB)^2 = (BG) \cdot (\Delta B)$.

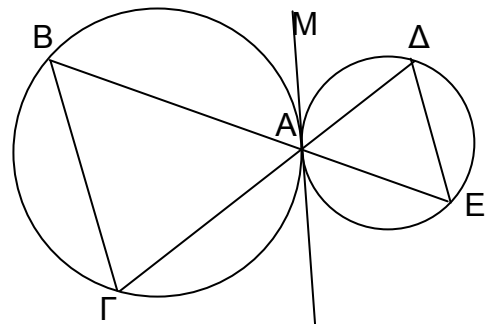


- (13) Να βρείτε τις τιμές του κ ώστε η εξίσωση $(\kappa - 1)x^2 - 2(\kappa - 1)x - \kappa = 0$ ($\kappa \neq 1$), να έχει μη πραγματικές ρίζες.

- (14) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) του διπλανού σχήματος.



- (15) Στο διπλανό σχήμα δύο κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο Α και δύο ευθείες που διέρχονται από το Α τέμνουν τον ένα κύκλο στα σημεία Β και Γ και τον άλλο στα σημεία Δ και Ε. Η ΜΑ είναι η κοινή εφαπτομένη των κύκλων στο Α. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι όμοια.



ΜΕΡΟΣ Β

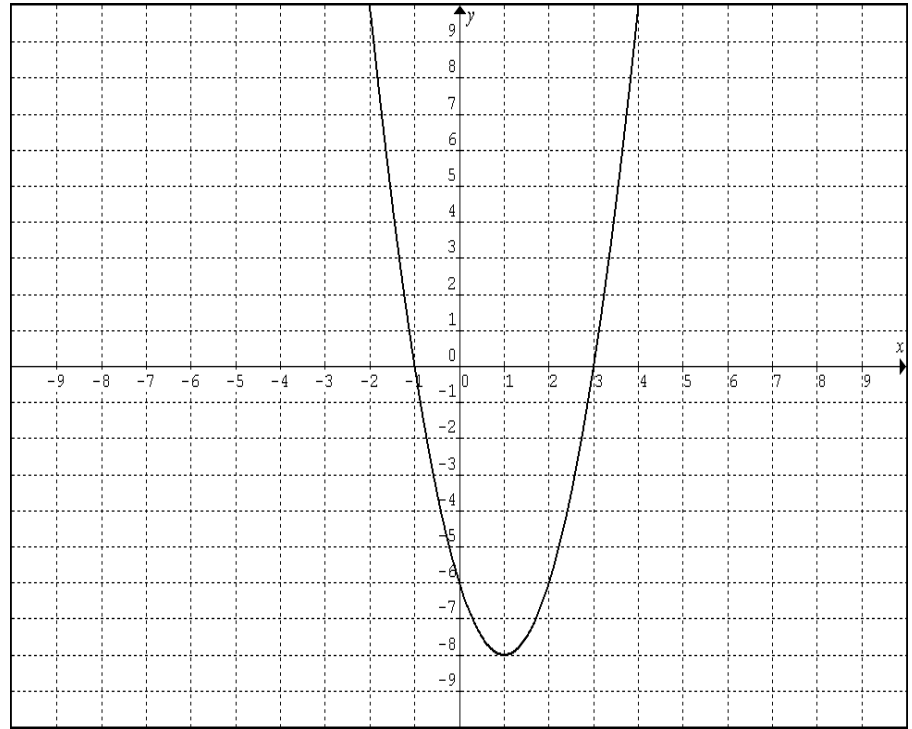
Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

(1) Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{(x^2 + x - 6) \cdot (2x^2 + x + 1)}{(x - 1)^2} \leq 0$

- (2) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(1,0), Β(2,-4) και Γ(-5,-2). Να βρείτε τις συντεταγμένες σημείου Ν ώστε το ΑΝΒΓ να είναι παραλληλόγραμμο.

(3) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax^2 + \beta x + \gamma$. Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε:

- (α) πεδίο ορισμού
- (β) πεδίο τιμών
- (γ) το πρόσημο του α
- (δ) το είδος των ριζών της εξίσωσης $f(x)=0$.
- (ε) τις τιμές του x για τις οποίες η $f(x) \leq 0$
- (στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (ζ) την ελάχιστη τιμή της $f(x)$
- (η) τη τιμή του γ
- (θ) τις τιμές των α και β
- (ι) την τιμή της παράστασης $\frac{f(-1) \cdot f(3)}{f(1)}$



(4) (α) Για ποια τιμή του λ η εξίσωση $2x^2 + 4x + 3\lambda - 1 = 0$ έχει ρίζες x_1, x_2 που ικανοποιούν

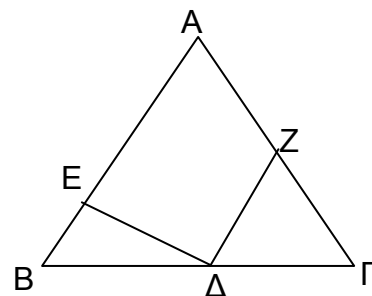
την σχέση $\frac{1}{2x_1 - 1} + \frac{1}{2x_2 - 1} = \frac{2}{3}$.

- (β) Για ποιες τιμές του κ η εξίσωση $x^2 - 2(\kappa - 1)x + \kappa^2 - 15 = 0$ έχει ρίζες:
- (i) αντίθετες και (ii) αντίστροφες.

(5) (α) Αν $\eta\mu(\pi + \omega) = -\frac{12}{15}$ και $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$, να βρείτε το $\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)$

(β) Να δείξετε ότι : $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1 - \eta\mu\theta} - \tau\epsilon\mu\theta \cdot (1 - \eta\mu\theta) = 2\epsilon\phi\theta$.

(6) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB=ΑΓ), όπου Δ είναι το μέσο της βάσης του τριγώνου. Τα Ε, Ζ είναι σημεία των πλευρών ΑΒ, ΑΓ αντίστοιχα, έτσι ώστε να ισχύει $(EB) \cdot (Z\Gamma) = (\Delta\Gamma)^2$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΔΒΕ και ΖΓΔ είναι όμοια.



Η Διευθύντρια

(Νίκη Παπαπέτρου)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

HMEPOMHNIA: 25/05/2009

TAEH: A' ENIAIO

ΧΡΟΝΟΣ : $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ

Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής που φέρει σφραγίδα του σχολείου.

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 10\chi + 3 = 0$
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{\chi + 3}{\chi - 1}$
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ) που περνά από το σημείο $A(-2, 3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία (ϵ_1): $\psi = 2\chi - 3$
4. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες: $\chi_1 = 3$ και $\chi_2 = -4$.
5. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{6}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}}$
6. Να λύσετε την εξίσωση: $\chi^4 - 8\chi^2 - 9 = 0$
7. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3\chi^2 - 6\chi + 9 = 0$, να υπολογίσετε (χωρίς να λύσετε την εξίσωση) τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

(α) $\chi_1 + \chi_2$

(β) $\chi_1 \cdot \chi_2$

(γ) $(2\chi_1 + 3)(2\chi_2 + 3)$

(δ) $\frac{1}{\chi_1} + \frac{1}{\chi_2}$

8. Αν $\eta\mu\theta = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της

παράστασης : $A = \frac{\varepsilon\phi\theta - \sigma\upsilon\nu\theta}{\tau\epsilon\mu\theta + \sigma\tau\epsilon\mu\theta}$

9. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα : $\frac{\sigma\upsilon\nu^3\chi}{\eta\mu\chi} + \frac{\varepsilon\phi\chi}{1 + \varepsilon\phi^2\chi} = \sigma\phi\chi$

10. Να απλοποιήσετε το κλάσμα : $\frac{2\chi^2 - 5\chi + 2}{\chi^2 - 4\chi + 4}$

11. Να αποδείξετε την ισότητα : $\frac{\eta\mu 200^\circ \cdot \varepsilon\phi 190^\circ \cdot \eta\mu 300^\circ}{\sigma\upsilon\nu 110^\circ \cdot \sigma\phi 100^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

12. Να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} 3\chi + \psi = 7 \\ \chi^2 + \chi\psi = 3 \end{cases}$

13. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{(3-\chi) \cdot (\chi^2 - 5\chi + 6) \cdot (\chi^2 + \chi + 1)}{\chi - 1} \geq 0$

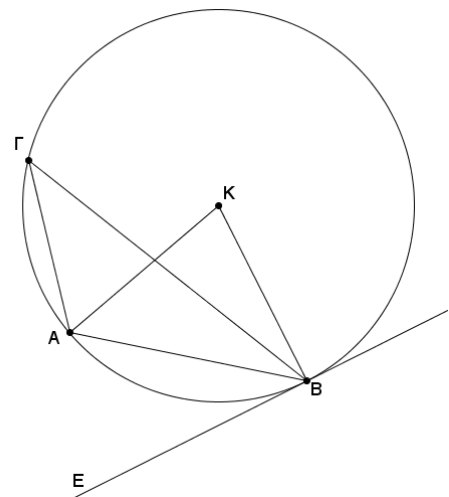
14. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ . Από τυχόν σημείο Ε της ΓΔ φέρουμε ΕΗ κάθετη στη διαγώνιο ΒΔ . Να αποδείξετε ότι :
(ΗΔ)·(ΓΒ) = (ΓΔ)·(ΗΕ)

15. Δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα ΚΑ .

Το τόξο $\widehat{AB} = 78^\circ$ και ΒΕ
εφαπτομένη του κύκλου (Β σημείο επαφής).

Να υπολογίσετε τις γωνίες :

$\hat{KAB}$, $\hat{AGB}$, $\hat{ABE}$



ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4 .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση : $(\lambda - 1)\chi^2 - (\lambda + 1)\chi + 2\lambda = 0$, $\lambda \neq 1$

Να υπολογίσετε το λ , ώστε :

α) Η εξίσωση να έχει ρίζα τον αριθμό -1

β) Οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίθετες.

γ) Οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίστροφες.

δ) Οι ρίζες χ_1 , χ_2 της εξίσωσης να ικανοποιούν τη σχέση $\frac{1}{\chi_1} + \frac{1}{\chi_2} > 1$

2. Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ με Α(7 , -2) , Β(-2 , -1) και Γ (4 , 5)

Να βρείτε :

α) Τις κλίσεις των πλευρών ΑΒ και ΒΓ

β) Την εξίσωση της πλευράς ΒΓ

γ) Την εξίσωση του ύψους ΑΔ

δ) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ

3. Δίνεται η γραφική παράσταση της

συνάρτησης $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$, $\alpha \neq 0$

Να βρείτε :

α) Τις ρίζες της εξίσωσης: $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$

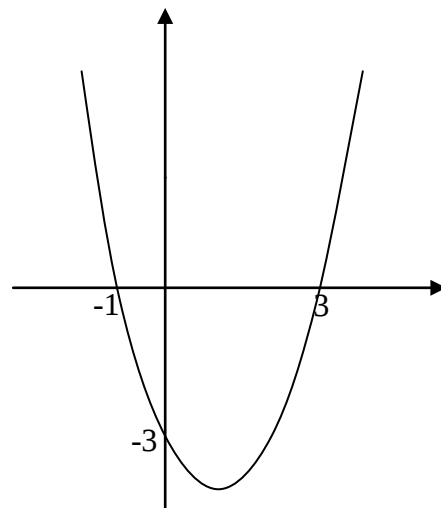
β) Για ποιες τιμές του χ ισχύει $f(\chi) = -3$

γ) Τις τιμές των α , β και γ .

δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας .

ε) Τις συντεταγμένες του ελάχιστου σημείου της καμπύλης.

στ) Το πεδίο τιμών της $f(\chi)$.



4. (α) Να βρείτε την τιμή του α , ώστε οι ευθείες

$\epsilon_1: (2\alpha + 1)\chi + \alpha\psi + 5 = 0$ και $\epsilon_2: \psi = -\alpha\chi - 3$ να είναι κάθετες.

(β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση :

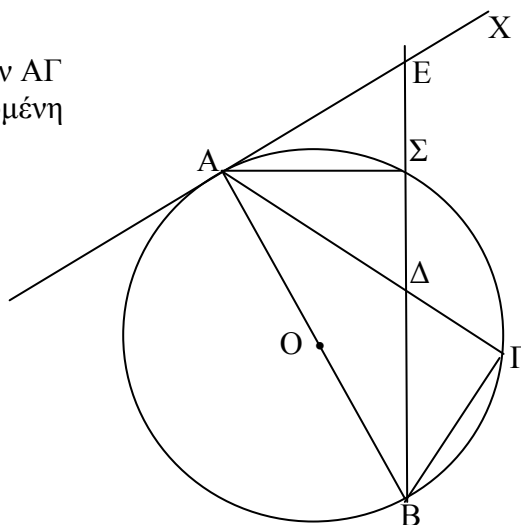
$$\eta\mu^2\theta \cdot \chi^2 - 2\epsilon\phi\theta \cdot \chi + \sigma\tau\epsilon\mu^2\theta \cdot \tau\epsilon\mu^2\theta = 0 , \quad \theta \neq \frac{\kappa\pi}{2} , \kappa \in \mathbb{Z}$$

δεν έχει πραγματικές ρίζες.

5. Στο διπλανό σχήμα η ΑΒ είναι διάμετρος του κύκλου (Ο , R) και η ΑΧ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο Α. Η διχοτόμος της γωνίας ΑΒΓ τέμνει την ΑΓ στο Δ , τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο Ε. Να δείξετε ότι :

α) Η ΑΣ είναι διχοτόμος της γωνίας ΕΑΔ

β) $(ΓΒ) \cdot (ΣΕ) = (ΓΔ) \cdot (ΣΑ)$



6. α) Αν χ_1 , χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\chi^2 + 5\chi + 3 = 0$, να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \chi_1^2$ και $\rho_2 = \chi_2^2$.

β) Να υπολογίσετε τη γωνία θ , αν ισχύει:

$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \epsilon\varphi(180^\circ + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\theta)}{\sigma\varphi(90^\circ - \theta) \cdot \eta\mu(360^\circ + \theta)} = -\frac{1}{2} \quad \text{και} \quad 0^\circ < \theta < 180^\circ$$

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ:

Α. Φωτίου
Μ. Κελίρη
Κ. Σταματόπουλος
Γ. Αδάμου

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Χ. Καραμανώλης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΔΕΥΤΕΡΑ 01/06/2009

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

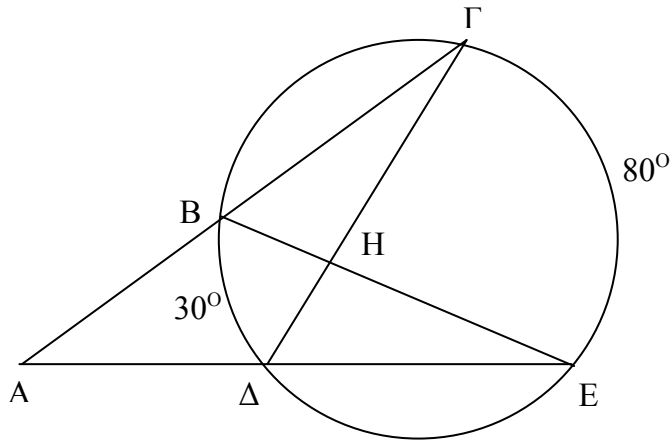
ΜΕΡΟΣ Α

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

- (1) Να λύσετε την εξίσωση $5x^2 + 8x - 4 = 0$.
- (2) Να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \sqrt[5]{4x^4} \cdot \sqrt[5]{8x^6}$.
- (3) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες $x_1 = 4$ και $x_2 = -\frac{1}{2}$.
- (4) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο κάτω συναρτήσεων: (α) $y = \frac{x+4}{x}$ και (β) $y = \frac{x}{\sqrt{x-5}}$.
- (5) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0, 2)$ και είναι κάθετη με την ευθεία $y = 4x - 5$.
- (6) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2 - 9x - 5}{x^2 - 25}$.
- (7) Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η εξίσωση $2x^2 - (2 + \mu)x + 3\mu = 0$
(α) να έχει ρίζες αντίθετες
(β) να έχει ρίζες αντίστροφες.
- (8) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x^2 - x - 12) \cdot (x^2 - 9)}{5 - x} \leq 0$.
- (9) Να υπολογίσετε τις τιμές του λ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: x + 2y = 7$ και $\varepsilon_2: (\lambda^2 - 7)x + 4y = 3$ να είναι παράλληλες.
- (10) Αν $\varepsilon\varphi\omega = -\frac{3}{4}$ όπου $270^\circ < \omega < 360^\circ$, να υπολογίσετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, την τιμή της παράστασης $A = \frac{5\eta\mu\omega - \sigma\varphi\omega}{\tau\epsilon\mu\omega}$.

(11) Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2x - y + 3\omega = 18 \\ x + y - 2\omega = -9 \\ x - 2y + \omega = 15 \end{cases}.$$

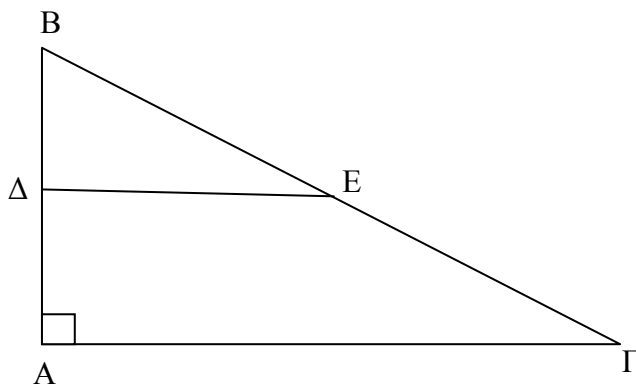
- (12) Αν το τόξο $\widehat{\Gamma\text{E}} = 80^\circ$ και το τόξο $\widehat{\text{B}\Delta} = 30^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\Gamma\text{B}\text{E}}$, $\widehat{\text{B}\text{E}\Delta}$, $\widehat{\text{A}\text{B}\text{E}}$, $\widehat{\Gamma\text{A}\text{E}}$ και $\widehat{\text{E}\text{H}\Gamma}$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



(13) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\displaystyle \sin^2 x - \frac{\eta\mu^2 x}{1 + \epsilon\phi^2 x} = \sin^4 x$.

- (14) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\widehat{\text{A}}\text{B}\Gamma$ με $\widehat{\text{A}} = 90^\circ$, $\widehat{\text{B}} = 60^\circ$ και $\text{B}\Gamma = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.
Αν E μέσο της $\text{B}\Gamma$ και $\Delta\text{E} \parallel \text{A}\Gamma$,

- (α) να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $\widehat{\text{A}}\text{B}\Gamma$
(β) να δείξετε ότι ισχύει η σχέση $(\Delta\text{E}) \cdot (\text{A}\text{B}) = (\text{A}\Gamma) \cdot (\Delta\text{B})$



- (15) Αν η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ $\alpha \neq 0$, έχει ρίζες πραγματικές, να δείξετε ότι η εξίσωση $ax^2 - (2\beta + 3\alpha)x + \gamma + 3\beta = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

ΜΕΡΟΣ Β

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

(1) (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{3x-2}{x-4}$.

(β) Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x^2-3y^2=50 \end{cases}$.

(2) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$. Από το σχήμα, να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας ή δείχνοντας την πορεία εργασίας σας:

(α) το πεδίο τιμών

(β) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας της εξίσωσης $f(x) = 0$

(γ) την τιμή του γ

(δ) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$

(ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

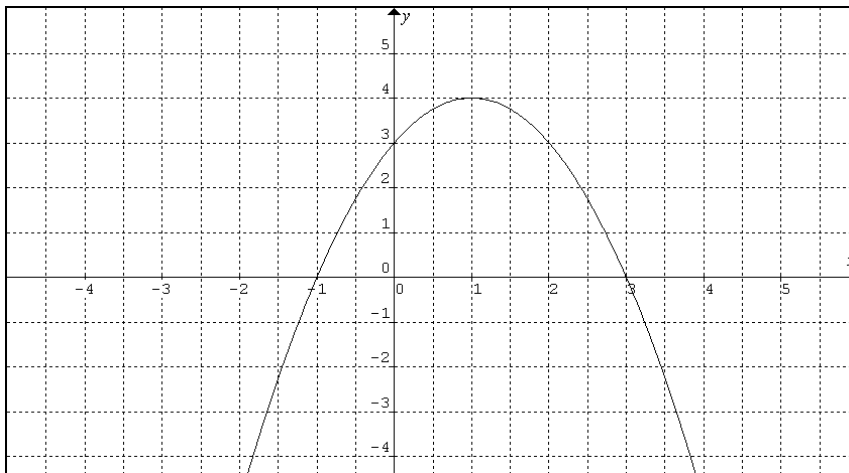
(ζ) τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου και να το χαρακτηρίσετε

(η) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$

(θ) τις τιμές των S και P

(ι) την τιμή της παράστασης $\frac{\gamma-2\beta}{\alpha}$

(κ) την εξίσωση της παραβολής.



(3) Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + x - 2 = 0$ όπου x_1, x_2 οι ρίζες της. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε:

(α) το είδος των ριζών της

(β) το πρόσημο των ριζών της

(γ) την τιμή της παράστασης $K = 6x_1 - 3x_1x_2 + 6x_2$

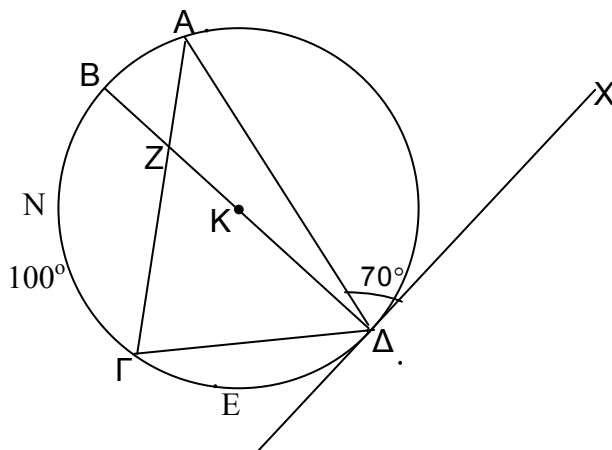
(δ) την τιμή της παράστασης $Z = \frac{3}{x_1^2} + \frac{3}{x_2^2} - 5$

(ε) τις τιμές της παραμέτρου μ για να ισχύει η σχέση $(2-x_1) \cdot (2-x_2) + \mu^2 \leq 5$.

(4) (α) Δίνεται η σχέση $\frac{\eta\mu(180^\circ + \omega) \cdot \epsilon\phi(90^\circ + \omega) \cdot \tau\epsilon\mu(-\omega)}{\sigma\phi(270^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)} = -2$ όπου $90^\circ < \omega < 180^\circ$. Να υπολογίσετε την τιμή της γωνίας ω .

(β) Δίνεται η εξίσωση $(\sigma\upsilon\nu^2\theta) x^2 - (\eta\mu^2\theta) x - 1 = 0$ όπου $0^\circ < \theta < 90^\circ$ και x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{2}{x_1}$ και $\rho_2 = \frac{2}{x_2}$.

(5) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο $B\Delta$. Αν η ευθεία ΔX είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Δ , η γωνία $\hat{A}\hat{\Delta}X = 70^\circ$ και το τόξο $\widehat{\Gamma N B} = 100^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\Delta}\hat{\Gamma}Z$, $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma}$, και το τόξο $\widehat{\Delta E \Gamma}$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



(6) Δίνονται οι κορυφές τετραπλεύρου $A(-2, 3)$, $B(4, 5)$, $\Gamma(3, 8)$ και $\Delta(a, 5)$. Να απαντήσετε στα πιο κάτω ερωτήματα:

(α) Να βρείτε την εξίσωση των ευθειών AB και $B\Gamma$.

(β) Αν στο τετράπλευρο $AB \parallel \Gamma\Delta$, να υπολογίσετε την τιμή του a .

(γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου $B\Delta$.

(δ) Αν η ευθεία $2x - 5y + 15 = 0$ τέμνει την ευθεία AB του τετραπλεύρου, να βρεθεί το σημείο τομής τους.

Η Διευθύντρια

Γκλόρια Σέπου