

ΒΦΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΛΕΜΕΣΟΥ
"ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΑΥΞΕΝΤΙΟΥ"

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2009-2010

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΛΑΔΟΣ: ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ: 43

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ: ΟΛΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2010

ΤΜΗΜΑΤΑ: ΘΠ1, ΘΗ1

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 7:45 π.μ.

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ: Αναστασίου Ευθυμία

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού: 2,5 ώρες (150 λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό.
2. Επιτρέπεται η χρήση μολυβιού στα σχήματα και στις γραφικές παραστάσεις
3. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α': (Μονάδες 12)**Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 12 .****Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.**

1. Να λύσετε την εξίσωση : $2c^2 + 3c - 2 = 0$.
2. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:
 α) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ β) $\frac{5}{\sqrt{8}+3}$
3. Να λύσετε τους πιο κάτω τύπους ως προς το γράμμα που βρίσκεται μέσα στην παρένθεση:
 α) $Q = \text{cm}(q_2 - q_1) \quad (q_2)$ β) $g\phi = ab + d \quad (b)$
4. Να βρείτε την τιμή του k ώστε η εξίσωση $(2k - 1)c^2 - (k + 2)c - 1 = 0 \quad (k \neq \frac{1}{2})$ να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
5. Αν $hnc = -\frac{12}{13}$ και $180^\circ < c < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
 $A = hnc(180 - c) + sun(180 + c) + hn(-c)$.

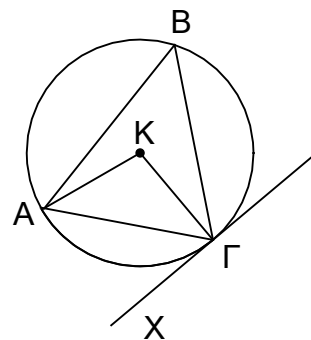
$$2c - 5y + w = 1$$
6. Να λύσετε το σύστημα: $c + y - 2w = 9$
 $3c - 7y + 3w = -1$
7. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ABG και οι διάμεσοι του AM και BK . Προεκτείνουμε την πλευρά BG προς το B κατά τμήμα $BZ = BG$ και προς το μέρος του G κατά τμήμα $GH = BG$. Προεκτείνουμε επίσης τη διάμεσο AM κατά τμήμα $ME = AM$. Να δείξετε ότι:
 α) το τετράπλευρο $AHEZ$ είναι παραλληλόγραμμο.
 β) $BK = \frac{EH}{2}$.
8. Να αποδείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα: $\frac{suna \times fa - hma^3}{hna \times fa - sun^3 a} = sfa$
9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $ABG(\hat{A} = 90^\circ)$. Από το μέσο M της υποτείνουσας BG φέρνουμε ευθεία κάθετη στη BG , που τέμνει την πλευρά AB στο σημείο D . Προεκτείνουμε την πλευρά DM κατά τμήμα $MN = DM$. Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $BNGD$ είναι ρόμβος.
10. Αν c_1, c_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3c^2 - 5c + 2 = 0$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε τα πιο κάτω:
 α) $c_1 + c_2$ β) $c_1 \times c_2$ γ) $3c_1 + 3c_2 - 5c_1 \times c_2$

11. Να δείξετε ότι η εξίσωση β' βαθμού, που έχει ρίζες $c_1 = \frac{1 - \eta\mu\eta}{\sigma\upsilon\eta\eta}$ και $c_2 = \frac{1 + \eta\mu\eta}{\sigma\upsilon\eta\eta}$, είναι η $\sigma\upsilon\eta\eta \times c^2 - 2c + \sigma\upsilon\eta\eta = 0$.

12. Δίνεται κύκλος (Κ, R) και η εφαπτομένη του ΓC.

Αν το τόξο $\widehat{ABG} = 260^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες:

$\widehat{ABG}$, $\widehat{AKG}$, $\widehat{AGC}$.



13. Δίνεται η εξίσωση $c^2 - (I + 1)c + 6 - I = 0$ με ρίζες c_1, c_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε τις τιμές του I για τις οποίες ισχύει η σχέση: $\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \geq 1$.

14. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\widehat{ABG} (\widehat{A} = 90^\circ)$ με $\widehat{B} = 15^\circ$. Αν είναι το M μέσο της BG και AD το ύψος του,
α) να υπολογίσετε τη γωνία $\widehat{AMD}$,
β) να αποδείξετε ότι: $AD = \frac{BG}{4}$.

15. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $\widehat{ABG}$ πλευράς 10 cm και με ύψος AD . Προεκτείνουμε το BG κατά τμήμα $BG = GE$. Να βρείτε:
α) το μήκος του ύψους AD ,
β) το μήκος της προβολής της DE πάνω στην AE .

ΜΕΡΟΣ Β': (Μονάδες 8)

Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 4.

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται ότι: $\frac{\eta\mu(180^\circ - q) \cdot \sigma\upsilon\eta(270^\circ + q)}{\sigma\upsilon\eta(90^\circ - q) \cdot \sigma\upsilon\eta(90^\circ + q)} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ και $0 < q < \frac{\rho}{2}$.

Να δείξετε ότι: α) $q = \frac{\rho}{4}$,

β) αν $q = \frac{\rho}{4}$, η εξίσωση $\sigma\upsilon\eta\eta \times c^2 - 2Ic + \eta\mu\eta = 0$ έχει ρίζες αντίστροφες.

2. Δίνεται η εξίσωση $c^2 + 2kc + k + 2 = 0$ με ρίζες c_1, c_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση,
α) να δείξετε ότι $(c_1 - c_2)^2 = 4(k + 1)(k - 2)$.
β) να βρείτε τις τιμές του k ώστε $c_1 - c_2 = 4$.
γ) να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $r_1 = \frac{c_1}{c_2}$, $r_2 = \frac{c_2}{c_1}$.

3. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1}{temq-1} - \frac{sfq}{stemq+sfq} = 2sf^2q.$

4. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(c^2-6c+5)(-c^2-1)(2c^2-5c+3)}{c^2-3c} \notin 0.$

5. Από τη διπλανή γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ac^2 + bc + g$ να βρείτε:

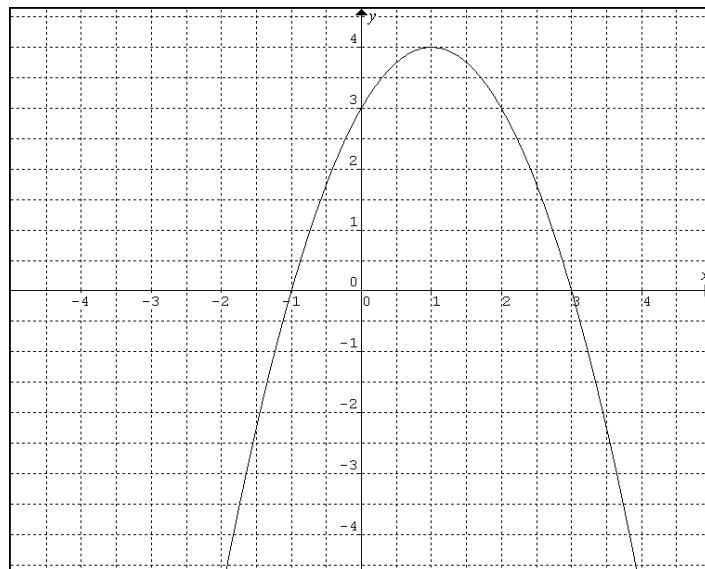
α. τις τιμές των $a, b, g,$

β. τις ρίζες της εξίσωσης $y = 0,$

γ. τις λύσεις της ανίσωσης $y \notin 0,$

δ. αν έχει μέγιστο ή ελάχιστο και τις συντεταγμένες του,

ε. το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $y.$



6. Δίνεται κύκλος (K, R) , με διάμετρο ZH και (ϵ) εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του A τέτοιο ώστε η $\angle A\hat{H}Z = 30^\circ$. Από το σημείο Z φέρουμε παράλληλη προς την KA που τέμνει την (ϵ) στο E . Να δείξετε ότι:

α) i) το $\triangle KAZ$ είναι ισόπλευρο,

ii) ισχύει $EZ = \frac{R}{2},$

β) το $\triangle AEZM$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο αν η ZM είναι διάμεσος του τριγώνου $\triangle AKZ$.

Ο Εισηγητής

Ο Συντονιστής

Ο Διευθυντής

Ευθυμία Αναστασίου

Γιάννης Νικολαΐδης

Μάριος Γιασεμής

ΒΦΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΛΕΜΕΣΟΥ
"ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΑΥΞΕΝΤΙΟΥ"

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2009-2010

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΠΡΑΚΤΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΛΑΔΟΣ: ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ:

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ: ΟΛΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2010

ΤΜΗΜΑΤΑ: ΒΠΜ2 α, β, γ

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 7.45 π.μ.

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ: Λεωνίδα Λεωνίδας
Αναστασίου Ευθυμία

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού: 2,5 ώρες (150 λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό.
2. Επιτρέπεται η χρήση μολυβιού στα σχήματα και στις γραφικές παραστάσεις
3. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
5. Δίνεται τυπολόγιο στη σελίδα 4.

ΜΕΡΟΣ Α': (Μονάδες 12)

Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 12 .

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $3(x+2)+5(x-3)=6(x+1)-3$.

2. Να υπολογίσετε το x στις πιο κάτω αναλογίες:

α) $\frac{x}{18} = \frac{2}{x}$ β) $\frac{2}{x+1} = \frac{4}{3}$

3. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $x_1 = 2$ και $x_2 = 6$.

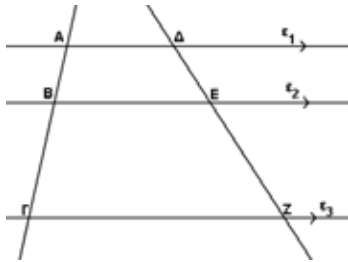
4. Να λύσετε το σύστημα:

$$2x + 3y = 7$$

$$5x - 4y = 6$$

5. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 7x - 4 = 0$.

6. Αν $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$ και $AB = 2\text{cm}$, $BG = 6\text{cm}$ και $DE = 3\text{cm}$, να υπολογίσετε το τμήμα EZ .



7. Ρόμβος έχει εμβαδόν 24cm^2 και μια διαγώνιο ίση με 8cm . Να υπολογίσετε την άλλη διαγώνιό του.

8. Κύκλος έχει περίμετρο ίση με $16\pi\text{ cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν του.

9. Η πραγματική απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 60km . Να βρείτε την απόσταση τους σε χάρτη με κλίμακα $1:300000$.

10. Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 18m^2 . Αν το πλάτος είναι διπλάσιο από το μήκος του, να βρείτε την περίμετρό του.

11. Δίνεται η ευθεία $y = (3k+5)x + 2$. Αν η κλίση της ισούται με 6 , να βρείτε την τιμή του k .

12. Να απλοποιήσετε το κλάσμα : $\frac{2x^2 - 4x - 16}{x^2 - 16}$.

13. Κύκλος έχει ακτίνα $R = 5\text{cm}$. Να βρείτε το μήκος τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 45° .

14. Ο Γιάννης και ο Κώστας έχουν μαζί $\text{€}50$. Αν ο Γιάννης έχει $\text{€}4$ περισσότερα από τον Κώστα, να βρείτε ποσά λεφτά κρατά ο καθένας. (Να λυθεί με εξίσωση.)

15. Να βρείτε το εμβαδόν ρόμβου που έχει περίμετρο 52cm και μια διαγώνιο ίση με 24cm .

ΜΕΡΟΣ Β': (Μονάδες 8)

Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 4 .

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 + 6x - 5 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

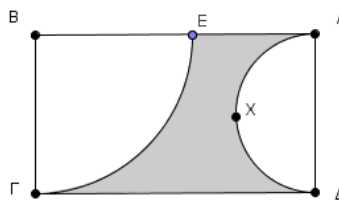
α) $x_1 + x_2 =$

γ) $3x_1^2 \times x_2 + 3x_1 \times x_2^2 =$

β) $x_1 \times x_2 =$

δ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$

2. Το μήκος και το πλάτος του διπλανού ορθογώνιου ισούται με 10cm και 6cm αντίστοιχα. Με ακτίνα τη ΒΓ γράφω μέσα στο ορθογώνιο τόξο ΓΕ και με διάμετρο την ΑΔ ημικύκλιο ΑΧΔ. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



3. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(2, -5)$ και $B(-1, 7)$.
β) Να βρείτε το εμβαδόν κυκλικού τομέα με επίκεντρη γωνία 80° σε κύκλο ακτίνας 6cm.
4. Δύο αριθμοί διαφέρουν κατά 18 και έχουν άθροισμα 42. Να βρείτε τους δύο αριθμούς. (Να λυθεί με σύστημα.)
5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2\kappa + 4)x + 16 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 . Να βρείτε την τιμή του κ , αν:
α) η μια ρίζα της είναι: $x_1 = 4$
β) έχει άθροισμα ριζών ίσο με δέκα.
6. Τετράγωνο έχει εμβαδόν ίσο με 64m^2 . Ένα τρίγωνο έχει βάση που ισούται με το διπλάσιο της πλευράς του τετράγωνου και αντίστοιχο σε αυτήν ύψος ίσο με 10m. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου.

Οι Εισηγητές

Ο Συντονιστής

Ο Διευθυντής

Λεωνίδα Λεωνίδας

Νικολαΐδης Γιάννης

Γιασεμής Μάριος

Αναστασίου Ευθυμία

Β' ΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΛΕΜΕΣΟΥ "ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΑΥΞΕΝΤΙΟΥ"

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ-Β' ΕΤΟΣ

Εμβαδά – Περίμετρος επιπέδων σχημάτων:

1.	Τετράγωνο:	$E = a^2$	$\Pi = 4a$
2.	Ορθογώνιο:	$E = a \times \beta$	$\Pi = 2(a + \beta)$
3.	Παραλληλόγραμμο:	$E = \beta \times u$	
4.	Τρίγωνο:	$E = \frac{\beta \times u}{2}$	$\Pi = a + \beta + \gamma$
5.	Ρόμβος:	$E = \frac{\delta_1 \times \delta_2}{2}$	$\Pi = 4a$
6.	Τραπεζίο:	$E = \frac{(\beta_1 + \beta_2) \times u}{2}$	
7.	Κύκλος:	$E = \pi \times R^2$	$\Gamma = 2\pi R$

Εξίσωση β' βαθμού: $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0, \alpha \neq 0$

Λύση εξίσωσης:

$$c_1, c_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ag}}{2a}$$

Διακρίνουσα:

$$D = b^2 - 4ag$$

Άθροισμα των ριζών:

$$S = c_1 + c_2 = -\frac{b}{a}$$

Γινόμενο των ριζών:

$$P = c_1 \times c_2 = \frac{g}{a}$$

Κατασκευή εξίσωσης 2^{ου} βαθμού
όταν δίνονται το S και το P:

$$\chi^2 - S\chi + P = 0$$

Εξίσωση τριωνύμου με ρίζες c_1, c_2 :

$$\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = \alpha(\chi - \chi_1)(\chi - \chi_2)$$

ΒΦΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΛΕΜΕΣΟΥ
"ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΑΥΞΕΝΤΙΟΥ"

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2009-2010

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΠΡΑΚΤΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΛΑΔΟΣ: ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ: 09

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ: ΟΛΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/5/2010

ΤΜΗΜΑ: ΒΠΜ4

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 7.45 π.μ.

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: Μικελίνα Παττασυμεού

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού: 2,5 ώρες (150 λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό .
3. Επιτρέπεται η χρήση μολυβιού στα σχήματα και στις γραφικές παραστάσεις.
4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Επισυνάπτεται τυπολόγιο.

ΜΕΡΟΣ Α: (Μονάδες 12)

Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 12 .

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3^x = 27$.
2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν παραλληλογράμμου που έχει βάση 8cm και αντίστοιχο ύψος 7 cm.
3. Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου: 81, 27, 9,
4. Να αποδείξετε την ισότητα $\frac{\log 81}{\log 27 - \log 9} = 4$.
5. Να βρείτε την τιμή του x ώστε η εξίσωση $4x^2 - 6/x + 9 = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
6. Το εμβαδόν τραπεζίου είναι 30 cm^2 και οι βάσεις 8 cm και 12 cm. Να βρείτε το ύψος του.
7. Σε ένα χάρτη με κλίμακα 1:12000 η απόσταση δυο πόλεων είναι 11cm. Να υπολογίσετε την πραγματική τους απόσταση.
8. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 - 5x + 2 = 0$.
9. Αν το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι $36\pi \text{ cm}$,να βρείτε:
(α) την ακτίνα του κύκλου και
(β) το εμβαδόν του κύκλου.
10. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2(x - 3) = \log_2 5$.
11. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 1,6,11,... Να βρείτε τον όγδοο όρο a_8 και το άθροισμα των 12 πρώτων όρων της $\hat{a}_{12}$.
12. Αν $\sin a = -\frac{4}{5}$ και $270^\circ < a < 360^\circ$, να υπολογίσετε το $\cos a$ και την $\tan a$.
13. Να βρείτε τις πλευρές ορθογωνίου παραλληλογράμμου του οποίου το μήκος είναι διπλάσιο από το πλάτος του και είναι ισεμβαδικό με ρόμβο που έχει διαγώνιους 16cm και 9cm.
14. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα:
$$\sin(90^\circ + \omega) - \sin(270^\circ - \omega) + \sin(180^\circ + \omega) - \sin(-\omega) = 0$$
15. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(1 - \sin \omega)^2 + (1 - \cos \omega)^2 = 3 - 2(\sin \omega + \cos \omega)$.

ΜΕΡΟΣ Β: (Μονάδες 8)

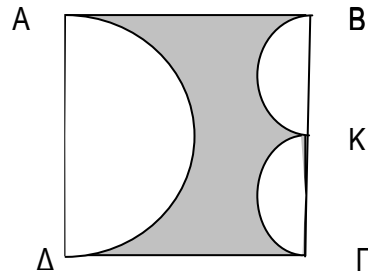
Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 4 .

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

$$c + 2y - w = 3$$

1. Να λύσετε το σύστημα: $4c - 2y + 6w = -8$
 $6c + 10y + 4w = 22$

2. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά 10cm. Εντός του τετραγώνου εγγράφονται τρία ημικύκλια με διαμέτρους ΑΔ, ΒΚ, και ΚΓ, όπου Κ μέσο της ΒΓ. Να βρείτε το εμβαδό του σκιασμένου μέρους.



3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ, οι προβολές των κάθετων πλευρών ΑΒ και ΑΓ πάνω στην υποτείνουσα είναι 4cm και 9 cm αντίστοιχα. Να βρείτε:
 (α) το ύψος του τριγώνου που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα,
 (β) τα μήκη των κάθετων πλευρών του τριγώνου.

4. (α) Να απλοποιηθεί το κλάσμα: $\frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - x}$.

(β) Να δείξετε ότι: $\frac{efc + sfc}{1 + sf^2c} = efc$

5. Δίνεται η εξίσωση $2c^2 - 5c - 3 = 0$ με ρίζες c_1, c_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση να βρείτε:

- (α) το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της,
 (β) την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων

$$A = \frac{3}{c_1} + \frac{3}{c_2} \qquad B = 3c_1^2c_2 + 3c_1c_2^2$$

6. (α) Αν $x-2$, x , $x+4$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να βρείτε το x .

- (β) Η διευθύντρια ενός σχολείου θέλει να παρατάξει σε τριγωνικό σχηματισμό 110 μαθητές έτσι ώστε στην πρώτη σειρά να είναι δυο μαθητές, στη δεύτερη τέσσερις μαθητές, στη Τρίτη έξι μαθητές κ.ο.κ. Σε πόσες σειρές θα παρατάξει τους μαθητές;

Ο Εισηγητής

Ο Συντονιστής

Ο Διευθυντής

Μικελίνα Παπασυμεού

Γιάννης Νικολαΐδης

Μάριος Γιασεμής

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Αριθμητική Πρόοδος			
Διαδοχικοί όροι	νιοστός όρος	Άθροισμα n πρώτων όρων	
$2\beta = \alpha + \gamma$	$\alpha_n = \alpha_1 + (n - 1)\delta$	$\Sigma_n = \frac{(\alpha_1 + \alpha_n)n}{2}$ $\Sigma_n = \frac{[2\alpha_1 + (n - 1)\delta]n}{2}$	
Γεωμετρική Πρόοδος			
Διαδοχικοί όροι	νιοστός όρος	Άθροισμα n πρώτων όρων	Άθροισμα απείρων όρων
$\beta^2 = \alpha \gamma$	$\alpha_n = \alpha_1 \times \lambda^{n-1}$	$\Sigma_n = \frac{\alpha_1(\lambda^n - 1)}{\lambda - 1}$	$\Sigma_{\infty} = \frac{\alpha_1}{1 - \lambda}, \quad \lambda < 1$

ΒΦΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΛΕΜΕΣΟΥ
«ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΑΥΞΕΝΤΙΟΥ»
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2009-2010

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΛΑΔΟΣ: ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ: 5

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ: ΟΛΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21 /5/2010

ΤΜΗΜΑ: ΒΘΜ4

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 7.45

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ: Μικελίνα Παπασυμεού

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού: 2,5 ώρες (150 λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό.
3. Επιτρέπεται η χρήση μολυβιού στα σχήματα και στις γραφικές παραστάσεις.
4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Επισυνάπτεται τυπολόγιο.

ΜΕΡΟΣ Α': (Μονάδες 12)

Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 12 .

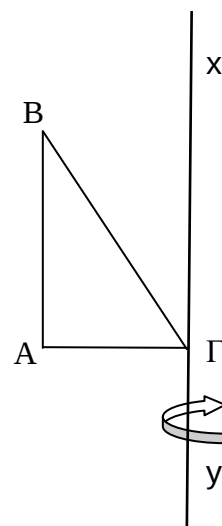
Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση $4^x = 64$.
2. Αν $2x-1$, $2x+2$, $x+10$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε το x .
3. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να βρείτε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:
(α) $\log 2 + \log 5 =$ (β) $2\log 5 - \log 2 + 3\log 2$
4. Να κάνετε τις πράξεις:
(α) $\sqrt{-100} - \sqrt{-625} - 4\sqrt{-4}$ (β) $(i^2)^{16} \cdot (i^3)^5$
5. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$. Να βρείτε το λόγο λ και το άθροισμα των απείρων όρων της $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
6. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης:
$$\frac{\sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ + \cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ}{2\cos 15^\circ \cdot \sin 15^\circ} =$$
7. Το εμβαδόν κύκλου είναι $144\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
(α) το μήκος της ακτίνας R του κύκλου,
(β) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου.
8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(0,3)$ και είναι κάθετη με την ευθεία $\psi=2x+4$.
9. Να λύσετε την εξίσωση $\log(7x+6) - \log 7 = 1$.
10. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης : $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
11. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος 10cm και ύψος 8cm . Να υπολογίσετε:
(α) Την ακμή της βάσης
(β) Τον όγκο της πυραμίδας.
12. Να βρείτε την απόσταση του σημείου $(8,9)$ από την ευθεία $2x-3y+5=0$.
13. Η περίμετρος της βάσης κώνου είναι $6\pi \text{ cm}$ και η γενέτειρά του 5cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του κώνου.
14. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας, που περνά από το σημείο $A(-2,5)$ και από το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος $\Gamma\Delta$, όπου $\Gamma(9,5)$ και $\Delta(-1,-1)$.
15. Να υπολογίσετε τη γωνία B και το εμβαδόν E του τριγώνου $AB\Gamma$ στο οποίο:
 $a=16\text{cm}$, $b=14\text{cm}$ και $\gamma=10\text{cm}$.

ΜΕΡΟΣ Β': (Μονάδες 8)

Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 4.
Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

- Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές τα σημεία A(0,4), B(-2,1) και Γ(1,3). Να βρείτε:
 - τις συντεταγμένες του μέσου Μ της πλευράς AB,
 - την εξίσωση της διαμέσου ΓΜ,
 - το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.
- Δίνεται η πρόοδος 3, 7, 11, 15,... Να βρείτε:
 - το είδος της,
 - τον εικοστό όρο της.
 - Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος ο πρώτος όρος της είναι ίσος με το λόγο της και το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι τετραπλάσιο του πρώτου όρου της. Να βρείτε την πρόοδο.
- Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις :
 - $9^{x+1} - 10 \cdot 3^x + 1 = 0$
 - $\frac{1}{2} \log(x - 9) + \log \sqrt{10x} = 1$
- Το εμβαδόν της βάσης κυλίνδρου είναι $36\pi \text{ cm}^2$ και το ύψος του 4cm. Να υπολογίσετε τον όγκο του.
 - Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $6hm_B - 4hm_G = \frac{3b - 2g}{R}$
- Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $\theta (\frac{c}{2} + 10^\circ) + \sqrt{3} = 0$
 - Αν $hm_c = \frac{3}{5}$ με $90^\circ \leq c \leq 180^\circ$, να υπολογίσετε:
 - hm_2c
 - sm_2c
 - $sm(c + 45^\circ)$
- Στο διπλανό σχήμα, το ορθογώνιο τρίγωνο $\overset{D}{A} \overset{\square}{B} \overset{\square}{G}$ ($\overset{D}{A} = 90^\circ$) με πλευρές AG=5 cm και BG = 13 cm, κάνει πλήρη στροφή γύρω από άξονα xy που περνά από την κορυφή G και είναι κάθετος στην AG. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



Ο Εισηγητής

Ο Συντονιστής

Ο Διευθυντής

Μικελίνα Παπασυμεού

Γιάννης Νικολαΐδης

Μάριος Γιασεμής

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B, \quad \sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha\eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\alpha, \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \epsilon\phi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}, \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

$$\alpha = 2R\eta\mu A, \quad \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A, \quad E = \frac{\alpha\beta\eta\mu\Gamma}{2}$$

2. Στερεομετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$	$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R \upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \upsilon}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R+\rho)\lambda$	$V = \frac{\pi \upsilon}{3}(R^2 + R\rho + \rho^2)$

ΒΦΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΛΕΜΕΣΟΥ
"ΓΡΗΓΟΡΗΣ ΑΥΞΕΝΤΙΟΥ"

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2009-2010

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΛΑΔΟΣ: ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ: 29

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ: ΟΛΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/5/2010

ΤΜΗΜΑ: ΒΘΜ6

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 7.45 π.μ.

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ: Γιάννης Νικολαΐδης
Πέτρος Ορφανός

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού: 2,5 ώρες (150 λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό .
3. Επιτρέπεται η χρήση μολυβιού στα σχήματα και στις γραφικές παραστάσεις.
4. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Επισυνάπτεται τυπολόγιο.

ΜΕΡΟΣ Α' : (Μονάδες 12)

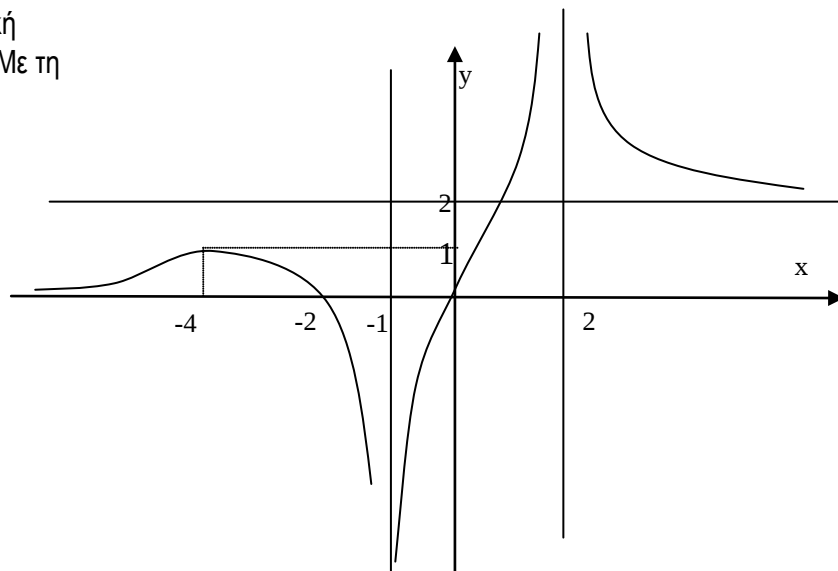
**Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 12 .
Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.**

1. Δίνεται η πρόοδος: $-5, -2, 1, 4, \dots$ Να βρείτε:
α) το είδος της προόδου,
β) τον δωδέκατο όρο της.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις :
α) $2^{2x-3} = 64$,
β) $\log_5(1 - 2x) = 2$.
3. Να βρείτε:
α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο: $f(x) = \frac{2x+1}{3-x}$
β) τον τύπο της συνάρτησης $f^{-1}(x)$ και το πεδίο ορισμού της.
4. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ των συναρτήσεων:
α) $y = 5x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 6x - 5$
β) $y = \frac{3c^2 + 2}{4c - 1}$
5. Σε αμβλυγώνιο τρίγωνο ABG ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνονται $\alpha = 6m$, $\beta = 6\sqrt{3} m$ και $E = 9\sqrt{3} m^2$. Να βρείτε :
α) τη γωνία G ,
β) το μήκος της πλευράς γ .
6. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης:
$$\frac{\log 100}{1 + \log_2 5} + \frac{\log_{\sqrt{3}} 3}{1 + \log_5 2} =$$
7. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων την παράσταση:
$$\frac{5x - 9}{(x + 5)(x^2 + 9)}$$
8. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $e^{2(3x - 45^\circ)} - 1 = 0$
9. Δίνονται τα σημεία $A(2, -3)$ και $B(3, 2)$, και προεκτείνουμε το ευθύγραμμο τμήμα AB κατά τμήμα $AB = BG$. Να βρείτε:
α) το σημείο G ,
β) την εξίσωση της κάθετης του ευθυγράμμου τμήματος AG στο σημείο G .
10. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδό βάσης $144 m^2$ και ύψος $8 m$. Να βρείτε:
α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και
β) τον όγκο της πυραμίδας της.

11. Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της παραγώγου να βρείτε της παράγωγο της συνάρτησης $f(x)$ με $f(x) = x^2 - 2x$.
12. Οι ακτίνες των βάσεων κόλουρου κώνου είναι 7 cm και 3 cm και η γενέτειρα του 5 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής επιφανείας και τον όγκο του.

13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$. Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε τα:

- α) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ δ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ε) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
 γ) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ στ) $f(-4)$



14. Σε φθίνουσα αριθμητική πρόοδο ο δεύτερος και όγδοος όρος διαφέρουν κατά 24, ενώ το άθροισμα του δωδέκατου και τέταρτου όρου είναι 70. Να βρείτε:
- α) την πρόοδο,
 β) το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
15. Να αποδείξετε την ταυτότητα :

$$\frac{1 - \sin^2 x + \frac{\rho}{6} \times \sin^2 x - \frac{\rho}{6} \times \sin^2 x + \frac{\rho}{6} \times \sin^2 x - \frac{\rho}{6} \times \sin^2 x}{1 + \sin^2 x} = e^{2x}$$

ΜΕΡΟΣ Β': (Μονάδες 8)

Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 4 .

Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται τρίγωνο ABG με A(1,1) , B(- 1,3) και G(2,- 4) . Να βρείτε:
- την εξίσωση της ευθείας BG,
 - την εξίσωση του ύψους AD,
 - τις συντεταγμένες του σημείου D,
 - το εμβαδό του τριγώνου ABG.
2. α) Να λύσετε την εξίσωση: $\log(2c + 5) - \log(c + \sqrt{10}) = \log(c - \sqrt{10}) - \log(c - 4)$
- β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\ln 2x + 2\ln 2x + \ln x}{\sin x - \sin 3x} = \sin \frac{x}{2}$.

3. α) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ των:

i. $y = c^3 \ln(2x - 1)$

ii. $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 20 = 0$

β) Αν $e^y = e^c + p$, να δείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις:

i. $\frac{dy}{dc} = e^{c-y}$,

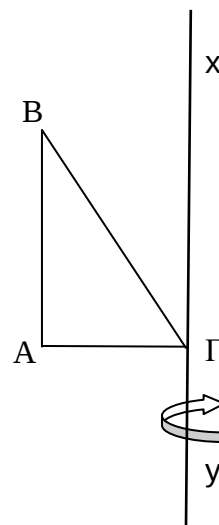
ii. $\frac{d^2y}{dc^2} + \frac{dy}{dc} = 0$.

4. α) Να δείξετε με τη μέθοδο της τέλει επαγωγής ότι " $n \in \mathbb{N}$ " ισχύει:

$$2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 2$$

β) Να βρείτε την γεωμετρική πρόοδο στην οποία ο πρώτος όρος είναι 2 και το πηλίκο του αθροίσματος των δέκα πρώτων όρων της προς το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της είναι 33.

5. Στο διπλανό σχήμα, το ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle ABG$ ($\angle A = 90^\circ$) με πλευρές $AG = 5 \text{ cm}$ και $BG = 13 \text{ cm}$, κάνει πλήρη στροφή γύρω από άξονα xy που περνά από την κορυφή G και είναι κάθετος στην AG . Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



6. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3 + \cos 4x}{4}$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $4\sin^4 x + 4\cos^4 x = \frac{\sqrt{2}}{2} + 3$, στο διάστημα $(0^\circ, 180^\circ)$.

Οι Εισηγητές

Ο Συντονιστής

Ο Διευθυντής

Γιάννης Νικολαΐδης

Γιάννης Νικολαΐδης

Μάριος Γιασεμής

Πέτρος Ορφανός

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B, \quad \sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha\eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha, \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \epsilon\phi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}, \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

$$\alpha = 2R\eta\mu A, \quad \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A, \quad E = \frac{\alpha\beta\eta\mu\Gamma}{2}$$

2. Στερεομετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot u$	$V = E_{\beta} \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R u$	$V = \pi R^2 u$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 u}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R+\rho)\lambda$	$V = \frac{\pi u}{3}(R^2 + R\rho + \rho^2)$

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΛΑΔΟΣ: ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ:

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ: ΟΛΟΙ

ΗΜΕΡ. ΚΑΙ ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 26.5.2010 / 7:30 – 10:00

ΤΜΗΜΑ: ΘΥ1, ΘΗ1, ΘΜ1

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ: 1. Φακλαμάς Πιέρος
2. Παντελή Παναγιώτα
3. Σωτηρίου Βασιλεία

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2,5 ώρες (150 λεπτά)
Αριθμός σελίδων εξεταστικού δοκιμίου τέσσερις (4)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. **Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις του Μέρους Α΄ και του Μέρους Β΄.**
2. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη (Α΄ και Β΄).
3. Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.**
4. **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού .
5. Όλες οι απαντήσεις θα πρέπει να γραφτούν στα Φύλλα Απαντήσεων, που σας έχουν δοθεί.
6. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 10 ασκήσεις .

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{3(2\chi + 6)}{4} - \frac{\chi + 6}{2} = 2\chi + \frac{13 - 4\chi}{6}$

2. Να βρείτε την κλίση των πιο κάτω ευθειών :

$e_1: y = -2x - 7$ $e_2: 6x - 2y = 7$

3. Να λύσετε το σύστημα : $\begin{matrix} -3\chi + \psi = 9 \\ 2\chi + 3\psi = 5 \end{matrix}$

4. Να λύσετε την εξίσωση : $8c^2 + 2c - 1 = 0$.

5. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή :

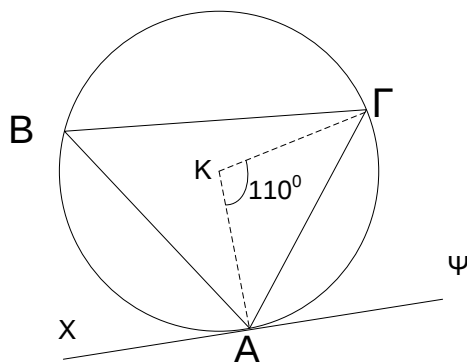
α) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ β) $\frac{2}{\sqrt{7} + 3}$

6. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση $\lambda = -2$ και περνά από το σημείο $A(-1, 2)$.

7. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε ο αριθμός -1 να είναι ρίζα της εξίσωσης : $2c^2 + (\lambda - 2)c + 2\lambda + 6 = 0$

8. Αν $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $A = \frac{10 \sin \alpha}{9 \sin \alpha - 4 \tan \alpha}$

9. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία $XA\Psi$ είναι εφαπτομένη στο σημείο A . Αν η γωνία $\angle KAG = 110^\circ$, να βρείτε τις γωνίες $\angle ABG$, $\angle GAY$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



10. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \tan \alpha$

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 5 ασκήσεις .

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες .

1. α) Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} 2c + y = 1 \\ c^2 - 2cy = 3 \end{cases}$$

β) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 8x + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση , να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων :

i) $x_1 + x_2 =$ ii) $x_1 \times x_2 =$ iii) $(2x_1 - 3) \cdot (2x_2 - 3) =$ iv) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} =$

2. α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(3, -4)$ και $B(5, 6)$.

β) Να βρείτε την τιμή του κ , έτσι ώστε οι ευθείες $(\varepsilon_1) : (\kappa - 1)x + (\kappa + 2)y + 4 = 0$ και $(\varepsilon_2) : y = 3x + 7$ να είναι **παράλληλες**

γ) Να αποδείξετε ότι :

$$\frac{\sin(360^\circ - w) \cdot \sin(90^\circ - w) \cdot \sin(270^\circ - w)}{\sin(180^\circ - w) \cdot \sin(360^\circ + w) \cdot \sin(-w)} = \sin w$$

3. Να βρείτε την τιμή του μ για την οποία η εξίσωση $x^2 - 2\mu x + \mu + 2 = 0$ έχει :

(α) ρίζες αντίθετες .

(β) ρίζες αντίστροφες .

(γ) άθροισμα ριζών ίσο με γινόμενο ριζών.

(δ) ρίζες πραγματικές και άνισες

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού

β) το πεδίο τιμών

γ) το πρόσημο του a

δ) το πρόσημο των Δ , S , P

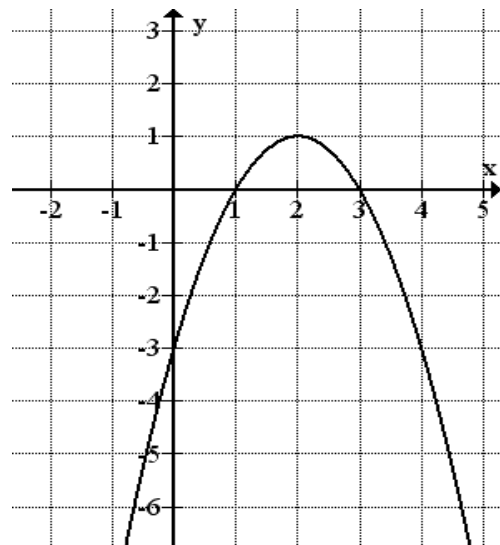
ε) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$

στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

ζ) τις συντεταγμένες της κορυφής

η) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma \geq 0$

θ) τις τιμές των a , b , γ .

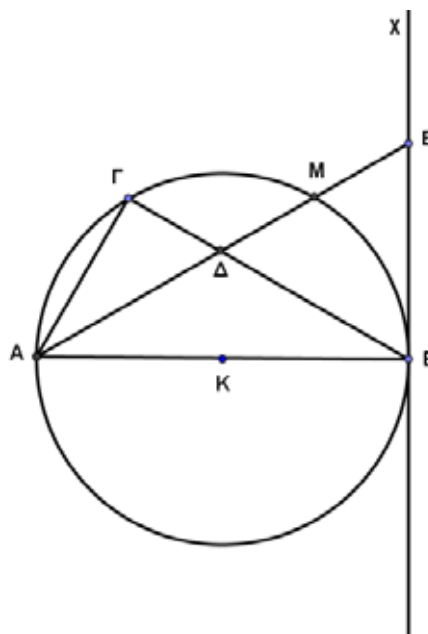


5. Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, R) , $B\chi$ εφαπτομένη του κύκλου στο B και η AD διχοτόμος της γωνίας BAG .

Να δείξετε ότι : α) $\widehat{BM} = \widehat{GM}$

β) $\widehat{AGD} \gg \widehat{ABE}$

γ) $(AG) \cdot (AE) = (AD) \cdot (AB)$



- δ) Να υπολογίσετε χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\sin 210^\circ \sin 315^\circ}{\sin 120^\circ \sin 225^\circ \sin 135^\circ}$$

ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Οι Εισηγητές:

Ο Διευθυντής

.....
1. Φακλαμάς Πιέρος

.....
Παύλος Καραγιώργης

.....
2. Παντελή Παναγιώτα

.....
3. Σωτηρίου Βασιλεία

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΠΡΑΚΤΙΚΗ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΛΑΔΟΣ: ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ: 99

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ: ΟΛΕΣ

ΗΜΕΡ. ΚΑΙ ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 26/05/20 7:30 – 10:00

ΤΜΗΜΑ: Μ1α, Μ1β, Μ1γ,
Η1α, Η1β, Γ1

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ: 1. Φακλαμάς Πιέρος
2. Σωτηρίου Βασιλεία
3. Παντελή Παναγιώτα
4. Ευαγγελίδου Αναστασία

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2,5 ώρες (150 λεπτά)
Αριθμός σελίδων εξεταστικού δοκιμίου πέντε (5)

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη (Α΄ και Β΄).

Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. **Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις του Μέρους Α΄ και του Μέρους Β΄.**
2. Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.**
3. **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού.
4. Όλες οι απαντήσεις θα πρέπει να γραφτούν στα φύλλα απαντήσεων, που σας έχουν δοθεί.
5. Να χρησιμοποιηθεί μόνο μπλε ή μαύρο μελάνι.

ΜΕΡΟΣ Α : Αποτελείται από 10 ασκήσεις.
 Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις

$$\begin{array}{lll} (\alpha) (-11) + (-5) = & (\beta) (-6) + (+12) = & (\gamma) (-4) - (-15) = \\ (\delta) (-5) \times (+8) = & (\epsilon) (-27) : (-3) = & \end{array}$$

2. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις

$$\begin{array}{llll} (\alpha) (+2)^4 = & (\beta) (-3)^3 = & (\gamma) (-8)^0 = & (\delta) \frac{2^6}{3^4} \cdot \frac{4^2}{7^3} = \\ (\epsilon) \frac{2^6}{3^4} \cdot \frac{4^2}{7^3} = & & & \end{array}$$

3. Να κάνετε τις πράξεις

$$(\alpha) x^2 \times (2xy - 3) = \quad (\beta) (5x + 4) \times (3x - 2) =$$

4. Να βρείτε τα αναπτύγματα με χρήση ταυτοτήτων

$$(\alpha) (x - 5)^2 = \quad (\beta) (2x + 7)(2x - 7) =$$

5. Δίνονται τα πολυώνυμα $A = x^2 - 5x - 3$ και $B = -3x + 4$. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις

$$(\alpha) A+B \quad (\beta) A \cdot B$$

6. Να αναλύσετε πλήρως σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

$$\begin{array}{ll} (\alpha) 7x - 7y = & (\beta) 2y^2 - 8y = \\ (\gamma) x^2 - 49 = & (\delta) x^2 - 5x + 6 = \end{array}$$

7. Να λύσετε τις εξισώσεις

$$(\alpha) 3x - 15 + 6x = 5x + 9 \quad (\beta) 5(x+1) = 9x - 3$$

8. Να γράψετε τις παραστάσεις σε μορφή μιας δύναμης

$$(\alpha) 3^5 \times 3^4 = \quad (\beta) (7^5)^4 = \quad (\gamma) 5^8 : 5^3 =$$

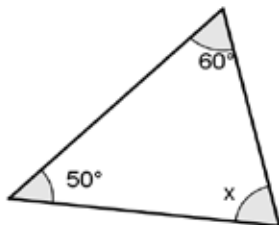
9. Να κάνετε τις πράξεις

(α) $(3y^2)(-2y^5) =$

(β) $(-3a^3b^4), (+4ab^5) =$

10. Να υπολογίσετε το x

(α)



(β)



ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 5 ασκήσεις.
Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. (α) Να κάνετε τις πράξεις

$$(2x+5)^2 - 2(1-3x)^2 - (3x-4)(3x+4) =$$

(β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της πιο πάνω παράστασης για $x = -1$

2. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{2-3x}{5} + 1 = \frac{3(x+1)}{2} - \frac{3x+4}{10}$

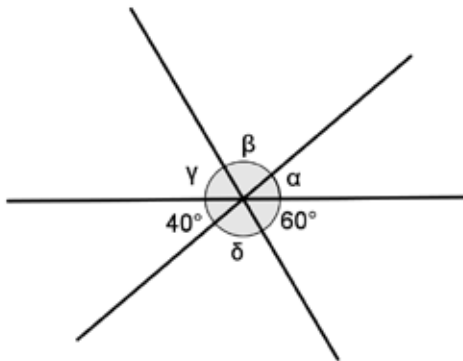
3. Σ' ένα μαθητικό λεωφορείο υπάρχουν 32 μαθητές. Αν το διπλάσιο του αριθμού των κοριτσιών είναι κατά 6 μικρότερο του τριπλασίου του αριθμού των αγοριών να βρείτε τον αριθμό των αγοριών και των κοριτσιών στο λεωφορείο.

4. Αν $x = -2$ και $y = -3$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

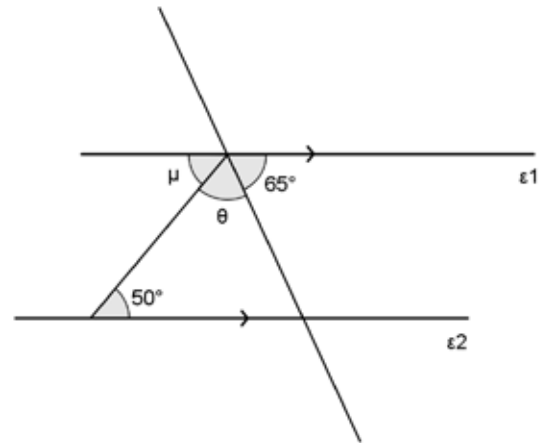
$$A = \frac{x^2 - 2xy + y^3}{x - y}$$

5. Στα πιο κάτω σχήματα να υπολογίσετε (χωρίς τη χρήση μοιρογνωμονίου) τις άγνωστες γωνίες (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

(α)



(β)



ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

1. Φακλαμάς Πιέρος

2. Σωτηρίου Βασιλεία

3. Παντελή Παναγιώτα

4. Ευαγγελίδου Αναστασία

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Παύλος Καραγιώργης

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΕΤΟΥΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**1. Ιδιότητες δυνάμεων:**

α. $a^n \times a^m = a^{n+m}$

β. $a^n, a^m = a^{n-m}, a^1 = 0$

γ. $(a^m)^n = a^{mn}$

δ. $(a \times b \times g)^n = a^n \times b^n \times g^n$

ε. $\frac{a^n}{b^n} = \frac{a^n}{b^n}, b \neq 0$

ζ. $a^0 = 1, a \neq 0$

η. $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a^n}, a \neq 0$

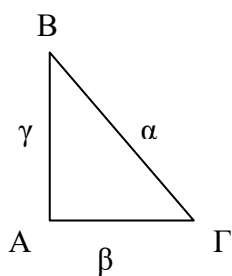
θ. $a^1 = a$

2. Ταυτότητες:

α. $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

β. $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

γ. $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

3. Γεωμετρία:

Πυθαγόρειο θεώρημα: $a^2 = b^2 + g^2$

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2009

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ : Θεωρητική 6-ωρο

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

ΚΛΑΔΟΣ : ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ : 17

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ : ΟΛΕΣ

ΗΜ.& ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ : 27/05/10 7:30-10:00

ΤΜΗΜΑ : ΒΘΜ6
(ΘΗΕ2, ΘΜΓ2, ΘΥΛ2)

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ : 1. Παντελή Παναγιώτα

2. Ευαγγελίδου Αναστασία

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού: 2,5 ώρες (150 λεπτά)
Αρ. σελ. εξεταστικού δοκιμίου: 6 (έξι)

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη (Α' και Β').

Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. **Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις του Μέρους Α' και του Μέρους Β'.**
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού
4. Όλες οι απαντήσεις θα πρέπει να γραφούν στα φύλλα απαντήσεων, που σας έχουν δοθεί.
5. Να χρησιμοποιηθεί μόνο μπλε ή μαύρο μελάνι.

ΜΕΡΟΣ Α : Αποτελείται από 10 ασκήσεις.
 Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{17-x}{(x-5)(x+1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Δίνεται η Γεωμετρική Πρόοδος: $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$ Να υπολογίσετε:

α) τον 9^ο όρο της και

β) το άθροισμα των 6 πρώτων όρων της.

3. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+3x^2-1}{2-x^3}$ β) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2+2x-3}{x^2-3x}$

4. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $A = 30^\circ$, $B = 120^\circ$, και $b = \sqrt{3} \text{ cm}$. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ και να υπολογίσετε το εμβαδό του.

5. Δίνεται η συνάρτηση $y = \frac{1-x}{2x+5}$. Να βρείτε: α) το πεδίο ορισμού και
 β) το πεδίο τιμών της.

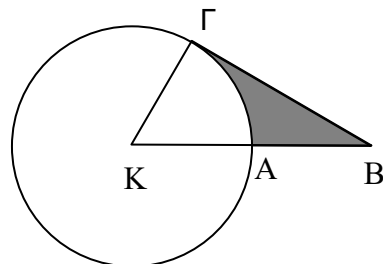
6. Να βρείτε την παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $y = x^5 + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^3} - 4$ β) $y = e^x \ln(\ln x)$

7. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδό βάσης 100 cm^2 και παράπλευρο ύψος 13 cm . Να υπολογίσετε: α) το εμβαδό της ολικής της επιφάνειας και
 β) τον όγκο της.

8. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) ,

η γωνία $\angle KBG = 30^\circ$ και BΓ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ. Αν η ακτίνα του κύκλου είναι $R = 5 \text{ cm}$ να υπολογίσετε το εμβαδό του μεικτόγραμμου τριγώνου ABΓ.



9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log(x+3) - 1 = \log 5 - \log(x-2)$

β) $9^x - 8 \times 3^x - 9 = 0$

10. Να δείξετε ότι $\frac{1 - \sin 2q}{\cos q} = \tan 2q$.

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 5 ασκήσεις.
Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Δίνεται η συνάρτηση $y = x \times e^{4x}$. Να δείξετε ότι $\frac{d^2y}{dx^2} - 8 \frac{dy}{dx} + 16y = 0$.

β) Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση $2x^2y + xy^2 - 8 = 0$. Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της Α που έχει τετμημένη $x = 1$ και τεταγμένη $y > 0$.

2. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές Α(-2,8), Β(3,1) και Γ(5,3)

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές (AB = AG).

β) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΒΔ.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΑΜ.

δ) Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

3. Δίνεται Αριθμητική Πρόοδος στην οποία ο ενδέκατος όρος είναι τριπλάσιος από τον τρίτο και το άθροισμα του πέμπτου και του όγδοου όρου είναι 60.

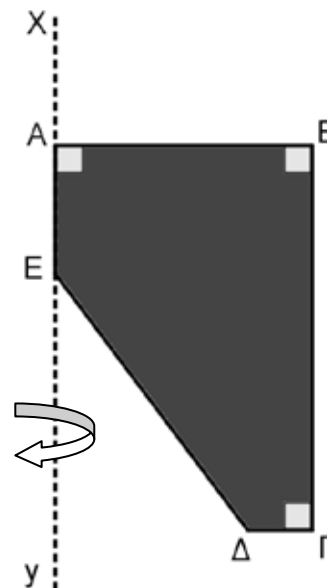
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των όρων της που βρίσκονται μεταξύ του έβδομου και του δέκατου έβδομου όρου.

4. Να δείξετε ότι:

$$\frac{\sin 2a \times \sin 3a + \sin 2a \times \sin 2a - 2 \sin a \times \sin 4a}{\sin 3a - 1} = \sin \frac{3a}{2}$$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $AB = 4 \text{ cm}$, $B\Gamma = 6 \text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 1 \text{ cm}$ και $AE = 2 \text{ cm}$. Το $AB\Gamma\Delta E$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $\chi\psi$. Να υπολογίσετε:
- α) το εμβαδό της ολικής επιφάνειας και
β) τον όγκο του στερεού που παράγεται.



ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Οι Εισηγητές:

Ο Διευθυντής

.....
1. Παντελή Παναγιώτα

.....
Καραγιώργης Παύλος

.....
2. Ευαγγελίδου Αναστασία

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ - Β' ΤΑΞΗ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ

1. Αριθμητική πρόοδος :

$$a_n = a_1 + (n - 1) \delta$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$$

$$S_n = \frac{[2a_1 + (n - 1) \times \delta] \times n}{2}$$

$$a, \beta, \gamma \text{ διαδοχικοί όροι } \hat{U} \quad 2\beta = a + \gamma$$

2. Γεωμετρική πρόοδος:

$$a_n = a_1 \times l^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a_1 \times (1 - l^n)}{1 - l}$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - l} \quad -1 < l < 1$$

$$a, \beta, \gamma \text{ διαδοχικοί όροι } \hat{U} \quad \beta^2 = a \times \gamma$$

3. Λογάριθμοι :

$$\log_a Y = C \quad \Leftrightarrow \quad a^C = Y$$

$$\log_a (C \times Y) = \log_a C + \log_a Y$$

$$\log_a a^C = C$$

$$\log_a \frac{a^C}{Y} = \log_a C - \log_a Y$$

$$a^{\log_a C} = C$$

$$\log_a C^n = n \times \log_a C$$

$$\log_a C = \frac{1}{\log_C a}$$

4. Αναλυτική γεωμετρία :

Αν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ η κλίση της AB είναι: $k_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

εξίσωση ευθείας: $y - y_1 = k(x - x_1)$

Συντεταγμένες του μέσου M του AB . $(A(x_1, y_1), B(x_2, y_2))$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Γενική μορφή εξ. ευθείας:

$$Ax + By + \Gamma = 0$$

$$k = -\frac{A}{B}$$

Απόσταση δύο σημείων $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση σημείου $\Delta(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Θέσεις δύο ευθειών:

$$k_1 = k_2 \quad \text{παράλληλες}$$

$$k_1 \times k_2 = -1 \quad \text{κάθετες}$$

5. Τριγωνομετρία:

$$\begin{aligned}\eta\mu(A+B) &= \eta\mu A \cdot \sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu A \cdot \eta\mu B \\ \eta\mu(A-B) &= \eta\mu A \cdot \sigma\upsilon\nu B - \sigma\upsilon\nu A \cdot \eta\mu B \\ \sigma\upsilon\nu(A+B) &= \sigma\upsilon\nu A \cdot \sigma\upsilon\nu B - \eta\mu A \cdot \eta\mu B \\ \sigma\upsilon\nu(A-B) &= \sigma\upsilon\nu A \cdot \sigma\upsilon\nu B + \eta\mu A \cdot \eta\mu B\end{aligned}$$

$$** \quad \eta\mu 2A = 2 \cdot \eta\mu A \cdot \sigma\upsilon\nu A$$

$$\begin{aligned}** \quad \sigma\upsilon\nu 2A &= \sigma\upsilon\nu^2 A - \eta\mu^2 A \\ &= 1 - 2\eta\mu^2 A \\ &= 2\sigma\upsilon\nu^2 A - 1\end{aligned}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2 \eta\mu \frac{A+B}{2} \cdot \eta\mu \frac{B-A}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2 \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2 \eta\mu \frac{A+B}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2 \eta\mu \frac{A-B}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\begin{aligned}2 \eta\mu\alpha \cdot \eta\mu\beta &= \eta\mu(\alpha + \beta) + \eta\mu(\alpha - \beta) \\ 2 \eta\mu\beta \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha &= \eta\mu(\alpha + \beta) - \eta\mu(\alpha - \beta) \\ 2 \sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\beta &= \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)\end{aligned}$$

$$\text{Υπολογιστική μηχανή: } \cdot \sin = \eta\mu \quad \cdot \cos = \sigma\upsilon\nu \quad \cdot \tan = \epsilon\phi$$

$$\text{Νόμος ημιτόνων: } \frac{a}{\eta\mu A} = \frac{b}{\eta\mu B} = \frac{g}{\eta\mu C} = 2R$$

$$\text{Νόμος Συνημιτόνων: } a^2 = b^2 + g^2 - 2bg\sigma\upsilon\nu A \quad \text{Εμβαδόν τριγ. } E = \frac{a \times b \times \eta\mu C}{2}$$

6. Στερεομετρία:

Πρίσμα	$E_p = P_b \times l$	$V = E_b \times l$
Τετραγωνική πυραμίδα	$E_p = \frac{P_b \times h}{2}$	$V = \frac{E_b \times l}{3}$
Κύλινδρος	$E_k = 2 \times p \times R \times l$	$V = p \times R^2 \times l$
Κώνος	$E_k = p \times R \times l$	$V = \frac{p \times R^2 \times l}{3}$
Κόλουρος κώνος	$E_k = p \times (R + r) \times l$	$V = \frac{p \times l}{3} (R^2 + R \times r + r^2)$

7. Παράγωγοι:

$$(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{u \times v}{v^2} \right) = \frac{u' \times v - u \times v'}{v^2}$$

$$c' = 0, \quad (x^n)' = n \times x^{n-1}, \quad (\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x, \quad (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$[(\eta\mu f(x))]' = f'(x) \times \sigma\upsilon\nu f(x), \quad [(\sigma\upsilon\nu f(x))]' = -f'(x) \times \eta\mu f(x),$$

$$[\ln f(x)]' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ 4-ΩΡΟ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΛΑΔΟΣ: ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ: 12

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ: ΟΛΕΣ

ΗΜΕΡ. ΚΑΙ ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 27.5.2008 7:30 – 10:00

ΤΜΗΜΑ: ΒΘΜ4
(ΘΥΛ2, ΘΗΕ2)

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ: 1. Αναστασία Ευαγγελίδου
2. Παντελή Παναγιώτα

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2,5 ώρες (150 λεπτά)
Αριθμός σελίδων εξεταστικού δοκιμίου πέντε (5)

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη (Α' και Β').

Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

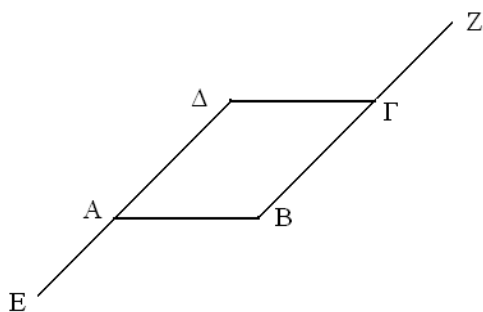
1. **Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις του Μέρους Α' και του Μέρους Β'.**
2. Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.**
3. **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού.
4. Όλες οι απαντήσεις θα πρέπει να γραφτούν στα φύλλα απαντήσεων, που σας έχουν δοθεί.
5. Να χρησιμοποιηθεί μόνο μπλε ή μαύρο μελάνι.

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 10 ασκήσεις .

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Να λύσετε την εξίσωση $32^x = 16^{1+x}$
2. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία $(2, -3)$ και $(3, -1)$.
3. Κύκλος έχει εμβαδό $49\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε την περίμετρο του.
4. Να λύσετε την εξίσωση $10^{2\log x} + \log 10^x = 12$
5. Αριθμητική πρόοδος έχει $a_4 = 55$ και $a_9 = 10$. Να βρείτε την πρόοδο και το άθροισμα των εννιά πρώτων όρων της.
6. Να λύσετε την εξίσωση $\log_2 x + \log_2 (x+3) = 2$
7. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι παραλληλόγραμμο ΓZ , AE είναι προεκτάσεις των $B\Gamma$ και ΔA αντίστοιχα και $\Gamma Z = AE$. Να αντιγράψετε τις πιο κάτω προτάσεις στο φύλλο απαντήσεων και να δηλώσετε κατά πόσο είναι ορθές ή λανθασμένες.



- (α) $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BD}$ διαδοχικά διανύσματα
(β) $\overrightarrow{BZ} = \overrightarrow{DE}$
(γ) $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{GB}$
(δ) $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA}$

8. Κανονικό τριγωνικό πρίσμα έχει ύψος 12 cm και $E_p = 180 \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής του επιφάνειας και τον όγκο του.
9. Το εμβαδό της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου ισούται με $96\pi \text{ m}^2$. Αν το ύψος του είναι 8 m να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής του επιφάνειας και τον όγκο του (συναρτήσει του π).
10. Να αποδείξετε την ταυτότητα
$$\frac{\hbar n a + \hbar m 2 a}{s u n a + s u n 2 a + 1} = e f a$$

ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 5 ασκήσεις .

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες .

1. Αύξουσας αριθμητικής πρόοδου ο $1^{\text{ος}}$, $3^{\text{ος}}$ και $6^{\text{ος}}$ όρος είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής πρόοδου. Αν ο $1^{\text{ος}}$ όρος της αριθμητικής πρόοδου ισούται με 8, να βρείτε τη διαφορά δ της αριθμητικής πρόοδου και το λόγο λ της γεωμετρικής πρόοδου.
2. Να λύσετε την εξίσωση $\log(21^{\log x + 1} - 42) + \log 4 = \log 21 \cdot \log x + \log 76$
3. Δίνονται τα σημεία A(-2,6), B(-3,2) και Γ(5,0).
(α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών (i) e_1 που περνά από τα A και B και (ii) e_2 που περνά από τα B και Γ.
(β) Να δείξετε ότι οι ευθείες e_1 και e_2 είναι κάθετες.
4. Το εμβαδό της ολικής επιφάνειας κώνου είναι $90\pi \text{ m}^2$ και το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας $65\pi \text{ m}^2$. Να υπολογίσετε (α) την ακτίνα, (β) το ύψος του και (γ) τον όγκο του κώνου.
5. α. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\sin 2a}{\sin a} = 2 \cos a$
β. Αν $\sin 2x = a$ και $90^\circ < x < 180^\circ$, να υπολογίσετε την $\cos x$

ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

1. Αναστασία Ευαγγελίδου

2. Παντελή Παναγιώτα

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Πάυλος Καραγιώργης

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ - Β' ΤΑΞΗ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ

1. Αριθμητική πρόοδος :

$$a_v = a_1 + (v - 1) \delta$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$$

$$S_n = \frac{[2a_1 + (n - 1) \times d] \times n}{2}$$

$$\alpha, \beta, \gamma \text{ διαδοχικοί όροι } \hat{=} 2\beta = \alpha + \gamma$$

2. Γεωμετρική πρόοδος:

$$a_v = a_1 \times l^{(v-1)}$$

$$S_n = \frac{a_1 \times (1 - l^n)}{1 - l}$$

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - l} \quad -1 < l < 1$$

$$\alpha, \beta, \gamma \text{ διαδοχικοί όροι } \hat{=} \beta^2 = \alpha \times \gamma$$

3. Λογάριθμοι :

$$\log_a Y = C \quad \Leftrightarrow \quad a^C = Y$$

$$\log_a (C \times Y) = \log_a C + \log_a Y$$

$$\log_a a^C = C$$

$$\log_a \frac{C}{Y} = \log_a C - \log_a Y$$

$$a^{\log_a C} = C$$

$$\log_a C^n = n \log_a C$$

$$\log_a C = \frac{1}{\log_C a}$$

4. Αναλυτική γεωμετρία :

Αν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ η κλίση της AB είναι: $k_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

εξίσωση ευθείας: $y - y_1 = k(x - x_1)$

Συντεταγμένες του μέσου M του AB. $(A(x_1, y_1), B(x_2, y_2))$

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Γενική μορφή εξ. ευθείας: $Ax + By + \Gamma = 0 \quad k = -\frac{A}{B}$

Απόσταση δύο σημείων $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση σημείου $A(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Θέσεις δύο ευθειών: $k_1 = k_2$ παράλληλες
 $k_1 \times k_2 = -1$ κάθετες

4. Τριγωνομετρία:

$$\begin{aligned}\eta\mu(A+B) &= \eta\mu A \cdot \sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu A \cdot \eta\mu B \\ \eta\mu(A-B) &= \eta\mu A \cdot \sigma\upsilon\nu B - \sigma\upsilon\nu A \cdot \eta\mu B \\ \sigma\upsilon\nu(A+B) &= \sigma\upsilon\nu A \cdot \sigma\upsilon\nu B - \eta\mu A \cdot \eta\mu B \\ \sigma\upsilon\nu(A-B) &= \sigma\upsilon\nu A \cdot \sigma\upsilon\nu B + \eta\mu A \cdot \eta\mu B\end{aligned}$$

$$** \quad \eta\mu 2A = 2 \cdot \eta\mu A \cdot \sigma\upsilon\nu A$$

$$\begin{aligned}** \quad \sigma\upsilon\nu 2A &= \sigma\upsilon\nu^2 A - \eta\mu^2 A \\ &= 1 - 2\eta\mu^2 A \\ &= 2\sigma\upsilon\nu^2 A - 1\end{aligned}$$

$$\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2 \eta\mu \frac{A+B}{2} \cdot \eta\mu \frac{B-A}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2 \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2 \eta\mu \frac{A+B}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$$

$$\eta\mu A - \eta\mu B = 2 \eta\mu \frac{A-B}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$2 \eta\mu \alpha \cdot \eta\mu \beta = \eta\mu(\alpha + \beta) + \eta\mu(\alpha - \beta)$$

$$2 \eta\mu \beta \cdot \sigma\upsilon\nu \alpha = \eta\mu(\alpha + \beta) - \eta\mu(\alpha - \beta)$$

$$2 \sigma\upsilon\nu \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu \beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\text{Υπολογιστική μηχανή:} \quad \cdot \sin = \eta\mu \quad \cdot \cos = \sigma\upsilon\nu \quad \cdot \tan = \epsilon\phi$$

$$\text{Νόμος ημιτόνων:} \quad \frac{a}{\eta\mu A} = \frac{b}{\eta\mu B} = \frac{g}{\eta\mu \Gamma} = 2R$$

$$\text{Νόμος Συνημιτόνων:} \quad a^2 = b^2 + g^2 - 2bg \sigma\upsilon\nu A \quad \text{Εμβαδόν τριγ.} \quad E = \frac{a \times b \times \eta\mu \Gamma}{2}$$

6. Στερεομετρία:

Πρίσμα	$E_p = P_b \times l$	$V = E_b \times l$
Τετραγωνική πυραμίδα	$E_p = \frac{P_b \times h}{2}$	$V = \frac{E_b \times l}{3}$
Κύλινδρος	$E_k = 2 \times p \times R \times l$	$V = p \times R^2 \times l$
Κώνος	$E_k = p \times R \times l$	$V = \frac{p \times R^2 \times l}{3}$

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: ΠΡΑΚΤΙΚΗ 2-ΩΡΟ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΚΛΑΔΟΣ: ΟΛΟΙ

ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ: 54

ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ: ΟΛΕΣ

ΗΜΕΡ Κ ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 27.5.2010 / 7:30 – 10:00

ΤΜΗΜΑ: ΒΠΜ2
(ΜΗΑ2, ΜΜΑ2, ΜΥΘ2,
ΓΦΠ2, ΗΟΣ2, ΗΕ2)

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ: 1. Φακλαμάς Πιέρος
2. Παντελή Παναγιώτα

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2,5 ώρες (150 λεπτά)
Αριθμός σελίδων εξεταστικού δοκιμίου τέσσερις (4)

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη (Α΄ και Β΄).

Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. **Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις του Μέρους Α΄ και του Μέρους Β΄.**
2. Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.**
3. **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού
4. Όλες οι απαντήσεις θα πρέπει να γραφτούν στα φύλλα απαντήσεων, που σας έχουν δοθεί.
5. Να χρησιμοποιηθεί μόνο μπλε ή μαύρο μελάνι.

ΜΕΡΟΣ Α: Αποτελείται από 10 ασκήσεις .
 Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις .
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 - 5x - 2 = 0$.

2. Να βρείτε την κλίση των πιο κάτω ευθειών:

$$e_1: y = 7x - 5$$

$$e_2: 9x - 3y = 2$$

3. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 7 \\ x + 4y &= -1 \end{aligned}$$

4. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδό του κύκλου που έχει ακτίνα $R = 5 \text{ cm}$.

5. Να υπολογίσετε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $3x^2 + 6x - 2 = 0$.

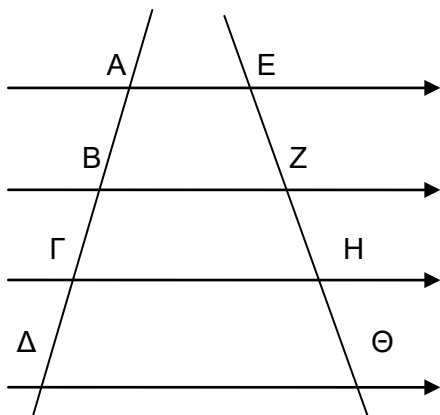
6. Να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης $x^2 - 10x + 25 = 0$.

7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση 4 και περνά από το σημείο $(2, 6)$.

8. Παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 24 cm^2 και ύψος 6 cm . Να βρείτε την βάση που αντιστοιχεί στο ύψος αυτό.

9. Να γίνει η γραφική παράσταση της ευθείας $\psi = 2x + 1$.

10. Με βάση το πιο κάτω σχήμα να συμπληρώσετε τις αναλογίες:



$$\alpha) \frac{AB}{AD} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \quad , \quad \beta) \frac{ZQ}{BD} = \frac{\dots\dots}{BG}$$

$$\gamma) \frac{ZH}{HQ} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} \quad , \quad \delta) \frac{\dots\dots}{HQ} = \frac{BG}{\dots\dots}$$

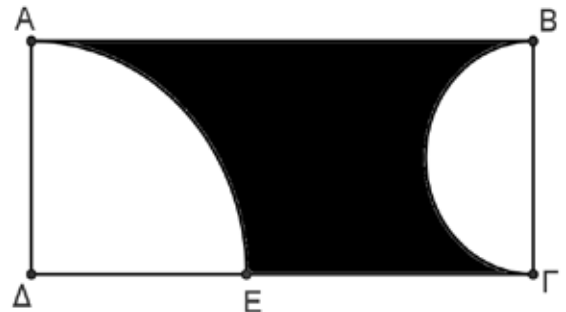
ΜΕΡΟΣ Β: Αποτελείται από 5 ασκήσεις .
 Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις .
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες .

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - mx + 4 = 0$. Να βρεθούν οι τιμές του m έτσι ώστε η εξίσωση να έχει:
 α. ρίζες πραγματικές και ίσες
 β. μια ρίζα τον αριθμό -1

2. Σε μια φάρμα υπάρχουν περιστέρια και κουνέλια. Τα περιστέρια είναι 8 περισσότερα από το διπλάσιο των κουνελιών και όλα τα ζώα έχουν μαζί 144 πόδια. Να βρεθεί πόσα είναι τα περιστέρια και πόσα τα κουνέλια.

3. Να λύσετε το σύστημα $\frac{x-3}{3} + \frac{y+2}{5} = \frac{2}{15}$
 $2y - 3(2x+1) = -5$

4. Ορθογώνιο ΑΒΓΔ . Να υπολογίσετε το **εμβαδό της σκιασμένης περιοχής**, αν $AB = 20\text{cm}$ και $B\Gamma = 8\text{cm}$.



5. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + 5x + 2 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση να βρείτε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
 α. $x_1 + x_2$
 β. $x_1 \times x_2$
 γ. $2x_1^2 x_2 + 2x_1 x_2^2$
 δ. $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$
 ε. $(2x_1 - 3)(2x_2 - 3)$

ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Οι Εισηγητές:

Ο Διευθυντής

.....
 1. Φακλαμάς Πιέρος

.....
 Παύλος Καραγιώργης

.....
 2. Παντελή Παναγιώτα

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Β' ΕΤΟΥΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**1. Εξίσωση 2^{ου} βαθμού**

$$ac^2 + bc + g = 0, \quad a \neq 0 \quad \text{▷} \quad D = b^2 - 4ag$$

$$c_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$S = \frac{-b}{a}, \quad P = \frac{g}{a}$$

2. Ευθεία

Κλίση ευθείας:

Αν η εξίσωση της ευθείας είναι της μορφής $\psi = \alpha\chi + \beta$ ▷ $/ = \alpha$

Αν η εξίσωση της ευθείας είναι της μορφής $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$ ▷ $/ = -\frac{A}{B}$

Κλίση ευθείας από 2 σημεία $A(\chi_1, \psi_1)$ και $B(\chi_2, \psi_2)$ ▷ $/ = \frac{\psi_2 - \psi_1}{\chi_2 - \chi_1}$

3. Εμβαδά επίπεδων σχημάτων

$$E_{\text{τετραγώνου}} = \alpha^2,$$

$$E_{\text{ορθογωνίου}} = \beta \cdot \upsilon,$$

$$E_{\text{τριγώνου}} = \frac{b \times \upsilon}{2}$$

$$E_{\text{ρόμβου}} = \frac{d_1 \times d_2}{2},$$

$$E_{\text{τραπέζιου}} = \frac{(b_1 + b_2) \upsilon}{2}$$

4. Κύκλος

$$\Gamma = 2\pi R,$$

$$g = \frac{2\rho R n \hat{r}}{360^\circ},$$

$$E_{\kappa} = \pi R^2,$$

$$E_{\kappa, \text{τομ}} = \frac{\rho R^2 n \hat{r}}{360^\circ}$$

ΣΧΟΛΗ ΑΜΜΟΧΩΣΤΟΥ / ΑΥΓΟΡΟΥ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2009**ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ :** Πρακτική 4-ωρο**ΜΑΘΗΜΑ :** Μαθηματικά Επιλογής**ΚΛΑΔΟΣ :** Όλοι**ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ :** 23**ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑ :** Όλες**ΗΜ.& ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ :** 27/05/10 7:30-10:00**ΤΜΗΜΑ :** ΒΠΜ4**ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :** 1. Ευαγγελίδου Αναστασία**(ΜΜΑ2,ΜΗΑ2,ΜΥΘ2,ΗΕ2,ΗΟΣ2,ΓΦΠ2)**

2. Σωτηρίου Βασιλεία

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού: 2,5 ώρες (150 λεπτά)

Αριθμός σελίδων εξεταστικού δοκιμίου : πέντε (5)

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη (Α' και Β').

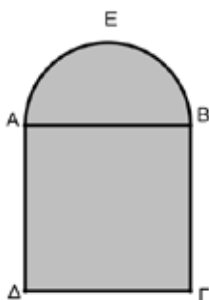
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. **Να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις του Μέρους Α' και του Μέρους Β'.**
2. Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.**
3. **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού
4. Όλες οι απαντήσεις θα πρέπει να γραφτούν στα φύλλα απαντήσεων, που σας έχουν δοθεί.
6. Να χρησιμοποιηθεί μόνο μπλε ή μαύρο μελάνι.

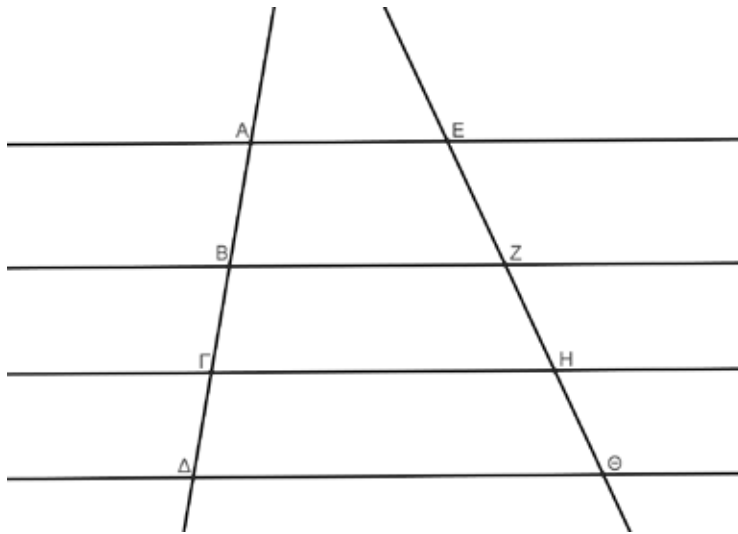
ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 10 ασκήσεις.
Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 7x + 3 = 0$
2. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{aligned} 2x + \psi &= 8 \\ 3x - 2\psi &= 5 \end{aligned}$$
3. Δίνεται η πρόοδος 1, 4, 7, 10, ...
Να βρείτε α) το είδος της προόδου
β) ο δέκατος πέμπτος όρος της
γ) το άθροισμα των δεκαπέντε πρώτων όρων της .
4. Να βρείτε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $2x^2 - 3x + 8 = 0$,
χωρίς να λυθεί η εξίσωση.
5. Να δείξετε ότι $\log 32 + 2\log 5 - \log 8 = 2$
6. Δίνεται κύκλος με ακτίνα 4cm.
Να βρείτε α) το εμβαδό του κύκλου
β) το μήκος του τόξου επίκεντρης γωνίας 45°
7. Αν το $\eta\mu\chi = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < \chi < 180^\circ$ να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης
 $A = 15\sigma\upsilon\nu\chi - 9\epsilon\phi\chi + 27\tau\epsilon\mu\chi$
8. Να υπολογίσετε το εμβαδό του σκιασμένου σχήματος αν ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο πλευράς 6cm και το ΑΕΒ ημικύκλιο με διάμετρο την ΑΒ.



9. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες :
α) $\chi_1 = -4$ και $\chi_2 = +3$
β) $\chi_1 = 4 + \sqrt{5}$ και $\chi_2 = 4 - \sqrt{5}$

10. Αν $AE \parallel BZ \parallel \Gamma H \parallel \Delta \Theta$ και $AB=4 \text{ cm}$, $Z\Theta=12\text{cm}$ και $E\Theta=20\text{cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος των τμημάτων EZ , $B\Delta$ και $A\Delta$.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 ασκήσεις.
 Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - (\lambda - 4)\chi + 9 = 0$. Να βρείτε τη τιμή του λ ώστε
 - η εξίσωση να έχει μια ρίζα ίση με -1
 - η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες
- Ν' αποδείξετε τη ταυτότητα $(1+\sigma\varphi^2\chi)\times\eta\mu^2\chi=1$
 - Αν χ_1, χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης $2\chi^2 + 4\chi - 8 = 0$ να υπολογίσετε τις πιο κάτω παραστάσεις :

i) $\chi_1 + \chi_2 =$	ii) $\chi_1 \times \chi_2 =$	iii) $3\chi_1 + 3\chi_2 =$	iv) $\frac{4}{\chi_1} + \frac{4}{\chi_2} =$
------------------------	------------------------------	----------------------------	---
- Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις.

α) $3^{2x+5} = 27$	β) $\log(\chi-3) + \log 2 = \log(3\chi+1) - \log 4$
--------------------	---

4. Οι αριθμοί 2ψ , $3\psi-1$, $\psi+4$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί ψ , χ , $\chi+4$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

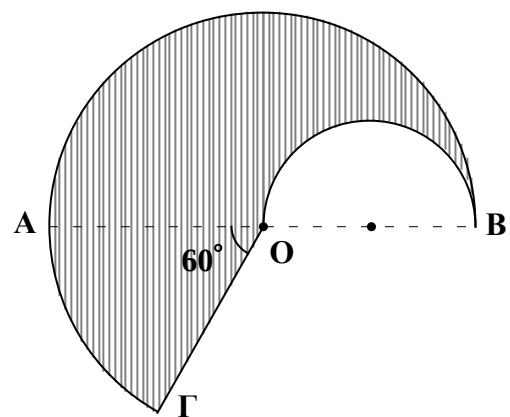
Να βρείτε α) το χ και το ψ

β) τη διαφορά (δ) της αριθμητικής προόδου και

γ) το λόγο (λ) της γεωμετρικής προόδου

5. Να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής αν $AB = 8\text{cm}$, $AO = OB = OG$ και $\hat{AOG} = 60^\circ$.

(Να δώσετε την απάντησή σας συναρτήσει του π).



ΤΕΛΟΣ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ:

.....

.....

1. Ευαγγελίδου Αναστασία

Καραγιώργης Παύλος

.....

2. Σωτηρίου Βασιλεία

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ - Β' ΤΑΞΗ ΠΡΑΚΤΙΚΟ ΤΕΤΡΑΩΡΟ

1. Αριθμητική πρόοδος :

$$\alpha_v = \alpha_1 + (v - 1) \delta$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \times n}{2}$$

$$S_n = \frac{[2a_1 + (n - 1) \times d] \times n}{2}$$

2. Γεωμετρική πρόοδος:

$$\alpha_v = a_1 \times (l^{n-1})$$

$$S_n = \frac{a_1 \times (1 - l^n)}{1 - l}$$

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{1 - l} \quad -1 < l < 1$$

α, β, γ διαδοχικοί όροι $\hat{U} \quad 2\beta = \alpha + \gamma$

α, β, γ διαδοχικοί όροι $\hat{U} \quad \beta^2 = \alpha \times \gamma$

3. Λογάριθμοι :

$$\log_a Y = C \quad \hat{U} \quad a^C = Y$$

$$\log_a (C \times Y) = \log_a C + \log_a Y$$

$$\log_a a^C = C$$

$$\log_a \frac{C}{Y} = \log_a C - \log_a Y$$

$$a^{\log_a C} = C$$

$$\log_a C^n = n \times \log_a C$$

$$\log_a C = \frac{1}{\log_C a}$$

4. Τριγωνομετρία:

$$\begin{array}{l} \nearrow \sin^2 c + \cos^2 c = 1 \\ \searrow \cos^2 c + \sin^2 c = 1 \end{array}$$

$$\sin c = \frac{hmc}{sunc}$$

$$\cos c = \frac{sunc}{hmc}$$

$$\tan c = \frac{1}{\cot c}$$

$$\cot c = \frac{1}{\tan c}$$

$$\sec^2 w = 1 + \tan^2 w \quad \csc^2 w = 1 + \cot^2 w$$

Υπολογιστική μηχανή: $\cdot \sin = \eta\mu \quad \cdot \cos = \sigma\upsilon\nu \quad \cdot \tan = \epsilon\phi$

5. Κύκλος

$$\Gamma = 2\pi R, \quad g = \frac{2\rho R m}{360^\circ}, \quad E_k = \pi R^2, \quad E_{k. \text{τομ}} = \frac{\rho R^2 m}{360^\circ}$$

