

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 27/05/2011

ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Χρόνος: 2.30΄

*** Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες***

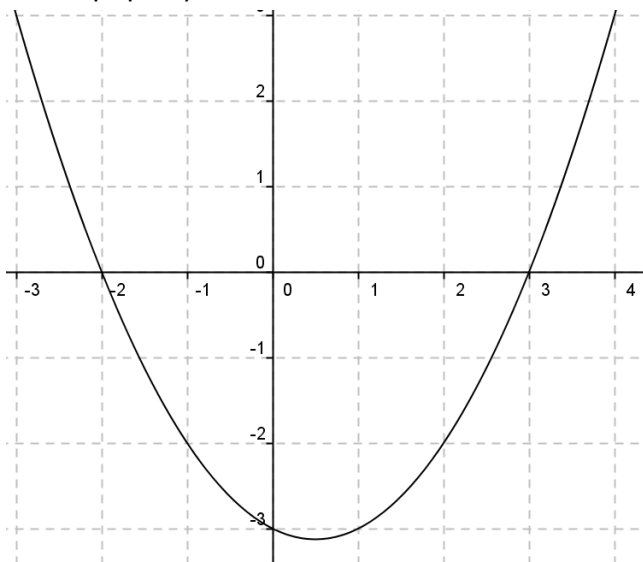
ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού

ΜΕΡΟΣ Α΄Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

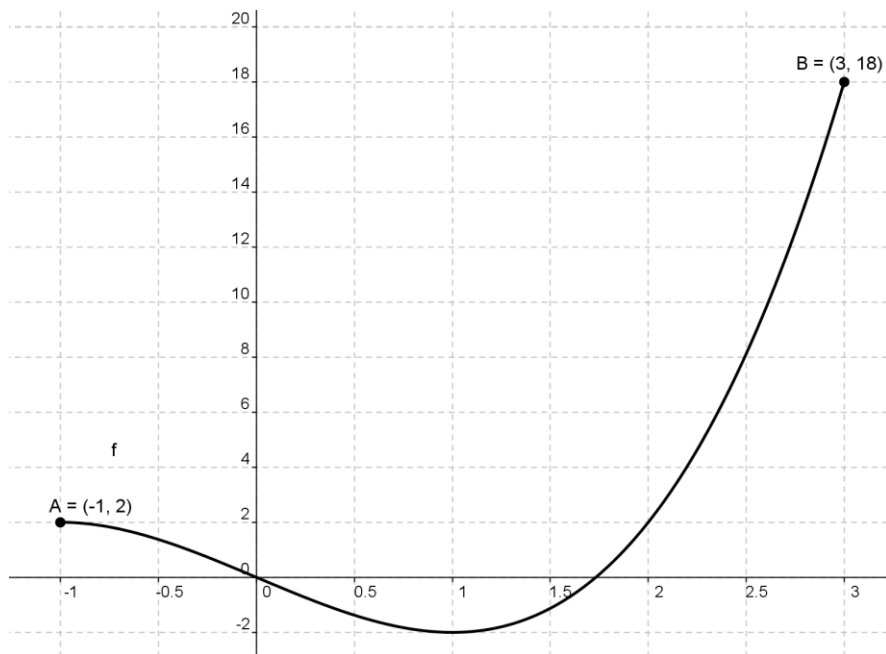
1. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - x - 10 = 0$.
2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = f(x)$. Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να γράψετε τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



3. Το σημείο $A(1,4)$ ανήκει πάνω στη ευθεία που έχει εξίσωση $\psi = 2\chi + \beta$. Να βρείτε την τιμή του β και να αναφέρετε ποια είναι η κλίση της ευθείας.
4. Αν $\sin\theta = -\frac{3}{5}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 10 \cdot \eta\mu\theta - 12 \cdot \epsilon\varphi\theta$.
5. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς $\chi_1 = 2 - \sqrt{10}$ και $\chi_2 = 2 + \sqrt{10}$.
6. Να λύσετε την ανίσωση: $(\chi - 1)(\chi + 2)(\chi - 5) < 0$.
7. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \alpha - 2\beta = 5 \\ \alpha^2 + \beta^2 = 10 \end{cases}$$
8. Στο πιο κάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης $y = f(\chi)$. Από τη γραφική παράσταση της να βρείτε:

(α) το πεδίο ορισμού της και το πεδίο τιμών της,

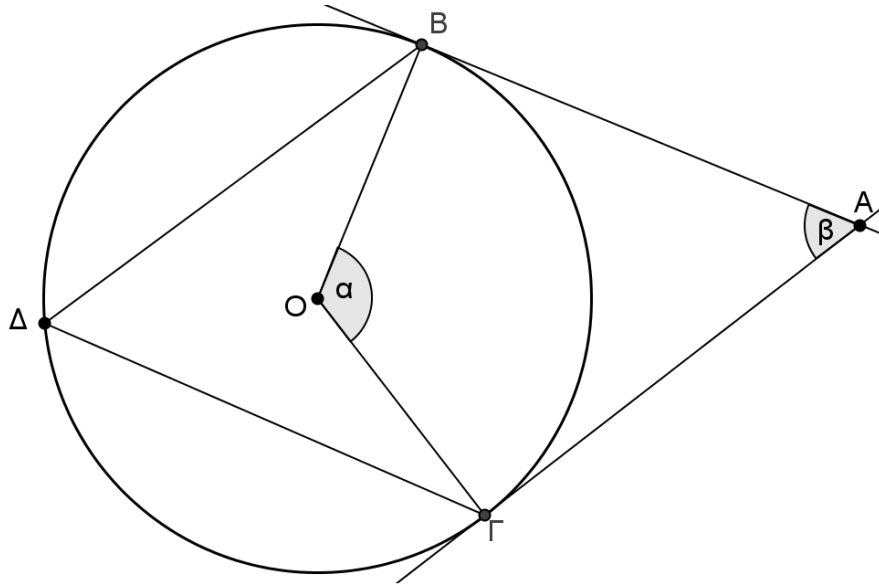
(β) την τιμή του $f(-1) - f(0)$.



9. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\eta\mu\chi}{1+\sin\chi} + \frac{1+\sin\chi}{\eta\mu\chi} = 2\sigma\tau\epsilon\mu\chi.$$

10. Στο πιο κάτω σχήμα οι ευθείες AB και $A\Gamma$ είναι εφαπτομένες στον κύκλο με κέντρο το O . Αν η γωνία α είναι διπλάσια από τη γωνία β να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $B\hat{\Delta}\Gamma$ και $O\hat{\Gamma}B$.



11. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $8\chi^2 + 4\chi - 2 = 0$ να υπολογίσετε τις παραστάσεις
 $A = 4\chi_1 - 16\chi_1\chi_2 + 4\chi_2$ και $B = \frac{3}{2\chi_1+6} + \frac{3}{2\chi_2+6}$.
12. Σε κύκλο με κέντρο O οι χορδές του AB και $\Gamma\Delta$ τέμνονται στο P .
 (α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Gamma P$ και $B\Delta P$ είναι όμοια
 (β) να υπολογίσετε το μήκος της χορδής AB , αν $(P\Delta) = 18cm$, $(P\Gamma) = 8cm$ και το P είναι μέσο του AB .
13. (α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f αν $f(x) = \sqrt{(\chi - 6)(4 - \chi)}$.
 (β) Μπορούμε να γράψουμε την f ως $f(x) = \sqrt{(\chi - 6)} \cdot \sqrt{(4 - \chi)}$; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
 (γ) Να βρείτε το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{2x-1}{2x+6}$, $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$.
14. Για ποιες τιμές του κ η εξίσωση: $(\kappa + 4)\chi^2 + (\kappa + 1)\chi + 1 = 0$, έχει ρίζες πραγματικές;
15. (α) Να κάνετε «πρόχειρο» διάγραμμα για τη συνάρτηση $f(x) = (x - 2)^2 - 9$, όπου να φαίνονται ευκρινώς τα σημεία τομής με τους άξονες και το ελάχιστο της.
 (β) Να αναφέρετε τις συντεταγμένες του ελάχιστου σημείου της συνάρτησης $y = f(x + 1)$, με $f(x) = (x - 2)^2 - 9$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda + 3)\chi^2 + (\lambda + 5)\chi + 1 - \lambda = 0, \lambda \neq -3$. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει :
 - (α) Ρίζες αντίθετες
 - (β) Ρίζες που το γινόμενο τους να είναι τετραπλάσιο του αθροίσματός τους και
 - (γ) Ρίζες που το άθροισμα των τετραγώνων τους να ισούται με 11.

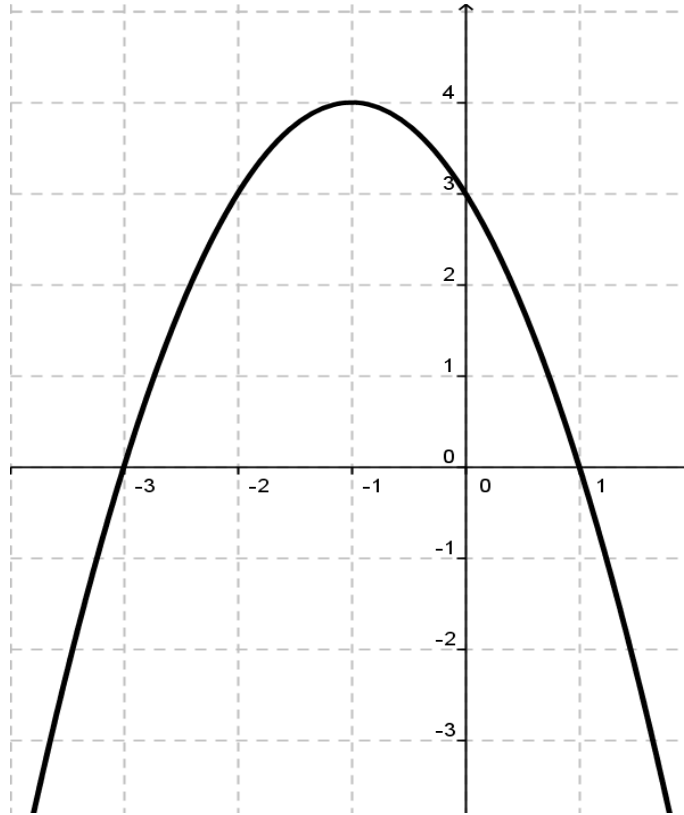
- 2 . Δίνεται το ευθύγραμμο τμήμα AB που ενώνει τα σημεία $A(4,1)$ και $B(10,4)$
 - (α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB.
 - (β) Να υπολογίσετε την γωνία που σχηματίζει η AB με τον άξονα των χ .
 - (γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε_1) που περνά από το A και είναι κάθετη στην AB και να την παραστήσετε γραφικά.
 - (δ) Αν η ευθεία (ε_1) τέμνει την ευθεία $\chi = 2.5$ στο Γ , να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

3. (α) Για ποιες τιμές του λ το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $(\lambda + 12)\chi^2 - \chi + \lambda^2 = 0, \lambda \neq -12$, είναι μεγαλύτερο του 1;
 - (β) Να λύσετε την εξίσωση: $(2\chi^2 + 1)^2 - 1 = 3(12 - \chi^2)$.
 - (γ) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \chi_1 + \frac{1}{2}$ και $\rho_2 = \chi_2 + \frac{1}{2}$, όπου χ_1, χ_2 οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης: $(2\chi^2 + 1)^2 - 1 = 3(12 - \chi^2)$.

4. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα R . Στην προέκταση της διαμέτρου AB (προς το μέρος του B) παίρνουμε σημείο Γ . Από το Γ φέρνουμε την εφαπτομένη $\Gamma\Delta$ (Δ το σημείο επαφής του κύκλου) και τη ΓE κάθετη στην $A\Gamma$, όπου E το σημείο τομής της κάθετης με την προέκταση της $A\Delta$. Να δείξετε ότι:
 - (α) $(A\Delta)(AE) = (AB)(A\Gamma)$
 - (β) $(\Gamma\Delta)^2 = (A\Gamma)(\Gamma B)$.

5. Στο πιο κάτω σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Από τη γραφική παράσταση της $f(x)$, να βρείτε:

- (α) τον άξονα συμμετρίας της ,
- (β) την τιμή του γ ,
- (γ) την κορυφή της παραβολής,
- (δ) το πεδίο τιμών της $f(x)$,
- (ε) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$,
- (στ) τον τύπο της συνάρτησης στη μορφή $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$,
- (ζ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 3$,
- (η) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 0$.



6 . Αν για την οξεία γωνία θ ισχύει:

$$\frac{\eta\mu(180-\theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180+\theta) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu(90-\theta)}{\tau\epsilon\mu(-\theta) \cdot \eta\mu(90-\theta) \cdot \epsilon\varphi(360-\theta)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Να βρείτε τη γωνία θ και να δείξετε ότι η εξίσωση

$$(1 + \eta\mu\theta)\chi^2 - 2\chi \epsilon\varphi\theta + 1 + \sigma\upsilon\nu\theta = 0, \text{ έχει ρίζες αντίστροφες.}$$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Τιμοθέου Σάββας Β.Δ

Χατζηγεωργίου Έλενα

Ζήκκος Ηλίας

Κουμπάρου Χριστίνα

Πούλλου Χαρούλα

Χατζηγιάννη Μαρία