

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο)
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι)

ΜΕΡΟΣ Α'

**Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{-3x+12}{(x+2)(x-1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
2. Να υπολογίσετε τα όρια: α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x}{x^3 + 2x^2 - 1}$, β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$
3. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:
α) $y = 4x^5 + \text{τεμ}(3x)$ β) $y^2 + 3y = 4x^2$
4. Σε αριθμητική πρόοδο ο όγδοος όρος της είναι $\alpha_8 = -9$ και η διαφορά της $\delta = -2$.
Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
5. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης ίση με 24 m.
Το παράπλευρο ύψος της σχηματίζει με το επίπεδο της βάσης, γωνία 60° .
Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς της.
6. Η ρίζα της εξίσωσης $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ είναι ο πρώτος όρος φθίνουσας Γεωμετρικής προόδου και $\lambda \cdot \alpha_1 = 1$. Να βρείτε τον έβδομο όρο της γεωμετρικής προόδου και το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της.
7. Να αποδείξετε ότι $\frac{\sigma\upsilon\nu 2\theta - 2\sigma\upsilon\nu\theta + 1}{\eta\mu 2\theta - 2\eta\mu\theta} = \sigma\varphi\theta$

8. Η λύση της εξίσωσης $\log x + \log(x+4) = \log(\ln e^5)$ είναι ρίζα του πολυωνύμου $f(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 2$ και $f'(-1) = -2$. Να βρείτε τα α και β .

9. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x-4}}$ και $g(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-4}}$.

Να εξετάσετε αν είναι ίσες οι συναρτήσεις.

Στην περίπτωση που $f \neq g$, να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ για το οποίο $f = g$.

10. Να δείξετε ότι $\sin x + \sin y + \sin \omega + \sin(x+y+\omega) = 4 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{y+\omega}{2} \sin \frac{\omega+x}{2}$

11. Τριγώνου $AB\Gamma$ δίνονται $A(1, -1)$, $B(3, 4)$, η εξίσωση της πλευράς AG : $4\psi - \chi = 5$ και η εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$: $\psi + 2\chi = 10$. Να βρείτε:
 α) Την εξίσωση της ευθείας που περνά από το Γ και είναι παράλληλη της AB .
 β) Το μήκος του ύψους AD του τριγώνου $AB\Gamma$.
 γ) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

12. α) Να δείξετε ότι $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2\pi \cdot \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot (x + \pi)} = \frac{4}{3}$.

β) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu\Gamma \cdot \sin B$.
 Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

13. Σε κώνο η ακτίνα R της βάσης, το ύψος u και η γενέτειρα λ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Αν ο όγκος του είναι αριθμητικά ίσος με το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας, να βρείτε τον όγκο του.

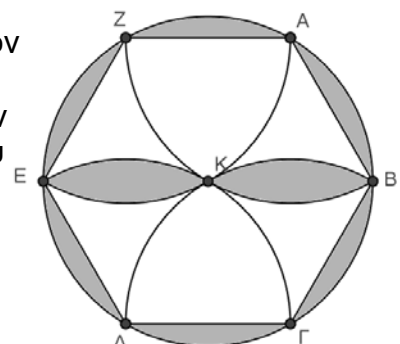
14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x-5} + 2$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της f

β) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης της f

γ) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f \circ f^{-1}$.

15. Δίνεται κανονικό εξάγωνο $AB\Gamma\Delta EZ$ εγγεγραμμένο στον κύκλο (K, R) . Με κέντρα τις κορυφές του εξαγώνου φέρουμε τόξα μέσα στον κύκλο. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου συναρτήσεως της ακτίνας R του κύκλου.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση: $\psi = \ln \sqrt{5 + 4x^2}$. Να δείξετε ότι:

α) $e^{2\psi} \cdot \frac{d\psi}{dx} = 4x$

β) $e^{2\psi} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + 2e^{2\psi} \cdot \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 - 4 = 0$

2. α) Να βρείτε το άθροισμα $\Sigma = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$

β) Να λύσετε την εξίσωση $\left[4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots \right) \right]^{2 \log_3 x} = \log 100^x + 3$

3. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με κορυφές $A(-1,4)$ και $\Gamma(3,7)$.

Να βρείτε:

α) Την εξίσωση της AB

β) Το μήκος των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$.

γ) Τις συντεταγμένες σημείου Δ που βρίσκεται στην προέκταση της πλευράς ΓA , έτσι ώστε $\Gamma A = A\Delta$.

δ) Την εξίσωση της $B\Gamma$, αν η κλίση λ της $B\Gamma$ είναι αρνητική.

4. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{e}{x}$ και $g(x) = \ln x$, $x > 0$

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων ε_1 και ε_2 των f και g στο σημείο $A(e,1)$ αντίστοιχα.

β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνουν τον άξονα yy' στα σημεία $B(0,2)$ και $\Gamma(0,0)$ αντίστοιχα.

γ) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα xx' .
Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.

5. Φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος με λόγο λ και αύξουσα αριθμητική πρόοδος με διαφορά δ έχουν πρώτο όρο ίσο με 8. Το άθροισμα των τριών πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου είναι 14 και ισχύει η σχέση $\log_{\delta}(8\lambda) = 2$.

α) Να σχηματίσετε τις προόδους.

β) Αν Σ_n είναι το άθροισμα των n πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου,

Σ_{∞} είναι το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου και

ισχύει $\Sigma_n = 6(\Sigma_{\infty} + 4)$ να βρείτε το n .

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x (\eta \mu x - \sigma \nu x)$

α) Να δείξετε ότι $f'(x) = \sigma \nu 2x + \eta \mu 2x$

β) Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της $(0, -1)$

γ) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης $f'(x) + 1 = \sqrt{3}(\sigma \nu x + \eta \mu x)$

Ο Διευθυντής

Οι Εισηγητές

Τουμάζου Αικατερίνη (Β.Δ.)

Νίτσιος Θεόδωρος

Κωστή Ελένη

Δυμιώτης Δώρος

Μασούρας Θεοχάρης

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**ΜΑΘΗΜΑ :** Μαθηματικά**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ** 23 / 5 / 2011**ΤΑΞΗ :** Β' Κοινός κορμός**ΔΙΑΡΚΕΙΑ :** 2:30 ώρες**ΟΔΗΓΙΕΣ**

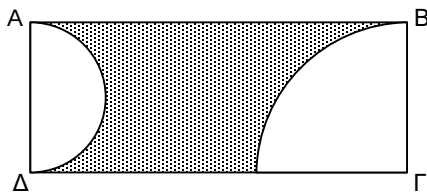
- Γράφετε με πένα μπλέ ή μαύρη. Τα σχήματα αν θέλετε με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Οι αριθμοί $x-1$, $3x$, $x+9$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να βρείτε το x .
- 2) Κύκλος έχει εμβαδόν $25\pi \text{ m}^2$. Να βρείτε την περίμετρο του.
- 3) Να λύσετε τις εξισώσεις α) $2^{3x-5}=16$ β) $\log_2 x = 4$
- 4) Να δείξετε ότι: $\frac{\log 4 + \log 8}{\log 12 - \log 6} = 5$
- 5) Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €3660 αν τοκιστεί για 2 χρόνια και 4 μήνες προς 5%.
- 6) Να λύσετε την εξίσωση $\log(3x+5) - \log 2 = \log x + \log 4$
- 7) Σε μια γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι 6 και ο έκτος όρος 48. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

- 8) Ο λόγος των περιμέτρων δύο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{2}{5}$. Αν η μια πλευρά του μεγαλύτερου πολυγώνου είναι 30cm να υπολογίσετε την ομόλογη πλευρά του μικρότερου πολυγώνου.
- 9) Αγοράσαμε μια τηλεόραση με έκπτωση 15% και πληρώσαμε €306. Ποια ήταν η αξία της τηλεόρασης.
- 10) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους αν $AB=20\text{cm}$ και $B\Gamma=8\text{cm}$.



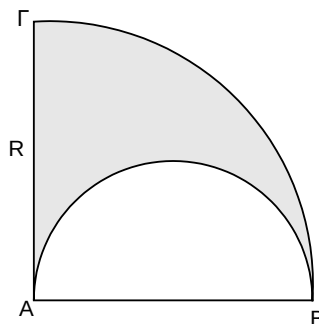
- 11) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται οι πλευρές του $a = 10\text{cm}$, $\beta = 5\sqrt{3}\text{cm}$ και $\gamma = 5\text{cm}$. Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών A , B και Γ του τριγώνου.
- 12) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 3 + 7 + 11 + \dots + 799$
- 13) Σε σχέδιο με κλίμακα $1 : 100$ το ύψος μιας πόρτας είναι 2cm. Ποιο είναι το πραγματικό της ύψος σε m;
- 14) Να λύσετε την εξίσωση $2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$
- 15) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \sin \Gamma + \gamma \sin B = 2R$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Αριθμητικής προόδου το άθροισμα του πέμπτου και του έβδομου όρου της είναι ίσο με 56 και το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων είναι 164. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
- 2) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ $A\Gamma = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$
α) Να επιλύσετε το τρίγωνο.
β) Να βρείτε το εμβαδόν του.

- 3) Σ' απόλυτα φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος όρος της είναι -8 και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\frac{32}{3}$. Να βρείτε την πρόοδο και το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της.
- 4) α) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

$$\frac{\sin A}{\alpha} + \frac{\sin B}{\beta} + \frac{\sin \Gamma}{\gamma} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\alpha\beta\gamma}$$
 β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν οι σχέσεις $\beta = \alpha$ και $\gamma = \alpha\sqrt{2}$ να υπολογίσετε τις γωνιές του.
- 5) Στο διπλανό σχήμα το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους είναι $8\pi \text{ cm}^2$ ($A\Gamma B$ τεταρτοκύκλιο, AB ημικύκλιο)
 α) Να βρείτε την ακτίνα R του τεταρτοκυκλίου.
 β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



- 6) Ένας εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα για τα οποία πλήρωσε επιπλέον 30% επί της αξίας τους για διάφορα έξοδα. Στην συνέχεια τα πώλησε με κέρδος 20% και είσπραξε €31200. Να υπολογίσετε:
 α) το κέρδος που είχε από την πώληση των εμπορευμάτων
 β) την αρχική αξία των εμπορευμάτων
 γ) τα έξοδα που είχε.

Οι εισηγητές :
 Τουμάζου Κατερίνα (Β.Δ)
 Νίτσιος Θεόδωρος
 Τοφή Φρύνη
 Κωστή Ελένη
 Δυμιώτης Δώρος

.....Διευθυντ.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Ημερομηνία: Τρίτη, 24/05/2011

Ωρα: 7:30 πμ
Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- γ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- ε) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες από τις 100.

1) Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{3\chi+5}{\chi^2+\chi-12}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2) Να υπολογίσετε τα όρια:

α) $\lim_{\chi \rightarrow \infty} \frac{3\chi^2+6\chi-5}{\chi^2+2}$

β) $\lim_{\chi \rightarrow 3^+} \frac{\chi}{\chi-3}$

3) Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του 1^{ου} και του 3^{ου} όρου της είναι -2, ενώ το άθροισμα του 2^{ου} και του 6^{ου} όρου της είναι 10. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα των 21 πρώτων όρων της.

4) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:

α) $\psi = \frac{\chi^2+2}{\chi-5}$

β) $\psi = \ln(2\chi + e + e\varphi 3\chi) + \sigma\upsilon\nu\chi$

5) Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = 2 - \frac{1}{\chi}$. Να βρείτε τον τύπο, το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της αντίστροφης συνάρτησης $f^{-1}(\chi)$.

6) Να λύσετε την εξίσωση $\log_2(\chi+5) - \log_2(\chi-2) = 3$.

7) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης $\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu(\chi - 30^\circ) = 1$.

8) Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $A(1,5)$, $B(6,4)$ και $\Delta(-2,2)$. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης του ευθύγραμμου τμήματος AG .

9) Δίνεται το πολυώνυμο $f(x) = 2\alpha x^2 - 4\beta x + \gamma$. Να προσδιορίσετε τους αριθμούς α , β και γ ώστε το πολυώνυμο να έχει ρίζα τον αριθμό -2 και να ισχύει: $f'(-1) = 4$ και $f''(x) = -12 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

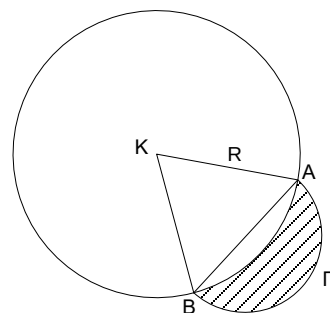
10) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης 12α cm. Αν το παράπλευρο ύψος της σχηματίζει με το ύψος της γωνία 30° , να υπολογίσετε το ολικό εμβαδόν της και τον όγκο της.

11) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν γνωρίζετε ότι $E = 18\sqrt{3}m^2$, $\beta = 6\sqrt{3}m$, $\gamma = 12m$ και $\hat{A} < 90^\circ$.

12) Να δείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 5\theta}{\eta\mu\theta} - \frac{\sigma\upsilon\nu 5\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta} = 4\sigma\upsilon\nu 2\theta$.

13) Έστω οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ και $g(x) = \sqrt{x-2}$. Να βρείτε τη συνάρτηση $g \circ f$ καθώς και το πεδίο ορισμού της.

14) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K,R) με $\hat{A}KB = 60^\circ$. Αν η χορδή AB του κύκλου είναι και διάμετρος του ημικυκλίου $A\Gamma B$, να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μηνίσκου συναρτήσει του R .



15) Η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης $\alpha x^2 y + 3\beta x - 4\ln(2x+3) = 0$ στο σημείο της $A(-1,3)$ είναι κάθετη με την ευθεία $5x - y = 1$. Να υπολογίσετε τις τιμές α και β με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες από τις 100.

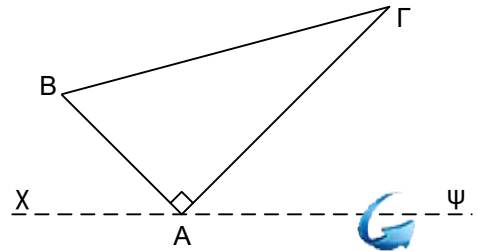
- 1) Δίνεται η καμπύλη $\chi^2 + \psi^2 - 6\chi - 8\psi = 0$ με $\psi > 0$ και Α το σημείο τομής της με τον άξονα $\psi\psi'$.
- α) Να δείξετε ότι το σημείο Α έχει συντεταγμένες $(0,8)$.
- β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της κάθετης (ε) της καμπύλης στο σημείο Α είναι η $4\chi + 3\psi - 24 = 0$.
- γ) Να βρείτε το μήκος της απόστασης του σημείου $B(-1,3)$ από την ευθεία (ε).
- δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, όπου Γ το σημείο τομής της ευθείας (ε) με τον άξονα των $\chi\chi'$.
- ε) Να βρείτε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος KM , όπου Κ το σημείο με συντεταγμένες $(3,4)$ και Μ το κέντρο βάρους του $\square AB\Gamma$.
- 2) α) Αν $\psi = \alpha e^{-4\chi} + \beta \chi e^{-4\chi}$, να δείξετε ότι $\psi'' + 8\psi' + 16\psi = 0$.
- β) Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{\chi \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 5\chi}{\sqrt{6\chi + 25} - 5}$.
- 3) α) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\eta\mu A(\sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu \Gamma) = \frac{\beta + \gamma}{2R}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- β) Δίνεται η πρόοδος $\ln \chi, \ln(\chi^2\psi), \ln(\chi^3\psi^2), \dots$ με $\chi, \psi \in \square^+ - \{1\}$.
- i) Να βρείτε το είδος της προόδου.
- ii) Να δείξετε ότι το άθροισμα των ν πρώτων όρων της προόδου είναι:
- $$\Sigma_\nu = \frac{\nu}{2} \ln \left[\chi^{(\nu+1)} \cdot \psi^{(\nu-1)} \right].$$
- 4) Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = 1 + \sigma\upsilon\nu 2\chi + \eta\mu 2\chi$.
- α) Να αποδείξετε ότι: $f(\chi) \cdot \varepsilon\phi\chi = 1 + \eta\mu 2\chi - \sigma\upsilon\nu 2\chi$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση $f(\chi) + f\left(\frac{\pi}{2} - \chi\right) = 4$ στο διάστημα $(0, \pi)$.
- γ) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της συνάρτησης $f(\chi)$ στο σημείο Σ με τετμημένη $\chi = \frac{\pi}{2}$.

- 5) Αν ο αριθμός χ είναι ρίζα της εξίσωσης $\log_2(5^{\chi+1} - 3^{\chi+2}) = 2 + \log_2(4 \cdot 3^\chi - 5^\chi)$ να υπολογίσετε το άθροισμα: $\log_2 \chi + \log_4 \chi + \log_{16} \chi + \dots$.

Στη συνέχεια να βρείτε την τιμή του ψ στην εξίσωση:

$$\left[5(\log_2 \chi + \log_4 \chi + \log_{16} \chi + \dots) \right]^{2 \log \psi} = \log 100^\psi + 8$$

- 6) Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $\chi A \psi$. Αν $AB = 6 \text{ cm}$, $B\Gamma = 10 \text{ cm}$, και $\hat{BAX} = 45^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



Οι Εισηγητές:
Λαμπρινός Νέαρχος
Λαμπράκη Μάρθα

Η Διευθύντρια

Μαρία Ελευθερίου

ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΟ ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΚΑΙ ΛΥΚΕΙΟ ΛΕΥΚΑΡΩΝ
Σχολική χρονιά 2010-2011

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ημερομηνία: 24/05/2011

Ωρα: 7:30'πμ

Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα.
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Το γραπτό αποτελείται από 3 σελίδες.
Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής

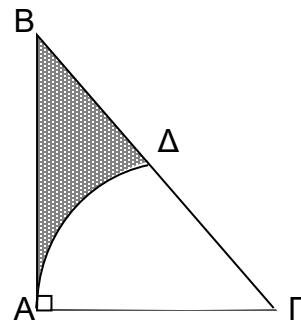
ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να απαντήσετε **ΜΟΝΟ** στα 12. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί : 2 , $x - 1$, $3x + 1$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
2. Να λύσετε την εξίσωση : $\log_x 16 = 4$
3. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν £4000 αν τοκιστούν προς 6% για 5 χρόνια (με απλό τόκο).
4. Ένα παντελόνι κοστίζει €80. Την περίοδο των εκπτώσεων πωλείται €60. Να βρείτε πόσο % είναι η έκπτωση πάνω στην αρχική του τιμή.
5. Δίνεται κύκλος με εμβαδό $144\pi \text{ cm}^2$.
Να βρείτε :
α. Την ακτίνα του κύκλου
β. Το μήκος της περιφέρειάς του.
6. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\log 125 - \log \frac{1}{25}}{\log 5}.$$

7. Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου $9, 3, 1, \frac{1}{3}, \dots$.
8. Ο τρίτος όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι ο αριθμός 9 και ο δέκατος όρος της είναι ο αριθμός 30. Να βρείτε τους τέσσερις πρώτους όρους της προόδου.
9. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $\alpha = 7\text{ cm}$, $\gamma = 7\sqrt{3}\text{ cm}$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο και να βρείτε το εμβαδόν του.
10. Σε τρίγωνο ABΓ η γωνιά $\hat{A} = 90^\circ$. Να δείξετε ότι $\frac{\beta + \gamma}{2\alpha} = \frac{\eta\mu B + \eta\mu \Gamma}{2}$.
11. Τρεις φίλοι συμμετείχαν από κοινού σ' ένα ποδοσφαιρικό στοίχημα. Ο Α έβαλε €10, ο Β €8 και ο Γ €6. Κέρδισαν €48000 και αφού πλήρωσαν φόρο 10 % επί των κερδών, μοιράστηκαν το ποσό που απέμεινε ανάλογα με το ποσό που έβαλε ο καθένας. Πόσα χρήματα πήρε ο καθένας;
12. Το μήκος τόξου 120° είναι $16\pi\text{ cm}$. Να υπολογίσετε:
 i) Την ακτίνα του κύκλου.
 ii) Το εμβαδό του αντίστοιχου κυκλικού τομέα.
 iii) Την περίμετρο του αντίστοιχου κυκλικού τομέα.
13. Να λύσετε την εξίσωση: $\lambda \log^2 \chi + 2\lambda \log \chi - 8 = 0$

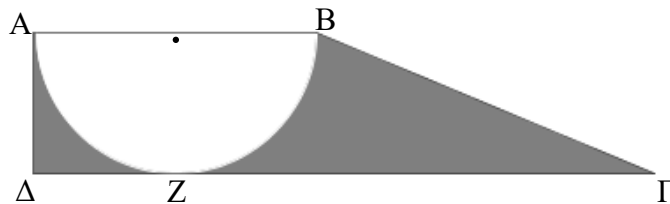
14. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι
 ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές ($AB = AG$).
 Αν $B\Gamma = 18\text{ cm}$ και το τόξο AΔ ανήκει σε κύκλο με κέντρο το Γ και ακτίνα την AG να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



15. Μεταξύ του 3 και του 729 να παρεμβάλετε 4 αριθμούς ώστε να σχηματίζεται γεωμετρική πρόοδος.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα 4. Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :
α) $\log x + \log(x + 5) = \log 6$
β) $4^{x+1} - 13 \cdot 2^x + 3 = 0$
2. Σ' ένα κατάστημα ηλεκτρικών ειδών μια τηλεόραση είναι τιμολογημένη 960 € . Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται 20% κέρδος του πωλητή.
α) Να βρείτε την αρχική τιμή της τηλεόρασης χωρίς το κέρδος .
β) Αν ο πελάτης Α είναι φίλος του καταστηματάρχη και θα του κάνει έκπτωση 15% πάνω στη τιμολόγηση και επιπλέον πληρώσει 5% Φ.Π.Α. πόσα θα του στοιχίσει η τηλεόραση;
3. Η θετική λύση της εξίσωσης $x^2 - x - 12 = 0$ αποτελεί τον πρώτο όρο Γ.Π ενώ η αρνητική λύση αποτελεί το λόγο της Γ.Π. Να βρείτε τη Γ.Π. και τον 7^{ον} όρο της.
4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$) με βάσεις $AB = 10$ cm και $\Delta\Gamma = 22$ cm. Με διάμετρο την AB γράφουμε ημικύκλιο που εφάπτεται της $\Delta\Gamma$ στο σημείο Z . Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



5. Τα $\frac{2}{3}$ ενός κεφαλαίου τοκίστηκαν προς 6% και το υπόλοιπο προς 8% και σε τρία χρόνια έγιναν μαζί με τους τόκους τους €7200. Να βρείτε πόσα χρήματα τοκίστηκαν προς 8%.
6. Να υπολογίσετε το άθροισμα : $9+12+15+\dots+90$.

Οι Εισηγητές

Βασιλική Τζάθα
Μάρθα Λαμπράκη

Η Διευθύντρια

Μαρία Ελευθυρίου

§ J T AIB J ũIBJ ũAq ÑIBJ § J T J é J z AHJ E
Ej B§ ET c j AB? E j : 2010-2011

ũΛj Uē AE UΛBj ãq ãET AE A? Ae j EAE z j IBJ-IBJ? IBJ 2011

$$z_j \bar{U} \phi z_j : z_j \bar{U} \phi z_j \in \mathcal{E}_j \quad T_j \in \mathcal{A}_j \bar{U}_j \nabla \phi \in \mathcal{E}$$

¢ ¸ AΛB ¸ ¸ ? ¸ : 19.5.2011

e J ? ¢ : dō

j ~~ΛB ? B E~~: 2,5 q ~~ΛA E~~

[illegible][illegible][illegible]

1) $\frac{3x+2}{x^2-2x}$

2) $\varphi_{\mathbb{R}^3} \tilde{M} \tilde{M}^* \varphi_{\mathbb{R}^3}^*$ (2, 3), $\psi_{\mathbb{R}^4} \tilde{M} \tilde{M}^* \psi_{\mathbb{R}^4}^*$ (1, 4) $\varphi_{\mathbb{R}^5} \tilde{M} \tilde{M}^* \varphi_{\mathbb{R}^5}^*$ (2, 5). $\varphi_{\mathbb{R}^6} \tilde{M} \tilde{M}^* \varphi_{\mathbb{R}^6}^*$

[illegible]

3) յ 3 և 6 նման ձգվողական առ 36' cm² և 96' cm³, 3 սխեմայի

$\check{U}) \notin d_3 \check{U} \check{U}_B \check{U} \check{U}_B g.$

6) $\varphi \in \mathcal{U}_B \cap \mathcal{U}_H$ $\mathcal{U}_G \ni \varphi \mapsto \varphi|_G$ သို့မဟုတ် $\mathcal{U}_G \ni \varphi \mapsto \varphi|_G$.

[illegible]

5) $\frac{d\psi}{dx}$, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{dz}{dx}$, $\frac{dw}{dx}$, $\frac{dv}{dx}$, $\frac{du}{dx}$, $\frac{dt}{dx}$, $\frac{ds}{dx}$, $\frac{dr}{dx}$, $\frac{dq}{dx}$, $\frac{dp}{dx}$, $\frac{m}{dx}$, $\frac{n}{dx}$, $\frac{o}{dx}$, $\frac{p}{dx}$, $\frac{q}{dx}$, $\frac{r}{dx}$, $\frac{s}{dx}$, $\frac{t}{dx}$, $\frac{u}{dx}$, $\frac{v}{dx}$, $\frac{w}{dx}$, $\frac{x}{dx}$, $\frac{y}{dx}$, $\frac{z}{dx}$.

$$\text{Ü) } \psi = e^{2x} \cdot (x^2 - 2x)$$

b) $\psi = \frac{x^2 - 3}{x + 1}$.

[illegible]

- [illegible]

Ş J T AİB J üİB J üAq ÑİB J Ş J T J ğ J z AİJ E
Ej BŞ ET Ğ j AB? İj : 2010-2011

ũΛj Uç AE UΛBj ãq ãET AE A? Ae j EAE z j B B J -B B J ? B B J 2011

$$z_j \in \bar{U} \setminus z_j : z_j \in \bar{U} \setminus z_j \in \mathbb{H}_j \quad \text{Te} \mathbb{E} \mathbb{E} \quad \text{Te} \mathbb{E} \mathbb{E}$$

¢ z ~~AΛB~~ z ¢ ? E_j : 19.5.2011

e j ? ¢ : dō

j $\Lambda B \neq BE$: 2,5 q ΛAE

၎င်းတို့သည် နယ်လုံးဆိုင်ရာ အခြေခံအဆောက်အအုံများ ဖွင့်လှစ်ပေးရန်နှင့် နယ်လုံးဆိုင်ရာ အခြေခံအဆောက်အအုံများ ဖွင့်လှစ်ပေးရန် ၄ နှစ်အတွင်း

[illegible][illegible]

1) $\varphi \in \mathcal{U} \cap \mathcal{V}$ и $\varphi \in \mathcal{U} \cap \mathcal{V}$ 8, 11, 14, 16

? ÜñŸ ŰŰŰ Ű) €€ ŰŷgŰŷg.

$$b) \quad \phi \in \check{y} \check{y} \check{a} \check{U} \check{U} \quad ' \quad y \epsilon ' \quad \check{U} \quad \check{h} \check{J} \in \check{U} \check{d} g(\alpha_{15}).$$

2) ၂ ခု ဖြစ်ရန် $x, 3, x+8$ မှာ ၂ ခု ပေါင်းကိန်းဖြစ်ရန် x နှင့် $x+8$ ကိန်းတူရန် လိုအပ်သည်။ ထို့ကြောင့် $x = 3$ ဖြစ်သည်။

3) թվային և անթվային 450 միավոր ցածր և 3 միավոր ավելի քան 360. Զննարկում հստակ % քանակությամբ և անթվային 3 միավոր ցածր և 3 միավոր ավելի քան 360.

[illegible][illegible]
$$\text{Ü) } \lambda o\gamma_3 x = 3$$

6) $5^{3x} = 25^{x-4}$

6) $\triangle ABC$ ың $\alpha = 1\text{ cm}$, $\angle B = 60^\circ$ эбэ $E = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$. $\triangle ABC$ ың $\angle C$ эбэ γ табы.

7) Դիտարկենք $\log(2x+1) + \log 4x = \log 4$

8) Եթե $\triangle ABC$ եռանկյան $\beta = 2\alpha \sin \Gamma$, ապա β անկյան $\sin$ -ը α և γ անկյան $\sin$ -երի արտադրյալն է:

9) Դիտարկենք $3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 75$.

10) Եթե $\triangle ABC$ եռանկյան $\angle C = 60^\circ$, ապա $\triangle ABC$ եռանկյան $\sin$ -ը $\frac{25\pi}{6} \text{ cm}^2$.

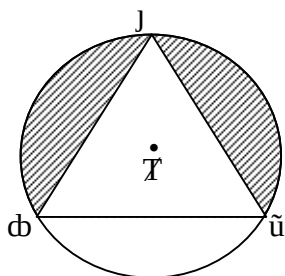
Դիտարկենք $\triangle ABC$ եռանկյան $\angle C = 60^\circ$, ապա $\triangle ABC$ եռանկյան $\sin$ -ը $\frac{25\pi}{6} \text{ cm}^2$.

Բ) Եթե $\triangle ABC$ եռանկյան $\angle C = 120^\circ$, ապա $\triangle ABC$ եռանկյան $\sin$ -ը $\frac{25\pi}{6} \text{ cm}^2$.

11) Եթե $\triangle ABC$ եռանկյան $\angle C = 120^\circ$, ապա $\triangle ABC$ եռանկյան $\sin$ -ը $\frac{25\pi}{6} \text{ cm}^2$.

12) Դիտարկենք $2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$.

13)



Եթե $\triangle ABC$ եռանկյան $\angle C = 120^\circ$, ապա $\triangle ABC$ եռանկյան $\sin$ -ը $\frac{25\pi}{6} \text{ cm}^2$.

14) Եթե $\triangle ABC$ եռանկյան $\angle C = 120^\circ$, ապա $\triangle ABC$ եռանկյան $\sin$ -ը $\frac{25\pi}{6} \text{ cm}^2$.

Դիտարկենք $\triangle ABC$ եռանկյան $\angle C = 120^\circ$, ապա $\triangle ABC$ եռանկյան $\sin$ -ը $\frac{25\pi}{6} \text{ cm}^2$.

15) Դիտարկենք $\frac{\log_{\beta} 32 \cdot (\log_{\alpha} 24 - 2 \log_{\alpha} 2)}{(\log_{\alpha} 2 + \log_{\alpha} 3) \cdot \log_{\alpha} \alpha \cdot \log_{\beta} 8} = \frac{5}{3}$.

[illegible]

- [illegible]

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΤΑΞΗ : Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24 / 5 / 2011

ΧΡΟΝΟΣ: 2½ ώρες

- ΟΔΗΓΙΕΣ** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
β) Να γράφετε μόνο με πέννα μαύρη ή μπλε (τα σχήματα και με μολύβι)
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12 . Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{3x+1}{(x-1)(x+3)}$

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x-2}{x+5}$

Να βρείτε: α) το πεδίο ορισμού

β) το πεδίο τιμών

γ) την αντίστροφη συνάρτηση $f^{-1}(x)$

3. Να υπολογίσετε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 + 3}{x^3 + 4}$

β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 - 5} - 2}$

4. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{d\psi}{dx}$ των συναρτήσεων :

α) $\psi = 5x^4 + 2\sqrt{x} - \frac{1}{x^6}$

β) $\psi = \eta\mu 3x \cdot \ln x$

5. Να λύσετε της εξισώσεις :

α) $\left(\frac{3}{2}\right)^{2x+1} = \left(\frac{8}{27}\right)^{x-3}$

β) $\log(6x) - \log(x-5) = 3\log 2$

6. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x-2}{x^2-5x}$ και $g(x) = \frac{x+3}{x-5}$. Να ορίσετε τις συναρτήσεις

$f+g$ και $\frac{f}{g}$.

7. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu 4x(1-\sigma\upsilon\nu 2x)}{\sigma\upsilon\nu 2x(1-\sigma\upsilon\nu 4x)} = \epsilon\phi x$

8. Σε γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος και ο έκτος όρος έχουν άθροισμα 54 και ο τέταρτος και ο έβδομος όρος έχουν άθροισμα 108. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

9. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης $3\epsilon\varphi^2 x + \sqrt{3}\epsilon\varphi x = 0$.

10. Δίνεται η καμπύλη με τύπο: $\psi^2 - 6x\psi + 4x^2 = 29$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της με $x = 2$ και $\psi < 0$.

11. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: $\eta\mu A = \frac{\eta\mu B + \eta\mu \Gamma}{\sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu \Gamma}$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

12. Να βρείτε το άθροισμα όλων των τριψήφιων περιττών αριθμών.

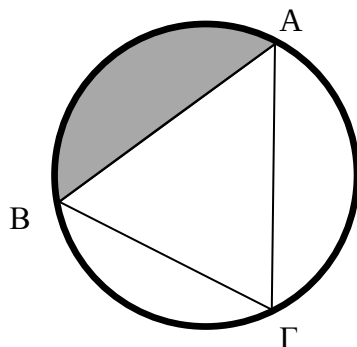
13. Κώνος και κύλινδρος έχουν τον ίδιο όγκο. Ο κώνος έχει περίμετρο βάσης $6\pi\alpha$ και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $15\pi\alpha^2$. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι ίσο με τα $\frac{3}{2}$ της ακτίνας της βάσης του, να βρείτε συναρτήσει του α το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.

14. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: 4x + (a+1)y = -26$ και $\epsilon_2: 2x + 5y = 16$. Αν το σημείο Α (-4, -1) ανήκει στη ευθεία ϵ_1 , να βρείτε :

α) την τιμή του α

β) την απόσταση των δύο ευθειών.

15. Στο σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(0, 2\sqrt{3})$, $B(-2, 0)$ και $\Gamma(2, 0)$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) .
- α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισόπλευρο με πλευρά 4cm.
- β) Να βρείτε το εμβαδό του σκιασμένου σχήματος.



ΜΕΡΟΣ Β

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Αν $\Psi = \ln\sqrt{1+5x^2}$ να δείξετε ότι:

$$\alpha) e^{2\Psi} \frac{d\Psi}{dx} = 5x \quad \beta) e^{2\Psi} \left[\frac{d^2\Psi}{dx^2} + 2\left(\frac{d\Psi}{dx}\right)^2 \right] = 5$$

2. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει μία κορυφή με συντεταγμένες $(2, -3)$, το ύψος $\Gamma\Delta$ έχει εξίσωση $\psi = -2$ και η πλευρά $A\Gamma$ έχει εξίσωση $\Psi = 2x$.
- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των άλλων κορυφών.
- β) Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους $\Gamma\Delta$.
- γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $A\Gamma M$, όπου M το μέσο της $B\Gamma$.
3. Αριθμητική πρόοδος και φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος έχουν τον ίδιο πρώτο όρο. Η διαφορά της αριθμητικής προόδου είναι τετραπλάσια του λόγου της γεωμετρικής προόδου και το άθροισμα του έβδομου όρου της αριθμητικής και του δεύτερου όρου της γεωμετρικής προόδου είναι 21. Αν το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου ισούται με 16, να βρείτε τις δύο προόδους.

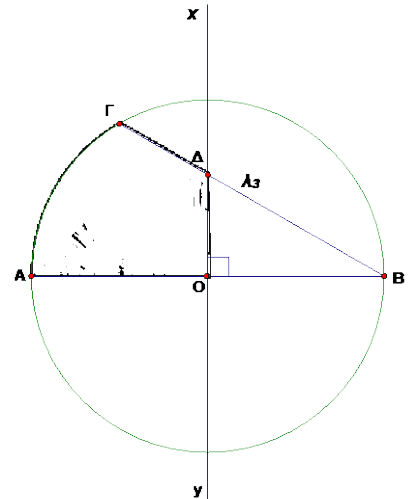
4. α) Αν το x είναι η μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης
 $\log_2(9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2(3^{x-1} + 1)$ να υπολογίσετε το άθροισμα :
 $x + \log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x + \dots$

β) Να δείξετε ότι: $4\eta\mu\frac{\alpha}{3} \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\alpha}{3}\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\alpha}{3}\right) = \eta\mu\alpha$

5. Σε κύκλο (O, R) φέρουμε τη διάμετρο AB και χορδή $B\Gamma = \lambda_3$ και την ευθεία $xO\psi$ κάθετη στην AB που τέμνει την $B\Gamma$ στο Δ

α) Να δείξετε ότι $OD = \Delta\Gamma = \frac{R\sqrt{3}}{3}$

- β) Να βρείτε συναρτήσει του R το εμβαδό του σκιασμένου σχήματος.



6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $\hat{B} = 60^\circ$ και $AB = \alpha$. Κατασκευάζουμε εκτός του τριγώνου ένα ισόπλευρο τρίγωνο ABE . Το τετράπλευρο $EB\Gamma A$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από άξονα $XB\chi'$ παράλληλο με την $A\Gamma$. Να βρείτε το εμβαδόν και τον όγκο του στερεού που παράγεται.

Ο Διευθυντής

Σωτήρης Σεργίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη: Β΄ κοινού κορμού

Ημερομηνία: 24 - Μαΐου 2011

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθμός.....

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε μόνο με πέννα μαύρη ή μπλε (τα σχήματα με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Κάποιος τόκισε €5200 προς 6% για 3 χρόνια. Να υπολογίσετε πόσο τόκο θα πάρει.

2. Δίνεται η πρόοδος 7, 10, 13, 16,.... . Να βρείτε:
α) το είδος της προόδου και τον εικοστό όρο της (a_{20})
β) το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της (Σ_{10}).

3. Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων μια τηλεόραση αξίας €1275 πωλήθηκε προς €1020. Να βρείτε το ποσοστό της έκπτωσης της.

4. Να λύσετε τις εξισώσεις : α) $\log_x 64 = 3$

β) $7^{3x-2} = 7^{x+4}$.

5. Οι αριθμοί $x+15$, $2x+3$, -3 είναι οι τρεις πρώτοι όροι ΑΠ. Να βρείτε την τιμή του x .

6. Το εμβαδό κυκλικού τομέα με επίκεντρη γωνία 45° είναι $8\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας του κύκλου στον οποίο βρίσκεται ο τομέας αυτός.

7. Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο που έχει $\Sigma_{\infty} = 16$ και $a_1 = 8$.

8. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει: $\beta = 2\sqrt{2}$ cm, $\alpha = 2$ cm και $\hat{A} = 45^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ (να βρείτε τις πλευρές και τις γωνίες του τριγώνου).

9. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(\chi-1) + \log(\chi+2) = \log 4\chi^2 - 2\log 2$.

10. Αυτοκίνητο κοστίζει σε εισαγωγή €15000. Το πωλεί με κέρδος 30%. Πόσο θα μας κοστίσει τελικά αν το αγοράσουμε πληρώνοντας επιπλέον Φ.Π.Α 15% στην τιμή αγοράς;

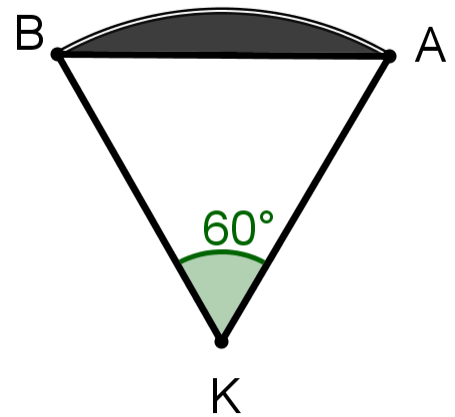
11. Ισοσκελές τραπέζιο με περίμετρο 34cm και βάσεις 8cm και 16cm είναι ισεμβαδικό με ορθογώνιο του οποίου το μήκος είναι 12cm. Να βρείτε το πλάτος του ορθογωνίου.

12. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\alpha \beta \sin \Gamma - \beta \gamma \sin \alpha = \beta^2$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

13. Να αποδείξετε χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής ότι : $\frac{\log 36 - \log 4}{\log 3} + \log_5 25 - \log 1 = 4$.

14. Γεωμετρικής Προόδου ο 2^{ος} όρος της είναι ίσος με 12 και ο 5^{ος} όρος της είναι ίσος με 324. Να βρείτε το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της. **(με χρήση τύπων)**

15. Αν το μήκος τόξου AB με κεντρική γωνία 60° ισούται με 3π cm, να βρείτε το εμβαδό του σκιασμένου χωρίου.



ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**.

1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $25^x - 3 \cdot 5^x - 10 = 0$

$$(\beta) \log^2 \chi - 2 \log \chi - 3 = 0$$

2. Σε αριθμητική πρόοδο, το άθροισμα του 2^{ου} και του 5^{ου} όρου είναι 18. Αν ο 7^{ος} όρος της είναι ίσος με 16, να βρείτε **(με χρήση τύπων)**:
- α) τη διαφορά d της προόδου,
 - β) το πλήθος των όρων της προόδου που έχουν άθροισμα 54.

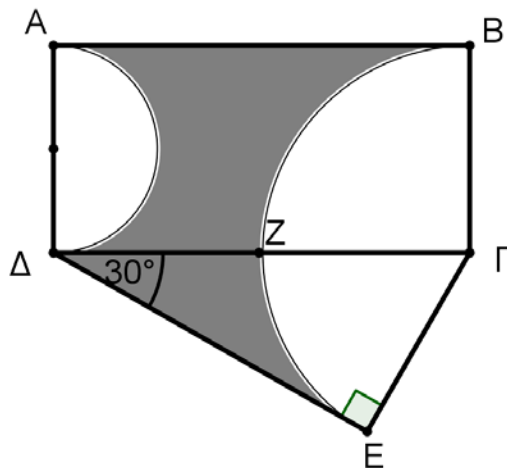
3. Ένας μανάβης αγόρασε 500 κιλά μήλα προς €2 το κιλό. Πώλησε 200 κιλά με ζημιά 30% και τα υπόλοιπα με κέρδος 10% . Να βρείτε το ποσό των χρημάτων που κέρδισε ή ζήτησε.

4. α) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Ένα τρίγωνο ΑΒΓ έχει $E=4\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\alpha=4\text{cm}$ και $\gamma=4\sqrt{3} \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη γωνιά Β ($B<90^\circ$) και την πλευρά β του τριγώνου.

5. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 3 χρόνια και 6 μήνες ως εξής. Τα $\frac{2}{3}$ του κεφαλαίου του προς 3% και το υπόλοιπο προς 4%. Να βρείτε το κεφάλαιο αν πήρε συνολικά τόκο €12600.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο, $\Gamma E\Delta$ ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{E} = 90^\circ$, $\hat{\Delta} = 30^\circ$ και $\Delta\Gamma = 8\text{cm}$. Το τόξο BZE γράφτηκε με κέντρο το Γ και ακτίνα $B\Gamma$ και το ημικύκλιο έχει διάμετρο $A\Delta$.
- α) Να δείξετε ότι η πλευρά $B\Gamma$ είναι ίση με 4cm .
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδό της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο Διευθυντής:

Σωτήρης Σεργίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/2011

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 Ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **4** σελίδες.
- Να γράψετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι για τα σχήματα).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται **τυπολόγιο** που αποτελείται από **1** σελίδα.
Να γράψετε το όνομα σας στο τυπολόγιο και να το παραδώσετε στο τέλος της εξέτασης με το γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α' (60 ΜΟΝΑΔΕΣ)**Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε μόνο τα δώδεκα (12).****Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{x+6}{x(x+3)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια: (i) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{x^2-x-6}$ (ii) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5x+3}{2x^2-5}$

3. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{x+1}{x-4}$

Να βρείτε: α) το πεδίο ορισμού της,
β) το πεδίο τιμών της.

4. Να λύσετε την τριγωνομετρική εξίσωση: $\sin 2x - 2\eta\mu^2 x + 2\sigma\upsilon\nu x + 1 = 0$

5. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:

(α) $f(x) = 3x^4 - \sqrt{x} + 2011$ (β) $f(x) = e^{3x} \cdot \ln x$

6. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1 - \sin 2\omega}{\eta\mu 2\omega} \cdot \frac{\eta\mu 4\omega}{\sin 2\omega} = 4\eta\mu^2\omega$.

7. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\eta\mu x$ και $g(x)=3x^2$. Να εξετάσετε αν ορίζονται οι συνθέσεις $(f \circ g)(x)$ και $(g \circ f)(x)$ και στην συνέχεια να υπολογίσετε:

(α) $(g \circ f)\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (β) $(f \circ g)(0)$

8. Η εφαπτομένη της καμπύλης με τύπο $f(x)=(\alpha-1)x^2+3\beta x-1$ στο σημείο της $(2,-6)$ έχει κλίση ίση με 4. Να βρείτε τις τιμές των α και β .

9. Να λύσετε την εξίσωση $3^{2x}-3^{x-1}-8=0$.

10. Κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας οι παράπλευρες έδρες σχηματίζουν με τη βάση γωνία 60° . Αν το ύψος της πυραμίδας είναι ίσο με $3\sqrt{3}\text{cm}$, να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς της.

11. Να βρείτε τις τιμές του α ώστε οι αποστάσεις του σημείου $A(2,1)$ από την ευθεία $3x-4y-11=0$ και από το σημείο $B(2,\alpha)$ να είναι ίσες.

12. Να λύσετε την εξίσωση $\left[4\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{9}-\frac{1}{27}+\dots\right)\right]^{2\log_3 x} = \log 100^x + 3$.

13. Κύλινδρος με ακτίνα βάσης 4 cm και ύψος 12 cm είναι γεμάτος με νερό.

Κώνος με εμβαδόν βάσης $36\pi\text{cm}^2$ και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $36\sqrt{5}\pi\text{cm}^2$ είναι άδειος. Γεμίζουμε πλήρως τον κώνο με νερό από το κύλινδρο.
Να βρείτε το ύψος του νερού που απομένει στο κύλινδρο.

14. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$, $\eta\mu A\eta\mu B = \frac{\sqrt{2}}{10}$ και $\epsilon\phi A\epsilon\phi B = \frac{1}{6}$ να δείξετε ότι $\hat{A} + \hat{B} = \frac{\pi}{4}$.

15. Αν $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ είναι γεωμετρική πρόοδος ώστε $\alpha_2 + \alpha_4 = 20$ και $\frac{\alpha_5}{\alpha_2} = 8$ να βρείτε

την πρόοδο. Ακολούθως να δείξετε ότι $\log \alpha_1, \log \alpha_2, \log \alpha_3, \dots$ είναι αριθμητική πρόοδος και να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

ΜΕΡΟΣ Β' (40 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα (4).

Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. (α) Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης $3x^2 - x\psi + 2\psi - 5 = 0$ και στη συνέχεια να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο με $x=1$.

(β) Αν $\psi = \ln(\eta\mu^3 2x)$ να δείξετε ότι: $3 \frac{d^2\psi}{dx^2} + \left(\frac{d\psi}{dx} \right)^2 + 36 = 0$

2. (α) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $x > 1$

(i) Να εξετάσετε αν είναι 1-1.

(ii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f^{-1}(x)$.

(β) Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha x^2 + 1}{x^2 - 3}, & x < 4 \\ \frac{x - 4}{\sqrt{x} - \alpha}, & x \geq 4 \end{cases}$$

(i) Αν $f(2)=9$ να βρείτε την τιμή του α ,

(ii) Αν $\alpha=2$ να εξετάσετε αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.

3. (α) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\varepsilon\phi A = \frac{\eta\mu B + \eta\mu\Gamma}{\sigma\upsilon\nu B + \sigma\upsilon\nu\Gamma}$, να αποδείξετε ότι η γωνιά $A=60^\circ$

(β) Αν $f(x) = \eta\mu x - \sigma\upsilon\nu x$ να δείξετε ότι $f'(x) = \sqrt{2}\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ και να λυθεί η εξίσωση $f''(x)=1$ στο διάστημα $x \in (0, 2\pi)$.

4. Να λύσετε την εξίσωση $\log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1)$.

Αν x_1 και x_2 οι λύσεις της πιο πάνω εξίσωσης με $x_1 > x_2$, να βρείτε το άθροισμα

των 13 πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου που έχει $\alpha_3 = \frac{x_1}{2x_2}$ και $\alpha_6 = \frac{1}{2x_1}$.

5. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει κορυφές $A(1,1)$, $B(0,0)$ και $\Gamma(x_{\Gamma}, \psi_{\Gamma})$.

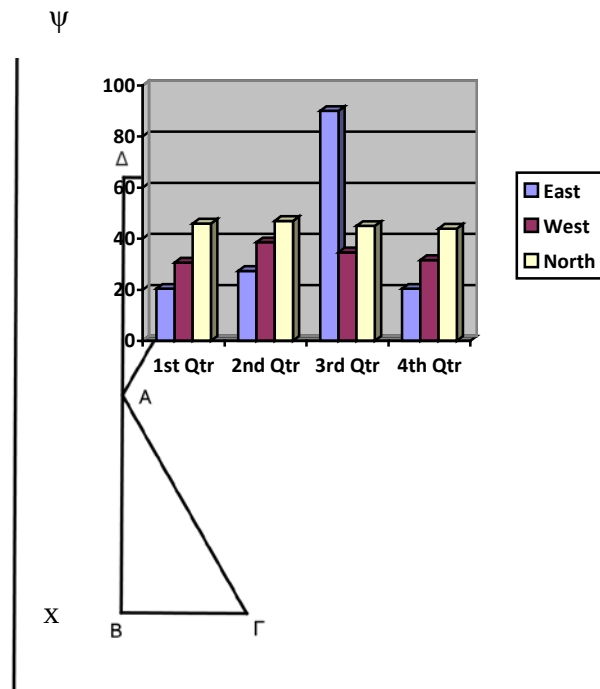
(α) Αν η κορυφή Γ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $x+2\psi=0$ και το εμβαδόν του τριγώνου είναι 9 cm^2 να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Γ ($\psi_{\Gamma} > 0$).

(β) Αν το σημείο Γ έχει συντεταγμένες $(-12,6)$, να υπολογίσετε την απόσταση της κορυφής Γ από την πλευρά AB .

(γ) Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου Γ με άξονα συμμετρίας την πλευρά AB .

6. Στο σχήμα δίνονται δύο ίσα ορθογώνια τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ ($\hat{B} = \hat{\Delta} = 90^\circ$). Το σχήμα $B\Gamma A E \Delta$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $x\psi$ που είναι παράλληλος με την πλευρά ΔB του σχήματος και απέχει απόσταση ίση με 3 cm από αυτήν.

Αν $\hat{B A \Gamma} = \hat{\Delta A E} = 30^\circ$ και $A\Gamma = A E = 8\text{ cm}$ να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΟΛΥΜΠΙΑ ΙΩΑΝΝΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/2011

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

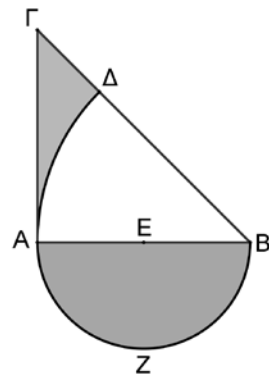
ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **3** σελίδες.
- Να γράψετε μόνο με **μπλε** ή **μαύρο** μελάνι (μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι για τα σχήματα).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α' (60 ΜΟΝΑΔΕΣ)**Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε μόνο τα δώδεκα (12).****Κάθε θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

1. Δίνεται η πρόοδος 9, 6, 3, 0, -3, Να βρείτε:
(α) το είδος της
(β) τον εικοστό πέμπτο όρο της.
2. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €4000, αν τοκιστούν με απλό τόκο προς 6% για πέντε μήνες.
3. Δίνεται κύκλος με εμβαδόν $144\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου και το μήκος του.
4. Έμπορος πούλησε μια τηλεόραση με κέρδος 15% πάνω στην αξία της και εισέπραξε €920.
Να βρείτε την αρχική αξία της τηλεόρασης.
5. Να δείξετε ότι :
(α) $\log 125 + 3\log 2 = 3$
(β) $\frac{\log_2 32 + \log_3 27}{2\log 100 - \log 10} = \frac{8}{3}$
6. Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, να υπολογίσετε την πλευρά α και το εμβαδόν του, αν $\beta=5 \text{ cm}$, $\gamma=10 \text{ cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$.
7. Αν οι αριθμοί $x-3$, $x+1$, $4x-2$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου να βρείτε την τιμή του x .

8. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα που ανήκει σε κύκλο ακτίνας 3 cm είναι $3\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε το μήκος του τόξου του κυκλικού τομέα.
9. Να λυθεί η εξίσωση : $7 \cdot 3^x - 8 = 3^{x+1} + 28$
10. Να υπολογίσετε το άθροισμα : $\Sigma = 3 + 7 + 11 + \dots + 799$.
11. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει : $(\alpha + \beta)\eta\mu\Gamma - (\beta + \gamma)\eta\mu A = (\gamma - \alpha)\eta\mu B$.
12. Αν $\log_a x = 7$, $\log_a y = 9$ και $\log_a \omega = -2$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $\log_a \frac{x^2 \omega^4 a^5}{\sqrt[3]{y}}$.
13. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος ισούται με το μισό του αθροίσματος των απείρων όρων της. Αν το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 20, να βρείτε:
 (α) τον πρώτο όρο της,
 (β) τον λόγο της,
 (γ) την πρόοδο.
14. Ένα τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ έχει εμβαδόν $E = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και πλευρές $\beta = 5 \text{ cm}$ και $\gamma = 4 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}$ ($\hat{A} < 90^\circ$) και την πλευρά α του τριγώνου.
15. Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές ($AB = A\Gamma$) με $B\Gamma = 16\sqrt{2} \text{ cm}$. Το τόξο $A\Delta$ ανήκει σε κύκλο με κέντρο το B και ακτίνα τη BA. Με κέντρο το E, μέσο του AB, φέρουμε ημικύκλιο AZB. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



ΜΕΡΟΣ Β' (40 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα (4).

Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο πέμπτος και ο τρίτος όρος έχουν άθροισμα 27, ενώ ο τέταρτος όρος είναι τριπλάσιος του πρώτου όρου. Να υπολογίσετε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις :

(α) $2\log^2 x - \log x^5 = 3$

(β) $\left(\frac{2}{3}\right)^{3-x} = \frac{27}{8}$

3. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο τοκίζόμενο (με απλό τόκο) προς 7% για 3 χρόνια, δίνει τόκο ίσο με τον τόκο που δίνουν €5600 προς 6% για 2 χρόνια και 6 μήνες (με απλό τόκο).

4. (α) Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει: $\eta\mu A$, $\eta\mu B$, $\eta\mu \Gamma$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να δείξετε ότι $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$, όπου α , β , γ οι πλευρές του τριγώνου.

(β) Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha \sigma\upsilon\nu B - \beta \sigma\upsilon\nu A = \gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

5. Ένας έμπορος πώλησε ένα αυτοκίνητο προς €20700. Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται 20% κέρδος του εμπόρου και επιπλέον 15% Φ.Π.Α. Να βρείτε:

(α) την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου χωρίς το Φ.Π.Α.

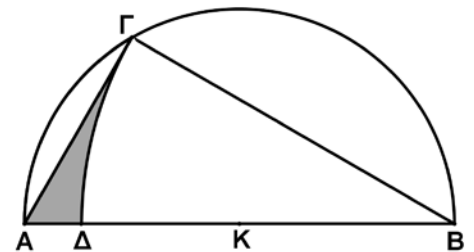
(β) πόσα αγόρασε ο έμπορος το αυτοκίνητο.

(γ) το κέρδος του εμπόρου.

6. Σε ημικύκλιο με διάμετρο $AB=2R$, παίρνουμε σημείο Γ τέτοιο ώστε $A\Gamma=R$.

Με κέντρο το B και ακτίνα $B\Gamma$ γράφουμε τόξο μέσα στο ημικύκλιο, που τέμνει την AB στο σημείο Δ .

Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους σε συνάρτηση με την ακτίνα R .



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΟΛΥΜΠΙΑ ΙΩΑΝΝΟΥ

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **3 / 6 / 2011**

ΤΑΞΗ: **Β΄ ΚΟΙΝΟΣ ΚΟΡΜΟΣ**
ΧΡΟΝΟΣ: **2,5 ώρες**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Δεν επιτρέπεται η χρήση προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- γ) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι)
- δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο)

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Δίνεται η πρόοδος 3,7,11,15,.....
Να βρείτε: α) το είδος της προόδου και
β) τον 15ο όρο της.
- 2) Να υπολογίσετε το εμβαδόν κύκλου που έχει περίμετρο 18π cm .
- 3) Να λύσετε την εξίσωση : $\log(x+3) - \log 2 = \log x$
- 4) Με ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκιστούν € 1800 για 5 μήνες για να δώσουν τόκο € 30;
- 5) Να λύσετε την εξίσωση: $2^{7x-1} = 64$
- 6) Να βρεθεί το x , ώστε οι αριθμοί $5x$, $x+1$, $2x+12$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου .
- 7) Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ αν $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ $\alpha = 2\text{cm}$ και $\beta = \sqrt{2}\text{cm}$

8) Να απλοποιήσετε την παράσταση: $A = \frac{\log_2 8 + \log_3 81 + \log 10}{\log_5 5 + \log 10^7}$

9) Το εμβαδό κυκλικού τομέα γωνίας 30° και ακτίνας R είναι $12\pi \text{ cm}^2$.
Να βρείτε την περίμετρο του κύκλου.

10) Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο δίνεται ο πρώτος όρος $a_1 = 16$ και ο λόγος $\lambda = \frac{1}{2}$.

Να υπολογίσετε: α) Τον έκτο όρο της.

β) Το άθροισμα των απείρων όρων της.

11) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

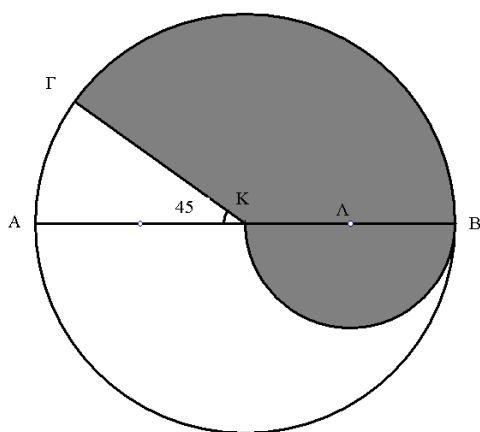
$$E = \frac{\beta^2 \eta \mu A \cdot \eta \mu \Gamma}{2 \eta \mu B}$$

12) Κάποιος αγόρασε ψυγείο την περίοδο των εκπτώσεων στην τιμή των €960, με έκπτωση 20%.

α) Ποια ήταν η αρχική αξία του ψυγείου;

β) Πόσο θα κοστίσει αν κάποιος πληρώσει επιπλέον 15% ΦΠΑ;

13)



ΔΕΔΟΜΕΝΑ	ΖΗΤΟΥΜΕΝΑ
AB διάμετρος	Εμβαδό
K μέσο του AB	σκιασμένης
Λ μέσο του KB	επιφάνειας
KB = 4cm	
$\hat{A\Gamma K} = 45^\circ$	

14) Να λύσετε την εξίσωση : $4^{\log_3 x} - 9 \cdot 2^{\log_3 x} + 8 = 0$

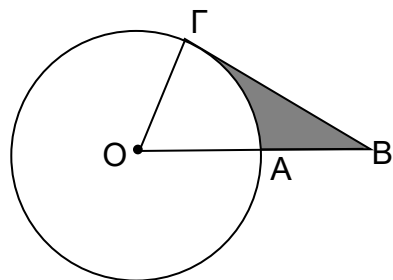
15) Σε Γεωμετρική Πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και τρίτου όρου είναι 15, ενώ το άθροισμα του τρίτου και πέμπτου όρου είναι 60. Να βρείτε την πρόοδο. ($\lambda < 0$)

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του πέμπτου και ενδέκατου όρου της είναι 52 και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της είναι 210. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
- 2) Αυτοκίνητο κοστίζει σε εισαγωγή €6000. Πληρώνει για κάποιες μικρές επιδιορθώσεις € 500. Το πωλεί με κέρδος 20% πάνω στην τιμή του κόστους. Πόσο θα μας κοστίσει τελικά, αν το αγοράσουμε πληρώνοντας επιπλέον Φ.Π.Α. 15% στην τιμή πώλησης.
- 3) Να λύσετε τις εξισώσεις:
 (α) $\log_2(4^x + 2^x) = 1$ (β) $5^{2+\log x(\log x-3)} = 1$
- 4) Κάποιος τόκισε το $\frac{1}{3}$ του κεφαλαίου του προς 8% και το υπόλοιπο προς 9%. Σε πέντε χρόνια πήρε συνολικά τόκους € 130. Να βρείτε το ποσό που τόκισε προς 8%.
- 5) α) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\alpha \sin B - \beta \sin A = \gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
 β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση:
 $8R^2 \geq a^2 + b^2 + c^2$.
- 6) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O,R), AB=R και BΓ εφαπτομένη του κύκλου. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του μεικτόγραμμου τριγώνου ABΓ συναρτήσει της ακτίνας R.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κατεύθυνσης

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 / 05 / 2011

ΧΡΟΝΟΣ: 2.30΄

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
 - β) Να γράψετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που να φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{x-13}{(x+2)(x-3)}$

2. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{d\psi}{dx}$ των συναρτήσεων:

α) $\psi = 3x^4 + \sin 5x + \sqrt{x} + e$ β) $\psi = (x - e^{2x}) \cdot \ln x$

3. Να βρείτε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4}{5+2^x} \right)$

4. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $2\eta\mu(2x-30^\circ) - \sqrt{3} = 0$

5. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με κορυφές $A(5, 2)$, $B(1, 8)$ και $\Gamma(-5, 4)$.

- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.
- β) Να βρείτε το μήκος του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

6. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_3(1+2^x) - \log_3 2 = 1 - x \log_3 2$

7. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu x + 2\eta\mu 3x + \eta\mu 5x}{\sigma\upsilon\nu x - \sigma\upsilon\nu 5x} = \sigma\phi x$

8. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης

$$3x^2 - \psi^2 + 2x\psi = -5 \quad \text{στο σημείο } A \text{ με τετμημένη } x = -1 \text{ και } \psi > 0.$$

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$, $x \geq 3$. Να εξετάσετε αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της $f(x)$. Αν ορίζεται η $f^{-1}(x)$ να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της.

10. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο 64 m^3 και το ύψος της είναι ίσο με τα $\frac{3}{8}$ της ακμής της βάσης της. Να βρείτε:

- α) την ακμή της βάσης της πυραμίδας
- β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας
- γ) τη γωνία που σχηματίζει το παράπλευρο ύψος με τη βάση της πυραμίδας (κατά προσέγγιση ακεραίου)

11. Να δείξετε με τη μέθοδο της τέλειας επαγωγής ότι ισχύει η ισότητα:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

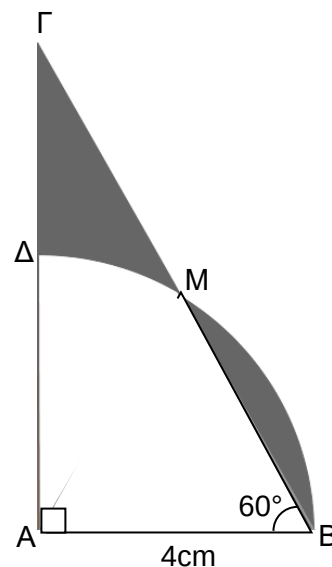
12. Αν $\ln \psi - \ln x = x \ln 5$ να λύσετε την εξίσωση: $\frac{d\psi}{dx} - 25^x \ln e + 20 = \psi \ln 5$

13. Στο διπλανό σχήμα το $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο

τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 60^\circ$ και $AB = 4 \text{ cm}$.

Με κέντρο το A και ακτίνα AB γράφουμε το

τόξο $\widehat{BM\Delta}$ που τέμνει τη BΓ στο M. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



14. Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \ln(x+5)$ και $g(x) = x^2 - 9$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$.

β) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $\frac{f}{g}$ και $f \circ g$.

15. Δίνεται Φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδος (Φ.Γ.Π.) $a_1, a_2, a_3, \dots$ με πρώτο όρο a_1 και λόγο λ . Αν $\Sigma = a_1 + a_3 + a_5 + \dots$, $S = a_2^2 + a_4^2 + a_6^2 + \dots$ και ισχύουν οι σχέσεις $\frac{S}{\Sigma} = \frac{8}{5}$ και $a_1 - a_3 = 6$ να σχηματίσετε την πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2^{\ln x} (2^{1+\ln x} + 1) = 1$

β) $\log_2 (4^x + 2^{x+1} - 4) = 2 + 3 \log_8 (2^{x-1} + 1)$

2. Ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) έχει κορυφές $B(1, 4)$ και $\Gamma(5, 8)$. Αν η κορυφή A βρίσκεται πάνω στην ευθεία $(\varepsilon): \psi - 2x = -9$, να βρείτε:

- α) τις συντεταγμένες της κορυφής A
- β) την εξίσωση της μεσοκαθέτου της AB
- γ) το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$
- δ) την εφαπτομένη της γωνίας $\hat{B}$.

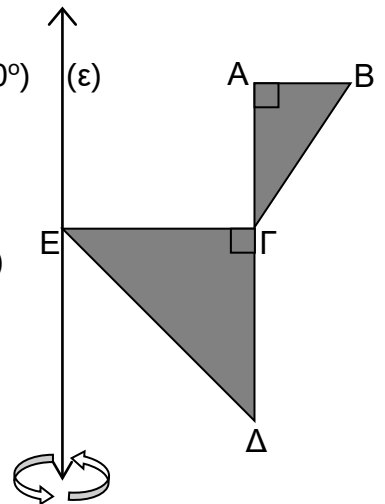
3. Δίνεται η συνάρτηση $\psi = xe^{3\kappa x}$, $\kappa \in \mathbb{R}$

α) Αν $\frac{d\psi}{dx} = 0$ για $x = -\frac{1}{3}$, να δείξετε ότι $\kappa = 1$ και να βρείτε την

εξίσωση της εφαπτομένης της συνάρτησης στο σημείο με τετμημένη $x = \frac{1}{3}$.

β) Να δείξετε ότι $\frac{2e^{3x}}{3} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 + 9\psi^2 = 3e^{6x}$.

4. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές $AB = 3\text{cm}$, $B\Gamma = 5\text{cm}$ και το τρίγωνο $\triangle \Gamma\Delta\epsilon$ είναι ορθογώνιο ($\hat{\Gamma} = 90^\circ$) και ισοσκελές με πλευρά $\Gamma\Delta = 6\text{cm}$. Το σχήμα περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία (ϵ) η οποία είναι παράλληλη με το ευθύγραμμο τμήμα $A\Gamma\Delta$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τον όγκο του παραγόμενου στερεού.



5. Σε Αριθμητική Πρόοδο (Α.Π.) δίνονται $\alpha_3 = \ln(x\psi^2)$ και $\alpha_4 = \ln(x\psi^3)$.

- α) Να βρείτε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της Α.Π.
β) Να δείξετε ότι το άθροισμα των $\nu + 3$ πρώτων όρων της είναι

$$\Sigma_{\nu+3} = \frac{(\nu + 3)}{2} \cdot \ln(x^2 \cdot \psi^{\nu+2})$$

- γ) Αν $x = \frac{1}{e}$, $\psi = e$ και $\Sigma_{\nu+3} = 20$ να βρείτε το ν .

6. Δίνονται οι συναρτήσεις $A = \eta\mu 6x + \eta\mu 4x$ και $B = \sigma\upsilon\nu 6x + \sigma\upsilon\nu 4x$.

- α) Να δείξετε ότι: $A \cdot B = (1 + \sigma\upsilon\nu 2x) \cdot \eta\mu 10x$

- β) Να δείξετε ότι: $\frac{4A \cdot B}{B^2 - A^2} = 2\varepsilon\varphi 10x$

- γ) Αν $2\varepsilon\varphi 10x = 1$ να δείξετε ότι $\varepsilon\varphi 5x = -2 \pm \sqrt{5}$

- δ) Αν $\frac{B}{A} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης που θα προκύψει.

Οι Εισηγητές:

Γιαννακού Σωτηρούλλα
Χαραλάμπους Χαραλάμπος
Γρηγορίου Μαρία
Ποντίκη Κατερίνα
Μουγή Μαρία
Διονυσίου Διονύσης

Η Διευθύντρια

Μαρία Λοϊζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κατεύθυνσης

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 / 05 / 2011

ΧΡΟΝΟΣ: 2.30΄

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
 - β) Να γράψετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που να φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{x-13}{(x+2)(x-3)}$

2. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{d\psi}{dx}$ των συναρτήσεων:

α) $\psi = 3x^4 + \sin 5x + \sqrt{x} + e$ β) $\psi = (x - e^{2x}) \cdot \ln x$

3. Να βρείτε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4}{5+2^x} \right)$

4. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $2\eta\mu(2x-30^\circ) - \sqrt{3} = 0$

5. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με κορυφές $A(5, 2)$, $B(1, 8)$ και $\Gamma(-5, 4)$.

- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.
- β) Να βρείτε το μήκος του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

6. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_3(1+2^x) - \log_3 2 = 1 - x \log_3 2$

7. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu x + 2\eta\mu 3x + \eta\mu 5x}{\sigma\upsilon\nu x - \sigma\upsilon\nu 5x} = \sigma\phi x$

8. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης

$$3x^2 - \psi^2 + 2x\psi = -5 \quad \text{στο σημείο } A \text{ με τετμημένη } x = -1 \text{ και } \psi > 0.$$

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$, $x \geq 3$. Να εξετάσετε αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της $f(x)$. Αν ορίζεται η $f^{-1}(x)$ να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της.

10. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο 64 m^3 και το ύψος της είναι ίσο με τα $\frac{3}{8}$ της ακμής της βάσης της. Να βρείτε:

- α) την ακμή της βάσης της πυραμίδας
- β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας
- γ) τη γωνία που σχηματίζει το παράπλευρο ύψος με τη βάση της πυραμίδας (κατά προσέγγιση ακεραίου)

11. Να δείξετε με τη μέθοδο της τέλειας επαγωγής ότι ισχύει η ισότητα:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

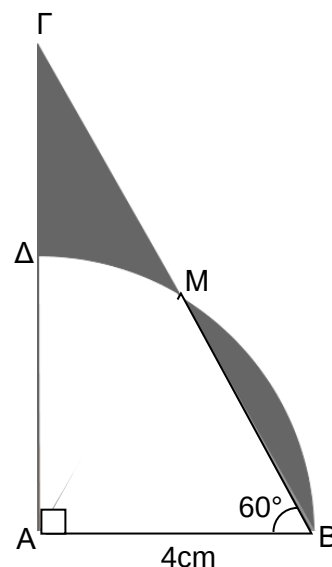
12. Αν $\ln \psi - \ln x = x \ln 5$ να λύσετε την εξίσωση: $\frac{d\psi}{dx} - 25^x \ln e + 20 = \psi \ln 5$

13. Στο διπλανό σχήμα το $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο

τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 60^\circ$ και $AB = 4 \text{ cm}$.

Με κέντρο το A και ακτίνα AB γράφουμε το

τόξο $\widehat{BM\Delta}$ που τέμνει τη BΓ στο M. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



14. Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \ln(x+5)$ και $g(x) = x^2 - 9$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$.

β) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $\frac{f}{g}$ και $f \circ g$.

15. Δίνεται Φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδος (Φ.Γ.Π.) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ με πρώτο όρο α_1 και λόγο λ . Αν $\Sigma = \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 + \dots$, $S = \alpha_2^2 + \alpha_4^2 + \alpha_6^2 + \dots$ και ισχύουν οι σχέσεις $\frac{S}{\Sigma} = \frac{8}{5}$ και $\alpha_1 - \alpha_3 = 6$ να σχηματίσετε την πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2^{\ln x} (2^{1+\ln x} + 1) = 1$

β) $\log_2 (4^x + 2^{x+1} - 4) = 2 + 3 \log_8 (2^{x-1} + 1)$

2. Ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) έχει κορυφές $B(1, 4)$ και $\Gamma(5, 8)$. Αν η κορυφή A βρίσκεται πάνω στην ευθεία $(\varepsilon): \psi - 2x = -9$, να βρείτε:

- α) τις συντεταγμένες της κορυφής A
- β) την εξίσωση της μεσοκαθέτου της AB
- γ) το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$
- δ) την εφαπτομένη της γωνίας $\hat{B}$.

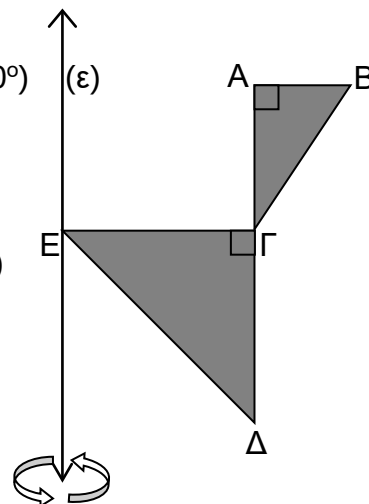
3. Δίνεται η συνάρτηση $\psi = xe^{3\kappa x}$, $\kappa \in \mathbb{R}$

α) Αν $\frac{d\psi}{dx} = 0$ για $x = -\frac{1}{3}$, να δείξετε ότι $\kappa = 1$ και να βρείτε την

εξίσωση της εφαπτομένης της συνάρτησης στο σημείο με τετμημένη $x = \frac{1}{3}$.

β) Να δείξετε ότι $\frac{2e^{3x}}{3} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 + 9\psi^2 = 3e^{6x}$.

4. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές $AB = 3\text{cm}$, $B\Gamma = 5\text{cm}$ και το τρίγωνο $\triangle \Gamma\Delta\epsilon$ είναι ορθογώνιο ($\hat{\Gamma} = 90^\circ$) και ισοσκελές με πλευρά $\Gamma\Delta = 6\text{cm}$. Το σχήμα περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία (ϵ) η οποία είναι παράλληλη με το ευθύγραμμο τμήμα $A\Gamma$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τον όγκο του παραγόμενου στερεού.



5. Σε Αριθμητική Πρόοδο (Α.Π.) δίνονται $\alpha_3 = \ln(x\psi^2)$ και $\alpha_4 = \ln(x\psi^3)$.

- α) Να βρείτε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της Α.Π.
β) Να δείξετε ότι το άθροισμα των $\nu + 3$ πρώτων όρων της είναι

$$\Sigma_{\nu+3} = \frac{(\nu+3)}{2} \cdot \ln(x^2 \cdot \psi^{\nu+2})$$

- γ) Αν $x = \frac{1}{e}$, $\psi = e$ και $\Sigma_{\nu+3} = 20$ να βρείτε το ν .

6. Δίνονται οι συναρτήσεις $A = \eta\mu 6x + \eta\mu 4x$ και $B = \sigma\upsilon\nu 6x + \sigma\upsilon\nu 4x$.

- α) Να δείξετε ότι: $A \cdot B = (1 + \sigma\upsilon\nu 2x) \cdot \eta\mu 10x$

- β) Να δείξετε ότι: $\frac{4A \cdot B}{B^2 - A^2} = 2\varepsilon\varphi 10x$

- γ) Αν $2\varepsilon\varphi 10x = 1$ να δείξετε ότι $\varepsilon\varphi 5x = -2 \pm \sqrt{5}$

- δ) Αν $\frac{B}{A} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης που θα προκύψει.

Οι Εισηγητές:

Γιαννακού Σωτηρούλλα
Χαραλάμπους Χαράλαμπος
Γρηγορίου Μαρία
Ποντίκη Κατερίνα
Μουγή Μαρία
Διονυσίου Διονύσης

Η Διευθύντρια

Μαρία Λοϊζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κατεύθυνσης

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 / 05 / 2011

ΧΡΟΝΟΣ: 2.30΄

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
 - β) Να γράψετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που να φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{x-13}{(x+2)(x-3)}$

2. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{d\psi}{dx}$ των συναρτήσεων:

α) $\psi = 3x^4 + \sin 5x + \sqrt{x} + e$ β) $\psi = (x - e^{2x}) \cdot \ln x$

3. Να βρείτε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-4}$ β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{4}{5+2^x} \right)$

4. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $2\eta\mu(2x-30^\circ) - \sqrt{3} = 0$

5. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με κορυφές $A(5, 2)$, $B(1, 8)$ και $\Gamma(-5, 4)$.

- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και ισοσκελές.
- β) Να βρείτε το μήκος του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

6. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_3(1+2^x) - \log_3 2 = 1 - x \log_3 2$

7. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu x + 2\eta\mu 3x + \eta\mu 5x}{\sigma\upsilon\nu x - \sigma\upsilon\nu 5x} = \sigma\phi x$

8. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης

$$3x^2 - \psi^2 + 2x\psi = -5 \quad \text{στο σημείο } A \text{ με τετμημένη } x = -1 \text{ και } \psi > 0.$$

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3x-1}{x+1}$, $x \geq 3$. Να εξετάσετε αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της $f(x)$. Αν ορίζεται η $f^{-1}(x)$ να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της.

10. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο 64 m^3 και το ύψος της είναι ίσο με τα $\frac{3}{8}$ της ακμής της βάσης της. Να βρείτε:

- α) την ακμή της βάσης της πυραμίδας
- β) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας
- γ) τη γωνία που σχηματίζει το παράπλευρο ύψος με τη βάση της πυραμίδας (κατά προσέγγιση ακεραίου)

11. Να δείξετε με τη μέθοδο της τέλειας επαγωγής ότι ισχύει η ισότητα:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

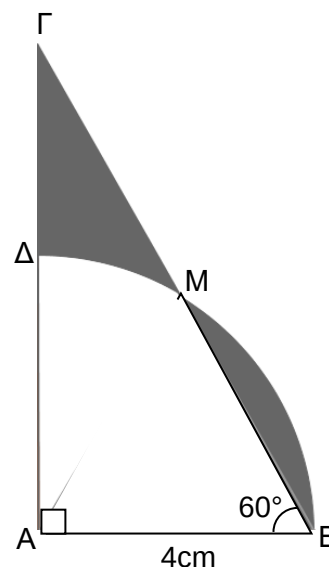
12. Αν $\ln \psi - \ln x = x \ln 5$ να λύσετε την εξίσωση: $\frac{d\psi}{dx} - 25^x \ln e + 20 = \psi \ln 5$

13. Στο διπλανό σχήμα το $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο

τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 60^\circ$ και $AB = 4 \text{ cm}$.

Με κέντρο το A και ακτίνα AB γράφουμε το

τόξο $\widehat{BM\Delta}$ που τέμνει τη BΓ στο M. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



14. Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \ln(x+5)$ και $g(x) = x^2 - 9$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$.

β) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $\frac{f}{g}$ και $f \circ g$.

15. Δίνεται Φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδος (Φ.Γ.Π.) $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ με πρώτο όρο α_1 και λόγο λ . Αν $\Sigma = \alpha_1 + \alpha_3 + \alpha_5 + \dots$, $S = \alpha_2^2 + \alpha_4^2 + \alpha_6^2 + \dots$ και ισχύουν οι σχέσεις $\frac{S}{\Sigma} = \frac{8}{5}$ και $\alpha_1 - \alpha_3 = 6$ να σχηματίσετε την πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2^{\ln x} (2^{1+\ln x} + 1) = 1$

β) $\log_2 (4^x + 2^{x+1} - 4) = 2 + 3 \log_8 (2^{x-1} + 1)$

2. Ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) έχει κορυφές $B(1, 4)$ και $\Gamma(5, 8)$. Αν η κορυφή A βρίσκεται πάνω στην ευθεία $(\varepsilon): \psi - 2x = -9$, να βρείτε:

- α) τις συντεταγμένες της κορυφής A
- β) την εξίσωση της μεσοκαθέτου της AB
- γ) το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$
- δ) την εφαπτομένη της γωνίας $\hat{B}$.

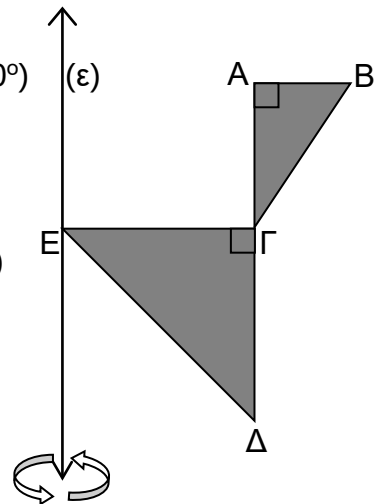
3. Δίνεται η συνάρτηση $\psi = xe^{3\kappa x}$, $\kappa \in \mathbb{R}$

α) Αν $\frac{d\psi}{dx} = 0$ για $x = -\frac{1}{3}$, να δείξετε ότι $\kappa = 1$ και να βρείτε την

εξίσωση της εφαπτομένης της συνάρτησης στο σημείο με τετμημένη $x = \frac{1}{3}$.

β) Να δείξετε ότι $\frac{2e^{3x}}{3} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 + 9\psi^2 = 3e^{6x}$.

4. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές $AB = 3\text{cm}$, $B\Gamma = 5\text{cm}$ και το τρίγωνο $\triangle \Gamma\Delta\epsilon$ είναι ορθογώνιο ($\hat{\Gamma} = 90^\circ$) και ισοσκελές με πλευρά $\Gamma\Delta = 6\text{cm}$. Το σχήμα περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία (ϵ) η οποία είναι παράλληλη με το ευθύγραμμο τμήμα $A\Gamma$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τον όγκο του παραγόμενου στερεού.



5. Σε Αριθμητική Πρόοδο (Α.Π.) δίνονται $\alpha_3 = \ln(x\psi^2)$ και $\alpha_4 = \ln(x\psi^3)$.

- α) Να βρείτε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της Α.Π.
β) Να δείξετε ότι το άθροισμα των $\nu + 3$ πρώτων όρων της είναι

$$\Sigma_{\nu+3} = \frac{(\nu+3)}{2} \cdot \ln(x^2 \cdot \psi^{\nu+2})$$

- γ) Αν $x = \frac{1}{e}$, $\psi = e$ και $\Sigma_{\nu+3} = 20$ να βρείτε το ν .

6. Δίνονται οι συναρτήσεις $A = \eta\mu 6x + \eta\mu 4x$ και $B = \sigma\upsilon\nu 6x + \sigma\upsilon\nu 4x$.

- α) Να δείξετε ότι: $A \cdot B = (1 + \sigma\upsilon\nu 2x) \cdot \eta\mu 10x$

- β) Να δείξετε ότι: $\frac{4A \cdot B}{B^2 - A^2} = 2\varepsilon\varphi 10x$

- γ) Αν $2\varepsilon\varphi 10x = 1$ να δείξετε ότι $\varepsilon\varphi 5x = -2 \pm \sqrt{5}$

- δ) Αν $\frac{B}{A} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης που θα προκύψει.

Οι Εισηγητές:

Γιαννακού Σωτηρούλλα
Χαραλάμπους Χαράλαμπος
Γρηγορίου Μαρία
Ποντίκη Κατερίνα
Μουγή Μαρία
Διονυσίου Διονύσης

Η Διευθύντρια

Μαρία Λοΐζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 / 05 / 2011
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις σελίδες.
- 2) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 4) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής που είναι σφραγισμένη από το σχολείο.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να σχηματίζεται η πρόοδος που αναγράφεται δίπλα:

(α) , -6, 12, Γεωμετρική Πρόοδος

(β) , 2, 0, Αριθμητική Πρόοδος

2. Αν η ακτίνα κύκλου είναι 8cm , να βρείτε:

(α) το μήκος τόξου 120°

(β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα 150°

3. Να λύσετε την εξίσωση $4^{2x-1} = 16$

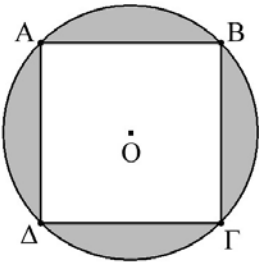
4. Πόσο τόκο δίνουν €10000 σε 3 χρόνια με επιτόκιο 7% ;

5. Να δείξετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, ότι ισχύει η σχέση $\frac{\log 16 + \log 4}{\log 8} = 2$

6. Δίνεται η αναλογία $\frac{w}{5} = \frac{y}{4}$. Να βρείτε τα w και y αν $w + y = 27$

7. Ένα μοντέλο αυτοκινήτου σχεδιάστηκε με κλίμακα 1:20. Αν στο σχέδιο η ακτίνα του τροχού είναι 3cm , να υπολογίσετε το πραγματικό μήκος της περιφέρειας του τροχού.

8. Κάποιος αγόρασε ένα φωτιστικό πληρώνοντας επιπλέον 15% Φ.Π.Α. και έδωσε συνολικά €230. Πόσο Φ.Π.Α. πλήρωσε;

9. Να βρείτε τις τιμές του x ώστε οι αριθμοί $x-2$, x , $2x+3$ να είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου.
10. Σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ δίνονται $B\Gamma = 1\text{cm}$, $A\Gamma = \sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Να βρείτε την πλευρά AB και τη γωνία $\hat{B}$ ($\hat{B} < 90^\circ$).
11. Να λύσετε την εξίσωση $\log(x-6) + \log 5 = 1 - \log(x-7)$
12. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά $AB = 3\sqrt{2}\text{cm}$, εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο O . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.
- 
13. Σε Αριθμητική Πρόοδο ο όγδοος όρος είναι τετραπλάσιος του δεύτερου και το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της ισούται με 30. Να βρείτε την Αριθμητική Πρόοδο.
14. Αν σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha \cdot \eta\mu B + \gamma = \beta \cdot \eta\mu A + 2R$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
15. Έμπορος εισάγει αυτοκίνητα και τα πωλεί με κέρδος 20% πάνω στην τιμή κόστους τους. Ένας καταναλωτής αγοράζει αυτοκίνητο πληρώνοντας επιπλέον Φ.Π.Α. 15% επί της αναγραφόμενης τιμής πώλησης. Αν ο καταναλωτής αγόρασε το αυτοκίνητο προς €22080, να βρείτε την τιμή στην οποία αγόρασε ο έμπορος το αυτοκίνητο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

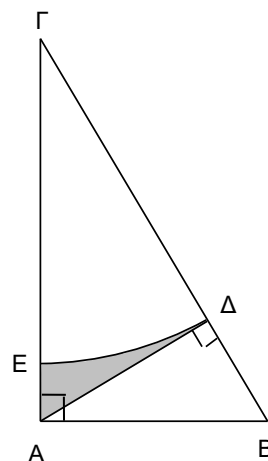
$$(\alpha) 4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$(\beta) \log[3 + 2\log(x+1)] = 0$$

2. Το άθροισμα των απείρων όρων φθίνουσας Γεωμετρικής Προόδου είναι 16, ενώ το άθροισμα του πρώτου και δεύτερου όρου της είναι 12. Να σχηματίσετε τη Γεωμετρική Πρόοδο ($\lambda > 0$).

3. (α) Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB = 4\text{cm}$, $A\Gamma = 6\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
- (β) Αν το πιο πάνω τρίγωνο είναι μέρος ενός αρχιτεκτονικού σχεδίου που έγινε με κλίμακα 1:200 και αντιπροσωπεύει χώρο πρασίνου, να υπολογίσετε πόσο πρέπει να πληρώσουμε για να καλύψουμε το χώρο με χορτοτάπητα αν κάθε τετραγωνικό μέτρο στοιχίζει €30.
4. Παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά $AB = 5\text{cm}$, διαγώνιο $A\Gamma = 8\text{cm}$ και $\hat{B\hat{A}\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:
- (α) την πλευρά $B\Gamma$,
- (β) την περίμετρο του παραλληλογράμμου,
- (γ) το εμβαδόν του παραλληλογράμμου.
5. Κάποιος πώλησε εμπόρευμα και εισέπραξε συνολικά μαζί με το Φ.Π.Α. €2185. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α. με συντελεστή 15%, κατέθεσε στην τράπεζα τα υπόλοιπα χρήματα ως εξής: τα $\frac{3}{10}$ του ποσού προς 5% και τα υπόλοιπα προς 8%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικά τόκο €2698;
6. Στο σχήμα το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και $A\Delta$ ύψος. Με κέντρο την κορυφή Γ και ακτίνα $\Gamma\Delta$ γράφουμε τόξο ΔE μέσα στο τρίγωνο. Αν $AB = 6\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, να βρείτε:

- (α) το μήκος $B\Delta$,
- (β) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους,
- (γ) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



Η Διευθύντρια

Μαρία Λοΐζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 / 05 / 2011
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις σελίδες.
- 2) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
- 3) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 4) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής που είναι σφραγισμένη από το σχολείο.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να σχηματίζεται η πρόοδος που αναγράφεται δίπλα:

(α) , -6, 12, Γεωμετρική Πρόοδος

(β) , 2, 0, Αριθμητική Πρόοδος

2. Αν η ακτίνα κύκλου είναι 8cm, να βρείτε:

(α) το μήκος τόξου 120°

(β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα 150°

3. Να λύσετε την εξίσωση $4^{2x-1} = 16$

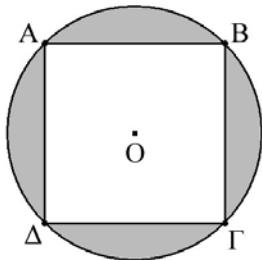
4. Πόσο τόκο δίνουν €10000 σε 3 χρόνια με επιτόκιο 7% ;

5. Να δείξετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, ότι ισχύει η σχέση $\frac{\log 16 + \log 4}{\log 8} = 2$

6. Δίνεται η αναλογία $\frac{w}{5} = \frac{y}{4}$. Να βρείτε τα w και y αν $w + y = 27$

7. Ένα μοντέλο αυτοκινήτου σχεδιάστηκε με κλίμακα 1:20. Αν στο σχέδιο η ακτίνα του τροχού είναι 3cm, να υπολογίσετε το πραγματικό μήκος της περιφέρειας του τροχού.

8. Κάποιος αγόρασε ένα φωτιστικό πληρώνοντας επιπλέον 15% Φ.Π.Α. και έδωσε συνολικά €230. Πόσο Φ.Π.Α. πλήρωσε;

9. Να βρείτε τις τιμές του x ώστε οι αριθμοί $x-2$, x , $2x+3$ να είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου.
10. Σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ δίνονται $B\Gamma = 1\text{cm}$, $A\Gamma = \sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Να βρείτε την πλευρά AB και τη γωνία $\hat{B}$ ($\hat{B} < 90^\circ$).
11. Να λύσετε την εξίσωση $\log(x-6) + \log 5 = 1 - \log(x-7)$
12. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά $AB = 3\sqrt{2}\text{cm}$, εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο O . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.
- 
13. Σε Αριθμητική Πρόοδο ο όγδοος όρος είναι τετραπλάσιος του δεύτερου και το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της ισούται με 30. Να βρείτε την Αριθμητική Πρόοδο.
14. Αν σε τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha \cdot \eta\mu B + \gamma = \beta \cdot \eta\mu A + 2R$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
15. Έμπορος εισάγει αυτοκίνητα και τα πωλεί με κέρδος 20% πάνω στην τιμή κόστους τους. Ένας καταναλωτής αγοράζει αυτοκίνητο πληρώνοντας επιπλέον Φ.Π.Α. 15% επί της αναγραφόμενης τιμής πώλησης. Αν ο καταναλωτής αγόρασε το αυτοκίνητο προς €22080, να βρείτε την τιμή στην οποία αγόρασε ο έμπορος το αυτοκίνητο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

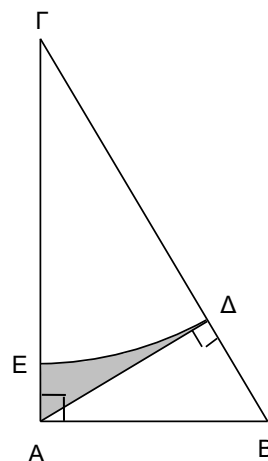
$$(\alpha) 4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$$

$$(\beta) \log[3 + 2\log(x+1)] = 0$$

2. Το άθροισμα των απείρων όρων φθίνουσας Γεωμετρικής Προόδου είναι 16, ενώ το άθροισμα του πρώτου και δεύτερου όρου της είναι 12. Να σχηματίσετε τη Γεωμετρική Πρόοδο ($\lambda > 0$).

3. (α) Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB = 4\text{cm}$, $A\Gamma = 6\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
- (β) Αν το πιο πάνω τρίγωνο είναι μέρος ενός αρχιτεκτονικού σχεδίου που έγινε με κλίμακα 1:200 και αντιπροσωπεύει χώρο πρασίνου, να υπολογίσετε πόσο πρέπει να πληρώσουμε για να καλύψουμε το χώρο με χορτοτάπητα αν κάθε τετραγωνικό μέτρο στοιχίζει €30.
4. Παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά $AB = 5\text{cm}$, διαγώνιο $A\Gamma = 8\text{cm}$ και $\hat{B\hat{A}\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:
- (α) την πλευρά $B\Gamma$,
- (β) την περίμετρο του παραλληλογράμμου,
- (γ) το εμβαδόν του παραλληλογράμμου.
5. Κάποιος πώλησε εμπόρευμα και εισέπραξε συνολικά μαζί με το Φ.Π.Α. €2185. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α. με συντελεστή 15%, κατέθεσε στην τράπεζα τα υπόλοιπα χρήματα ως εξής: τα $\frac{3}{10}$ του ποσού προς 5% και τα υπόλοιπα προς 8%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικά τόκο €2698;
6. Στο σχήμα το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και $A\Delta$ ύψος. Με κέντρο την κορυφή Γ και ακτίνα $\Gamma\Delta$ γράφουμε τόξο ΔE μέσα στο τρίγωνο. Αν $AB = 6\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, να βρείτε:

- (α) το μήκος $B\Delta$,
- (β) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους,
- (γ) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



Η Διευθύντρια

Μαρία Λοΐζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ)****ΤΑΞΗ : Β΄**

Ημερομηνία : 25 / 05 / 2011

Χρόνος : 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα: $\frac{3x-1}{(x-2)(x+3)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων

2. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{4x-1}{2x+1}$.

Να βρείτε :

(α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της

(β) την τιμή $f^{-1}(3)$

3. Να υπολογίσετε τα όρια :

(α) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2-7x}{6-5x^2}$

(β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-3x}{x^2-9}$.

4. Αν σε Αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τέταρτου και του έβδομου όρου είναι 20 και το άθροισμα του ένατου και δέκατου όρου είναι 36, να σχηματίσετε την Αριθμητική πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της
5. Δίνονται τα σημεία $A(3,-1)$ και $B(-2,-13)$ και η ευθεία $\varepsilon: 3x+4y-5=0$. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από το μέσο M του AB και είναι κάθετη στην ε .

6. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{d\psi}{dx}$ των συναρτήσεων :

(α) $\psi = \sqrt{5x-3}$

(β) $\psi = e^{2x} \cdot \epsilon\phi 3x$

7. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2\left(\frac{x}{16}\right) + \log_x 8 = 0$, αν $x > 0$ και $x \neq 1$.

8. Να λύσετε την εξίσωση: $7\sigma\upsilon\nu x + 5 = 2\eta\mu^2 x$.

9. Το εμβαδό της βάσης κυλίνδρου είναι $36\pi\text{ cm}^2$ και το εμβαδό της κυρτής του επιφάνειας είναι $120\pi\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο του κυλίνδρου.

10. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $AB = 2R$ και Γ το μέσο του ημικυκλίου. Να φέρετε τη χορδή $ΑΓ$ και να υπολογίσετε το εμβαδό του μiktόγραμμου τριγώνου $ΑΓΒ$.

11. Να λύσετε την εξίσωση: $3 \cdot 4^x - 5 \cdot 3^{2x} = 4 \cdot 9^x - 2^{2x}$.

12. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης $48\alpha\text{ cm}$ και $E_{\pi} = 240\alpha^2\text{ cm}^2$.

Να υπολογίσετε:

α. το παράπλευρο ύψος,

β. το ύψος της

γ. τον όγκο της πυραμίδας.

13. Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της παραγώγου να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης $y = x^2$

14. Αν σε τρίγωνο $ΑΒΓ$ ισχύει: $\eta\mu B = \sigma\upsilon\nu\Gamma \eta\mu A + \frac{\sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \sigma\upsilon\nu\Gamma}{\eta\mu B}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ορθογώνιο.

15.. i) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu x + \eta\mu 3x}{4\sigma\upsilon\nu^3 x} = \epsilon\phi x$

ii) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x + \eta\mu 3x}{4 \cdot x \cdot \sigma\upsilon\nu^3 x}$

ΜΕΡΟΣ Β΄

➤ Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

➤ Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α. Δίνεται η συνάρτηση: $\varphi(x) = \alpha \eta \mu x + \beta \sigma \upsilon \nu x$ με α, β σταθερές.

i. Να δείξετε ότι: $\varphi''(x) + \varphi(x) = 0$

ii. Αν $\varphi\left(\frac{\pi}{2}\right) = 6$ και $\varphi'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -4$, να υπολογίσετε τα α και β .

β. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης

$$\psi = \ln\left(\frac{e^{\sigma \upsilon \nu x}}{\eta \mu 3x + 1}\right) \text{ στο σημείο της } (0,1).$$

2. i. Να δείξετε ότι η πιο κάτω εξίσωση

$$\left[3\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots\right)\right]^{\log_5 x} = \left[20\left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \dots\right)\right]^{\log_x 5}$$

έχει τις λύσεις $x = 25$ και $x = \frac{1}{25}$

ii. Αν ρ είναι η ακέραια λύση της πιο πάνω εξίσωσης να βρείτε το

$$\lim_{x \rightarrow \rho} \frac{\eta \mu(x - \rho)}{x^2 - 26x + 25}.$$

3. Δίνεται το τρίγωνο ΑΒΓ.

(α) Να δείξετε ότι: $(\sigma \upsilon \nu A + \sigma \upsilon \nu B)^2 + (\eta \mu A - \eta \mu B)^2 = 4\eta \mu^2 \frac{\Gamma}{2}$.

(β) Αν ισχύει η σχέση: $e^{\sigma \upsilon \nu(A+B)} \cdot e^{\sigma \upsilon \nu(A-B)} = 1$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle A\hat{B}\Gamma$, $(\hat{A} = 90^\circ)$, οι κορυφές είναι: $A(2,3)$, $\Gamma(6,0)$ και η Β βρίσκεται στην ευθεία $x = -1$.

α. Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες της κορυφής Β είναι $(-1, -1)$.

β. Να υπολογίσετε την γωνία Β

γ. Να υπολογίσετε το μήκος της ΓΒ

δ. Αν προεκτείνουμε την ΑΓ κατά τμήμα $\Gamma M = A\Gamma$, να βρείτε την εξίσωση της ΜΒ

5. α) Δίνονται τα αθροίσματα :

$$\Sigma_1 = 1 + \sin \theta + \sin^2 \theta + \dots$$

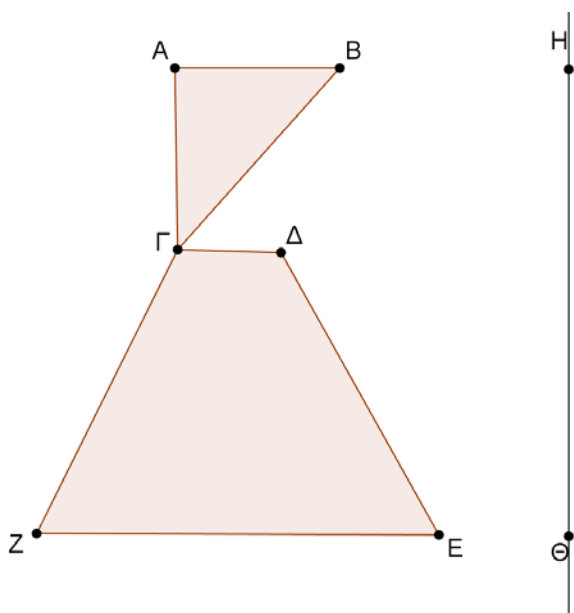
$$\Sigma_2 = 1 + \sin 2\theta + \sin^2 2\theta + \dots, \text{ με } \theta \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$$

Να δείξετε ότι : $\frac{1}{\Sigma_2} = \frac{4}{\Sigma_1} - \frac{2}{\Sigma_1^2}$.

β) Δίνεται η Αριθμητική Πρόοδος : 1, 3, 5, 7, 9...

Να δείξετε ότι: $\rho \cdot \mu (\Sigma_{\mu+\rho} - \Sigma_{\rho-\mu}) = 4\Sigma_{\rho\mu}$ όπου $\mu, \rho \in \mathbb{N}$, $\rho > \mu$.

6.



Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές $AB=6m$ και $AG=8m$, και ισοσκελές τραπέζιο $\Gamma\Delta EZ$ όπου $AB \parallel \Gamma\Delta \parallel ZE$. Το $\Gamma\Delta = 4m$, $\Gamma Z = 13m$, $ZE = 14m$ και οι αποστάσεις $BH = 8m$ και $E\Theta = 5m$. Το σχήμα περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία $H\Theta$ που είναι παράλληλη με την AG . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.

Ο Διευθυντής

Μπαρής Κυριάκος

.....

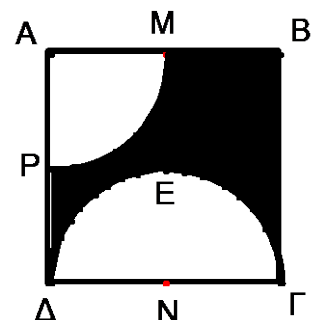
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ:** Β΄ Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 25 Μαΐου 2011**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρες**ΑΡ. ΜΑΘΗΤΩΝ:** 155**ΟΔΗΓΙΕΣ**

- Γράφετε με πένα μπλέ. Τα σχήματα αν θέλετε με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματισμένης** υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $2^{7x-2} = 32$.
2. Η τιμή πώλησης ενός κινητού τηλεφώνου είναι €200. Το κατάστημα κάνει έκπτωση 15%. Πόσα θα πληρώσω για να αγοράσω το τηλέφωνο αυτό;
3. Ο πρώτος όρος Αριθμητικής Προόδου είναι 7 και ο δεύτερος όρος είναι 10. Να υπολογίσετε τον εικοστό τέταρτο όρο της.
4. Πόσο τόκο δίνουν €8000, τοκίζόμενα προς 6% με απλό τόκο για 2 χρόνια;
5. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο κύκλου με διάμετρο 12cm.
6. Αν $\log_x 2^2 + \log_x 2^3 = 5$, να βρείτε την τιμή του x.
7. Να δείξετε ότι αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει $\alpha \cdot \eta\mu B = \beta \cdot \eta\mu \Gamma$, τότε το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
8. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 5 + 3 + \frac{9}{5} + \dots$
9. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται τετράγωνο ABΓΔ πλευράς 4cm και M,N, τα μέσα των πλευρών AB και ΓΔ αντίστοιχα.
Με κέντρο το Α και ακτίνα $\frac{AB}{2}$, γράφουμε τόξο ΜΡ και με διάμετρο την πλευρά ΓΔ, γράφουμε τόξο ΓΕΔ.
Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



10. Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ με εμβαδόν $8\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και πλευρές ΑΒ=4 cm και ΒΓ=8 cm.
11. Να βρείτε την τιμή του x, αν οι αριθμοί $\log x$, $\sqrt{2}$, $\log x + 1$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου.
12. Θέλουμε να κτίσουμε μια σκάλα με τριάντα σκαλοπάτια. Για το πρώτο σκαλοπάτι χρησιμοποιούμε 100 τούβλα και για κάθε επόμενο σκαλοπάτι χρησιμοποιούμε δύο τούβλα λιγότερα. Να βρείτε πόσα τούβλα θα χρησιμοποιήσουμε :
α) για το τελευταίο σκαλοπάτι και
β) για ολόκληρη τη σκάλα.
13. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τμήματος, που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνιά 60° σε κύκλο με ακτίνα 4 cm.
14. Να δείξετε ότι : $\log\left(1+\frac{1}{2}\right) + \log\left(1+\frac{1}{3}\right) + \log\left(1+\frac{1}{4}\right) + 2\log 2 = 1$
15. Ο κύριος Ανδρέας κέρδισε το πασχαλινό λαχείο.
Αποφάσισε να καταθέσει το $\frac{1}{8}$ του ποσού προς 5% στην τράπεζα Α, τα $\frac{3}{4}$ του ποσού προς 4% στην τράπεζα Β και το υπόλοιπο ποσό προς 3% στην τράπεζα Γ.
Στο τέλος του δεύτερου χρόνου θα πάρει συνολικά τόκο €3200.
Να βρείτε το ποσό που κέρδισε ο κύριος Ανδρέας.

ΜΕΡΟΣ Β

Από τις 6 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 4.** Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες

1. Σε αύξουσα Α.Π. το άθροισμα του δεύτερου και του έκτου όρου είναι 36 και η διαφορά του τρίτου από τον ένατο όρο είναι 24.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
β) Πόσοι όροι μας δίνουν άθροισμα 880;
2. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{\log 3 - x \log 3}{2} = \log \sqrt{3^x - 2}$
3. Παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει πλευρά ΑΒ=1cm, τη διαγώνιο ΑΓ= $\sqrt{3}$ cm και τη γωνία ΑΒΓ= 60° .
Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του παραλληλογράμμου.
4. Ένας καταστηματάρχης καθορίζει την τιμή πώλησης ενός κασετοφώνου έτσι ώστε να έχει κέρδος 60% πάνω στο κόστος.
Κατά την περίοδο των εκπτώσεων μειώνει τις τιμές κατά 25% πάνω στη τιμή πώλησης.
Αν ο Γιάννης αγόρασε το κασετόφωνο και του έγινε έκπτωση €36, να βρείτε:
α) πόσα αγόρασε ο Γιάννης το κασετόφωνο;
β) ποιο το ποσοστό κέρδους του καταστηματάρχη;

5. Σε Γεωμετρική Πρόοδο $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$, ισχύει ότι: $\alpha_2 + \alpha_4 = 20$ και $\frac{\alpha_5}{\alpha_2} = 8$.

α) Να δείξετε ότι η πρόοδος είναι η 2,4,8,16,...

β) Ακολουθως, αφού αποδείξετε ότι $\log \alpha_1, \log \alpha_2, \log \alpha_3, \dots$ είναι Αριθμητική Πρόοδος, να βρείτε το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της.

6. Να βρεθεί το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου του σχήματος.

Δίνονται: $\triangle KNM$ ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{K} = 90^\circ$)

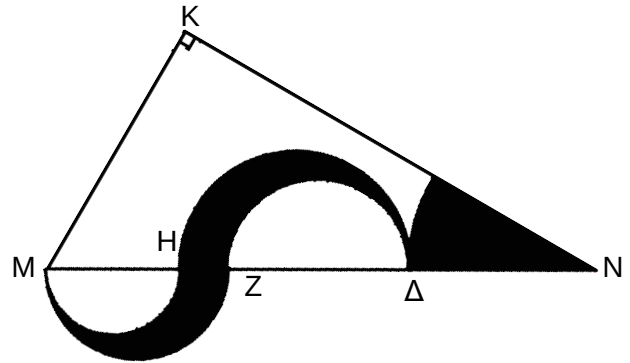
$MH, MZ, H\Delta, Z\Delta$ διάμετροι κύκλων

$\hat{M} = 60^\circ$

$MZ = Z\Delta = \Delta N = \frac{MN}{3}$

$HZ = 1\text{cm}$

$KM = 6\text{cm}$



Οι Εισηγητές

Ευαγόρου Ευαγόρας

Ο Συντονιστής

Παναγίδης Παναγιώτης

Ο Διευθυντής

Μπαρρής Κυριάκος

Νέρουππος Μάριος

Πιερίδης Χριστάκης

Χριστοδούλου Αντρούλλα

Χρίστου Χρίστια

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 15/06/2011

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΒΑΘΜΟΣ:

Τμήμα: Αρ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

Το γραπτό αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' (Σύνολο μονάδων 60/100):Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 12.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(+4) + (+3) =$$

$$(-3) \cdot (-2) =$$

$$(-25) - (-5) =$$

$$(-8) \div (+4) =$$

2. Να λύσετε την εξίσωση : $3x - 8 = 2x + 2$

3. Να κάνετε τις πράξεις:

$$(-7 + 2) + (-20) : (+5) - (+8) \cdot (+3) =$$

4. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

α) $(-5)^2 =$

β) $(-4)^0 =$

γ) $(+1)^7 =$

δ) $(-2)^3 =$

5. Δίνεται κύκλος με διάμετρο $AB=20\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος (Γ) του κύκλου, και

β) το εμβαδόν (E) του κύκλου

6. Να υπολογίσετε το x στις πιο κάτω αναλογίες:

(α) $\frac{x}{4} = \frac{x+1}{2}$

(β) $\frac{x}{4} = \frac{9}{x}$

7. Να επιλύσετε την ανίσωση $5x-7 \leq 2x-13$ και ακολούθως να παραστήσετε γραφικά τη λύση της πάνω στην ευθεία των ρητών αριθμών.

8. Ο κ. Κυριάκος αγόρασε ένα αυτοκίνητο €15000. Το πούλησε στην κ. Χριστίνα με ζημιά 20%. Πόσα το αγόρασε η κ. Χριστίνα;

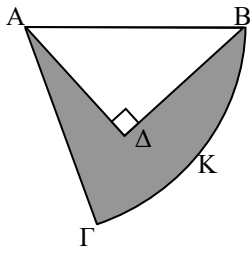
9. Ένα έργο τελειώνει σε 12 μέρες αν εργασθούν 15 εργάτες. Πόσοι εργάτες χρειάζονται να τελειώσουν το ίδιο έργο 3 μέρες νωρίτερα;

10. Να βρείτε τα x, y και ω αν:

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{8} = \frac{\omega}{9} \quad \text{και} \quad 2x + 3y - \omega = 63$$

11. Κυκλικός τομέας έχει εμβαδόν $4\pi \text{ m}^2$. Αν η ακτίνα του κύκλου στον οποίο ανήκει είναι 6m να βρείτε την επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στον κυκλικό τομέα.
12. Η μεγάλη βάση ενός τραπεζίου είναι κατά 6cm μεγαλύτερη από τη μικρή και το ύψος του είναι 8cm . Το τραπέζιο είναι ισεμβαδικό με τετράγωνο που έχει πλευρά 8cm . Να υπολογίσετε τις βάσεις του τραπεζίου.
13. Η Γεωργία είναι κατά 5 χρόνια μεγαλύτερη από τη Χριστίνα. Μετά από 3 χρόνια η ηλικία της Γεωργίας θα είναι κατά 6 χρόνια μικρότερη από το διπλάσιο της ηλικίας της Χριστίνας. Να βρείτε τις σημερινές τους ηλικίες.

14. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας αν $ABK\Gamma$ είναι κυκλικός τομέας με κέντρο το A , $A\Delta=6\text{cm}$, $\Delta B=8\text{cm}$ και $\widehat{\Gamma AB} = 36^\circ$.



15. Να γράψετε τις παραστάσεις σε μορφή μιας δύναμης.

α) $(+5)^4 \cdot (+5)^7 =$

β) $\left[(-6)^{-7}\right]^5 =$

γ) $(-3)^{-5} : (-3)^{-9} =$

δ) $\frac{1}{49} \cdot (-7)^3 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)^5 =$

ΜΕΡΟΣ Β' (Σύνολο μονάδων 40/100):

Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 4.

Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = -8 - 2 \cdot [-3 - (-4 + 16) \div (-6)]$$

$$B = +2 \cdot (-3 - 1)^2 - (-3)^9 \div (-3)^7 + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right)^{-1}$$

β) Να αποδείξετε ότι: $A + 2 \cdot B = 0$

2. α) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{3x+2}{2} - \frac{2(x-2)}{4} = \frac{x-10}{2} + 4$$

β) Για ποιες τιμές του α και β η εξίσωση $\alpha x - 20 + \beta = 5x - 4\beta$ είναι αόριστη;

3. Να βρείτε το διάστημα στο οποίο συναληθεύουν οι ανισώσεις:

$$5(2x-1) \leq 2x+19 \quad \text{και} \quad \frac{2x-1}{2} - \frac{3x+2}{3} + x < \frac{8x+1}{6}$$

4. α) Μια βιοτεχνία παράγει φουσκωτά παιγνίδια. Αν 2% από αυτά είναι ελαττωματικά να βρείτε:
- σε μια παραγγελία 450 φουσκωτών πόσα αναμένεται να είναι ελαττωματικά;
 - πόσα φουσκωτά πρέπει να παραγγείλει κάποιος έτσι ώστε 490 από αυτά να μην είναι ελαττωματικά.

β) Ένα χρηματικό έπαθλο €150 μοιράστηκε στους πρώτους τρεις νικητές ενός διαγωνισμού σύμφωνα με τον αριθμό των σωστών απαντήσεών τους. Ο πρώτος απάντησε σωστά σε 12 ερωτήσεις, ο δεύτερος σε 10 και ο τρίτος σε 8. Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε ο καθένας.

5. Να γράψετε τις παραστάσεις A, B, Γ σε μορφή μιας δύναμης και ακολούθως να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης E:

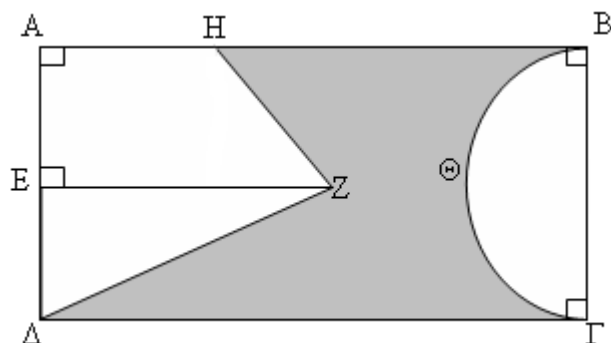
$$A = 2^3 \cdot 8^2 \cdot 2^{-2}$$

$$B = \frac{3^4 \cdot (3^2)^4}{3^2}$$

$$\Gamma = 2 \cdot 2^3 + 5 \cdot 2^4 - 3 \cdot 2^{-3} \cdot 2^7 + 2^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$E = \frac{\left(\frac{A}{\Gamma}\right)^{2010} \cdot B^{201}}{6^{2008}}$$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο, $B\Theta\Gamma$ ημικύκλιο, $AHZE$ ορθογώνιο τραπέζιο και $EZ\Delta$ ορθογώνιο τρίγωνο. Αν E μέσο της AD , $HB=14\text{cm}$, $\Delta Z=10\text{cm}$, $\Delta\Gamma=20\text{cm}$ και $EZ=8\text{cm}$, να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας του σχήματος. Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π .



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ζαρβός Αλέκος

Βαλιαντή Ουρανία

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

Γιακουμή Μάγδα

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Σεβέρη Μαρία

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25/05/2011

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες.
Επισυνάπτεται τυπολόγιο .

ΜΕΡΟΣ Α' : (Μονάδες 60/100)**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 5/100.**

A1. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{x+5}{2x-3}$. Να βρείτε:

- i. το πεδίο ορισμού και
- ii. το πεδίο τιμών της $f(x)$

A2. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{8x+7}{x^2+x-2}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

A3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κυλίνδρου που έχει όγκο $54\pi \text{ m}^3$ και ύψος διπλάσιο από την ακτίνα του.

A4. Να λύσετε την εξίσωση $(\log x)^2 - \log x^3 + 2 = 0$.

A5. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:

- i. $y = e^{3x} \cdot \varepsilon \varphi x$
- ii. $y = \ln(\sqrt{x^2 + 3})$

A6. Να υπολογίσετε τα όρια:

- i. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2+7x+x^2}{1+6x^2}$
- ii. $\lim_{x \rightarrow 0^+} 5^{\frac{1}{x}}$

A7. Να αποδείξετε ότι : $\frac{1+\sigma\upsilon\nu6\alpha-\sigma\upsilon\nu3\alpha}{\eta\mu6\alpha-\eta\mu3\alpha} = \sigma\phi3\alpha$

A8. Να βρείτε το εμβαδόν τριγώνου $AB\Gamma$ αν $\alpha = 2\text{ cm}$, $\beta = 4\text{ cm}$ και $\gamma = 2\sqrt{3}\text{ cm}$.

A9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με βάση τετράγωνο, με διαγώνιο τριπλάσια από το ύψος του και όγκο 500 m^3 .

A10. Αν $\sigma\upsilon\nu\beta$, $\eta\mu\alpha$, $\sigma\upsilon\nu\alpha$, $\eta\mu\beta$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να αποδείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) = 1$.

A11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-2,8)$, $B(3,1)$ και $\Gamma(5,3)$.

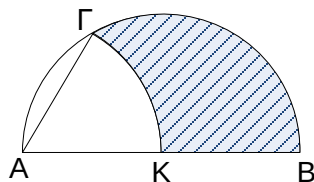
- Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

A12. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης ίση με 4 cm και οι παράπλευρες έδρες της σχηματίζουν γωνία 30° με τη βάση. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.

A13. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x + \alpha) \cdot e^{x+\beta}$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Να δείξετε ότι $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

A14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + ax^2$, $a \in \mathbb{R}$. Να βρείτε την τιμή του a , ώστε στα σημεία της γραφικής παράστασης της f που έχουν τετμημένες $x_1 = 1$ και $x_2 = -2$, οι εφαπτόμενες της να είναι παράλληλες.

A15. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $AB = 10\alpha\text{ cm}$ και χορδή $A\Gamma = 5\alpha\text{ cm}$. Με κέντρο το σημείο A και ακτίνα $A\Gamma$ γράφουμε τόξο ΓK . Να βρείτε το εμβαδόν του μεικτόγραμμου σχήματος $B\text{K}\Gamma$.

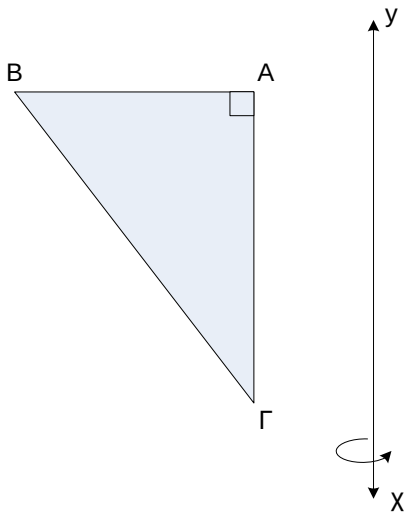


Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 10/100.

B1. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ δίνονται οι εξισώσεις των πλευρών του AB : $x - \psi + 3 = 0$ και $B\Gamma$: $2x - \psi + 3 = 0$. Αν $E(-1, 3)$ είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του, να βρείτε:

- Τις συντεταγμένες των κορυφών του B και Δ .
- Την εξίσωση της πλευράς του $\Gamma\Delta$.
- Την εξίσωση της διαγωνίου του $A\Gamma$.
- Το εμβαδόν του τριγώνου EAD .

B2. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 60^\circ$ και $AB = 3 \text{ cm}$. Η $A\Gamma$ απέχει από τον άξονα xy απόσταση ίση με 2 cm . Να υπολογίσετε την επιφάνεια και τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη στροφή του τριγώνου $AB\Gamma$ γύρω από τον άξονα xy .



B3.

i. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu^4 x - \sigma\upsilon\nu^4 x$. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{df}{dx} = 1$ για $0 \leq x \leq 2\pi$.

ii. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = 5^x$. Να λύσετε την εξίσωση:

$$g(x) + g(x+1) + g(x+2) + \dots + g(x+49) = \frac{125(5^{50} - 1)}{4}$$

B4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sigma\upsilon\nu(\ln x) + \eta\mu(\ln x)$ με $x > 0$.

i. Να δείξετε ότι:

$$x^2 f''(x) + x f'(x) + f(x) = 0.$$

ii. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = 1$.

B5. Δίνονται οι συναρτήσεις f, g με τύπους $f(x) = \alpha\sqrt{x^2 - x + 9} - 3\beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και $g(x) = \sqrt{x} - 1$.

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των πιο πάνω συναρτήσεων.

ii. Να ορίσετε τη συνάρτηση $h = \frac{f}{g}$.

iii. Αν η γραφική παράσταση της h διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $(9, 3)$, να υπολογίσετε τις τιμές των α και β .

iv. Αν $\alpha = \beta = 1$ να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$.

B6. Δίνονται οι ακολουθίες $\alpha_n = \frac{n \log(\log(2^n))}{\log(e^n)}$ και $\beta_n = e^{a_n}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 0$.

i. Να δείξετε ότι $\beta_n = n \log 2$.

ii. Να δείξετε ότι $10^{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_n} = (\sqrt{2})^{n^2 + n}$.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Δήμητρα Χρυσάνθου

Χριστοδούλα Μιχαήλ

Αλέκος Ζαρβός

ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

Μάγδα Γιακουμή Β.Δ

.....

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Μαρία Σεβέρη

.....

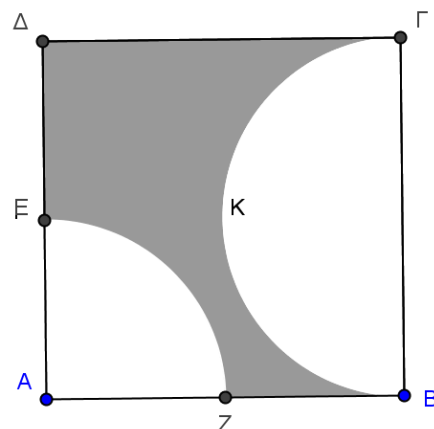
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά (Κοινός Κορμός)**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 25 Μαΐου 2011**ΤΑΞΗ:** Β' Ενιαίου Λυκείου**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρες

-
- Οδηγίες:** (α) Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
(β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
(δ) Τα σχήματα να μεταφερθούν στις κόλλες.
(ε) Το γραπτό αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
-

ΜΕΡΟΣ Α' (ΜΟΝΑΔΕΣ 60/100):**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.**

- Δίνεται η πρόοδος 4, 10, 16, ... Να βρείτε:
(α) Το είδος της προόδου.
(β) Τον $51^{ον}$ όρο της.
- Να λύσετε την εξίσωση: $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.
- Οικόπεδο πωλήθηκε προς € 50600 συμπεριλαμβανομένου και του Φ.Π.Α. Αν ο συντελεστής Φ.Π.Α ήταν 15%, να βρείτε την αξία του οικοπέδου χωρίς τον Φ.Π.Α.
- Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\hat{B} = 60^\circ$, $\alpha = 4\text{cm}$ και $\beta = 4\sqrt{3}\text{cm}$.
Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ.
- Να βρείτε το κεφάλαιο, που όταν τοκιστεί προς 4% για 2 χρόνια και 3 μήνες, δίνει τόκο € 324.
- Αν οι αριθμοί 4, $2x+1$, $3x-10$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου:
(α) Να υπολογίσετε την τιμή του x .
(β) Να βρείτε την τιμή της διαφοράς δ της προόδου.
- Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x-1) + \log 5x = 1$.

8. Η απόσταση της πόλης Α από την πόλη Β είναι 40km . Να βρείτε την απόσταση των δυο πόλεων σε χάρτη κλίμακας $1:100000$.
9. Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου με 7° όρο 64 και 4° όρο 8.
10. Σε κύκλο ακτίνας 4cm το εμβαδόν κυκλικού τομέα είναι ίσο με $4\pi\text{cm}^2$. Να βρείτε:
 α) Την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία του κυκλικού τομέα.
 β) Την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
11. Να υπολογίσετε το άθροισμα $3 + 6 + 9 + \dots + 384$.
12. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\eta\mu\Gamma}{\eta\mu\Lambda} = 2$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
13. Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση :
$$\frac{\log 4 - \frac{1}{2}\log 16 + 2 \cdot \log 3}{\log 9 - \log 3} = 2$$
14. Σε ένα διαγωνισμό δήλωσαν συμμετοχή 500 άτομα, αλλά διαγωνίστηκαν τελικά μόνο τα 450 άτομα. Από τα άτομα που διαγωνίστηκαν ποσοστό 20% προκρίθηκε στην επόμενη φάση του διαγωνισμού. Να υπολογίσετε:
 (α) Το ποσοστό των ατόμων που δεν διαγωνίστηκε.
 (β) Τον αριθμό των ατόμων που προκρίθηκαν στην επόμενη φάση του διαγωνισμού.
15. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 16cm , τόξο ΕΖ του κύκλου (Α, ΑΕ) όπου Ε μέσο της ΑΔ και ημικύκλιο ΒΚΓ με διάμετρο ΒΓ. Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του τετραγώνου.



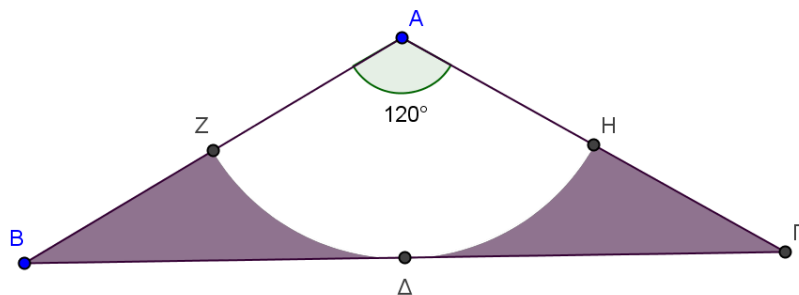
ΜΕΡΟΣ Β΄(ΜΟΝΑΔΕΣ 40/100):

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο προς 6% για 2 χρόνια και 4 μήνες και ένα άλλο κεφάλαιο τετραπλάσιο του πρώτου προς 5% για 4 χρόνια. Πήρε και από τα δυο κεφάλαια τόκο €4700 . Να υπολογίσετε τα δυο κεφάλαια.
2. Σε Αριθμητική Προόδο το άθροισμα του δεύτερου και του έβδομου όρου της είναι 40 και ο πέμπτος όρος της είναι 22 .
(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 25 πρώτων όρων της.
3. Δύο συνέταιροι, ο κ.Αντώνης και ο κ.Βασίλης, μοιράστηκαν κέρδη €48000 σε μέρη ανάλογα των αριθμών 3 και 5 αντίστοιχα. Τα λεφτά που πήρε ο κ. Αντώνης τα κατάθεσε στην τράπεζα με επιτόκιο 6% για 4 χρόνια. Ο κ. Βασίλης με τα λεφτά που πήρε αγόρασε ένα αυτοκίνητο, το οποίο πώλησε μετά από 4 χρόνια με ζημιά 28% . Να βρείτε στο τέλος των 4 χρόνων πόσα λεφτά θα έχει ο καθένας.
4. Τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{\Gamma} = 120^\circ$ έχει εμβαδόν $E = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και η πλευρά ΒΓ είναι κατά 2cm μεγαλύτερη από την πλευρά ΑΓ . Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ .
5. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση:
$$\frac{E}{R \cdot \eta\mu A \cdot \eta\mu B} + \frac{E}{R \cdot \eta\mu B \cdot \eta\mu \Gamma} + \frac{E}{R \cdot \eta\mu \Gamma \cdot \eta\mu A} = \alpha + \beta + \gamma ,$$

όπου E το εμβαδόν του τριγώνου και R είναι η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο ΑΒΓ .

6. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 10\text{ cm}$ και $\hat{A} = 120^\circ$.
Με κέντρο το A και ακτίνα $A\Delta$ γράφεται τόξο $Z\Delta H$ (Δ μέσο της $B\Gamma$).
Να υπολογίσετε :
- (α) Το εμβαδόν και
 - (β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους του τριγώνου.



Η Διευθύντρια

.....
Σεβέρη Μαρία

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**ΜΑΘΗΜΑ :** Μαθηματικά**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ** 23 / 5 / 2011**ΤΑΞΗ :** Β' Κοινός κορμός**ΔΙΑΡΚΕΙΑ :** 2:30 ώρες**ΟΔΗΓΙΕΣ**

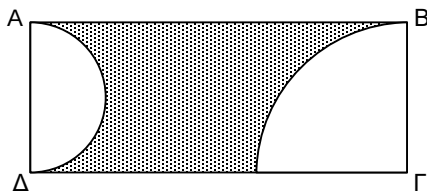
- Γράφετε με πένα μπλέ ή μαύρη. Τα σχήματα αν θέλετε με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Οι αριθμοί $x-1$, $3x$, $x+9$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να βρείτε το x .
- 2) Κύκλος έχει εμβαδόν $25\pi \text{ m}^2$. Να βρείτε την περίμετρο του.
- 3) Να λύσετε τις εξισώσεις α) $2^{3x-5}=16$ β) $\log_2 x = 4$
- 4) Να δείξετε ότι: $\frac{\log 4 + \log 8}{\log 12 - \log 6} = 5$
- 5) Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €3660 αν τοκιστεί για 2 χρόνια και 4 μήνες προς 5%.
- 6) Να λύσετε την εξίσωση $\log(3x+5) - \log 2 = \log x + \log 4$
- 7) Σε μια γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι 6 και ο έκτος όρος 48. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

- 8) Ο λόγος των περιμέτρων δύο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{2}{5}$. Αν η μια πλευρά του μεγαλύτερου πολυγώνου είναι 30cm να υπολογίσετε την ομόλογη πλευρά του μικρότερου πολυγώνου.
- 9) Αγοράσαμε μια τηλεόραση με έκπτωση 15% και πληρώσαμε €306. Ποια ήταν η αξία της τηλεόρασης.
- 10) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους αν $AB=20\text{cm}$ και $B\Gamma=8\text{cm}$.



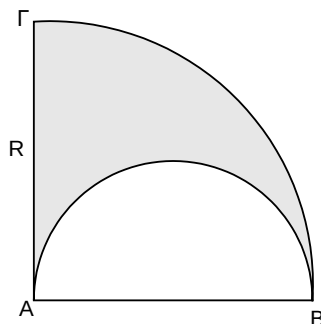
- 11) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται οι πλευρές του $a = 10\text{cm}$, $\beta = 5\sqrt{3}\text{cm}$ και $\gamma = 5\text{cm}$. Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών A , B και Γ του τριγώνου.
- 12) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 3 + 7 + 11 + \dots + 799$
- 13) Σε σχέδιο με κλίμακα $1 : 100$ το ύψος μιας πόρτας είναι 2cm. Ποιο είναι το πραγματικό της ύψος σε m;
- 14) Να λύσετε την εξίσωση $2^{2x} - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$
- 15) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \sin \Gamma + \gamma \sin B = 2R$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Αριθμητικής προόδου το άθροισμα του πέμπτου και του έβδομου όρου της είναι ίσο με 56 και το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων είναι 164. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
- 2) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ $A\Gamma = 2\sqrt{3}\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$
 α) Να επιλύσετε το τρίγωνο.
 β) Να βρείτε το εμβαδόν του.

- 3) Σ' απόλυτα φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος όρος της είναι -8 και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\frac{32}{3}$. Να βρείτε την πρόοδο και το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της.
- 4) α) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

$$\frac{\sin A}{\alpha} + \frac{\sin B}{\beta} + \frac{\sin \Gamma}{\gamma} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}{2\alpha\beta\gamma}$$
 β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν οι σχέσεις $\beta = \alpha$ και $\gamma = \alpha\sqrt{2}$ να υπολογίσετε τις γωνιές του.
- 5) Στο διπλανό σχήμα το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους είναι $8\pi \text{ cm}^2$ ($A\Gamma B$ τεταρτοκύκλιο, AB ημικύκλιο)
 α) Να βρείτε την ακτίνα R του τεταρτοκυκλίου.
 β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



- 6) Ένας εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα για τα οποία πλήρωσε επιπλέον 30% επί της αξίας τους για διάφορα έξοδα. Στην συνέχεια τα πώλησε με κέρδος 20% και είσπραξε €31200. Να υπολογίσετε:
 α) το κέρδος που είχε από την πώληση των εμπορευμάτων
 β) την αρχική αξία των εμπορευμάτων
 γ) τα έξοδα που είχε.

Οι εισηγητές :
 Τουμάζου Κατερίνα (Β.Δ)
 Νίτσιος Θεόδωρος
 Τοφή Φρύνη
 Κωστή Ελένη
 Δυμιώτης Δώρος

.....Διευθυντ.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

Μάθημα: Μαθηματικά
Τάξη : Β' Λυκείου Κατεύθυνση

Ημερομηνία: 26/05/2011
Χρόνος : 2: 30'

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
δ) **Χορηγείται τυπολόγιο.**
ε) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

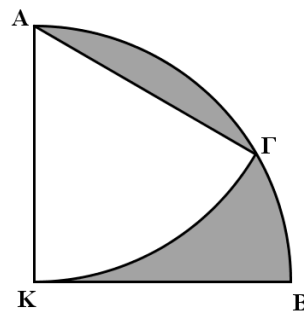
1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα : $\frac{3x-11}{(x-1)(x+3)}$
2. Να βρείτε το **πεδίο ορισμού** και το **πεδίο τιμών** της συνάρτησης : $y = \frac{5x+1}{3-2x}$.
3. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ των παρακάτω συναρτήσεων :
(α) $y = 7x^4 + \ln 5x - e^{8x} - 1$
(β) $y = \frac{4x^5 - 3}{\eta\mu x}$
4. Να λύσετε την εξίσωση : $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$.
5. Αριθμητικής προόδου ο τρίτος όρος είναι 2 και ο όγδοος όρος είναι -8. Να υπολογίσετε το άθροισμα των 15 πρώτων όρων της.
6. Να υπολογίσετε τα όρια :
(α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 + 3x - 7}{x^2 + 2x + 1}$
(β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$
7. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι τετραπλάσιος του τρίτου όρου της και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 4. Να βρείτε:
(α) τον πρώτο όρο και το λόγο της προόδου
(β) Το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της
8. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\eta\mu 3x}{\eta\mu x} + \frac{\sigma\upsilon\nu 3x}{\sigma\upsilon\nu x} = 4\sigma\upsilon\nu 2x$
9. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης $100m^2$ και παράπλευρο ύψος $13m$. Να υπολογίσετε τον όγκο της πυραμίδας.

10. Αν στο τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta - 2\alpha \sin \Gamma = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
11. Να βρείτε την γενική λύση τη εξίσωσης : $\sin 2x - 5\eta \mu x + 2 = 0$.
12. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: 3x + 4y + 8 = 0$ και $\varepsilon_2: 7x + y - 1 = 0$. Να βρείτε :
- (α) την απόσταση του σημείου $A(2, -1)$ από την ε_1 .
- (β) την οξεία γωνία των δυο ευθειών.

13. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κώνου ισούται με $60\pi \text{ cm}^2$ και ισχύει η σχέση $3\lambda = 5R$. Να υπολογίσετε τον όγκο κυλίνδρου που έχει την ίδια ακτίνα και το ίδιο ύψος με τον κώνο.

14. Στο διπλανό σχήμα δίνετε KAB τεταρτοκύκλιο με ακτίνα R και τόξο $K\Gamma$ του κύκλου (A, R) .

Να βρείτε το εμβαδό της σκιασμένης περιοχής συναρτήσει του R .



15. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{\log(2x^2 - x)}{x - 3}$.

(α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $f(x)$.

(β) Να δείξετε ότι : $2f(x) \cdot (x^2 - 9) - 2\log(2x - 1)^{x+3} = \frac{2(x+3)\ln x}{\ln 10}$

ΜΕΡΟΣ Β : Από τα 6 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(2, -3)$, $B(3, 0)$ και $\Gamma(-1, 2)$. Να βρεθούν :
- (α) Την εξίσωση της $B\Gamma$.
- (β) Την εξίσωση της διαμέσου AM .
- (γ) Την εξίσωση του ύψους AD .
- (δ) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
2. Να λυθούν οι εξισώσεις :
- (α) $2^{\log_x 9} + 32 = 12 \cdot 2^{\log_x 3}$
- (β) $\log x^2 + \log x^5 + \log x^8 + \dots + \log x^{35} = 111$
3. Δίνεται η καμπύλη : $x^2 + y^2 - 2x + y = 5$
- (α) Να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο $\left(\frac{dy}{dx}\right)$.
- (β) Να βρείτε την εξίσωση της **εφαπτομένης** και της **κάθετης** της καμπύλης στο σημείο $x = -1$ και $y < 0$.
- (γ) Να δείξετε ότι: $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{50}{(2y+1)^3}$

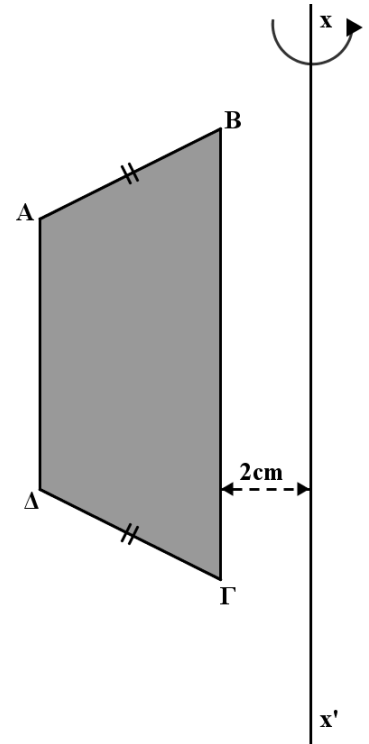
4. Δίνεται αριθμητική πρόοδος με πρώτο όρο ίσο με $3x$ και δεύτερο ίσο με $y+x$. Αν $y-x=8$ και ο πρώτος, ο τέταρτος και ο όγδοος όρος είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να βρείτε (α) τις τιμές των x , y και (β) την αριθμητική πρόοδο.

5. (α) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $(\sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu y)^2 + (\eta\mu x + \eta\mu y)^2 = 4\sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{x-y}{2}\right)$.

(β) Χρησιμοποιώντας την πιο πάνω σχέση ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $(\sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu 30^\circ)^2 + (\eta\mu x + \eta\mu 30^\circ)^2 = 3$.

6. Στο διπλανό σχήμα ισοσκελές τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) έχει $AB=5cm$, $B\Gamma=14cm$ και $A\Delta=8cm$. Το τραπέζιο κάνει πλήρη στροφή γύρω από άξονα xx' παράλληλο με τη βάση $\Gamma\Delta$ σε απόσταση $2cm$.

Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της επιφάνειας του στερεού που παράγεται.



Οι Εισηγητές

Η Συντονίστρια Β.Δ.

Ο Διευθυντής

.....
Ε. Παπαιωάννου

.....
Ε. Χριστοφόρου

.....
Α. Φιλίππιδης

.....
Ε. Ταλιαδώρου

.....
Κ. Χατζηδημητρίου

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B$	$\sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$
$2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta)$ $2\eta\mu\alpha\eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$	$2\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$
$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$	
$\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha, \quad \eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$	
$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \varepsilon\varphi\alpha$	
$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$ $\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2}$	$\eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$ $\sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$
$\alpha = 2R\eta\mu A$	$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A$
$E = \frac{\alpha\beta\eta\mu\Gamma}{2}$	

ΣΤΕΡΕΟΜΕΤΡΙΑ

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot \upsilon$	$V = E_{\beta} \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R\upsilon$	$V = \pi R^2 \cdot \upsilon$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R\lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \cdot \upsilon}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R + \rho)\lambda$	$V = \frac{\pi \cdot \upsilon}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

Μάθημα: Μαθηματικά
Τάξη : Β΄ Λυκείου Κοινού Κορμού

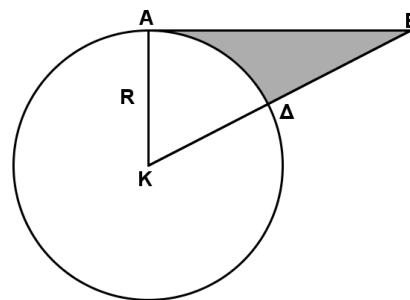
Ημερομηνία: 26/05/2011
Χρόνος : 2: 30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Δίνεται η πρόοδος 80, 84, 88, 92, ... Να βρείτε :
(α) το είδος της προόδου,
(β) τον εικοστό όρο της προόδου .
2. Να βρείτε το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 72° σε κύκλο ακτίνας 10cm .
3. Να βρείτε το τόκο που θα δώσουν €8000 αν τοκισθούν για 3 χρόνια με επιτόκιο 6%.
4. Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων ένα ψυγείο αξίας €450 πωλήθηκε με έκπτωση 30%.
Να βρείτε την τιμή πώλησης του ψυγείου.
5. Αν το μήκος κύκλου είναι $12\pi\text{ cm}$ να υπολογίσετε :
(α) το εμβαδόν του κύκλου
(β) το μήκος τόξου 60° .
(οι απαντήσεις να δοθούν σε μορφή π)
6. Να δείξετε ότι: $\frac{\log 16 + \log 4}{\log 8} = 2$
7. Κάποιος αγόρασε προϊόντα αξίας €400 και πλήρωσε επί πλέον 15% Φ.Π.Α.
Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.
8. Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $\log_x 16 = 4$
(β) $3^{x+1} = 27$
9. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3x+8) - \log(x-1) = 1$
10. Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ αν έχουμε $\alpha = 2\sqrt{3}\text{ m}$, $\beta = 6\text{ m}$ και $\hat{B} = 120^\circ$.
11. Το άθροισμα των 10 πρώτων όρων Α.Π. είναι -40 και η διαφορά $\delta = -2$.
(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
(β) Να βρείτε τον δέκατο όρο της προόδου

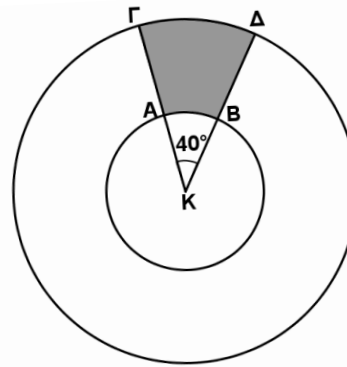
12. Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου: $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$
13. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει εμβαδό $E = 3\sqrt{2} \text{ cm}^2$ και πλευρές $a = 3 \text{ cm}$ και $\beta = 4 \text{ cm}$.
Να υπολογίσετε τη γωνιά Γ . ($\Gamma < 90^\circ$)
14. Ποιό κεφάλαιο τοκίζόμενο με επιτόκιο 5% για 3 χρόνια δίνει τον ίδιο τόκο που δίνει κεφάλαιο €5000 τοκίζόμενο με επιτόκιο 6% για 4 χρόνια;
15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα $R = 4 \text{ cm}$. Αν το AB είναι εφαπτόμενο τμήμα και $(BK) = 8 \text{ cm}$, να βρείτε το εμβαδό της γραμμόσκιασμένης επιφάνειας.



ΜΕΡΟΣ Β : Από τα 6 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
- (α) $25^x - 4 \cdot 5^x - 5 = 0$
- (β) $2^{x+3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$
2. (α) Να λυθεί η εξίσωση: $x^2 - x - 12 = 0$
- (β) Η θετική λύση της πιο πάνω εξίσωσης αποτελεί τον πρώτο όρο Γ.Π., ενώ η αρνητική λύση αποτελεί το λόγο της Γ.Π. Να βρείτε τη Γ.Π και τον 7^{ov} όρο της.
3. Ένας έμπορος αγόρασε εμπόρευμα αξίας €8000 και το πώλησε με κέρδος 20% επί της αξίας του. Τα χρήματα που κέρδισε τα κατέθεσε στην τράπεζα για 2 χρόνια και 6 μήνες και πήρε τόκο €280. Με τι επιτόκιο κατέθεσε τα χρήματά του;
4. (α) Η Μαρία, ο Γιάννης και ο Ανδρέας θα μοιραστούν €112 ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 13, 9 και 6 χρονών αντίστοιχα. Πόσα θα πάρει ο καθένας;
- (β) Να βρείτε τις τιμές του x ώστε οι αριθμοί $\log x, 2, (\log x + 3)$ να αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.

5. Δίνονται δυο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο Κ και ακτίνες 4cm και 12cm .
Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



6. (α) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $4R^2 \eta\mu A \eta\mu B - \beta^2 = 0$.
Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές ($\alpha = \beta$).
- (β) Στο πιο πάνω τρίγωνο ισχύει: $\alpha = \beta$, $\gamma = 9\text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 120^\circ$.
Να βρείτε τις πλευρές α και β .

Οι Εισηγητές

.....
Ε. Παπαιωάννου

.....
Κ. Χατζηδημητρίου

.....
Μ. Πογιατζή

Η Συντονίστρια Β.Δ.

.....
Ε. Χριστοφόρου

Ο Διευθυντής

.....
Α. Φιλιππίδης

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο)
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι)

ΜΕΡΟΣ Α'

**Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{-3x+12}{(x+2)(x-1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
2. Να υπολογίσετε τα όρια: α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x}{x^3 + 2x^2 - 1}$, β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$
3. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:
α) $y = 4x^5 + \text{τεμ}(3x)$ β) $y^2 + 3y = 4x^2$
4. Σε αριθμητική πρόοδο ο όγδοος όρος της είναι $\alpha_8 = -9$ και η διαφορά της $\delta = -2$.
Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
5. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης ίση με 24 m.
Το παράπλευρο ύψος της σχηματίζει με το επίπεδο της βάσης, γωνία 60° .
Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειάς της.
6. Η ρίζα της εξίσωσης $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ είναι ο πρώτος όρος φθίνουσας Γεωμετρικής προόδου και $\lambda \cdot \alpha_1 = 1$. Να βρείτε τον έβδομο όρο της γεωμετρικής προόδου και το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της.
7. Να αποδείξετε ότι $\frac{\sigma\upsilon\nu 2\theta - 2\sigma\upsilon\nu\theta + 1}{\eta\mu 2\theta - 2\eta\mu\theta} = \sigma\varphi\theta$

8. Η λύση της εξίσωσης $\log x + \log(x+4) = \log(\ln e^5)$ είναι ρίζα του πολυωνύμου $f(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 2$ και $f'(-1) = -2$. Να βρείτε τα α και β .

9. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x-4}}$ και $g(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-4}}$.

Να εξετάσετε αν είναι ίσες οι συναρτήσεις.

Στην περίπτωση που $f \neq g$, να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ για το οποίο $f = g$.

10. Να δείξετε ότι $\sin x + \sin y + \sin \omega + \sin(x+y+\omega) = 4 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{y+\omega}{2} \sin \frac{\omega+x}{2}$

11. Τριγώνου $AB\Gamma$ δίνονται $A(1, -1)$, $B(3, 4)$, η εξίσωση της πλευράς AG : $4\psi - \chi = 5$ και η εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$: $\psi + 2\chi = 10$. Να βρείτε:
α) Την εξίσωση της ευθείας που περνά από το Γ και είναι παράλληλη της AB .
β) Το μήκος του ύψους AD του τριγώνου $AB\Gamma$.
γ) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

12. α) Να δείξετε ότι $A = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2\pi \cdot \eta\mu\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot (x + \pi)} = \frac{4}{3}$.

β) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu\Gamma \cdot \sin B$.
Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

13. Σε κώνο η ακτίνα R της βάσης, το ύψος u και η γενέτειρα λ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Αν ο όγκος του είναι αριθμητικά ίσος με το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας, να βρείτε τον όγκο του.

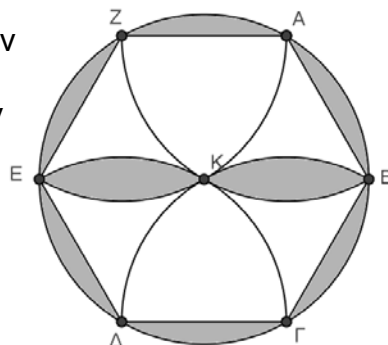
14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x-5} + 2$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της f

β) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης της f

γ) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f \circ f^{-1}$.

15. Δίνεται κανονικό εξάγωνο $AB\Gamma\Delta EZ$ εγγεγραμμένο στον κύκλο (K, R) . Με κέντρα τις κορυφές του εξαγώνου φέρουμε τόξα μέσα στον κύκλο. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου συναρτήσεως της ακτίνας R του κύκλου.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση: $\psi = \ln \sqrt{5 + 4x^2}$. Να δείξετε ότι:

α) $e^{2\psi} \cdot \frac{d\psi}{dx} = 4x$

β) $e^{2\psi} \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} + 2e^{2\psi} \cdot \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 - 4 = 0$

2. α) Να βρείτε το άθροισμα $\Sigma = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots$

β) Να λύσετε την εξίσωση $\left[4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} + \dots \right) \right]^{2 \log_3 x} = \log 100^x + 3$

3. Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με κορυφές $A(-1,4)$ και $\Gamma(3,7)$.

Να βρείτε:

α) Την εξίσωση της AB

β) Το μήκος των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$.

γ) Τις συντεταγμένες σημείου Δ που βρίσκεται στην προέκταση της πλευράς ΓA , έτσι ώστε $\Gamma A = A\Delta$.

δ) Την εξίσωση της $B\Gamma$, αν η κλίση λ της $B\Gamma$ είναι αρνητική.

4. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{e}{x}$ και $g(x) = \ln x$, $x > 0$

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων ε_1 και ε_2 των f και g στο σημείο $A(e,1)$ αντίστοιχα.

β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνουν τον άξονα yy' στα σημεία $B(0,2)$ και $\Gamma(0,0)$ αντίστοιχα.

γ) Το τρίγωνο $AB\Gamma$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα xx' .
Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.

5. Φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος με λόγο λ και αύξουσα αριθμητική πρόοδος με διαφορά δ έχουν πρώτο όρο ίσο με 8. Το άθροισμα των τριών πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου είναι 14 και ισχύει η σχέση $\log_{\delta}(8\lambda) = 2$.

α) Να σχηματίσετε τις προόδους.

β) Αν Σ_n είναι το άθροισμα των n πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου,

Σ_{∞} είναι το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου και

ισχύει $\Sigma_n = 6(\Sigma_{\infty} + 4)$ να βρείτε το n .

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sin x (\eta \mu x - \sigma \nu x)$

α) Να δείξετε ότι $f'(x) = \sigma \nu 2x + \eta \mu 2x$

β) Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της $(0, -1)$

γ) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης $f'(x) + 1 = \sqrt{3}(\sigma \nu x + \eta \mu x)$

Ο Διευθυντής

Οι Εισηγητές

Τουμάζου Αικατερίνη (Β.Δ.)

Νίτσιος Θεόδωρος

Κωστή Ελένη

Δυμιώτης Δώρος

Μασούρας Θεοχάρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03//06/11

ΤΑΞΗ: Β' κατεύθυνση

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

- ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο .
β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο. (Τα σχήματα με μολύβι)
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα $\frac{x}{x^2 - 25}$
2. Να υπολογίσετε τα όρια:
α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{2x^2 - 5} =$ β) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 6x}{x^2 - 7x + 6} =$
3. Να λύσετε την τριγωνομετρική εξίσωση $\sin(3x - 60) = \frac{1}{2}$
4. Δίνεται η συνάρτηση: $\psi = \frac{3x+1}{x-2}$. Να βρείτε τα πιο κάτω:
α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της ψ
β) Το τύπο, το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της αντίστροφης συνάρτησης της ψ .
5. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:
α) $\psi = e^{-5x} \cdot \eta\mu 3x$ β) $\psi = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$
6. Να λύσετε την λογαριθμική εξίσωση: $\log(x+2) + \log x = \log 24 - \log 8$
7. Σε μία αριθμητική πρόοδο ο έκτος όρος ισούται με 14 ενώ το άθροισμα του δεύτερου όρου και του όγδοου όρου ισούται με 22. Να βρείτε την πρόοδο.
8. Να δείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} \cdot \frac{1 - \sin 2\alpha}{2 \sin^2 \alpha} = \epsilon\phi^3 \alpha$
9. Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκαθέτου του ευθυγράμμου τμήματος AB με A(1,2) και B(2,3).
10. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της είναι πενταπλάσιο του πρώτου όρου της και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της ισούται με 9. Να βρείτε την γεωμετρική πρόοδο.

11. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=5x+4$ και $g(x)=6x-k$. Να βρείτε την τιμή του k αν ισχύει: $(f \circ g)(x)=(g \circ f)(x)$
12. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση; $4E\sigma\phi A = \gamma^2$, όπου E είναι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές
13. Σε κώνο η ακτίνα R , το ύψος $υ$ και η γενέτειρα λ είναι διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου. Επίσης ο όγκος του ισούται αριθμητικά με την ολική του επιφάνεια. Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.
14. Σε κανονική τετραγωνική πυραμίδα η παράπλευρη ακμή της και το επίπεδο της βάσης της σχηματίζουν γωνία 60° . Αν η διαγώνιος της βάσης της είναι ίση με $4\sqrt{2}$ να υπολογίσετε:
 α) την παράπλευρη επιφάνεια της πυραμίδας
 β) την ολική επιφάνεια της πυραμίδας
 γ) τον όγκο της πυραμίδας.
15. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB και Γ σημείο του ημικυκλίου έτσι ώστε $\widehat{GAB} = 30^\circ$. Αν $B\Gamma = a$ cm, E_1 είναι το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος της $B\Gamma$ και E_2 το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος της $A\Gamma$ να δείξετε ότι $E_2 - E_1 = \frac{\pi a^2}{6}$.

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες .

1. Δίνεται η συνάρτηση $\psi = \ln(1 - \sin x)$.
 α) Να δείξετε ότι $\psi' = \sigma\phi \frac{\chi}{2}$
 β) Να λύσετε την εξίσωση $\psi' \cdot \eta\mu \frac{\chi}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ στο διάστημα $[0^\circ, 720^\circ]$
 γ) Να δείξετε ότι $\psi'' + e^{-\psi} = 0$
- 2 Σε μία αριθμητική πρόοδο δίνονται: $\alpha_1 = \ln x$ και $\delta = \ln a$
 α) να δείξετε ότι: $\Sigma_v = \frac{V}{2} \cdot \ln(x^2 \cdot a^{v-1})$
 β) Αν $a=1$ να βρείτε το άθροισμα: $e^{\Sigma_1} + e^{\Sigma_2} + \dots e^{\Sigma_v}$

-

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

X. ΚΑΡΑΜΑΝΩΛΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ : Β' (κοινός κορμός) Ενιαίου Λυκείου

Ημερομηνία: 03/06/ 2011

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

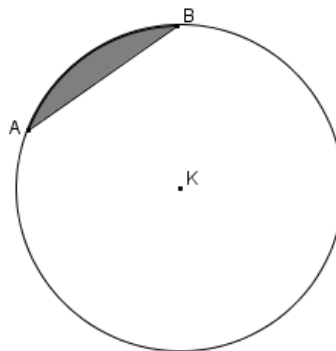
Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $4^{2x-1} = 64$
2. Δίνεται η σειρά των αριθμών 3, 7, 11, 15, Να βρείτε:
α) το είδος της προόδου.
β) τον εικοστό όρο της.
3. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $49\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε το μήκος του.
4. Με ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκιστούν €8000 για 3 χρόνια ώστε να δώσουν τόκο €1200;
5. Αν οι αριθμοί $x+2$, $3x-5$, $3x$ είναι τρεις διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε:
(α) την τιμή του x .
(β) την διαφορά της προόδου αυτής.
6. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3x-4) + \log 4 = \log(15x+4) - \log 2$

7. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\alpha=3\text{cm}$, $\beta=3\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να βρείτε την γωνία A και το εμβαδόν του τριγώνου.
8. Σε ένα σχολείο 75 μαθητές επέλεξαν τον Σκακιστικό όμιλο. Αν αυτοί αποτελούν το 15% του σχολείου,
 (α) να βρείτε το συνολικό αριθμό μαθητών του σχολείου αυτού.
 (β) να βρείτε τι ποσοστό % του σχολείου αποτελούν οι 175 μαθητές που επέλεξαν τον Αθλητικό όμιλο.
9. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος ισούται με 16, ενώ το άθροισμα των απείρων όρων της ισούται με 48. Να γράψετε τους τρεις πρώτους όρους της προόδου αυτής.
10. Αυτοκίνητο κοστίζει στον εισαγωγέα € 4000. Ο εισαγωγέας το πουλά με κέρδος 30%.
 Πόσο θα κοστίσει τελικά στον καταναλωτή που το αγοράζει πληρώνοντας επιπλέον Φ.Π.Α. 15% ;
11. Να αποδείξετε την πιο κάτω σχέση :
- $$\frac{\log 96 - \log 3}{\log 4 + 2\log \sqrt{2}} = \frac{5}{3}$$
12. Σε κύκλο με ακτίνα 9cm, το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα του, είναι ίσο με $18\pi\text{ cm}^2$. Να βρείτε την κεντρική γωνία του τομέα αυτού, καθώς και το μήκος του τόξου που αντιστοιχεί στη γωνία αυτή.
13. Σε γεωμετρική πρόοδο, ο δεύτερος όρος της ισούται με 8 και ο πέμπτος ισούται με 64. Να σχηματίσετε την πρόοδο αυτή.
14. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta - 2\gamma \sin A = 0$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα $R=6\text{ cm}$. Αν η AB είναι χορδή του κύκλου με $AB=R$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου κυκλικού τμήματος.

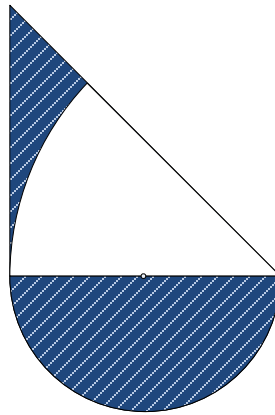


ΜΕΡΟΣ Β : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Σε Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και πέμπτου όρου είναι ίσο με 28 ενώ το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της, είναι ίσο με 38 .
(α) να σχηματίσετε την πρόοδο αυτή και
(β) να βρείτε σε ποια θέση βρίσκεται ο αριθμός 83.
- (α) Να λύσετε την εξίσωση: $16^x - 17 \cdot 4^x + 16 = 0$.
(β) Να βρείτε τις τιμές του x ώστε οι αριθμοί: $\log x$, 2 , $3 + \log x$ να αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.
- Ένας καταστηματάρχης καθορίζει την τιμή πώλησης των τηλεοράσεων του έτσι ώστε να έχει κέρδος 30% πάνω στο κόστος. Κατά την περίοδο των εκπτώσεων μειώνει τις τιμές κατά 15% πάνω στην τιμή πώλησης. Αν σε κάποιο πελάτη έγινε έκπτωση €117 για την αγορά μίας τηλεόρασης, να βρείτε:
(α) Πόσα πλήρωσε ο πελάτης;
(β) Πόσα κέρδισε ο καταστηματάρχης;
- Να επιλύσετε τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{B} < 90^\circ$) με πλευρές $a = \sqrt{3}\text{ cm}$, $\gamma = 1\text{ cm}$ και $E = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$.

5. Κάποιος τόκισε € 10 000 προς 5% με απλό τόκο για 6 μήνες. Στο τέλος αυτής της περιόδου απέσυρε τις € 2 000, καθώς και τους τόκους της εξαμηνίας. Το υπόλοιπο ποσό το κατέθεσε και πάλι προς 6% για 2 χρόνια με απλό τόκο. Να βρείτε πόσους συνολικά τόκους πήρε στην περίοδο των $2\frac{1}{2}$ χρόνων;

6. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές ($AB=AG$) με $B\Gamma = 6\sqrt{2}$ cm. Το τόξο ΑΔ ανήκει σε κύκλο με κέντρο το Β και ακτίνα την ΒΑ. Με κέντρο το Ε (μέσο του ΑΒ), φέρουμε ημικύκλιο ΑΖΒ. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου χώρου.



Οι διδάσκοντες

Α.Κεδαρίτου-Φωτίου
Κ.Σταματόπουλος
Μ.Κελίρη
Ν.Μουγής

Ο Διευθυντής

Χ.Καραμανώλης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ****ΤΑΞΗ: Β'****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/05/2011****ΧΡΟΝΟΣ: 2. 30'**

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το σχολείο.

β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (τα σχήματα και με μολύβι)

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **1 μονάδα.**

- Δίνεται κύκλος με εμβαδόν $121\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε :
 - την ακτίνα του κύκλου και
 - το μήκος του κύκλου.
- Δίνεται η πρόοδος 4, 7, 10, 13, Να βρείτε:
 - το είδος της και
 - τον εικοστό όρο της.
- Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης, **χωρίς** τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

$$A = \frac{\log 125 - \log \frac{1}{25}}{\log 5}$$

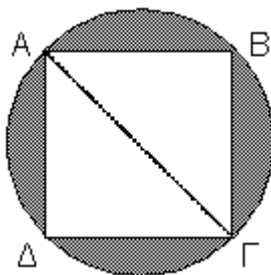
- Ένα πουκάμισο έχει αρχική αξία €50. Την περίοδο των εκπτώσεων πωλείται €40. Να βρείτε το ποσοστό της έκπτωσης πάνω στην αρχική αξία του.

- Να λύσετε τις εξισώσεις

α) $3^{x+1} = 27^{x-3}$

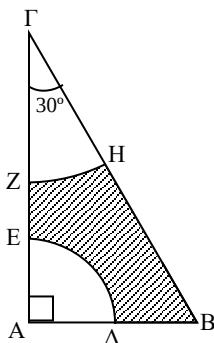
β) $\log_x 16 = 4$

6. Με ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκιστούν €8000 για 3 χρόνια ώστε να δώσουν τόκο €1200;
7. Αν $\chi - 2$, χ , $\chi + 3$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι Γ.Π, να βρείτε:
 α) την τιμή του χ και
 β) τον έκτο όρο της προόδου .
8. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $a = 10\text{cm}$, $\gamma = 10\sqrt{3}\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να βρείτε τη γωνία Α.
9. Να λύσετε την εξίσωση:
 $\log(\chi - 2) + \log 3 = \log(7\chi + 1) - \log 4$
10. Κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε τόξο 45° έχει εμβαδόν $8\pi\text{cm}^2$. Να βρείτε:
 α) την ακτίνα του και
 β) την περίμετρό του.
11. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $4 + 2 + 1 + \dots$
12. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $a = \sqrt{3}\text{cm}$, $\gamma = 1\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $\hat{A} < 90^\circ$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου.
13. Μεταξύ των αριθμών 3 και 729 να παρεμβάλετε 4 αριθμούς, ώστε όλοι μαζί να σχηματίζουν γεωμετρική πρόοδο.
14. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση : $\frac{\alpha \sigma \nu \iota \Gamma + \gamma \sigma \nu \alpha}{\beta} = 1$.
15. Στο πιο κάτω σχήμα, το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με διαγώνιο ΑΓ = 12 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου χώρου.



ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$
2. Σε αριθμητική πρόοδο ο πέμπτος και ο τρίτος όρος έχουν άθροισμα 27 ενώ ο τέταρτος όρος είναι τριπλάσιος του πρώτου όρου. Να υπολογίσετε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
3. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
4. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{5}$ ενός κεφαλαίου προς 7% για 3 χρόνια και το υπόλοιπο του κεφαλαίου το τόκισε προς 5% για 5 χρόνια. Αν και από τις δύο περιπτώσεις πήρε συνολικό τόκο €140400, να βρείτε το κεφάλαιο.
5. Έμπορας εισάγει προϊόντα αξίας €30000 και πληρώνει φόρο εισαγωγής 30%. Επιπλέον, πληρώνει €1000 έξοδα μεταφοράς. Ο εισαγωγέας προσθέτει το κέρδος του πάνω στο συνολικό κόστος και στη συνέχεια πωλεί τα προϊόντα χρεώνοντας 10% Φ.Π.Α. Αν τα προϊόντα πωλήθηκαν στην τιμή των €55000, να υπολογίσετε το ποσοστό κέρδους του εισαγωγέα πάνω στο συνολικό του κόστος.
6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Gamma = 8\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, Δ μέσο της ΑΒ και $\Gamma Z = 2\sqrt{3}\text{cm}$. Με τη βοήθεια του πιο κάτω σχήματος να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



Η Διευθύντρια

Παναγιώτα Χρυσοχού - Αναστασιάδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 23/ 5/ 2011**ΤΑΞΗ:** Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**ΧΡΟΝΟΣ:** 2.30'*****Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες*******ΟΔΗΓΙΕΣ:**

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .

Να γράφετε με μελάνι **μπλε ή μαύρο** (μόνο τα σχήματα με μολύβι).

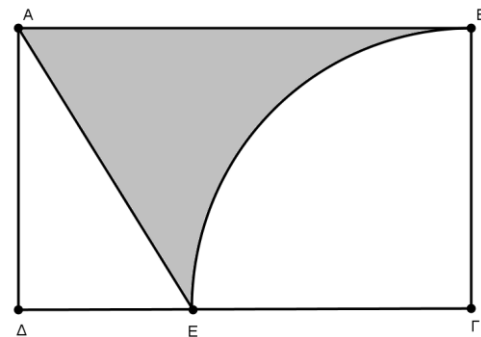
ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου ισούται με $20\pi \text{ cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν του.
2. Δίνεται η πρόοδος 5, 8, 11, 14, Να βρείτε:
 - (α) το είδος της προόδου
 - (β) τον 12^ο όρο της.
3. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €6000 αν τοκισθεί για 4 χρόνια με επιτόκιο 5%.
4. Εμπόρευμα πωλήθηκε με έκπτωση 25% για €21 000. Ποια ήταν η αρχική αξία του εμπορεύματος;
5. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
 - (α) $\log_3 x = 4$
 - (β) $4^{5x-4} = 16$
6. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\alpha = 1 \text{ cm}$, $\beta = 2 \text{ cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Να βρείτε τη γωνία $\hat{B}$, την πλευρά γ και το εμβαδόν του τριγώνου.

7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Με κέντρο το Γ και ακτίνα ΒΓ γράφεται τόξο ΒΕ. Αν $AD=8\text{ cm}$, $AE=10\text{ cm}$ να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του μεικτόγραμμου χωρίου ΑΒΕ.



8. Να δείξετε χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής ότι:

$$\frac{\log_4[\log_3(\log_2 8)] + \log_2 32}{\log 25 + 2\log 2} = \frac{5}{2}$$

9. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B + \beta\gamma\sigma\upsilon\nu A = 4R^2\eta\mu^2\Gamma$.

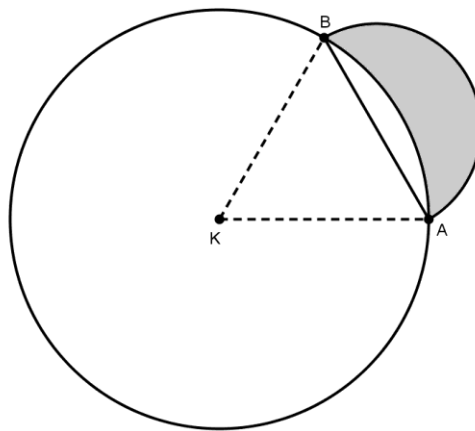
10. Γεωμετρικής προόδου ο τέταρτος όρος είναι 8 και ο έκτος όρος $\frac{32}{9}$. Αν ο λόγος λ είναι θετικός ($\lambda > 0$), να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της.

11. Κάποιος αγόρασε ένα διαμέρισμα και αφού ξόδεψε €5000 για επιδιορθώσεις το πώλησε €101 400, κερδίζοντας έτσι 30% πάνω στην τιμή αγοράς. Να βρείτε:

(α) Την τιμή αγοράς του διαμερίσματος.

(β) Πόσα θα έπρεπε να το πωλήσει για να έχει κέρδος 30% πάνω στο συνολικό του κόστος;

12. Δίνεται κύκλος (Κ, R) και $\hat{AKB} = 60^\circ$. Με διάμετρο την ΑΒ γράφουμε ημικύκλιο εκτός του κύκλου. Να υπολογίσετε συναρτήσει του R:
- (α) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΚΒ
- (β) το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



13. Αν E είναι το εμβαδόν τριγώνου $AB\Gamma$, να αποδείξετε ότι ισχύει: $E = \frac{\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2}{4\sigma\phi\Gamma}$

14. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο $\alpha_1 = \log 81$ και δεύτερο όρο $\alpha_2 = \log 9$. Να δείξετε

ότι: (α) $\Sigma_{\infty} = 16\alpha_4$

(β) $\frac{\Sigma_4}{\Sigma_{\infty}} = \frac{15}{16}$.

15. Κάποιος τόκισε τα $\frac{5}{12}$ του κεφαλαίου του προς 3% και τα υπόλοιπα προς 5%. Σε δυο χρόνια ο τόκος που πήρε από το δεύτερο κεφάλαιο ήταν κατά €800 περισσότερος από τον τόκο που πήρε από το πρώτο κεφάλαιο. Να βρείτε το κεφάλαιο που τόκισε προς 5%.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της είναι 20 ενώ η διαφορά του τέταρτου όρου από τον όγδοο όρο της είναι 8.

(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

(β) Να βρείτε τον δέκατο πέμπτο όρο της.

(γ) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 120.

2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $(\log_4 x)^2 - \log_4 16 = 2\log_4 x + 1$

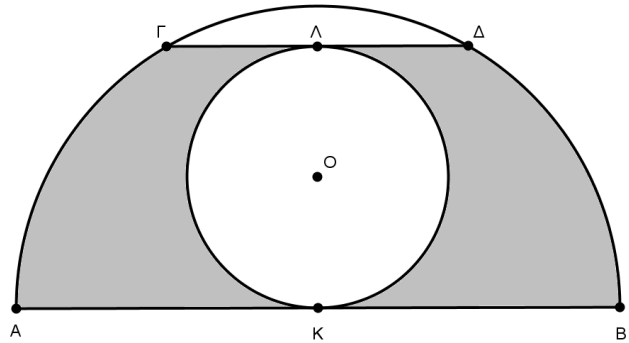
(β) $x^{3\log x} = 10^3$

3. (α) Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\hat{B} = 30^\circ$ και $\alpha = 2\beta$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του $\hat{A}$, $\hat{\Gamma}$ και να δείξετε ότι το

εμβαδόν του είναι $E = \frac{\beta^2 \sqrt{3}}{2}$.

(β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\eta\mu A \sigma\upsilon\nu\Gamma = \eta\mu B$, να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

4. Κάποιος αγόρασε διαμέρισμα αξίας €98 000, για τα οποία ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 15%.
 (α) Να υπολογίσετε το ποσό που θα πληρώσει συνολικά.
 (β) Αν πληρώσει από αυτά 25% σε μετρητά και τα υπόλοιπα σε 60 μηνιαίες δόσεις με επιτόκιο 5% να βρείτε πόσα θα είναι κάθε δόση (κατά προσέγγιση ακεραίου).
5. Αν x είναι η μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης $x \log 4 = \log(5 \cdot 2^{x+1} - 16)$, να δείξετε ότι οι αριθμοί $\log_2(x+1)$, $x+1$, $4 \log_5(x^3 - 2)$ αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.
6. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $AB=2R$ και χορδή $\Gamma\Delta$ παράλληλη με την AB και ίση με λ_6 . Αν οι AB και $\Gamma\Delta$ εφάπτονται του κύκλου (O,OK) στα σημεία K και Λ αντίστοιχα, να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος, συναρτήσει του R .



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Χατζηγεωργίου Έλενα

Κουμπάρου Χριστίνα

Πούλλου Χαρούλα

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Χατζηγιάννη Μαρία

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡ.: 23 / 5 / 2011
ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2:30'

*** Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες ***

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Να γράφετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι)
β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{7x+3}{(x+5)(x-3)}$
- 2) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 4x}{3 - 5x}$,
- 3) Να λύσετε την εξίσωση $3\epsilon\phi 2x + \sqrt{3} = 0$ στο διάστημα $[0^\circ, 360^\circ]$.
- 4) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:
- α) $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$, β) $y = e^{3x} + e^4 - \frac{x}{5}$
- 5) Να δείξετε ότι ισχύει η τριγωνομετρική ταυτότητα $\frac{\eta\mu 3\omega}{\eta\mu\omega} - \frac{\sigma\upsilon\nu 3\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = 2$
- 6) Η κυρτή επιφάνεια κώνου είναι ίση με $135\pi \text{ cm}^2$. Αν η περίμετρος της βάσης του κώνου είναι ίση με $18\pi \text{ cm}$, να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.
- 7) Δίνεται η ευθεία (ε): $4x + 3y - 16 = 0$ και το σημείο της $A(1, 4)$. Εάν $B(3, 7)$ ένα σημείο εκτός της ευθείας (ε) να υπολογίσετε:
- α) το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB,
β) την οξεία γωνία των ευθειών (ε) και AB (κατά προσέγγιση ακεραίου).
- 8) Κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας ο όγκος ισούται με 72 cm^3 και το ύψος της ισούται με την ακμή της βάσης της. Να υπολογίσετε το εμβαδό της ολικής της επιφάνειας.

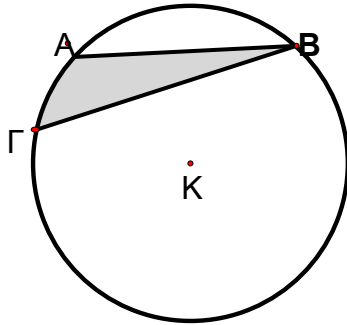
9) Να λύσετε την εξίσωση $\log x^3 + \log x^5 + \log x^7 + \dots + \log x^{37} = 720$

10) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2x + 3$ όπου $x \geq 1$ και $g(x) = \log \frac{9-x}{x+3}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης g .

β) Να ορίσετε τη συνάρτηση $g \circ f$ (τύπος και πεδίο ορισμού της).

11) Στον κύκλο (K, R) δίνονται οι χορδές AB και $B\Gamma$ τέτοιες ώστε $AB = \lambda_4$, $B\Gamma = \lambda_3$. Να υπολογίσετε το εμβαδό του σκιασμένου χωρίου συναρτήσει της ακτίνας R .



12) Ο λόγος φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι ρίζα της εξίσωσης $9^x - 4\sqrt{3} \cdot 3^x + 9 = 0$ και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 12. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

13) Η εφαπτομένη (ϵ) της γραφικής παράστασης της καμπύλης $\psi = 3x^2 + 1$ στο σημείο της $K(\alpha, \beta)$ τέμνει τον άξονα των Ψ στο σημείο $\Lambda(0, -11)$. Εάν η τετμημένη του K είναι αρνητική, να βρείτε:

α) τις συντεταγμένες του σημείου K ,

β) την εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ).

14) Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \begin{cases} -2x + \lambda, & x > 3 \\ 5, & x = 3 \\ \kappa x^2, & x < 3 \end{cases}$.

Η εφαπτομένη της καμπύλης f στο σημείο της με τετμημένη $x=1$ είναι παράλληλη με την ευθεία $12x - 3\psi + 17 = 0$ και $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -2$.

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των κ και λ .

β) Να γίνει η γραφική παράσταση της f

γ) Να βρείτε το πεδίο τιμών της f ,

δ) Να εξετάσετε αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της f δικαιολογώντας την απάντησή σας.

15) Δίνονται οι καμπύλες $f(x) = (x^2 + 1)^{\epsilon\phi x}$ με $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ και

$$g(x) = -\frac{\pi^2 + 1}{2\pi} \ln(\ln(x^2 + 1)) \text{ με } x \in \mathbb{R} - \{0\}.$$

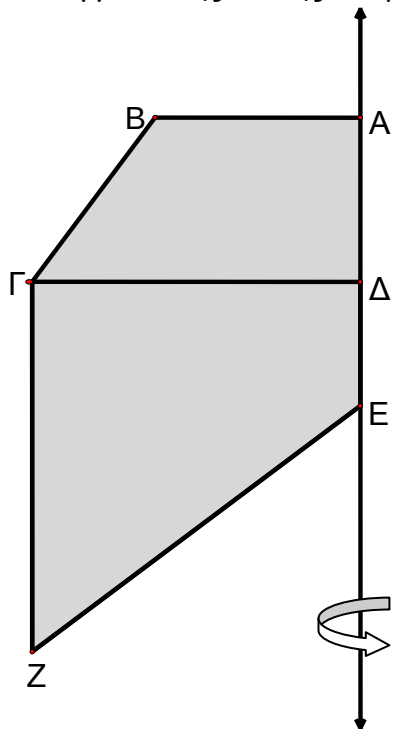
Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες των καμπύλων στα σημεία τους που έχουν τετμημένη $x = \pi$ είναι κάθετες.

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4 .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και τέταρτου όρου είναι 188 και ο πέμπτος όρος ισούται με 88.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο,
β) Να βρείτε το άθροισμα όλων των θετικών όρων της,
- 2) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$, $AB = 5 \text{ cm}$, $B\Gamma = 5 \text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 8 \text{ cm}$ και το ορθογώνιο τραπέζιο $\Gamma\Delta EZ$ με $\hat{\Delta} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$, $EZ = 17 \text{ cm}$. Το σκιασμένο χωρίο $AB\Gamma ZE$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία AE . Εάν ο όγκος του στερεού που παράγεται είναι ίσος με $1004\pi \text{ cm}^3$, να υπολογίσετε:
α) το μήκος του ΓZ ,
β) το εμβαδό της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.



3) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2\eta\mu\chi\sigma\upsilon\nu\chi - 2\eta\mu^2\chi - 4\sigma\upsilon\nu^2\chi$, και $g(x) = \sqrt{2}\eta\mu(2\chi - \frac{\pi}{4}) - 3$ όπου $\chi \in \mathbb{R}$.

α) Να δείξετε ότι $f(x) = g(x)$

β) Να λύσετε την εξίσωση $g(x) - g(x + \frac{\pi}{4}) = \sqrt{2}$ στο $[0, \pi]$

γ) Να λύσετε την εξίσωση $g'(x) \cdot g''(x) = 1 - \eta\mu^2 4x$ (γενική λύση)

4) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(ax)$ όπου $|a| < 1$, $a \neq 0$ και $\chi \in \mathbb{R}$.

Ορίζουμε τη συνάρτηση $g(x) = f(x) + f'(x) + f''(x) + f'''(x) + f^{(4)}(x) + f^{(5)}(x) + \dots$

όπου $f^{(v)}(x)$ η ν-οστή παράγωγος της f .

Εάν $g(\frac{\pi}{a}) = -\frac{3}{10}$, να βρείτε τη συνάρτηση f .

5) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(3,2)$, $B(-1,4)$ και πλευρά $B\Gamma$ με εξίσωση $x + 3y = 11$, η απόσταση της κορυφής Γ από την ευθεία AB είναι ίση με $\frac{2}{\sqrt{5}}$ όπου $x_\Gamma < 0$. Να

προεκτείνετε τη διάμεσο GM του τριγώνου $AB\Gamma$ κατά τμήμα $M\Delta$ τέτοιο ώστε $M\Delta = M\Gamma$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της AB και τις συντεταγμένες της κορυφής Γ ,

β) Εάν $\Gamma(-7, 6)$, να υπολογίσετε:

i. το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.

ii. τις συντεταγμένες του σημείου Δ .

6) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \log_x 2 + \log_{4x} 4$ και $g(x) = f(x) - \log_x 2$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων της καμπύλης f στα οποία ισχύει $f(x) = 1$.

γ) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης g .

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Γεωργία Φιλίππου

Ηλίας Ζήκκος

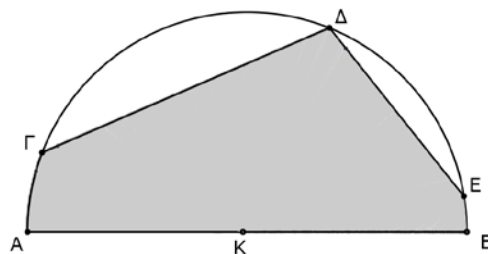
Έλενα Χατζηγεωργίου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Μαρία Χατζηγιάννη

1. Να λύσετε την εξίσωση $125 \cdot 2^x = 8 \cdot 5^x$.
2. Το σημείο $\Sigma (a, 2)$ $a \in \mathbb{R}$, βρίσκεται πάνω στην ευθεία που περνά από τα σημεία $A (-1, 3)$ και $B (4, 2)$. Να βρείτε τη τιμή του a .
3. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ των συναρτήσεων:
 - α) $y = 3x^2 + 2\ln x - 3$
 - β) $y = \eta\mu^2 2x + \sigma\upsilon\nu x^2$
4. Να βρείτε το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο $y = \frac{2}{x-1}$ για $x > 1$.
5. Δίνεται η συνάρτηση $x^2 + xy + y^2 = 1$ με $-1 \leq x \leq 1$ και $y > 0$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο με τετμημένη $x = 0$.
6. Σε γεωμετρική πρόοδο δίνονται $a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ και $a_5 = \frac{1}{4\sqrt{2}}$. Να υπολογίσετε:
 - α) το λόγο της γεωμετρικής προόδου
 - β) το άθροισμα των άπειρων όρων της (Σ_{∞}) .
7. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(3,2)$, $B(3,5)$ και $\Gamma(0,2)$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

8. Δίνεται κουτί ανοικτό στο πάνω μέρος με σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο. Οι διαστάσεις του μήκος, πλάτος και ύψος, με αυτή τη σειρά, αποτελούν διαδοχικούς όρους αύξουσας αριθμητικής προόδου με διαφορά 1. Αν το εμβαδόν της εξωτερικής ολικής επιφάνειας του κουτιού είναι 74 τετραγωνικές μονάδες, να βρείτε τις τρεις διαστάσεις του.
9. Να λύσετε την εξίσωση $\log_3 x + 2\log_x 3 = 3$.
10. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης ίση με 24m. Η παράπλευρη έδρα της σχηματίζει με το επίπεδο της βάσης γωνία 60° . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας της και την παράπλευρη ακμή της.
11. Δίνεται τρίγωνο ABΓ στο οποίο ισχύει $\beta = 2\gamma$. Η γωνία $\hat{A} = 60^\circ$ και $E = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τις τρεις πλευρές του.
12. Σε αριθμητική πρόοδο ισχύει η σχέση $\frac{a_2 + a_5}{a_5 + a_6} = \frac{1}{2}$ και $a_{10} = 17$. Να βρείτε τους τρεις πρώτους όρους της προόδου και τον 20^{ον} όρο της.
13. Να αποδείξετε ότι $\text{ συνα}(\text{συνα} + \text{συν}\beta) + \eta\mu\alpha(\eta\mu\alpha - \eta\mu\beta) = 2\text{συν}^2\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$.
14. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $\hat{B} = 30^\circ$ και $B\Gamma = 6 \text{ cm}$. Το τρίγωνο περιστρέφεται γύρω από ευθεία (ε) που περνά από την κορυφή Γ και είναι παράλληλη με την πλευρά AB του τριγώνου. Να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού που παράγεται.
15. Στο σχήμα το AB είναι ημικύκλιο με κέντρο Κ και ακτίνα R. Οι χορδές του $\Gamma\Delta = R\sqrt{2}$ και $\Delta E = R$. Να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν του σκιασμένου μικτόγραμμου ΑΓΔΕΒΑ και
β) την περίμετρό του.



ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = (x - \alpha)^5(x - \beta)^3$, $x \in \mathbb{R}$.
- α) Να δείξετε ότι $\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{8x - 5\beta - 3\alpha}{(x - \alpha)(x - \beta)}$.
- β) Να αναλύσετε τη συνάρτηση $\frac{f'(x)}{f(x)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = ae^x + be^{-x} - 10$, $x \in \mathbb{R}$. Αν $f(0) = 0$ και $f'(\ln 3) = 0$ να βρείτε α) τις τιμές των a και b
β) τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τον άξονα $x'x$.

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με εξισώσεις πλευρών $AB: x+7y=20$, $B\Gamma: x-y=4$ και συντεταγμένες κορυφής $A(-1,3)$. Αν $M(1,1)$ είναι το μέσο της $A\Gamma$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

4. i) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$. Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης,
β) το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ii) Να υπολογίσετε την τιμή του $k \in \mathbb{R}$ ώστε $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3kx^2 - x - k + 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-x}$.

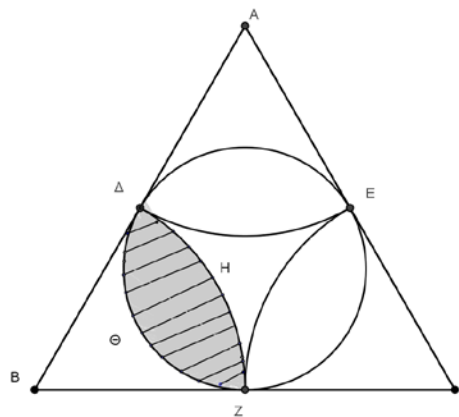
5. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha = 4\beta \sin\left(30^\circ + \frac{\Gamma}{2}\right) \sin\left(30^\circ - \frac{\Gamma}{2}\right)$.

Να δείξετε ότι $\hat{\Gamma} = 2\hat{B}$.

6. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά 6cm. Με κέντρα τις κορυφές A, B, Γ και ακτίνα 3cm Γράφουμε τόξα $\Delta E, \Delta Z$ και ZE αντίστοιχα μέσα στο τρίγωνο.

Να βρείτε α) το εμβαδόν του κύκλου που εφάπτεται των πλευρών $AB, A\Gamma$ και $B\Gamma$ στα σημεία Δ, E και Z αντίστοιχα

β) το εμβαδόν του σκιασμένου φύλλου $\Delta H Z \Theta \Delta$.



Ο Διευθυντής

.....
Γεώργιος Ζερβίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 31-5-2011

ΧΡΟΝΟΣ: 2.30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε μόνο τα δώδεκα (12).

Κάθε θέμα βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{5-x}{x^2-1}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Να λύσετε την εξίσωση: $2\sin x - 1 = 0$

3. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α) $y = \frac{2x}{x^2 + 4}$ β) $y = \ln(x^2 + 1)$

4. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$.

5. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι τριπλάσιος του λόγου και το άθροισμα απείρων όρων είναι $\frac{3}{2}$. Να βρείτε την πρόοδο.

6. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(5,2) , Β(-3,1) , Γ(-2,-7).

α) Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους ΑΔ.

β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΑΜ.

7. Να υπολογίσετε τα όρια :

α) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 2}$

β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - x + 3}}{x}$

8. Να αποδείξετε ότι αν $\eta\mu\alpha = \eta\mu^2\beta$ τότε $\sigma\upsilon\nu 2\alpha - \sigma\upsilon\nu 2\beta = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 4\beta}{4}$.

9. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 3x - 8$, όπου $x \in [-2, 3]$ και $g(x) = \sqrt{x+1}$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και τον τύπο της $g \circ f$.

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu^2 x$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης και της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της με τετμημένη $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

11. Η βάση κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας είναι εγγεγραμμένη στην βάση κώνου ακτίνας $R=8\text{cm}$. Οι κορυφές των δυο στερεών συμπίπτουν . Η κυρτή επιφάνεια του κώνου είναι $80\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε τον όγκο του κώνου που βρίσκεται εκτός της πυραμίδας.

12. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $AB=3A\Gamma$. Το τρίγωνο όταν κάνει πλήρη στροφή γύρω από την AB δίνει όγκο V_1 , ενώ όταν κάνει πλήρη στροφή γύρω από την $A\Gamma$ δίνει όγκο V_2 . Να βρείτε το λόγο $\frac{V_1}{V_2}$.

13. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 6$, $x \in (-\infty, 2]$. Να βρείτε τον τύπο , το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της f^{-1} .

14. Για την $y = xe^{-x}$ να δείξετε ότι $y'' + \frac{2}{1-x} \cdot y' - y = 0$

15. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Η εξίσωση της AB είναι : $\psi=2\chi$ και της $A\Gamma$: $3\chi-\psi-1=0$. Αν το μέσο της $B\Gamma$ είναι το $M(1,0)$ να βρείτε την εξίσωση της $B\Gamma$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα (4). Κάθε θέμα βαθμολογείται με δυο (2) μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\log_{\eta\mu\chi} \sigma\upsilon\nu\chi + \log_{\sigma\upsilon\nu\chi} \eta\mu\chi = 2$, $0 < \chi < \frac{\pi}{2}$

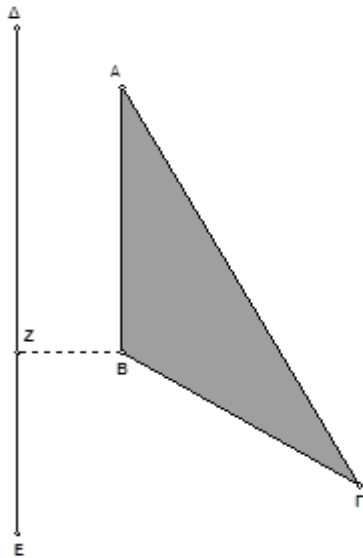
β) $\log_2 x^2 + \log_2 x^5 + \log_2 x^8 + \dots + \log_2 x^{23} = 300$

2. Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με Α(3,1). Η πλευρά ΑΒ βρίσκεται πάνω στη ευθεία $2x - y = 5$ και η διαγώνιος του ΒΔ στη ευθεία $y = x$.

(i) Να βρείτε την εξίσωση της άλλης διαγωνίου ΑΓ.

(ii) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών Β, Γ και Δ.

3. Τρίγωνο ΑΒΓ κάνει πλήρη στροφή γύρω από την ΔΕ. Να βρείτε την ολική επιφάνεια και τον όγκο του στέρεου που παράγεται. **Δίνονται :** $AB \parallel \Delta E$, $BZ \perp \Delta E$, $AB = B\Gamma = 10cm$, $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 120^\circ$, $BZ = \sqrt{3}cm$.



4. Αν $y = \ln \sqrt{\frac{1+\eta\mu x}{1-\eta\mu x}}$, $x \neq 2\kappa\pi \pm \frac{\pi}{2}$, $\kappa \in \mathbb{Z}$

(i) Να δείξετε ότι: $y' = \tan x$

(ii) Να βρείτε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3y''}{x \cdot y'}$

(iii) Να λύσετε την εξίσωση: $2y'' \sin x - y' = 0$, $0 \leq x \leq 2\pi$

5. Δίνονται οι καμπύλες με εξισώσεις $K_1: x^2 + y^2 = 5$ και $K_2: y^2 = 4x$

(i) Να βρείτε το σημείο τομής $A(x,y)$ των καμπυλών με $y > 0$

(ii) Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων της κάθε καμπύλης στο σημείο A

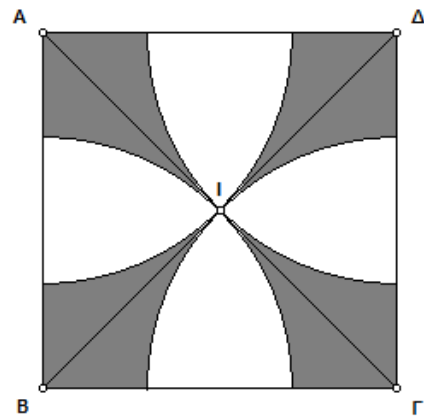
(iii) Αν B και Γ είναι τα σημεία τομής των εφαπτόμενων με τον άξονα των x, να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.

6. α) Δίνεται η καμπύλη $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$, $x \neq 0$.

(i) Να βρείτε σε ποιο σημείο της η καμπύλη έχει εφαπτομένη παράλληλη με τον άξονα των x. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης αυτής.

(ii) Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 0^-} x \cdot e^{\frac{1}{x}}$

β) Δίνεται τετράγωνο πλευράς $6\sqrt{2}$ cm και I το σημείο τομής των διαγωνίων. Με κέντρα τις κορυφές A,B,Γ,Δ και ακτίνες AI,BI,ΓI,ΔI αντίστοιχα, σχηματίζουμε τεταρτοκύκλια. Να υπολογίσετε το εμβαδό του σκιασμένου μέρους.



Ο Διευθυντής

Παντελής Σπύρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΤΑΞΗ Β΄

Ημερομηνία: 31. 05. 2011

Χρόνος: 2.30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

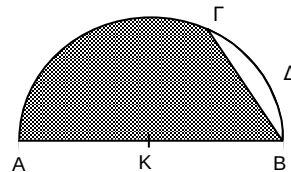
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β. Να γράφετε μόνο με μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
 - γ. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ. Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε μόνο τα δώδεκα (12). Κάθε θέμα βαθμολογείται με μία (1) μονάδα.

1. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €12000 σε 5 χρόνια με επιτόκιο 6% .
2. Οι αριθμοί $2x - 1$, $x + 5$, $4x + 3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να υπολογίσετε την τιμή του x .
3. Αν το εμβαδόν κύκλου είναι ίσο με $64\pi\text{m}^2$, να βρείτε την ακτίνα και το μήκος της περιφέρειας του.
4. Δίνεται η πρόοδος 4, 7, 10, 13 . . .
Να βρείτε: α) το είδος της προόδου και β) τον όγδοο όρο της (a_8).
5. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(2x + 6) - \log(x - 1) = \log 2 + \log 5$

6. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{7x+3} = \frac{1}{81}$
7. Ένα χωράφι αξίας €120000 πωλήθηκε €102000 . Πόση % ήταν η ζημιά;
8. Ο έκτος όρος γεωμετρικής προόδου είναι 972 και ο λόγος $\lambda=3$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των επτά πρώτων όρων της.
9. Να λύσετε την εξίσωση : $\lambda \log^2 x - 3\lambda \log x + 2 = 0$
10. Μια τηλεόραση LCD κοστίζει €840. Για να την αγοράσει κάποιος πρέπει να πληρώσει επιπλέον Φ.Π.Α. 15%. Πόσα θα του στοιχίσει τελικά η τηλεόραση;
11. Ο πρώτος όρος αριθμητικής προόδου είναι 2 και η διαφορά $\delta=5$. Πόσους όρους χρειάζεται να προσθέσουμε ώστε να έχουμε άθροισμα ίσο με 156;
12. Αν σε τρίγωνο ισχύει η σχέση : $4R^2 \eta \mu A \eta \mu \Gamma = \alpha^2$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές
13. Το άθροισμα των απείρων όρων φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι 12 και ο πρώτος όρος είναι 6. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
14. Δίνεται ημικύκλιο ακτίνας 4cm. Αν το τόξο ΒΔΓ είναι 60° να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.

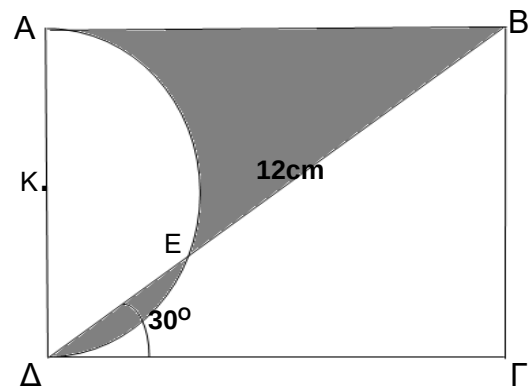


15. Σε τρίγωνο ΑΒΓ , δίνονται $\alpha=4\sqrt{2}$ cm, $\beta=4$ cm και $\hat{B} = 45^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο και να καθορίσετε το είδος του.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα (4). Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Ο κύριος Κώστας αγόρασε με έκπτωση 10% ένα διαμέρισμα αξίας 100000 ευρώ. Αφού ξόδεψε 30000 ευρώ για επιδιορθώσεις το πούλησε με κέρδος 20% πάνω στο συνολικό κόστος. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του διαμερίσματος.
2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του έβδομου και του δέκατου όρου είναι ίσο με 49, ενώ ο ένατος όρος είναι κατά 15 μεγαλύτερος από τον τέταρτο.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 96 πρώτων όρων της.
3. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές $\alpha=2\text{cm}$, $\beta=2\sqrt{3}\text{cm}$ και γωνία $\hat{\Gamma}=30^\circ$.
(α) Να επιλύσετε το τρίγωνο
(β) Να βρείτε το εμβαδόν του.
4. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\log[\log(x^2 - 2x + 2)] = 0$
β) $9^x + 2 \cdot 3^x - 15 = 0$
5. Ένα κεφάλαιο τοκίστηκε προς 4% για 2 χρόνια και ένα άλλο τριπλάσιο του τοκίστηκε προς 6% για 18 μήνες. Αν ο τόκος από το δεύτερο κεφάλαιο ήταν €7600 περισσότερο από τον τόκο του πρώτου κεφαλαίου, να βρεθούν τα δύο κεφάλαια.
6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. ΑΕΔ ημικύκλιο, Κ μέσο πλευράς ΑΔ, ΔΒ=12cm και $\hat{B\Delta\Gamma}=30^\circ$
Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



Ο Διευθυντής

Παντελής Σπύρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

Μάθημα : Μαθηματικά Κοινού Κορμού

Τάξη : Β΄

Ημερομηνία : 25/05/11

Ωρα : 7:30 – 10:00 (Διάρκεια 2.30΄)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφεται μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι **μόνο** τα σχήματα).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

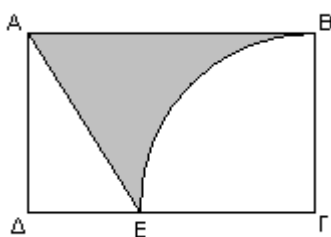
ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 16π cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
2. Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου $25, 5, 1, \frac{1}{5}, \dots$
3. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2 64 = 3x$.
4. Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνουν € 4500 όταν κατατεθούν στην τράπεζα για 1 χρόνο και 3 μήνες με επιτόκιο 8%.
5. Μια τηλεόραση κόστιζε €1250. Την περίοδο των εκπτώσεων πωλήθηκε €875. Να υπολογίσετε πόσο τοις εκατόν (%) ήταν η έκπτωση.
6. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{x^2-5x+9} = 27$.
7. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\alpha = 7\text{cm}$, $\gamma = 7\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$ και την πλευρά β.

8. Να αποδείξετε ότι: $\frac{1}{2}\log 25 + \frac{1}{3}\log 8 + \frac{1}{5}\log 32 = 1 + \log 2$.
9. Η απόσταση μεταξύ Λεμεσού – Λευκωσίας είναι 90 km. Πόση θα είναι η απόσταση τους σε cm σε χάρτη με κλίμακα 1 : 1500000;
10. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $E = \frac{\gamma^2 \eta \mu A \eta \mu B}{2 \eta \mu \Gamma}$.
11. Έμπορος έκανε εισαγωγή 250 εκτυπωτές αξίας €120 ο καθένας. Πλήρωσε για έξοδα εισαγωγής 35%. Να υπολογίσετε :
 α) Πόσα ήταν τα έξοδα εισαγωγής τους.
 β) Πόσα πρέπει να πωλεί τον κάθε εκτυπωτή για να κερδίζει 15% πάνω στο συνολικό κόστος.
12. Μεταξύ των αριθμών 16 και 512 να παρεμβάλετε 4 αριθμούς x_1, x_2, x_3, x_4 ώστε η 16, x_1, x_2, x_3, x_4 , 512 να είναι γεωμετρική πρόοδος.
13. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(4x-1) = \log 4 + \log(x^2-1)$.
14. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της είναι 30 και ισχύει: $\frac{a_1}{a_2} = \frac{4}{5}$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της.
15. Στο παρακάτω σχήμα το ABΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές AB = 17 cm, AD = 12 cm και το BE τόξο κύκλου με κέντρο Γ και ακτίνα την πλευρά ΒΓ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου χωρίου ABE.



ΜΕΡΟΣ Β'

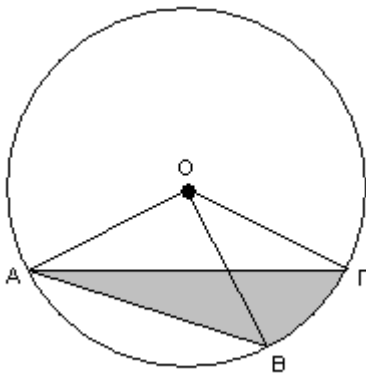
Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Ένα τρίγωνο ABΓ έχει εμβαδόν $5\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και πλευρές $\beta = 5 \text{ cm}$, $\gamma = 4 \text{ cm}$.
 Να υπολογίσετε την γωνία $\hat{A}$ (με $\hat{A} < 90^\circ$) και την πλευρά α του τριγώνου.

β) Αν σε τρίγωνο ισχύει η σχέση: $\eta\mu^2 A + \eta\mu^2 B = \eta\mu^2 \Gamma$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των 5 πρώτων όρων της είναι 10 και το τετράγωνο του πρώτου όρου της είναι μεγαλύτερο από το τριπλάσιο του δευτέρου κατά 4. Να βρείτε τους τρεις πρώτους όρους της προόδου.
3. Αγόρασε κάποιος ένα αυτοκίνητο και αφού πλήρωσε € 500 για να το επισκευάσει το πούλησε προς € 8260 κερδίζοντας έτσι 18% στο συνολικό κόστος. Να βρείτε την αρχική τιμή αγοράς.
4. Να λύσετε την εξίσωση: $5^{x^2+1} + 25^{x^2} = 6$
5. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{3}$ του κεφαλαίου του προς 8% και το υπόλοιπο προς 9%. Σε 5 χρόνια πήρε συνολικά τόκο €12750. Να βρείτε πόσα χρήματα τόκισε προς 8%.
6. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα 10 cm. Η γωνία $\hat{AOG} = 120^\circ$ και η γωνία $\hat{BOG} = 30^\circ$. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του μiktόγραμμου χωρίου ABΓ.



Ο Διευθυντής
.....
Ζερβίδης Γεώργιος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ)****ΤΑΞΗ: Β΄****Ημερομηνία: 19/05/2011****Ώρα Έναρξης: 7:30 π.μ.****Χρόνος: 2,5 ώρες**

**Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες
συμπεριλαμβανομένου του τυπολογίου.**

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας τύπου Tipp-Ex.
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{5x-2}{x^2-x}$.

2. Να υπολογίσετε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$

β) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 4}}{2x}$.

3. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{d\psi}{dx}$ των συναρτήσεων:

α) $\psi = e^{2x}(x^3 + 2x)$

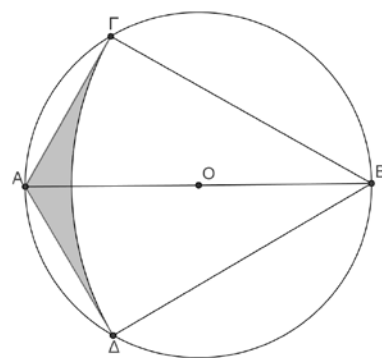
β) $\psi = \ln(\sin x)$.

4. Κύλινδρος έχει εμβαδόν βάσης $25\pi \text{ cm}^2$ και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $70\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε τον όγκο του.

5. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu 3\alpha}{\eta\mu\alpha} + \frac{\sigma\upsilon\nu 3\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha} = 4\sigma\upsilon\nu 2\alpha$.

6. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $\alpha = 2\beta$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και $E = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$. Να βρείτε τις πλευρές του τριγώνου.

7. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της είναι 17 και ο έβδομος όρος της είναι τετραπλάσιος του τρίτου όρου της. Να βρείτε το άθροισμα των 28 πρώτων όρων της αριθμητικής πρόοδου.
8. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με κορυφές A(0,2), B(-3,-4) και Γ(5,-2).
Να βρείτε:
α) την εξίσωση της διαμέσου AM,
β) τις συντεταγμένες του σημείου τομής των διαμέσων του τριγώνου ABΓ.
9. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2 x - \log_x 16 = 3$.
10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 4x + 3$ με πεδίο ορισμού $x > 2$. Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης f^{-1} .
11. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο της συνάρτησης $f(x) = x^2 + x$, με βάση τον ορισμό της παραγώγου.
12. Να βρείτε τη λύση της εξίσωσης $5^{\sin 2x} = \left(\frac{1}{5}\right)^{\eta \mu x}$ στο διάστημα $0^\circ \leq x < 360^\circ$.
13. Αν $f(x) = 2 + \frac{1}{x}$ και $g(x) = \frac{x}{x-2}$, να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $\frac{g}{f}$ και $g \circ f$.
14. Αν $\log_{40} 100 = \alpha$, να δείξετε ότι: $\frac{2-\alpha}{2\alpha} = \log 2$.
15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O,R) και $\angle \Gamma A \Delta = \angle A \Delta \Gamma = 60^\circ$. Με κέντρο το B και ακτίνα BΓ γράφεται τόξο ΓΔ μέσα στον κύκλο.
α) Να δείξετε ότι $B\Gamma = R\sqrt{3}$ μονάδες.
β) Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση $\psi^2 + x^2 + 2x - 4\psi = 5$.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της συνάρτησης με τύπο $\psi^2 + x^2 + 2x - 4\psi = 5$ στο σημείο της $P(2,1)$.
- β) Αν η εφαπτομένη και η κάθετη της πιο πάνω συνάρτησης στο σημείο $P(2,1)$, τέμνουν τον άξονα $x'x$ στα σημεία A και B αντίστοιχα, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABP .

2. Ρόμβος έχει κορυφές $A(1,3)$, $B(4,-1)$ και η εξίσωση της διαγωνίου του AG είναι $2x - \psi = -1$.

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της διαγωνίου BD είναι $x + 2\psi = 2$.
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του Γ και Δ .
- γ) Να βρείτε την απόσταση της κορυφής Δ από την πλευρά AB .
- δ) Να υπολογίσετε την περίμετρο του ρόμβου.

3. α) Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος $\log_{\sin x}(\epsilon\phi x)$, $\log_{\sin^2 x}(\epsilon\phi x)$, $\log_{\sin^4 x}(\epsilon\phi x)$, ... όπου $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$.

- i) Να δείξετε ότι είναι φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος.
- ii) Να υπολογίσετε την τιμή του x για την οποία το άθροισμα των άπειρων όρων της προόδου αυτής είναι ίσο με $\log_{\sin x}(\sqrt{3}\epsilon\phi x)$.

β) Οι αριθμοί $\log 2$, $\log(5^x - 1)$, $\log(5^x + 3)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να βρείτε το x .

4. α) Να αποδείξετε ότι: $\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \eta\mu 2\alpha}{\sin 2\alpha}$.

β) Με τη βοήθεια της πιο πάνω ταυτότητας ή διαφορετικά να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\sin 2\alpha}{2\epsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - \sin 2\alpha} = \frac{1 + \eta\mu 2\alpha}{1 - \eta\mu 2\alpha}.$$

5. α) Οι αριθμοί $2x+1$ και $5x-2$ είναι οι δύο πρώτοι όροι αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί $x+1$ και $9x$ είναι οι δύο πρώτοι όροι γεωμετρικής προόδου. Αν ο λόγος της γεωμετρικής προόδου είναι διπλάσιος της διαφοράς της αριθμητικής προόδου και $x > 0$, να βρείτε το x και να σχηματίσετε τις δύο προόδους.

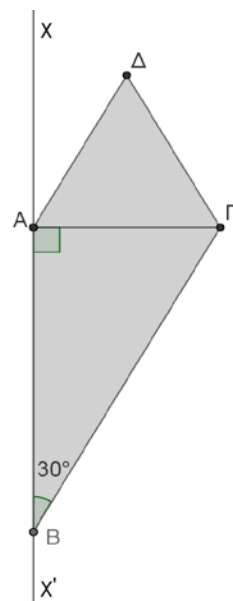
- β) Αν $\eta\mu\psi = 2\eta\mu\chi$ να δείξετε ότι η πρώτη παράγωγος είναι $\frac{d\psi}{dx} = \frac{2\sigma\upsilon\nu\chi}{\sigma\upsilon\nu\psi}$ και στη

συνέχεια να αποδείξετε ότι $\sigma\phi\psi \cdot \frac{d^2\psi}{dx^2} - \left(\frac{d\psi}{dx}\right)^2 = -1$.

6. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $A\Delta\Gamma$ είναι ισόπλευρο και το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$ και $B\Gamma = 4\alpha$ cm. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $x'x$ που περιέχει την πλευρά AB . Να βρείτε συναρτήσει του α :

- α) Την ολική επιφάνεια του στερεού που παράγεται.

- β) Τον όγκο του στερεού που παράγεται.



Ο Διευθυντής

Χαράλαμπος Σοφοκλή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΤΑΞΗ Β΄

Ημερομηνία: 19 – 05 – 2011

Ώρα: 7.30 π.μ.

Χρόνος: 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

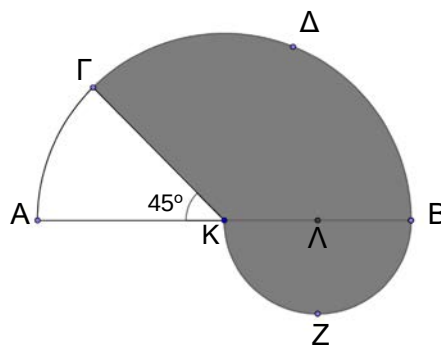
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας τύπου tipp-ex.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{2x-1} = 27$.
2. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος: 7, 11, 15, 19,
Να βρείτε τον εικοστό πρώτο όρο της.
3. Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία K_9 και τη γωνία ω_9 κανονικού 9-γώνου.
4. Οι αριθμοί $x + 2$, $3x - 1$, $4x - 1$ αποτελούν τρεις διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να βρείτε το x .
5. Ένα σακάκι αξίας €140 πωλείται στις εκπτώσεις προς €105.
Να βρείτε το ποσοστό (%) της έκπτωσης.
6. Να δείξετε ότι: $\frac{\log 9 + 2\log 2}{\log 18 - \log 3} = 2$.
7. Να βρείτε με ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκιστούν €1250 για 3 χρόνια για να δώσουν τόκο €300.
8. Να βρείτε το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 150° σε κύκλο με μήκος περιφέρειας 12π cm.

9. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\alpha = 5\sqrt{3}\text{cm}$, $\beta = 5\text{cm}$, $\hat{A} = 60^\circ$.
Να επιλύσετε το τρίγωνο.
10. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x + \log(x - 4) = 1 - \log 2$.
11. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο (Κ, R). Αν το εμβαδόν του τριγώνου είναι $E_3 = 12\sqrt{3}\text{cm}^2$, να βρείτε το απόστημα a_3 και την πλευρά λ_3 του τριγώνου.
12. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = 2 + 7 + 12 + \dots + 197$.
13. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha \sigma \nu \Gamma + \gamma \sigma \nu \Lambda}{\beta^2} = \frac{1}{\beta}$.
14. Ο τρίτος όρος φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι 54 και ο πέμπτος όρος της 6.
Αν $\lambda > 0$, να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της.
15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AB = 8\text{cm}$ και $\hat{A}\hat{K}\hat{\Gamma} = 45^\circ$. Το ΑΓΔΒ είναι ημικύκλιο με κέντρο το Κ και το ΚΖΒ είναι ημικύκλιο με κέντρο το Λ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

- Η τιμή πώλησης ενός ψυγείου μετά την έκπτωση είναι €540.
(α) Αν έγινε έκπτωση 25%, να βρείτε την αρχική τιμή του ψυγείου.
(β) Πόσο θα στοιχίσει συνολικά το ψυγείο αν το αγοράσουμε την περίοδο των εκπτώσεων και πληρώσουμε επιπλέον 15% ΦΠΑ;
- Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της ισούται με 29 και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της ισούται με 175. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $2^{x+2} + 4^{x+1} = 80$,

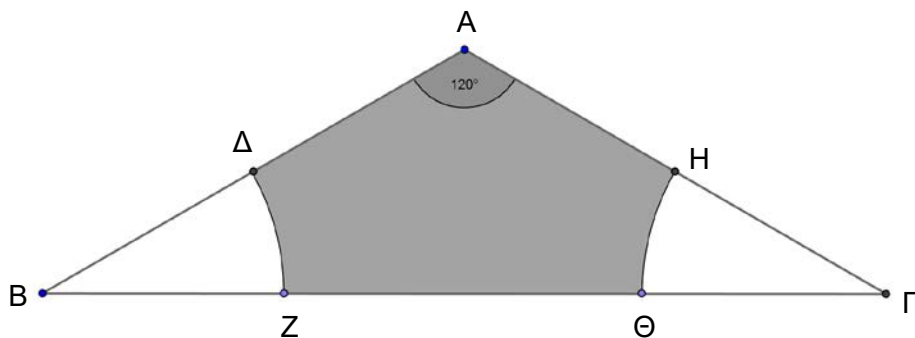
(β) $\log(\log(3x - 5)) = 0$.

4. (α) Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\alpha \sin \Gamma - R \eta \mu B = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

(β) Τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές $\alpha = 7\text{cm}$, $\beta = 8\text{cm}$ και $\gamma = 3\text{cm}$.
Να βρείτε την γωνία $\hat{A}$ του τριγώνου και το εμβαδόν του.

5. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 2 χρόνια ως εξής: τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου προς 6% και το υπόλοιπο προς 8%. Ποιο ήταν το κεφάλαιο αν πήρε συνολικά €1088 τόκους;

6. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG = 10\text{cm}$, $\hat{A} = 120^\circ$, Δ το μέσο της ΑΒ και Η το μέσο της ΑΓ. Το ΔΖ είναι τόξο κύκλου με κέντρο το Β και ακτίνα ΒΔ και το ΗΘ είναι τόξο κύκλου με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓΗ. Να βρείτε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** της σκιασμένης περιοχής.



Ο Διευθυντής

Χαράλαμπος Σοφοκλή

ΛΥΚΕΙΟ ΣΟΛΕΑΣ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2010-2011

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΤΑΞΗ Β΄ (ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 23.05.2011

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2:30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (Τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε και με μολύβι).
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το σχολείο.
4. Επισυνάπτεται σχετικό τυπολόγιο.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.
-

1. Να αναλύσετε το κλάσμα: $\frac{2x+1}{(x-1)(x+2)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Να υπολογίσετε τα όρια: (α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5}{3x^2 + 2x}$ και (β) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$.

3. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:

(α) $\psi = e^{3x} + 5\sqrt{x} - \frac{1}{x}$ (β) $\psi = (4x^5 + 3)^6$

4. Ρόμβος έχει κορυφή Α (5 , 4) και η εξίσωση της διαγωνίου ΒΔ είναι $2x + 3y = 2$. Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου ΑΓ.

5. Δίνεται το πολυώνυμο $f(x) \equiv ax^3 + (a + \beta)x^2 - x + 4$. Ο αριθμός -1 είναι ρίζα του πολυωνύμου αυτού και ισχύει $f'(2) = 11$. Να βρείτε τις τιμές των α και β.

6. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης 48 cm και το παράπλευρο ύψος της είναι 10 cm. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής της επιφάνειας και τον όγκο της.

7. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_9 x + \log_3 x = 6$.

8. Το άθροισμα του τέταρτου όρου και του έκτου όρου αριθμητικής προόδου είναι 4 , ενώ η διαφορά του πέμπτου από τον έβδομο όρο είναι -6. Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

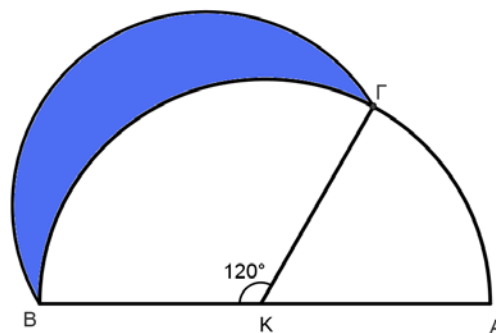
9. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2x+1$ και $g(x) = \sqrt{1-x^2}$. Να εξετάσετε αν ορίζεται η $g \circ f$, να βρείτε τον τύπο της και το πεδίο ορισμού της.

10. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sin 2\theta - \sin 6\theta}{2\sin 5\theta \cdot \sin 3\theta - \sin 8\theta} = 2(1 - \sin 4\theta)$.

11. Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει κορυφές Α(-2, 5) , Β(6, 1) , Γ(4,β) και Δ. Να βρείτε την τιμή του β και τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 + \eta\mu 2x + \sigma\upsilon\nu 2x$. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης $f'(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$.

13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ημικύκλιο με κέντρο Κ και ακτίνα ρ. Να βρείτε το εμβαδόν του μηνίσκου συναρτήσει του ρ.



14. Κύλινδρος έχει όγκο $1500\pi \text{ cm}^3$ και η ακτίνα του είναι ίση με τα $\frac{2}{3}$ του ύψους του. Ένας κώνος έχει γενέτειρα ίση με την ακτίνα του κυλίνδρου. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι πενταπλάσιο του εμβαδού της κυρτής επιφάνειας του κώνου. Να βρείτε τον όγκο του κώνου.

15. Δεδομένου ότι ισχύει: $\frac{\log_{\alpha} x}{\log_{\gamma} x} = \frac{\log_{\alpha} x - \log_{\beta} x}{\log_{\beta} x - \log_{\gamma} x}$, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β, γ είναι

διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.
-

1. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση $\chi^3\psi + \psi^2 + 2\chi = 4$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης και της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της Α με τετμημένη $\chi = 1$ και $\psi < 0$.

2. Δίνονται οι συναρτήσεις : $f(\chi) = \frac{\chi+1}{\chi}$, $g(\chi) = \chi - 1$ και $h(\chi) = \ln(4 - \chi^2)$.

(α) Να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση της $f(\chi)$ και το πεδίο ορισμού της.

(β) Να βρείτε την $\frac{d^2h}{d\chi^2}$.

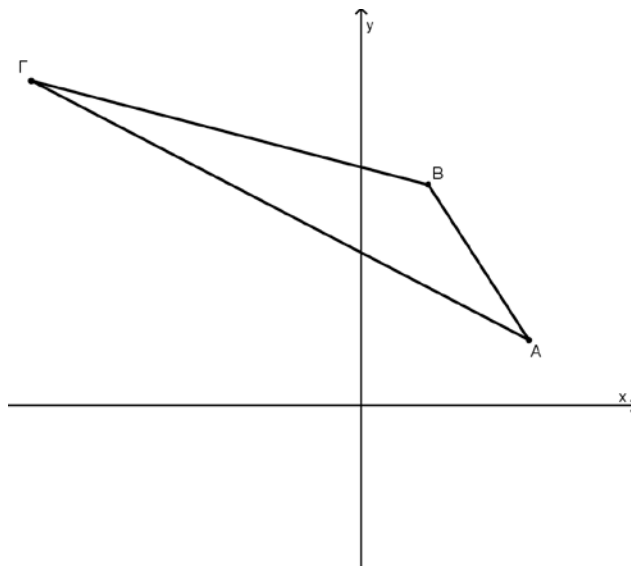
(γ) Να ορίσετε τη συνάρτηση $\frac{h}{g}$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

3. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ έχει κορυφές Α(3,1) , Β(1,5) και Γ.

(α) Δεδομένου ότι η διάμεσος ΓΜ έχει κλίση αρνητική και σχηματίζει γωνία 45° με την ΑΒ , να δείξετε ότι η ΓΜ έχει εξίσωση $\chi + 3\psi = 11$.

(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ, αν αυτή βρίσκεται στην ευθεία $2\chi + \psi = -8$.

(γ) Το μήκος του ύψους ΓΔ.



4.(α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 2\chi - \sigma\upsilon\nu 2\chi + 1}{\sigma\upsilon\nu 2\chi} \cdot (\sigma\phi\chi - 1) = 2$.

(β) Χρησιμοποιώντας το ερώτημα 4(α) να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης:

$$4\eta\mu^2\chi = \frac{\eta\mu 2\chi - \sigma\upsilon\nu 2\chi + 1}{\sigma\upsilon\nu 2\chi} \cdot (\sigma\phi\chi - 1), \text{ στο διάστημα } [0^\circ, 360^\circ].$$

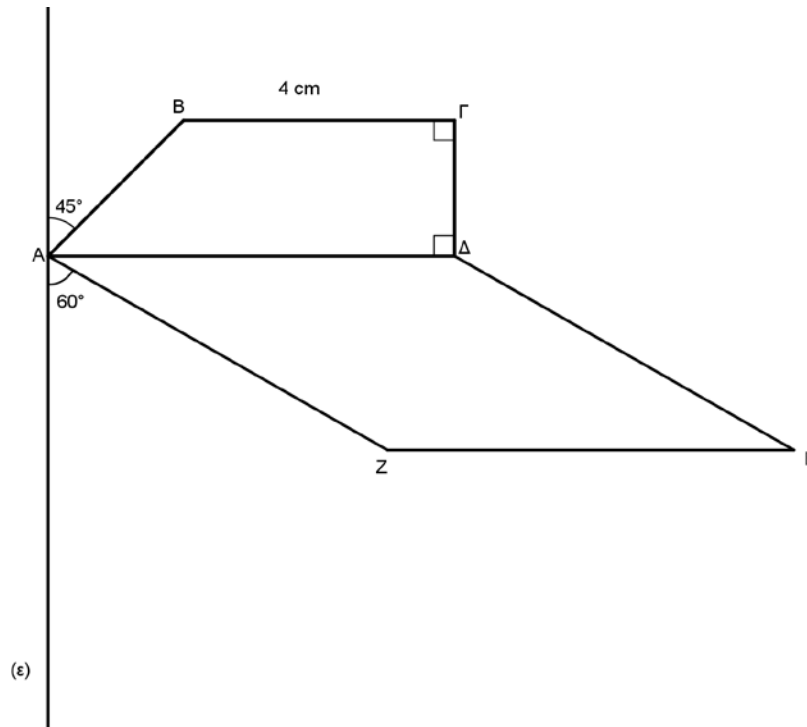
5.(α) Να βρείτε τις ρίζες χ_1 και χ_2 της εξίσωσης: $\log(4^{\chi-2} + 9) - \log(2^{\chi-2} + 1) = 1 - \log 2$, με $\chi_1 < \chi_2$.

(β) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο που έχει ως πρώτο όρο το χ_1 και λόγο το $\frac{1}{\chi_2}$

(όπου χ_1 και χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης του ερωτήματος 5(α)) και να αποδείξετε ότι το

άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της είναι : $\Sigma_8 = \frac{2 \cdot (4^8 - 1)}{3 \cdot 4^7}$.

6. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του πιο κάτω επιπέδου σχήματος γύρω από την ευθεία (ε). Δίνεται ότι: $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο τραπέζιο και $A\Delta EZ$ παραλληλόγραμμο. Το σημείο Β απέχει από την ευθεία (ε) 2 cm και το σημείο Z απέχει από την (ε) 4 cm.



Ο Διευθυντής

Σάββας Γιαλλουρίδης

ΛΥΚΕΙΟ ΣΟΛΕΑΣ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2010-2011

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΤΑΞΗ Β΄ (ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 23.05.2011

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2:30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (Τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε και με μολύβι).
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το σχολείο.
4. Επισυνάπτεται σχετικό τυπολόγιο.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.
-

1. Να αναλύσετε το κλάσμα: $\frac{2x+1}{(x-1)(x+2)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Να υπολογίσετε τα όρια: (α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 5}{3x^2 + 2x}$ και (β) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}$.

3. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:

(α) $\psi = e^{3x} + 5\sqrt{x} - \frac{1}{x}$ (β) $\psi = (4x^5 + 3)^6$

4. Ρόμβος έχει κορυφή Α (5 , 4) και η εξίσωση της διαγωνίου ΒΔ είναι $2x + 3y = 2$. Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου ΑΓ.

5. Δίνεται το πολυώνυμο $f(x) \equiv ax^3 + (a + \beta)x^2 - x + 4$. Ο αριθμός -1 είναι ρίζα του πολυωνύμου αυτού και ισχύει $f'(2) = 11$. Να βρείτε τις τιμές των α και β.

6. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης 48 cm και το παράπλευρο ύψος της είναι 10 cm. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής της επιφάνειας και τον όγκο της.

7. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_9 x + \log_3 x = 6$.

8. Το άθροισμα του τέταρτου όρου και του έκτου όρου αριθμητικής προόδου είναι 4 , ενώ η διαφορά του πέμπτου από τον έβδομο όρο είναι -6. Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

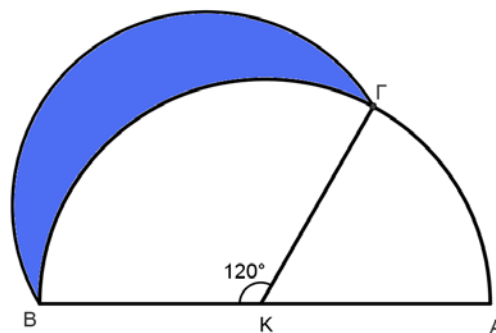
9. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 2x+1$ και $g(x) = \sqrt{1-x^2}$. Να εξετάσετε αν ορίζεται η $g \circ f$, να βρείτε τον τύπο της και το πεδίο ορισμού της.

10. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sin 2\theta - \sin 6\theta}{2\sin 5\theta \cdot \sin 3\theta - \sin 8\theta} = 2(1 - \sin 4\theta)$.

11. Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει κορυφές Α(-2, 5) , Β(6, 1) , Γ(4,β) και Δ. Να βρείτε την τιμή του β και τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 + \eta\mu 2x + \sigma\upsilon\nu 2x$. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης $f'(x) + f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$.

13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ημικύκλιο με κέντρο Κ και ακτίνα ρ. Να βρείτε το εμβαδόν του μηνίσκου συναρτήσει του ρ.



14. Κύλινδρος έχει όγκο $1500\pi \text{ cm}^3$ και η ακτίνα του είναι ίση με τα $\frac{2}{3}$ του ύψους του. Ένας κώνος έχει γενέτειρα ίση με την ακτίνα του κυλίνδρου. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι πενταπλάσιο του εμβαδού της κυρτής επιφάνειας του κώνου. Να βρείτε τον όγκο του κώνου.

15. Δεδομένου ότι ισχύει: $\frac{\log_{\alpha} x}{\log_{\gamma} x} = \frac{\log_{\alpha} x - \log_{\beta} x}{\log_{\beta} x - \log_{\gamma} x}$, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α, β, γ είναι

διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.
-

1. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση $\chi^3\psi + \psi^2 + 2\chi = 4$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης και της κάθετης της καμπύλης στο σημείο της Α με τετμημένη $\chi = 1$ και $\psi < 0$.

2. Δίνονται οι συναρτήσεις : $f(\chi) = \frac{\chi+1}{\chi}$, $g(\chi) = \chi - 1$ και $h(\chi) = \ln(4 - \chi^2)$.

(α) Να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση της $f(\chi)$ και το πεδίο ορισμού της.

(β) Να βρείτε την $\frac{d^2h}{d\chi^2}$.

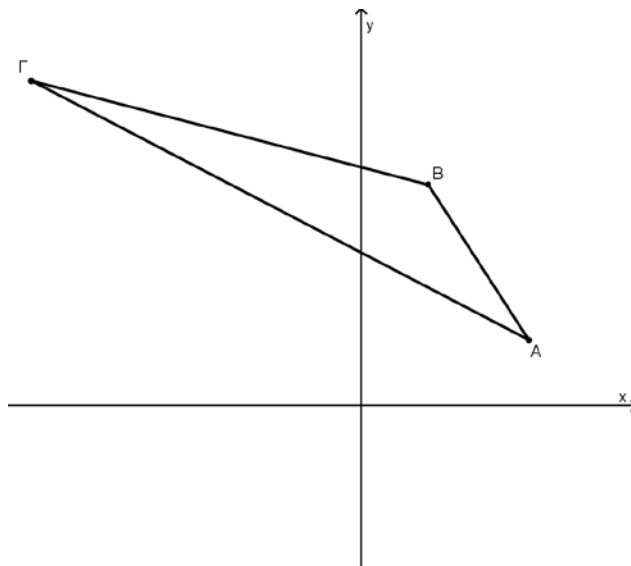
(γ) Να ορίσετε τη συνάρτηση $\frac{h}{g}$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

3. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ έχει κορυφές Α(3,1) , Β(1,5) και Γ.

(α) Δεδομένου ότι η διάμεσος ΓΜ έχει κλίση αρνητική και σχηματίζει γωνία 45° με την ΑΒ , να δείξετε ότι η ΓΜ έχει εξίσωση $\chi + 3\psi = 11$.

(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ, αν αυτή βρίσκεται στην ευθεία $2\chi + \psi = -8$.

(γ) Το μήκος του ύψους ΓΔ.



4.(α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 2\chi - \sigma\upsilon\nu 2\chi + 1}{\sigma\upsilon\nu 2\chi} \cdot (\sigma\phi\chi - 1) = 2$.

(β) Χρησιμοποιώντας το ερώτημα 4(α) να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης:

$$4\eta\mu^2\chi = \frac{\eta\mu 2\chi - \sigma\upsilon\nu 2\chi + 1}{\sigma\upsilon\nu 2\chi} \cdot (\sigma\phi\chi - 1), \text{ στο διάστημα } [0^\circ, 360^\circ].$$

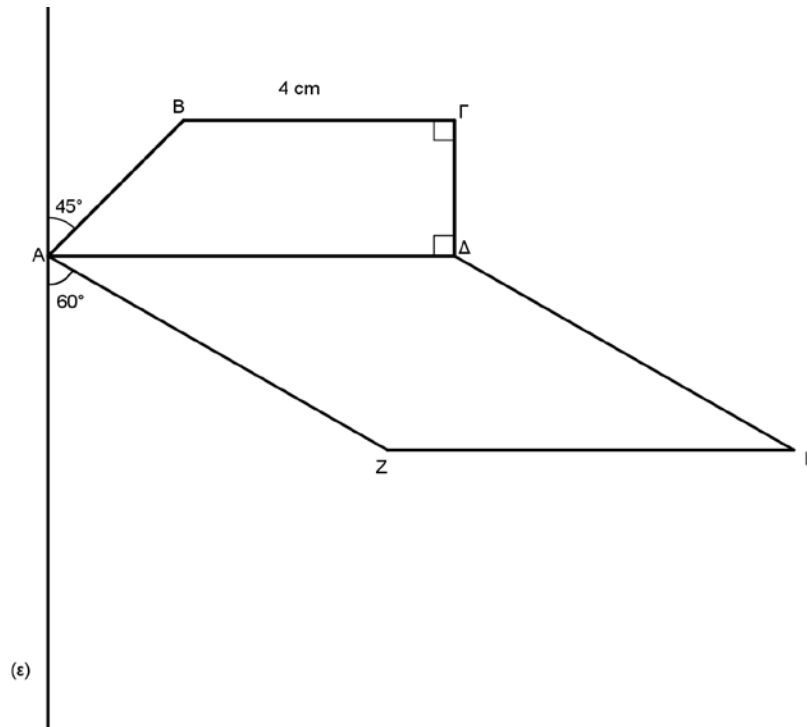
5.(α) Να βρείτε τις ρίζες χ_1 και χ_2 της εξίσωσης: $\log(4^{\chi-2} + 9) - \log(2^{\chi-2} + 1) = 1 - \log 2$, με $\chi_1 < \chi_2$.

(β) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο που έχει ως πρώτο όρο το χ_1 και λόγο το $\frac{1}{\chi_2}$

(όπου χ_1 και χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης του ερωτήματος 5(α)) και να αποδείξετε ότι το

άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της είναι : $\Sigma_8 = \frac{2 \cdot (4^8 - 1)}{3 \cdot 4^7}$.

6. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του πιο κάτω επιπέδου σχήματος γύρω από την ευθεία (ε). Δίνεται ότι: $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο τραπέζιο και $A\Delta EZ$ παραλληλόγραμμο. Το σημείο Β απέχει από την ευθεία (ε) 2 cm και το σημείο Z απέχει από την (ε) 4 cm.



Ο Διευθυντής

Σάββας Γιαλλουρίδης

ΛΥΚΕΙΟ ΣΟΛΕΑΣ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2010–2011

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΤΑΞΗ Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23. 05. 2011
ΧΡΟΝΟΣ : 7:45 - 10:15

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β. Να γράψετε μόνο με μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι) .
γ. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ. Τα σχήματα των ασκήσεων να τα μεταφέρετε στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις, να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

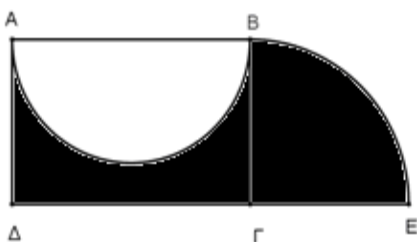
1. Δίνεται η πρόοδος : 2,6,10 ,14,..... Να βρείτε τον $21^{\text{ον}}$ όρο της .
2. Να λύσετε τις εξισώσεις : α) $2^{3x-5} = 16$, β) $\log_x 16 = 4$.
3. Τρίγωνο $\hat{A}B\hat{\Gamma}$ έχει $\alpha=4\text{cm}$, $\beta=8\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^0$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του .
4. Αν οι αριθμοί $\chi+1$, $\chi-3$, $5-3\chi$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε :
α) το χ , β) την διαφορά δ .
5. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο με επιτόκιο 6% για τρία χρόνια , με απλό τόκο , δίνει τόκο €720.
6. Οικόπεδο πωλήθηκε προς €44000 συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α.
Αν ο συντελεστής Φ.Π.Α ήταν 15% να βρείτε την αξία του οικοπέδου.
7. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :
$$A = \log_3 9 - \log_2 8 + \log_{10} 100 + \log_a a^3$$
8. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι $\Sigma_{\infty}=10$ και ο πρώτος όρος της είναι $\alpha_1=5$. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
9. Να λύσετε την εξίσωση : $\log x + \log(x-3) = \log 12 - \log 3$.

10. Σε γεωμετρική πρόοδο ο πέμπτος όρος είναι 162 και ο δεύτερος 6. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

11. Κύκλος έχει εμβαδόν $28,26 \text{ cm}^2$. Να βρείτε την περίμετρο κυκλικού τομέα γωνίας 60° .

12. Να αποδείξετε ότι :
$$\frac{2\log 3 - \frac{1}{2}\log 36 + \log 6}{\log 12 - \log 4} = 2.$$

13. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με διαστάσεις ΑΒ= 20cm και ΒΓ= 12cm . Με διάμετρο την ΑΒ κατασκευάζουμε ημικύκλιο μέσα στο ορθογώνιο και με κέντρο το Γ τεταρτοκύκλιο ΒΓΕ έξω από το ορθογώνιο . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους .



14. Να επιλύσετε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, αν δίνονται : $\alpha=1\text{cm}$, $\beta=\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

15. Ένας έμπορος αγόρασε εμπόρευμα αξίας €40000. Αφού πλήρωσε φόρους 12% πάνω στην αξία του, το πώλησε με κέρδος 20%. Πόσα εισέπραξε;

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο πέμπτος και ο τρίτος όρος έχουν άθροισμα 27 ενώ ο τέταρτος όρος είναι τριπλάσιος του πρώτου όρου .

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα : $a_{23} + a_{24} + \dots + a_{31}$

2. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 3 χρόνια με απλό τόκο ως εξής: Τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου προς 6% και το υπόλοιπο προς 7% . Να βρείτε το αρχικό κεφάλαιο αν πήρε συνολικά τόκους €2304.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-3} = \left(\frac{125}{8}\right)^{4x+2}$

β) $2\log^2 x - 5\log x + 2 = 0$

4. Σε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sin \Gamma$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

5. Σ'ένα κατάστημα ηλεκτρικών ειδών μια τηλεόραση είναι τιμολογημένη €900.

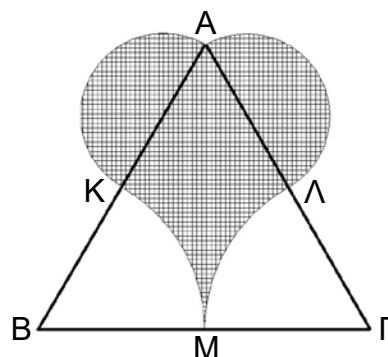
Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται 20% κέρδος του πωλητή.

i) Να βρείτε την αρχική τιμή της τηλεόρασης χωρίς το κέρδος.

ii) Αν ο πελάτης Α είναι φίλος του καταστηματάρχη και θα του κάνει έκπτωση 20% πάνω στην τιμολόγηση και επιπλέον πληρώσει 15% Φ.Π.Α. πόσα θα του στοιχίσει η τηλεόραση;

iii) Να βρείτε το ποσοστό αύξησης της τιμής της τηλεόρασης πάνω στην αρχική τιμή της μέχρι να φτάσει στον πελάτη Α.

6. Το $\triangle ABC$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 8cm και Κ, Λ, Μ είναι τα μέσα των πλευρών του. Με διάμετρο τα τμήματα ΑΚ και ΑΛ γράφουμε ημικύκλια έξω από το τρίγωνο και με κέντρα τα Β και Γ, γράφουμε τόξα με ακτίνα $\frac{BG}{2}$ μέσα στο τρίγωνο. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Σάββας Γιαλλουρίδης

ΛΥΚΕΙΟ ΣΟΛΕΑΣ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2010–2011

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΤΑΞΗ Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23. 05. 2011
ΧΡΟΝΟΣ : 7:45 - 10:15

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β. Να γράψετε μόνο με μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι) .
γ. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
δ. Τα σχήματα των ασκήσεων να τα μεταφέρετε στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις, να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

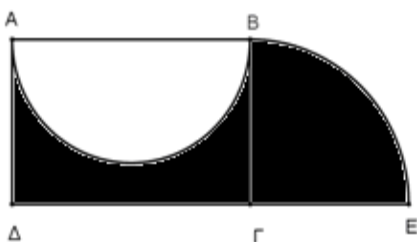
1. Δίνεται η πρόοδος : 2,6,10 ,14,..... Να βρείτε τον $21^{\text{ον}}$ όρο της .
2. Να λύσετε τις εξισώσεις : α) $2^{3x-5} = 16$, β) $\log_x 16 = 4$.
3. Τρίγωνο $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ έχει $\alpha=4\text{cm}$, $\beta=8\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^0$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του .
4. Αν οι αριθμοί $\chi+1$, $\chi-3$, $5-3\chi$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε :
α) το χ , β) την διαφορά δ .
5. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο με επιτόκιο 6% για τρία χρόνια , με απλό τόκο , δίνει τόκο €720.
6. Οικόπεδο πωλήθηκε προς €44000 συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α.
Αν ο συντελεστής Φ.Π.Α ήταν 15% να βρείτε την αξία του οικοπέδου.
7. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :
$$A = \log_3 9 - \log_2 8 + \log_{10} 100 + \log_a a^3$$
8. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι $\Sigma_{\infty}=10$ και ο πρώτος όρος της είναι $\alpha_1=5$. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
9. Να λύσετε την εξίσωση : $\log x + \log(x-3) = \log 12 - \log 3$.

10. Σε γεωμετρική πρόοδο ο πέμπτος όρος είναι 162 και ο δεύτερος 6. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

11. Κύκλος έχει εμβαδόν $28,26 \text{ cm}^2$. Να βρείτε την περίμετρο κυκλικού τομέα γωνίας 60° .

12. Να αποδείξετε ότι :
$$\frac{2\log 3 - \frac{1}{2}\log 36 + \log 6}{\log 12 - \log 4} = 2.$$

13. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ με διαστάσεις ΑΒ= 20cm και ΒΓ= 12cm . Με διάμετρο την ΑΒ κατασκευάζουμε ημικύκλιο μέσα στο ορθογώνιο και με κέντρο το Γ τεταρτοκύκλιο ΒΓΕ έξω από το ορθογώνιο . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους .



14. Να επιλύσετε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, αν δίνονται : $\alpha=1\text{cm}$, $\beta=\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

15. Ένας έμπορος αγόρασε εμπόρευμα αξίας €40000. Αφού πλήρωσε φόρους 12% πάνω στην αξία του, το πώλησε με κέρδος 20%. Πόσα εισέπραξε;

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο πέμπτος και ο τρίτος όρος έχουν άθροισμα 27 ενώ ο τέταρτος όρος είναι τριπλάσιος του πρώτου όρου .

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα : $a_{23} + a_{24} + \dots + a_{31}$

2. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 3 χρόνια με απλό τόκο ως εξής: Τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου προς 6% και το υπόλοιπο προς 7% . Να βρείτε το αρχικό κεφάλαιο αν πήρε συνολικά τόκους €2304.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-3} = \left(\frac{125}{8}\right)^{4x+2}$

β) $2\log^2 x - 5\log x + 2 = 0$

4. Σε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει η σχέση $a = 2b \sin C$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

5. Σ'ένα κατάστημα ηλεκτρικών ειδών μια τηλεόραση είναι τιμολογημένη €900.

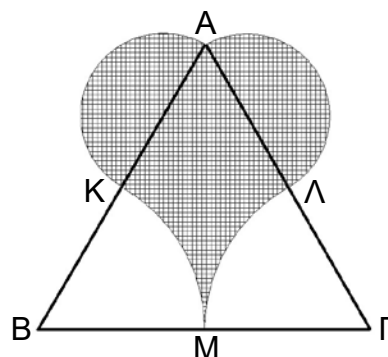
Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται 20% κέρδος του πωλητή.

i) Να βρείτε την αρχική τιμή της τηλεόρασης χωρίς το κέρδος.

ii) Αν ο πελάτης Α είναι φίλος του καταστηματάρχη και θα του κάνει έκπτωση 20% πάνω στην τιμολόγηση και επιπλέον πληρώσει 15% Φ.Π.Α. πόσα θα του στοιχίσει η τηλεόραση;

iii) Να βρείτε το ποσοστό αύξησης της τιμής της τηλεόρασης πάνω στην αρχική τιμή της μέχρι να φτάσει στον πελάτη Α.

6. Το $\triangle ABC$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 8cm και Κ, Λ, Μ είναι τα μέσα των πλευρών του. Με διάμετρο τα τμήματα ΑΚ και ΑΛ γράφουμε ημικύκλια έξω από το τρίγωνο και με κέντρα τα Β και Γ, γράφουμε τόξα με ακτίνα $\frac{BG}{2}$ μέσα στο τρίγωνο. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Σάββας Γιαλλουρίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά κατεύθυνσης
ΤΑΞΗ: Β'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2011
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Οδηγίες: α) Να γράφετε με πένα μπλε ή μαύρη.

β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το σχολείο.

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

δ) Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις του Α' μέρους να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$.

2. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{x^2 - x + 8}{(x+3)(x^2+1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της, το πεδίο τιμών της και να ορίσετε την αντίστροφή της f^{-1} .

4. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο $36\sqrt{3} \text{ cm}^3$ και το παράπλευρο ύψος σχηματίζει με το ύψος της γωνία 30° . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής της επιφάνειας.

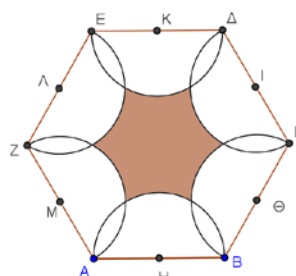
5. Να λύσετε την εξίσωση $1 + \sin 2x = 6\eta\mu^2 x$ στο διάστημα $0 \leq x \leq 180^\circ$.

6. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο f' των πιο κάτω συναρτήσεων :

i. $f(x) = e^{2x} \cdot \sin 3x$

ii. $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{x - 1}$

7. Να δείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 6x - 2\eta\mu x \cdot \sin 5x}{1 - \sin 4x} = \frac{1 - \varepsilon\varphi^2 x}{2\varepsilon\varphi x}$

8. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 3x - 4$ και $g(x) = \frac{ax^2}{2} + 3x - e$, όπου a σταθερός αριθμός με $a \in \mathbb{R}$. Να βρεθούν οι συναρτήσεις $f \circ g'$, $g' \circ f$ και να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή του a , ώστε να ισχύει η ισότητα $f \circ g' = g' \circ f$.
9. Δίνονται n ισόπλευρα τρίγωνα έτσι ώστε, οι πλευρές τους να έχουν μήκη σε εκατοστόμετρα, διαδοχικά $2, 4, 6, \dots, 2n$.
Να υπολογίσετε συναρτήσει του n :
- το άθροισμα των περιμέτρων των τριγώνων,
 - το άθροισμα των υψών των τριγώνων.
10. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{2\log_2 x} - 2 \cdot 3^{\log_2 x} - 8^{\log_2 \sqrt[3]{3}} = 0$
11. Οι διαστάσεις ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Αν ο όγκος του είναι 216 cm^3 και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας είναι $12(6 + 13\sqrt{3}) \text{ cm}^2$ να υπολογίσετε τις διαστάσεις του.
12. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) με AD , BE τα ύψη του τριγώνου και H το σημείο τομής των υψών του:
- Να αποδείξετε ότι η DE είναι παράλληλη προς την εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ .
 - Αν η προέκταση της AD τέμνει τον κύκλο στο σημείο T , να δείξετε ότι η $\Gamma\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{HT}$.
13. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta EZ$ είναι κανονικό εξάγωνο με πλευρά $2a$. Με κέντρα τα μέσα των πλευρών του εξαγώνου γράφουμε ημικύκλια μέσα στο εξάγωνο όπως φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής συναρτήσει του a .
- 
14. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση $x^2 + xy + y^2 = 3$.
- Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της (ε_1) στο σημείο $x = 1$ και $y > 0$.
 - Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου της καμπύλης, στο οποίο η εφαπτομένη της, να είναι παράλληλη με την ευθεία (ε_1) .
15. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει: $\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} = \varepsilon\varphi \frac{A - B}{2} \varepsilon\varphi \frac{\Gamma}{2}$
- Χρησιμοποιώντας την πιο πάνω σχέση ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών A και B τριγώνου $AB\Gamma$ αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = 2 + \sqrt{3}$ και $\widehat{\Gamma} = 60^\circ$.

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις του Β' μέρους να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln(x-4) + \ln x$ και $g(x) = \ln(2x-5)$. Να βρείτε:

- Το πεδίο ορισμού της f και της g .
- Να ορίσετε την $f + g$.
- Να βρείτε την τιμή του x ώστε να ισχύει η ισότητα $f(x) = g(x)$.
- Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

2. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu 5x}{\sqrt{5x+\beta^2}-\beta} & , x \geq 0 \\ \frac{x^2-ax}{x} & , x < 0 \end{cases}$

Να βρείτε τις τιμές των a και β ώστε η γραφική της παράσταση της να διέρχεται από το σημείο $A(-2,2)$ και να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

3. Δίνεται η συνάρτηση $y = 2\sigma\upsilon\nu^2 2x$

i. Να δείξετε ότι: $y, -\frac{1}{4} \frac{dy}{dx}, 1 - \sigma\upsilon\nu 4x$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

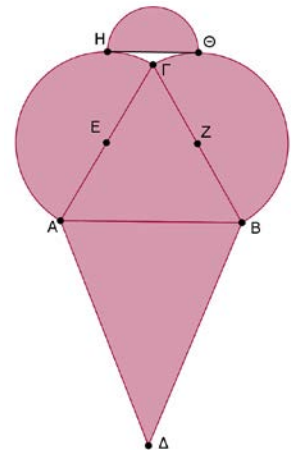
ii. Αν $0 < x < \frac{\pi}{8}$, να αποδείξετε ότι η γεωμετρική πρόοδος είναι απολύτως φθίνουσα και το άθροισμα των

απείρων όρων της είναι $A = \frac{2\sigma\upsilon\nu^3 2x}{\sigma\upsilon\nu 2x - \eta\mu 2x}$ αν $\alpha_1 = y$.

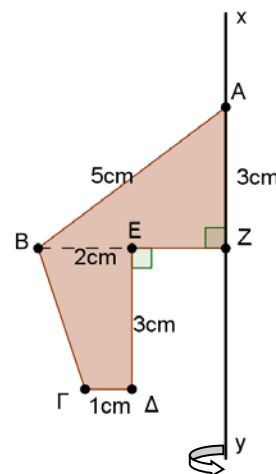
iii. Αν ισχύει $\frac{A}{\sigma\upsilon\nu 2x} = 3(\sigma\upsilon\nu 2x + \eta\mu 2x)$ να υπολογίσετε το x .

4. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο και το τρίγωνο $AB\Delta$ είναι ισοσκελές με $A\Delta = B\Delta$. Με κέντρα τα μέσα E, Z των πλευρών $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα γράφουμε ημικύκλια εξωτερικά του τριγώνου. Αν $H\Theta$ είναι εφαπτόμενο τμήμα στα δύο ημικύκλια και $A\Gamma = 2a, A\Delta = 3a$, να υπολογίσετε συναρτήσει του a :

- το εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος και το
- το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου $H\Gamma\Theta$



5. Ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ έχει εξίσωση πλευράς $AB: y - 7x = -6$, εξίσωση διαγωνίου $A\Gamma: x - 3y = -2$ και κορυφή $\Delta(6, -4)$.
- Να βρείτε:
 - Τις συντεταγμένες των κορυφών A, B, Γ .
 - Τα μήκη των διαγωνίων του και το εμβαδόν του ρόμβου
 - Με κέντρο το σημείο τομής O των διαγωνίων του ρόμβου και ακτίνα ίση με την απόσταση του O , από την πλευρά του AB γράφουμε, τον εγγεγραμμένο στο ρόμβο κύκλο. Να υπολογίσετε το εμβαδό του κύκλου.
6. Στο διπλανό σχήμα το ABZ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{Z} = 90^\circ$ και το $B\Gamma\Delta E$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο ($BE \parallel \Gamma\Delta$). Αν $AZ = E\Delta = 3\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$, $BE = 2\text{cm}$ και $\Gamma\Delta = 1\text{cm}$, να υπολογίσετε την επιφάνεια και τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του σχήματος $AB\Gamma\Delta EZ$ γύρω από τον άξονα xy .



Ο Διευθυντής

Σταύρος Τσαγγαρίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε με πένα μπλε ή μαύρη (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ: ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ.**ΜΕΡΟΣ Α'****Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 05/100.**

1. Δίνεται η ακολουθία αριθμών: 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, ...
(α) Να προσδιορίσετε το είδος της προόδου (αριθμητική / γεωμετρική) αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.
(β) Να υπολογίσετε τον εκατοστό όρο της ακολουθίας.
2. Δίνεται κύκλος με ακτίνα 6cm . Να υπολογίσετε:
(α) Το μήκος της περιφέρειάς του
(β) Το εμβαδόν του.
3. Να υπολογίσετε πόσο απλό τόκο θα δώσει κεφάλαιο €3600 αν τοκιστεί με επιτόκιο 4% για δύο χρόνια και τρεις μήνες.
4. Ένα προϊόν πωλείται, συμπεριλαμβανομένου και του Φ.Π.Α., στην τιμή των €4600. Να υπολογίσετε την τιμή του προϊόντος χωρίς το Φ.Π.Α., αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 15%.
5. Το 5% των μαθητών ενός λυκείου έχουν πάει σε μια εκπαιδευτική εκδρομή στο εξωτερικό. Αν σε αυτή την εκδρομή έχουν πάει 20 μαθητές, να υπολογίσετε:
(α) Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του λυκείου
(β) Τι ποσοστό των μαθητών του λυκείου αποτελούν τα κορίτσια, αν όλα τα κορίτσια του λυκείου είναι 240.

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log_2 x = 5$

(β) $5^{2x} = 125$.

7. Να υπολογίσετε πόσο κεφάλαιο πρέπει να τοκιστεί για τρία χρόνια με επιτόκιο 3% για να γίνει μαζί με τους τόκους του €1090, αν ο τόκος είναι απλός.

8. Να υπολογίσετε την τιμή του x , αν οι αριθμοί x , 4, $x + 15$ είναι διαδοχικοί όροι απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου.

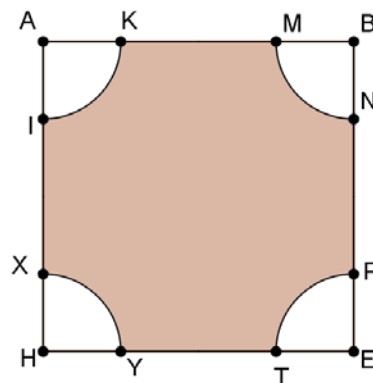
9. Αν το εμβαδόν κυκλικού τομέα 60° σε κύκλο είναι $6\pi \text{ cm}^2$, να υπολογίσετε το μήκος τόξου 60° στον ίδιο κύκλο.

10. Να υπολογίσετε τον έβδομο όρο απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου με πρώτο όρο ίσο με 6 και άθροισμα απείρων όρων ίσο με 4.

11. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x + 1) - \log x = 3\log 2$

12. Στο διπλανό σχήμα το ABEH είναι τετράγωνο πλευράς 4 cm .

Με κέντρα τις κορυφές του τετραγώνου και ακτίνες με μήκος το 25% του μήκους της πλευράς του τετραγώνου γράφηκαν τα τόξα IK, MN, PT και XY μέσα στο τετράγωνο (I, K, M, N, P, T, Y, X είναι σημεία στις πλευρές του τετραγώνου). Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



13. Ένας μαθητής κατέθετε στο σχολικό ταμειευτήριο κάθε εργάσιμη εβδομάδα ένα ευρώ περισσότερο από το ποσό που κατέθετε την αμέσως προηγούμενη εβδομάδα. Αν τη πρώτη εβδομάδα κατέθεσε €5 και συνολικά κατέθεσε €290, να βρείτε για πόσες εβδομάδες έκανε καταθέσεις.

14. Να λύσετε την εξίσωση: $5^{2x+1} = 7^{6-x}$

15. Δίνεται το αμβλυγώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $(AB) = (A\Gamma)$. Αν $(B\Gamma) = 6\text{ cm}$ και η ακτίνα R του περιγεγραμμένου στο τρίγωνο κύκλου είναι επίσης ίση με 6 cm :

(α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$

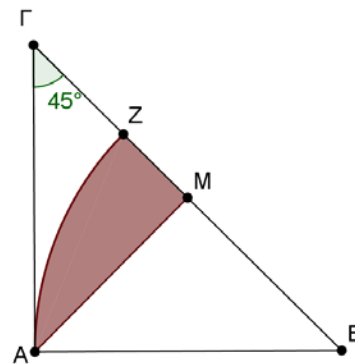
(β) Να αποδείξετε ότι: $\eta\mu^2 A + \eta\mu B \cdot \eta\mu(2B) + \eta\mu\Gamma \cdot \eta\mu(2\Gamma) = \frac{\pi}{24}$, όπου π είναι η περίμετρος του τριγώνου $AB\Gamma$ σε cm.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Το άθροισμα του δεύτερου και του έκτου όρου γεωμετρικής προόδου ισούται με 34, ενώ ο πέμπτος όρος της είναι οκταπλάσιος του δεύτερου όρου της. Να υπολογίσετε το άθροισμα των πρώτων έξι όρων της προόδου.
2. Ένας πατέρας μοίρασε το πόσο των €10000 στα τρία παιδιά του. Στο Α παιδί έδωσε το 20% του ποσού, στο Β παιδί το 30% του ποσού και στο Γ παιδί το υπόλοιπο του ποσού. Το Α παιδί άφησε για δύο χρόνια στην τράπεζα τα λεφτά του να τοκίζονται προς 3% με απλό τόκο, ενώ τα άλλα δύο παιδιά αγόρασαν μεταχειρισμένα αυτοκίνητα ακριβώς στην τιμή των χρημάτων που τους χάρισε ο πατέρας τους. Μετά από δύο χρόνια ακριβώς μεταπούλησαν και οι δύο τα αυτοκίνητα, το Β παιδί με κέρδος 3% και το Γ παιδί με ζημιά 3%. Ποιο από τα τρία παιδιά κατείχε τελικά (ακριβώς στα δύο χρόνια) το μεγαλύτερο ποσό; (Να δείξετε όλους τους υπολογισμούς σας)
3. (α) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\gamma = (\widehat{AB}) = 2cm$, $\beta = (\widehat{A\Gamma}) = 6cm$ και εμβαδόν ίσο με $3cm^2$. Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας του Α (δύο απαντήσεις).
(β) Να υπολογίσετε την τιμή του x , αν οι αριθμοί $\log x$, $\log 4$, $\log(x + 6)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
4. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του διπλανού σχήματος $(AB) = 2cm$, $(B\Gamma) = 2\sqrt{2}cm$ και $\hat{\Gamma} = 45^\circ$. Το τόξο AZ γράφηκε με κέντρο το Β και ακτίνα την AB (Z σημείο της $B\Gamma$), ενώ M είναι το μέσο της $B\Gamma$.
(α) Να αποδείξετε ότι: $\hat{B} = 45^\circ$
(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



5. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $2\log^2 x - 3\log x + 1 = 0$
(β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 30^\circ$ και $\hat{B} = \hat{\Gamma}$. Αν $\alpha = (B\Gamma)$ και $\beta = (A\Gamma)$, να αποδείξετε ότι:
$$\alpha^2 = \beta^2(2 - \sqrt{3})$$

6. Ένας εργοδότης μοίρασε ένα ποσό σε δύο υπαλλήλους του ανάλογα με τους μήνες που αφιέρωσαν για τη διεκπεραίωση μιας εργασίας. Στη συνέχεια και οι δύο αποταμίευσαν τα χρήματά τους σε διαφορετικές τράπεζες τοκίζόμενα με απλό τόκο. Ο Α αφιέρωσε για την εργασία ένα μήνα ενώ ο Β δύο μήνες. Ο Α αποταμίευσε τα χρήματά του με επιτόκιο 1% ενώ ο Β με επιτόκιο 2%. Αν μετά από τρία χρόνια πήραν συνολικά τόκους €3000, να υπολογίσετε το ποσό που τους μοίρασε ο εργοδότης.

Ο Διευθυντής

Σταύρος Τσαγγαρίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2010

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ: Β'

Ημερομηνία: 2 / 6 / 2010
Διάρκεια: 2. 30' ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
Να γράφετε με μελάνι μπλε (με μολύβι μόνο τα σχήματα)
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

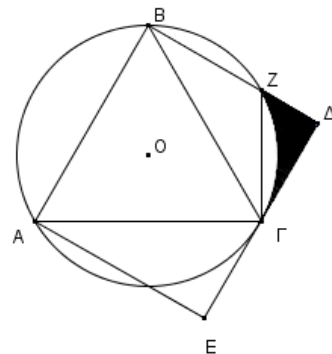
1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης f με $f(x) = \frac{x+5}{2x-4}$.
2. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{x+4}{x^2+2x}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
3. Αν η διαγώνιος κύβου ισούται με $\beta\sqrt{6}$, να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του (συναρτήσει του β).
4. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων: α) $f(x) = 4x^3 + \frac{1}{x} - 2\sqrt{x} + e^2$
β) $g(x) = \ln(\exp 2x)$.
5. Να βρείτε τα παρακάτω όρια: α) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 16}$
β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + x - 3}}{x + 3}$
6. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας, της οποίας όλες οι ακμές είναι ίσες με 2α .

7. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται η γωνία $\hat{B} = 30^\circ$ και $\alpha = 2\beta$.
- α) Να βρείτε τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Gamma}$.
- β) Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = \frac{\beta^2 \sqrt{3}}{2} \tau.μ$.
8. Αν οι αριθμοί $\frac{1}{2}\eta\mu 2x, \eta\mu x, \sigma\phi 2x$ αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου
Να βρείτε το $x \in [0, \pi)$.
9. Κύλινδρος και κώνος έχουν την ίδια ακτίνα βάσης. Το ύψος του κυλίνδρου είναι 9α και η γενέτειρα του κώνου 13α . Αν το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι ίσο με το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου, να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου, συναρτήσει του α .
10. Να λύσετε την εξίσωση $2\log_4 x \cdot \log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x = 8$.

11. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - \eta\mu x}{x^2 + \eta\mu x} & , \quad x \neq 0 \\ -1 & , \quad x = 0 \end{cases}$

Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 = 0$.

12. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) , ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σ' αυτόν και ορθογώνιο $AB\Delta E$, του οποίου η πλευρά ΔE εφάπτεται του κύκλου στο Γ .
Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μικτόγραμμου σκιασμένου τριγώνου $\Gamma\Delta Z$ (συναρτήσει της ακτίνας R).



13. Δίνεται ένα τετράγωνο με πλευρά α . Ενώνουμε τα μέσα των πλευρών του και του τετραγώνου που προκύπτει ενώνουμε πάλι τα μέσα των πλευρών του.
Αν η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται επ' άπειρον, να δείξετε ότι το άθροισμα των εμβαδών των απείρων αυτών τετραγώνων που προκύπτουν ισούται με $2\alpha^2$.

14. Δίνεται η παράσταση $K = \frac{\eta\mu 9 + \eta\mu 39}{\sigma\upsilon\nu 9 + \sigma\upsilon\nu 39}$

α) Να δείξετε ότι $K = \varepsilon\varphi 29$

β) Αν $K=2$ και $0 < \vartheta < 90^\circ$ να δείξετε ότι $\varepsilon\varphi\vartheta = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

15. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{x}{3} - \frac{\ln(2^x - 3)}{\ln 8}$.

α) Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{1}{3-2^x}$

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της με τετμημένη $x = 2$.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο (α_n) δίνεται: $\alpha_3 + \alpha_8 = 16$ και $\alpha_{25} = 3\alpha_4$.

α) Να βρείτε τους 7 πρώτους όρους της προόδου.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 20 πρώτων ακεραίων όρων της προόδου.

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ και η συνάρτηση $g(x) = x + 1$, $x > 0$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και τον τύπο της σύνθεσης $f \circ g$.

β) Να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varepsilon\varphi^2 x}{2 - (f \circ g)(x)} = 4$.

3. Δίνεται η καμπύλη $x^2 - y^3 - xy - 1 = 0$

α) Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$

β) i) Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της παραπάνω καμπύλης στο σημείο της που έχει τεταγμένη $y = 1$ και τετμημένη $x > 0$.

ii) Αν η οξεία γωνία που σχηματίζει η παραπάνω κάθετη με την ευθεία $kx - y = 3$ είναι 45° να βρείτε το k .

4. α) Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta + \gamma = 3\alpha$, να αποδείξετε ότι

$$\sigma\upsilon\nu\left(\frac{B-\Gamma}{2}\right) = 3\eta\mu\frac{A}{2}.$$

β) Αν επιπλέον στο τρίγωνο ισχύει: $3\alpha = 4R\sigma\upsilon\nu\frac{A}{2}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο

$AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

5. Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με $A(1, 3)$, $B(4, -1)$ και $2x - y = -1$ η εξίσωση μιας διαγωνίου του.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της άλλης διαγωνίου του είναι : $x + 2y = 2$ και να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών Γ και Δ .

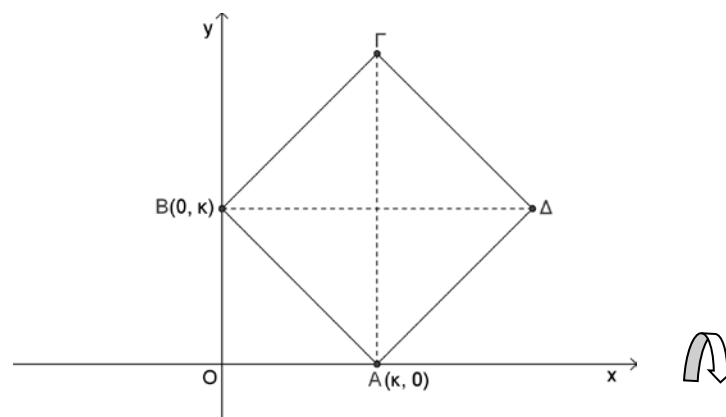
β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του ρόμβου .

6. Δίνεται το τετράγωνο ΑΒΓΔ του παρακάτω σχήματος με κορυφές, τα σημεία $A(\kappa, 0)$, $B(0, \kappa)$, Γ, Δ .

α) Να βρείτε (συναρτήσει του κ) τις συντεταγμένες των κορυφών Γ και Δ και το μήκος της πλευράς του

β) Το τετράγωνο ΑΒΓΔ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον $\chi\chi'$ άξονα. Αν ο όγκος του στερεού που παράγεται είναι $V = 32\pi\text{cm}^3$ να βρείτε το κ .

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν $E_{ολ}$ της ολικής επιφάνειάς του παραγόμενου στερεού.



Η Διευθύντρια

Ιουλία Παναγή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ

Ημερομηνία: 24 / 05 / 2011

ΤΑΞΗ: Β'

Διάρκεια: 2.30' ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράφετε με μελάνι μπλε.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο (α_n) δίνονται: $\alpha_1 = 5$ και $\delta = 2$
α) Να γράψετε τους 4 πρώτους όρους της Α.Π.
β) Να βρείτε τον εικοστό όρο της.
2. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:
α) $2^{3x-5} = 16$
β) $\log_{36} x = 1$
3. Πλυντήριο αξίας €520 πωλήθηκε με έκπτωση 20% πάνω στην αξία του. Να βρείτε την τιμή πώλησης.
4. Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ αν δίνονται: $\alpha = \sqrt{3}m$, $\hat{A} = 120^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$.
5. (α) Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας κύκλου που έχει διάμετρο 20m.
(β) Τόξο $\widehat{AB}$ σε κύκλο με ακτίνα $R = 9m$ έχει μήκος $2\pi m$. Να βρείτε το μέτρο του $\widehat{AB}$.
6. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $4x-2, 6x, 9x+5$ να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
7. Να λύσετε την εξίσωση $\log(x+1) + \log(x-2) = 1$.
8. Δίνεται η αναλογία $\frac{x}{12} = \frac{y}{7}$. Να βρείτε τα x και y όταν $x - y = 60$.

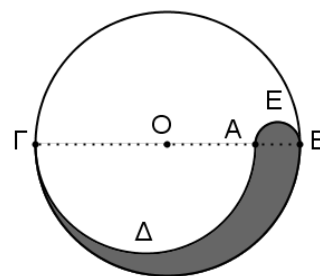
9. Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ με εμβαδόν E , να δείξετε ότι ισχύει η σχέση $E = \frac{\alpha^2 \eta \mu B \eta \mu \Gamma}{2 \eta \mu A}$.

10. Να βρείτε το εμβαδόν κυκλικού τμήματος τόξου 30° σε κύκλο με ακτίνα $R = 6m$.

11. Σε αριθμητική πρόοδο (α_n) ο 8^{ος} όρος είναι διπλάσιος από τον 4^ο όρο και ο 20^{ος} όρος της είναι 40. Να σχηματίσετε την Α. Π.

12. Να λύσετε την εξίσωση $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$.

13. Στο διπλανό σχήμα το $\square A\Delta\Gamma$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο $A\Gamma = 30cm$ και το $\square AEB$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο $AB = 6cm$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



14. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \sigma \nu \alpha = \alpha \sigma \nu \beta$ να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

15. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 6cm$. Στην περιφέρεια του κύκλου παίρνουμε διαδοχικά τόξα $\square AB = 60^\circ$, $\square B\Gamma = 90^\circ$ και $\square \Gamma\Delta = 120^\circ$. Να σχηματίσετε το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ και να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε γεωμετρική πρόοδο (α_n) δίνεται $\alpha_3 = 50$ και $\alpha_6 = 6250$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της.

2. Να λύσετε την εξίσωση $2 \log^2 x + \log x = 1$.

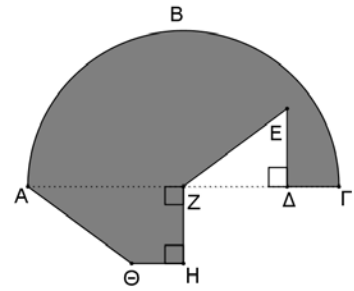
3. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για τρία χρόνια ως εξής:

Τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου με επιτόκιο 8% και το υπόλοιπο με επιτόκιο 10%.

Να βρείτε το κεφάλαιο αν πήρε συνολικά τόκο €1380.

4. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται ότι $\hat{B} = 30^\circ$ και $\alpha = 2\beta$. Να υπολογίσετε τις γωνίες A, Γ του τριγώνου και να δείξετε ότι $E = \frac{\beta^2 \sqrt{3}}{2}$.

5. Στο διπλανό σχήμα το $\square AB\Gamma$ είναι ημικύκλιο μήκους $12\pi\text{ cm}$ σε κύκλο με κέντρο Z και το $AZH\Theta$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο. Αν $ZH = E\Delta = 6\text{ cm}$, $\Theta H = 4\text{ cm}$ και $Z\Delta = 8\text{ cm}$, να υπολογίσετε:
- (α) Το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής
- (β) Την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



6. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ τα μήκη των πλευρών AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Αν $AB = 2x - 1$, $B\Gamma = x^2$, $A\Gamma = x + 3$
- α) Να δείξετε ότι $\hat{B} = 90^\circ$
- β) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου.

Εισηγητές

Τ. Δημητρίου
Λ. Λοίζου
Χ. Σαββίδης
Ε. Φωτίου
Ε. Χριστοδούλου

Η Διευθύντρια

Μαριγώ Δημητρίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Ενιαίου Λυκείου - Κατεύθυνσης

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 / 5 / 11

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2.30'

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Να γράφετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι)
β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α'Από τα 15 θέματα να λύσετε **μόνο** τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα

1. Να αναλύσετε το κλάσμα σε άθροισμα απλών κλασμάτων: $\frac{3x+5}{(x-3)(x+4)}$

2. Να βρείτε τα όρια :

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^2 - 5x + 3}{4x^2 + 7}$

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 4x}{x}$

3. Τρίγωνο έχει κορυφές τα σημεία A(4,5), B(5,1), Γ(2,2).

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο A και είναι παράλληλη με την ευθεία BΓ
β) Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΓ.

4. Σε Α.Π. ο όγδοος όρος είναι διπλάσιος του τέταρτου και ο εικοστός όρος ισούται με 40. Να βρείτε την Α.Π και το άθροισμα των 44 πρώτων όρων της.

5. Η γενέτειρα κώνου σχηματίζει γωνία 60° με τη βάση του. Αν η ακτίνα της βάσης είναι 7cm, να βρείτε τον όγκο του κώνου και το εμβαδό της κυρτής επιφάνειάς του.

6. Να βρείτε τη λύση της εξίσωσης: $\sin 2x = 2 - 5\sin x$ στο διάστημα $[0, \pi]$.

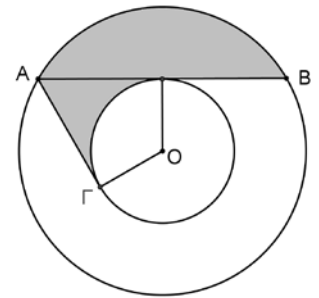
7. Να βρείτε τις παραγώγους των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $y = \frac{2x^3 + 2}{3x^2 - 1}$

β) $\psi = e^{2x} \cdot \epsilon\phi^3 x$

8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2(4^x - 8) = x + \log_2(2^{x-1} - 3)$
9. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{2x+1}{x+3}$, $x \in [2, +\infty)$. Να βρείτε:
- το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x)$,
 - τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης $f^{-1}(x)$.
10. Σε κανονική τετραγωνική πυραμίδα, το παράπλευρο ύψος της είναι 5cm και η παράπλευρη επιφάνεια της είναι ίση με τα $\frac{5}{3}$ του εμβαδού της βάσης της. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.
11. Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = 2x - 1$ με πεδίο ορισμού $x \in [1, +\infty)$ και η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x-1}$.
- Να εξετάσετε αν ορίζεται η $g \circ f$ και στην περίπτωση που ορίζεται να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της.
 - Αν $h(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2}$ να βρείτε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$ για το οποίο $(g \circ f)(x) = h(x)$.
12. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(1,1)$ και απέχει απόσταση $\sqrt{5}$ μονάδων από το σημείο $B(3,0)$.

13. Στο σχήμα η χορδή AB του κύκλου $(O, 2R)$ εφάπτεται του κύκλου (O, R) . Η $A\Gamma$ είναι εφαπτομένη του (O, R) . Να δείξετε ότι το σκιασμένο εμβαδόν είναι ίσο με το εμβαδόν του κύκλου (O, R) .



14. Να δείξετε ότι οι εφαπτόμενες των καμπύλων $4\psi + 2x + \psi^4 - x\psi^2 = 0$ και $\psi = \ln \frac{7x+3}{x+3}$ στο σημείο $(0,0)$ είναι κάθετες.
15. Να δείξετε ότι:
$$\frac{(\sin x - \sin 3x)^2 + (\eta\mu x + \eta\mu 3x)^2}{\eta\mu 4x + 2\eta\mu 2x} = 2\epsilon\phi x$$

ΜΕΡΟΣ Β'

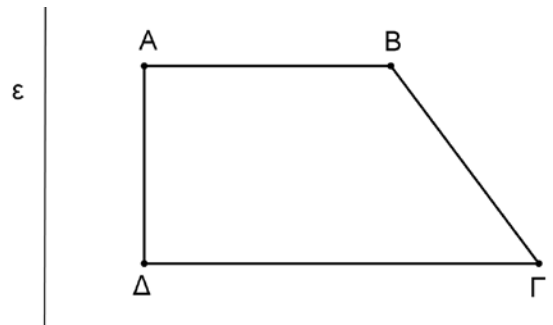
Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4 .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ με εξίσωση πλευράς $\Gamma\Delta: 5x + \psi = 14$ και της διαγωνίου $B\Delta: x - \psi = -2$. Αν μια κορυφή του ρόμβου έχει συντεταγμένες $(7, 3)$ να βρείτε:

- α) Την εξίσωση της διαγωνίου $A\Gamma$
β) Τις συντεταγμένες των άλλων κορυφών του ρόμβου

2. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο με $AB=5\text{cm}$, $B\Gamma=5\text{cm}$ και $A\Delta=4\text{cm}$. Το τραπέζιο περιστρέφεται γύρω από την ευθεία (ε) που είναι παράλληλη με την $A\Delta$ και βρίσκεται σε απόσταση 2 cm από την $A\Delta$. Να υπολογίσετε τον όγκο του και το εμβαδόν της επιφάνειας του στερεού που παράγεται.



3. Αύξουσα αριθμητική και γεωμετρική πρόοδος έχουν τον ίδιο πρώτο όρο και ο λόγος της γεωμετρικής ισούται με τη διαφορά της αριθμητικής. Ο έβδομος όρος της αριθμητικής προόδου είναι πενταπλάσιος του πρώτου όρου της και το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της αριθμητικής προόδου ισούται με τον τέταρτο όρο της γεωμετρικής .

Να βρείτε:

- α) Τις δυο προόδους
β) Το πλήθος των όρων της γεωμετρικής προόδου που χρειάζονται ώστε το άθροισμα τους να είναι ίσο με τον τεσσαρακοστό έκτο όρο της αριθμητικής προόδου.

4. α) Να αποδείξετε ότι :
$$\frac{\eta\mu 2x \cdot \sigma\upsilon\nu x}{(1 + \sigma\upsilon\nu 2x) \cdot (1 + \sigma\upsilon\nu x)} = \varepsilon\varphi \frac{x}{2}$$

β) Αν α είναι η λύση της εξίσωσης $\sqrt{3} \cdot \eta\mu 2x \cdot \sigma\upsilon\nu x = (1 + \sigma\upsilon\nu 2x)(1 + \sigma\upsilon\nu x)$ στο διάστημα

$\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ να δείξετε ότι $\varepsilon\varphi^2 \frac{\alpha}{4} + \sigma\varphi^2 \frac{\alpha}{4} = 14$.

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(5 \ln 5x)$.

α) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της για $x = \frac{e^{\frac{\pi}{10}}}{5}$.

β) Να δείξετε ότι $x^2 f''(x) + x f'(x) + 25f(x) = 0$.

γ) Να βρεθεί η γενική λύση της εξίσωσης $f(x) - 1 = 2(\sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ - \eta\mu 80^\circ \cdot \sin 10^\circ)$.

6. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 6 - 2x + \sqrt{3x^2 - 11x - 4}$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $f(x)$

β) Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x)}{x^2 - 5x}$

γ) Να βρείτε τις τιμές των α, β αν η $f(x)$ και η $g(x) = \frac{\alpha x^2}{25} + \frac{5\beta}{x}$ έχουν κοινή εφαπτομένη στο κοινό σημείο τους με τετμημένη $x = 5$.

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ-ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ:

Ανδρέας Ολύμπιος (Σ.Β.Δ.)

Δημήτρης Γαβαλάς

Χρυστάλλα Αλεξάνδρου

Ιάκωβος Κλώνης

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Δέσποινα Λυσάνδρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Κοινού Κορμού

Ημερομηνία: 23/05/11

Ονοματεπώνυμο Μαθητή /τριας: _____ Βαθμός: _____

Τμήμα: _____ Ολογράφως: _____

Διάρκεια: 2.30' Υπογραφή Καθηγητή/τριας: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
- β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τις 15 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Κύκλος έχει διάμετρο 22 cm. Να υπολογίσετε:
- α) το μήκος της ακτίνας του κύκλου
 - β) το εμβαδό του κύκλου συναρτήσει του π .

2. Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί 5, x , $x - 3$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

3. Να λύσετε την εξίσωση: $\log 4 + \log x = \log 12$.

4. Δίνεται η πρόοδος 2, 7, 12, 17,... . Να βρείτε:

α) το είδος της

β) τη διαφορά της

γ) τον 21ο όρο της.

5. Η Αθηνά αγόρασε κινητό τηλέφωνο αξίας €220 με έκπτωση 10%. Πόσα πλήρωσε;

6. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\alpha = 2R$, να αποδείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

7. Σε φθίνουσα Γ.Π. με πρώτο όρο 1, το άθροισμα των απείρων όρων της είναι ίσο με $\frac{3}{2}$. Να υπολογίσετε το λόγο της.

8. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\log 12 + \log 3}{\log 24 - \log 4} = 2$.

9. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $4R^2 \eta\mu A \eta\mu B \sin \Gamma = \frac{\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2}{2}$.

-
10. Κύκλος έχει ακτίνα 5 cm. Αν το μήκος του τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία μ είναι $\frac{\pi}{4}$ cm, να υπολογίσετε:
- α) την επίκεντρη γωνία μ
 - β) το εμβαδόν του κυκλικού τομέα με επίκεντρη γωνία 9°
 - γ) την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

11. Κεφάλαιο €3500 τοκίστηκε για 4 χρόνια με επιτόκιο 6%.
- α) Να υπολογίσετε τον τόκο που θα δώσει.
 - β) Σε πόσους μήνες θα δώσει ίδιο τόκο αν τοκιστεί προς 4,5%;

-
12. Σε τρίγωνο ΑΒΓ, δίνονται $E = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\beta = 5 \text{ cm}$ και $\gamma = 4 \text{ cm}$. Να βρείτε:
- α) τη γωνιά Α ($\hat{A} < 90^\circ$)
 - β) την πλευρά α του τριγώνου.

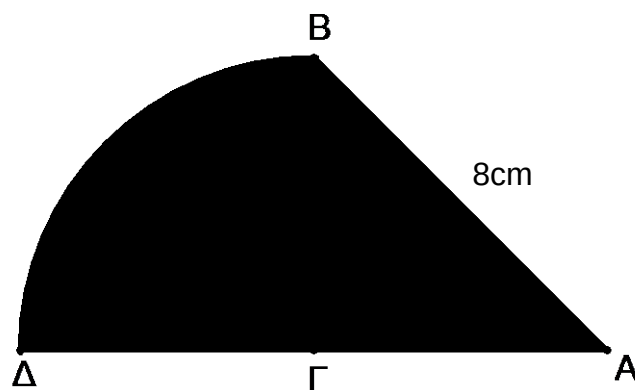
13. Να λύσετε την εξίσωση: $9^x - 2 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0$.

14. Ο συντελεστής του Φ.Π.Α. για την αγορά ενός επίπλου αξίας €4000 είναι 15%.

α) Να βρείτε την τιμή του επίπλου συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α.

β) Αν ο αγοραστής πληρώνει επιπλέον 5% πάνω στην αξία του για έξοδα μεταφοράς του επίπλου στο σπίτι, πόσα κοστίζει συνολικά;

15. Να βρείτε το εμβαδό του σκιασμένου σχήματος.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $(\log x + 1)(\log x - 3) = 0$

β) $\left(\frac{2}{7}\right)^{4x-3} = \left(\frac{49}{4}\right)^x$

2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και έκτου όρου της είναι 30 και το άθροισμα του πέμπτου και του όγδοου είναι 50.
- α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
- β) Να βρείτε το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της.

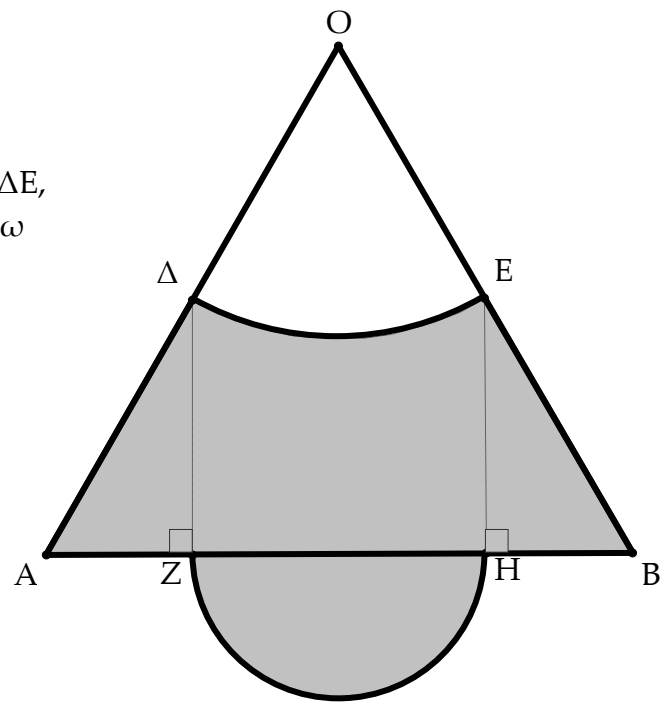
3. Σε αύξουσα γεωμετρική πρόοδο δίνονται: $\alpha_6 - \alpha_4 = 96$ και $\alpha_5 - \alpha_3 = 48$.

Να βρείτε:

- α) τον πρώτο όρο και το λόγο της
- β) το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της.

-
4. Η κ. Αλεξία αγόρασε ένα διαμέρισμα που κόστιζε €180 000 με έκπτωση 15%. Αφού πλήρωσε €17 000 για επιδιορθώσεις, το πώλησε με κέρδος 20% στο συνολικό κόστος.
- α) Να υπολογίσετε:
- i) το συνολικό κόστος της κ. Αλεξίας
 - ii) την τιμή πώλησης του διαμερίσματος
 - iii) το κέρδος της κ. Αλεξίας από την πώληση του διαμερίσματος.
- β) Τα χρήματα που πήρε από την πώληση του διαμερίσματος τα επένδυσε σε μετοχές που τις απέφεραν κέρδος €8 500. Να βρείτε το ποσοστό (%) του συνολικού κέρδους της κ. Αλεξίας, από τις δύο επενδύσεις.

5. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο AOB πλευράς 16 cm. Από τα μέσα Δ και E των πλευρών OA και OB αντίστοιχα, φέρουμε κάθετες ΔZ και EH στην πλευρά AB . Με κέντρο το O και ακτίνα $O\Delta$ γράφουμε τόξο ΔE , ενώ με διάμετρο τη ZH γράφουμε ημικύκλιο έξω από το τρίγωνο. Να υπολογίσετε:
- το εμβαδό του σκιασμένου μέρους
 - την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



6. α) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ $\hat{B} = 60^\circ$, να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση: $\beta^2 = \alpha^2 + \gamma^2 - \alpha\gamma$.
β) Αν επιπλέον οι πλευρές α, β, γ αποτελούν διαδοχικούς όρους Γ.Π, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο.

Ο Συντονιστής - Οι Διδάσκοντες:

Ολύμπιος Ανδρέας (Σ.Β.Δ.)

Γαβαλάς Δημήτρης

Χαραλαμπίδης Κώστας

Κλώνης Ιάκωβος

Η Διευθύντρια:

Λυσάνδρου Δέσποινα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ 2011

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜ.: 24/5/2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κατεύθυνσης

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες

-
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
 2. Να γράφετε με μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
-

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

2. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων :

α) $y = \frac{x^2 - 2}{3x}$

β) $y = e^{2x} \cdot \ln x$

3. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $\psi = \frac{2x-1}{x-3}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της,

β) το πεδίο τιμών της,

γ) τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης της.

4. Δίνονται τα σημεία A(3, -2), B(7, 8) και η ευθεία (ε): $2x + 4y - 5 = 0$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το μέσο M του ευθύγραμμου τμήματος AB και είναι παράλληλη με την ευθεία (ε).

5. Να υπολογίσετε τα όρια των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{2x^2 - 14x}{x - 7}$

β) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{11x - \eta\mu 4x}{x}$

6. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{5x-9}{(x+5)(x^2+9)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

7. Να λύσετε την εξίσωση: $3\log^2 x = \log\left(\frac{100}{x}\right)$.

8. Κύλινδρος και κώνος έχουν ίση ακτίνα βάσης. Ο κύλινδρος έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $144\pi \text{ cm}^2$ και το ύψος του είναι διπλάσιο της ακτίνας της βάσης του. Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου, αν η γενέτειρα του είναι 10 cm .

9. Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$ στο σημείο της με $x_0 = 6$ και $y_0 > 0$.

10. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x + 2^{x+3} = 3 \cdot 2^{x+1} + 3$.

11. Να λύσετε την εξίσωση: $\left[6\left(1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{25} - \frac{1}{125} + \dots\right)\right]^{2\log_5 x} = \log 1000^x + 18$.

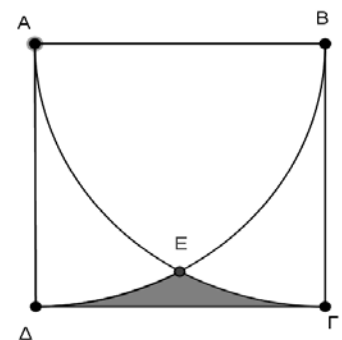
12. Κανονική τριγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης 24 m και παράπλευρο ύψος 8 m .

Να βρείτε:

- α) το ύψος της πυραμίδας,
- β) τον όγκο της πυραμίδας,
- γ) τη διεδρική γωνία που σχηματίζει η παράπλευρη έδρα με τη βάση της πυραμίδας.

13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu 3\alpha + 2\eta\mu 6\alpha + \eta\mu 9\alpha}{\sigma\upsilon\nu 3\alpha - \sigma\upsilon\nu 9\alpha} = \sigma\phi \frac{3\alpha}{2}$.

14. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς a . Με κέντρα τα σημεία A και B και ακτίνα a γράφουμε δύο τεταρτοκύκλια μέσα στο τετράγωνο, τα οποία τέμνονται στο E . Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου $\Gamma\Delta E$.



15. Γεωμετρική πρόοδος έχει πρώτο όρο $\alpha_1 = \eta\mu B - \eta\mu \Gamma$ και λόγο $\lambda = \sigma\upsilon\nu A$,

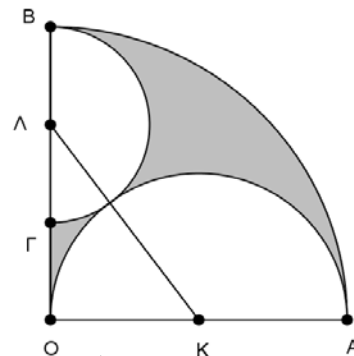
όπου A , B και Γ γωνίες τριγώνου $AB\Gamma$, με $\hat{B} \neq \hat{\Gamma}$ και $\hat{A} \neq 90^\circ$. Αν το άθροισμα των άπειρων όρων της προόδου είναι ίσο με 1 , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β΄

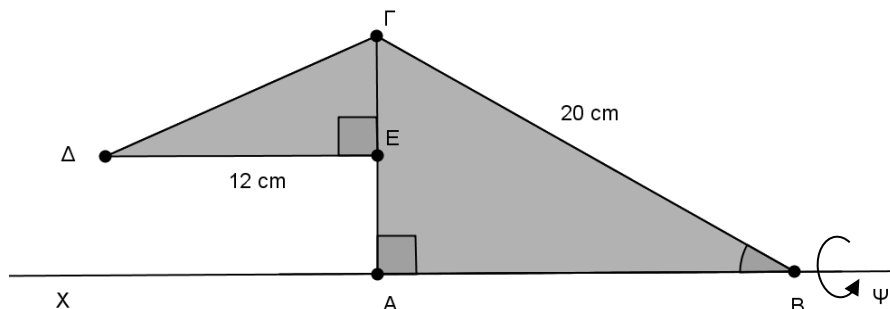
Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει κορυφές Β(-3, -1) και Δ(3, -3).
Η ΑΔ έχει εξίσωση $2x + y = 3$ και η ΑΒ έχει εξίσωση $4x - 3y = -9$.
α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Α και να δείξετε ότι το σημείο Γ έχει συντεταγμένες (0, -7).
β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΓΔ και το μήκος της πλευράς ΓΔ.
γ) Να υπολογίσετε την απόσταση της κορυφής Α από την ευθεία ΓΔ.
δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.
2. α) Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} < 90^\circ$), αν δίνεται ότι $E = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\beta = 8 \text{ cm}$ και $\gamma = 8\sqrt{3} \text{ cm}$.
β) Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\log_3(4^{x+1} + 2)}{\log_3 2} = x + \frac{2}{\log_3 2}$.
3. α) Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x}{x-1}$ και $g(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 - 1}$ είναι ίσες.
Αν δεν είναι, να βρείτε το «ευρύτερο» υποσύνολο του $\mathbb{R}$ στο οποίο $f = g$.
β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)^2$. Να δείξετε ότι:
(i) $\sqrt{1+x^2} \cdot f'(x) = 2 \cdot f(x)$ (ii) $(1+x^2) \cdot f''(x) + x \cdot f'(x) = 4 \cdot f(x)$
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τεταρτοκύκλιο ΑΟΒ με $OA = OB = R$. Στο εσωτερικό του γράφουμε δύο ημικύκλια με διαμέτρους ΑΟ και ΒΓ.
α) Να δείξετε ότι η ακτίνα του μικρού ημικυκλίου (με κέντρο το Λ) είναι ίση με $\frac{R}{3}$.
β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης περιοχής, συναρτήσει του R.



5. Το πιο κάτω σχήμα αποτελείται από τα ορθογώνια τρίγωνα ΓΑΒ και ΓΕΔ ($\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{E} = 90^\circ$). Δίνονται ΓΒ=20cm, ΔΕ=12cm, $\hat{B} = 30^\circ$ και Ε το μέσο της ΑΓ. Το σκιασμένο σχήμα περιστρέφεται πλήρως γύρω από τον άξονα χψ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται από την περιστροφή.



6. α) Σε αριθμητική πρόοδο (α_n) και γεωμετρική πρόοδο (β_n) με θετικούς όρους, η διαφορά της αριθμητικής προόδου ισούται με το λόγο της γεωμετρικής προόδου. Ο πρώτος όρος της αριθμητικής προόδου (α_1) είναι διπλάσιος του πρώτου όρου της γεωμετρικής (β_1) και ο 17^{ος} όρος της αριθμητικής προόδου ισούται με το τετράγωνο του πρώτου όρου της γεωμετρικής. Αν το άθροισμα των άπειρων όρων της γεωμετρικής προόδου ισούται με τον πρώτο όρο της αριθμητικής, να σχηματίσετε τις δύο προόδους.

β) Δίνεται η συνάρτηση $\psi = \eta\mu \frac{x}{2}$, όπου $0 \leq x \leq 4\pi$. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\underbrace{\frac{d\psi}{dx} + \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{d^3\psi}{dx^3} + \frac{d^4\psi}{dx^4} + \frac{d^5\psi}{dx^5} + \dots}_{\text{άπειροι όροι}} = \frac{\psi}{5}$$

Η Διευθύντρια

Γεωργιάδου Κάτια

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2011
Α΄ ΣΕΙΡΑ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜ.: 24/05/2011

ΜΑΘΗΜΑ:ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ κ.κ.

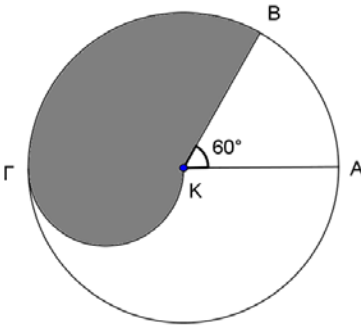
ΔΙΑΡΚΕΙΑ:2 ½ ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
- Να γράφετε μόνο με μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα)
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Δίνεται η πρόοδος 25, 21, 17, 13,
Να βρείτε : α) το είδος της προόδου,
β) τον 27^ο όρο της προόδου.
2. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 5\text{cm}$.
Να υπολογίσετε: α) το μήκος του,
β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα του, κεντρικής γωνίας 60° .
3. Να λύσετε την εξίσωση: $5^{4x} = 125^{2x-4}$
4. Ηλεκτρονικός υπολογιστής αξίας €940 πωλείται με έκπτωση 15% πάνω στην αξία του. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του.
5. Να δείξετε ότι : $\log 125 + 3\log 2 = 3$
6. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: $\alpha = 4\text{m}$, $\gamma = 8\text{m}$, $\hat{A} < 90^\circ$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να βρείτε την πλευρά β και τις γωνίες $\hat{A}, \hat{\Gamma}$ του τριγώνου.
7. Να υπολογίσετε την τιμή του x έτσι ώστε οι όροι $x+3, x, x-1$ να είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου.

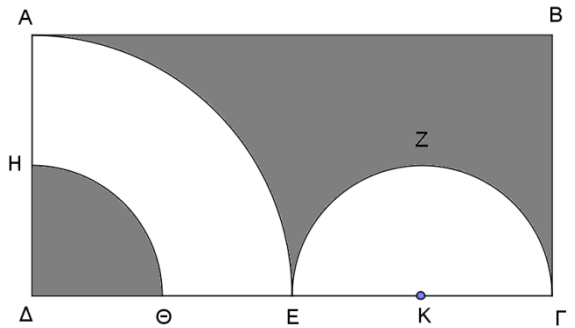
8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x+38) - \log x = 1 + \log 2$
9. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο σε 5 χρόνια με επιτόκιο 8% γίνεται μαζί με τους τόκους του €4200.
10. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{2}{9} - \frac{4}{27} + \dots$
11. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha\beta\eta\mu\Gamma}{\gamma} - \beta\eta\mu A = 0$
12. Δίνεται κύκλος με μήκος 8π cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν κυκλικού τμήματος γωνίας 45° .
13. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \log_3 81 - \log 0.001 + \log_4 4\sqrt{4}$
14. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα 4cm. Με διάμετρο την ΚΓ γράφουμε ημικύκλιο μέσα στον κύκλο. Αν $\widehat{AKB} = 60^\circ$ να υπολογίσετε εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας του σχήματος.
- 
15. Να λύσετε την εξίσωση $6^{2x^2+5x-3} = 1$

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Να σχηματίσετε την Αριθμητική Πρόοδο της οποίας το άθροισμα του δεύτερου και όγδοου όρου της είναι 36 ενώ το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της είναι 195.
2. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 3 χρόνια ως εξής: το $\frac{1}{7}$ του κεφαλαίου προς 6%, τα $\frac{2}{7}$ του κεφαλαίου προς 5% και το υπόλοιπο προς 3%. Να βρείτε το κεφάλαιο αν πήρε συνολικά τόκο €1680.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\log^2 x = 4\log x + 5$
 β) $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$
4. Ο κ. Γιώργος αγόρασε ένα διαμέρισμα προς €290000. Ξόδεψε €50000 για να το ανακαινίσει και στη συνέχεια αποφάσισε να το πωλήσει.
 α) Πόσα πρέπει να το πωλήσει για να κερδίσει 30% πάνω στο συνολικό κόστος;
 β) Αν κάποιος αγοραστής προσφέρει €414800, να υπολογίσετε το ποσοστό (%) κέρδους που θα έχει ο κ. Γιώργος πάνω στο συνολικό κόστος.

5. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας αν το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB=16\text{cm}$, $B\Gamma = 8\text{cm}$, Η και Θ τα μέσα των $A\Delta$ και ΔE αντίστοιχα, $E\Z\Gamma$ ημικύκλιο με κέντρο το Κ και $\Delta H\Theta$ και $\Delta A\Xi$ τεταρτοκύκλια με κέντρο το Δ.



6. α) Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\hat{A} = 30^\circ$ και $\gamma = 2\alpha$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$, $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου και να δείξετε ότι $E = \frac{\alpha^2\sqrt{3}}{2}$.
- β) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 60^\circ$, να δείξετε ότι: $(\beta + \gamma + \alpha)(\beta + \gamma - \alpha) = 3\beta\gamma$.

Η Διευθύντρια:

.....
 Γεωργιάδου Κάτια

ΤΑΞΗ Β΄

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2011

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 7:45 – 10:15

ΒΑΘΜΟΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

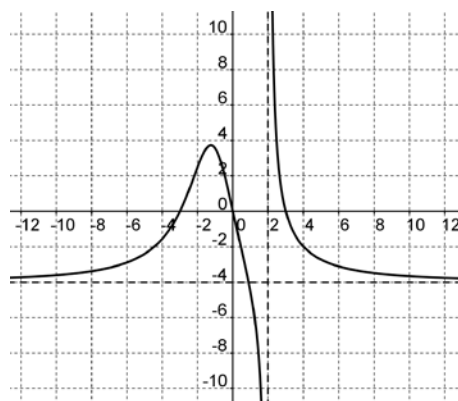
ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 14 σελίδες.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (για τα σχήματα επιτρέπεται η χρήση μολυβιού).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Επισυνάπτεται τυπολόγιο μαθηματικών.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{2x-1}{(x+1)(x-2)}$
- 2) Δίνεται η συνάρτηση $y = f(x)$ με τύπο $f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$. Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης $f^{-1}(x)$.
- 3) Να βρείτε την παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:
 - α) $y = 3x^4 - \eta\mu 2x$
 - β) $y = \frac{\ln x}{x}$
- 4) Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί $\log(x)$, 1 , $\log(x-15)$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
- 5) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(0,4)$, $B(5,1)$ και $\Gamma(1,-1)$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου και το μήκος της διαμέσου AM .
- 6) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = f(x)$.
Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:
 - α) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$
 - β) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$
 - γ) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$
 - δ) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
 - ε) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x-1)$



7) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $\eta\mu 2x - \sigma\upsilon\nu x = 0$

8) Τα ύψη ενός κυλίνδρου και ενός κώνου είναι ίσα. Η ακτίνα της βάσης του κώνου έχει τριπλάσιο μήκος από την ακτίνα της βάσης του κυλίνδρου.

α) Να δείξετε ότι ο όγκος του κώνου είναι τριπλάσιος από τον όγκο του κυλίνδρου.

β) Αν το ύψος του κώνου είναι 3cm, να βρείτε τη γενέτειρα (λ) του κώνου ώστε το εμβαδόν κυρτής επιφάνειας του κώνου να είναι τριπλάσιο από το εμβαδόν κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

9) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{ax-3}{2x+1}$ και $g(x) = \frac{x+2}{4x+\beta}$. Να βρείτε τις τιμές των α και β ώστε οι συναρτήσεις f και g να έχουν το ίδιο πεδίο ορισμού και το ίδιο πεδίο τιμών.

10) Να λύσετε την εξίσωση: $2^x + 2^{1-x} = 3$.

11) Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα:
$$\frac{\sigma\upsilon\nu 4\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu 3\alpha - \sigma\upsilon\nu 5\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{\eta\mu 4\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu \alpha - \eta\mu 3\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu 2\alpha} = \frac{2\epsilon\varphi \alpha}{1 - \epsilon\varphi^2 \alpha}$$

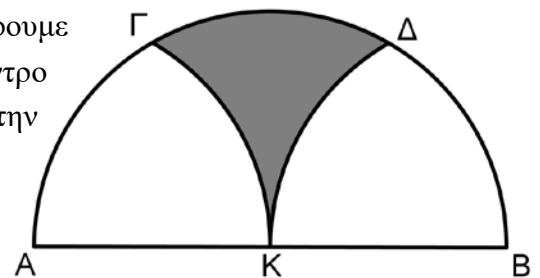
12) α) Να δείξετε ότι: $\eta\mu^2 x + \eta\mu^4 x + \eta\mu^6 x + \eta\mu^8 x + \dots = \epsilon\varphi^2 x$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\eta\mu^2 x + \eta\mu^4 x + \eta\mu^6 x + \eta\mu^8 x + \dots = \sigma\varphi^2 x$

13) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει περίμετρο βάσης 32cm και το παράπλευρο ύψος της σχηματίζει με το επίπεδο της βάσης είναι γωνία 60° . Να βρείτε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.

14) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (ax+1)e^{x^2-x+\beta}$. Να βρείτε τις τιμές των α και β αν η κάθετη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο (0,1) να σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ γωνία 135° .

15) Σε ημικύκλιο με κέντρο το σημείο K και ακτίνα $AK = R$ γράφουμε τόξο $\widehat{K\Gamma}$ με κέντρο το A και ακτίνα την AK και τόξο $\widehat{K\Delta}$ με κέντρο το B και ακτίνα την BK, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του σκιασμένου καμπυλόγραμμου τριγώνου $\Gamma K \Delta$ συναρτήσει του R.



ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες

- 1) Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ με κορυφή $A(-1,1)$. Χαράσσουμε τη διαγώνιο $ΑΓ$ και στο σχηματιζόμενο τρίγωνο $ABΓ$ η εξίσωση του ύψους BE είναι $y = -4x + 3$ και η εξίσωση της διαμέσου BM είναι $3x + 2y - 6 = 0$.
 - α) Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες του σημείου B είναι $B(0,3)$.
 - β) Να δείξετε ότι η εξίσωση της διαγωνίου $ΑΓ$ είναι $x - 4y + 5 = 0$.
 - γ) Να βρείτε το μήκος του ύψους BE του τριγώνου $ABΓ$.
 - δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του παραλληλογράμμου $ABΓΔ$.

- 2) Δίνονται αριθμητική πρόοδος $\alpha_n, n \in \mathbb{N}$ με διαφορά δ και γεωμετρική πρόοδος $\gamma_n, n \in \mathbb{N}$ με λόγο λ όπου $\lambda > 0$. Ισχύουν οι σχέσεις $\alpha_3\gamma_3 = 1, \alpha_1\gamma_1 = 1$ και $2\delta\gamma_1 = 3$.
 - α) Να δείξετε ότι $\lambda = \frac{1}{2}$.
 - β) Αν επιπλέον $\gamma_2 = \frac{1}{4}$ να σχηματίσετε τις δύο προόδους.

- 3) Δίνεται η καμπύλη $y = \ln(e^{4x} + 1) - 2x$.
 - α) Να δείξετε ότι $\frac{d^2y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4$.
 - β) Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της καμπύλης στο σημείο A με τετμημένη $x_A = 0$ είναι η ευθεία $y = \ln 2$.
 - γ) Αν η εφαπτομένη της καμπύλης στο σημείο A τέμνει την καμπύλη $y = \ln x$ στο σημείο B να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου ABO όπου O η αρχή των αξόνων είναι ίσο με $E = \ln 2$ τ.μ.

- 4) α) i) Να δείξετε ότι: $\log_2 \sqrt{x} + \log_2 \sqrt[4]{x} + \log_2 \sqrt[8]{x} + \dots = \log_2 x$.
 ii) Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2 \sqrt{x} + \log_2 \sqrt[4]{x} + \log_2 \sqrt[8]{x} + \dots = \log_x 8 - \log_2 4$.
 β) Να λύσετε την εξίσωση: $-7\epsilon\phi 4x - 4\epsilon\phi 4x - \epsilon\phi 4x + 2\epsilon\phi 4x + \dots + 35\epsilon\phi 4x = 70\sqrt{3}$ στο διάστημα $(0^\circ, 180^\circ)$.

- 5) Δίνεται το οξυγώνιο τρίγωνο $ABΓ$.
 - α) Χρησιμοποιώντας τον νόμο των ημιτόνων ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να δείξετε ότι αν $\eta\mu A \cdot \eta\mu Γ = \eta\mu^2 B$ τότε οι πλευρές α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
 - β) Αν επιπλέον ισχύει ότι $E = \frac{\beta^2 \sqrt{3}}{4}$ τότε να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισόπλευρο.

- 6) Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ με πλευρά $AB = 5\text{cm}$. Προεκτείνουμε την πλευρά AB κατά τμήμα BE έτσι ώστε $BE = 4\text{cm}$. Το τετράπλευρο $AEΓΔ$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από άξονα xy ο οποίος είναι κάθετος πάνω στην AE στο σημείο E .
 - α) Αν όγκος του παραγόμενου στερεού είναι ίσος με $227\pi \text{ cm}^3$ να βρείτε το μήκος της πλευράς AD του ορθογωνίου $ABΓΔ$.
 - β) Αν $AD = 3\text{cm}$, να βρείτε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του στερεού.

Ο Διευθυντής

ΛΥΚΕΙΟ ΑΚΡΟΠΟΛΕΩΣ	ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2010-2011
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011	
ΤΑΞΗ Β΄	<u>ΒΑΘΜΟΣ</u>
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 /05/2011	ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:
ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά	ΥΠΟΓΡΑΦΗ:
ΩΡΑ: 7:45 – 10:15	

ΟΝΟΜΑ:	ΤΜΗΜΑ:	ΑΡ.:
--------------	--------------	------------

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 12 σελίδες.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (για τα σχήματα επιτρέπεται η χρήση μολυβιού).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

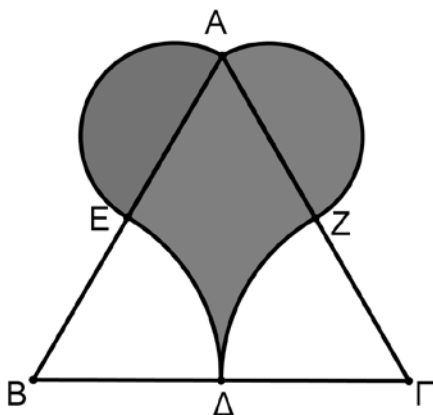
- Δίνεται η πρόοδος 2,5,8,11,....
Να βρείτε: α) το είδος της προόδου
β) τον εικοστό όρο της.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $3^{x+1} = 27$ β) $\log_x 16 = 2$
- Να υπολογίσετε το x ώστε οι αριθμοί $3x+1$, $4x$, $6x-3$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
- Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\log_2 8 + \log_2 1}{3\log_2 4}$
- Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $36\pi \text{ cm}^2$.
Να υπολογίσετε: α) την ακτίνα του κύκλου
β) την περίμετρο του κύκλου.
- Ποιό κεφάλαιο τοκίζόμενο προς 5% για τρία χρόνια και τρεις μήνες δίνει τόκο €130;
- Κατά την διάρκεια των εκπτώσεων μια φωτογραφική μηχανή €1500 πωλήθηκε προς €1050.
Πόσο τοις εκατόν (%) ήταν η έκπτωση;

8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x+1) + \log x - \log 2 = \log 3$.
9. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $\beta = 8 \text{ cm}$, $\gamma = 5 \text{ cm}$ και $E = 10\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
Να βρείτε: α) τη γωνία $\hat{A} (\hat{A} < 90^\circ)$
β) την πλευρά α του τριγώνου ABΓ.
10. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = 12 + 4 + \frac{4}{3} + \frac{4}{9} + \frac{4}{27} + \dots$.
11. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu\Gamma + \gamma \cdot \sigma\upsilon\nu\Lambda}{\beta} = 1$.
12. Σε κύκλο με ακτίνα 6 cm κυκλικός τομέας έχει εμβαδόν $3\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
13. Σε αρχιτεκτονικό σχέδιο που έγινε με κλίμακα $1:200$ το μήκος ενός διαδρόμου είναι $2,4 \text{ cm}$ και το εμβαδόν ενός δωματίου είναι 6 cm^2 .
Να βρείτε: α) το πραγματικό μήκος του διαδρόμου
β) το πραγματικό εμβαδόν του δωματίου.
14. Ο κύριος Λοίζος αγόρασε ένα διαμέρισμα €120000. Μετά από τρία χρόνια το πώλησε προς €114000.
α) Πόσο τοις εκατό ζήτησε;
β) Αν τα χρήματα αυτά που πήρε από την πώληση τα καταθέσει στην τράπεζα με επιτόκιο 6% για τέσσερις μήνες, πόσο τόκο θα πάρει;
15. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $(\alpha + \gamma)\eta\mu\beta - (\alpha + \beta)\eta\mu\Gamma - (\beta - \gamma)\eta\mu\Lambda = 0$.

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$
β) $\log x (\log x - 2) = 3$
2. Σε αριθμητική πρόοδο ο έκτος όρος είναι 17 και ο έβδομος όρος της είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου.
α) Να αποδείξετε ότι ο πρώτος όρος της ισούται με 2.
β) Να βρείτε τον δωδέκατο όρο της.
γ) Να βρείτε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου που έχει τον ίδιο πρώτο όρο με την αριθμητική πρόοδο και λόγο $\lambda = -\delta$, όπου δ η διαφορά της αριθμητικής προόδου.

3. α) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\gamma}{2\alpha} = \sigma\upsilon\nu B$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
 β) Αν επιπλέον ισχύει $\alpha = 6\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 120^\circ$ να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$.
4. Επιχειρηματίας πούλησε την επιχείρησή του και εισπράξε €150000. Αφού πλήρωσε στο κράτος 15% Φ.Π.Α. έδωσε το $\frac{1}{5}$ των χρημάτων που έμειναν στα παιδιά του και τα υπόλοιπα τα κατάθεσε σε τράπεζα τοκίζοντας το $\frac{1}{4}$ του ποσού προς 4% και το υπόλοιπο ποσό προς 5%. Να βρείτε για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικά €9690 τόκο.
5. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο με $\lambda > 0$, ο πρώτος όρος είναι τετραπλάσιος του τρίτου και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 96.
 α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 β) Χρησιμοποιώντας τους κατάλληλους τύπους να παρεμβάλετε 4 αριθμούς μεταξύ του πρώτου και του πέμπτου όρου ώστε να σχηματίζουν όλοι μαζί αριθμητική πρόοδο.
6. Το $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 8cm και Δ, E, Z , είναι τα μέσα των πλευρών $B\Gamma, AB, A\Gamma$ αντίστοιχα. Με διάμετρο τα τμήματα AE και AZ γράφουμε ημικύκλια έξω από το τρίγωνο και με κέντρα τα B και Γ γράφουμε τόξα με ακτίνα $\frac{B\Gamma}{2}$ μέσα στο τρίγωνο. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο Διευθυντής

Λοΐζος Σέπος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

Ημερομηνία: 23/5/2011

Χρόνος: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5 (πέντε) μονάδες**.

1) Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα:
$$\frac{2x}{(x+4)(x-1)}$$

2) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $y = 2^4 - \frac{1}{x}$ β) $y = \frac{5}{x^2}$

3) Σε αριθμητική πρόοδο, το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της είναι 34 και το άθροισμα του όγδοου και του δέκατου όρου είναι 70. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

4) Να υπολογίσετε τα όρια των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 - 3}{3x^2 - 2}$ β) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x - 10}{x^2 - 40}$

5) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

6) Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης $y = x^3 - x^2$ στο σημείο της με τετμημένη $x = 1$ και $y = 0$.

7) Δίνεται τρίγωνο $\triangle ABC$ με κορυφές $A(1, 2)$, $B(3, 4)$, $C(5, 6)$. Να βρείτε:

α) Το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle ABC$.

β) Την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς ΒΓ.

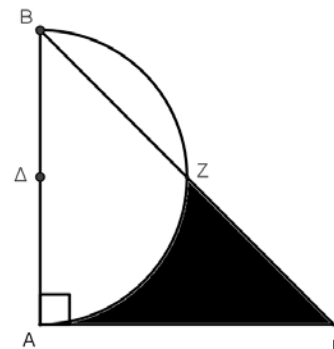
8) Να λύσετε τη λογαριθμική εξίσωση: $2 \log_{10} x = \left(\frac{11}{10} \right)$.

9) Σε τρίγωνο $\triangle ABC$, η πλευρά ΑΒ είναι κατά 3 cm μεγαλύτερη από την πλευρά ΒΓ. Αν ΑΓ= 7 cm και $\hat{A} = 60^\circ$, να επιλύσετε το τρίγωνο.

10) Να δείξετε ότι: $\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \cos A$.

11) Δίνονται κύλινδρος με ακτίνα βάσης R και κώνος με ακτίνα βάσης 2R, γενέτειρα λ=10 cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $80\pi \text{ cm}^2$. Αν οι όγκοι τους ισούνται, να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

12) Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $\triangle ABC$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές και ΑΓ=8 cm. Με κέντρο το μέσο Δ της ΑΒ και ακτίνα ΔΒ γράφουμε ημικύκλιο. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



13) Μιας απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου, το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι ίσο με 1 και ισχύει $7 \cdot a_n = 2 \cdot a_{n+1}$.

α) Να βρείτε τα a_1 και λ .

β) Να δείξετε ότι ο νιοστός όρος της προόδου είναι ο $a_n = \frac{2^{n-1}}{3^{n-1}}$.

14) Αν σε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει ότι $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{c^2}$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές ή ορθογώνιο.

15) Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των κ πρώτων όρων ισούται με το άθροισμα των λ πρώτων όρων της με $\lambda \neq \kappa$. Να δείξετε ότι το άθροισμα των $\left(\frac{\lambda + \kappa}{2} \right)$ πρώτων όρων της είναι 0.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 (δέκα) μονάδες**.

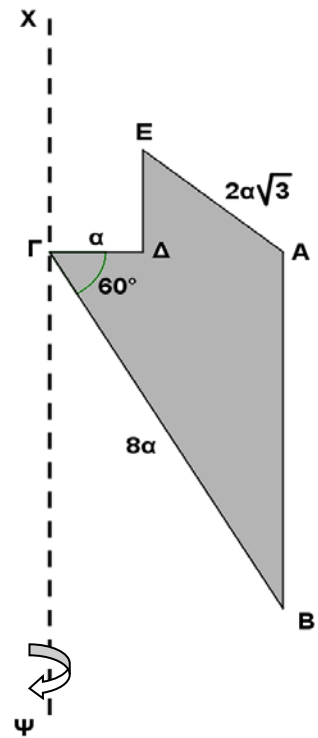
- 1) α) Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{5x}{x+3} \in (3, +\infty)$.
- i) Να βρείτε το πεδίο τιμών (Π.Τ.) της συνάρτησης.
- ii) Αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτησή της, να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της.
- β) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2$ και $g(x) = \frac{3x}{x-1}$. Να δείξετε ότι οι εφαπτομένες στα σημεία τους, με τετμημένη $x_0 = 1$, είναι παράλληλες.
- 2) α) Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = \ln 2$, να δείξετε ότι: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = \ln 2$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση: $\log_{\frac{1}{3}}(x+3) - \log_3(x-1) = \frac{1}{3}$.
- 3) Οι συντεταγμένες των κορυφών παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι $A(1, 2)$, $B(3, 4)$ και $C(5, 6)$. Να βρείτε:
- α) Τις συντεταγμένες της κορυφής Γ.
- β) Το μέτρο της οξείας γωνίας $\hat{A}$.
- γ) Την περίμετρο του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.
- δ) Το μήκος του ύψους ΒΕ που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΔ.
- 4) α) Αν οι αριθμοί e^{2x} , $\frac{15}{2}$, $-16e^{-x}$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι $x = \ln 4$.
- β) Αν σε γεωμετρική πρόοδο $2, 3, \dots$ ισχύει ότι $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{8 \cdot u_{n-3}} = 1$, να βρείτε το λόγο λ της προόδου.
- 5) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x+1}$.
- α) Να αποδείξετε ότι: $f(x) = \frac{x}{x+1} = \frac{1}{1+\frac{1}{x}}$ με $x > 0$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = \left(\frac{x}{2} \right)$ στο διάστημα $(0, 1)$.

6) Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$$\triangleleft \Psi \quad \sqrt{\quad}$$

$$\hat{m} \triangleleft \quad \circ$$

- α) Να δείξετε ότι ο όγκος του στερεού που παράγεται από την πλήρη στροφή του πολυγώνου ΑΒΓΔΕ γύρω από την ευθεία ΧΨ ισούται με $\frac{146 \sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$.
- β) Αν ο όγκος του στερεού ισούται με $1314\sqrt{3} \text{ cm}^3$, να βρείτε την επιφάνεια του στερεού που παράγεται.



Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου-Τσιελεπή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

Ημερομηνία: 23/5/2011

Χρόνος: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **5 (πέντε) μονάδες**.

1) Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα: $\frac{2x}{(x+4)(x-1)}$

2) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $y = 2^4 - \frac{1}{x}$ β) $y = \frac{5}{x^2}$

3) Σε αριθμητική πρόοδο, το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της είναι 34 και το άθροισμα του όγδοου και του δέκατου όρου είναι 70. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

4) Να υπολογίσετε τα όρια των πιο κάτω συναρτήσεων:

α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7x^2 - 3}{2x^2 - 5}$ β) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x - 10}{x^2 - 10x + 25}$

5) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$.

6) Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης $y = x^3 - x^2$ στο σημείο της με τετμημένη $x = 1$ και $y = 0$.

7) Δίνεται τρίγωνο $\triangle ABC$ με κορυφές $A(1, 2)$, $B(4, 6)$, $C(7, 2)$. Να βρείτε:

- α) Το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle ABC$.
 β) Την εξίσωση της μεσοκαθέτου της πλευράς ΒΓ.

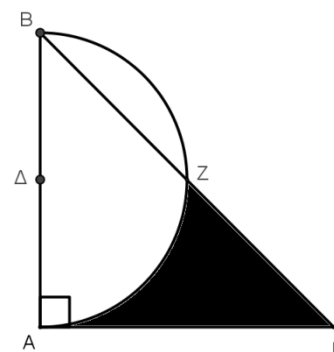
8) Να λύσετε τη λογαριθμική εξίσωση: $2 \log_{10} x = \left(\frac{11}{10} \right)$.

9) Σε τρίγωνο $\triangle ABC$, η πλευρά ΑΒ είναι κατά 3 cm μεγαλύτερη από την πλευρά ΒΓ. Αν ΑΓ= 7 cm και $\hat{A} = 60^\circ$, να επιλύσετε το τρίγωνο.

10) Να δείξετε ότι: $\frac{\cos 2\alpha - \cos 2\beta}{\sin 2\alpha - \sin 2\beta} = \cot \alpha$.

11) Δίνονται κύλινδρος με ακτίνα βάσης R και κώνος με ακτίνα βάσης 2R, γενέτειρα λ=10 cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $80\pi \text{ cm}^2$. Αν οι όγκοι τους ισούνται, να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

12) Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $\triangle ABC$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές και ΑΓ=8 cm. Με κέντρο το μέσο Δ της ΑΒ και ακτίνα ΔΒ γράφουμε ημικύκλιο. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



13) Μιας απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου, το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι ίσο με 1 και ισχύει $7q^2 = 1$.

α) Να βρείτε τα q και λ.

β) Να δείξετε ότι ο νιοστός όρος της προόδου είναι ο $a_n = \frac{2^{n-1}}{3^{n-1}}$.

14) Αν σε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει ότι $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{a^2}{b^2}$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές ή ορθογώνιο.

15) Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των κ πρώτων όρων ισούται με το άθροισμα των λ πρώτων όρων της με $k \neq \lambda$. Να δείξετε ότι το άθροισμα των $\left(\frac{k}{\lambda} \right)$ πρώτων όρων της είναι 0.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **10 (δέκα) μονάδες**.

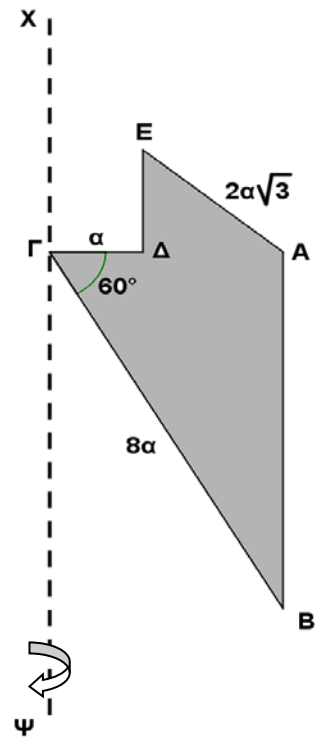
- 1) α) Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \frac{5x}{x+3} \in (3, +\infty)$.
- i) Να βρείτε το πεδίο τιμών (Π.Τ.) της συνάρτησης.
- ii) Αν ορίζεται η αντίστροφη συνάρτησή της, να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της.
- β) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2$ και $g(x) = \frac{3x}{x-1}$. Να δείξετε ότι οι εφαπτομένες στα σημεία τους, με τετμημένη $x_0 = 1$, είναι παράλληλες.
- 2) α) Αν $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = \ln 2$, να δείξετε ότι: $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1+x}{1-x} \right) = \ln 2$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση: $\log_{\frac{1}{3}}(x+3) - \log_3(x-1) = \frac{1}{3}$.
- 3) Οι συντεταγμένες των κορυφών παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ είναι $A(1, 2)$, $B(3, 4)$ και $C(5, 6)$. Να βρείτε:
- α) Τις συντεταγμένες της κορυφής Γ.
- β) Το μέτρο της οξείας γωνίας $\angle A$.
- γ) Την περίμετρο του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ.
- δ) Το μήκος του ύψους ΒΕ που αντιστοιχεί στην πλευρά ΑΔ.
- 4) α) Αν οι αριθμοί e^{2x} , $\frac{15}{2}$, $-16e^{-x}$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι $x = \ln 4$.
- β) Αν σε γεωμετρική πρόοδο a, a^2, a^3 ισχύει ότι $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a^{2n}}{8^n \cdot a^{3n}} = 1$, να βρείτε το λόγο λ της προόδου.
- 5) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$.
- α) Να αποδείξετε ότι: $f(x) = \frac{x}{x^2+1} = \frac{1}{x + \frac{1}{x}}$ με $x > 0$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = \left(\frac{e}{2} - 1 \right)$ στο διάστημα $(0, e)$.

6) Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$$\triangleleft \Psi \quad \sqrt{\quad}$$

$$\hat{m} \triangleleft \quad \circ$$

- α) Να δείξετε ότι ο όγκος του στερεού που παράγεται από την πλήρη στροφή του πολυγώνου ΑΒΓΔΕ γύρω από την ευθεία ΧΨ ισούται με $\frac{146 \sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$.
- β) Αν ο όγκος του στερεού ισούται με $1314\sqrt{3} \text{ cm}^3$, να βρείτε την επιφάνεια του στερεού που παράγεται.



Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου-Τσιελεπή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

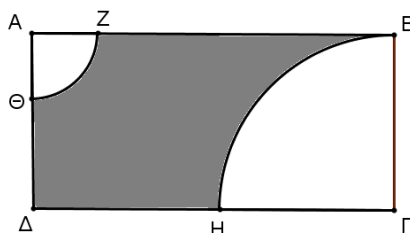
ΜΕΡΟΣ Α΄:

α) Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

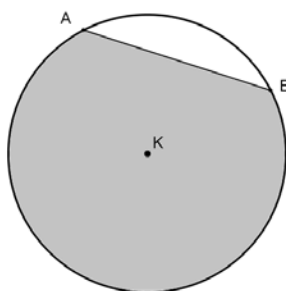
β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Κάποιος αγόρασε είδη αξίας €600 για τα οποία ο συντελεστής Φ.Π.Α. ήταν 15%. Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.
2. Να βρείτε την τιμή του x :
α) $3^{2x-1} = 27$
β) $\log_2 4x = 5$
3. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 8π cm. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του,
β) το εμβαδόν του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 45° .
4. Οι αριθμοί $2x-1$, $5x+1$, 11 είναι οι τρεις πρώτοι όροι Αριθμητικής Προόδου. Να βρείτε τον πρώτο όρο α και τη διαφορά δ της προόδου.
5. Ένας καταστηματούχος πώλησε μια τηλεόραση με κέρδος 32% πάνω στην αρχική της αξία και εισέπραξε €1188. Ποια ήταν η αρχική αξία της τηλεόρασης;
6. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται : $\alpha = 12$ cm , $\gamma = 6\sqrt{3}$ cm και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να βρείτε τη γωνία $\hat{A}$, την πλευρά β και το εμβαδόν του τριγώνου.
7. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 256$
8. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να δείξετε ότι: $\frac{\log_5 50 + 2\log_5 2 - \log_5 8}{\log_3 9\sqrt{3}} = \frac{4}{5}$.

9. Στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ με πλευρές $AB=12\text{ cm}$ και $BΓ=8\text{ cm}$ γράφονται δύο τεταρτοκύκλια. Το ένα με κέντρο το Α και ακτίνα 2 cm και το άλλο με κέντρο το Γ και ακτίνα 8 cm . Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



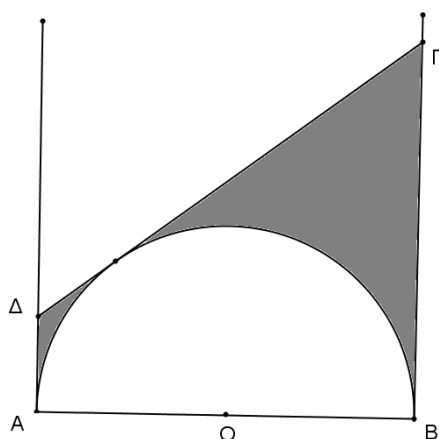
10. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sigma\upsilon\nu\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
11. Σε Φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο, το άθροισμα των απείρων όρων της είναι τετραπλάσιο του πρώτου όρου και ο τρίτος όρος είναι 18. Να γράψετε τους 5 πρώτους όρους της προόδου.
12. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο προς 6% για 5 χρόνια δίνει τόκο ίσο με τον τόκο που δίνουν $\text{€}3000$ προς 8% για 1 χρόνο και 3 μήνες;
13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A + \alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B = 4R^2\eta\mu^2\Gamma$.
14. Δίνεται αύξουσα Αριθμητική Πρόοδος με πρώτο όρο $\vartheta = 4$. Να βρείτε τη διαφορά δ της Αριθμητικής Προόδου αν ο $2^{\text{ος}}$, $5^{\text{ος}}$ και ο $11^{\text{ος}}$ όρος της είναι τρεις διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Πρόοδου.
15. Στο σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και χορδή $AB=3\sqrt{2}\text{ cm}$. Αν $\angle AKB = 90^\circ$, να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



ΜΕΡΟΣ Β΄: α) Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
 β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος $-5, -2, 1, 4, 7, \dots$. Να βρείτε:
- το είδος της προόδου,
 - τον τριακοστό όρο της,
 - ποια θέση κατέχει στην πρόοδο ο αριθμός 67,
 - το άθροισμα των 25 πρώτων όρων της.

2. Τρεις γεωργοί έκαναν μια γεώτρηση για να βρουν νερό. Η γεώτρηση κόστισε €4070 και συμφώνησαν να πληρώσουν ανάλογα με την έκταση των χωραφιών τους. Ο δεύτερος έχει τριπλάσιο αριθμό στρεμμάτων από τον πρώτο, ενώ ο τρίτος έχει 12 στρέμματα περισσότερα από τον πρώτο. Αν η συνολική έκταση των χωραφιών τους είναι 37 στρέμματα, να βρείτε πόσα πλήρωσε ο καθένας.
3. Αν x είναι η ρίζα της εξίσωσης $4^x - 2^x - 2 = 0$, ψ είναι η ρίζα της εξίσωσης $\log_2 \psi - \log(\psi - 3) = 3 \log 2$ και x, ψ, ω είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου, να υπολογίσετε την τιμή του ω .
4. Στο σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB . Οι AD και $B\Gamma$ είναι εφαπτομένες του ημικυκλίου στα άκρα της διαμέτρου AB και η $\Gamma\Delta$ είναι εφαπτόμενη του ημικυκλίου με μήκος $\Gamma\Delta = 10$ cm. Αν $AD = 2$ cm και $B\Gamma = 8$ cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



5. Δύο φίλοι, ο Ανδρέας και ο Γιάννης, κληρονόμησαν μαζί το συνολικό ποσό των €54000. Ο Ανδρέας τόκισε τα χρήματά του προς 6%, ενώ ο Γιάννης επένδυσε τα χρήματά του στο χρηματιστήριο, αγοράζοντας μετοχές που φέρουν κέρδος 8% το χρόνο. Στο τέλος του πρώτου χρόνου, το σύνολο των κερδών τους ήταν €3720. Να βρείτε το ποσό που κληρονόμησε ο καθένας και ποιος κέρδισε περισσότερα από την επένδυση που έκανε και πόσα.
6. α) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται : $\alpha = 2\beta$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και $E = 2\sqrt{3}$ cm². Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές του τριγώνου.
 β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση: $(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2) \epsilon\phi\Gamma = 4E$.

Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου –Τσιλεπτή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΟΔΗΓΙΕΣ:

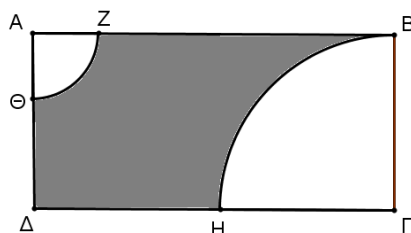
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

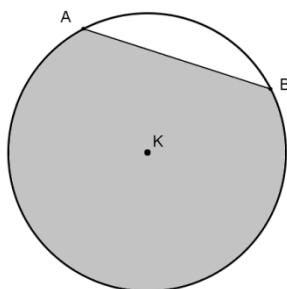
- α) Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.
β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Κάποιος αγόρασε είδη αξίας €600 για τα οποία ο συντελεστής Φ.Π.Α. ήταν 15%. Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.
2. Να βρείτε την τιμή του x :
α) $3^{2x-1} = 27$
β) $\log_2 4x = 5$
3. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 8π cm. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του,
β) το εμβαδόν του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 45° .
4. Οι αριθμοί $2x-1$, $5x+1$, 11 είναι οι τρεις πρώτοι όροι Αριθμητικής Προόδου. Να βρείτε τον πρώτο όρο α και τη διαφορά δ της προόδου.
5. Ένας καταστηματοάρχης πώλησε μια τηλεόραση με κέρδος 32% πάνω στην αρχική της αξία και εισέπραξε €1188. Ποια ήταν η αρχική αξία της τηλεόρασης;
6. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται : $\alpha = 12 \text{ cm}$, $\gamma = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να βρείτε τη γωνία $\hat{A}$, την πλευρά β και το εμβαδόν του τριγώνου.
7. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 256$
8. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να δείξετε ότι: $\frac{\log_5 50 + 2\log_5 2 - \log_5 8}{\log_3 9\sqrt{3}} = \frac{4}{5}$.

9. Στο ορθογώνιο ΑΒΓΔ με πλευρές $AB=12\text{ cm}$ και $BΓ=8\text{ cm}$ γράφονται δύο τεταρτοκύκλια. Το ένα με κέντρο το Α και ακτίνα 2 cm και το άλλο με κέντρο το Γ και ακτίνα 8 cm . Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



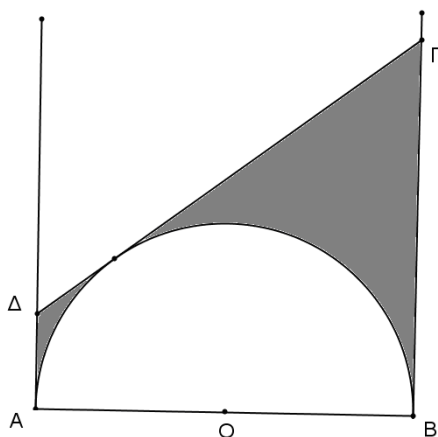
10. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sin \Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
11. Σε Φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο, το άθροισμα των απείρων όρων της είναι τετραπλάσιο του πρώτου όρου και ο τρίτος όρος είναι 18. Να γράψετε τους 5 πρώτους όρους της προόδου.
12. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο προς 6% για 5 χρόνια δίνει τόκο ίσο με τον τόκο που δίνουν $\text{€}3000$ προς 8% για 1 χρόνο και 3 μήνες;
13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A + \alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B = 4R^2\eta\mu^2\Gamma$.
14. Δίνεται αύξουσα Αριθμητική Πρόοδος με πρώτο όρο $\varphi = 4$. Να βρείτε τη διαφορά δ της Αριθμητικής Προόδου αν ο $2^{\text{ος}}$, $5^{\text{ος}}$ και ο $11^{\text{ος}}$ όρος της είναι τρεις διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Πρόοδου.
15. Στο σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και χορδή $AB=3\sqrt{2}\text{ cm}$. Αν $\angle AKB = 90^\circ$, να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



ΜΕΡΟΣ Β΄: α) Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
 β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος $-5, -2, 1, 4, 7, \dots$. Να βρείτε:
- το είδος της προόδου,
 - τον τριακοστό όρο της,
 - ποια θέση κατέχει στην πρόοδο ο αριθμός 67,
 - το άθροισμα των 25 πρώτων όρων της.

2. Τρεις γεωργοί έκαναν μια γεώτρηση για να βρουν νερό. Η γεώτρηση κόστισε €4070 και συμφώνησαν να πληρώσουν ανάλογα με την έκταση των χωραφιών τους. Ο δεύτερος έχει τριπλάσιο αριθμό στρεμμάτων από τον πρώτο, ενώ ο τρίτος έχει 12 στρέμματα περισσότερα από τον πρώτο. Αν η συνολική έκταση των χωραφιών τους είναι 37 στρέμματα, να βρείτε πόσα πλήρωσε ο καθένας.
3. Αν x είναι η ρίζα της εξίσωσης $4^x - 2^x - 2 = 0$, ψ είναι η ρίζα της εξίσωσης $\log_2 \psi - \log(\psi - 3) = 3 \log 2$ και x, ψ, ω είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου, να υπολογίσετε την τιμή του ω .
4. Στο σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB . Οι AD και $B\Gamma$ είναι εφαπτομένες του ημικυκλίου στα άκρα της διαμέτρου AB και η $\Gamma\Delta$ είναι εφαπτόμενη του ημικυκλίου με μήκος $\Gamma\Delta = 10$ cm. Αν $AD = 2$ cm και $B\Gamma = 8$ cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



5. Δύο φίλοι, ο Ανδρέας και ο Γιάννης, κληρονόμησαν μαζί το συνολικό ποσό των €54000. Ο Ανδρέας τόκισε τα χρήματά του προς 6%, ενώ ο Γιάννης επένδυσε τα χρήματά του στο χρηματιστήριο, αγοράζοντας μετοχές που φέρουν κέρδος 8% το χρόνο. Στο τέλος του πρώτου χρόνου, το σύνολο των κερδών τους ήταν €3720. Να βρείτε το ποσό που κληρονόμησε ο καθένας και ποιος κέρδισε περισσότερα από την επένδυση που έκανε και πόσα.
6. α) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται : $\alpha = 2\beta$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και $E = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές του τριγώνου.
 β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση: $(\alpha^2 + \beta^2 - \gamma^2) \epsilon\phi\Gamma = 4E$.

Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου –Τσιελεπή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΤΑΞΗ: Β' Κατεύθυνσης

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 27/ 05/ 2011

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 7:30 -10:00

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικώς:.....

Ολογράφως:.....

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....

ΟΝΟΜΑ:.....ΤΜΗΜΑ:.....ΑΡΙΘΜΟΣ:.....

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1.Επισυνάπτεται τυπολόγιο που αποτελείται από μια σελίδα.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα:

$$\frac{5x+10}{(x-1)(x+4)}$$

2. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - 5}{3x^2 + 4}$$

$$(\beta) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$$

3. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

$$(\alpha) \left(\frac{5}{7}\right)^{2x+1} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-3-4x}$$

$$(\beta) 9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$$

4. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\sigma\upsilon\nu 5x + \sigma\upsilon\nu x + \sigma\upsilon\nu 3x}{\eta\mu 5x + \eta\mu x + \eta\mu 3x} = \sigma\phi 3x$

5. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = \eta\mu 2x + \sqrt{x} - \pi$$

$$\beta) f(x) = e^{\varepsilon\phi x} \cdot \ln(3x^2)$$

6. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(3,4) και Β(5,0). Το σημείο Μ(2,1) είναι το μέσο του ΒΓ. Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου ΑΓ.

7. Σε αριθμητική πρόοδο η διαφορά του δέκατου (α_{10}) από τον τέταρτο (α_4) όρο είναι 18 και το γινόμενο του τρίτου (α_3) και του έκτου (α_6) όρου είναι 52.

(α) Να σχηματιστεί η αριθμητική πρόοδος που προκύπτει.

(β) Αν ισχύει ότι: $\alpha_1 < 10$, να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

8. Να εξετάσετε, αν ορίζεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 6x + 10$ με $x \geq -3$.

Αν ορίζεται η f^{-1} , να βρείτε τον τύπο της και το πεδίο ορισμού της.

9. Δίνονται οι συναρτήσεις με τύπους $f(x) = \frac{2x+5}{4x^2-9}$ και $g(x) = \frac{x+2}{2x+3}$.

Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων :

$$(\alpha) (f-g)(x) \quad \text{και} \quad (\beta) \left(\frac{f}{g}\right)(x).$$

10. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $\frac{\sigma\upsilon\nu 4x}{\eta\mu 2x} + \frac{\eta\mu 4x}{\sigma\upsilon\nu 2x} = 2$

11. Δίνεται η καμπύλη $2x^2 - 7y - xy^2 = 8$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης και της κάθετης της καμπύλης στο σημείο $A(1, y_1)$ όπου $y_1 > -2$.

12. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 12cm και όγκο $V = \frac{288\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$.

Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας και τη γωνία που σχηματίζει η παράπλευρη έδρα με τη βάση της.

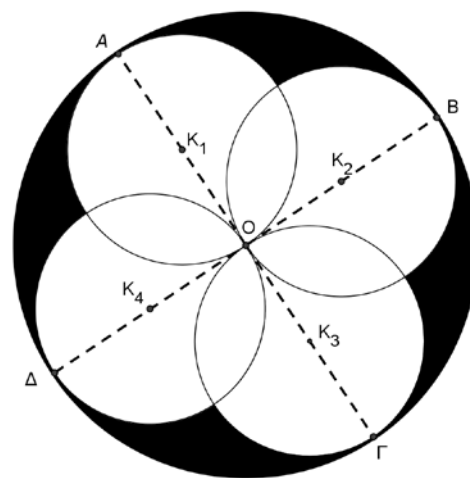
13. Κώνος έχει περίμετρο βάσης $24a\pi \text{ cm}$ και εμβαδόν ολικής επιφάνειας $E_{ολ} = 300a^2\pi \text{ cm}^2$. Κύλινδρος με ύψος τριπλάσιο της ακτίνας του έχει όγκο ίσο με τα $\frac{4}{5}$ του όγκου του κώνου. Να υπολογίσετε το ολικόν εμβαδόν του κυλίνδρου.

14. Δίνεται $A = \frac{\log_7 \left[a^{\log_a 5} + 3 \log_2 \sqrt[3]{4} \right]^{16}}{\ln \frac{1}{e^8} + \log_4 4^{10}}$

(α) Να δείξετε ότι $A = 8$

(β) Στη συνέχεια να λύσετε την εξίσωση: $1 + \log_x \frac{A-x}{1000} = (2 \log \sqrt{x} - 3) \log_x 10$

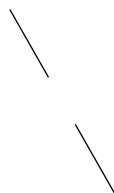
15. Δίνεται κύκλος (O, OA) με $OA = 4\alpha \text{ cm}$. Με διαμέτρους OA, OB, OG και OD γράφουμε κύκλους μέσα στον αρχικό κύκλο (O, OA) όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν $AG \perp BD$, να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής συναρτήσει του α .



ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Το πολύγωνο ΑΒΓΔΕ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα χγ. Να βρείτε το εμβαδόν και τον όγκο του παραγόμενου στερεού αν:



$$AB=12\text{cm}$$

$$B\Gamma=7\text{ cm}$$

$$\Gamma\Delta=13\text{ cm}$$

$$\Delta E=17\text{ cm}$$

2. (α) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu 5\alpha \sigma\upsilon\nu\alpha - \eta\mu 4\alpha}{\sigma\upsilon\nu 5\alpha} = \eta\mu\alpha$

(β) Αν σε τρίγωνο ισχύει $\varepsilon\phi\frac{B}{2} = \frac{\eta\mu B}{\eta\mu A + \eta\mu\Gamma}$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

3. Δίνονται τα σημεία Α(1,3) και Β(2,1). Σημείο Δ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $y = 2x$ και απέχει από την ευθεία ΑΒ απόσταση $d = \sqrt{5}$ μονάδες. Να βρείτε:

(α) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ με $x_{\Delta} > 0$. **(μον. 5)**

(β) Τις συντεταγμένες του σημείου Ε που είναι το συμμετρικό του Δ ως προς την ευθεία ΑΒ. **(μον. 2,5)**

(γ) Το εμβαδόν του τριγώνου $\overset{\Delta}{A}OE$, όπου Ο είναι η αρχή των αξόνων. **(μον.2,5)**

4. Δίνεται αριθμητική πρόοδος με $a_1 = \log \frac{4}{25}$ και $a_{v+1} = a_v + \log \frac{2}{5}$, ($v \geq 1$)

(α) Να δείξετε ότι: $\frac{a_3}{a_2} = \frac{4}{3}$ **(μον.4)**

(β) Να δείξετε ότι η ακολουθία με γενικό τύπο $\beta_v = 10^{a_v}$ είναι γεωμετρική πρόοδος με λόγο $\frac{2}{5}$ **(μον.4)**

(γ) Αν $\left(\frac{5}{2}\right)^{v-9} = \beta_v$, να βρείτε την τιμή του v . **(μον.2)**

5. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{4+x^2}\right)$ και $g(x) = \ln\left(2 + \sqrt{4+x^2}\right)$, $x > 0$

Να βρείτε:

(α) Την πρώτη παράγωγο $f'(x)$ και τη δεύτερη παράγωγο $f''(x)$

(β) Την εξίσωση της εφαπτομένης της $f(x)$ στο σημείο με τετμημένη $x = 0$

(γ) Να δείξετε ότι: $g\left(\frac{4}{x}\right) = \ln \frac{2e^{f(x)}}{x}$

(δ) Να δείξετε ότι: $g'\left(\frac{4}{x}\right) = f'(x) - \frac{1}{x}$

6. Δίνονται οι συναρτήσεις f και g με τύπους

$$f(x) = \frac{(\alpha - 2)x^2 + 2\beta}{2x^2 + 5} \quad \text{και} \quad g(x) = 2\beta x - (\alpha - 5) \cdot \ln x^2$$

(α) Αν ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ και $g'(3) = 6$, να βρείτε τα α και β . **(μον.4)**

(β) Αν $h(x) = \ln(x+2)$, να ορίσετε την $f \circ h$. **(μον.2)**

(γ) Να λύσετε την εξίσωση: $(f \circ h)(x) - g(x) + 8e^{\ln x} - 2 = 6 \ln x$ **(μον.4)**

Η Διευθύντρια

Νίκη Μαυροκορδάτου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**ΤΑΞΗ: Β'****ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ κοινού κορμού****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 27 / 05 / 2011****ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά****ΩΡΑ: 7.30 -10.00****ΒΑΘΜΟΣ****Αριθμητικώς:.....****Ολογράφως:.....****ΥΠΟΓΡΑΦΗ:.....****ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλέ (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Σε ένα χάρτη με κλίμακα 1: 1 000 000 δύο πόλεις απέχουν 4 cm. Να βρείτε σε χιλιόμετρα την πραγματική απόσταση των δύο πόλεων.

-
2. Δίνεται η πρόοδος : 5, 9, 13, 17, ... Να βρείτε τον εκατοστό όρο της.

3. Το 85% των μαθητών της Α' τάξης ενός Λυκείου πήγε εκδρομή στην Ελλάδα. Οι μαθητές που πήγαν εκδρομή ήταν 204. Να βρείτε πόσοι ήταν όλοι οι μαθητές της Α' τάξης.

-
4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $a = 5\text{cm}$, $\gamma = 8\text{cm}$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.

-
5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $5^{x+3} = 125^{1-x}$

(β) $\log_x 32 = 5$

-
6. Να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της γεωμετρικής προόδου 144, 72, 36, 18, ...

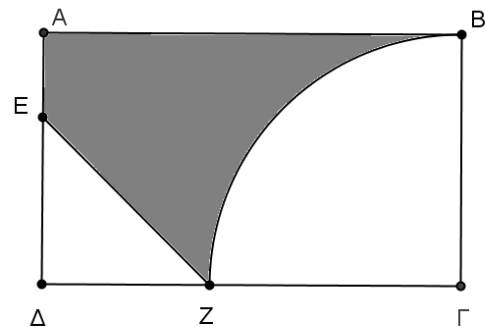
7. Κεφάλαιο €6400 τοκίστηκε με απλό τόκο για 3 χρόνια και έδωσε τόκο €480. Να βρείτε το επιτόκιο.

8. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται : $a = 3\text{cm}$, $\beta = 3\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

9. Οι αριθμοί 1, $2x$, $5x+6$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου και οι αριθμοί $2x$, $x+\psi$, $4\psi - 5x$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου. Να βρείτε τους αριθμούς x , ψ ($x>0$).

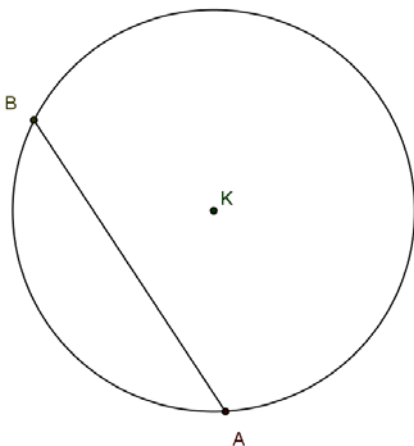
10. Να λύσετε την εξίσωση: $\log[\log(x^2+3x)]=0$

11. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με $AB=10\text{cm}$, $B\Gamma=6\text{cm}$, το $\widehat{BZ}$ γράφτηκε με κέντρο Γ και ακτίνα $B\Gamma$ και $\widehat{E\hat{Z}\Delta} = 45^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



12. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$\frac{\log_a 1 + \log_\kappa \kappa^8 + \log_\gamma \left(\frac{1}{\gamma}\right)^4}{4\log_\beta \sqrt{\beta}}$$

13. Δίνεται κύκλος ακτίνας 10cm (Κ κέντρο του κύκλου) και χορδή του AB ίση με πλευρά ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου στον ίδιο κύκλο. Να βρείτε:
 (α) το εμβαδόν του μικρότερου από τα δύο κυκλικά τμήματα που δημιουργεί η χορδή.
 (β) την περίμετρο του πιο πάνω κυκλικού τμήματος.



14. Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\beta - 2\gamma \sin A = 0$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

15. Να υπολογίσετε το φόρο εισοδήματος που θα πληρώσει υπάλληλος με ετήσιο φορολογητέο εισόδημα €28750.

Ετήσιο Εισόδημα	Ποσοστό φορολογίας
€0-€19500	0%
€19501-€28000	20%
€28001-€36300	25%
€36301 και άνω	30%

ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

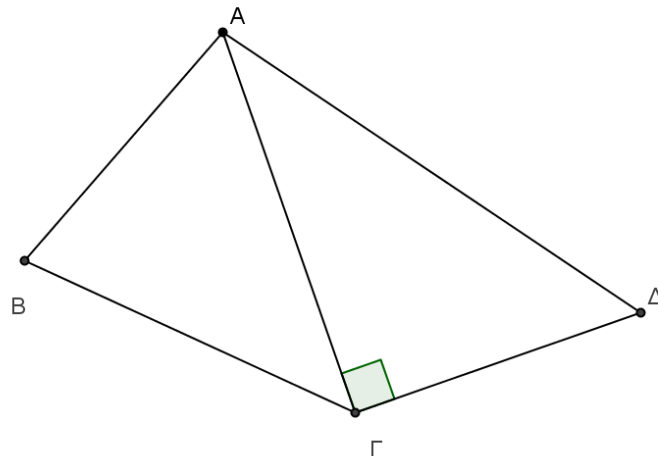
(α) $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$

(β) $\log(x + 6) + \log(x-2) = 2\log 3$

2. Σε γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος και ο τέταρτος όρος έχουν άθροισμα 45, ενώ ο πέμπτος είναι οκταπλάσιος του δεύτερου.
- (α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
- (β) Να βρείτε το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της.

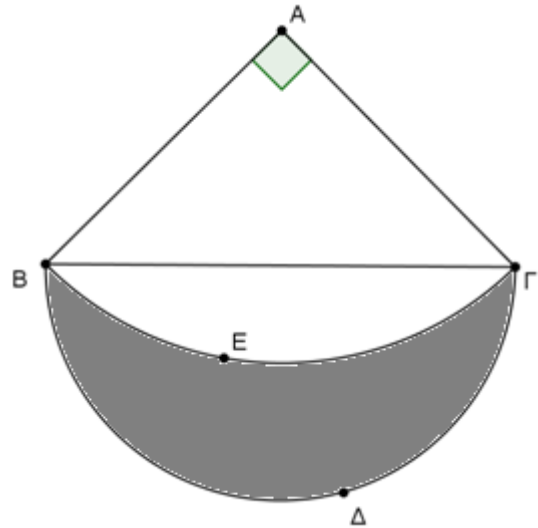
-
3. Ένας υπάλληλος παίρνει βασικό μισθό €600. Επιπλέον ο εργοδότης του προσφέρει και προμήθεια 8% πάνω στην αξία των πωλήσεων που πραγματοποιεί κάθε μήνα. Να υπολογίσετε την αξία των πωλήσεων που πραγματοποίησε κατά τη διάρκεια του περασμένου μήνα, αν ο υπάλληλος είχε συνολικές αποδοχές €1480.

4. Στο διπλανό σχήμα $AB = \Gamma\Delta = 6\text{cm}$,
 $A\Delta = 10\text{cm}$, $B\Gamma = 2\sqrt{13}\text{cm}$ και $\hat{A}\Gamma\Delta = 90^\circ$.
Να υπολογίσετε:
(α) τη γωνία $\hat{B}\hat{A}\Gamma$
(β) το εμβαδόν του τετραπλεύρου $A\Delta\Gamma B$.



-
5. Ο κ. Αντωνίου χρειάζεται 8000 ευρώ. Μπορεί να τα δανειστεί με δύο τρόπους:
- (α) να τα δανειστεί από τον κ. Φιλίππου και να τα επιστρέψει ως εξής: τον πρώτο μήνα να του επιστρέψει €250, το δεύτερο €270, τον τρίτο €290 και να συνεχίσει με τον ίδιο τρόπο για 20 μήνες
 - (β) να τα δανειστεί από την τράπεζα με απλό τόκο και επιτόκιο 5% για τρία χρόνια.
- Να εξηγήσετε με ποιο από τους δύο τρόπους τον συμφέρει να δανειστεί και γιατί.

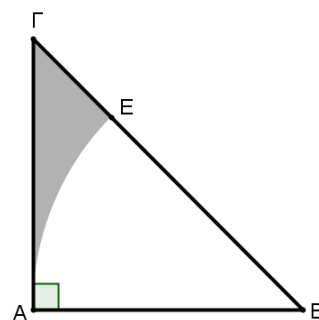
6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ και το ημικύκλιο $\square B\Delta\Gamma$ με διάμετρο $B\Gamma = 6\sqrt{2}$ cm. Με κέντρο το A και ακτίνα AB γράφτηκε το τόξο $\square BE\Gamma$. Να υπολογίσετε:
- (α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του σχήματος
- (β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Νίκη Μαυροκορδάτου

- 8) Σε Αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τέταρτου και του πέμπτου όρου είναι 25 και ο έβδομος όρος είναι το τετραπλάσιο του δεύτερου όρου. Να βρείτε το άθροισμα των 15 πρώτων όρων της.
- 9) Η κα. Μαρία θα αγοράσει ένα αυτοκίνητο αξίας €33 000 μαζί με το Φ.Π.Α. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 15%, να υπολογίσετε την αξία του αυτοκινήτου χωρίς το Φ.Π.Α.
- 10) Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, η γωνία $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Να δείξετε ότι: $\frac{\alpha + 2\beta}{\gamma} = 2\eta\mu A + 4\eta\mu B$
- 11) Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3x+4) - \log 5 = \log(x-1) + \log 2$
- 12) Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\beta\sigma\upsilon\nu \Gamma + \gamma\sigma\upsilon\nu B = \gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- 13) Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο προς 6% για 5 χρόνια δίνει τόκο ίσο με τον τόκο που δίνουν €3 000 προς 5% για 18 μήνες;
- 14) Δίνεται ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $B\Gamma = 4\sqrt{2}$ cm. Με κέντρο το B και ακτίνα BA γράφουμε τόξο AE. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



15) Να υπολογίσετε την παράσταση: $4\log_{\beta}\beta^3 - 2\log_{\beta}\left(\frac{1}{\beta^3}\right) - 2\log_{\beta}\beta\sqrt{\beta} =$

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

- Καταστηματάρχης αγόρασε 40 ηλεκτρονικούς υπολογιστές και πλήρωσε €24 000. Αν θα κερδίσει 20%, πόσα πρέπει να πωλεί τον κάθε υπολογιστή αν επιπρόσθετα επιβάλει Φ.Π.Α. 15%.
- Να υπολογίσετε το άθροισμα: $192 + 96 + 48 + \dots + 3$
- Να λύσετε την εξίσωση: $4^x - 2^{x+2} = -3$

4) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές $AB = 8 \text{ cm}$ και $A\Gamma = 6 \text{ cm}$. Δ είναι σημείο της AB έτσι ώστε $A\Delta = 5 \text{ cm}$. Από το Δ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς τη $B\Gamma$ που τέμνει την $A\Gamma$ στο E . Να υπολογίσετε:

- τα μήκη των πλευρών του τριγώνου $\triangle A\Delta E$,
- το λόγο των περιμέτρων και το λόγο των εμβαδών των τριγώνων.

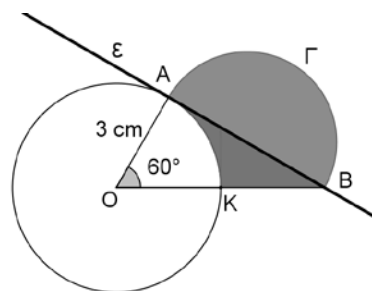
5) Ο κ. Σωτήρης κέρδισε το λαχείο. Κράτησε για τον εαυτό του €200 000 και τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα 3 παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους. Το πρώτο παιδί ήταν 23 ετών, το δεύτερο ήταν 17 ετών και το τρίτο 16 ετών.

- Αν το τρίτο παιδί πήρε €32 000, να υπολογίσετε πόσα πήρε το πρώτο και δεύτερο παιδί.
- Πόσα κέρδισε στο λαχείο ο κ. Σωτήρης;
- Ο πατέρας κατάθεσε τα χρήματά του στην τράπεζα για 15 μήνες. Αν εισέπραξε μαζί με τους τόκους €214 375, να βρείτε πόσο ήταν το επιτόκιο.

6) Δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα 3 cm .

Η ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A , η γωνία $\hat{AOK} = 60^\circ$ και $A\Gamma B$ ημικύκλιο.

Να υπολογίσετε τη σκιασμένη επιφάνεια του διπλανού σχήματος.



Εισηγητές

Χ"Αποστόλου Δέσποινα (Β.Δ. Α')

Παντζιαράς Γιώργος (Συντονιστής Β.Δ.)

Αδάμου Αδάμος

Κυπριανού Χριστίνα

Τσίγκη Ελένη

Χατζηνικολάου-Αγγελή Στέλλα

Κολοβός Κυριάκος

Η Διευθύντρια

Κασιουρή Κυριακή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2011ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Ενιαίου Λυκείου – Κατεύθυνση

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 27.05.2011

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2.30'

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού .
- Δίνεται τυπολόγιο.
- Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{7-3x} = 16$
2. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_3(2^{x-1}) = 2$
3. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{x-6}{(x-1) \cdot (\quad)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
4. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει εμβαδόν βάσης 144cm^2 και ύψος 8cm . Να υπολογίσετε :
 - i. Το εμβαδόν ολικής επιφάνειας.
 - ii. Τον όγκο της πυραμίδας.
5. Να παραγωγίσετε τις συναρτήσεις : α) $\psi = 3x^4 + 2\sqrt{x}$, β) $\psi = e^{5x} \cdot \epsilon\phi x$
6. Δίνονται τα σημεία A(2, 5) και B(8, -3).
Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το μέσο M της AB και είναι παράλληλη με την ευθεία $2x - y + 7 = 0$.
7. Να υπολογίσετε τα όρια : α) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$, β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1}}{x}$

8. Σε εργαστήριο Χημείας, υγρό με όγκο $1000\pi \text{ cm}^3$ χύνεται σε δυο κυλινδρικούς δοκιμαστικούς σωλήνες, που η ακτίνα του ενός είναι διπλάσια από την ακτίνα του άλλου. Αν το ύψος του υγρού σε κάθε σωλήνα φτάνει τα 50 cm , να υπολογίσετε τις ακτίνες των βάσεων των δύο σωλήνων.

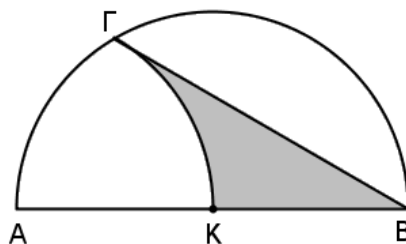
9. Να βρείτε το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$, αν $x \in [4, +\infty)$.

10. Να αποδείξετε (χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής) ότι: $\frac{\frac{1}{50} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 2$

11. Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 8x - 6y + \kappa + 1 = 0$, $\kappa \in \mathbb{R}$ και $\varepsilon_2 : x - 7y + 2 = 0$.

- Να υπολογίσετε την οξεία γωνία των δύο ευθειών.
- Να υπολογίσετε τις τιμές του κ , έτσι ώστε το σημείο $\Sigma(3, 5)$, να απέχει από την ε_1 απόσταση ίση με 2 μονάδες.

12. Δίνεται ημικύκλιο (K, R) , διαμέτρου AB . Η χορδή $B\Gamma$ είναι πλευρά εγγεγραμμένου ισόπλευρου τριγώνου. Με κέντρο το A και ακτίνα AK , γράφουμε τόξο $K\Gamma$. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



13. Δίνεται το άθροισμα $\Sigma = e^{2x} + e^{2x+1} + e^{2x+2} + \dots + e^{2x+2010}$

- Να δείξετε ότι: $\Sigma = \frac{e^{2x}(1 - e^{2011})}{1 - e}$.
- Να λύσετε την εξίσωση: $(1-e) \cdot \Sigma + e^{2x} \cdot e^{2011} - 3 = 0$

14. Να λύσετε την εξίσωση $1 + \log_{16}(5x) = \log_4 x$

15. Σε αριθμητική πρόοδος ο πρώτος όρος ισούται με $\ln \alpha$ και ο δεύτερος όρος με $\ln \beta$ ($\alpha > 0, \beta > 0$). Να δείξετε ότι:

- Ο νιοστός όρος της προόδου είναι: $\alpha_n = \ln \frac{\beta^{n-1}}{\alpha^{n-2}}$
- Το άθροισμα των n πρώτων όρων της προόδου είναι: $\Sigma_n = \frac{1}{2} \cdot \ln \frac{\beta^{n(n-1)}}{\alpha^{n(n-3)}}$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Τραπεζίο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) έχει κορυφές $\hat{A}(\quad)$, $\hat{B}(\quad)$ και εξίσωση της πλευράς ΓΔ : $6\chi + 7\psi - 30 = 0$

- Να βρείτε την εξίσωση της ΑΒ.
- Να βρείτε την απόσταση των παράλληλων πλευρών του τραπεζίου.
- Φέρνουμε τη διαγώνιο ΒΔ του τραπεζίου. Αν $\hat{\alpha} = \quad^\circ$ να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ .
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΓ.

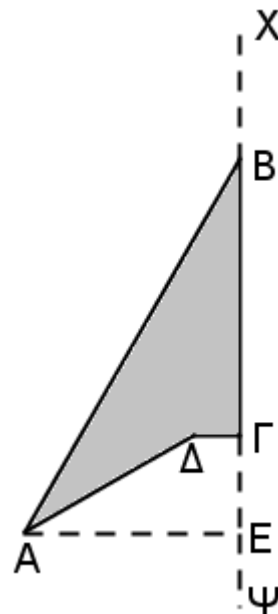
2. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση $\psi^2 - \chi\psi = 4$.

- Να βρείτε την $\frac{d\psi}{d\chi}$.

- Να δείξετε ότι $\frac{d^2\psi}{d\chi^2} = \frac{\quad}{3}$.

- Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της με $\chi = 3$ και $\psi < 0$.

3. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: $AB=20$ cm,
 $\Delta\Gamma=2$ cm, $\hat{BAE}=60^\circ$, $\hat{\Delta} = 30^\circ$, $\angle \perp \alpha\alpha$ και $\angle \perp \alpha\alpha$
Το σχήμα ΑΒΓΔ στρέφεται πλήρη στροφή
γύρω από τον άξονα χψ.
Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας
και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



4. i. Να βρείτε το άθροισμα: $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \dots$. Στη συνέχεια να λύσετε την

$$\text{εξίσωση: } \left[5 \cdot \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \dots \right) \right]^{2 \log_4 x} = \log 1000^x + 4.$$

- ii. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$, να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

5. i. Να λύσετε την εξίσωση $2^x - 16 \cdot 2^{-x} - 15 = 0$

- ii. Δίνεται το πολυώνυμο $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$). Αν ισχύει $f'(x) = k$, όπου k η ρίζα της εξίσωσης $2^x - 16 \cdot 2^{-x} - 15 = 0$ και το $f(x)$ έχει ρίζες τους αριθμούς $\frac{1}{2}$ και 2, να υπολογίσετε τα a, b και c .

- i. Η συνάρτηση h δίνεται από τον τύπο $h(x) = \sqrt{2x-6}$. Η συνάρτηση g δίνεται από τον τύπο $g(x) = 4x - 3, x \in [-4, 25]$. Να ορίσετε τη συνάρτηση $h \circ g$ (τύπο και Π.Ο.).

6. Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \frac{1}{x^2}$ και $g(x) = \frac{4x^2}{1+x^2}$.

- i. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}$

- ii. Να δείξετε ότι: $g(x) < 1$

- iii. Να λύσετε την εξίσωση: $f(x) = g(x)$, στο διάστημα $[0, 1]$.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

A. Χειμώνας

Π. Ανδρέου

E. Γεωργιάδου

M. Κυριάκου

A. Τσαγκάρης

A. Στυλιανού B.Δ.

Κωνσταντία Καλογήρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ: Β' κοινού κορμού

Ημερομηνία : 27/5/2011

Οδηγίες:

- 1) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
- 2) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 3) Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης, ΜΗ προγραμματιζόμενης, υπολογιστικής μηχανής.
- 4) Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.

Το δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α:Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €5000, μετά από 2 χρόνια με επιτόκιο 8% .
2. Η ακτίνα ενός κύκλου είναι 6cm. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του κύκλου.
3. Δίνεται η πρόοδος 2 , 5 , 8 , 11 , Να βρείτε το είδος της προόδου και τον εικοστό όρο της.
4. Ένας υπολογιστής στοιχίζει €400. Να βρείτε το ποσό που θα πληρώσουμε αν μας γίνει έκπτωση 12%.
5. Οι αριθμοί $x-1$, $x+2$, $2x$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να βρείτε το x και τη διαφορά της προόδου.
6. Να λύσετε τις εξισώσεις : α) $\log_5 X = 3$ β) $2^x = 8$.
7. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται : $\alpha=8\text{cm}$, $\beta=4\text{cm}$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες Α,Γ και την πλευρά γ του τριγώνου.
8. Σε χάρτη με κλίμακα 1: 2 000 000 , η απόσταση μεταξύ Λευκωσίας και Πάφου είναι 7cm. Να υπολογίσετε την πραγματική απόσταση των δύο πόλεων, σε χιλιόμετρα (km).
9. Να λύσετε την εξίσωση : $\log x + \log(x+16) = 2\log(x+4)$
10. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\beta - 2\gamma \sin A = 0$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

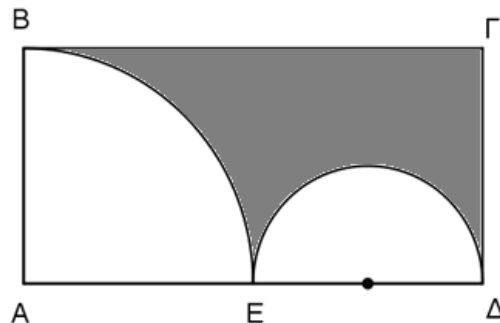
11. Κάποιος κέρδισε στο λαχείο €50000. Του αποκόπηκε φόρος 15% και έδωσε σε χρέη €12500.

Τα χρήματα που του έμειναν τα μοίρασε στα τρία παιδιά του, ανάλογα με τις ηλικίες τους, που ήταν 18, 20 και 22 ετών. Να βρείτε το ποσό που πήρε το κάθε παιδί του.

12. Να αποδείξετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής, ότι :
$$\frac{(2\log 8 - \log 4) \cdot \log 36}{(\log 3 + \log 2) \cdot \log 8} = \frac{8}{3}$$

13. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος με λόγο $\lambda=2$ και τέταρτο όρο $a_4 = 24$. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της.

14. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, με ΑΒ=6cm και ΒΓ=10cm. Με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΒ, γράφουμε τόξο ΒΕ. Με διάμετρο την ΔΕ γράφουμε ημικύκλιο μέσα στο ορθογώνιο. Να υπολογίσετε, συναρτήσει του π , το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους.



15. Η περίμετρος κυκλικού τομέα, σε κύκλο ακτίνας $R=12\text{cm}$, είναι $(24+8\pi)\text{cm}$. Να βρείτε την επίκεντρη γωνία του κυκλικού τομέα και το εμβαδόν του κυκλικού τομέα.

ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδος το άθροισμα του τέταρτου και του έκτου όρου είναι 20 και ο έβδομος όρος είναι τετραπλάσιος του τρίτου όρου. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.
2. Να λύσετε την εξίσωση: $2 \cdot 4^x - 11 \cdot 2^x + 5 = 0$.
3. Κάποιος τόκισε τα $\frac{5}{7}$ των χρημάτων του σε μία τράπεζα Α προς 6% και τα υπόλοιπα σε μία άλλη τράπεζα Β προς 5%. Μετά από δύο χρόνια, απέσυρε όλα τα χρήματά του και από τις δύο τράπεζες. Αν πήρε συνολικά μαζί με τους τόκους €23400, να βρείτε πόσα χρήματα κατέθεσε σε κάθε τράπεζα.

4. α) Τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές $\alpha = 5\sqrt{3}\text{ cm}$, $\beta=10\text{cm}$ και $\gamma=5\text{cm}$. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

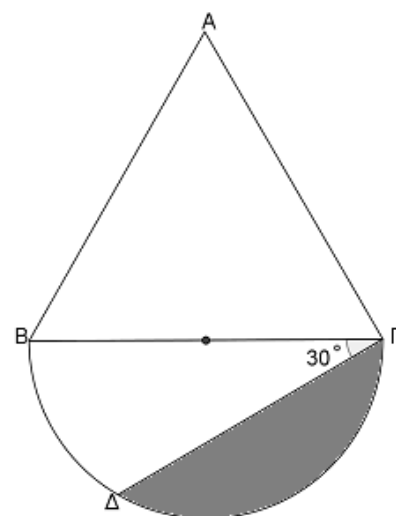
β) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu\Gamma = \frac{\gamma}{\alpha}$. Να δείξετε ότι το ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

5. α) Ένας κτηματομεσίτης αγόρασε ένα διαμέρισμα €60000. Πλήρωσε επιπλέον 8% επί της αξίας του διαμερίσματος, για κάποιες διορθώσεις. Αν πώλησε το διαμέρισμα προς €74520, να βρείτε τι ποσοστό (%) ήταν το κέρδος του.

β) Δίνεται φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$, με $\lambda > 0$. Αν ισχύει $3 \cdot \Sigma_{\infty} = 4 \cdot (\alpha_1 + \alpha_2)$,

όπου Σ_{∞} το άθροισμα των απείρων όρων της, να βρείτε το λόγο της προόδου.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ, με εμβαδόν $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Με διάμετρο την ΒΓ σχηματίζουμε ημικύκλιο ΒΔΓ και φέρνουμε τη χορδή ΓΔ, έτσι ώστε $\widehat{B\Gamma\Delta} = 30^\circ$. Να δείξετε ότι η πλευρά του ΑΒΓ ισούται με 6cm και να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους, συναρτήσει του π .



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Γ. Κασσιανής

Α. Χειμώνας

Ν. Δημητρίου

Μ. Κυριάκου

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Α. Στυλιανού Β.Δ.

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Κωνσταντία Καλογήρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΤΑΞΗ Β΄ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ****Ημερομηνία:** 24/05/2011**Διάρκεια:** 2.30΄Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.**ΟΔΗΓΙΕΣ**

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1) Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα $\frac{3x-11}{(x+3)(x-1)}$

2) Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{2x-3}{2-x}$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f .

β) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης f^{-1} .

3) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4x}$ β) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x + 4}{3x - 2}$

4) Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α) $\psi = \frac{x^2 - 2}{3x + 1}$ β) $\psi = \sin^2 x$

5) Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2(4x+1) - 1 = \log_2(x+3)$

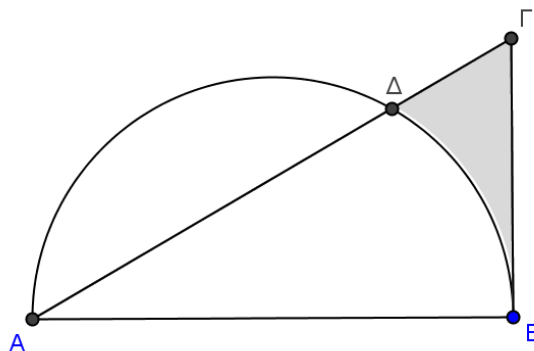
6) Σε αριθμητική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι 6 και το άθροισμα του τέταρτου και του έβδομου όρου είναι 24.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

β) Να βρείτε το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της.

7) Να λύσετε την εξίσωση $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$

- 8) Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρές $\beta = 4\text{cm}$, $\gamma = 2\sqrt{3}\text{cm}$ και γωνία $\hat{A} = 30^\circ$.
- Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$.
 - Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.
- 9) Η καμπύλη με τύπο $f(x) = ax^2 - 2x + 5$ περνά από το σημείο $M(1,2)$. Να βρείτε:
- την τιμή του a
 - την εξίσωση της εφαπτομένης ευθείας της καμπύλης $f(x) = -x^2 - 2x + 5$ στο σημείο M .
- 10) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης $2a$ και η παράπλευρη έδρα της σχηματίζει με την έδρα της βάσης γωνία 45° . Να υπολογίσετε:
- το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας
 - τον όγκο της πυραμίδας.
- 11) Κώνος έχει εμβαδόν ολικής επιφάνειας $96\pi \text{ cm}^2$ και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $60\pi \text{ cm}^2$.
Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.
- 12) Να αποδείξετε ότι: $\frac{2\eta\mu 5\theta \cdot \sigma\upsilon\nu 3\theta - \eta\mu 8\theta}{1 + \sigma\upsilon\nu 2\theta - 2\sigma\upsilon\nu\theta} = \frac{\eta\mu\theta}{\sigma\upsilon\nu\theta - 1}$.
- 13) Αν $\psi = \ln \sqrt{1+5x^2}$ να δείξετε ότι $e^{2\psi} \frac{d\psi}{dx} = 5x$.
- 14) α) Να βρεθεί η τιμή του κ ($\kappa > 0$), έτσι ώστε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB με άκρα $A(1,-2)$ και $B(\kappa,2)$ να είναι ίσο με 5 μονάδες.
- β) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη ευθεία της καμπύλης $\psi = \frac{x^2 - x}{4}$ στο σημείο $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ είναι κάθετη στην ευθεία που περνά από τα σημεία $A(1,-2)$ και $B(4,2)$.
- 15) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ημικύκλιο $\widehat{A\Delta B}$ με διάμετρο $AB=2R$, $A\Delta=\lambda_3$ και $B\Gamma$ εφαπτομένη. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους (συναρτήσει του R).



ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $B(4,1)$, εξίσωση του ύψους $AD: x + 2\psi = 6$ και εξίσωση της διαμέσου $AM: 3x - \psi = 4$. Να βρείτε:
- α) την εξίσωση της πλευράς $B\Gamma$
 - β) τις συντεταγμένες των κορυφών A και Γ
 - γ) το μήκος του ύψους AD .
 - δ) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

- 2) α) Το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων μιας γεωμετρικής προόδου με λόγο λ , όπου $|\lambda| < 1$, είναι $\frac{31}{8}$ και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 4. Να βρείτε την πρόοδο.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\frac{2}{3} - \frac{4}{3^2} + \frac{2}{3^3} - \frac{4}{3^4} + \frac{2}{3^5} - \frac{4}{3^6} + \dots$

3) α) Να αποδείξετε ότι $\frac{2}{(1 + \epsilon\phi\kappa)(1 + \sigma\phi\kappa)} = \frac{\eta\mu 2\chi}{1 + \eta\mu 2\chi}$

β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $(\sigma\upsilon\nu\Gamma - \eta\mu B) \cdot \eta\mu B = (\sigma\upsilon\nu B - \eta\mu\Gamma) \cdot \sigma\upsilon\nu B$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

4) Να λύσετε την εξίσωση: $\log_3\left(4^x + 2^{x+1} + \frac{5}{2}\right) = 1 + 2\log_9(2^{x-1} + 1)$

5) Δίνεται η καμπύλη $x^2 + \psi^2 - 2x + \psi = 5$.

Να δείξετε ότι: (α) $\frac{d\psi}{dx} = \frac{2-2x}{2\psi+1}$

(β) $\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{-50}{(2\psi+1)^3}$

6) Για το πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι:

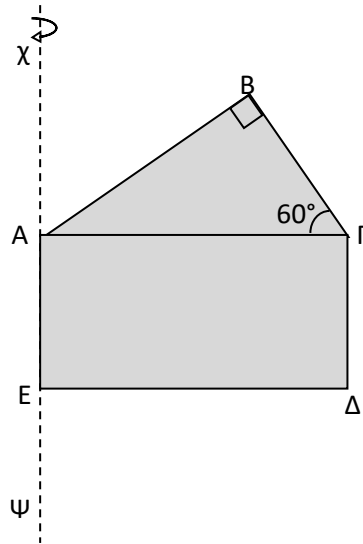
$$BG = GD = 4 \text{ cm}$$

$$\angle AGB = 60^\circ$$

$$\angle ABG = 90^\circ$$

$AGDE$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Το σχήμα $ABGDE$ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $\chi\psi$ που είναι παράλληλος προς την GD . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



Η Διευθύντρια,

Παναγιώτα Χρυσοχού - Αναστασιάδου

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 27/5/2011

ΩΡΑ : 7:45 π.μ

ΧΡΟΝΟΣ : 2:30'

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

δ) Μεταφέρετε τα σχήματα στο φύλλο των λύσεων σας.

ε) Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{x-4}{(x+2)(x-1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Να βρείτε τα όρια:

$$(\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9}$$

$$(\beta) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{3x^2 - 3x}$$

3. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κώνου είναι $60\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας είναι $96\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.

4. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x^2 - 12x + 2) - \log(1 - x) = 1$.

5. Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ, αν $E = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\gamma = 4\sqrt{3}$ και $\alpha = 8 \text{ cm}$ ($\hat{B} < \frac{\pi}{2}$).

6. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

$$(\alpha) y = \frac{x^2 - 3x}{2x - 1}$$

$$(\beta) y = \eta \mu^3(5e^x - 1)$$

7. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων στα οποία η εφαπτομένη της καμπύλης $x^2 + 2xy + 3y^2 = 18$ είναι παράλληλη με τον άξονα των x .

8. Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης $\sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$.

9. Ένα δέντρο ψηλώνει τον πρώτο χρόνο 1 m. Κάθε επόμενο χρόνο ψηλώνει τα $\frac{9}{10}$ του

ύψους που είχε φτάσει την προηγούμενη χρονιά. Να βρείτε το μέγιστο ύψος του δέντρου.

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{3+e^{2x}}{4}$. Να βρείτε την αντίστροφη συνάρτηση, το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.
11. Αν $\varepsilon\varphi x = \frac{\beta}{\alpha}$, να αποδείξετε ότι: $\alpha \cdot \sigma\upsilon\nu 2x + \beta \cdot \eta\mu 2x = \alpha$.
12. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu^2(\alpha x)$
 (α) Να δείξετε ότι: $f''(x) = 2\alpha^2 \sigma\upsilon\nu 2\alpha x$
 (β) Να βρείτε την τιμή του α ώστε να ισχύει: $f''(x) + 4\alpha^2 f(x) = 2, \forall x \in \mathbb{R}$.
13. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $\log 2^{x-3}$, $\log \sqrt{5^x - 2^{x-3}}$ και $\log 124$ να είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου.
14. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\ln x)$. Να αποδείξετε ότι ισχύει $x^2 \cdot f''(x) + x \cdot f'(x) + f(x) = 0$.
15. Να λύσετε την εξίσωση $\left[4 \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \frac{1}{27} \dots \right) \right]^{2 \log_3 x} = \log 100^x + 3$.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.

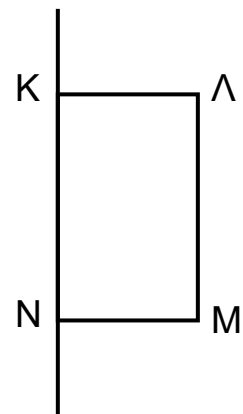
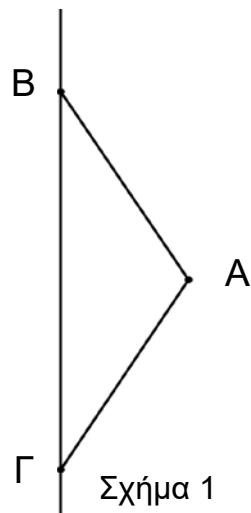
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Αριθμητική πρόοδος και φθίνουσα Γεωμετρική πρόοδος έχουν τον ίδιο πρώτο όρο. Η διαφορά της Α.Π. είναι διπλάσια από το αντίστροφο του λόγου της Γ.Π. και το άθροισμα των απείρων όρων της Γ.Π. είναι διπλάσιο του πρώτου της όρου. Αν το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της Α.Π. είναι ίσο με -16, να σχηματίσετε τις δυο Προόδους.
2. α) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x}$ και $g(x) = \frac{x}{x-1}$. Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της $(f \circ g)(x)$.
- β) Δίνεται η συνάρτηση $h(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$. Να βρείτε τα πιο κάτω όρια:
- i. $\lim_{x \rightarrow 5} h(x)$ ii. $\lim_{x \rightarrow 0^-} h(x)$ iii. $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$
- iv. $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ v. $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$

3. Δίνεται ρόμβος ΑΒΓΔ με κορυφή Α (-2,4). Η εξίσωση μιας διαγωνίου είναι $y = x$ και η εξίσωση μιας πλευράς του είναι $5x + y = -6$. Να βρείτε:

- (α) την εξίσωση της άλλης διαγωνίου του ρόμβου
- (β) το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου
- (γ) τις συντεταγμένες των άλλων κορυφών του και
- (δ) το ύψος.

4.



α) Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού που σχηματίζεται (Σχήμα 1) από την πλήρη περιστροφή του ΑΒΓ γύρω από την ΒΓ αν $AB=AG=10\text{cm}$ και $\hat{A} = 120^\circ$.

β) Το ορθογώνιο ΚΛΜΝ περιστρέφεται πλήρη περιστροφή γύρω από την ΚΝ (Σχήμα 2). Αν $\Lambda M = 2\alpha\sqrt{3}\text{ cm}$ και $K\Lambda = 3\alpha\text{ cm}$ να υπολογίσετε το α ώστε το στερεό που παράγεται να έχει ίσο όγκο με τον όγκο του στερεού του Σχήματος 1.

5. Δύο κύκλοι με κέντρα O και K τέμνονται στα σημεία A και B . Δίνονται $OA=1\text{m}$, $KA=\sqrt{3}\text{m}$ και $OK=2\text{m}$.

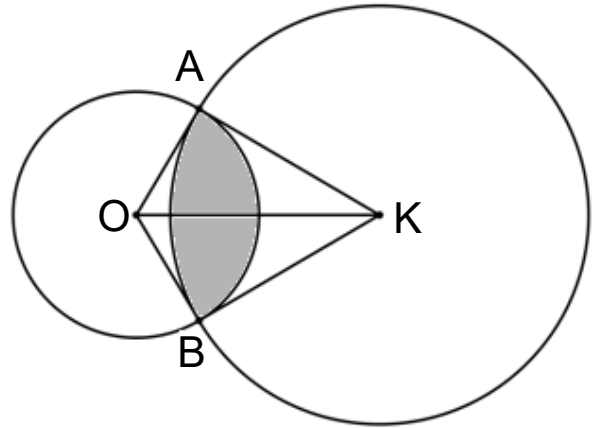
α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο OAK είναι ορθογώνιο.

β) Να βρείτε τις γωνίες AKO και AOK .

γ) Να βρείτε το εμβαδόν του $AOBK$.

δ) Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα AKB .

ε) Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος.



6. (α) Να δείξετε ότι $\sin(A-B) = (1 + \epsilon\phi A \cdot \epsilon\phi B) \cdot \sin A \cdot \sin B$.

(β) Εάν $0 < B < \frac{\pi}{2}$ και $B < A < \pi$ να δείξετε ότι αν $\epsilon\phi A \cdot \epsilon\phi B = -1$ τότε $A - B = \frac{\pi}{2}$.

(γ) Δίνεται η συνάρτηση $f(\theta) = \sin\theta \cdot \eta\mu\theta - \sin^2\theta \cdot \epsilon\phi\alpha$ όπου α σταθερή γωνία. Να δείξετε ότι $f'(\theta) = 0$ όταν $\epsilon\phi 2\theta \cdot \epsilon\phi\alpha = -1$

(δ) Χρησιμοποιώντας το ερώτημα (β) ή με άλλον τρόπο να δείξετε ότι $f'(\theta) = 0$ όταν

$$\theta = \frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}.$$

Η Διευθύντρια

Ελένη Σεμελίδου

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 27/5/2011

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΩΡΑ : 7:45 π.μ.

ΧΡΟΝΟΣ : 2:30'

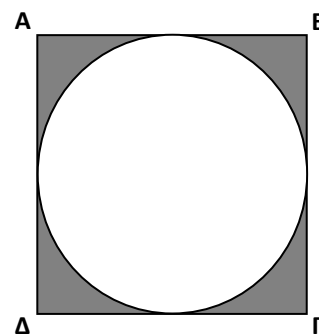
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - δ) Μεταφέρετε τα σχήματα στο φύλλο των λύσεων σας.
 - ε) Το δοκίμιο αποτελείται από 2 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί : 2 , $x-1$, και $3x+1$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
2. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €6000 τοκίζόμενο με απλό τόκο για 4 χρόνια με επιτόκιο 7%.
3. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{2x} = 16$.
4. Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου : $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots$.
5. Το εμβαδόν κύκλου είναι ίσο με $64\pi \text{ m}^2$. Να βρείτε:
(α) την ακτίνα του κύκλου (β) το μήκος τόξου 45°
6. Η απόσταση μεταξύ δύο χωριών είναι 3 km και η κλίμακα του χάρτη είναι 1:100000. Να βρείτε την απόσταση των δύο χωριών στο χάρτη σε cm.
7. Να λύσετε την εξίσωση $\log x + \log(x-3) = 1$.
8. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται : $\hat{B} = 30^\circ$, $\beta = 3 \text{ cm}$ και $\alpha = 3\sqrt{3} \text{ cm}$.
Να υπολογίσετε την οξεία γωνιά Α .
9. Αυτοκίνητο πουλήθηκε , συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α. , για €23 000 . Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 15% να βρείτε την αξία του αυτοκινήτου χωρίς το Φ.Π.Α.
10. Να λύσετε την εξίσωση : $25^x - 4 \cdot 5^x - 5 = 0$.
11. Το άθροισμα των 10 πρώτων όρων Α.Π. είναι 40 και η διαφορά $\delta=2$. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε τον δέκατο όρο της προόδου.
12. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\beta \sin A + \alpha \sin B}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma}$.
13. Σε μια επιχείρηση κατασκευής επίπλων 42 υπάλληλοι εργάζονται σε γραφειακές εργασίες και οι υπόλοιποι σε τεχνικές. Αν οι υπάλληλοι που ασχολούνται με τεχνικές εργασίες αποτελούν το 65% όλων των υπαλλήλων, να βρείτε τον συνολικό αριθμό των υπαλλήλων.
14. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος ισούται με το μισό του αθροίσματος των άπειρων όρων της. Αν το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 15 , να σχηματίσετε την πρόοδο.

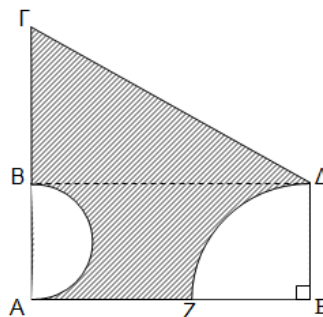
15. Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος είναι εγγεγραμμένος στο τετράγωνο ΑΒΓΔ και έχει ακτίνα 5cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.
(Η απάντηση μπορεί να δοθεί και συναρτήσει του π)



ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της είναι 20, ενώ η διαφορά του τέταρτου όρου της από τον όγδοο όρο της είναι 8. Να βρείτε:
(α) τον δέκατο πέμπτο όρο της
(β) πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 120.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $\log^2 x - \log x - 2 = 0$
(β) $9 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 1 = 0$.
- (α) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές
(β) Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ, αν δίνονται $\alpha = 8\text{cm}$, $\beta = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $R = 4\text{cm}$.
- Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{5}$ ενός κεφαλαίου προς 7% για 3 χρόνια και το υπόλοιπο του κεφαλαίου το τόκισε προς 5% για 5 χρόνια. Αν και από τις δύο περιπτώσεις πήρε συνολικό τόκο €2808. Να βρείτε το κεφάλαιο.
- Ένας έμπορος εισάγει προϊόντα αξίας €30000. Επιπλέον πληρώνει €10000 έξοδα μεταφοράς. Ο εισαγωγέας υπολογίζει το κέρδος του πάνω στο συνολικό κόστος και τα πωλεί χρεώνοντας και 15% Φ.Π.Α. Αν τα προϊόντα πωλήθηκαν τελικά €57500, ποιο είναι το ποσοστό του κέρδους του εμπόρου πάνω στο συνολικό κόστος των προϊόντων;
- Στο διπλανό σχήμα η ΑΒ είναι διάμετρος του ημικυκλίου και η ΓΔ=15 cm. Αν Ε είναι το κέντρο ενός κύκλου με ακτίνα 6 cm, και το ΑΒΔΕ είναι ορθογώνιο με πλευρά ΑΕ = 12 cm να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Η Διευθύντρια

(Ελένη Σεμελίδου)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26/05/2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ)

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

Οδηγίες:

- 1) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μαύρο ή μπλε).
- 2) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 3) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 4) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{5x+2}{x(x+1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Να βρείτε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x}{2 - 3x^2}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu x}{3x}$$

3. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \frac{2x-1}{3x+2}$. Να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$ β) το τύπο της αντίστροφης συνάρτησης $f^{-1}(x)$

4. Μια κλειστή δεξαμενή αποθήκευσης καυσίμων έχει σχήμα κυλίνδρου με ύψος 20 m και ακτίνα βάσης 30 m. Η δεξαμενή είναι κατασκευασμένη από ειδική λαμαρίνα που κοστίζει €5 το τετραγωνικό μέτρο. Ποιο είναι το κόστος της λαμαρίνας για την κατασκευή της δεξαμενής;

5. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ των συναρτήσεων:

$$\alpha) y = \ln(x^2 + 1) + \eta \mu 3x$$

$$\beta) y = 3e^{2x} + \sqrt{1-x} - \frac{6}{x^2}$$

6. Η περίμετρος της βάσης κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας είναι 16 cm. Αν το παράπλευρο ύψος σχηματίζει με το επίπεδο της βάσης γωνία 45° , να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.
7. Σε αριθμητική πρόοδο ο τρίτος και ο πέμπτος όρος έχουν άθροισμα 22 και ο έβδομος είναι τετραπλάσιος του δεύτερου. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να πάρουμε άθροισμα 155.
8. Να λυθεί η εξίσωση: $9^x - 3^{x+1} + 2 = 0$
9. Να δείξετε ότι η εφαπτόμενη της καμπύλης $x^2 + y^2 = 5$ στο σημείο $A(1,2)$ και η εφαπτομένη της καμπύλης $y = x^3 + \ln(2-x)$ στο σημείο $B(1,1)$ είναι κάθετες.
10. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(5,2)$, $B(-3,1)$, $\Gamma(-2,-7)$.
α) Να δείξετε ότι το $AB\Gamma$ τρίγωνο είναι ισοσκελές.
β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM .
11. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο με θετικούς όρους το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 24 και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 32. Να βρείτε τους τρεις πρώτους όρους της προόδου.
12. Να βρείτε τη γενική λύση της τριγωνομετρικής εξίσωσης: $\sigma\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu x + 2\eta\mu x = 2$
13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1-\sigma\upsilon\nu 2\theta}{\eta\mu 2\theta} \cdot \frac{1+\sigma\upsilon\nu\theta}{2\varepsilon\phi\theta} = \sigma\upsilon\nu^2 \frac{\theta}{2}$
14. Να λύσετε την εξίσωση: $2\log_4 x \cdot \log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x = 8$
15. Έστω ημικύκλιο με κέντρο O και διάμετρο $AB = 2R$. Στην προέκταση της OB παίρνουμε τμήμα $ΟΓ = R\sqrt{2}$ και από το Γ φέρουμε εφαπτομένη $\Gamma\Delta$ του ημικυκλίου. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου $B\Gamma\Delta$.

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. α) Αν $y = xe^{-x}$. Να δείξετε ότι: $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{1-x} \cdot \frac{dy}{dx} - y = 0$

β) Αν $\log \frac{25}{2}$, $\log x$, $\log 50$, y είναι διαδοχικοί όροι Α.Π. Να βρεθεί το x και το y .

2. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$.

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $f(x)$
- β) Αν η $f(x)$ περνά από το σημείο $A(\ln 2, 3)$ να δείξετε ότι το $\alpha = 1$
- γ) Αν $\alpha = 1$,
 - i) Να δείξετε ότι $f(-x) = -f(x)$
 - ii) Να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο $f'(x)$
 - iii) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της $f(x)$ στο A .

3. α) Να δείξετε ότι: $(\sin x - \sin y)^2 + (\eta\mu x - \eta\mu y)^2 = 4 \cdot \eta\mu^2 \left(\frac{x-y}{2} \right)$

β) Με τη βοήθεια της πιο πάνω σχέσης ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης: $(\sin x - \sin 60^\circ)^2 + (\eta\mu x - \eta\mu 60^\circ)^2 = 1$

4. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς α cm. Προεκτείνουμε την πλευρά $B\Gamma$ κατά τμήμα $\Gamma\Delta = \frac{\alpha}{2}$ cm. Φέρουμε κάθετη $\chi\gamma$ πάνω στη $\Gamma\Delta$, η οποία περνά από το σημείο Δ . Το τρίγωνο $AB\Gamma$

περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τη $\chi\gamma$.

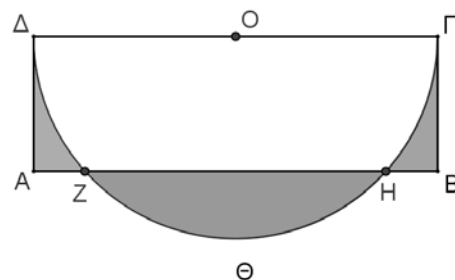
- α) Να βρείτε τον όγκο του στερεού που παράγεται.
- β) Να βρείτε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται.

5. Δίνεται παραλληλόγραμμο $OAB\Gamma$. Η εξίσωση της πλευράς OA είναι η $y = 0$, η εξίσωση της πλευράς OG είναι $y = 2x$ και οι συντεταγμένες της κορυφής B είναι $(4, 2)$.

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών A και Γ .
- β) Αν σημείο P είναι πάνω στην προέκταση της AB , να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου P έτσι ώστε το εμβαδόν του τριγώνου OAP να είναι διπλάσιο από το εμβαδόν του παραλληλογράμμου $OAB\Gamma$.

6. Δίνεται το διπλανό ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $\Delta\Gamma = 8$ cm. Με κέντρο το O και ακτίνα την OG γράφουμε ημικύκλιο $\Gamma\Theta\Delta$. Αν η γωνία $\Gamma\hat{O}H = 30^\circ$, να υπολογίσετε:

- α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους
- β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Δέσποινα Χατζηαποστόλου (Β.Δ.Α.)

Γιώργος Παντζιαράς (Συντονιστής Β.Δ.)

Αδάμος Αδάμου

Χριστίνα Κυπριανού

Έλενα Τσίγκη

Στέλλα Αγγελή - Χατζηνικολάου

Κυριάκος Κολοβός

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Κυριακή Κασιουρή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011ΜΑΘΗΜΑ : **Μαθηματικά (κοινός κορμός)**

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ : **Β΄ Ενιαίου Λυκείου**

Ημερομηνία: 23/05/2011

Οδηγίες :

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.

Μέρος Α΄ (60 μονάδες)**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Δίνεται η Αριθμητική Πρόοδος με $a_1 = 3$ και $\delta = 2$. Να βρείτε τον a_{15} .
2. Να λύσετε την εξίσωση $2^{2x-1} = 2^5$.
3. Σε φθίνουσα Γ. Π. δίνεται $a_1=81$ και $\lambda = \frac{1}{4}$. Να βρείτε το Σ_{∞} .
4. Να λύσετε την εξίσωση $\log 2 + \log(3x + 2) = \log 16$.
5. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €2000 μετά από 3 χρόνια με επιτόκιο 6%.
6. Κύκλος έχει ακτίνα 5cm. Να βρείτε:
α) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου
β) το εμβαδόν του κύκλου.
7. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν $E = 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\alpha=3\text{cm}$ και $\beta=4\text{cm}$. Να βρείτε την γωνία Γ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$) του τριγώνου.
8. Δίνεται η Α.Π. 1, 5, 9, Να βρείτε το άθροισμα των 24 πρώτων όρων της.
9. Έμπορος πούλησε εμπόρευμα με κέρδος 30% πάνω στην αξία του και είσπραξε €6500. Να βρείτε την αξία του εμπορεύματος.
10. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 12π cm. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του κύκλου και
β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 60° .
11. Να λύσετε την εξίσωση: $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$.

12. Αν οι αριθμοί $\chi + 1$, $3\chi - 2$, $3\chi + 1$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου να βρείτε το χ .

13. Να δείξετε ότι $\frac{\log 8 + 2\log 3 - 2\log \sqrt{18}}{\log 16 - \log 8} = 2$.

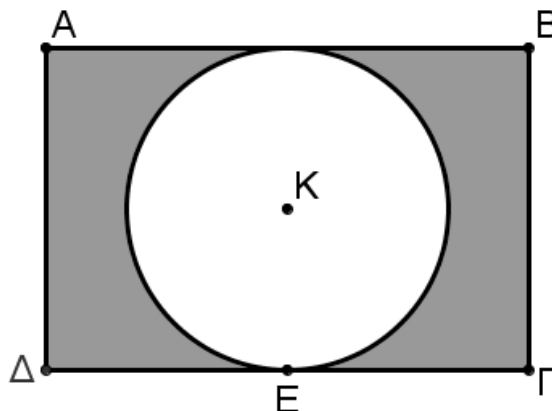
14. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος 5, 15, 45, Να βρείτε:

α) το λόγο λ της Γ. Π.

β) τον 7^ο όρο της

γ) το άθροισμα των 6 πρώτων όρων.

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο με $AB=6\text{cm}$. Με κέντρο το K και ακτίνα $KE=2\text{cm}$ γράφουμε κύκλο. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



Μέρος Β' (40 μονάδες)

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Το άθροισμα του 2ου και του 5ου όρου αριθμητικής προόδου είναι 16, ενώ το άθροισμα του 3ου και του 6ου όρου είναι 20.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο και

β) να βρείτε το άθροισμα των τριάντα πρώτων όρων της.

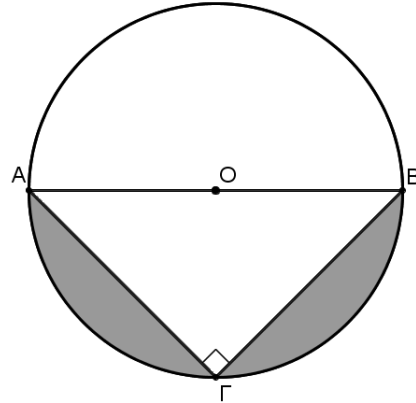
2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\alpha = 3\text{cm}$, $\beta = 3\sqrt{3}\text{cm}$, και $\hat{B} = 120^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

3. Κάποιος τόκισε δύο κεφάλαια για τέσσερα χρόνια ως εξής :

Το πρώτο προς 5% και το δεύτερο κεφάλαιο που ήταν τριπλάσιο του πρώτου προς 7%.

Αν πήρε συνολικά τόκο €2080, να βρείτε τα δυο κεφάλαια.

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται το εμβαδόν του κύκλου $100\pi\text{cm}^2$.
 α) Να βρείτε την ακτίνα του κύκλου.
 β) Αν το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ισοσκελές ($A\Gamma = B\Gamma$), να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



5. α) Να λύσετε την εξίσωση: $\log^2 x - 4\log x + 3 = 0$
 β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu\Gamma = 2\eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu A$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
6. Έμπορος αγόρασε εμπόρευμα αξίας €20000. Πλήρωσε €5000 για τη μεταφορά του. Από την πώληση του εμπορεύματος είσπραξε €30000. Να βρείτε:
 α) το κέρδος του
 β) το ποσοστό κέρδους.
 γ) Πόσα θα αγοράζαμε τελικά το εμπόρευμα αν πληρώναμε επιπλέον Φ.Π.Α 15% στην τιμή πώλησης.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

Άγγελος Χατζηαγαθαγγέλου (Β.Δ)
 Λουκία Πιέρου Ματθαίου
 Ευαγγελία Παπαγιάννη - Γιάλλουρου
 Εύα Τρίαρου - Λοΐζου

Άγγελος Χατζηαγαθαγγέλου (Β.Δ)

Συντονιστής μαθηματικών

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Παντελίτσα Μιχαήλ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά (κατεύθυνσης)

Διάρκεια : 2:30'

ΤΑΞΗ : Β' Ενιαίου Λυκείου

Ημερομηνία : 23/5/2011

Οδηγίες :

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.
5. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **4 σελίδες**

Μέρος Α' (60 Μονάδες)

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης $R=5\text{cm}$ και ύψος $u=4\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.

2. Να υπολογίσετε το όριο : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4}{x^3 - 7x}$

3. Δίνεται η Αριθμητική Πρόοδος $-5, -2, 1, 4, \dots$
Να υπολογίσετε το άθροισμα των 31 πρώτων όρων της προόδου.

4. Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των συναρτήσεων :
 α) $\psi = \sin x - \sqrt{6x} + e$ β) $\psi = x^3 \cdot \ln x$

5. Να βρείτε το **πεδίο ορισμού** και το **πεδίο τιμών** της συνάρτησης : $f(x) = \frac{x+5}{x}$

6. Να δείξετε ότι : $2\sigma\alpha^2 - 3\eta\mu^2\alpha = \frac{5\sigma\alpha 2\alpha - 1}{2}$

7. Δίνεται το τρίγωνο ABΓ με πλευρές $\beta = 2\sqrt{3}\text{ cm}$, $\gamma = 2\text{cm}$, και γωνία $\hat{B} = 120^\circ$.
Να υπολογίσετε :
 α) τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου
 β) την πλευρά α .

8. Δίνονται τα σημεία $A(1,5)$ και $B(3,1)$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το μέσο M του ευθυγράμμου τμήματος AB και είναι παράλληλη με την ευθεία $(\epsilon): x - 3y - 2 = 0$.

9. Να λύσετε την εξίσωση: $\ln(1+\sin x) - \ln 2 = \ln 1$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

10. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{2x+1}{(x-2)(x^2+1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

11. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ακμή βάσης 10 cm και όγκο $V = \frac{500\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$.
Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

12. Αν $\epsilon\varphi \frac{x}{2} = t$ να δείξετε ότι: $\frac{2}{\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x + 1} = \frac{1+t^2}{1+t}$

13. Αν $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x}$ τότε:

α) να δείξετε ότι $\frac{df}{dx} = \frac{e^{2x}+1}{e^x}$,

β) να ορίσετε τη συνάρτηση $\frac{f'(x)}{f(x)}$ και να δώσετε το πεδίο ορισμού της.

14. Δίνεται η καμπύλη $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ και το τυχαίο σημείο της $P(3\sigma\upsilon\nu\theta, 2\eta\mu\theta)$. Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο P είναι $2\sigma\upsilon\nu\theta \cdot x + 3\eta\mu\theta \cdot y = 6$.

15. Δίνονται οι συναρτήσεις: $f(x) = \frac{x}{x-4}$ και $g(x) = x^2 - 5x - 2$. Να εξετάσετε αν ορίζεται η σύνθεση $f \circ g$ της g με την f . Αν ορίζεται, να δώσετε το πεδίο ορισμού και τον τύπο της.

Μέρος Β' (40 Μονάδες)

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες

1. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με κορυφές $A(3, 1)$, $\Gamma(2, -4)$ και η κλίση της πλευράς $B\Gamma$, $\lambda_{B\Gamma} = -\frac{3}{2}$.

- α) Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών $B\Gamma$ και AB .
β) Να δείξετε ότι η κορυφή B έχει συντεταγμένες $(-2, 2)$.
γ) Να δείξετε ότι $(AB) = (A\Gamma)$.
δ) Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους AD .

2. α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\log_3 x + \log_9 x + \log_{81} x + \dots$

- β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει : $\varepsilon\phi B + \varepsilon\phi \Gamma = \frac{\alpha^2}{2E}$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

3. α) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης : $9^{\eta\mu x \sigma\upsilon\nu x} = \sqrt{3}$.

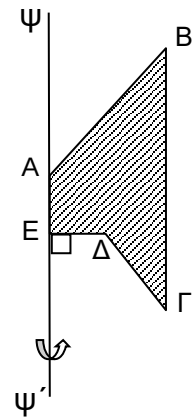
β) Δίνεται η συνάρτηση :
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\eta\mu[4(x-1)]}{x-1} & , \quad x \geq 1 \\ \frac{x^2-1}{\alpha(x-1)} & , \quad x < 1. \end{cases}$$

Να υπολογίσετε το α έτσι ώστε να υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

4. Δίνεται η καμπύλη με τύπο $f(x) = \frac{4}{x}$, $x \neq 0$ και το σημείο M με τετμημένη $x = \alpha$, με $\alpha \in \mathbf{R} - \{0\}$.

- α) Να δείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης στο M είναι (ε) : $4x + \alpha^2 y = 8\alpha$.
β) Αν A και B τα σημεία τομής της εφαπτομένης (ε) με τους άξονες xx' και yy' αντίστοιχα και O η αρχή των αξόνων, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB .

5. Το επίπεδο σχήμα ΑΒΓΔΕ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από άξονα $\psi\psi'$ κάθετο στην ΕΔ και παράλληλο στην ΒΓ.
Αν $AB=10\text{cm}$, $B\Gamma=16\text{cm}$, $\Delta\Gamma=5\text{cm}$, $\Delta E=3\text{cm}$ και η ΒΓ απέχει από τον άξονα περιστροφής 6cm , τότε να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και
β) τον όγκο του στερεού που παράγεται.



6. Δίνεται η αντιστρέψιμη συνάρτηση : $f(x) = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$
- α) Να δείξετε ότι : $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{1-x}$.
- β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f^{-1}(x)$.
- γ) Να αποδείξετε ότι : $2x \cdot \left[(f^{-1})' \right]^2 \cdot \frac{1}{(f^{-1})''} = 1$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

Μυρούλα Κεπερτή – Παλλαρή (Β.Δ.)
Χρίστος Βαλανίδης
Μυρούλα Πιπτάτζη – Κύζα
Εύα Τρίαρου – Λοΐζου

Η ΒΟΗΘΟΣ ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ
Μυρούλα Κεπερτή – Παλλαρή

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Παντελίτσα Μιχαήλ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 23- 5- 2011
ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο
(τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1) Να αναλύσετε σε άθροισμα απλών κλασμάτων το κλάσμα $\frac{2x-29}{(x+3) \cdot (x-4)}$.

2) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων :

(α) $\psi = \varepsilon \varphi x - 2x^3 + \sqrt{x} + c$

(β) $\psi = \frac{\eta \mu x}{x^2 - 5x}$

3) Να βρείτε το όριο των πιο κάτω συναρτήσεων :

(α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + 5x - 4}{-5x^2 - 6x + 7}$

(β) $\lim_{x \rightarrow 3^-} 5^{\frac{5-x}{x-3}}$

4) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta \mu 6a + \eta \mu 4a}{\sigma \upsilon \nu 3a - \sigma \upsilon \nu 7a} = \frac{\sigma \tau \epsilon \mu a}{2}$.

5) Κύβος και ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχουν τον ίδιο όγκο. Η διαγώνιος του κύβου είναι $6\sqrt{3} \text{ cm}$. Αν το μήκος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι τριπλάσιο από το πλάτος του και το ύψος του είναι 8 cm , να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

6) Τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ έχει κορυφές $A(4,2)$, $B(-2,-2)$ και $\Gamma(8,-4)$.

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

β) Να υπολογίσετε την οξεία γωνία $\hat{B}$.

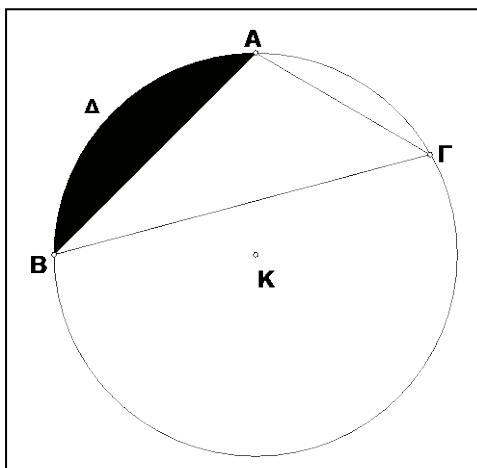
γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΓM .

7) Κύλινδρος και κώνος έχουν ίσες ακτίνες. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου ισούται με το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου. Αν η γενέτειρα του κώνου είναι 17 cm και το ύψος του κυλίνδρου 16 cm , να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.

8) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{x^2 + 4}{2x - 3}$.

9) Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\sin \frac{A-B}{2} = \sqrt{2} \cdot \frac{(a+\beta)}{2\gamma}$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

10)



Τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{B} = 30^\circ$, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και $\beta = \sqrt{2} \cdot (\gamma - 2)$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) .

Να υπολογίσετε :

α) την ακτίνα R του κύκλου

β) το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος $A\Delta B$.

11) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης της f .

β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της $f^{-1}(x)$ στο σημείο της με τετμημένη $x = \frac{1}{2}$.

- 12) Δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο $AB = 8 \text{ cm}$. Παίρνουμε τόξο $\widehat{B\Gamma} = 60^\circ$ και στο Γ φέρνουμε εφαπτομένη του κύκλου. Από το B φέρουμε $B\Delta$ κάθετη στην εφαπτομένη. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτογράμμου τριγώνου $B\Delta\Gamma$.
- 13) Δίνεται αριθμητική πρόοδος με $\alpha_1 = \log(\sin \varphi)$, $\alpha_3 = \log \frac{\eta \mu^2 \varphi}{\sin \varphi}$ όπου $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$ και διαφορά $\delta = \frac{\log 3}{2}$.
- α) Να δείξετε ότι $\varphi = \frac{\pi}{3}$.
- β) Να λύσετε την εξίσωση $\log \frac{3^{x+3} + 9 \cdot 2^x}{22 \cdot 2^{x-1} + 2 \cdot 3^x} = a_5$.
- 14) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{4}{x-2}$, $x \in \mathbb{R} - \{2\}$
- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B της f στα οποία οι εφαπτομένες της έχουν κλίση $\lambda = -1$.
- β) Να δείξετε ότι η απόσταση μεταξύ των εφαπτομένων είναι ίση με $4\sqrt{2}$ μονάδες.
- 15) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{\eta \mu(x-1) + \eta \mu 4(x-1) + \eta \mu 7(x-1) + \dots + \eta \mu 58(x-1)}{x-1} \right]$.

ΜΕΡΟΣ Β

**Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.**

- 1) Δίνονται τα σημεία $A(2,6)$, $B(8,6)$, $\Gamma(11,2)$ και $\Delta(2,2)$.
(Τοποθετήστε τα σημεία A, B, Γ, Δ σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων)
- α) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών του ορθογωνίου τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$.
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του τραπεζίου γύρω από τον άξονα $\psi'\psi$.
- 2) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ και $g(x) = 2x-3$.
- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$.
- β) Να ορίσετε και να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης $(f \circ g)(x)$.
- γ) Να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (f \circ g)(x)$.

- 3) Αριθμητική πρόοδος με διαφορά δ και απολύτως φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος με λόγο $\lambda > 0$ έχουν τον ίδιο πρώτο όρο. Το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου ισούται με το δεύτερο όρο της αριθμητικής προόδου.

Αν $\frac{2\lambda}{\delta} = 2\eta\mu\frac{\pi}{12} \cdot (\sigma\upsilon\nu^2\frac{\pi}{24} - \eta\mu^2\frac{\pi}{24})$ και

$\delta \cdot \lambda = \log_2(2 + \sqrt{2}) + \log_2(2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}) + \log_2(2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}})$ να σχηματίσετε τις δύο προόδους.

- 4) Το πολυώνυμο $f(x) = (8^{\log a} - 2 \cdot 4^{\log a})x^3 + (\beta - 3^{\log_9 4})x + \frac{\gamma}{28} - \frac{\varepsilon\varphi 15^\circ}{1 + \varepsilon\varphi^2 15^\circ}$ είναι το

μηδενικό πολυώνυμο.

α) Να βρείτε τα $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $\sigma\upsilon\nu 2x + \alpha\eta\mu^2 \frac{x}{2} = \beta$.

- 5) α) Αν $\psi = \varepsilon\varphi(\ln x)$ να δείξετε ότι $\psi''x^2 + \psi'x - 2\psi(1 + \psi^2) = 0$

β) Ένα τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με κορυφές $A(3,1)$, $B(1,-3)$ έχει εμβαδόν 3 τετραγωνικές μονάδες. Αν το κέντρο βάρους του τριγώνου είναι σημείο του $x'x$, να βρείτε τις συντεταγμένες του Γ .

- 6) α) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = e^{\eta\mu x - 1}$ και $g(x) = e^{1 - x \cdot \sigma\upsilon\nu x}$. Να δείξετε ότι οι εφαπτομένες τους στα σημεία τους με τετμημένες $x = 0$ είναι κάθετες.

β) Αν $a = 5 \text{ cm}$, $\beta = 4 \text{ cm}$ και $\varepsilon\varphi \frac{\Gamma}{2} = \frac{\sqrt{7}}{3}$, να υπολογίσετε την πλευρά γ .

ΤΕΛΟΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ανδρονίκου Κυριακή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/5/2011
ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει σφραγίδα δημόσιου σχολείου.

β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλέ ή μαύρο (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

- Δίνεται η πρόοδος: 5, 8, 11, 14,... Να βρείτε:
α. Το είδος της προόδου β. Τον 20^ο όρο της
- Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €12000, τοκίζόμενο με απλό τόκο για 5 χρόνια, με επιτόκιο 6%.
- Κύκλος έχει διάμετρο 10 cm. Να βρείτε:
α. Το εμβαδόν του κύκλου β. Το μήκος του κύκλου
- Να αποδείξετε ότι: $\frac{\log 4 + \log 2}{\log 12 - \log 6} = 3$
- Κάποιος πούλησε ένα οικοπέδο με κέρδος 20%. Αν η αξία του οικοπέδου ήταν €30000, πόσα πουλήθηκε το οικοπέδο;
- Τρεις εργάτες πληρώθηκαν €1610 για να εκτελέσουν μια εργασία. Πόσα χρήματα αναλογούν στον καθένα, αν ο πρώτος δούλεψε 5 ημέρες, ο δεύτερος 8 ημέρες και ο τρίτος 10 ημέρες;
- Μεταξύ των αριθμών 2 και 64 να παρεμβάλετε άλλους 4 αριθμούς, ώστε όλοι μαζί να αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.
- Τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ έχει $a = 4$ cm, $\gamma = 2$ cm και $\hat{B} = 60^\circ$. Να βρείτε:
α. Το εμβαδόν του τριγώνου.
β. Την πλευρά β.

9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $5^{x+3} = 25^x$

β. $\log(\chi - 1) + \log(\chi + 2) = 2\log 2$

10. Οι αριθμοί $\chi - 2$, $2\chi + 1$, $4\chi - 1$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι αριθμητικής προόδου. Να υπολογίσετε:

α. Το χ .

β. Το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της προόδου.

11. Αν σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $a\eta\mu A + b\eta\mu B = 2R\eta\mu^2\Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

12. Κυκλικός τομέας σε κύκλο με ακτίνα 12 cm, έχει εμβαδόν $48\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:

α. Την κεντρική γωνία του κυκλικού τομέα.

β. Το μήκος του τόξου του κυκλικού τομέα.

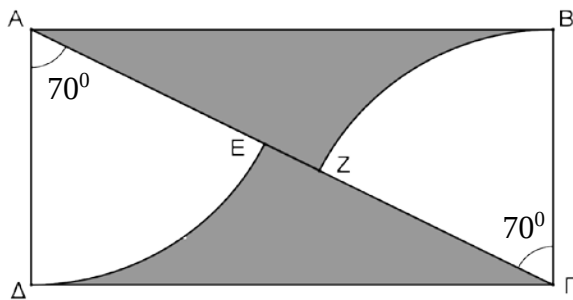
13. Αν το χ είναι η λύση της εξίσωσης $\log_2 \chi = 3$ και οι αριθμοί $2\psi - 3$, $\frac{\chi}{4}$, $\psi + 2$ είναι οι τρεις

πρώτοι όροι γεωμετρικής προόδου ($\psi > 0$), να βρείτε:

α. Τα χ και ψ .

β. Τη γεωμετρική πρόοδο.

14. Στο παρακάτω σχήμα, το μήκος του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$ είναι διπλάσιο του πλάτους του. Αν το εμβαδόν του ορθογωνίου είναι 72 cm^2 και $AE\Delta$, ΓZB είναι κυκλικοί τομείς επίκεντρης γωνίας 70° , να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



15. α. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$

β. Αν $a > 0$ και $a \neq 1$, να δείξετε ότι: $\log \sqrt{a} + \log \sqrt[4]{a} + \log \sqrt[8]{a} + \log \sqrt[16]{a} + \dots = \log a$

ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $4^x - 12 \cdot 2^{x-1} + 5 = 0$

β. $2\log^2 x + 3\log x - 2 = 0$

2. α. Τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ έχει $\alpha = 6\text{ m}$, $\beta = 6\sqrt{3}\text{ m}$ και $E = 9\sqrt{3}\text{ m}^2$.

Να βρείτε τη γωνία $\hat{\Gamma}$ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$) και την πλευρά γ του τριγώνου.

β. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

$$2\beta\gamma\sin\alpha + 2\alpha\gamma\sin\beta + 2\alpha\beta\sin\gamma = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$$

3. Σε αριθμητική πρόοδο, το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου είναι 20 και ο τέταρτος όρος είναι κατά 8 μικρότερος του όγδοου. Να βρείτε:

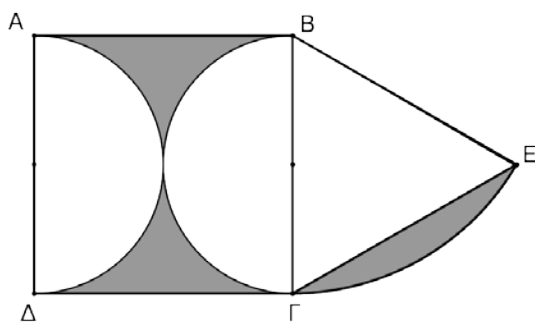
α. Την πρόοδο.

β. Πόσους όρους πρέπει να πάρουμε για να έχουμε άθροισμα 120.

4. Στο παρακάτω σχήμα $AB\Gamma\Delta$ τετράγωνο, $\triangle B\Gamma E$ ισόπλευρο τρίγωνο και $\overset{\frown}{FE}$ τόξο μήκους $4\pi\text{ cm}$. Με διαμέτρους AD και $B\Gamma$ γράφουμε ημικύκλια εντός του τετραγώνου. Με κέντρο το σημείο B και ακτίνα $B\Gamma$, γράφουμε κυκλικό τομέα εκτός του τετραγώνου. Να βρείτε:

α. Την πλευρά του τριγώνου $\triangle B\Gamma E$.

β. Το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους.



5. Οι λύσεις της εξίσωσης $3x^2 - 10x + 3 = 0$, αποτελούν τον πρώτο όρο και το λόγο μιας απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε τη γεωμετρική πρόοδο και το άθροισμα των άπειρων όρων της.

6. Ο κύριος Κώστας κέρδισε στο ΛΟΤΤΟ €120 000 και επένδυσε αυτά τα χρήματα ως εξής:

α) τόκισε το $\frac{1}{3}$ των χρημάτων του προς 6%

β) αγόρασε ένα χωράφι προς €30 000

γ) επένδυσε τα υπόλοιπα στο χρηματιστήριο.

Μετά από 3 χρόνια, πώλησε το χωράφι με κέρδος 15% πάνω στην τιμή αγοράς του, απέσυρε τα χρήματα του από την τράπεζα, εξαργύρωσε τις μετοχές του από το χρηματιστήριο και εισέπραξε συνολικά €126 700.

Κέρδισε ή ζήμιωσε και πόσα % από την επένδυση του στο χρηματιστήριο;

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΑΝΔΡΟΝΙΚΟΥ ΚΥΡΙΑΚΗ