



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

ΑΞΗ: Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19 /05/2011

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

Οδηγίες:

- 1) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μαύρο ή μπλε)
- 2) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού
- 3) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
- 4) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + x - 1 = 0$

2. Να βρείτε το Π.Ο. της συνάρτησης που ορίζεται από τον τύπο: $y = \frac{x+1}{(x+4)(x-2)}$

3. Να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τους αριθμούς -3 και 4.

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Α(0,2) και είναι παράλληλη προς την ευθεία $y = 3x - 1$.

5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 5x - 2y = -1 \\ 2y - 5\omega = 6 \\ \omega - 3x = -7 \end{cases}$$

6. Δίνεται τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ. Προεκτείνουμε τη διάμεσο ΑΔ προς το μέρος του Δ κατά τμήμα ΔΕ = ΑΔ.

α) Να δείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΕΓ είναι παραλληλόγραμμο.

β) Αν το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές με $AB = AG$, τι είδους τετράπλευρο είναι το ΑΒΕΓ και γιατί;

7. Αν $x > 0$ να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\sqrt[3]{x^9} - 5 \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x}}{(x - \sqrt{5}) \cdot (x + \sqrt{5})} = x$$

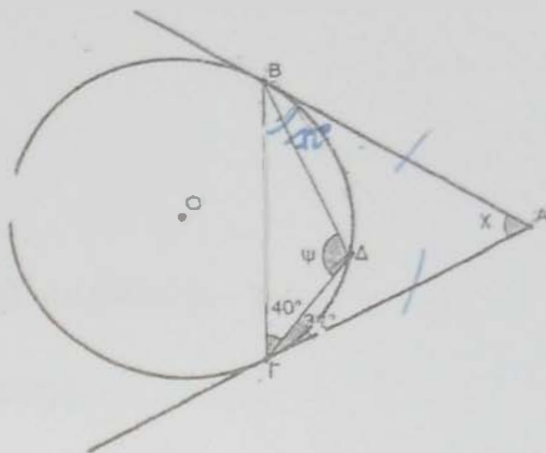
8. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν η πλευρά $AB = 6\sqrt{3}$ cm και η γωνιά $\angle \Gamma B A = 60^\circ$, να βρείτε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.

9. Αν $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{5\sigma\upsilon\nu\omega - 3\epsilon\phi(90^\circ - \omega)}{9\sigma\tau\epsilon\mu\omega}$$

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το O , εφαπτόμενα τμήματα AB , $A\Gamma$ και γωνιές $\angle A\Gamma\Delta = 32^\circ$, $\angle \Delta\Gamma B = 40^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνιές χ και ψ (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



11. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\eta\mu\theta} - \epsilon\phi\theta = \tau\epsilon\mu\theta$

12. Αν χ_1 και χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3\chi^2 + 5\chi + 2 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε:

α) το άθροισμα των ριζών

β) το γινόμενο των ριζών

γ) τις τιμές των παραστάσεων:

i) $\frac{1}{\chi_1} + \frac{1}{\chi_2}$

ii) $(\chi_1 - \chi_2)^2$

13. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{2\chi + 3}{\chi} \leq \chi$

14. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: 4\chi + (\kappa - 3)y - 5 = 0$, $\epsilon_2: y = \frac{2\kappa\chi}{5} - 4$.

Να βρεθεί το κ ώστε οι ευθείες να είναι κάθετες.

15. Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = \begin{cases} \chi + 2 & , \chi \leq -1 \\ \chi^2 - \chi & , \chi > -1 \end{cases}$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των $f(-1)$, $f(-2)$ και $f(1)$.

β) Για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει $f(-3) + \lambda \cdot f(3) = 2$.

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2 + 3x - 9}{x^2 - 9}$

β) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(2x^2 + 3x - 9)(2 - x)(x^2 + x + 1)}{x^3 + 3x^2} \geq 0$

2. Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 - 2(\lambda + 1)x + \lambda + 2 = 0$, $\lambda \neq 0$, με ρίζες x_1, x_2 .

α) Να βρείτε το είδος των ριζών της πιο πάνω εξίσωσης.

β) Να βρείτε το λ ώστε να έχει ρίζα το -2.

γ) Να υπολογίσετε το λ ώστε να ισχύει η σχέση $3x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2 = 5$.

δ) Να υπολογίσετε το λ ώστε η πιο πάνω εξίσωση να έχει ρίζες ετερόσημες.

3. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$

Από τη δυτλανή γραφική παράσταση, να βρείτε τα πιο κάτω δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

α) το πεδίο ορισμού της

β) το πεδίο τιμών της

γ) τις συντεταγμένες της κορυφής της

δ) τον άξονα συμμετρίας της

ε) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

στ) το πρόσημο της παράστασης:

$$A = \frac{f(0) + f(-\frac{1}{2})}{f(2011)}$$

ζ) την τιμή της παράστασης $B = -\frac{5\beta}{2\alpha} + 2\gamma$

η) για ποιες τιμές του x ισχύει $a \cdot f(x) > 0$

