

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Μάθημα: Μαθηματικά

ΤΑΞΗ: Α΄ Λυκείου

Ημερομηνία: 5 Ιουνίου

Διάρκεια: 2:30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μόνο με μολύβι)

Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (tipp-ex)

Το γραπτό αποτελείται από 5 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α: Από τα 15 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Να λυθεί η εξίσωση $3x^2 - 10x + 3 = 0$.

2) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{array}{rcl} 3x + y & = & 5 \\ x - 4y & = & 6 \end{array}$$

3) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού (π.ο.) της συνάρτησης $y = \frac{4x + 7}{x - 4}$

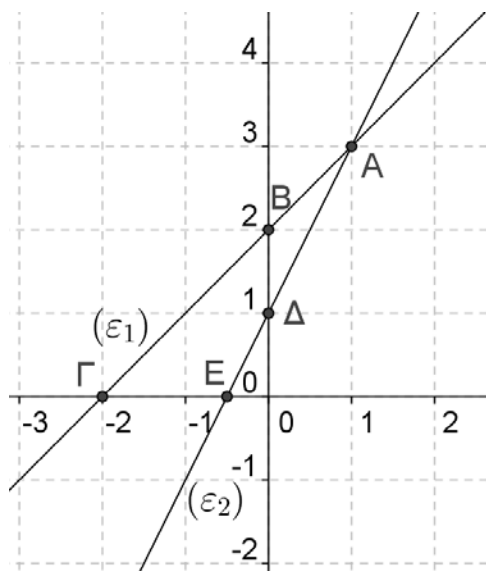
4) Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α = 90°) γνωρίζουμε ότι η γωνία Γ = 38° και ότι ΑΓ = 20cm. Να υπολογιστούν οι άλλες δύο πλευρές του τριγώνου.

5) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(3, 4)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία .

6) Αν $\sin \omega = -\frac{3}{5}$ με $90^\circ < \omega < 180^\circ$, τότε να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{25\eta\mu\omega - 6\tau\epsilon\mu\omega}{8\sigma\phi\omega}.$$

7) Με τη βοήθεια του συστήματος ορθογώνιων συντεταγμένων, να βρείτε τα ακόλουθα:



- (α) Τις συντεταγμένες του κοινού σημείου των δύο ευθειών.
- (β) Τις συντεταγμένες του σημείου που τέμνει η ευθεία (ε_1) τον άξονα των x
- (γ) Τις συντεταγμένες του σημείου που τέμνει η ευθεία (ε_2) τον άξονα των y
- (δ) Την εξίσωση της ευθείας (ε_1)
- (ε) Τη λύση του συστήματος των εξισώσεων των δύο ευθειών

8) Αν x_1, x_2 είναι λύσεις της εξίσωσης $3x^2 - 5x - 10 = 0$, τότε να υπολογίσετε τις τιμές των ακόλουθων παραστάσεων, χωρίς να λύσετε την εξίσωση:

(α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 x_2$ (γ) $\frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_1}$

9) Δίνεται ότι και είναι λύσεις της εξίσωσης . Χωρίς να λυθεί η εξίσωση αυτή, να σχηματίσετε την εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει λύσεις τους αριθμούς και

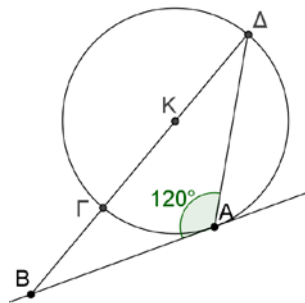
10) Να αποδειχθεί η τριγωνομετρική ταυτότητα:

11) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $y = \sqrt{x^2 - 3x - 10}$.

12) Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) φέρουμε το ύψος AD . Η διχοτόμος της γωνίας B τέμνει το ύψος AD στο Z και την $A\Gamma$ στο E . Να αποδείξετε ότι:

$$(BZ)(E\Gamma) = (BE)(AZ).$$

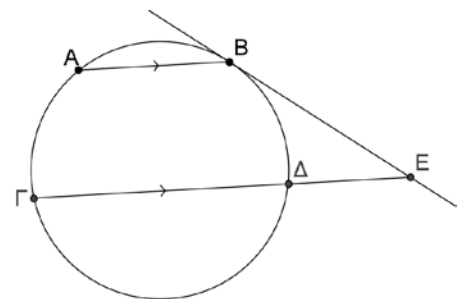
13) Στο επόμενο σχήμα, η ευθεία AB είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A . Αν K είναι το κέντρο του κύκλου, τότε να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AB\Gamma$ είναι ισοσκελή.



14) Να λυθεί η ανίσωση $\frac{x^2 + 8x - 9}{x^2 + 5x + 4} \leq 0$

15) Στο διπλανό σχήμα οι χορδές AB και $\Gamma\Delta$ είναι παράλληλες. Η BE είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B . Να αποδείξετε ότι:

$$(B\Gamma)^2 = (AB)(\Gamma E)$$



ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + (3\lambda - 1)x + \lambda^2 - 1 = 0$. Να βρεθούν οι τιμές της παραμέτρου λ για τις οποίες:

(α) να έχει ρίζες αντίθετες

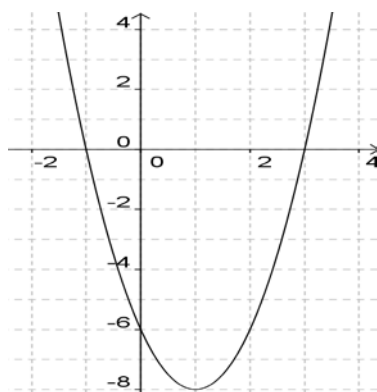
(γ) να έχει τη λύση $x = 2$

(β) να έχει ίσες ρίζες

(δ) να έχει ρίζες ετερόσημες

- 2) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x^2 - 4x - 12)(x^2 - 6x)}{x^2 - 2x - 3} \geq 0$

- 3) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$.



Δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, να βρείτε:

(α) την τιμή

(β) τον άξονα συμμετρίας

(γ) τα πρόσημα των

(δ) τις τιμές των

(ε) τη λύση της ανίσωσης $f(x) > 0$

- 4) (α) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία με εξίσωση $x + 2y = 6$ και περνά από το κοινό σημείο των ευθειών με εξισώσεις $2x - 3y = 5$ και $x - 2y = 3$

(β) Να αποδείξετε ότι:

5) Να λυθεί το σύστημα:

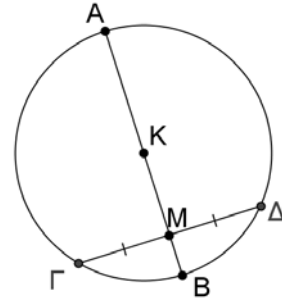
$$3x + y = 5$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

6) Στο διπλανό σχήμα, η διάμετρος AB ενός κύκλου με κέντρο K διχοτομεί τη χορδή ΓΔ στο σημείο M. Να αποδείξετε ότι:

(α) $(BG)^2 = (AB)(BM)$

(β) $(AG)(BG) = (ΔΓ)(ΚΓ)$



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ
ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Κωνσταντίνιδης Κυριάκος

Bambang Παναγιώτα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη: Α΄ Ενιαίου Λυκείου
Ημερομηνία: 21 Μαΐου 2012
Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Όνομα: Τμήμα: Αριθμός.....

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε **μόνο με πέννα μαύρη ή μπλε** (τα σχήματα με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο (2,-1) και έχει κλίση $\lambda = -2$.

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων: (α) $\psi = \frac{x+3}{x-2}$ (β) $\psi = \frac{1}{x^2+1}$.

4. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:
 $A = 25\sigma\upsilon\nu\theta - 8\epsilon\phi\theta + 9\sigma\tau\epsilon\mu\theta + 5\eta\mu(-\theta)$.

5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} y + 2x = 3 \\ x^2 + xy = 2 \end{cases}.$$

6. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 5x + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2 =$

β) $x_1 \cdot x_2 =$

γ) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} =$

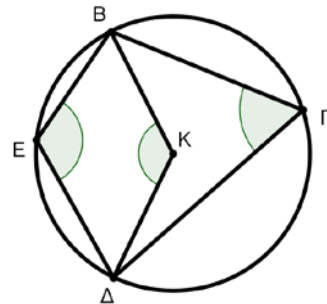
δ) $2x_1^2 \cdot x_2 + 2x_1 \cdot x_2^2 =$

7. Το διπλανό σχήμα παριστάνει κύκλο (K,R).

Αν το τόξο $B\Gamma\Delta = 260^\circ$, να βρείτε τις γωνίες :

$\widehat{B\hat{E}\Delta}$, $\widehat{B\hat{K}\Delta}$ και $\widehat{B\hat{\Gamma}\Delta}$.

(να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας) .



8. Να λύσετε την ανίσωση: $(x+1)(x^2 + 4x - 5) \geq 0$.

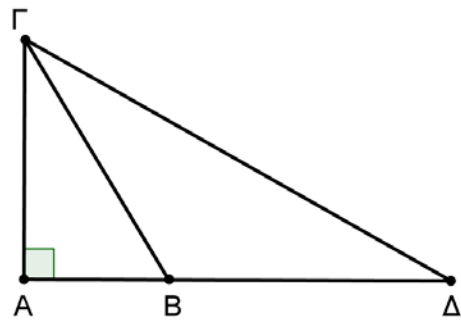
9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$\hat{A}B\Gamma = 50^\circ$, $AD=20\text{cm}$ και $AB = 14\text{cm}$.

Να βρείτε τις AG , BG , $\hat{A}\Delta\Gamma$

(η γωνιά κατά προσέγγιση ακεραίου).

	20°	35°	40°	50°
ημ	0,34	0,57	0,64	0,77
συν	0,94	0,82	0,77	0,64
εφ	0,36	0,70	0,84	1,19



10. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{3x^2 + 2x - 5}{3x^2 - 3}$.

11. Να βρείτε το πεδίο τιμών των συναρτήσεων: α) $2x - 3\psi = 4$ και β) $\psi = \frac{3x}{x-4}$.

12. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\kappa + 1)x + \kappa - 1 = 0$. Να βρείτε:

α) το είδος των ριζών της

β) την τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση, να έχει ρίζα τον αριθμό -2 .

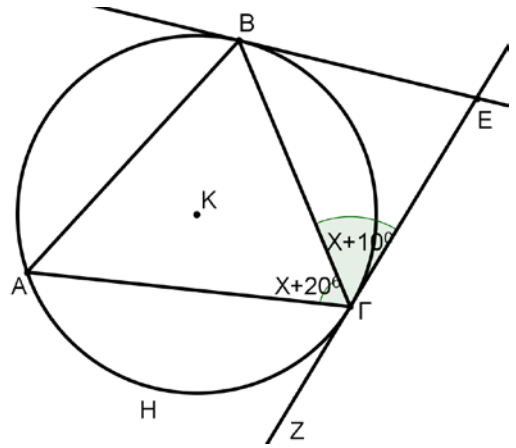
13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu^2\alpha(\varepsilon\phi^2\alpha - \sigma\phi^2\alpha) = \varepsilon\phi^2\alpha - 1$.

14. Δίνεται η ευθεία (ε): $2x - (\mu + 1)\psi - 6 = 0$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου μ , ώστε η ευθεία (ε):

ι) να είναι παράλληλη με ευθεία που σχηματίζει με το θετικό ημιάξονα των x γωνία 135° .

ιι) να είναι κάθετη με την ευθεία: $\psi = 4 - \frac{3}{5}x$

15. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες BE και ΓΕ είναι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία Β και Γ αντίστοιχα. Αν το τόξο $\widehat{AH\Gamma} = 100^\circ$, $\widehat{A\Gamma B} = x + 20^\circ$ και $\widehat{B\Gamma E} = x + 10^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ και τις γωνίες $\widehat{ΓΕΒ}$ και $\widehat{ΑΚΒ}$.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0.$$

Από το σχήμα να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης

β) τις συντεταγμένες του ακρότατου και να το χαρακτηρίσετε

γ) τις ρίζες της εξίσωσης: $ax^2 + bx + \gamma = 0$

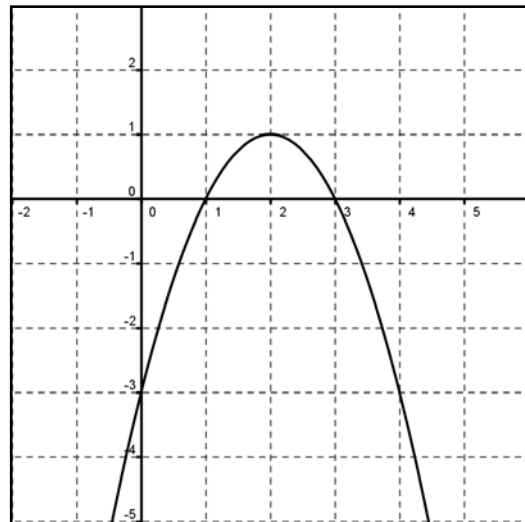
δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

ε) τα πρόσημα των $f(-20)$ και $f\left(\frac{3}{2}\right)$

ζ) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ

η) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma \geq 0$.

θ) την τιμή των a , b και γ .



2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με κορυφές $A(2, 2)$ και $B(-1, -2)$.

Να βρείτε:

α) την κλίση της ευθείας AB

β) την εξίσωση της ευθείας $A\Gamma$

γ) τις συντεταγμένες του σημείου Γ , αν γνωρίζουμε ότι η ευθεία $3x - y = -1$ περνά από το Γ

δ) την εξίσωση του ύψους AD .

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 4 = 0$.

α) Για ποιες τιμές της παραμέτρου λ , η εξίσωση έχει:

- ι) ρίζες αντίθετες
- ii) ρίζες ετερόσημες
- iii) το γινόμενο των ριζών της ίσο με το άθροισμά τους.

β) Αν η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες x_1, x_2 , να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = 2x_1 + 4$ και $\rho_2 = 2x_2 + 4$.

4. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sigma\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x + \frac{\epsilon\phi x}{1+\epsilon\phi^2 x} = \sigma\phi x.$

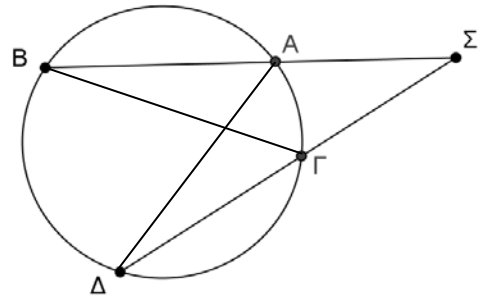
β) Να υπολογίσετε τη γωνία x , αν $0^\circ < x < 90^\circ$ και

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(270^\circ + x) \cdot \eta\mu(360^\circ - x) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x)}{\eta\mu(90 + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi - x)} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

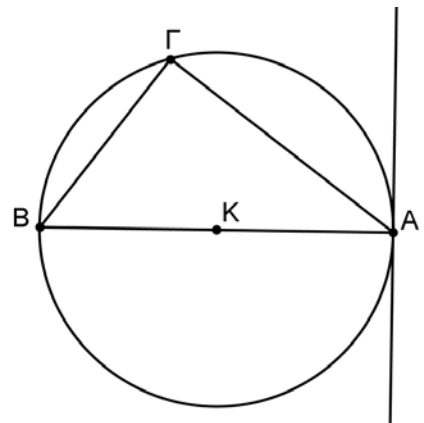
5. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $f(x) = \sqrt{\frac{(2x^2 - x - 1)(x^2 + 1)(x - 1)}{x - 3}}$.

β) Η εξίσωση $\sin^2 x - 2x + 2 \sin x = 0$, έχει ρίζες x_1, x_2 . Να δείξετε ότι: $x_1^2 + x_2^2 = 4\epsilon\phi^2$.

6. α) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος και Σ εξωτερικό σημείο του. Αν ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$ τέμνουσες του κύκλου να δείξετε ότι $\hat{\Sigma A \Delta} = \hat{\Sigma \Gamma B}$.



- β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με διάμετρο AB . Στο σημείο A φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου. Η διχοτόμος της γωνιάς B τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ , τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο E . Να δείξετε ότι η $A\Sigma$ είναι διχοτόμος της γωνιάς $E\hat{A}\Delta$.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσικάρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη: Α΄ Ενιαίου Λυκείου
Ημερομηνία: 21 Μαΐου 2012
Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Όνομα: Τμήμα: Αριθμός.....

-

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε **μόνο με πέννα μαύρη ή μπλε** (τα σχήματα με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο (2,-1) και έχει κλίση $\lambda = -2$.

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων: (α) $\psi = \frac{x+3}{x-2}$ (β) $\psi = \frac{1}{x^2+1}$.

4. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:
 $A = 25\sigma\upsilon\nu\theta - 8\epsilon\phi\theta + 9\sigma\tau\epsilon\mu\theta + 5\eta\mu(-\theta)$.

5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} y + 2x = 3 \\ x^2 + xy = 2 \end{cases}.$$

6. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 5x + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2 =$

β) $x_1 \cdot x_2 =$

γ) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} =$

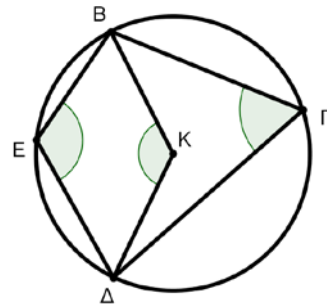
δ) $2x_1^2 \cdot x_2 + 2x_1 \cdot x_2^2 =$

7. Το διπλανό σχήμα παριστάνει κύκλο (K,R).

Αν το τόξο $B\Gamma\Delta = 260^\circ$, να βρείτε τις γωνίες :

$\widehat{B\hat{E}\Delta}$, $\widehat{B\hat{K}\Delta}$ και $\widehat{B\hat{\Gamma}\Delta}$.

(να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας) .



8. Να λύσετε την ανίσωση: $(x+1)(x^2 + 4x - 5) \geq 0$.

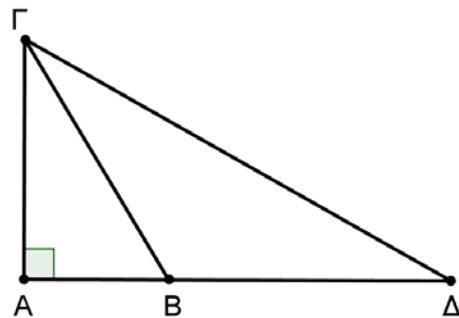
9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$\hat{A}B\Gamma = 50^\circ$, $AD=20\text{cm}$ και $AB = 14\text{cm}$.

Να βρείτε τις AG , BG , $\hat{A}\Delta\Gamma$

(η γωνιά κατά προσέγγιση ακεραίου).

	20°	35°	40°	50°
ημ	0,34	0,57	0,64	0,77
συν	0,94	0,82	0,77	0,64
εφ	0,36	0,70	0,84	1,19



10. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{3x^2 + 2x - 5}{3x^2 - 3}$.

11. Να βρείτε το πεδίο τιμών των συναρτήσεων: α) $2x - 3\psi = 4$ και β) $\psi = \frac{3x}{x-4}$.

12. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\kappa + 1)x + \kappa - 1 = 0$. Να βρείτε:

α) το είδος των ριζών της

β) την τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση, να έχει ρίζα τον αριθμό -2 .

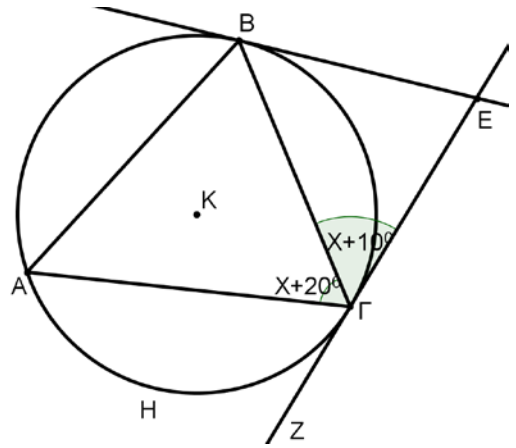
13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu^2\alpha(\varepsilon\phi^2\alpha - \sigma\phi^2\alpha) = \varepsilon\phi^2\alpha - 1$.

14. Δίνεται η ευθεία (ε): $2x - (\mu + 1)\psi - 6 = 0$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου μ , ώστε η ευθεία (ε):

ι) να είναι παράλληλη με ευθεία που σχηματίζει με το θετικό ημιάξονα των x γωνία 135° .

ιι) να είναι κάθετη με την ευθεία: $\psi = 4 - \frac{3}{5}x$

15. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες BE και ΓΕ είναι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία Β και Γ αντίστοιχα. Αν το τόξο $\widehat{AH\Gamma} = 100^\circ$, $\widehat{A\Gamma B} = x + 20^\circ$ και $\widehat{B\Gamma E} = x + 10^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ και τις γωνίες $\widehat{ΓΕΒ}$ και $\widehat{ΑΚΒ}$.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \quad \alpha \neq 0.$$

Από το σχήμα να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης

β) τις συντεταγμένες του ακρότατου και να το χαρακτηρίσετε

γ) τις ρίζες της εξίσωσης: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

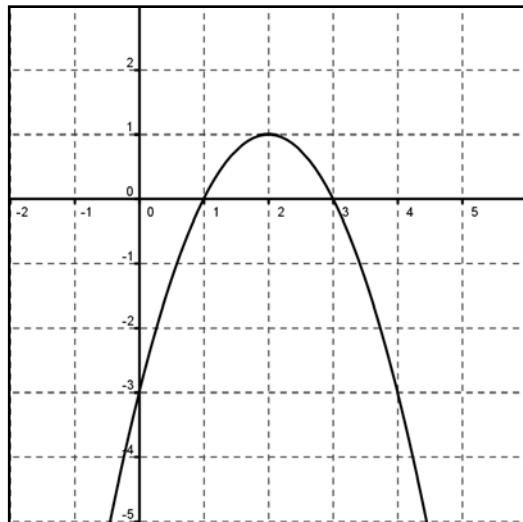
δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

ε) τα πρόσημα των $f(-20)$ και $f\left(\frac{3}{2}\right)$

ζ) το πρόσημο του α και της διακρίνουσας Δ

η) τις τιμές του x για τις οποίες $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \geq 0$.

θ) την τιμή των α , β και γ .



2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με κορυφές $A(2, 2)$ και $B(-1, -2)$.

Να βρείτε:

α) την κλίση της ευθείας AB

β) την εξίσωση της ευθείας $A\Gamma$

γ) τις συντεταγμένες του σημείου Γ , αν γνωρίζουμε ότι η ευθεία $3x - y = -1$ περνά από το Γ

δ) την εξίσωση του ύψους AD .

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 4 = 0$.

α) Για ποιες τιμές της παραμέτρου λ , η εξίσωση έχει:

- ι) ρίζες αντίθετες
- ii) ρίζες ετερόσημες
- iii) το γινόμενο των ριζών της ίσο με το άθροισμά τους.

β) Αν η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες x_1, x_2 , να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = 2x_1 + 4$ και $\rho_2 = 2x_2 + 4$.

4. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sigma\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x + \frac{\epsilon\phi x}{1+\epsilon\phi^2 x} = \sigma\phi x.$

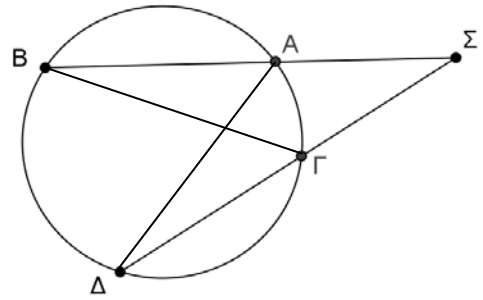
β) Να υπολογίσετε τη γωνία x , αν $0^\circ < x < 90^\circ$ και

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(270^\circ + x) \cdot \eta\mu(360^\circ - x) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x)}{\eta\mu(90 + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi - x)} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

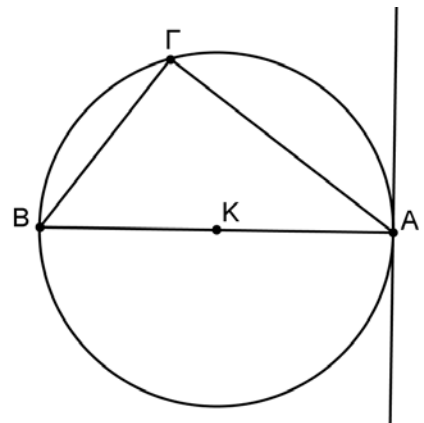
5. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $f(x) = \sqrt{\frac{(2x^2 - x - 1)(x^2 + 1)(x - 1)}{x - 3}}$.

β) Η εξίσωση $\sin^2 x - 2x + 2 \sin x = 0$, έχει ρίζες x_1, x_2 . Να δείξετε ότι : $x_1^2 + x_2^2 = 4\epsilon\phi^2\theta$.

6. α) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος και Σ εξωτερικό σημείο του. Αν ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$ τέμνουσες του κύκλου να δείξετε ότι $\hat{\Sigma A \Delta} = \hat{\Sigma \Gamma B}$.



- β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με διάμετρο AB . Στο σημείο A φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου. Η διχοτόμος της γωνιάς B τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ , τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο E . Να δείξετε ότι η $A\Sigma$ είναι διχοτόμος της γωνιάς $E\hat{A}\Delta$.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσικάρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/05/12

ΟΔΗΓΙΕΣ: 1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

2. Να γράφετε μόνο με **μπλε** ή **μαύρο** μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.

ΜΕΡΟΣ Α (60 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 9x - 5 = 0$

2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση -2 και διέρχεται από το σημείο $(0, 3)$.

3. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{2x - 5}$ και $g(x) = \frac{3x - 1}{x - 2}$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού τους.

4. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 2x - 8 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να βρείτε:

(α) το άθροισμα (**S**) και το γινόμενο (**P**) των ριζών της.

(β) την τιμή της παράστασης: $A = x_1 + x_2 + 9x_1x_2$

5. Αν $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

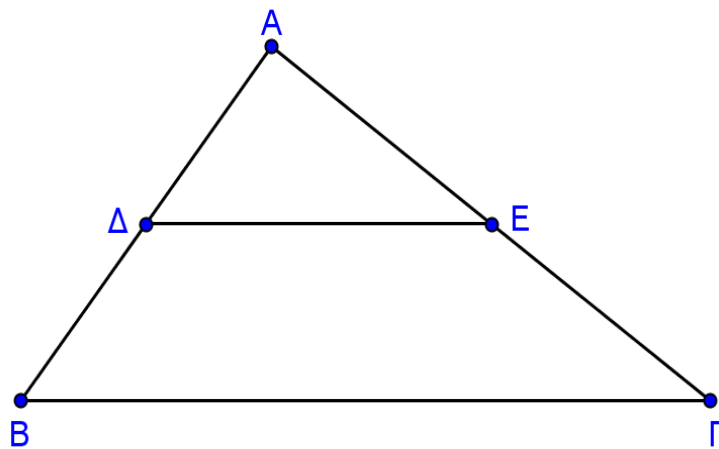
$$K = \frac{12\sigma\phi\theta - 15\eta\mu\theta}{18\epsilon\phi\theta}$$

6. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x = \psi + 2 \\ 3x + \psi^2 = 10 \end{cases}$$

7. Να λύσετε την ανίσωση: $(2x - 1)(x - x^2) \geq 0$

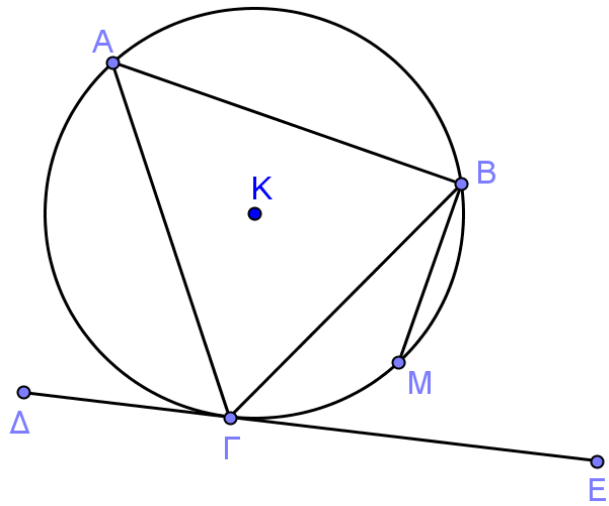
8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας η οποία διέρχεται από το σημείο $A(2, 3)$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $4x + 2y = 2$.

9. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ που δίνεται πιο κάτω, η $B\Gamma = x^2 + 4x$, $x > 0$. Αν Δ και E είναι τα μέσα των πλευρών AB και $A\Gamma$ αντίστοιχα και $\Delta E = x + 4$, να βρείτε την τιμή του x .



10. Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$), Δ είναι το μέσο της $A\Gamma$ και Z είναι το μέσο της $B\Gamma$. Φέρουμε το $Z\Delta$ και το προεκτείνουμε κατά τμήμα $\Delta H = Z\Delta$. Να δείξετε ότι $AH\Gamma Z$ ορθογώνιο.

11. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία ΔΕ είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Γ και το Μ είναι το μέσο του τόξου ΒΓ. Αν $\angle \Delta \Gamma \Lambda = 62^\circ$ και $\angle \Gamma \Delta \Gamma = 100^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\angle \Gamma \Delta \Gamma$, $\angle \Gamma \Delta \Gamma$ και $\angle \Gamma \Delta \Gamma$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



12. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu\alpha \cdot \sigma\phi\alpha - \sigma\upsilon\nu^3\alpha}{\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \epsilon\phi\alpha - \eta\mu^3\alpha} = \epsilon\phi\alpha$

13. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{x^4 - 3x^2 - 4}{2x - 4}$

14. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x^2 - 5x + 4)(3x^2 + 1)(1 - x)}{(-x^2 + 3x - 5)(x + 3)} \geq 0$

15. Αν η εξίσωση $x^2 \sigma\upsilon\nu\theta + (2\eta\mu\theta)x + 2 - \sigma\upsilon\nu\theta = 0$ έχει ρίζες ίσες και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία θ .

ΜΕΡΟΣ Β' (40 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 1)x - 2\lambda^2 + 2\lambda = 0$.

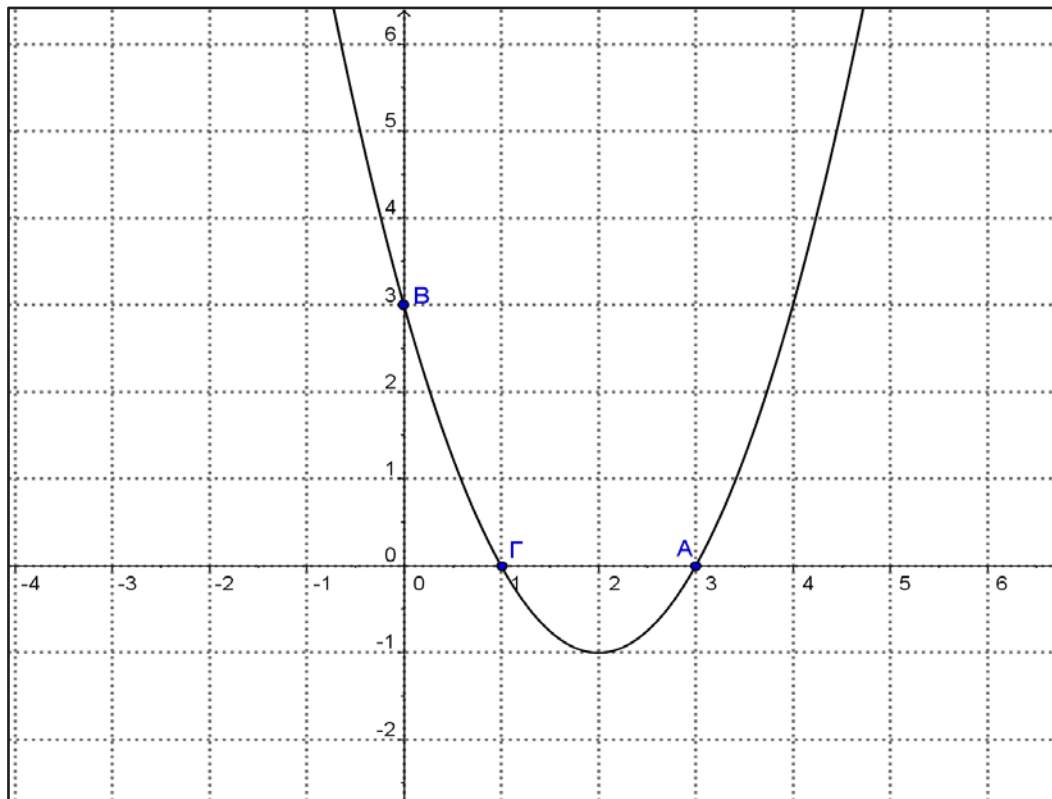
(α) Να δείξετε ότι έχει ρίζες πραγματικές.

(β) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει:

i) μία ρίζα ίση με 1.

ii) άθροισμα ριζών μεγαλύτερο από το γινόμενο τους αυξημένο κατά 1.

2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 4x + 3$.



Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού της $f(x)$.
- (β) το πεδίο τιμών της $f(x)$.
- (γ) το πρόσημο του a .
- (δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της $f(x)$.
- (ε) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$.
- (στ) τις τιμές των σ .
- (ζ) Να υπολογίσετε το $f(0)$.
- (η) τη λύση της ανίσωσης $f(x) > 3$.
- (θ) τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από τα σημεία A, Γ και A, B αντίστοιχα.

3. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\sigma\phi(90^\circ - \theta)\sigma\upsilon\nu(360^\circ + \theta)}{\eta\mu^2(-\theta) + \eta\mu^2(90^\circ + \theta)}$ και $B = \frac{\sigma\phi(270^\circ - \theta) - \sigma\phi(360^\circ - \theta)}{2\eta\mu 150^\circ}$.

Να αποδείξετε ότι:

- (α) $A = \eta\mu\theta$
- (β) $B = \epsilon\phi\theta + \sigma\phi\theta$
- (γ) $A \cdot B = \tau\epsilon\mu\theta$

4. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται η κορυφή $\Gamma(-3, 3)$, το μέσο $M(2, -1)$ της πλευράς BΓ και οι εξισώσεις της πλευράς AB : $x + y = 2$ και της διαμέσου AM : $x + 2y = 0$.
- (α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής A.
 (β) Να βρείτε την κλίση της BΓ.
 (γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ.
 (δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής της πλευράς AB με τον άξονα των x.

5. Δίνεται η εξίσωση $(\varepsilon\varphi^2\theta)x^2 - (\tau\epsilon\mu\theta \cdot \varepsilon\varphi\theta)x + 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 και $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

(α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις: **i)** $x_1 + x_2 =$ **ii)** $x_1 \cdot x_2 =$

(β) Να δείξετε ότι: $x_1^2 + x_2^2 = \frac{1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\theta}{\eta\mu^2\theta}$.

(γ) Να βρείτε την τιμή της γωνίας θ , ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες.

(δ) Να δείξετε ότι η εξίσωση με ρίζες τις $\rho_1 = \frac{x_1}{x_2}$ και $\rho_2 = \frac{x_2}{x_1}$ είναι η

$$(\sigma\upsilon\nu^2\theta)x^2 + (1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\theta)x + \sigma\upsilon\nu^2\theta = 0.$$

6. Δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο HZ και A σημείο του ώστε $\widehat{AHZ} = 30^\circ$. Αν η ευθεία (ε) είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο A, να φέρετε ZE//KA (E σημείο της εφαπτόμενης). Να δείξετε ότι:

(α) $\triangle KAZ$ ισόπλευρο.

(β) $EZ = \frac{R}{2}$.

(γ) Αν ZM διάμεσος του τριγώνου AKZ, να δείξετε ότι το AEZM είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

ΟΛΥΜΠΙΑ ΙΩΑΝΝΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

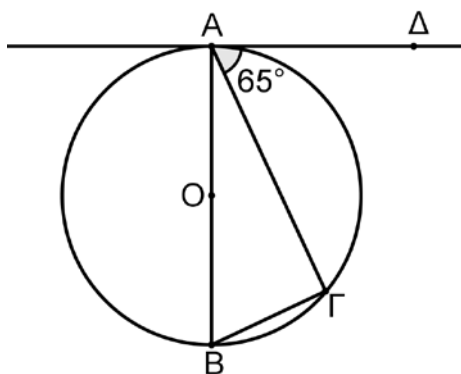
Μάθημα: **Μαθηματικά**Διάρκεια: **2,5 ώρες**Τάξη: **Α' Ενιαίου Λυκείου**Ημερομηνία: **17.05.2012****Οδηγίες:**

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο. (Τα σχήματα με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' :

Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τις 15 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε** μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $3x^2 - 8x + 4 = 0$.
2. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = -3$ και $x_2 = 7$.
3. Να βρείτε την κλίση της ευθείας που περνά από τα σημεία $A(-5, 4)$ και $B(2, 18)$.
4. Δίνεται κύκλος (O, R) . Αν η AD είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A , AB είναι διάμετρος του κύκλου και η γωνία $\hat{DAG} = 65^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABG . (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



5. Δίνεται η εξίσωση: $2x^2 + 4x - 5 = 0$. Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων: α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $2x_1 + 4x_1x_2 + 2x_2$
6. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 7x + 12 < 0$.

7. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{1 - 3\chi}{\chi - 2}$.

8.

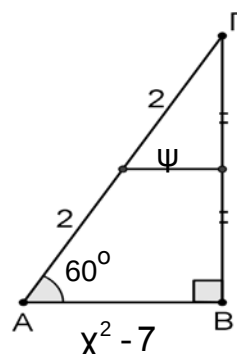
i. Να κάνετε τις πράξεις και να γράψετε στην απλούστερη μορφή :

$$\sqrt{5} \cdot (\sqrt{20} - \sqrt{5})$$

ii. Να μετατρέψετε το κλάσμα σε ισοδύναμο κλάσμα με ρητό παρονομαστή:

$$\frac{6}{\sqrt{7} - 2}$$

9. Να υπολογίσετε τα χ και ψ από το διπλανό σχήμα: (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



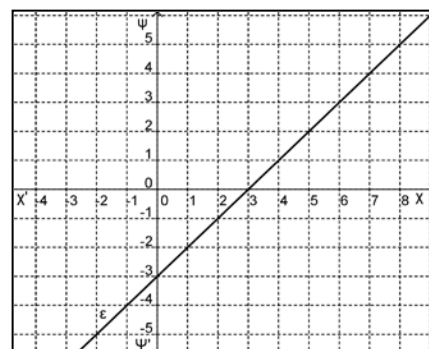
10. Αν $\eta\mu\theta = \frac{8}{17}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{34\sigma\upsilon\nu\theta - 32\sigma\tau\epsilon\mu\theta}{8\sigma\phi\theta}$$

11. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $K = \frac{4\chi^2 - 1}{2\chi^2 + 7\chi - 4}$

12. Δίνεται η γραφική παράσταση της ευθείας (ε).

- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε).
- Να βρείτε την γωνιά που σχηματίζει η ευθεία (ε) με τον θετικό ημιάξονα των χ .



13. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi + 2\psi = 3 \\ \chi^2 - 3\psi^2 = 22 \end{cases}$$

14. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu^3\alpha}{\sigma\upsilon\alpha\alpha} + \frac{\sigma\phi\alpha}{1+\sigma\phi^2\alpha} = \dots$.

15. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\psi = \sqrt{\frac{\chi^2(3\chi + 1)(\chi - 5)}{1\chi}}$.

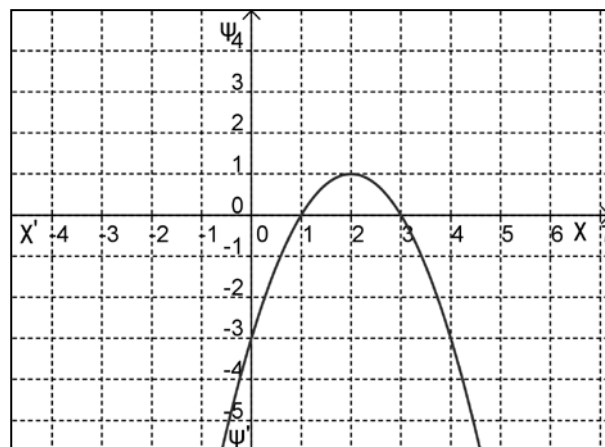
ΜΕΡΟΣ Β΄:

Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα** μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $2\chi^2 - (\lambda - 1)\chi - 3\lambda^2 + \lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ με ρίζες χ_1 και χ_2 . Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει:
- ρίζες αντίθετες,
 - μία ρίζα ίση με -1,
 - ρίζες πραγματικές,
 - άθροισμα των ριζών ίσο με το γινόμενο τους.

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$. Να βρείτε:

- το είδος του ακρότατου (μέγιστο ή ελάχιστο) και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής,
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- τις λύσεις της εξίσωσης $f(x)=0$,
- τις τιμές των α , β και γ ,
- την τιμή του $f(4)$,
- το πρόσημο της διακρίνουσας,
- το πεδίο τιμών της f .



3. Δίνονται τα σημεία με συντεταγμένες $A(-2, 1)$, $B(2, 1)$ και $\Gamma(7, 1)$.
- Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$.
 - Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$.
 - Η (ϵ) είναι ευθεία παράλληλη με τη AB που περνά από το Γ . Να δείξετε ότι η εξίσωση της (ϵ) είναι: $\chi - 2\psi - 5 = 0$.
 - Η (ϵ) τέμνει τον άξονα $\chi'\chi$ στο σημείο Δ και την ευθεία $\chi + 2\psi = -11$ στο σημείο E . Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Δ και E .
4. Δίνεται ότι $\frac{\eta\mu(360^\circ + \theta) \cdot \sigma\upsilon\upsilon(180^\circ - \theta)}{\eta\mu(180^\circ + \theta) \cdot \eta\mu(360^\circ - \theta) + \epsilon\phi(90^\circ - \theta) \cdot \epsilon\phi(-\theta)} = \sqrt{2}$. Να δείξετε ότι:
- $\epsilon\phi\theta = \sqrt{2}$,
 - η εξίσωση $3\chi^2 - 5\chi + \tau\epsilon\mu^2\theta = 0$ έχει ρίζες αντίστροφες.

5. Δίνεται κύκλος (O, R) με διάμετρο AB και Γ τυχαίο σημείο του κύκλου. Από το μέσο Δ της χορδής $A\Gamma$ να φέρετε τη ΔO και να την προεκτείνετε κατά τμήμα $OE = \Delta O$. Να δείξετε ότι:
- Το ΔGBE είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
 - $\Delta B = AE$

6. Δίνεται η εξίσωση
 $\sigma\tau\epsilon\mu\theta \cdot \chi^2 + 2 \cdot (1 + \sigma\phi\theta) \cdot \chi + 2\sigma\upsilon\eta\theta + \sigma\tau\epsilon\mu\theta = 0$ με $0^\circ < \theta < 90^\circ$
 και χ_1, χ_2 οι ρίζες της εξίσωσης.

α) Να δείξετε ότι :

- $\chi_1 + \chi_2 = -2(\eta\mu\theta + \sigma\upsilon\eta\theta)$
- $\chi_1 \cdot \chi_2 = 2\eta\mu\theta\sigma\upsilon\eta\theta + 1$
- $(\chi_1 + \chi_2)^2 + 2\chi_1 \cdot \chi_2 - 12\eta\mu\theta\sigma\upsilon\eta\theta = 6$

β) Αν επιπλέον ισχύει η σχέση: $\chi_1 \cdot \chi_2 = 1 + \sigma\upsilon\eta\theta$, να υπολογίσετε τη γωνία θ .

Οι Διδάσκοντες:

Παρασκευή Ανδρέου
 Κυπρούλα Μοσφίλη
 Ελένη Γεωργιάδου
 Ιάκωβος Κλώνης
 Στέλλα Αγγελή

Ο Συντονιστής:

Ανδρέας Στυλιανού Β.Δ.

Η Διευθύντρια:

Κωνσταντία Καλογήρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 25/05/2012

Τάξη: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **πέντε (5)** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να λύσετε την εξίσωση: $5x^2 + 3x - 2 = 0$
2. Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - 5x - 3 < 0$
3. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από τα σημεία A(5, 0) και B(-1, 2).
4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $f(x) = \frac{x-5}{x+2}$
5. Να βρείτε για ποιες τιμές του μ, η εξίσωση $(\mu - 6)x^2 + (\mu - 3)x - 1 = 0$, $\mu \neq 6$, έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
6. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 6x + 12 = 0$, χωρίς να λυθεί η εξίσωση, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$
7. Αν $\sin \omega = -\frac{5}{13}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{13\eta\mu\omega + 15\epsilon\phi\omega - 2}{5\tau\epsilon\mu\omega + 1}$$
8. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν Ε και Ζ σημεία των πλευρών ΑΒ και ΔΓ αντίστοιχα, έτσι ώστε ΑΕ=ΖΓ, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΕΒΖΔ είναι παραλληλόγραμμο.
9. Να λύσετε την εξίσωση: $9x^4 + 35x^2 - 4 = 0$
10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ xy - y^2 = 10 \end{array} \right\}$$

11. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\text{τεμ}\chi - \text{συν}\chi}{\text{στεμ}\chi - \eta\mu\chi} = \varepsilon\varphi^3 \chi$

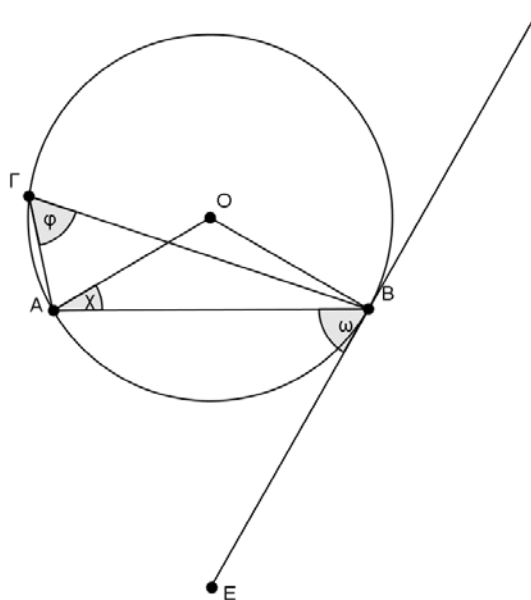
12. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 90^\circ$ φέρουμε το ύψος $B\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Gamma\Delta$ είναι όμοια.
- ii. ισχύει η σχέση: $(B\Gamma)^2 = (A\Gamma)(\Gamma\Delta)$,

β) Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, αν δίνονται οι πλευρές $B\Gamma = 20\text{cm}$ και $AB = 15\text{cm}$, να βρείτε το μήκος της $\Delta\Gamma$.

13. Στο σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα OA . Παίρνουμε τόξα AB και $A\Gamma$ και φέρουμε BE εφαπτομένη στον κύκλο. Αν το τόξο $AB = 120^\circ$, να βρείτε τις γωνίες φ , χ και ω .



14. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(3,1)$ και $B(1,2)$. Το ύψος $B\Delta$ έχει εξίσωση $\psi = 3\chi - 1$. Να βρείτε:

α) την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$,

β) τις συντεταγμένες του σημείου Δ .

15. Να λύσετε την εξίσωση $\chi^2 - 7\chi + \Delta + 1 = 0$, όπου Δ η διακρίνουσα της εξίσωσης.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίδεται η εξίσωση $(\mu + 5)x^2 + (\mu + 2)x + 2\mu = 0$, $\mu \neq -5$.

α) Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του μ , ώστε η εξίσωση να έχει:

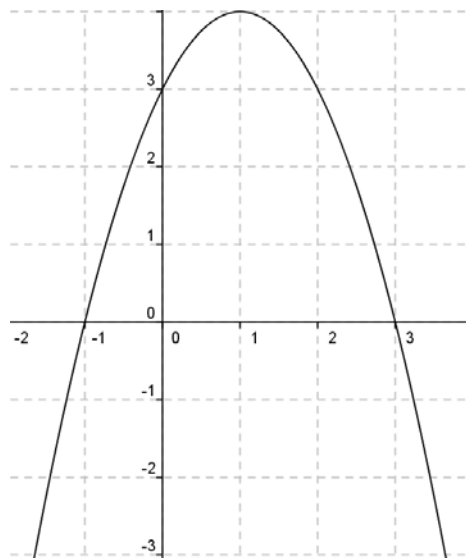
- i. ρίζες αντίθετες,
- ii. ρίζες αντίστροφες,
- iii. μία ρίζα ίση με -2.

β) Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε για ποιες τιμές του μ ισχύει:

$$\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} \geq -2$$

2. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\varphi(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.
Να βρείτε:

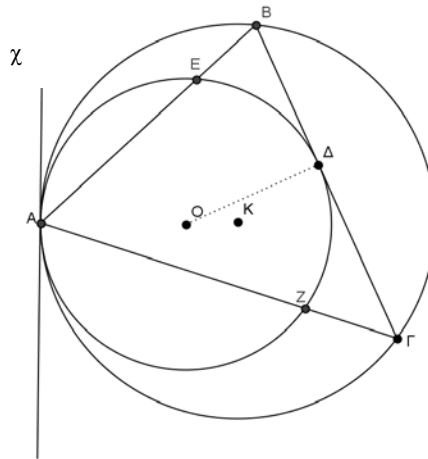
- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
- β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,
- γ) τα πρόσημα των a και Δ ,
- δ) το ακρότατο και να το χαρακτηρίσετε,
- ε) τις ρίζες της συνάρτησης $\varphi(x)$,
- στ) το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της,
- ζ) τις τιμές των a , b και γ ,
- η) τις τιμές των $\varphi(2)$, $\varphi(1)$ και $\varphi(3)$.



3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Έστω AD ύψος, AM διάμεσος και E, Z τα μέσα των πλευρών $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα. Αν Θ το σημείο τομής των AM και EZ , να αποδείξετε ότι:

- α) το $EMZA$ είναι ορθογώνιο,
- β) το $AZ\Delta\Theta$ είναι ρόμβος.

4. Δύο κύκλοι με κέντρα O και K αντίστοιχα, εφάπτονται εσωτερικά στο σημείο A . Η χορδή $B\Gamma$ του κύκλου με κέντρο K , εφάπτεται στον κύκλο με κέντρο O στο σημείο Δ . Οι χορδές AB και $A\Gamma$ τέμνουν τον κύκλο με κέντρο O στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Αν $A\chi$ είναι η κοινή εφαπτομένη των δύο κύκλων, να αποδείξετε ότι:
- $EZ \parallel B\Gamma$,
 - $OA \perp EZ$,
 - το Δ μέσο του τόξου EZ ,
 - η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνιάς BAG .



5. Δίνεται η εξίσωση: $(\text{τεμ}\theta)\chi^2 - 2(1 + \varepsilon\phi\theta)\chi + 2\eta\mu\theta + \text{τεμ}\theta = 0$

α) Να δείξετε ότι έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

β) Δίνεται η παράσταση:

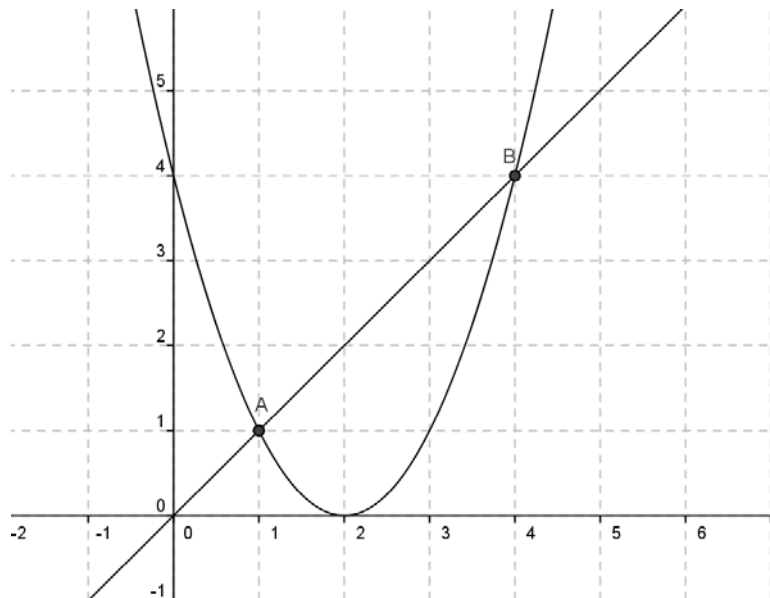
$$A = \frac{\eta\mu(180^\circ + \theta)\varepsilon\phi(90^\circ - \theta)\eta\mu(720^\circ - \theta)}{\varepsilon\phi(180^\circ - \theta)\sigma\phi(180^\circ + \theta)\eta\mu(-\theta)} + \frac{1}{\text{τεμ}(270^\circ + \theta)}$$

Να δείξετε ότι η A ισούται με τη ρίζα της πιο πάνω εξίσωσης.

γ) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{1}{\chi_1}$ και $\rho_2 = \frac{1}{\chi_2}$,

όπου χ_1, χ_2 οι ρίζες της πιο πάνω εξίσωσης.

6. Στο σχήμα η παραβολή $\psi = \chi^2 - 4\chi + 4$ και η ευθεία $\psi = \chi$ τέμνονται στα σημεία A και B.
- Να αποδείξετε αλγεβρικά ότι οι συντεταγμένες των σημείων A και B είναι:
(1,1) και (4,4) αντίστοιχα.
 - Να βρείτε την εξίσωση:
 - της ευθείας (ε_1) που περνά από το A και είναι παράλληλη με τον άξονα $\chi\chi'$,
 - της ευθείας (ε_2) που περνά από το B και είναι κάθετη στον άξονα $\chi\chi'$.
 - Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής T, των δύο ευθειών (ε_1) και (ε_2).
 - Να σχεδιάσετε στο σχήμα τις ευθείες (ε_1) και (ε_2), καθώς και την ευθεία (ε_3) που είναι παράλληλη με την AB και περνά από το σημείο T.
 - Αφού φέρετε τη BN κάθετη στην ευθεία (ε_3) να αποδείξετε ότι: $(BN)(BT) = (TN)(AT)$



Οι εισηγητές

Η Διευθύντρια

Μαρία Μασιά Β.Δ.

Μαρία Παπαπέτρου

Άντρη Χριστοδούλου

Αγαθονίκη Χατζηνεοφύτου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2012

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:.....

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλέ (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 + \chi - 2 = 0$.
2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Α(-1,2) και έχει κλίση $\lambda = -3$.
3. Να λύσετε την ανίσωση: $(1+\chi)(\chi+4) \leq 0$.
4. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τους αριθμούς -3 και 7.
5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{5\chi+3}{\chi-4}$.
6. Να λύσετε την εξίσωση: $\chi^4 - 3\chi^2 - 4 = 0$.
7. Να δείξετε ότι: $\frac{\eta\mu(180^\circ + \theta)\tau\epsilon\mu(90^\circ + \theta)}{\eta\mu(90^\circ + \theta)\sigma\upsilon\nu(270^\circ - \theta)} = -\sigma\tau\epsilon\mu\theta \cdot \tau\epsilon\mu\theta$.

8. Να βρείτε για ποιες τιμές του α οι ευθείες $\varepsilon_1 : (\alpha - 4)\chi + \psi = 7$ και $\varepsilon_2 : \chi + (\alpha - 2)\psi = 8$ είναι κάθετες.

9. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $AB=8\text{cm}$ και $A\Gamma=6\text{cm}$. Από το μέσο Δ της AB φέρουμε τη ΔE κάθετη πάνω στη $B\Gamma$ (E σημείο της $B\Gamma$).

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Delta E$ είναι όμοια.

β) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $B\Gamma$, BE και ΔE .

10. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2\chi^2 - 3\chi - 9}{4\chi^2 - 9}$.

11. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \chi + 2\psi = 3 \\ \chi^2 + \chi\psi = -1 \end{cases}$$

12. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\sigma\phi\chi - \sigma\upsilon\nu\chi) \cdot (1 + \eta\mu\chi) = \sigma\phi\chi \cdot \sigma\upsilon\nu^2\chi$

13. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση $\chi^2 - 2\lambda\chi - \lambda + 2 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές.

14. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

Τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο στον κύκλο (K,R) ,

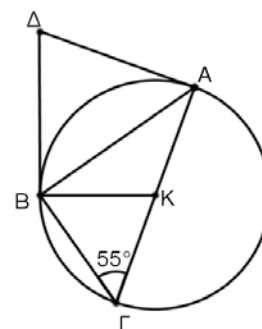
$A\Gamma$ διάμετρος του κύκλου,

ΔB και ΔA εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία B και A αντίστοιχα

και γωνία $\hat{A}\hat{\Gamma}B = 55^\circ$.

Να υπολογίσετε τις πιο κάτω γωνίες (δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας):

i) $\hat{A}\hat{K}B$ ii) $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ iii) $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta}$ iv) $\hat{A}\hat{\Delta}B$



15. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3\chi^2 + 18\chi - 9 = 0$, να υπολογίσετε τα πιο κάτω (χωρίς να λύσετε την εξίσωση):

α) $\frac{\chi_2}{\chi_1} + \frac{\chi_1}{\chi_2}$

β) $2\chi_1\chi_2^2 + 2\chi_1^2\chi_2 - 4\chi_1 + 6 - 4\chi_2$

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $(\mu + 2)\chi^2 + (\mu - 1)\chi - \mu^2 + 2\mu = 0$, $\mu \in \mathbb{R} - \{-2\}$.

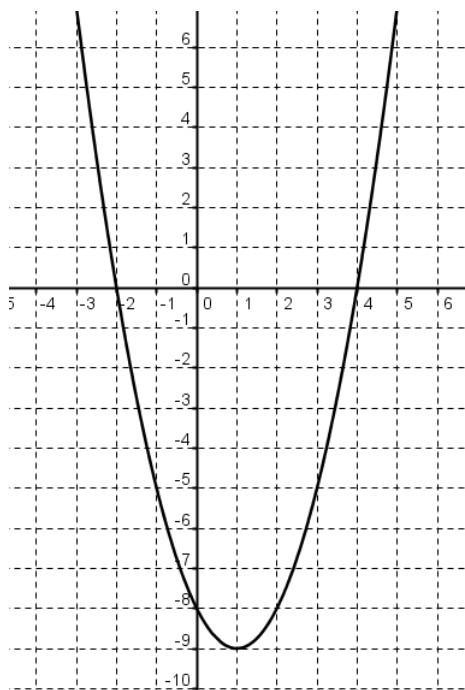
Να υπολογίσετε τις τιμές του μ ώστε:

(α) Οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίθετες.

(β) Η εξίσωση να έχει ρίζα τον αριθμό -1 .

(γ) Η εξίσωση να έχει ρίζες ετερόσημες.

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$ ($\alpha \neq 0$).



Να βρείτε: (α) Το πρόσημο του α

(β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής.

(δ) Τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή.

(ε) Το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(\chi)$.

(στ) Τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$.

(ζ) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$.

(η) Τις τιμές των α , β και γ .

3. α) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(\chi^2 + \chi - 12)(5 - \chi)^2(\chi - 1)}{(\chi^2 + 16)(4 - 2\chi)} \leq 0$

β) Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\eta\mu\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)\varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}{\sigma\nu\nu(\pi-\theta)\sigma\varphi\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)}+\frac{\tau\varepsilon\mu(2\pi-\theta)\sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)}{\sigma\tau\varepsilon\mu\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)\varepsilon\varphi(\pi-\theta)}+\frac{\sigma\nu\nu^2\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right)}{\eta\mu^2(\pi-\theta)}= \quad 2$$

4. Ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχει κορυφές $A(-3,2)$, $B(1,4)$ και η κορυφή Γ βρίσκεται πάνω στην ευθεία $3\chi + \psi + 1 = 0$. Να βρείτε:

α) Την εξίσωση της AB.

β) Την κορυφή Γ.

γ) Την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο Β και είναι παράλληλη με την ευθεία $-2\chi + \psi - 5 = 0$.

5. (α) Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης:

$$(1 + \sigma \nu \alpha) \cdot \chi^2 - (\sigma \nu^2 \alpha + \sigma \nu \alpha) \cdot \chi + \eta \mu^2 \alpha = 0, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2},$$

να δείξετε ότι: $\chi_1 + \chi_1 \cdot \chi_2 + \chi_2 = 1$.

$$(\beta) \text{ Av } 90^\circ \leq 180^\circ, \quad \varepsilon \varphi \omega = \frac{5}{12} \quad 0^\circ \leq \omega < 90^\circ \text{ και}$$

$$\frac{\eta\mu(180^\circ + \omega)\sigma\varphi(\omega + 180^\circ)}{\sigma\tau\epsilon\mu(180^\circ + \omega)\sigma\upsilon\chi(270^\circ + \omega)} \cdot \eta\mu\theta = \frac{6}{13},$$

να υπολογίσετε τη γωνία θ .

6. Στο διπλανό σχήμα ΑΒ είναι διάμετρος του κύκλου,

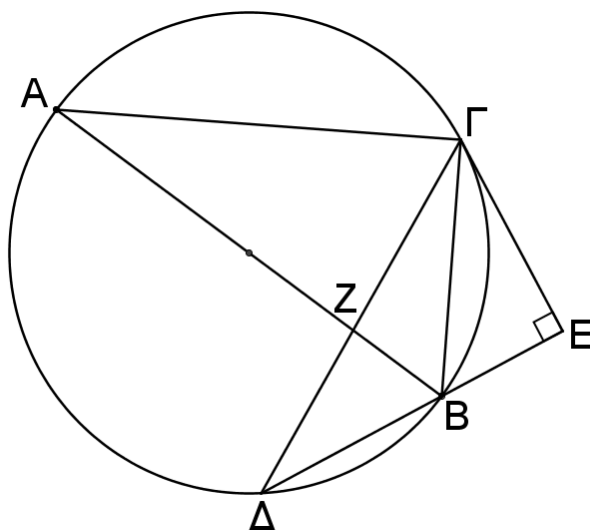
ΓΕ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ και
ΒΕ κάθετη στην εφαπτομένη.

Δ είναι το σημείο τομής των ΓΖ και ΕΒ.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΓΒ και ΓΔΕ
είναι όμοια.

β) Να δείξετε ότι: $(B\Gamma)^2 = (AB)(BE)$.

γ) Αν επιπλέον $\frac{AB}{BE} = \frac{4}{3}$, να υπολογίσετε τη γωνία A.



Ο Διευθυντής

Αντρέας Αντωνίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία : 24 / 05/ 2012

ΤΑΞΗ : Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

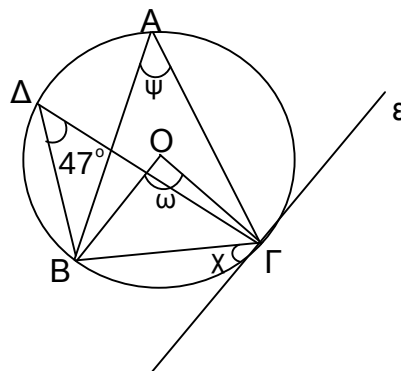
Χρόνος : 2.30΄ (7.45΄ – 10.15΄)

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
γ) Οι απαντήσεις μόνο με μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι) .

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12 .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $2x^2 - x - 6 = 0$.
2. Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες $x_1 = 2$ και $x_2 = -5$.
3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{2x-1}{x+3}$
4. Αν για την εξίσωση $x^2 + \beta x + \gamma = 0$ ισχύει η σχέση $\beta^2 = 4\gamma$, να βρείτε το είδος των ριζών της.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι η ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου (Ο , R) στο σημείο Γ και η γωνία $\angle B\Delta\Gamma = 47^\circ$.
Να υπολογιστούν οι γωνίες χ , ψ και ω .
(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας) .



6. Να λύσετε το σύστημα :
$$\begin{cases} 2x + \psi = 3 \\ x^2 - \chi\psi = 6 \end{cases}$$
7. Να βρείτε την τιμή του μ για την οποία η ευθεία $\psi = (\mu - 2)x + 8$ είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 3x - 7$.
8. Αν $\varepsilon\phi\omega = -\frac{3}{4}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :
 $A = 9\sigma\phi\omega - 10\sigma\upsilon\nu\omega - 5\eta\mu\omega$.
9. Η ευθεία $\kappa\chi + 3\psi = 12$ περνά από το σημείο A (6 , 0) .
α) Να δείξετε ότι $\kappa = 2$.
β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A(6 , 0) και είναι κάθετη με την ευθεία $2\chi + 3\psi = 12$.
10. Να δείξετε ότι :
$$\frac{\eta\mu(180^\circ + \chi)}{\sigma\upsilon\nu(360^\circ - \chi)} - \frac{1}{\varepsilon\phi(90^\circ + \chi)} = 0$$

11. Να βρεθεί το λ ώστε η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda = 0$, να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

12. Δίνεται ορθογώνιο ΑΒΓΔ. Από σημείο Ε της ΓΔ φέρνουμε την ΕΗ κάθετη πάνω στη διαγώνιο ΒΔ. Να αποδείξετε ότι: $(ΗΔ) \cdot (ΓΒ) = (ΓΔ) \cdot (ΗΕ)$.

13. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 7x - 6 = 0$, χωρίς να λυθεί η εξίσωση, να βρεθεί η τιμή των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $4x_1^2 \cdot x_2 + 4x_1 \cdot x_2^2$ δ) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$

14. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $1 - \frac{\sin^2 x}{1 + \eta \mu x} = \eta \mu x$.

15. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν $AB = 9\text{cm}$ και $B\Gamma = 15\text{cm}$, να βρείτε:

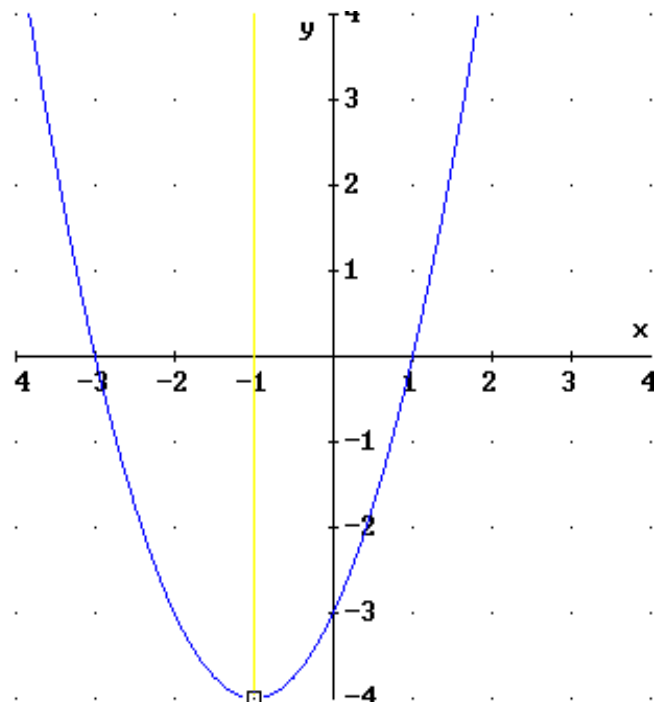
- α) την πλευρά $A\Gamma$.
β) την προβολή της πλευράς AB πάνω στην υποτείνουσα.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
β) τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
γ) το πρόσημο των Δ , P και S .
δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης.
ε) την τιμή των a , b και γ .
ζ) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$.



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda + 5)x + \lambda^2 - 3 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$, με ρίζες x_1 και x_2 .

Να υπολογίσετε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει:

- (α) Ρίζες πραγματικές
(β) Ρίζες αντίθετες
(γ) Ρίζες αντίστροφες
(δ) Άθροισμα ριζών ίσο με το γινόμενο τους.

3. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές τα σημεία Α(-2,1) , Β(0,5) και Γ(3, - 4).

α) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΒΓ.

β) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ .

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ .

4. α) Αν
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \omega) \cdot \epsilon\phi(270^\circ + \omega)}{\eta\mu(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \omega) - \eta\mu(-\omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega)} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$
 και $0^\circ < \omega < 90^\circ$,
να βρείτε την γωνία ω .

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα:
$$\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1 + \eta\mu\chi} + \frac{1 + \eta\mu\chi}{\sigma\upsilon\nu\chi} = 2\tau\epsilon\mu\chi$$

5. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης :
$$\psi = \sqrt{\frac{(\chi + 1)(\chi^2 - 2\chi - 3)}{\chi^2 - 4}}$$
 .

6. α) Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο ΑΒ και Ζ , Η δύο τυχαία σημεία πάνω στο τόξο ΑΒ.
Από το σημείο Η φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα ΗΓ, κάθετο στην ΑΒ, που τέμνει τη χορδή ΒΖ στο Ε. Να δείξετε ότι $(ΒΓ) \cdot (ΑΒ) = (ΒΖ) \cdot (ΒΕ)$

β) Αν $\chi_1 = \alpha$ και $\chi_2 = \beta$ είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2\chi^2 - \alpha\chi - \beta = 0$, $\alpha, \beta \neq 0$.
να υπολογίσετε τα α και β .

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

.....

.....

Νεόφυτος Κλεάνθους

Νεόφυτος Κλεάνθους

Αρέστης Παύλου

.....

Παντελίτσα Αναστασίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη: Α΄ Ενιαίου Λυκείου
Ημερομηνία: 21 Μαΐου 2012
Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Όνομα: Τμήμα: Αριθμός.....

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε μόνο με πέννα μαύρη ή μπλε (τα σχήματα με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο (2,-1) και έχει κλίση $\lambda = -2$.

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων: (α) $\psi = \frac{x+3}{x-2}$ (β) $\psi = \frac{1}{x^2+1}$.

4. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:
 $A = 25\sigma\upsilon\nu\theta - 8\epsilon\phi\theta + 9\sigma\tau\epsilon\mu\theta + 5\eta\mu(-\theta)$.

5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} y + 2x = 3 \\ x^2 + xy = 2 \end{cases}.$$

6. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 5x + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2 =$

β) $x_1 \cdot x_2 =$

γ) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} =$

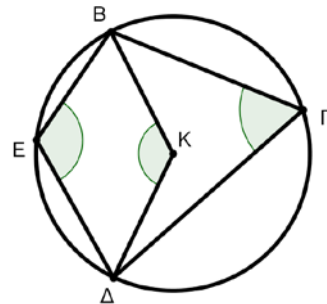
δ) $2x_1^2 \cdot x_2 + 2x_1 \cdot x_2^2 =$

7. Το διπλανό σχήμα παριστάνει κύκλο (K,R).

Αν το τόξο $B\Gamma\Delta = 260^\circ$, να βρείτε τις γωνίες :

$\widehat{B\hat{E}\Delta}$, $\widehat{B\hat{K}\Delta}$ και $\widehat{B\hat{\Gamma}\Delta}$.

(να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας) .



8. Να λύσετε την ανίσωση: $(x+1)(x^2 + 4x - 5) \geq 0$.

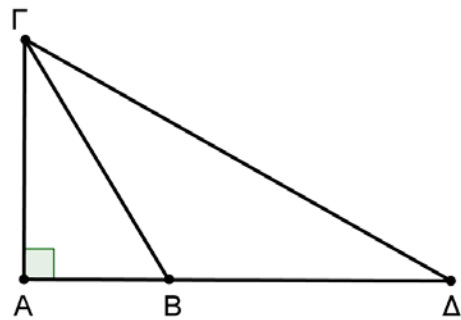
9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$\hat{A}B\Gamma = 50^\circ$, $AD=20\text{cm}$ και $AB = 14\text{cm}$.

Να βρείτε τις AG , BG , $\hat{A}\Delta\Gamma$

(η γωνιά κατά προσέγγιση ακεραίου).

	20°	35°	40°	50°
ημ	0,34	0,57	0,64	0,77
συν	0,94	0,82	0,77	0,64
εφ	0,36	0,70	0,84	1,19



10. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{3x^2 + 2x - 5}{3x^2 - 3}$.

11. Να βρείτε το πεδίο τιμών των συναρτήσεων: α) $2x - 3\psi = 4$ και β) $\psi = \frac{3x}{x-4}$.

12. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\kappa + 1)x + \kappa - 1 = 0$. Να βρείτε:

α) το είδος των ριζών της

β) την τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση, να έχει ρίζα τον αριθμό -2 .

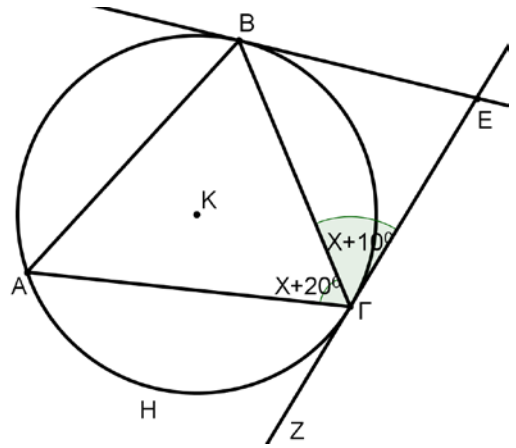
13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu^2\alpha(\varepsilon\phi^2\alpha - \sigma\phi^2\alpha) = \varepsilon\phi^2\alpha - 1$.

14. Δίνεται η ευθεία (ε): $2x - (\mu + 1)\psi - 6 = 0$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου μ , ώστε η ευθεία (ε):

ι) να είναι παράλληλη με ευθεία που σχηματίζει με το θετικό ημιάξονα των x γωνία 135° .

ii) να είναι κάθετη με την ευθεία: $\psi = 4 - \frac{3}{5}x$

15. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες BE και ΓΕ είναι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία Β και Γ αντίστοιχα. Αν το τόξο $\widehat{AH\Gamma} = 100^\circ$, $\widehat{A\Gamma B} = x + 20^\circ$ και $\widehat{B\Gamma E} = x + 10^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ και τις γωνίες $\widehat{ΓΕΒ}$ και $\widehat{ΑΚΒ}$.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0.$$

Από το σχήμα να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης

β) τις συντεταγμένες του ακρότατου και να το χαρακτηρίσετε

γ) τις ρίζες της εξίσωσης: $ax^2 + bx + \gamma = 0$

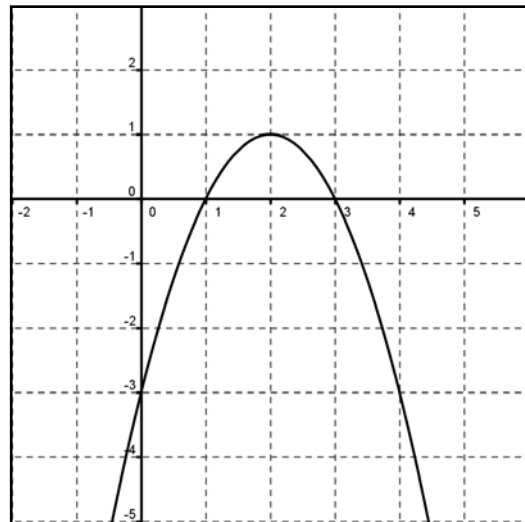
δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

ε) τα πρόσημα των $f(-20)$ και $f\left(\frac{3}{2}\right)$

ζ) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ

η) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma \geq 0$.

θ) την τιμή των a , b και γ .



2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με κορυφές $A(2, 2)$ και $B(-1, -2)$.

Να βρείτε:

α) την κλίση της ευθείας AB

β) την εξίσωση της ευθείας $A\Gamma$

γ) τις συντεταγμένες του σημείου Γ , αν γνωρίζουμε ότι η ευθεία $3x - y = -1$ περνά από το Γ

δ) την εξίσωση του ύψους AD .

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 4 = 0$.

α) Για ποιες τιμές της παραμέτρου λ , η εξίσωση έχει:

- ι) ρίζες αντίθετες
- ii) ρίζες ετερόσημες
- iii) το γινόμενο των ριζών της ίσο με το άθροισμά τους.

β) Αν η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες x_1, x_2 , να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = 2x_1 + 4$ και $\rho_2 = 2x_2 + 4$.

4. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sigma\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x + \frac{\epsilon\phi x}{1+\epsilon\phi^2 x} = \sigma\phi x.$

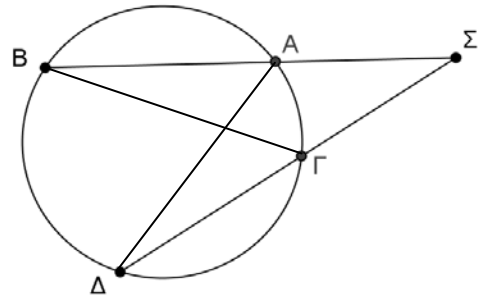
β) Να υπολογίσετε τη γωνία x , αν $0^\circ < x < 90^\circ$ και

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(270^\circ + x) \cdot \eta\mu(360^\circ - x) \cdot \epsilon\phi(\frac{\pi}{2} + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x)}{\eta\mu(90 + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi - x)} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

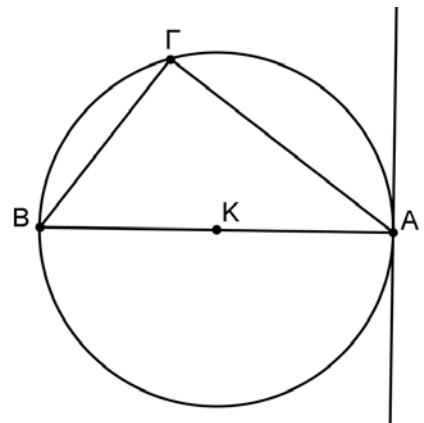
5. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $f(x) = \sqrt{\frac{(2x^2 - x - 1)(x^2 + 1)(x - 1)}{x - 3}}$.

β) Η εξίσωση $\sin^2 x - 2x + 2 \sin x = 0$, έχει ρίζες x_1, x_2 . Να δείξετε ότι: $x_1^2 + x_2^2 = 4\epsilon\phi^2$.

6. α) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος και Σ εξωτερικό σημείο του. Αν ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$ τέμνουσες του κύκλου να δείξετε ότι $\hat{\Sigma A \Delta} = \hat{\Sigma \Gamma B}$.



- β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με διάμετρο AB . Στο σημείο A φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου. Η διχοτόμος της γωνιάς B τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ , τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο E . Να δείξετε ότι η $A\Sigma$ είναι διχοτόμος της γωνιάς $E\hat{A}\Delta$.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσικάρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Τάξη: Α΄ Ενιαίου Λυκείου
Ημερομηνία: 21 Μαΐου 2012
Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Όνομα: _____ Τμήμα: _____ Αριθμός _____

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε μόνο με πέννα μαύρη ή μπλε (τα σχήματα με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο (2,-1) και έχει κλίση $\lambda = -2$.

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων: (α) $\psi = \frac{x+3}{x-2}$ (β) $\psi = \frac{1}{x^2+1}$.

4. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:
 $A = 25\sigma\upsilon\nu\theta - 8\epsilon\phi\theta + 9\sigma\tau\epsilon\mu\theta + 5\eta\mu(-\theta)$.

5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} y + 2x = 3 \\ x^2 + xy = 2 \end{cases}.$$

6. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 5x + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2 =$

β) $x_1 \cdot x_2 =$

γ) $\frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} =$

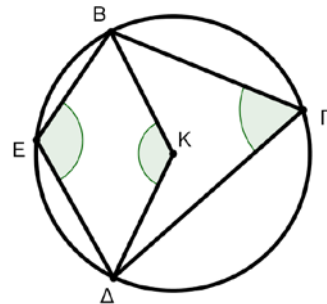
δ) $2x_1^2 \cdot x_2 + 2x_1 \cdot x_2^2 =$

7. Το διπλανό σχήμα παριστάνει κύκλο (K,R).

Αν το τόξο $B\Gamma\Delta = 260^\circ$, να βρείτε τις γωνίες :

$\widehat{B\hat{E}\Delta}$, $\widehat{B\hat{K}\Delta}$ και $\widehat{B\hat{\Gamma}\Delta}$.

(να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας) .



8. Να λύσετε την ανίσωση: $(x+1)(x^2 + 4x - 5) \geq 0$.

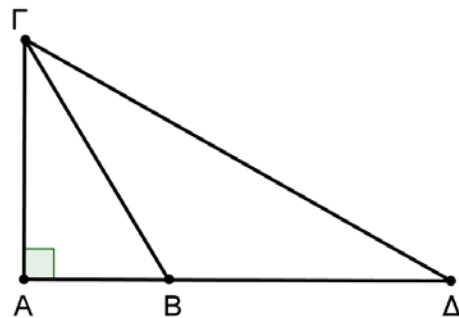
9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$\hat{A}B\Gamma = 50^\circ$, $AD=20\text{cm}$ και $AB = 14\text{cm}$.

Να βρείτε τις AG , BG , $\hat{A}\Delta\Gamma$

(η γωνιά κατά προσέγγιση ακεραίου).

	20°	35°	40°	50°
ημ	0,34	0,57	0,64	0,77
συν	0,94	0,82	0,77	0,64
εφ	0,36	0,70	0,84	1,19



10. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{3x^2 + 2x - 5}{3x^2 - 3}$.

11. Να βρείτε το πεδίο τιμών των συναρτήσεων: α) $2x - 3\psi = 4$ και β) $\psi = \frac{3x}{x-4}$.

12. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\kappa + 1)x + \kappa - 1 = 0$. Να βρείτε:

α) το είδος των ριζών της

β) την τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση, να έχει ρίζα τον αριθμό -2 .

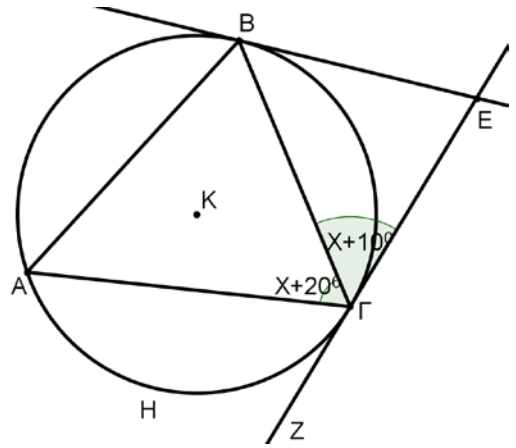
13. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu^2\alpha(\varepsilon\phi^2\alpha - \sigma\phi^2\alpha) = \varepsilon\phi^2\alpha - 1$.

14. Δίνεται η ευθεία (ε): $2x - (\mu + 1)\psi - 6 = 0$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου μ , ώστε η ευθεία (ε):

ι) να είναι παράλληλη με ευθεία που σχηματίζει με το θετικό ημιάξονα των x γωνία 135° .

ii) να είναι κάθετη με την ευθεία: $\psi = 4 - \frac{3}{5}x$

15. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες BE και ΓΕ είναι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία Β και Γ αντίστοιχα. Αν το τόξο $\widehat{AH\Gamma} = 100^\circ$, $\widehat{A\Gamma B} = x + 20^\circ$ και $\widehat{B\Gamma E} = x + 10^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ και τις γωνίες $\widehat{ΓΕΒ}$ και $\widehat{ΑΚΒ}$.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \quad \alpha \neq 0.$$

Από το σχήμα να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης

β) τις συντεταγμένες του ακρότατου και να το χαρακτηρίσετε

γ) τις ρίζες της εξίσωσης: $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

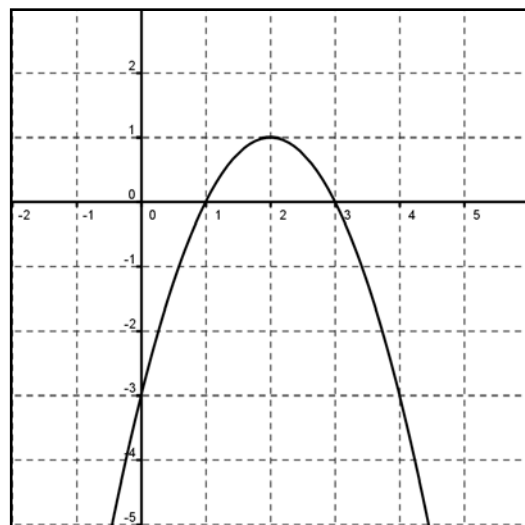
δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

ε) τα πρόσημα των $f(-20)$ και $f\left(\frac{3}{2}\right)$

ζ) το πρόσημο του α και της διακρίνουσας Δ

η) τις τιμές του x για τις οποίες $\alpha x^2 + \beta x + \gamma \geq 0$.

θ) την τιμή των α , β και γ .



2. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με κορυφές $A(2, 2)$ και $B(-1, -2)$.

Να βρείτε:

α) την κλίση της ευθείας AB

β) την εξίσωση της ευθείας $A\Gamma$

γ) τις συντεταγμένες του σημείου Γ , αν γνωρίζουμε ότι η ευθεία $3x - y = -1$ περνά από το Γ

δ) την εξίσωση του ύψους AD .

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 4 = 0$.

α) Για ποιες τιμές της παραμέτρου λ , η εξίσωση έχει:

- ι) ρίζες αντίθετες
- ii) ρίζες ετερόσημες
- iii) το γινόμενο των ριζών της ίσο με το άθροισμά τους.

β) Αν η πιο πάνω εξίσωση έχει ρίζες x_1, x_2 , να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = 2x_1 + 4$ και $\rho_2 = 2x_2 + 4$.

4. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sigma\phi x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x + \frac{\epsilon\phi x}{1+\epsilon\phi^2 x} = \sigma\phi x.$

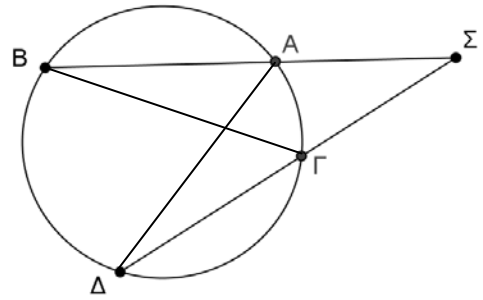
β) Να υπολογίσετε τη γωνία x , αν $0^\circ < x < 90^\circ$ και

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(270^\circ + x) \cdot \eta\mu(360^\circ - x) \cdot \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu(-x)}{\eta\mu(90 + x) \cdot \sigma\upsilon\nu(\pi - x)} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

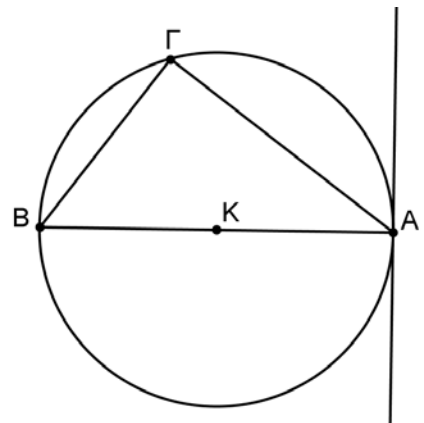
5. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $f(x) = \sqrt{\frac{(2x^2 - x - 1)(x^2 + 1)(x - 1)}{x - 3}}$.

β) Η εξίσωση $\sin^2 x - 2x + 2 \sin x = 0$, έχει ρίζες x_1, x_2 . Να δείξετε ότι: $x_1^2 + x_2^2 = 4\pi^2$.

6. α) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος και Σ εξωτερικό σημείο του. Αν ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$ τέμνουσες του κύκλου να δείξετε ότι $\hat{\Sigma A \Delta} = \hat{\Sigma \Gamma B}$.



- β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ που είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο με διάμετρο AB . Στο σημείο A φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου. Η διχοτόμος της γωνιάς B τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ , τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο E . Να δείξετε ότι η $A\Sigma$ είναι διχοτόμος της γωνιάς $E\hat{A}\Delta$.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσικάρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α' Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29/05/2012

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.30'

ΏΡΑ: 10:30 – 13:00

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
(γ) Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο (με μολύβι μόνο τα σχήματα)
(δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': (60 μονάδες)

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

A1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 5x - 3 = 0$.

A2. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες $x_1 = -5$ και $x_2 = 4$.

A3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A(2,-3) και B(3,-1).

A4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $y = \frac{2}{3-x}$.

A5. Να λύσετε την ανίσωση: $(x-4)(3-x)^3 \geq 0$

A6. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{3x^2 - 6x}{3x^2 - 7x + 2}$

A7. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\epsilon\phi x + \frac{\sigma\upsilon\nu x}{1\mp\mu x} = \tau\epsilon\mu x$

A8. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} y = x^2 \\ 2x - y = 10 \end{cases}$$

A9. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ στο οποίο AB=2ΑΔ και Ε, Ζ τα μέσα των ΑΒ και ΔΓ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

- (α) το ΑΕΖΔ είναι ρόμβος
(β) το ΑΕΓΖ είναι παραλληλόγραμμο

A10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Αν Δ και Ε είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι:

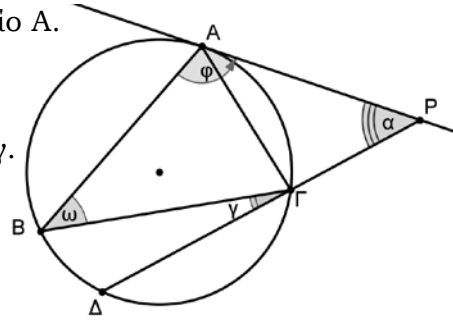
- (α) ΕΔ = ΑΒ
(β) (ΕΑ)(ΑΒ) = (ΑΓ)(ΑΔ)

A11. Αν x_1 και x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 9x + 1 = 0$, να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης $A = x_1^2 - 7x_1x_2 + x_2^2$

A12. Στο σχήμα η PA εφάπτεται στο κύκλο στο σημείο A. Ακόμη δίνονται τα μέτρα των τόξων:

$$\widehat{AB} = 128^\circ, \widehat{BD} = 38^\circ \text{ και } \widehat{ED} = 104^\circ.$$

Να βρείτε τα μέτρα των γωνιών $\widehat{BAP} = \varphi$, ω , α και γ .



A13. Να κατασκευάσετε τη γραφική παράσταση της παραβολής $y = x^2 - 9$ και να ονομάσετε στο σχήμα:

- (α) τα σημεία τομής με τους άξονες.
- (β) τον άξονα συμμετρίας.
- (γ) το ελάχιστο σημείο.

A14. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με κορυφή το A και ίσες τις πλευρές AB και AG. Στις προεκτάσεις των ίσων πλευρών AB, AG προς τα B και Γ παίρνουμε σημεία Δ, Ε αντίστοιχα, ώστε $BD = GE$. Από τα σημεία Δ και Ε φέρουμε κάθετες στη προέκταση της ΒΓ που την τέμνουν στα σημεία Κ και Μ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

- i) $DK = ME$ και ii) το τετράπλευρο ΚΔΕΜ είναι ορθογώνιο.

A15. Να αποδείξετε ότι $\forall \alpha, \beta \in \mathbf{R}$ η εξίσωση: $x^2 - \frac{\alpha - \beta}{2}x - \frac{\alpha\beta}{4} = 0$ έχει ρίζες πραγματικές.

ΜΕΡΟΣ Β': (40 μονάδες)

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

B1. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + (\mu + 2)x + \mu - 1 = 0$

- (α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\mu \in \mathbf{R}$.
- (β) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ η εξίσωση έχει:
 - (i) ρίζες αντίθετες.
 - (ii) ρίζες αντίστροφες.
 - (iii) άθροισμα ριζών τριπλάσιο του γινομένου τους.

B2. Δίνονται οι ευθείες: $(\varepsilon_1): y = (2\kappa + \lambda)x + 1$, $(\varepsilon_2): y - 3x = 2$ και

$$(\varepsilon_3): y = \frac{\zeta\kappa - 2\lambda}{3}x - \frac{14}{3} \text{ για τις οποίες ισχύει } \varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \text{ και } \varepsilon_2 \perp \varepsilon_3$$

- (α) Να βρείτε τις τιμές των κ και λ .
- (β) Για τις τιμές των κ και λ που βρήκατε να γράψετε τις εξισώσεις των ευθειών ε_2 , ε_3 και να βρείτε το σημείο τομής τους.

B3. Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε να ισχύει: $\frac{(x^2 - \lambda - 1)(x^2 - 4)}{x^2 - 6x + 5} \geq 0$

B4. Από σημείο Σ εξωτερικά ενός κύκλου, φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα $\Sigma\Gamma$ (Γ σημείο του κύκλου) και τέμνουσα ΣAB (A και B σημεία του κύκλου).

(α) Να αποδείξετε ότι:

(i) Τα τρίγωνα $\Sigma\Gamma A$ και $\Sigma B\Gamma$ είναι όμοια.

(ii) $(\Sigma\Gamma)^2 = (\Sigma A) \cdot (\Sigma B)$.

(β) Αν $(\Sigma\Gamma) = 6 \text{ cm}$ και $(AB) = 5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του ΣA .

B5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 2\lambda x + 4\lambda = 0$ με ρίζες x_1, x_2 πραγματικές.

(α) Να δείξετε ότι η εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς:

$$\rho_1 = \frac{x_1}{x_2} \text{ και } \rho_2 = \frac{x_2}{x_1} \text{ είναι η } x^2 - (\lambda - 2)x + 1 = 0 \quad (1)$$

(β) Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση (1) δεν έχει πραγματικές ρίζες.

B6. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

(α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$

(β) το πρόσημο του a

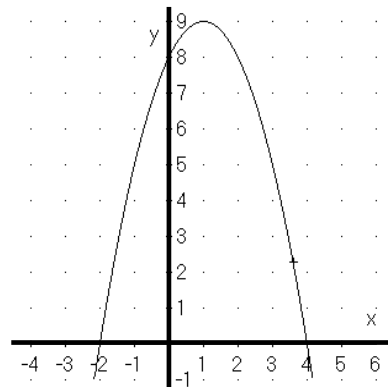
(γ) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$

(δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(ε) την τιμή του c

(στ) το πρόσημο του γινομένου $f(-3) \cdot f(5)$

(ζ) τις τιμές του k αν ισχύει: $a \cdot f(k) < 0$



Εισηγητές

Συντονιστής

Διευθυντής

Κυριακή Παναγή

Φωτεινή Παστού

Γιάννης Ιωάννου

Δημήτρης Δημητριάδης

Ανδρέας Ευστρατίου

Αριάδνη Χρυσάνθου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12/06/2012

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΒΑΘΜΟΣ:

Τμήμα:

Αρ:

ΟΔΗΓΙΕΣ: Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.

Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

Το γραπτό αποτελείται από δέκα (10) σελίδες.

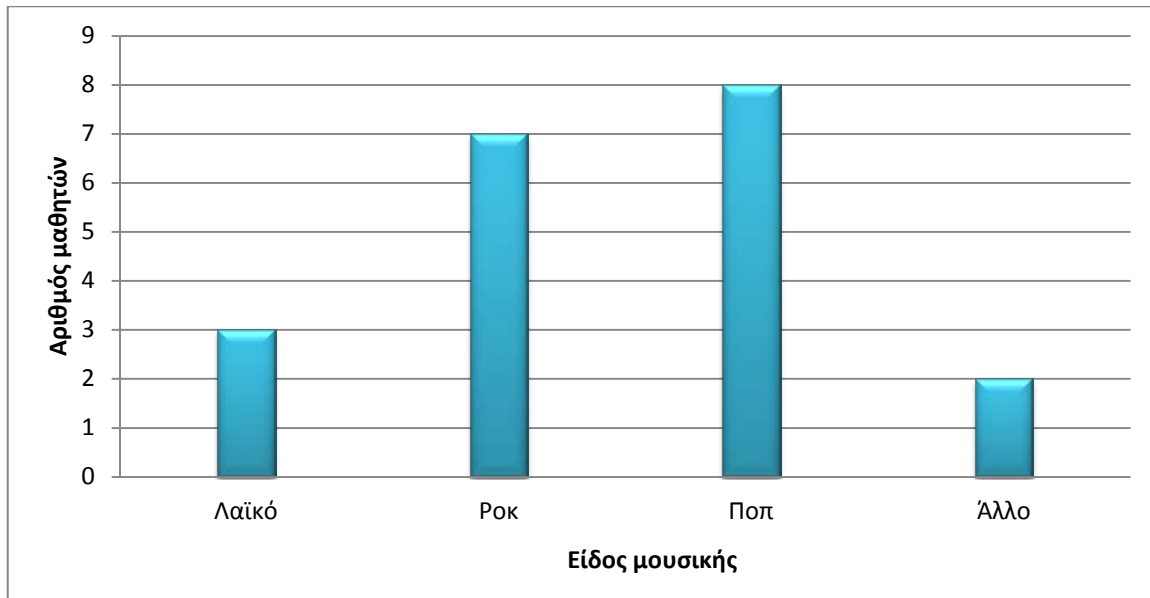
ΜΕΡΟΣ Α΄ : (Μονάδες 60/100)**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 5/100.****A1.** Να στρογγυλοποιήσετε τον αριθμό **2 578 607** στις πλησιέστερες:

i. Εκατοντάδες

ii. Δεκάδες χιλιάδες

A2. Να συμπληρώσετε τα κενά στις πιο κάτω ακολουθίες.i. 1, 4, , 10, , 16, 19, ...ii. 1, -1, -3, , -7, , -11, ...**A3.** Να κάνετε τις πράξεις.i. $13 - 12 : 4 =$ ii. $5 \cdot 4 : (6 + 14) =$

A4. Ρωτήθηκαν οι μαθητές ενός τμήματος της Α΄ γυμνασίου, να πουν ποιο είναι το αγαπημένο τους είδος μουσικής. Οι απαντήσεις των μαθητών παρουσιάζονται στο πιο κάτω ραβδόγραμμα.



Να βρείτε:

- Το είδος της μεταβλητής « Μουσική ». (Ποιοτική, ποσοτική διακριτή ή ποσοτική συνεχής).
- Πόσοι μαθητές απάντησαν ότι το αγαπημένο τους είδος μουσικής είναι το Ροκ;
- Ποιο είδος μουσικής επέλεξαν τρεις μαθητές;
- Πόσοι είναι όλοι οι μαθητές του τμήματος;

A5. Να συμπληρώσετε το κάθε τετραγωνάκι με ένα ψηφίο, ώστε ο αριθμός που προκύπτει να διαιρείται με τον αριθμό που είναι δίπλα του.

- $182 \square$ με το 2.
- $921 \square$ με το 9.
- $727 \square$ με το 5.
- $423 \square$ με το 4.

A6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $x + 4 = 12$

ii. $x : 6 = -3$

iii. $23 - x = 20$

iv. $4 \cdot x = 24$

A7. Να υπολογίσετε τις δυνάμεις:

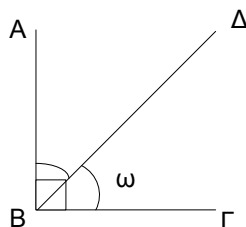
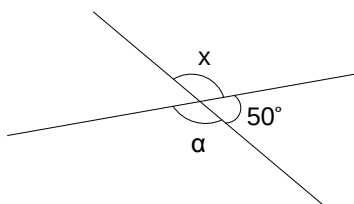
i. $(+4,572)^0 =$

ii. $(-1)^{10} =$

iii. $(-3)^3 =$

iv. $(+2)^3 =$

A8. Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες στα πιο κάτω σχήματα. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΒΔ διχοτόμος της $\widehat{AB\Gamma}$

A9. Να συμπληρώσετε το κάθε τετραγωνάκι με ένα αριθμό, ώστε να ισχύουν οι πιο κάτω ισότητες.

i. $(-6)^2 \cdot (-6)^{13} = (-6)^{\square}$

ii. $7^{-2} : 7 = 7^{\square}$

iii. $(2^3)^{-4} = 2^{\square}$

iv. $5^{\square} \cdot 2^2 = 100$

A10. Να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο σύμβολο ($<$, $=$, $>$), ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις.

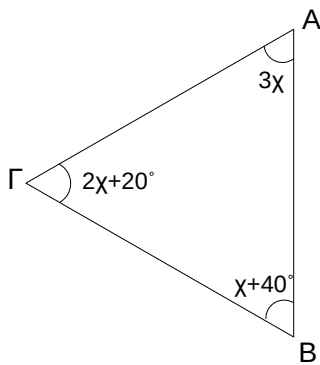
i. $|-7| \dots | +3|$

ii. $-12,5 \dots -12$

iii. $5 \cdot 6^2 - 6^2 \dots 4 \cdot 6^2$

iv. $\sqrt[3]{27} - \sqrt{9} \dots -3 + 0,9$

A11. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ και να αναφέρετε το είδος του τριγώνου, ως προς τις πλευρές του. (Να το λύσετε χρησιμοποιώντας εξίσωση).



A12. Αν επιλέξουμε στην τύχη ένα μήνα του έτους, να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: «Ο μήνας να αρχίζει από Μ».

B: «Ο μήνας να ανήκει στο Καλοκαίρι».

Γ: «Ο μήνας να έχει 32 μέρες».

Δ: «Σε αυτό το μήνα να έχεις γενέθλια».

A13. Να κάνετε τις πράξεις.

$$\left(-\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (-5)^0 : 30 =$$

A14. Να γράψετε δίπλα από κάθε ισότητα «Ορθό» ή «Λάθος».

i. Η πιθανότητα ενός ενδεχομένου A μπορεί να είναι $P(A) = \frac{3}{2}$

ii. Αν δύο ρητοί αριθμοί x και ψ είναι ετερόσημοι και $|x| > |\psi|$ τότε το άθροισμα $x + \psi$ θα έχει το ίδιο πρόσημο με το ψ

iii. Οι παραπληρωματικές γωνίες, των γωνιών της βάσης ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.
.....

iv. Αν α και β είναι αντίθετοι αριθμοί, x και ψ είναι αντίστροφοι αριθμοί, τότε η αριθμητική τιμή της παράστασης $\alpha + \beta - x\psi$ είναι ίση με 1.

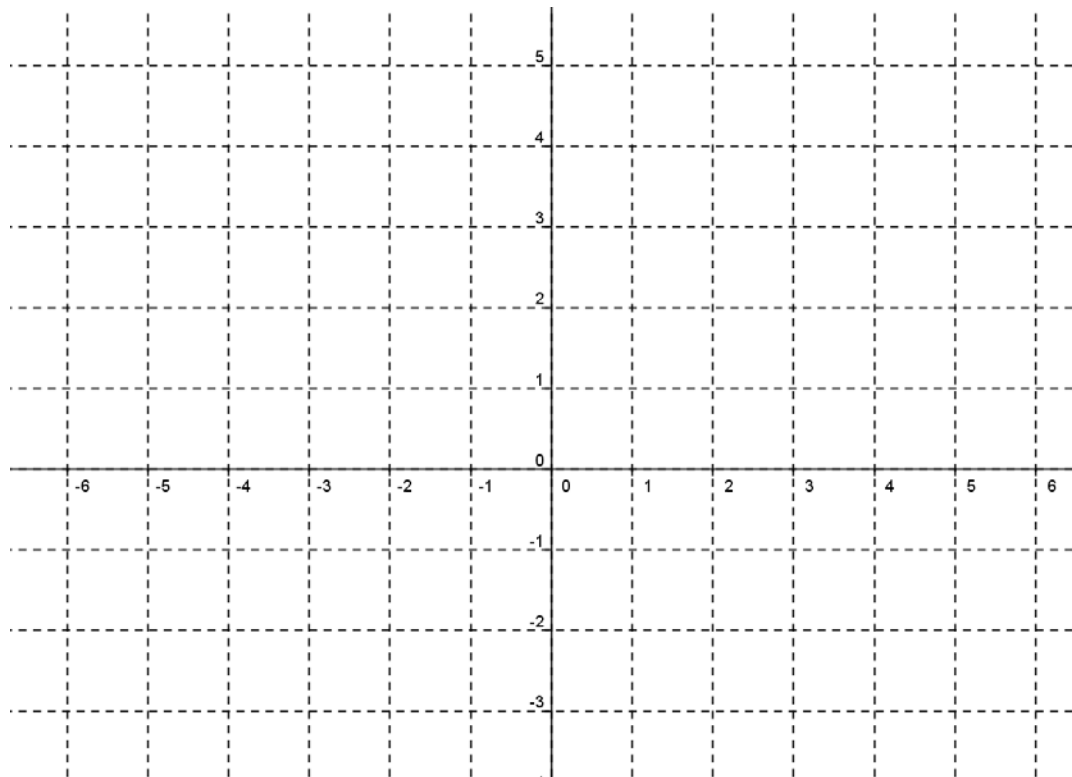
A15. Τρία λεωφορεία αναχωρούν ταυτόχρονα από την αφετηρία στις 1:00 το μεσημέρι. Το πρώτο λεωφορείο επιστρέφει στην αφετηρία έπειτα από 32 λεπτά και αναχωρεί αμέσως, το δεύτερο έπειτα από 40 λεπτά και αναχωρεί αμέσως και το τρίτο έπειτα από 48 λεπτά και αναχωρεί αμέσως. Τι ώρα θα ξαναβρεθούν όλα μαζί ξανά στην αφετηρία για πρώτη φορά;

ΜΕΡΟΣ Β' : (Μονάδες 40/100)

Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με 10/100.

B1. Ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), έχει κορυφές τα σημεία $A(-4,1)$, $B(-4,4)$ και Γ .

- i. Να τοποθετήσετε τα σημεία A, B και Γ στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων, σχηματίζοντας και το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, αν γνωρίζετε ότι τα σημεία A και Γ έχουν την ίδια τεταγμένη και το μήκος της πλευράς $A\Gamma$ είναι ίσο με 5 μονάδες.



- ii. Να βρείτε το μήκος της πλευράς AB και τις συντεταγμένες ενός σημείου Δ , έτσι ώστε το $AB\Gamma\Delta$ να είναι ορθογώνιο.
- iii. Να πολλαπλασιάσετε μόνο την τετμημένη της κάθε κορυφής του τριγώνου με -1 και να ονομάσετε τα νέα διατεταγμένα ζεύγη που θα προκύψουν A' , B' και Γ' αντίστοιχα.
- iv. Να τοποθετήσετε τα νέα σημεία A' , B' και Γ' στο σύστημα συντεταγμένων. Σε ποιο τεταρτημόριο βρίσκεται η κορυφή B' ;

B2. Δίνεται η αλγεβρική παράσταση $A = 3(5\alpha - \gamma + 3\delta) - 2(8\alpha + 5\delta - \gamma + \beta) + 3\alpha$.

i. Να δείξετε ότι $A = 2\alpha - 2\beta - \gamma - \delta$.

ii. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της αλγεβρικής παράστασης A ,
αν $\alpha - \beta = 3$ και $\gamma + \delta = -4$.

B3.

i. Να μετατρέψετε το πιο κάτω σύνθετο κλάσμα σε απλό και να κάνετε όλες τις δυνατές απλοποιήσεις.

$$K = \frac{\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{10}\right) : (-5)^{-2}}{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 4}$$

ii. Αν $K = -5$ να γράψετε υπό μορφή μιας δύναμης την παράσταση:

$$(2K + 8) \cdot (+2)^4 \cdot \left(\frac{K - 3}{4}\right)^4 =$$

B4. Τα χρήματα που ξοδεύουν σε ευρώ, 20 μαθητές της Α΄ γυμνασίου κατά τη διάρκεια μιας εβδομάδας είναι:

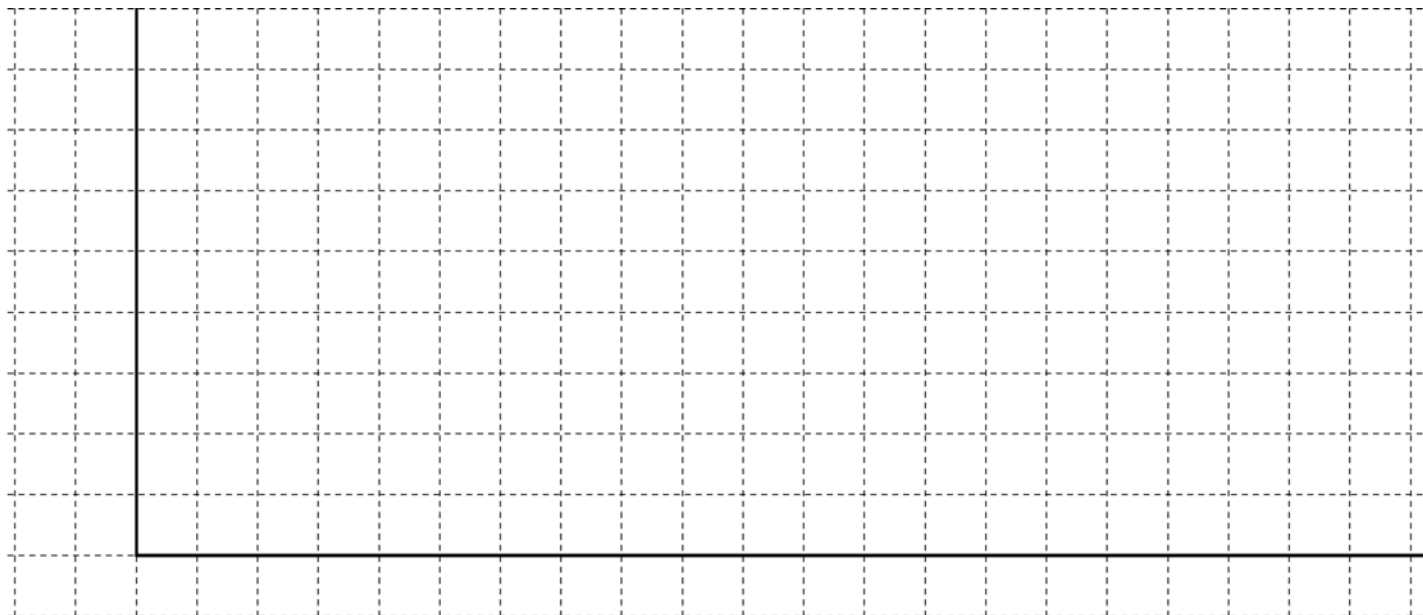
5 8 6 8 7 9 10 5 8 7
 6 8 9 10 10 5 6 7 7 9

i. Να κατασκευάσετε πίνακα συχνοτήτων.

- ii. Πόσοι μαθητές ξοδεύουν:
1. Τουλάχιστον 8 ευρώ.
 2. Λιγότερα από 6 ευρώ.

- iii. Τι ποσοστό μαθητών ξοδεύουν:
1. Το πολύ 6 ευρώ.
 2. Ακριβώς 10 ευρώ.

iv. Να κατασκευάσετε το ραβδόγραμμα.

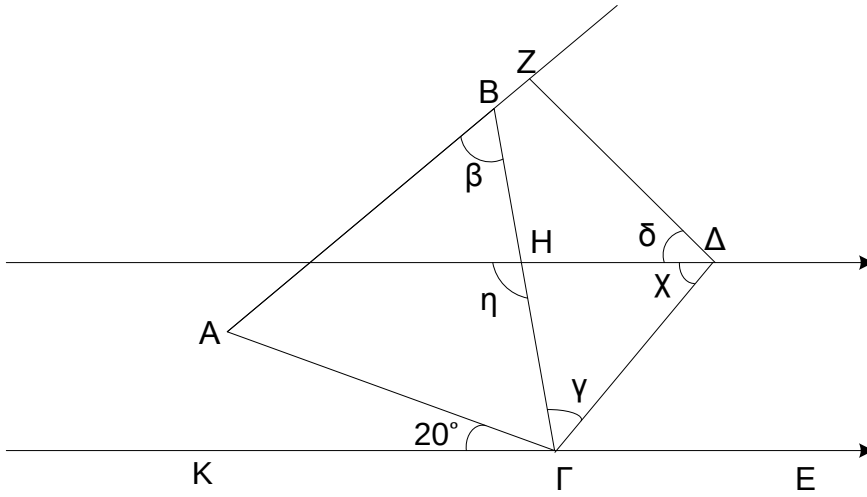


B5. Αν το x είναι η λύση της εξίσωσης $2(4x - 1) + 5 = -5$ και $\psi = M.K.\Delta(12,20)$,

να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$\Gamma = \left(\frac{2}{\psi}\right)^{4x} + (10 - 2\psi)^{2012} : 2^{2011} - 2x.$$

B6.



Δεδομένα	Ζητούμενα
$H\Delta \parallel GE$ $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$ ισόπλευρο $Z\Delta \perp \Gamma\Delta$ $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{K} = 20^\circ$ $\Delta\Gamma$ διχοτόμος της $H\hat{\Gamma}E$	$\hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\chi}, \hat{\eta}, \hat{\delta}$ (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

Νεόφυτος Παπαϊωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ΩΡΕΣ**ΤΑΞΗ:** Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 22/05/2012

ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.
(γ) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
(δ) Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': (Μονάδες 60/100)**Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5/100.**

1. Να λύσετε την εξίσωση $12x^2 - 5x - 2 = 0$.

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων:

$$(α) \psi = \frac{x^2 - 9}{x(x + 5)}$$

$$(β) \psi = \sqrt{x - 17}$$

3. Να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει ρίζες $x_1 = 3$ και $x_2 = -5$.

4. Να βρείτε την τιμή των αριθμητικών παραστάσεων:

$$A = 3^5 \sqrt{32} - 5^3 \sqrt{1000} + \sqrt{81}$$

$$B = (\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} + 4)$$

5. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x - 10 > 0$.

6. Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 + 6x + 1 = 0$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση,

(α) να βρείτε το είδος των ριζών της και

(β) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\frac{5}{x_2} + \frac{5}{x_1}$.

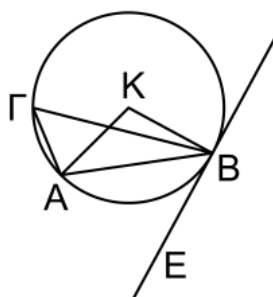
7. Να λύσετε το σύστημα: $x - \psi = 1$
 $\psi^2 - 2x = 6$

8. Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $\chi^2 - 2(\lambda + 1)\chi + \lambda^2 - 3 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

9. Αν $\text{syn}\chi = -\frac{5}{13}$ και $90^\circ < \chi < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{12\sigma\tau\epsilon\mu\chi - 5\epsilon\varphi\chi}{12\sigma\varphi\chi}$$

10. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα KA. Το τόξο $\widehat{AB} = 78^\circ$ και η ευθεία BE είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{A\Gamma B}$, $\widehat{K\hat{A}B}$ και $\widehat{A\hat{B}E}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



11. Να δείξετε ότι: $\frac{\eta\mu(270^\circ - \theta) \cdot \epsilon\varphi(360^\circ - \theta)}{\sigma\varphi(90^\circ + \theta) \cdot \tau\epsilon\mu(180^\circ + \theta)} + \sigma\text{yn}(180^\circ + \theta) = \sigma\text{yn}^2\theta - \sigma\text{yn}\theta$

12. Αν ABΓΔ παραλληλόγραμμο και K, Λ σημεία της διαγωνίου ΑΓ έτσι ώστε AK=ΓΛ, να δείξετε ότι το BKΔΛ είναι παραλληλόγραμμο.

13. Να δείξετε ότι η παράσταση $A = (\alpha\sigma\text{yn}\chi - \beta\eta\mu\chi)^2 + (\alpha\eta\mu\chi + \beta\sigma\text{yn}\chi)^2$ είναι ανεξάρτητη του χ .

14. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A(2,-1) και είναι κάθετη στην ευθεία $\psi = \frac{1}{2}\chi + 5$.

15. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\widehat{A} = 90^\circ$) να φέρετε το ύψος ΑΔ και τη διχοτόμο της γωνιάς $\widehat{B}$ η οποία τέμνει το ύψος ΑΔ στο Z και την πλευρά ΑΓ στο E. Να δείξετε ότι:

(α) Τα τρίγωνα ABE και BZΔ είναι όμοια.

(β) $(BZ) \cdot (E\Gamma) = (BE) \cdot (AZ)$

ΜΕΡΟΣ Β' : (Μονάδες 40/100)

Από τα 6 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + (2\lambda - 1)\chi + \lambda^2 - 4 = 0$ με $\lambda \in \mathbb{R}$. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ ώστε:
- (α) Η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες.
 - (β) Το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης να είναι ίσο με $\frac{1}{5}$.
 - (γ) Το άθροισμα των ριζών της να είναι κατά 2 μεγαλύτερο από το γινόμενο των ριζών της.
 - (δ) Να επαληθεύει τη σχέση $\frac{\chi_1}{\chi_2} + \frac{\chi_2}{\chi_1} < -2$.
2. Αν ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο με κορυφές Α(-1,1), Β(2,2), Γ(4,3) και Δ(χ,ψ) να βρείτε:
- (α) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ.
 - (β) Την εξίσωση του ύψους ΑΕ.
 - (γ) Την εξίσωση της ευθείας (ε) που είναι παράλληλη προς τη διαγώνιο ΑΓ και περνά από το σημείο Β.
3. Σε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα R να φέρετε τη χορδή ΑΒ. Ακολουθώντας, να φέρετε τις εφαπτόμενες Αχ και Βψ στα σημεία του Α και Β αντίστοιχα. Από σημείο Γ του μικρότερου τόξου να φέρετε παράλληλες ευθείες προς τις Αχ και Βψ που τέμνουν τη χορδή ΑΒ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:
- (α) Τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΓΕΒ είναι όμοια.
 - (β) $(ΓΕ)^2 = (ΑΔ) \cdot (ΒΕ)$
4. (α) Να υπολογίσετε τη γωνιά ω , αν $0^\circ < \omega < 90^\circ$ και $\frac{\eta\mu(90^\circ - \omega)\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)}{\eta\mu(180^\circ - \omega)\sigma\varphi(-\omega)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
- (β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\chi}{1 - \sigma\upsilon\nu\chi} - \sigma\varphi\chi = \sigma\tau\epsilon\mu\chi$.
5. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) να φέρετε το ύψος του ΑΔ, τη ΔΕ κάθετη στην ΑΒ και τη ΔΖ κάθετη στην ΑΓ. Αν η διάμεσος του ΑΜ τέμνει τη ΔΖ στο σημείο Η, να αποδείξετε ότι:
- (α) $B\hat{D}E = \hat{\Gamma}$.
 - (β) Το τετράπλευρο ΑΕΔΖ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.
 - (γ) Τα τρίγωνα ΑΗΖ και ΒΔΕ είναι ίσα.
 - (δ) Το τετράπλευρο ΒΕΖΗ είναι παραλληλόγραμμο.

6. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax^2+bx+\gamma$. Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

(α) Το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x)$.

(β) Τις συντεταγμένες του ακρότατου και να το χαρακτηρίσετε (μέγιστο ή ελάχιστο).

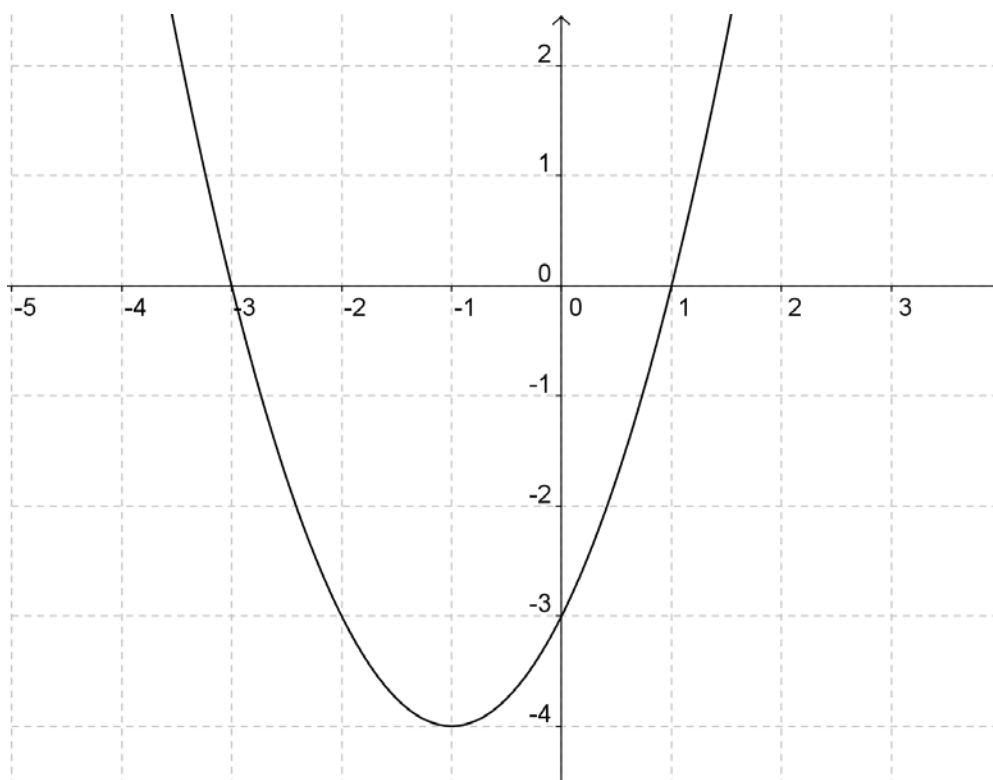
(γ) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2+bx+\gamma=0$.

(δ) Τα πρόσημα των Δ , P και S .

(ε) Τις τιμές των παραμέτρων a, b και γ .

(στ) Την τιμή της παράστασης $f(-2)+3 f(0)- f(1)$.

(ζ) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x)\leq 0$.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
ΝΕΟΦΥΤΟΣ ΠΑΠΑΪΩΑΝΝΟΥ

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α'

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

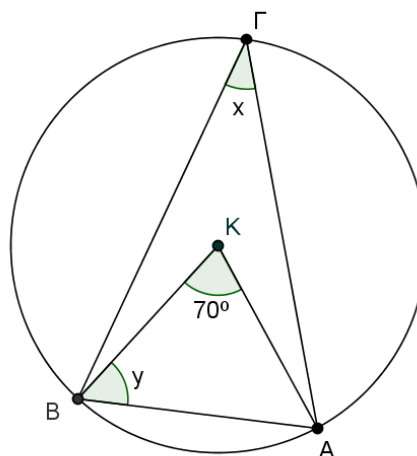
1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 - 7x + 2 = 0$.

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο:

$$y = \frac{2x - 3}{3x - 2}$$

3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση $\lambda=3$ και περνά από το σημείο $(0, 1)$.

4. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τις τιμές των γωνιών x και y , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



5. Να βρείτε την εξίσωση β' βαθμού, που έχει ρίζες $x_1 = -3$ και $x_2 = 5$
6. Αν $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε τα $\eta \mu \theta$ και $\sigma \varphi \theta$.
7. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΕΖΗ (ΕΖ=ΕΗ). Προεκτείνουμε, προς το μέρος του Ε, την ΕΖ κατά τμήμα ΕΘ=ΕΖ και την ΕΗ κατά τμήμα ΕΚ=ΕΗ.
Να δείξετε ότι το ΖΗΘΚ είναι ορθογώνιο.
8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος ΑΔ.
Αν ΒΔ=4cm και ΓΔ=9cm, να υπολογίσετε
α. Το μήκος του ύψους ΑΔ.
β. Τα μήκη των κάθετων πλευρών του.
9. Να βρείτε τις τιμές του πραγματικού αριθμού λ , για τις οποίες η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 3)x + 6 - 2\lambda = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
10. Να παραστήσετε γραφικά (στο τετραγωνισμένο χαρτί) τις ευθείες $y = 3x - 1$, $x = 2$ και $y - 4 = 0$.

11. Να αποδείξετε την ισότητα: $\frac{\eta\mu 310^\circ \sigma\upsilon\nu 80^\circ \sigma\upsilon\nu 300^\circ}{\sigma\upsilon\nu 140^\circ \eta\mu 190^\circ} = -\frac{1}{2}$

12. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned}x + y &= 4 \\ 2x^2 + xy &= 12\end{aligned}$$

13. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ΒΔ και ΔΓ

είναι εφαπτόμενες του κύκλου (O, ρ) ,

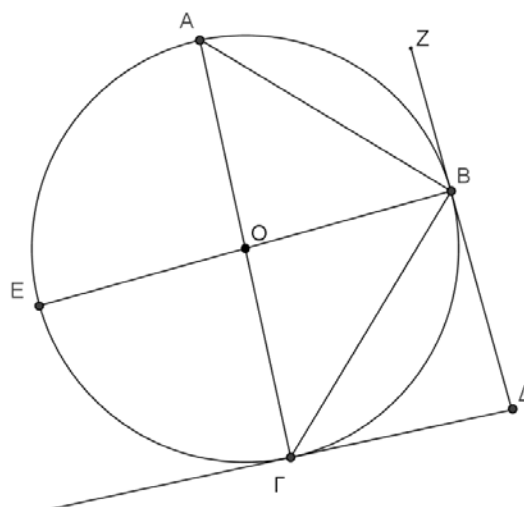
στα σημεία Β και Γ αντίστοιχα.

Αν η γωνία $\hat{BZ} = 40^\circ$,

να υπολογίσετε τις γωνίες

$$\hat{A}\hat{B}\hat{C}, \hat{A}\hat{B}\hat{D}, \hat{A}\hat{C}\hat{D}, \hat{B}\hat{C}\hat{D}, \hat{A}\hat{B}\hat{C}\hat{D}$$

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



14. Να δείξετε ότι :

$$\sigma\upsilon\nu\theta \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\theta + \eta\mu\theta \cdot \tau\epsilon\mu\theta = \frac{1}{\eta\mu\theta \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}$$

15. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από τυχαίο σημείο Δ της $A\Gamma$ φέρουμε την ΔE κάθετη πάνω στη $B\Gamma$. Να δείξετε ότι :

α) τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta E$ είναι όμοια.

β) ισχύει η σχέση : $(A\Gamma) \cdot (\Gamma\Delta) = (B\Gamma) \cdot (\Gamma E)$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

➤ Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

➤ Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την πιο κάτω ανίσωση :

$$\frac{(2x^2 - 5x + 3)(1 - x^2)}{12 - x - x^2} \leq 0$$

2. Δίνεται η εξίσωση $(\mu + 1)x^2 - 4\mu x + 3\mu = 0$, $\mu \neq -1$.

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ , για τις οποίες η εξίσωση έχει :

α) ρίζες αντίθετες.

β) ρίζες αντίστροφες.

γ) ρίζα τον αριθμό -1 .

δ) άθροισμα των ριζών ίσο με 5.

3. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $A(1,3)$ και $B(3,-1)$. Να βρείτε:

i. Την κλίση της πλευράς AB .

ii. Την εξίσωση της AB .

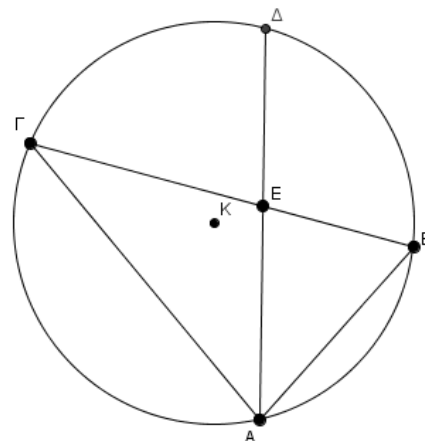
iii. Την εξίσωση της πλευράς $A\Delta$ του ορθογωνίου.

iv. Τις συντεταγμένες του Δ αν γνωρίζετε ότι βρίσκεται πάνω στον άξονα x .

4. Τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R) και Δ το μέσο του τόξου $B\Gamma$. Η $A\Delta$ τέμνει τη $B\Gamma$ στο E .
Να δείξετε ότι:

(α) $(AB) \cdot (A\Gamma) = (A\Delta) \cdot (AE)$

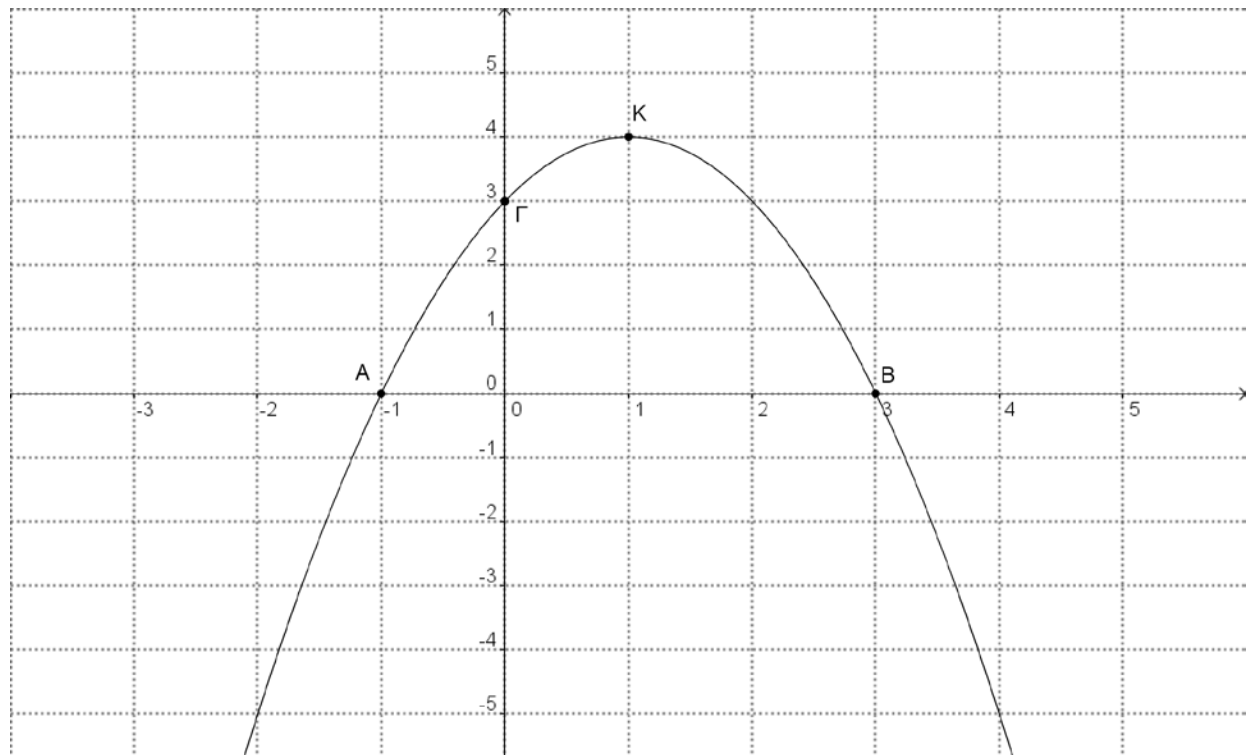
(β) $(\Delta B)^2 = (\Delta A) \cdot (\Delta E)$



5. Να αποδείξετε ότι

$$\frac{\sigma\phi\left(\frac{\pi}{2}-\omega\right)-\eta\mu(\pi-\omega)}{\eta\mu\omega\cdot\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}+\omega\right)\cdot\eta\mu(-\omega)}=\frac{\tau\epsilon\mu\omega}{1+\sigma\upsilon\nu\omega}$$

6.



Στο σχήμα φαίνεται η παραβολή $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$, που τέμνει τους άξονες στα σημεία A, B, Γ και έχει κορυφή το σημείο K. Να βρείτε:

- (i) Το πρόσημο του a .
- (ii) Τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $f(x)=0$.
- (iii) Το πρόσημο της διακρίνουσας του $f(x)$
- (iv) Τις τιμές των $f(0)$, $f(1)$.
- (v) Τις τιμές των a, β, γ .
- (vi) Τον άξονα συμμετρίας της παραβολής.
- (vii) Την κορυφή K της παραβολής.
- (viii) Το πεδίο ορισμού της $f(x)$.
- (ix) Το πεδίο τιμών της $f(x)$.
- (x) Τις τιμές του x , που ικανοποιούν την ανίσωση $f(x) > 0$.

Διευθυντής

Παντελής Ιωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/ 5/ 2012

ΧΡΟΝΟΣ: 2½ ώρες

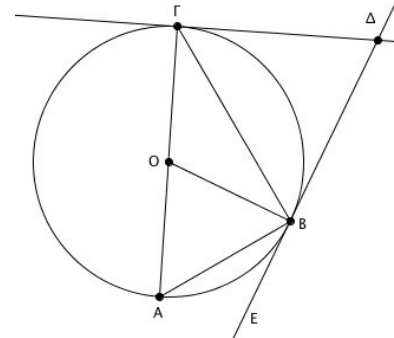
ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
 β) Να γράφετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα και με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

Μέρος Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 7x - 6 = 0$.
2. Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες $x_1 = 2$ και $x_2 = -3$
3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{2x - 1}{4 - x}$
4. Αν $\varepsilon\varphi\theta = -\frac{3}{4}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $A = 9 \cdot \sigma\varphi\theta - 8 \cdot \tau\epsilon\mu\theta$
5. Στο διπλανό σχήμα: AG διάμετρος, AB , AG εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία B και G αντίστοιχα και $\hat{A}BE = 40^\circ$.
 Να βρείτε τις γωνίες $\angle BGA$, $\angle AGB$ και $\angle GAB$
 και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
6. Να λύσετε την εξίσωση $2x^4 = 5x^2 + 12$.
7. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\sigma\upsilon\nu\theta (\sigma\varphi\theta + \varepsilon\varphi\theta) = \sigma\tau\epsilon\mu\theta$.
8. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3x + 2 = 0$, χωρίς να τη λύσετε:
 α) Να βρείτε το είδος των ριζών της



- β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{3}{x_1^2} + \frac{3}{x_2^2}$

9. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να φέρετε το ύψος AD . Να δείξετε ότι :

α) $(AG)^2 = (BG) \cdot (GD)$

β) Αν $AB = 8\text{cm}$ και $AG = 6\text{cm}$, να υπολογίσετε τη GD .

10. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών

$\varepsilon_1: 5x + 3y = 3$

$\varepsilon_2: 3x + 4y = -7$ και είναι παράλληλη με την ευθεία $\varepsilon_3: y = 2x + 3$.

11. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $y = \sqrt{\frac{1-x^2}{3x-2}}$.

12. Να βρείτε την κλίση της ευθείας (ε) που περνά από τα σημεία $A(1, -2)$, και $B(6, 3)$. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η (ε) με

α) τον άξονα των x και

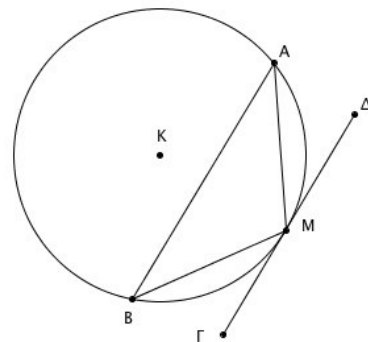
β) την ευθεία $\varepsilon_1: y + x = 1$.

13. Στο διπλανό σχήμα M το μέσο του τόξου AB και GD εφαπτομένη στο σημείο M . Να δείξετε ότι

α) το τρίγωνο AMB είναι ισοσκελές

β) $GD \parallel AB$

(Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις)



14. Να υπολογίσετε τα μ και λ ώστε η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 2)x + (\mu + 1) = 0$ να έχει διπλή ρίζα το 3.

15. Από την κορυφή A ενός παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε μια ευθεία που τέμνει τη διαγώνιο $B\Delta$ στο K , τη GD στο Λ και την προέκταση της $B\Gamma$ στο M .

Να δείξετε ότι:

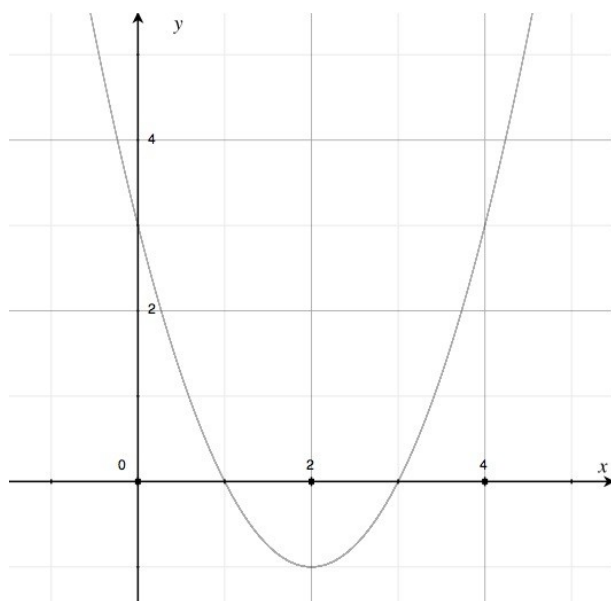
α) τα τρίγωνα $\Delta\Lambda K$ και MKB είναι όμοια

β) τα τρίγωνα AKB και $\Lambda K\Delta$ είναι όμοια

γ) $(KA)^2 = (K\Lambda)(KM)$

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.



Να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f

β) Το πεδίο τιμών της συνάρτησης f

γ) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

δ) Τις ρίζες της συνάρτησης f

ε) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

στ) Το πρόσημο του $f(1.2)$

ζ) Τις τιμές των a , b και γ της f

η) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 3$

2. Δίνονται τα σημεία $A(-3,4)$, $B(-1,0)$, $\Gamma(3,2)$.

α) Να δείξετε ότι $AB \perp B\Gamma$

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που

β) περνά από το A και είναι κάθετη στον άξονα $x'x$

γ) περνά από τα σημεία A και Γ

δ) είναι κάθετη στην $A\Gamma$ και περνά από το B

3. α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των σημείων στα οποία η ευθεία $2x + y = 4$

τέμνει την παραβολή $x^2 - 2y = -3$.

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\eta\mu\alpha}{1 - \sigma\varphi\alpha} + \frac{\sigma\upsilon\nu\alpha}{1 - \varepsilon\varphi\alpha} = \eta\mu\alpha + \sigma\upsilon\nu\alpha$

4. Να βρείτε για ποιές τιμές του λ η εξίσωση

$$(2\lambda + 1)x^2 + (3\lambda - 2)x - (2 - \lambda) = 0, \quad \lambda \neq -\frac{1}{2}$$

έχει α) ρίζα τον αριθμό 1

β) ρίζες αντίστροφες

γ) ρίζες πραγματικές

δ) ρίζες x_1, x_2 που ικανοποιούν τη σχέση $x_1 \cdot x_2^2 + x_2 \cdot x_1^2 \geq 0$

5. α) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{6x(4-x^2)(x^2+3)}{(4-x)^2} \leq 0$

β) Αν $\frac{\varepsilon\varphi(180^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(90^\circ - \alpha)}{\sigma\upsilon\nu(360^\circ - \alpha) \cdot \sigma\varphi(90^\circ - \alpha) \cdot \tau\epsilon\mu(-\alpha)} = -\frac{1}{2}$ με $0^\circ < \alpha < 90^\circ$,

να δείξετε ότι $\alpha = 60^\circ$

6. Από σημείο A εκτός κύκλου φέρουμε δύο τέμνουσες

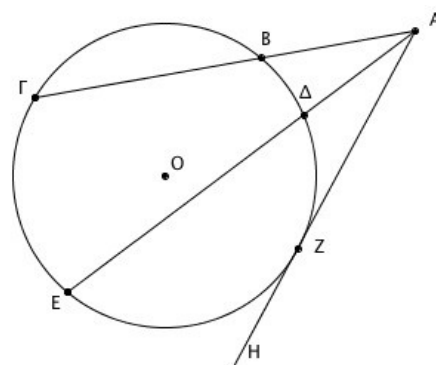
AG, AE και την εφαπτομένη AZ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να δείξετε ότι

α) $(AZ)^2 = (AD) \cdot (AE)$

β) Να δείξετε ότι $(AB) \cdot (AG) = (AD) \cdot (AE)$

γ) Αν επιπλέον $(AB) = (BG)$, $(AD) = 4 \text{ cm}$ και

$(AE) = 14 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος της χορδής BG .



Ο Διευθυντής

Σάββας Γιαλλουρίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

HMEPOMHNIA: 28/05/2012

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 07.30'-10.00'

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).

Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας τύπου Tipp-Ex.

Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης δε θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 3x - 5 = 0$.
2. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση -2 και περνά από το σημείο $(-1, 3)$.
3. Να λύσετε την ανίσωση: $-x^2 + 2x + 15 \leq 0$.
4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο: $y = \frac{2x+3}{x-1}$.
5. Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 6x + 8 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:
α) $3x_1 - 5x_1x_2 + 3x_2$ β) $\frac{6}{x_1} + \frac{6}{x_2}$.
6. Αν $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{15\varepsilon\varphi\theta - 24\sigma\varphi\theta}{10\tan\theta}$$
7. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2x^2 - 5x - 12}{x^2 - 4x}$.

8. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{\varepsilon\phi\theta \cdot \tau\epsilon\mu\theta - \eta\mu\theta}{\eta\mu\theta} = \varepsilon\phi^2\theta$.

9. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), να φέρετε τη διχοτόμο BZ . Από τυχόν σημείο Θ της BZ να φέρετε την ΘH κάθετη στην $B\Gamma$. Να δείξετε ότι:

α) $\hat{B}\hat{H}\hat{\Theta} \approx \hat{A}\hat{B}\hat{Z}$

β) $(B\Theta) \cdot (AZ) = (BZ) \cdot (H\Theta)$

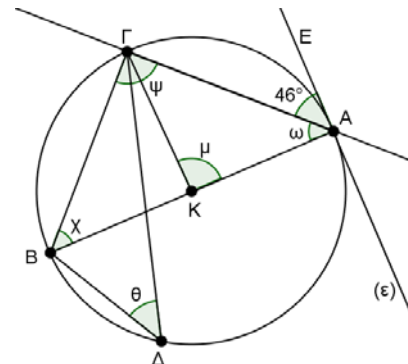
10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ x^2 - y^2 = 16 \end{cases}$$

11. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών $\varepsilon_1: 4x + y = 5$ και $\varepsilon_2: x + 2y = -4$ και είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon_3: -2x + y + 7 = 0$.

12. Αν η εξίσωση $x^2 - \lambda x + \mu = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες, να δείξετε ότι και η εξίσωση $x^2 + 2(1 + \lambda)x + 1 + 2\lambda + 4\mu = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

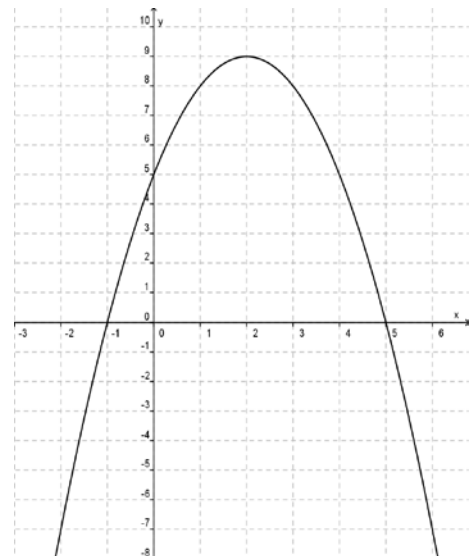
13. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 + x - 8 = 0$, να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες: $\rho_1 = \frac{4}{x_1 + 2}, \rho_2 = \frac{4}{x_2 + 2}$.

14. Στο διπλανό σχήμα δίνονται κύκλος (K, ρ) , AB διάμετρος, ευθεία (ε) εφαπτομένη του κύκλου και $\hat{E}\hat{A}\hat{\Gamma} = 46^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες $\chi, \psi, \omega, \theta, \mu$ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.



15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Σύμφωνα με αυτή, να βρείτε:

- το πρόσημο του a (αιτιολογείστε)
- τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- τις συντεταγμένες και το είδος του ακρότατου (μέγιστο ή ελάχιστο)
- τις τιμές των a, b και γ
- τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) > 0$.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{x(8-2x)(x-5)^2(x^2-3x+4)}{3x^2+2x-1} \geq 0.$

2. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $\mu x^2 - 2(\mu+3)x + \mu+1 = 0$, $\mu \in \mathbb{R} - \{0\}$, να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ ώστε:

α) η εξίσωση να έχει μία ρίζα τον αριθμό 2

β) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες

γ) το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης να είναι τετραπλάσιο του γινομένου τους

δ) να ισχύει η ανίσωση $x_1 \cdot x_2 \leq 2$.

3. α) Να δείξετε ότι: $(\epsilon\phi^2 x - \eta\mu^2 x) \cdot \frac{\sigma\phi^2 x}{\eta\mu^2 x} = 1$

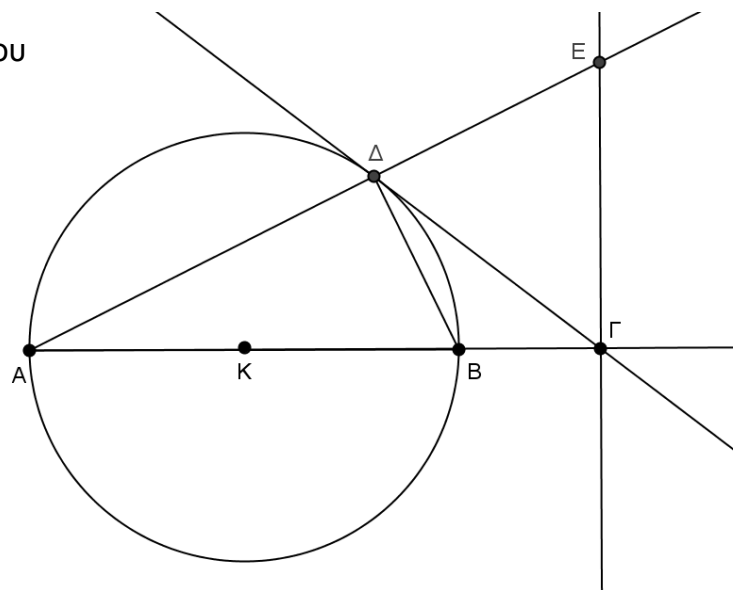
β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

$$A = \frac{\eta\mu(360^\circ - x) \cdot \eta\mu(180^\circ + x) - \sigma\upsilon\nu(180^\circ - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ + x)}{2\sigma\upsilon\nu(-60^\circ) \cdot \epsilon\phi 225^\circ}.$$

4. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα R ,
 AB διάμετρος, $\Gamma\Delta$ εφαπτομένη του κύκλου
και $E\Gamma$ κάθετη στην $A\Gamma$. Να δείξετε ότι:

α) $(A\Delta) \cdot (AE) = (AB) \cdot (A\Gamma)$

β) $(\Gamma\Delta)^2 = (A\Gamma) \cdot (\Gamma B)$



5. Δίνονται οι κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$: $A(-1,1)$, $B(2,4)$ και $\Gamma(-3,5)$.
- α) Να εξετάσετε αν οι πλευρές $A\Gamma$ και AB είναι κάθετες.
 - β) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς AB .
 - γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $\Gamma\Delta$.
 - δ) Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο τομής της πλευράς AB με τον άξονα $x'x$ και είναι κάθετη στην $A\Gamma$ είναι $2\psi - x - 2 = 0$.
 - ε) Αν η ευθεία $\psi = kx + \mu$ περνά από την κορυφή B και είναι παράλληλη με την πλευρά $A\Gamma$, να βρείτε τις τιμές των k και μ .

6. Δίνεται η εξίσωση : $\tan\theta \cdot x^2 + 2(1 + \epsilon\phi\theta)x + 2\eta\mu\theta + \tan\theta = 0$.
- α) Να δείξετε ότι έχει ρίζες ίσες.
 - β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να δείξετε ότι:

$$x_1^2 + x_2^2 + 4\eta\mu\theta \sin 2\theta - 6 = 0$$

Ο Διευθυντής

Χαράλαμπος Σοφοκλή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – ΤΑΞΗ Α****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 25 ΜΑΪΟΥ 2012****ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α΄

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 5x - 2 = 0$.2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{x-1}{x+4}$.3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 2x - 2 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων:

$$(\alpha) \quad 2x_1 + 2x_2 - 3x_1 \cdot x_2 =$$

$$(\beta) \quad \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2} =$$

4. Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + x}$ 5. Να δείξετε ότι $\frac{\sin(180^\circ + \alpha) \cdot \phi(90^\circ - \alpha)}{\epsilon\phi(180^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(90^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu\alpha} = \sigma\tau\epsilon\mu\alpha$

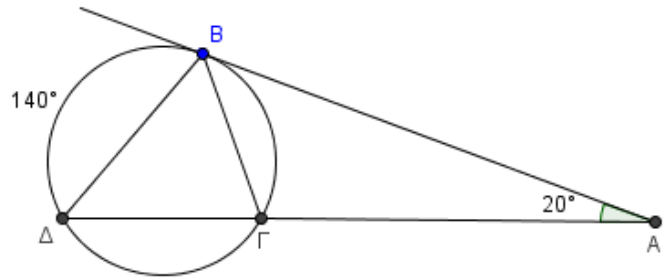
6. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που τέμνει τον άξονα των ψ στο 3 και είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi = 4x - 2$

7. Στο διπλανό σχήμα η AB είναι εφαπτομένη του κύκλου.

Αν το τόξο $B\Delta = 140^\circ$ και $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 20^\circ$

να υπολογίσετε τις γωνίες $B\hat{\Gamma}\Delta$, $A\hat{B}\hat{\Gamma}$, $B\hat{\Delta}\hat{\Gamma}$ και το μέτρο του τόξου $\Delta\hat{\Gamma}$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



8. Αν $\sigma\upsilon\nu\chi = -\frac{12}{13}$ και $180^\circ < x < 270^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = \frac{12\varepsilon\phi\chi - 13\eta\mu\chi}{10\sigma\tau\epsilon\mu\chi}$$

9. Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του μ ώστε οι ευθείες $\mu^2\psi + \chi = 5$ και $\psi = (5\mu - 6)\chi + 7$ να είναι κάθετες.

10. Να λύσετε το σύστημα:

$$2x + \psi = 7$$

$$x^2 + x\psi = 10$$

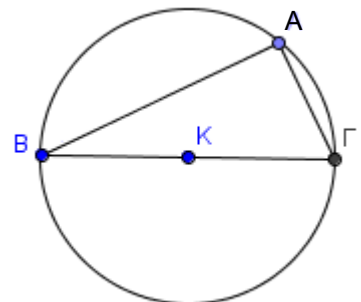
11. Να δείξετε ότι $\frac{\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\nu\chi}{\tau\epsilon\mu\chi - \sigma\tau\epsilon\mu\chi} \cdot \varepsilon\phi\chi = \eta\mu^2\chi$

12. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα 5 cm.

Αν $AB = 8$ cm να βρείτε:

(α) τη γωνία A (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

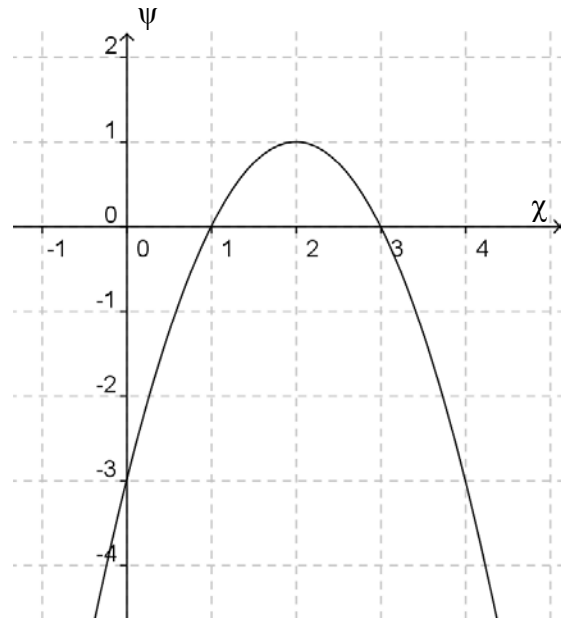
(β) το μήκος της προβολής της ΑΓ πάνω στη ΒΓ.



13. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$\psi = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma, \quad \alpha \neq 0. \text{ Να βρείτε:}$$

- (α) το πεδίο τιμών της
- (β) τις τιμές του χ για τις οποίες $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$
- (γ) τις τιμές των α, β, γ .



14. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και E τυχαίο σημείο της BΓ. Στην προέκταση της BA προς το A, παίρνουμε τυχαίο σημείο Δ. Από το σημείο E φέρουμε παράλληλη προς την AB που τέμνει την ΑΓ στο Κ. Αν Ζ το σημείο τομής των ΑΓ και ΕΔ, να δείξετε ότι:

- (α) τα τρίγωνα ΑΔΖ και ΖΚΕ είναι όμοια
- (β) $(ΑΔ) \cdot (ΕΖ) = (ΔΖ) \cdot (ΕΚ)$

15. Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του k ώστε η εξίσωση $\chi^2 + 3k\chi + k^2 - k + \frac{1}{4} = 0$ να μην έχει πραγματικές ρίζες.

ΜΕΡΟΣ Β'

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $2\chi^2 - (3\lambda + 2)\chi + 5\lambda - 2 = 0$. Να βρείτε την τιμή του λ ώστε η εξίσωση

- (α) να έχει ρίζες αντίθετες
- (β) ο αριθμός -2 να είναι ρίζα της
- (γ) το γινόμενο των ριζών της να είναι κατά τρία μικρότερο από το άθροισμά τους.

2. (α) Δίνονται τα σημεία A(2,0), B(1,3) και Γ(2λ,4). Να βρείτε το λ ώστε οι ευθείες AB και ΑΓ να είναι κάθετες.

- (β) Να βρείτε τις πραγματικές τιμές των κ και μ , ώστε η ευθεία $\psi = (\kappa + 1)\chi + 4 - 3\mu$ να περνά από το σημείο $(-1, 2)$ και να σχηματίζει γωνία 135° με τον άξονα των χ .

3. (α) Να λύσετε την ανίσωση
$$\frac{x \cdot (x^2 - 5x) \cdot (x^2 + 3x + 4)}{-x^2 + 7x - 12} \leq 0$$

(β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης
$$\psi = \frac{\sqrt{5 - 4x - x^2}}{x^2 - 9}$$

4. (α) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\varepsilon\phi\theta \cdot x^2 - 2\tau\epsilon\mu\theta \cdot x + \eta\mu\theta \cdot \tau\epsilon\mu\theta = 0$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$,

(i) να βρείτε το είδος των ριζών της

(ii) να δείξετε ότι έχει ρίζες αντίστροφες

(β) Να δείξετε ότι η εξίσωση δευτέρου βαθμού που σχηματίζεται με ρίζες $\rho_1 = x_1^2$ και $\rho_2 = x_2^2$ είναι η $\eta\mu^2\theta \cdot x^2 - 2(1 + \sigma\upsilon\nu^2\theta)x + \eta\mu^2\theta = 0$.

5. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο ΒΓ και Ε τυχόν σημείο της περιφέρειάς του. Σε σημείο Δ της ΒΓ να φέρετε κάθετη στη ΒΓ που τέμνει τη ΒΕ στο Η, το ημικύκλιο στο Μ και τη ΓΕ στο Α.

Να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΕΓ είναι όμοια

(β) $(\Delta\Lambda) \cdot (\Delta\text{H}) = (\Delta\Gamma) \cdot (\Delta\text{B})$

6. (α) Να δείξετε ότι
$$\frac{\varepsilon\phi^2\theta - 1}{\varepsilon\phi^2\theta + 1} = \eta\mu^4\theta - \sigma\upsilon\nu^4\theta$$

(β) Αν ισχύει
$$\frac{\eta\mu(-\alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu^2(\pi - \omega) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right) \cdot \varepsilon\phi(\pi - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu(\pi - \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\omega)} = -\frac{5}{4}$$

και $\sigma\upsilon\nu\omega \cdot \eta\mu\alpha = -\frac{2}{5}$ με $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ και $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$ να υπολογίσετε τη γωνία α .

Η διευθύντρια

Στέλλα Μάρκου



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Α΄

Χρόνος: 2,5 ώρες

Ημερομηνία: 25 - Μαΐου 2012

Το δοκίμιο αυτό αποτελείται από 06 (έξι) σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, Α΄ και Β΄.

ΜΕΡΟΣ Α΄ - Αποτελείται από δεκαπέντε (15) ερωτήσεις. Να απαντηθούν μόνο οι δώδεκα (12).
Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

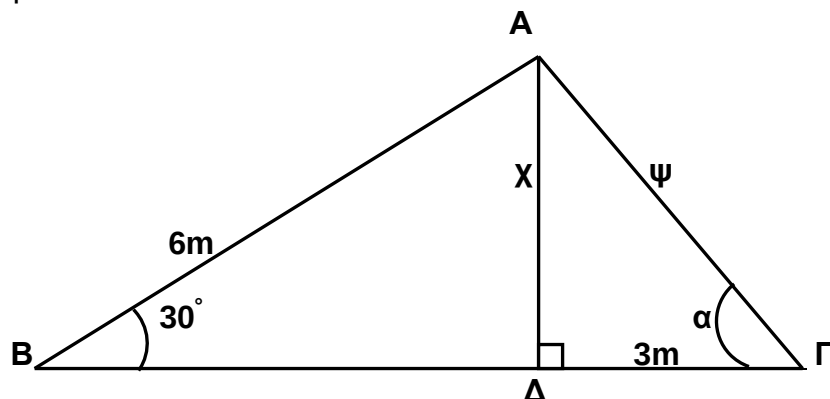
ΜΕΡΟΣ Β΄ - Αποτελείται από έξι (6) ερωτήσεις. Να απαντηθούν μόνο οι τέσσερις (4).
Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Θα διορθώνονται οι πρώτες ερωτήσεις που ικανοποιούν το ζητούμενο αριθμό από κάθε μέρος.
Οι υπόλοιπες θα αγνοούνται.

- Να γράφετε μόνο με πένα μαύρη ή μπλε.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPEX).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α΄

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 7x - 4 = 0$.
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης : $\psi = \frac{x-1}{x+4}$.
3. Να λύσετε την εξίσωση: $x^4 - 3x^2 - 10 = 0$.
4. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{x+5}{x-1} \leq 0$.
5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - 3\psi = 5 \\ 2x^2 - x\psi = 10 \end{cases}$$
6. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 2)x + 1 - \lambda = 0$. Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ η εξίσωση έχει :
α) ρίζες αντίθετες β) ρίζες πραγματικές και ίσες
7. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(3, -4)$ και είναι κάθετη με την ευθεία $\psi = 2x - 3$.
8. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τα μήκη x , ψ και τη γωνία α .



9. Εάν η εξίσωση $\chi^2+5\chi+3=0$ έχει ρίζες χ_1 και χ_2 , να υπολογίσετε (χωρίς να την λύσετε) τις τιμές των παραστάσεων:

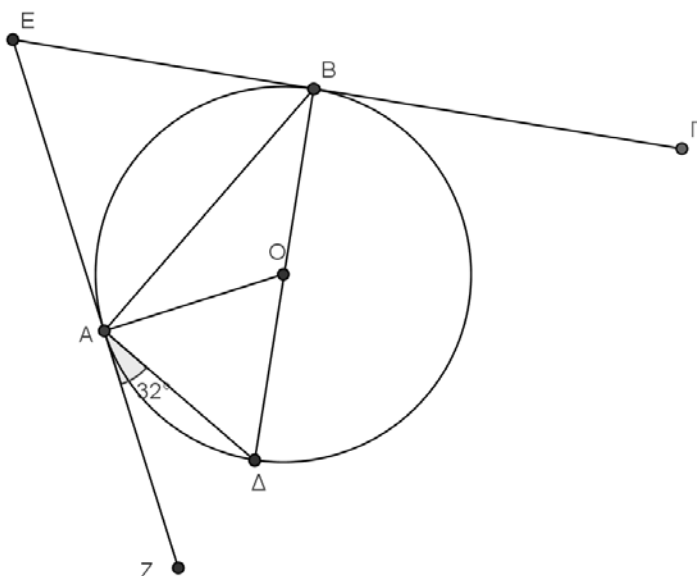
α) $\frac{\chi_1+\chi_2}{2\chi_1\chi_2} =$

β) $\chi_1\chi_2^3+\chi_2\chi_1^3$

10. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\varepsilon\varphi\theta}{1+\sigma\varphi^2\theta} + \frac{\varepsilon\varphi\theta}{1+\varepsilon\varphi^2\theta} = \frac{1}{\sigma\varphi\theta}$.

11. Σε τρίγωνο ABΓ $\angle B > \angle A$. Από την κορυφή Β φέρουμε ευθεία που τέμνει την ΑΓ στο Δ έτσι ώστε $\angle AB\Gamma = \angle A$. Να δείξετε ότι $(B\Gamma)^2 = (A\Gamma) \cdot (\Delta\Gamma)$.

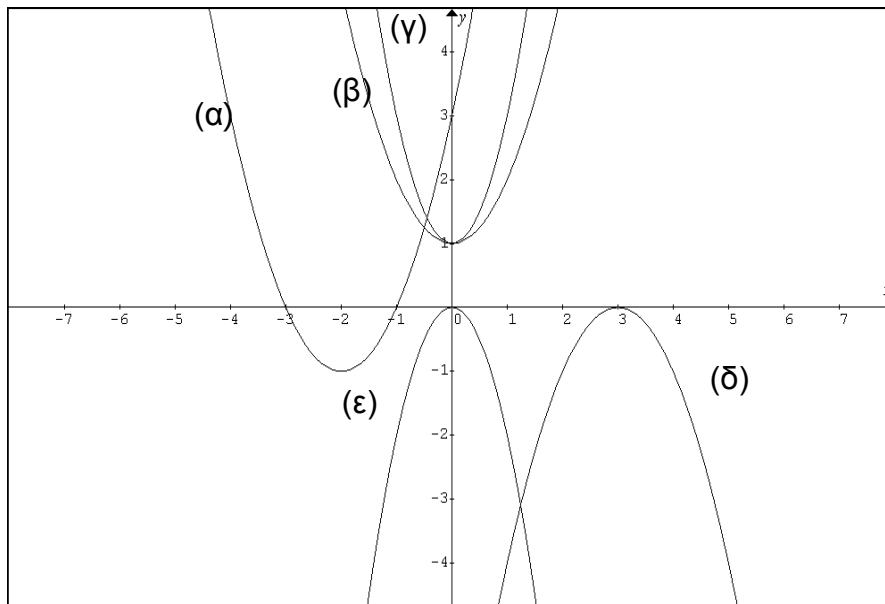
12. Στο πιο κάτω κύκλο (Ο,Ρ) δίνεται ότι ΕΓ και ΕΖ εφαπτόμενες του κύκλου, η γωνία $\angle ZAD=32^\circ$ και ΒΔ διάμετρος του. Να υπολογίσετε: α) Όλες τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΔ
β) Όλες τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΕ



13. Αν $\frac{\eta\mu(180^\circ-\theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ+\theta)}{\eta\mu(90^\circ-\theta) \cdot \sigma\varphi(90^\circ+\theta)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να δείξετε ότι η γωνία $\theta=45^\circ$.

14. Να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον πίνακα αντιστοιχίζοντας κάθε γραφική παράσταση με το σωστό τύπο.

Γραφική Παράσταση	(α)	(β)	(γ)	(δ)	(ε)
Αριθμός τύπου συνάρτησης					



1. $\psi = 2\chi^2 + 1$

2. $\psi = -(\chi - 3)^2$

3. $\psi = -2\chi^2$

4. $\psi = \chi^2 + 4\chi + 3$

5. $\psi = \chi^2 + 1$

6. $\psi = -(\chi + 3)^2$

15. Έστω ένας κύκλος (Κ, R) και ΑΒ μια χορδή του. Στο Β φέρουμε εφαπτόμενη ευθεία (ε) και από το Α φέρουμε την ΑΓ ⊥ (ε). Να αποδείξετε ότι $(AB)^2 = 2R \cdot (AG)$

ΜΕΡΟΣ Β΄

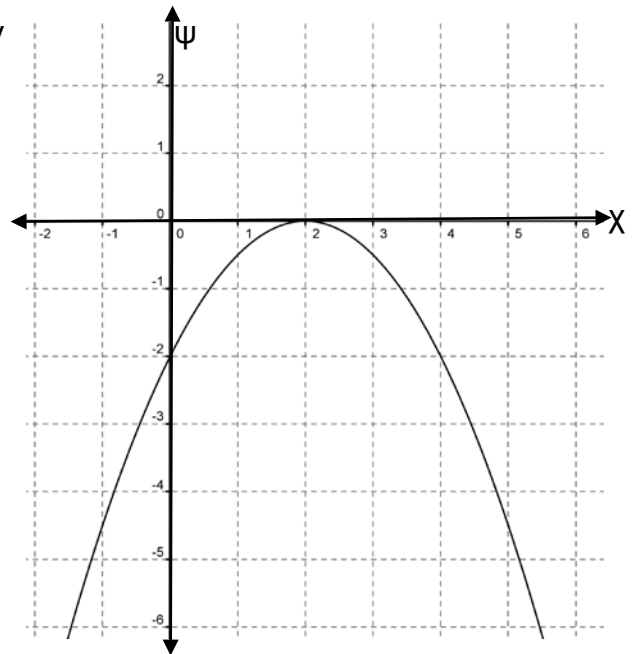
1. α) Αν χ_1, χ_2 ρίζες της εξίσωσης $\chi^2 - 3\chi + 7 = 0$ να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει ρίζες $\rho_1 = \chi_1 + 2\chi_2$ και $\rho_2 = \chi_2 + 2\chi_1$

β) Να λύσεις την ανίσωση $\frac{(\chi^3 - 5\chi^2 + 6\chi)(4 - \chi^2)}{\chi^2 - 4\chi + 3} \geq 0$

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της $f(\chi) = a\chi^2 + b\chi + \gamma$

Από την γραφική παράσταση να βρείτε:

- α) Το πεδίο ορισμού της $f(\chi)$.
- β) Το πεδίο τιμών της $f(\chi)$.
- γ) Την τιμή του γ
- δ) Τις τιμές των $f(4)$ και $f(2)$.
- ε) Τις ρίζες της εξίσωσης $a\chi^2 + b\chi + \gamma = 0$.
- στ) Την τιμή της Διακρίνουσας (Δ)
- ζ) Το πρόσημο του a και του b .
- η) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

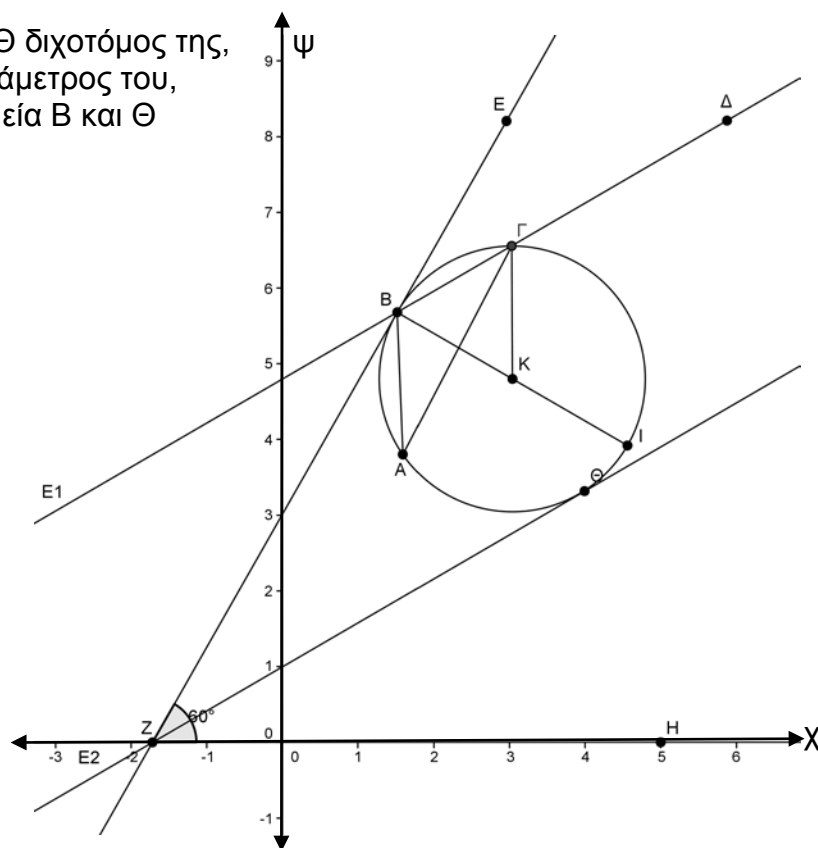


3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ το $A\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου. Οι συντεταγμένες των σημείων A και Δ είναι $A(3, 1)$, $\Delta(5, 2)$. Η εξίσωση της πλευράς AB : $\chi + \psi = 4$ και της $A\Gamma$: $\chi + 4\psi = \kappa$.

Να βρεθούν:

- α) Η κλίση της $A\Delta$
- β) Η εξίσωση της $B\Gamma$
- γ) Η τιμή του κ
- δ) Οι συντεταγμένες του σημείου B
- ε) Οι συντεταγμένες του σημείου E , όπου E είναι το σημείο τομής της προέκτασης της πλευράς AB με τον άξονα $O\chi$.

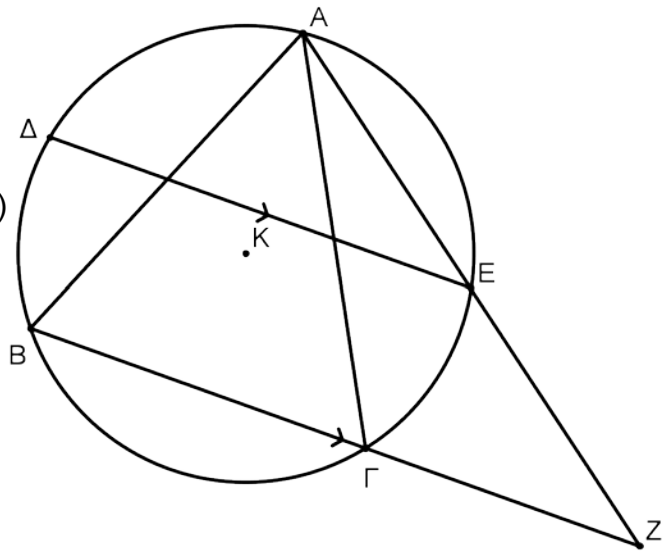
4. Στο διπλανό σχήμα $\angle \text{H}\text{Z}\text{B} = 60^\circ$ και ΖΘ διχοτόμος της, $\text{E}_1 \parallel \text{E}_2$, Κ κέντρο του κύκλου ΒΙ διάμετρος του, ΖΒ και ΖΘ εφαπτόμενες του στα σημεία Β και Θ αντίστοιχα. Να βρείτε τα εξής:
- Την εξίσωση της ευθείας ΖΘ
 - Την εξίσωση της ευθείας ΖΒ
 - Την γωνία $\angle \text{PBE}$
 - Την γωνία $\angle \text{BA}\Gamma$
 - Την γωνία $\angle \text{HK}\Gamma$



$$5. A_v = \frac{\sigma_{uv}(270^\circ + \alpha) \cdot \eta \mu(360^\circ + \alpha) \cdot \varepsilon \phi(90^\circ + \alpha)}{\sigma_{uv}(90^\circ - \alpha) \cdot \sigma_{uv}(180^\circ - \alpha)} \quad \text{και}$$

$$B = (\eta\mu^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha)^2 + 4\eta\mu^2\alpha\sigma\upsilon\nu^2\alpha + \eta\mu(90^\circ + \alpha)\sigma\upsilon\nu(180^\circ + \alpha) \quad \text{να δείξετε ότι} \quad \frac{A}{B} = \sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha$$

6. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ που είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K,R) φέρουμε μια χορδή ΔE παράλληλη προς την $B\Gamma$. Αν η AE τέμνει την $B\Gamma$ στο Z όπως φαίνεται στο σχήμα να δείξετε ότι: $(AB) \cdot (A\Gamma) = (A\Delta) \cdot (AZ)$



Ο Διευθυντής

Αντρέας Λοΐζου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2012Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ ΤΑΞΗΣ**Ημερομηνία: **22/05/2012**Χρόνος: **2 ώρες και 30 λεπτά**Διδάσκοντες: Μ. Κκέλης, Γ. Ανδρονίκου, Μ. Ιωακείμ, Γ. Χατζηχαράλαμπους

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- Να γράφετε με **μπλε** μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
 - Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 - **Δεν** επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12.**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 5x - 3 = 0$.
2. Να βρεθεί η εξίσωση ευθείας που περνά από τα σημεία A(0,-1) και B(1,2).
3. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 8x + 1 = 0$, να υπολογίσετε, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, την τιμή της παράστασης: $A = 4x_1 + 4x_2 - 2x_1 \cdot x_2$.
4. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης
$$y = \frac{x}{x-4}.$$
5. Να βρεθεί η τιμή του $\mu \in \mathbf{R}$ ώστε η εξίσωση $x^2 - 2x + \mu - 1 = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
6. Αν $\varepsilon\phi\omega = -\frac{12}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{13\eta\mu\omega - 5\tau\epsilon\mu\omega}{12\sigma\phi\omega + 13\sigma\upsilon\nu\omega}$.
7. Να βγουν έξω από το ριζικό όλοι οι δυνατοί παράγοντες στα πιο κάτω
(α) $\sqrt[3]{\frac{27}{a^3}}$ (β) $\sqrt{25xy^2(x^2 + 4x + 4)}$

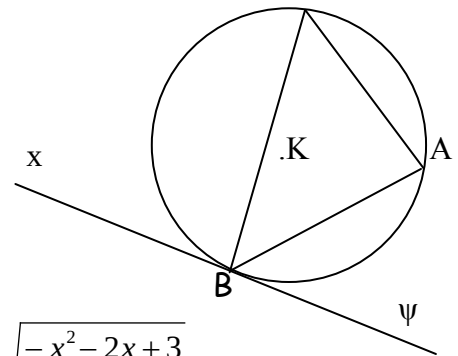
8. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1}{\text{τεμκ} \cdot \varepsilon\phi\chi} + \eta\mu^2\chi \cdot \sigma\text{τεμκ} = \frac{1}{\eta\mu\chi}$.

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($A=90^\circ$). Από τυχαίο σημείο E της ΑΓ φέρουμε την ΕΔ κάθετη πάνω στη ΒΓ. Να δείξετε ότι $(\Delta E)(A\Gamma)=(\Delta\Gamma)(AB)$.

10. Δίνεται παραλληλόγραμμο ABΓΔ. Η διχοτόμος της γωνίας Α τέμνει τη ΔΓ στο E. Να αποδείξετε ότι $\Delta E = B\Gamma$.

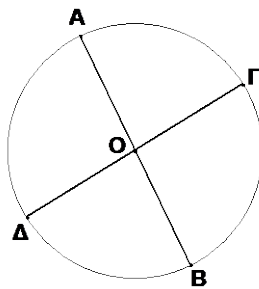
11. Να λυθεί το σύστημα $2x - y = -2$
 $y + 4x^2 = 2$.

12. Δίνεται ο κύκλος (K,R) και η εφαπτομένη χΒψ του κύκλου στο σημείο Β. Αν $\hat{A\hat{B}\psi} = \omega$, $\hat{A\hat{B}\Gamma} = \omega - 10^\circ$ και $\hat{\Gamma\hat{B}\chi} = \omega + 25^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ.



13. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $y = \sqrt{\frac{-x^2 - 2x + 3}{x}}$.

14. Δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και δύο διαμέτρους του AB και ΓΔ.
 (α) Να αποδείξετε ότι η χορδή ΑΓ είναι παράλληλη με την ΔΒ.
 (β) Αν το τόξο ΑΓ είναι ίσο με 70° να υπολογίσετε την γωνία ΟΒΔ.



15. Δίνεται το παραλληλόγραμμο ABΓΔ. Προεκτείνουμε την πλευρά AB κατά τμήμα BZ= ΔΗ, όπου Η είναι το μέσο της πλευράς ΓΔ. Αν Θ είναι το σημείο τομής των ΖΗ και ΒΓ, να αποδείξετε ότι:
 (i) Το τετράπλευρο BZΓΗ είναι παραλληλόγραμμο
 (ii) Θ είναι το μέσο της πλευράς ΒΓ.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. α) Δίνεται η παραβολή με τύπο: $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Να βρείτε:
 - i) τα σημεία τομής της με τους άξονες.
 - ii) τον άξονα συμμετρίας της.
 - iii) το μέγιστο ή ελάχιστο σημείο της.β) Να κατασκευάσετε την γραφική παράσταση της παραβολής και να βρείτε και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
γ) Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει: $x^2 - 4x + 3 \leq 0$.
2. Δίνεται η εξίσωση : $x^2 - (\lambda + 3)x + \lambda + 2 = 0$
Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$ έτσι ώστε η πιο πάνω εξίσωση να έχει :
 - α) ρίζες αντίθετες
 - β) ρίζες αντίστροφες
 - γ) ρίζα τον αριθμό 2
 - δ) ρίζες ίσες
 - ε) άθροισμα των τετραγώνων των ριζών της ίσο με 10
3. Από σημείο Α εκτός κύκλου φέρουμε εφαπτόμενες ΑΒ και ΑΓ όπου Β και Γ σημεία του κύκλου. Από το Α φέρουμε τη τέμνουσα ΑΔΕ (που δεν περνά από το κέντρο του κύκλου) όπου Δ και Ε σημεία του κύκλου. Η ΕΑ και ΒΓ τέμνονται στο σημείο Μ. Να δείξετε ότι:
 - α) (i) τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΑΕΓ είναι όμοια
 - (ii) ισχύει η σχέση $(ΑΓ)^2 = (ΑΕ) \cdot (ΑΔ)$β) ισχύει η σχέση $(ΒΜ)(ΜΓ) = (ΜΔ)(ΕΜ)$.
4. Η ευθεία (ε) περνά από το σημείο $A(-3, 2)$, έχει κλίση ίση με 1, τέμνει τον άξονα των x στο σημείο Β και τον άξονα y στο σημείο Γ. Να βρείτε :
 - α) την εξίσωση της ευθείας (ε)
 - β) τις συντεταγμένες των σημείων Β και Γ
 - γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΒΟΓ (όπου Ο η αρχή των αξόνων)
 - δ) την τιμή του κ ώστε η ευθεία που περνά από τα σημεία $\Delta(-2, 1)$ και $Z(0, \kappa)$ να είναι κάθετη στην ευθεία (ε).

5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x + a = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

α) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{x_1}{x_2}$, $\rho_2 = \frac{x_2}{x_1}$

β) Αν ξ_1, ξ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 - (9-2a)x + a = 0$, να βρείτε τις τιμές του a ώστε να ισχύει η σχέση $\frac{1}{\xi_1} + \frac{1}{\xi_2} \leq 1$.

6. Αν $\frac{\eta\mu(180^\circ + \vartheta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \vartheta) \cdot \sigma\phi(90^\circ - \vartheta)}{\eta\mu(180^\circ - \vartheta) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \vartheta) \cdot \eta\mu(-\vartheta)} = -2$, και $0^\circ < \vartheta < 90^\circ$,

Να δείξετε ότι:

(α) $\vartheta = 60^\circ$

(β) το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $\varepsilon\phi\vartheta \cdot x^2 - 2\eta\mu\vartheta \cdot x + \sigma\phi\vartheta = 0$, είναι ίσο με $\frac{1}{3}$.

(γ) Να βρείτε τις τιμές του μ για τις οποίες η εξίσωση

$4\sigma\upsilon\nu^2\vartheta \cdot x^2 - 2\mu x + 3\eta\mu^2\vartheta = 0$, έχει ρίζες πραγματικές.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....
Γ. Ανδρονίκου

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

.....
Μίλτος Κκέλης (Β.Δ.Α')

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
Σάββας Κόκκινος

.....
Γ. Χατζηχαλαράμπος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 05/06/2012

ΤΑΞΗ: Α΄

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

Οδηγίες: α) Να γράφετε με πένα μπλε ή μαύρη.

β) Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις του Α΄ μέρους να λύσετε μόνο 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.

1. Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 + x - 1 = 0$.

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

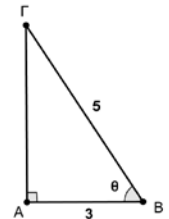
(α) $f(x) = 3x^2 + 1$ (β) $g(x) = \frac{x-2}{x-1}$

3. Να σχηματίσετε την εξίσωση 2^{ου} βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς $x_1 = 2$ και $x_2 = -5$.

4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο $A(1, -2)$ και έχει κλίση ίση με -3.

5. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου κ ώστε η εξίσωση $x(2\kappa + 1) + 5 = \kappa(3x + 1)$ να έχει λύση το $x = 1$.

6. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο ($\hat{A} = 90^\circ$) οι πλευρές του AB και $B\Gamma$ έχουν μήκη $(AB) = 3$, $(B\Gamma) = 5$ και $\hat{B} = \theta^\circ$. Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\nu\theta$, $\epsilon\varphi\theta$ και $\sigma\varphi\theta$ της γωνίας θ° .

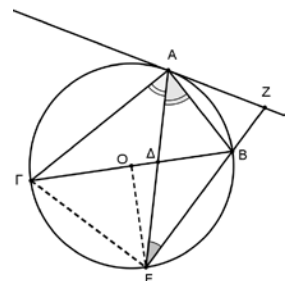


7. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από τυχαίο σημείο Δ του $A\Gamma$ φέρουμε $DE \perp B\Gamma$ (E σημείο του $B\Gamma$). Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $(E\Delta)(A\Gamma) = (E\Gamma)(AB)$.

8. Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$ και να αποδείξετε ότι το κλάσμα

$$A(x) = \frac{x^2 - 4}{x(2x^2 + 3x - 2)} \text{ απλοποιείται ως εξής: } A(x) = \frac{x-2}{x(2x-1)}$$

9. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία AZ είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο του A , η χορδή AE είναι διχοτόμος της γωνίας $\Gamma\hat{A}B$ και η ΓB είναι διάμετρος του κύκλου. Αν η AE τέμνει την ΓB στο σημείο Δ, η BE τέμνει την εφαπτομένη στο σημείο Z και $\hat{AEB} = 30^\circ$, να υπολογίσετε τις παρακάτω γωνίες δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας : (α) $A\hat{\Gamma}B$ (β) $A\hat{\Delta}B$ (γ) $B\hat{A}Z$ (δ) $A\hat{Z}B$ και (ε) $E\hat{O}B$.



10. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και το ύψος του $A\Delta$.
 (α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔBA είναι όμοια και να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση $(AB)^2 = (B\Delta)(B\Gamma)$.
 (β) Αν $(AB) = 3\text{cm}$, $(B\Gamma) = 5\text{cm}$ και M, N τα μέσα των πλευρών $A\Gamma$ και AB αντίστοιχα, να υπολογίσετε την περίμετρο του τριγώνου $MN\Delta$.
11. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 3)x + (2\lambda + 1) = 0$ έχει ρίζες πραγματικές για κάθε τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$.
12. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x^2 - 4x + 3)(x + 4)}{x^2 - 1} \geq 0$.
13. Τα σημεία $A(2,5)$, $B(0,2)$ και $\Gamma(8,1)$ είναι κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$.
 (α) Να βρείτε τις κλίσεις των ευθειών AB και $A\Gamma$ και να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
 (β) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $A\Delta$ του τριγώνου $AB\Gamma$.
 (γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Δ .
14. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα:
- $$\frac{\varepsilon\varphi x + \sigma\varphi x}{\tau\epsilon\mu x} = \frac{1}{\eta\mu x}$$
- β) Αφού αντικαταστήσετε στην εξίσωση $6\eta\mu^2 x + \eta\mu x - 1 = 0$ ($0 < x < \frac{\pi}{2}$), το $\eta\mu x = \omega$ να δείξετε ότι $\eta\mu x = \frac{1}{3}$ και να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
- $$K = 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon\varphi x + \sigma\varphi x}{\tau\epsilon\mu x} \right).$$
15. Σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ τα σημεία E, Z είναι τα μέσα των πλευρών του AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Από τις κορυφές A και Γ φέρουμε $AK \perp B\Delta$ και $\Gamma\Lambda \perp B\Delta$ (K, Λ σημεία του $B\Delta$), να αποδείξετε ότι οι ευθείες KE και AZ είναι κάθετες.

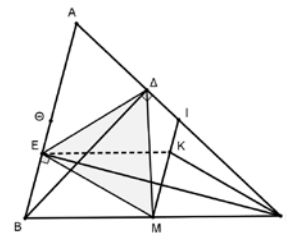
ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

- Δίνεται η εξίσωση $x^2 + 6\lambda x + 9\lambda^2 - \lambda + 2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$. (1)
 - Να βρείτε για ποια τιμή της παραμέτρου λ , η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
 - Να υπολογίσετε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ αν για τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης (1) ισχύει η σχέση: $\frac{1}{6}(x_1 + x_2) + 11 = x_1 x_2$.
 - Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες ισχύει η ανίσωση $x_1 x_2 > 2$.
- α) Δίνεται η ευθεία $(\varepsilon): y = (3\mu - 1)x - 2$. Αν το σημείο $A(-1, -4)$ βρίσκεται πάνω στην γραφική παράσταση της (ε) να υπολογίσετε την τιμή του μ .
 β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε_1) που περνά από το σημείο A και το σημείο $B(-7, -2)$, και να αποδείξετε ότι είναι κάθετη στην ευθεία $(\varepsilon_2): y = 3x - 1$.
 γ) Αν η ευθεία $(\varepsilon_3): y = (\kappa^2 - 2\kappa + 4)x - 5$ είναι παράλληλη με την ευθεία (ε_2) , να υπολογίσετε την τιμή του κ .

3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρουμε τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE και έστω M, Θ, I τα μέσα των πλευρών του $B\Gamma, AB$ και $A\Gamma$ αντίστοιχα. Αν η παράλληλη ευθεία από το σημείο E προς την πλευρά του τριγώνου $B\Gamma$ τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα MI στο σημείο K , να αποδείξετε ότι:

- Το ευθύγραμμο τμήμα ΘB είναι ίσο και παράλληλο με το τμήμα MI
- Το τετράπλευρο $EK\Gamma M$ είναι ρόμβος
- Το τρίγωνο $EM\Delta$ είναι ισοσκελές.



4. α) Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{\eta\mu(90^\circ - \alpha)}{1 + \eta\mu\alpha} - \frac{1 + \eta\mu\alpha}{\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \alpha)} = 2\tau\epsilon\mu\alpha$$

β) Αν $2\tau\epsilon\mu\alpha = 4$, να υπολογίσετε την $\epsilon\phi\alpha$.

5. Δίνονται οι εξισώσεις: $x^2 + (-3\lambda + 5\mu + 11)x + 4 = 0$ (1) και $-14x^2 - 3x - 4\lambda + 6\mu = 0$ (2)

α) Αν η εξίσωση (1) έχει ρίζες αντίθετες και η εξίσωση (2) έχει ρίζες αντίστροφες να βρείτε τις τιμές των παραμέτρων $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$.

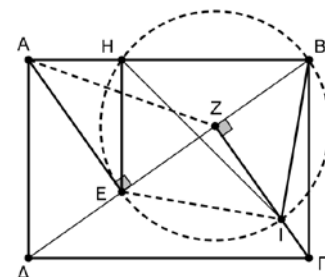
β) Αν $\lambda = 2$ και $\mu = -1$ να λύσετε την ανίσωση:

$$[x^2 + (-3\lambda + 5\mu + 11)x - 18 - 3x] \cdot (x^2 - 3x) \geq 0$$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με διαστάσεις $A\Delta = 1$ και $AB = \sqrt{2}$.

Από τις κορυφές A και Γ φέρουμε $AE \perp B\Delta$ και $\Gamma Z \perp B\Delta$ (E, Z σημεία του $B\Delta$). Αν ο κύκλος με κέντρο το σημείο Z και ακτίνα το ZB τέμνει τα ευθύγραμμα τμήματα AB και ΓZ στα σημεία H και I αντίστοιχα να αποδείξετε ότι:

- $B\Delta = \sqrt{3}$
- Τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $BA\Delta$ είναι όμοια και στην συνέχεια να δείξετε ότι $\Delta E = \frac{B\Delta}{3}$.
- Το τετράπλευρο $AZ\Gamma E$ είναι παραλληλόγραμμο.
- Οι γωνίες $H\hat{I}E$ και $\Delta\hat{A}E$ είναι ίσες.



Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Θεοφάνους Μαρία

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜ.: 22/5/2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες

-
- ΟΔΗΓΙΕΣ:** 1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
2. Να γράφετε με μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Τα σχήματα που δίνονται να αντιγράφονται στην κόλλα σας.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $5x^2 + 9x - 2 = 0$.
2. Να λύσετε το σύστημα :
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $y = -2x + 5$ και περνά από το σημείο A (2 , -3) .
4. Να λύσετε την ανίσωση : $2x^2 - 7x + 3 \leq 0$.
5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $y = \frac{1}{x-3}$.
6. Δίνεται η εξίσωση $(3\lambda - 1)x^2 - \lambda x + \lambda + 1 = 0$, $\lambda \neq \frac{1}{3}$. Να βρείτε την πραγματική τιμή του λ για να έχει η εξίσωση ρίζες αντίστροφες.
7. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\eta\mu\kappa}{\sigma\upsilon\nu\kappa - 1} + \sigma\phi\kappa = -\sigma\tau\epsilon\mu\kappa$
8. Να απλοποιήσετε την παράσταση : $A = \frac{2x^2 - 9x - 5}{(x-5) \cdot (2x^2 + x)}$

9. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{4}{5}$, $270^\circ < \theta < 360^\circ$, υπολογίστε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{10\sigma\upsilon\nu\theta - 3\epsilon\phi\theta}{4\sigma\tau\epsilon\mu\theta}$$

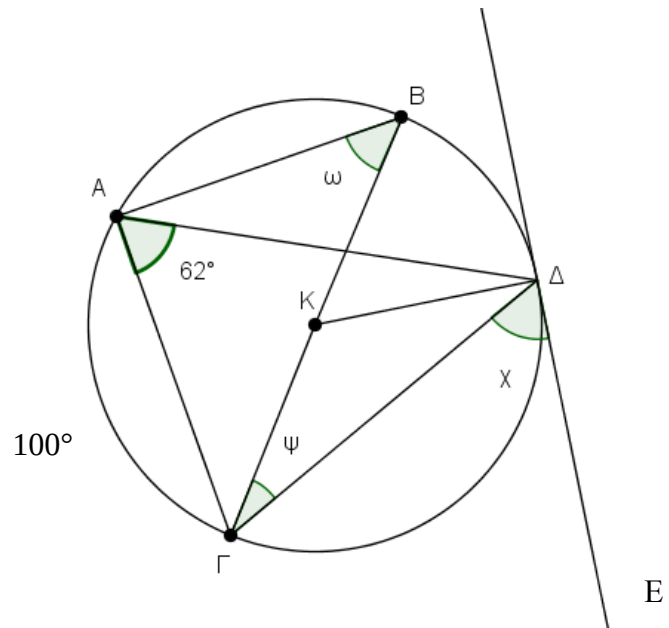
10. Να λύσετε την εξίσωση : $4x^4 - 5x^2 - 9 = 0$

11. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και ΔΕ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ. Αν ΚΔ είναι ακτίνα του κύκλου, η γωνία

$\hat{\Gamma\Delta\Delta} = 62^\circ$ και το τόξο $\hat{A\Gamma} = 100^\circ$,

να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\chi}$, $\hat{\psi}$

και $\hat{\omega}$.



12. Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} 2x + \psi = 4 \\ 2x^2 - \psi^2 = -2 \end{cases}$$

13. Αν Δ τυχαίο σημείο της πλευράς ΑΓ ενός ορθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ($\hat{\Gamma} = 90^\circ$), να δείξετε ότι $(B\Delta)^2 + (A\Gamma)^2 = (AB)^2 + (\Delta\Gamma)^2$

14. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, τα μέσα Ε και Ζ των πλευρών ΑΒ και ΒΓ αντίστοιχα και Η, Θ οι προβολές των Α, Γ πάνω στη διαγώνιο ΒΔ. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ΕΗ και ΘΖ είναι κάθετες.

15. Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ η γωνία $\hat{B} = 60^\circ$ και η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει την ΔΓ στο Κ. Αν Μ είναι το μέσο της ΒΚ, να δείξετε ότι ισχύει $M\Gamma = \frac{B\Gamma}{2}$.

ΜΕΡΟΣ Β

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η εξίσωση $4x^2 - (\mu + 2)x + \mu - 3 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 .

Να υπολογίσετε τις πραγματικές τιμές του μ στις πιο κάτω περιπτώσεις:

α) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες.

β) η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό -2.

γ) ισχύει η σχέση $(x_1 - 2) \cdot (x_2 - 2) = 3$

δ) ισχύει η σχέση $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + 2 = \frac{1}{x_1 \cdot x_2}$

2. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{(-2x^2 - 1) \cdot (x^2 - 5x + 6) \cdot (2x^2 - 3x + 1)}{(x^2 - 9)} \geq 0$

3. Να αποδείξετε τις πιο κάτω σχέσεις:

α)
$$\frac{\sigma\tau\epsilon\mu(180^\circ - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ + x) \cdot \epsilon\varphi(90^\circ - x)}{\tau\epsilon\mu(360^\circ - x) \cdot \eta\mu(-x)} = \sigma\varphi^2 x$$

β)
$$\frac{\epsilon\phi\omega}{1 + \sigma\phi^2\omega} + \sigma\phi\omega \cdot \eta\mu^2\omega = \epsilon\phi\omega$$

4. Τρίγωνο $\triangle EZ$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Από την κορυφή Δ φέρουμε την διάμετρο ΔH , και στο H φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου που τέμνει τις προεκτάσεις των ΔE και ΔZ στα A και B αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

α) $(HZ)^2 = (BZ) \cdot (\Delta Z)$

β) $(\Delta E) \cdot (AB) = (\Delta B) \cdot (EZ)$

5. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ με $A(1, 3)$ και $B(3, -1)$. Να βρείτε:

α) Την κλίση της πλευράς AB .

β) Την εξίσωση της AB .

γ) Την εξίσωση της πλευράς $\Delta\Delta$ του ορθογωνίου.

δ) Τις συντεταγμένες του σημείου Δ , αν γνωρίζετε ότι το Δ βρίσκεται πάνω στον άξονα $x'x$.

6. Σε τυχαίο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, φέρουμε τις διάμεσους AM και BK. Προεκτείνουμε την πλευρά BΓ προς το B κατά τμήμα BZ = BΓ και προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΓΗ = BΓ. Προεκτείνουμε επίσης τη διάμεσο AM κατά τμήμα ME = AM.

Να δείξετε ότι: α) Το τετράπλευρο AHEZ είναι παραλληλόγραμμο.

$$\beta) BK = \frac{EH}{2}.$$

γ) Αν οι ευθείες EH και AΓ τέμνονται κάθετα, να δείξετε ότι το τρίγωνο

$\triangle AB\Gamma$ είναι ισοσκελές, ($AB = B\Gamma$) .

Η Διευθύντρια

Η Συντονίστρια

Οι Εισηγητές:

.....

.....

Ζερζελίδου Χ.

Γεωργιάδου Κάτια

Β. Δ. Χαραλάμπους Γιώτα

Μορφή Κ.

Καραγρηγορίου Φ.

Νεοφύτου-Γεωργίου Θ.

Κωνσταντίνου Π.

ΛΥΚΕΙΟ ΑΚΡΟΠΟΛΕΩΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2011-2012

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΤΑΞΗ Α΄

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 17 /05/2012

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 7:45 – 10:15

ΒΑΘΜΟΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

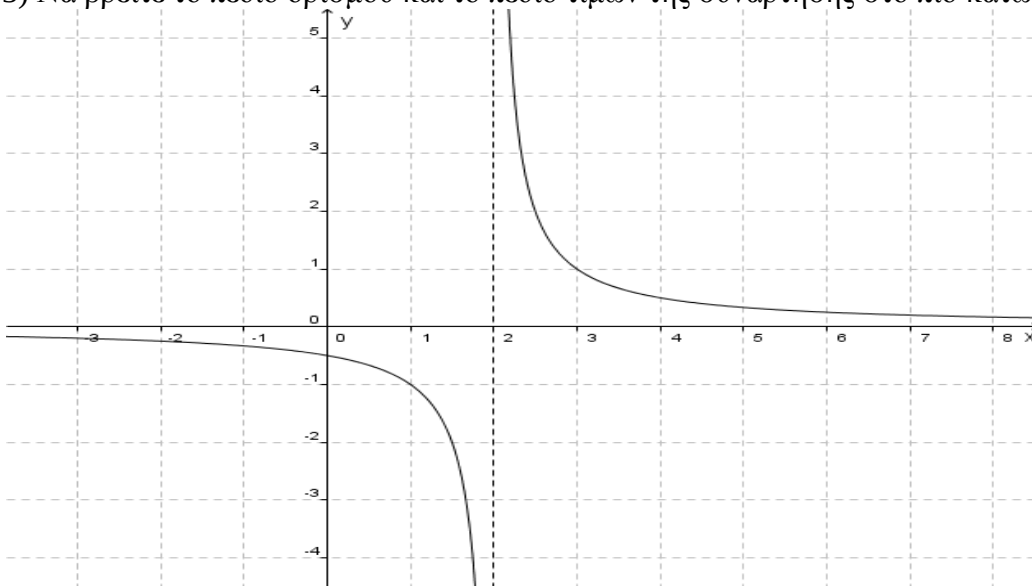
ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 14 σελίδες.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (για τα σχήματα επιτρέπεται η χρήση μολυβιού).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.1) Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 + 5x - 2 = 0$ 2) Να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης $3x^2 - 7x + 2 = 0$ χωρίς να την λύσετε.

3) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης στο πιο κάτω σχήμα:



4) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες: $x_1 = 7 + 4\sqrt{3}$ και $x_2 = 7 - 4\sqrt{3}$

5) Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$, $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{10\sigma\upsilon\nu\theta + 18\sigma\phi\theta}{3\sigma\tau\epsilon\mu\theta}$$

6) Η ευθεία που περνά από τα σημεία A(2,κ) και B(-2,4) έχει κλίση $\lambda=2$. Να βρείτε την τιμή του κ.

7) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A(2, -1) και είναι παράλληλη με την ευθεία $2x - y - 3 = 0$.

8) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λυθεί, να βρείτε τις τιμές

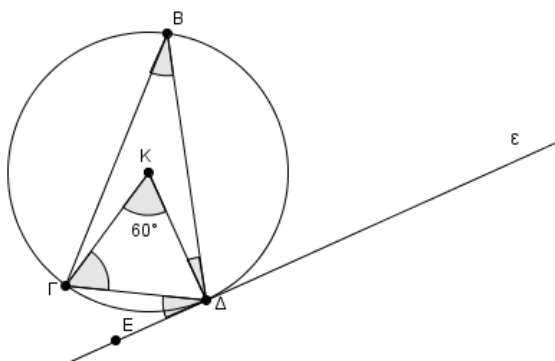
των παραστάσεων : α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $\frac{2x_2}{x_1} + \frac{2x_1}{x_2}$

9) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο: $y = \frac{\sqrt{2x-1}}{x-1}$

10) Να λύσετε το σύστημα : $\begin{cases} y = 5 - 2x \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$

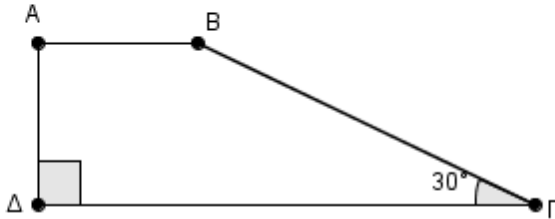
11) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu^3(180 - \theta) + \sigma\upsilon\nu(90 - \theta)\sigma\upsilon\nu^2\theta}{\sigma\upsilon\nu(-\theta)} = \epsilon\phi\theta$

12) Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο BΓΔ είναι ισοσκελές ($B\Gamma = B\Delta$) και η ευθεία ε εφάπτεται του κύκλου (Κ, R) στο σημείο Δ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{K}\hat{\Gamma}\Delta, \hat{\Gamma}\hat{B}\Delta, \hat{B}\hat{\Delta}K, \hat{\Gamma}\hat{\Delta}E}$ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



13) Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{(-x^2 + x - 9)(x - 3)^2}{x^2 - 3x - 4} \geq 0$

14) Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΔΓ), $\hat{A} = 90^\circ$, ΑΒ=ΑΔ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$.



α) Να δείξετε ότι ΒΓ=2ΑΒ.

β) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τραπέζιου αν ΑΒ=2cm.

15) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Φέρουμε το ύψος ΑΔ και την ΔΕ κάθετη στην ΑΓ.
Να δείξετε ότι:
α) τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΔΕΓ είναι όμοια
β) ισχύει η σχέση $(ΒΔ)(ΔΓ) = (ΑΒ)(ΔΕ)$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Δίνεται η εξίσωση: $x^2 + (\lambda - 1)x + (2\lambda + 3) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει:

α) ρίζα τον αριθμό 0

β) άθροισμα ριζών ίσο με 2

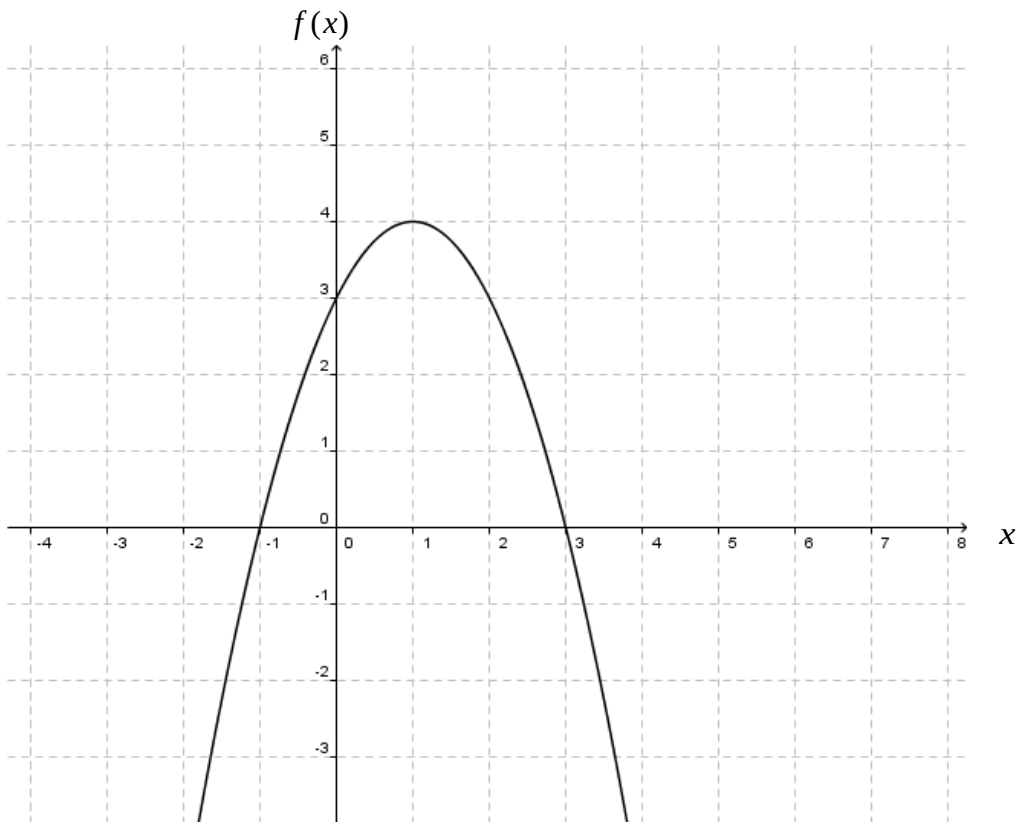
γ) γινόμενο ριζών ίσο με 7

δ) ρίζες x_1, x_2 που να ικανοποιούν την σχέση $x_1^2 + x_2^2 + 5 = 0$

ε) ρίζες πραγματικές και ίσες.

2) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x^3 + 2x^2 + x)}{(x - 3)^2 - (\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta)} \leq 0$

3) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$



Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της
- β) το πεδίο τιμών της $f(x)$
- γ) το πρόσημο του a
- δ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της $f(x)$
- ε) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$
- στ) τις τιμές των a, β, γ
- ζ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής
- η) τη λύση της ανίσωσης $f(x) \leq 0$
- θ) τη λύση της εξίσωσης $f(x) = f(0)$.

4) α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $1 - \frac{\sin^2 \alpha}{1 + \eta\mu \alpha} =$

β) Να βρείτε την τιμή της γωνίας ω στην πιο κάτω εξίσωση:

$$\eta\mu(180^\circ + \omega) - \epsilon\phi(270^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega) + \eta\mu 30^\circ = -\sigma\upsilon\nu(360^\circ + \omega), \quad (0^\circ \leq \omega \leq 90^\circ)$$

5) Δίνεται η ευθεία $\epsilon: y = \frac{\lambda - 2}{\lambda}x + 2, \lambda \neq 0$. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ευθεία (ϵ):

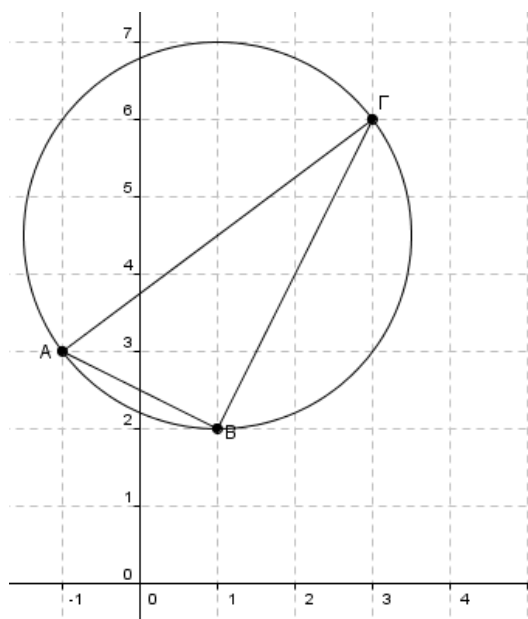
α) να είναι παράλληλη με την ευθεία $y = -2$

β) να είναι κάθετη με την ευθεία $y = -3x + 1$

γ) να περνά από το σημείο $A(1, \lambda)$

δ) να σχηματίζει γωνία 135° με τον θετικό ημιάξονα των x .

6) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο με κορυφές $A(-1, 3)$, $B(1, 2)$ και $\Gamma(3, 6)$.



α) Να βρείτε τις κλίσεις των πλευρών AB , $B\Gamma$, $A\Gamma$ και να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

β) Να δείξετε ότι η διάμετρος του κύκλου έχει μήκος 5 μονάδες.

γ) Να φέρετε την εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B και την κάθετη AD πάνω στην εφαπτομένη (D σημείο εφαπτομένης). Να δείξετε ότι $(AB)^2 = (A\Gamma)(AD)$.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2012

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 07.45΄-10.15΄

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).

Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας τύπου Tipp-Ex.

Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης δε θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 + 7x + 4 = 0$.
2. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:
 - α) $\frac{9}{\sqrt{3}}$
 - β) $\frac{5}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$
3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο: $y = \frac{x-1}{x-4}$.
4. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x - y = -5 \end{cases}$$
5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο: $y = \sqrt{x+2}$.
6. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$ και $270^\circ < \theta < 360^\circ$ να βρείτε την τιμή της παράστασης:

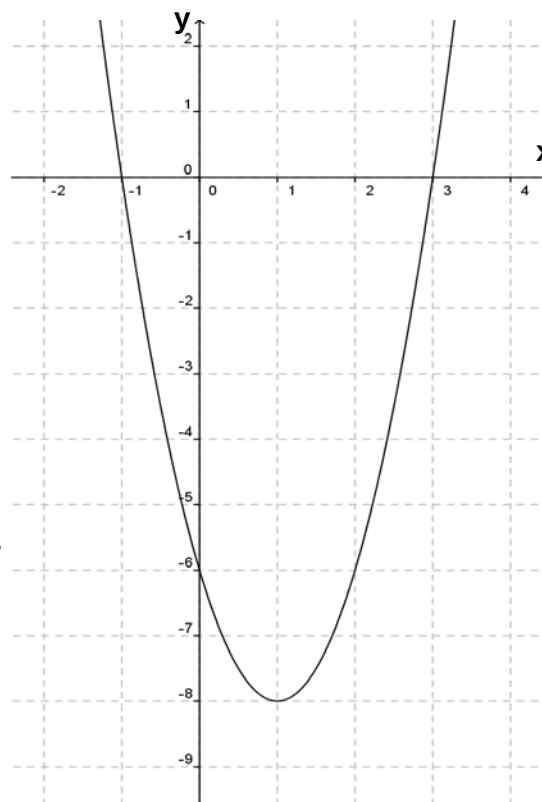
$$A = 25\nu\theta - 24\sigma\theta$$

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + c$. Σύμφωνα με αυτή, να βρείτε τα ακόλουθα:

- α) Το πρόσημο του a (αιτιολογήστε).
- β) Το πρόσημο των $f(0)$ και $f(-50)$.
- γ) Το πεδίο τιμών της $f(x)$.
- δ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- ε) Τις συντεταγμένες και το είδος του ακρότατου.
- στ) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$.
- ζ) Την τιμή της παράστασης $A = \frac{c + 3b}{3a}$.



2. Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - (2\lambda - 1)x - 0 = 0$, να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ ώστε:
- α) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες
 - β) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες
 - γ) η εξίσωση να έχει μια ρίζα τον αριθμό -3
 - δ) να ισχύει η σχέση $3x_1^2 + 3x_2^2 = 63$.

3. α) Να λύσετε την ανίσωση:

$$\frac{(x+1)(-x^2+5x+6)(x^2-3x+5)}{(x^2-9)} \geq 0.$$

- β) Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα:

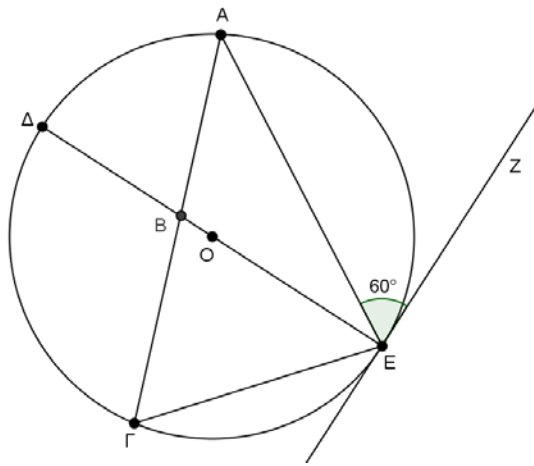
$$\frac{\sin \omega}{1 + \mu \omega} - \frac{\sin \omega}{1 - \mu \omega} = 2 \epsilon \omega$$

4. α) Δίνεται η εξίσωση $2\sigma\upsilon\nu^2\theta - 3\sigma\upsilon\nu\theta - 2 = 0$, $0\theta < 180^\circ$. Να υπολογίσετε την τιμή της γωνίας θ .

β) Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα:

$$\frac{1}{1\epsilon\phi\omega^2} - \frac{1}{\phi\omega^2} = 2\sigma\upsilon\nu^2\omega - 1.$$

5. Στο πιο κάτω σχήμα η ΕΔ είναι διάμετρος του κύκλου (Ο, R) και η ΕΖ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο Ε. Αν η γωνία $\hat{Z\epsilon A} = 60^\circ$ και το τόξο $\epsilon\Gamma = 80^\circ$, να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων ΑΕΓ και ΕΓΒ αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.



6. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει κορυφές Β(-2,1) και Γ(2,1). Η κλίση της ΑΒ είναι $\frac{1}{2}$ και η ΑΓ είναι κάθετη στη ΒΓ.
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΒ.
 - Να δείξετε ότι οι συντεταγμένες της κορυφής Α είναι (2,3).
 - Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου Κ, όπου η ευθεία ΑΒ τέμνει τον άξονα των γ.
 - Να δείξετε ότι οι κλίσεις των ΑΒ και ΚΓ είναι αντίθετες.
 - Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Α και είναι παράλληλη με τη ΒΓ.

Ο Διευθυντής

Εισηγητές:
Μάριος Πίκας
Χριστόδουλος Χριστοδούλου

Θεοχάρης Μασούρας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 22 / 05 / 2012

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ώρες και 30 λεπτά.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

- ΟΔΗΓΙΕΣ** :
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράφετε **μόνο** με μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

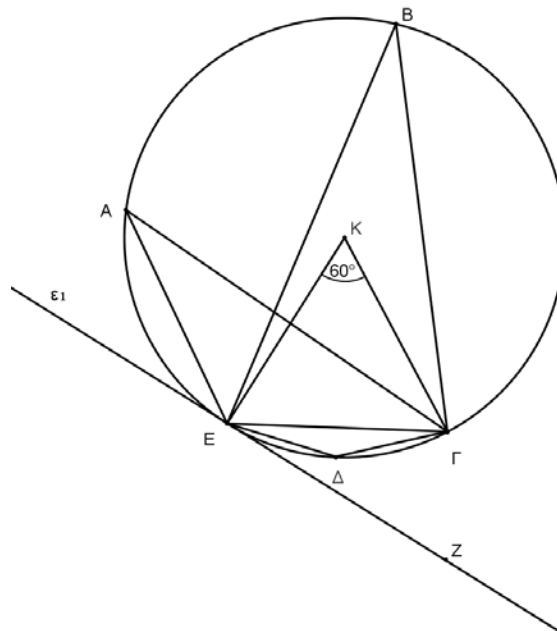
1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 11x + 5 = 0$.
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης που ορίζεται από τον τύπο: $\psi = \frac{2x-3}{x+1}$.
3. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2x^2 + 5x - 12}{x^2 - 16}$.
4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ευθεία $\varepsilon : 3y - 6x = 5$.
5. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 2\psi + 5 = \\ x^2 + x\psi = 6 \end{cases}$$
6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle \hat{A} B \hat{G}$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και το ύψος $\Delta \Delta$. Από το Δ φέρουμε τη ΔE κάθετη στην $A \hat{G}$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle A \hat{E} \Delta$ και $\triangle \hat{\Delta} A B$ είναι όμοια.
7. Αν $\varepsilon \varphi \theta = \frac{8}{15}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 34 \cdot \theta - \frac{\sigma \varphi \theta}{\sigma \nu \nu \theta}$.
8. Να βρείτε τις τιμές των λ και μ ώστε η εξίσωση $\mu x - \lambda^2 = -8x - 4$ να είναι αδύνατη.
9. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{\eta \mu \omega}{1 \sigma \nu \omega} + \sigma \varphi \omega = \sigma \tau \varepsilon \mu \omega$.
10. (α) Να σχηματίσετε εξίσωση β΄ βαθμού με ρίζες $x_1 = 2$ και $x_2 = 1 + \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$.
(β) Χρησιμοποιώντας την πιο πάνω εξίσωση, να βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες η εξίσωση έχει πραγματικές και άνισες ρίζες.

11. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) ,

ε_1 εφαπτομένη στο σημείο E και $\widehat{E\hat{K}\Gamma} = 60^\circ$.

Να βρείτε τις γωνίες $\widehat{E\hat{A}\Gamma}$, $\widehat{E\hat{B}\Gamma}$, $\widehat{E\hat{\Delta}\Gamma}$

και $\widehat{E\hat{\Gamma}Z}$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



12. Δίνεται η παραβολή $f(x) = x^2 + \beta x - 6$, $\beta \in \mathbb{R}$.

(α) Αν το -3 είναι η μία ρίζα της εξίσωσης $f(x) = 0$, να βρείτε το β .

(β) Να παραστήσετε γραφικά την παραβολή $f(x)$ δείχνοντας ευκρινώς στο γράφημά σας τα σημεία τομής με τους άξονες και τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου.

13. Να δείξετε ότι η εξίσωση: $\eta\mu^2\theta \cdot x^2 - 2\eta\mu\theta \cdot x - \frac{1}{\tau\epsilon\mu^2\theta - 1} = 0$, ($\eta\mu\theta \neq 0$), έχει πραγματικές και άνισες ρίζες.

14. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$.

(β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο $\psi = \sqrt{\frac{(-x+3)(x^4-10x^2+9)}{x^2}}$.

15. Η ευθεία $\varepsilon: 2x - 6y - 6 = 0$ σχηματίζει γωνία 135° με το θετικό ημιάξονα των x και τέμνει τους άξονες x και y στα σημεία A και B, αντίστοιχα.

(α) Να δείξετε ότι το κ ισούται με -2 .

(β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B.

(γ) Να βρείτε την τιμή του ρ αν η ευθεία ε περνά από το σημείο $(\rho, 1-2\rho)$.

ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $(\kappa-1)x^2 - 2(\kappa-3)x - \kappa + 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 και $\kappa \neq 1$.

(i) Να βρείτε για ποιες τιμές του κ η εξίσωση έχει:

(α) ίσες ρίζες,

(β) αντίστροφες ρίζες,

(γ) αντίθετες ρίζες,

(δ) ετερόσημες ρίζες.

(ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του κ επαληθεύεται η σχέση: $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = 1 + x_1 \cdot x_2$

2. (α) Αν $A = \frac{\eta\mu(90^\circ - x) \cdot \epsilon\phi(180^\circ - x)}{\sigma\upsilon\nu(270^\circ - x) \cdot \sigma\phi(-x) \cdot \eta\mu(360^\circ - x)}$ και $B = \frac{\eta\mu 315^\circ \cdot \sigma\upsilon\nu(-30^\circ)}{\epsilon\phi 60^\circ \cdot \eta\mu 150^\circ}$, χωρίς τη χρήση

υπολογιστικής μηχανής, να δείξετε ότι: $\sqrt{2} \tan A \cdot B = -x$.

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1 \sigma\phi}{\tau\epsilon\mu\theta - 1} - \frac{2}{\sigma\tau\epsilon\mu\theta + \sigma\phi\theta} = \frac{1}{\epsilon\phi^2\theta}$.

3. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, με $\alpha \neq 0$.

Με τη βοήθεια της παράστασης να βρείτε:

(α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$.

(β) Το πρόσημο του α .

(γ) Το πρόσημο της Διακρίνουσας του τριωνόμου $f(x)$.

(δ) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$.

(ε) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

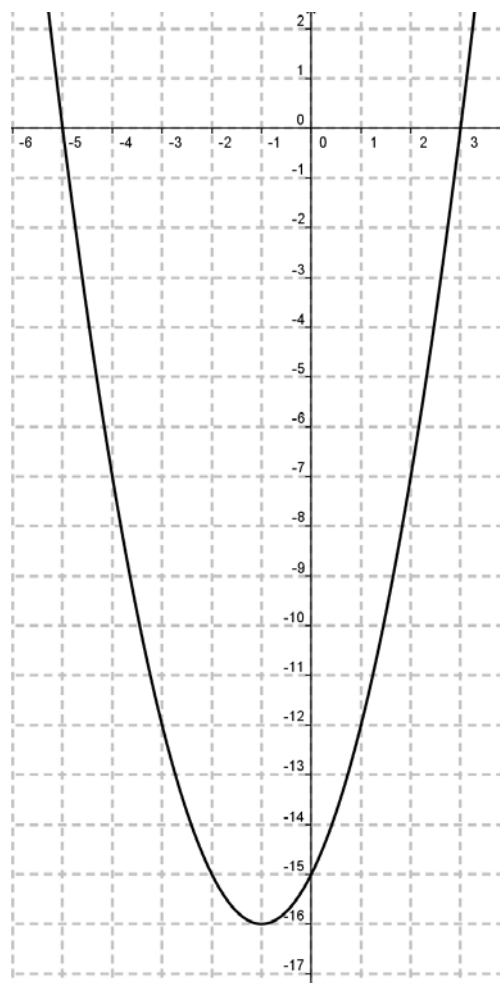
(στ) Τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου.

(ζ) Τις τιμές των α, β, γ .

(η) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \geq 0$

(θ) Τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) = -12$.

(ι) Την τιμή της παράστασης $A = \alpha \cdot f(0) + \beta^3$.

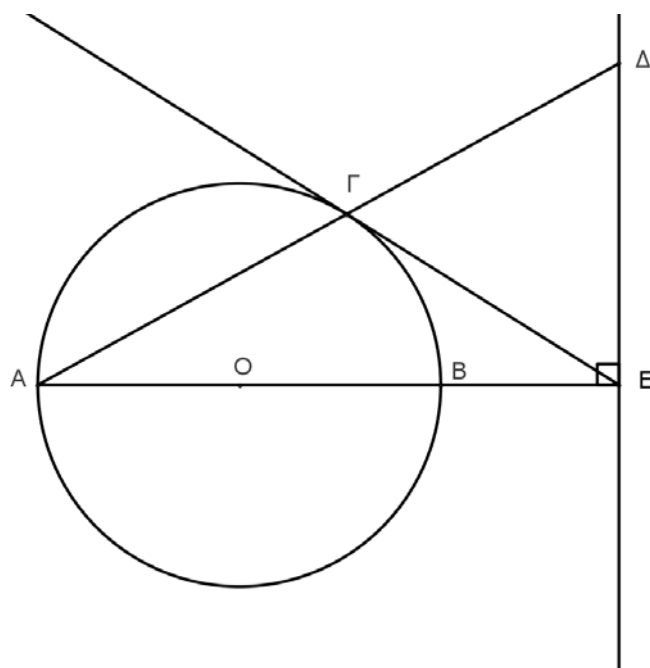


4. (α) Αν $x = 2\tau\epsilon\mu\omega$ και $\psi = \epsilon\phi\omega - 1$ με $0^\circ < \omega < 90^\circ$, να δείξετε ότι η εξίσωση $\frac{x^2}{4} + 2(\psi - 1) - 4 = 0$ μετασχηματίζεται στην εξίσωση $\epsilon\phi^2\omega + 2\epsilon\phi\omega - 3 = 0$.

(β) Στη συνέχεια να βρείτε: (i) την $\epsilon\phi\omega$,

(ii) τις τιμές των ω, x και ψ .

5. Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ δίνονται οι συντεταγμένες των κορυφών $A(2, 3)$, $B(3, 4)$ και $\Gamma(4, 6)$.
- (α) Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών $A\Delta$ και $\Gamma\Delta$.
- (β) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Δ .
- (γ) Να δείξετε ότι η ευθεία με τύπο $\psi = \frac{31-2x}{5}$ διέρχεται από το σημείο Δ .
- (δ) Να βρείτε την εξίσωση της διαγωνίου $A\Gamma$.
- (ε) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους AE του παραλληλογράμμου (E σημείο της $\Gamma\Delta$).
6. Από σημείο E εκτός κύκλου φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα $E\Gamma$ και τέμνουσα EBA που περνά από το κέντρο του κύκλου O . Φέρουμε κάθετη πάνω στην EA στο σημείο E που τέμνει την προέκταση της $A\Gamma$ στο σημείο Δ .



- Να δείξετε ότι:
- (α) $E\Gamma = EA$
- (β) $\triangle AB\Gamma \approx \triangle A\Gamma\Delta$
- (γ) $(AB) \cdot (AE) = (A\Gamma) \cdot (A\Delta)$

Η Διευθύντρια

Δρ. Βαλανίδου Χριστίνα

ΛΥΚΕΙΟ ΚΟΚΚΙΝΟΧΩΡΙΩΝ ΦΩΤΗ ΠΙΤΤΑ
ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2011/2012

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2012	
ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 17/05/2012
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ	ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

Οδηγίες:

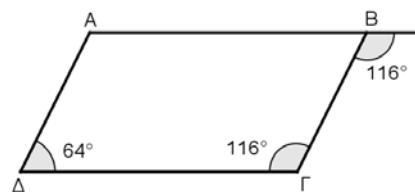
- 1) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μαύρο ή μπλε)
- 2) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού
- 3) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
- 4) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $5x^2 - 3x - 2 = 0$
2. Να βρείτε το α ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη: $(2\alpha - 1)x = 16$
3. Να βρείτε το Π.Ο. της συνάρτησης που ορίζεται από τον τύπο: $y = \frac{7}{x-9}$
4. Να βρείτε την τιμή του κ αν ο αριθμός 2 είναι ρίζα της εξίσωσης $x^2 - 7\kappa x + \kappa = 0$.
5. Να εξετάσετε αν το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

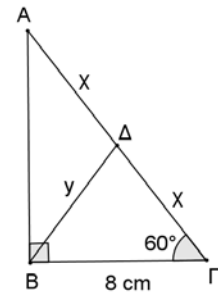


6. α) Να μετατρέψετε το κλάσμα σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής): $\frac{7}{3-\sqrt{8}}$

- β) Να κάνετε τις πράξεις: $4\sqrt[3]{\beta} - 6(\sqrt[3]{\beta})^3 + \beta^{\frac{1}{3}}$

7. Να λύσετε την ανίσωση: $(\chi + 1) \cdot (\chi - \frac{2}{3}) < 0$

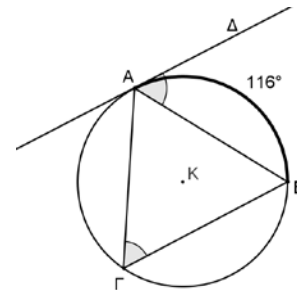
8. Να υπολογίσετε τα χ και y από το διπλανό σχήμα:
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



9. Αν χ_1 και χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2\chi^2 - 9\chi + 6 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
 $A = (2\chi_1 + 1)(2\chi_2 + 1)$

10. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει ρίζες
 $\chi_1 = 6 + \sqrt{2}$ και $\chi_2 = 6 - \sqrt{2}$.

11. Στο διπλανό σχήμα η ΑΔ είναι εφαπτομένη του κύκλου (Κ, R) στο σημείο Α και το τόξο ΑΒ = 116° .
Να υπολογίσετε τις γωνίες ΑΓΒ και ΔΑΒ.
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



12. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\epsilon\phi\chi + \sigma\phi\chi = \sigma\tau\epsilon\mu\chi \cdot \tau\epsilon\mu\chi$

13. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει κορυφές Α(2, -3), Β(2, 4) και Γ(4, 0). Να βρεθεί η εξίσωση του ύψους ΑΔ.

14. Να λύσετε το σύστημα: $\chi^2 + 4y^2 = 5$
 $\chi - 2y = -3$

15. Να βρείτε για ποιες τιμές του κ η εξίσωση $\chi^2 - 4κ\chi + 4κ = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο: $y = \sqrt{-x^2 + x + 12}$

β) Να βρείτε το πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο: $y = \frac{3x-1}{x+1}$

2. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Να βρείτε:

α) το είδος των ριζών της συνάρτησης.

β) το πρόσημο του a .

γ) το σημείο τομής με τον άξονα των y .

δ) τις συντεταγμένες της κορυφής.

ε) τον άξονα συμμετρίας.

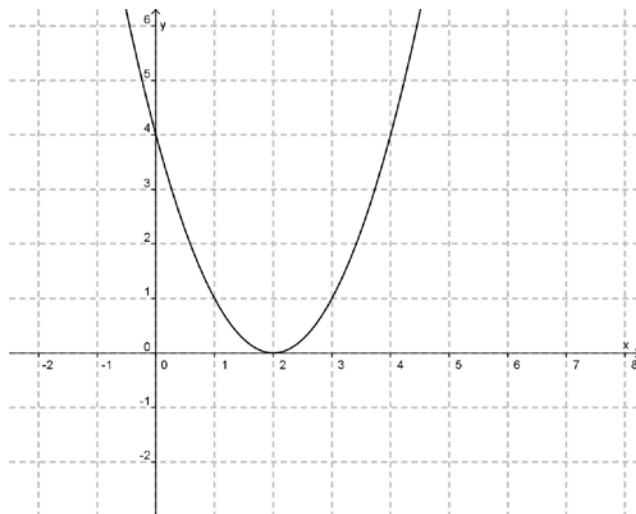
στ) τις τιμές $f(1)$, $f(3)$, $f(4)$.

ζ) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης.

η) το πεδίο τιμών της συνάρτησης.

θ) τη λύση της ανίσωσης $f(x) < 0$.

ι) την τιμή του γ της συνάρτησης.



3. α) Αν $\eta\mu\theta = \frac{4}{5}$ και $\sigma\upsilon\nu\theta < 0$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \sqrt{100} \cdot \sigma\upsilon\nu(-\theta) + 5\varepsilon\varphi(180^\circ + \theta) \cdot \eta\mu(90^\circ - \theta)$$

β) Να αποδείξετε την ισότητα αφού πρώτα γίνει η αναγωγή των τριγωνομετρικών αριθμών στο 1° τεταρτημόριο:

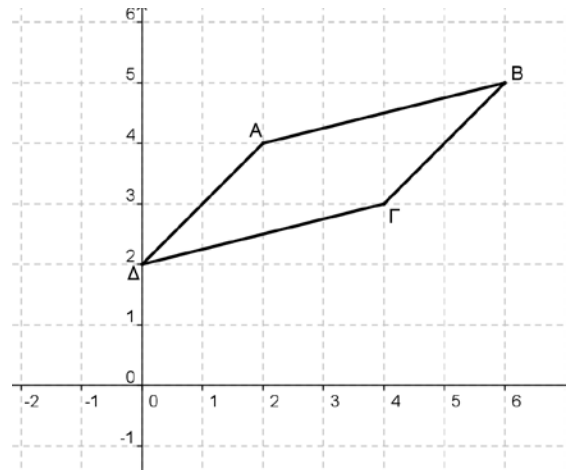
$$\frac{\eta\mu 190^\circ \sigma\upsilon\nu 500^\circ}{\sigma\upsilon\nu 300^\circ \eta\mu 310^\circ \sigma\upsilon\nu 80^\circ} = -2$$

4. Από το διπλανό σχήμα:

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β, Γ και Δ.

β) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΑΒ.

γ) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.



5. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\mu + 2)x + \mu^2 - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

α) Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες.

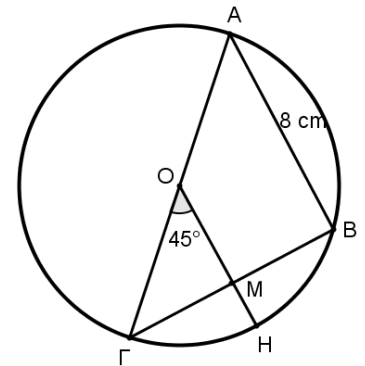
β) Για ποιες τιμές του μ ισχύει: $\frac{x_1 x_2 - 4x_1 - 4x_2}{x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2} \geq 0$

6. Δίνονται, κύκλος με διάμετρο ΑΓ, ΟΗ μεσοκάθετη της χορδής ΓΒ, γωνία $\Gamma \hat{O} H = 45^\circ$ και μήκος ΑΒ = 8 cm.

α) Να βρείτε τις γωνίες $A \hat{B} \Gamma$ και $\Gamma \hat{A} B$.

β) Να δείξετε ότι $OM \parallel AB$.

γ) Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέτρου του κύκλου.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Βασιλική Φάνου-Πιττάτζη (Σ.Β.Δ.)
Αδάμος Αδάμου
Έλενα Τσίγκη
Μιχάλης Κοντοβούρκης
Κυριάκος Κολοβός

Η ΔΙΕΥΘΥΝΟΥΣΑ

Αγγελική Χατζηγιάννη

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ : Α΄ Ενιαίου Λυκείου

Ημερομηνία: 28 / 05 / 2012

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν και με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το σχολείο.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

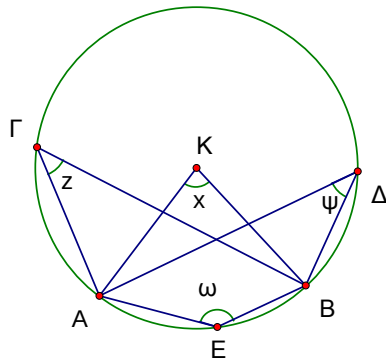
ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- (1) Να λύσετε την εξίσωση $2x^2 - 11x + 12 = 0$.
- (2) Να βρείτε το Πεδίο Ορισμού και το Πεδίο Τιμών της συνάρτησης $\psi = \frac{2x-3}{x+2}$.
- (3) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία A(1, 5) και B(-3, 9).
- (4) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $x_1 = -3$ και $x_2 = 4$.
- (5) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} x - \psi &= 1 \\ \psi^2 - 2x &= 6 \end{aligned}$$
- (6) Να λύσετε την ανίσωση $x^2 + 5x - 6 < 0$.

- (7) Στο πιο κάτω σχήμα, τα σημεία A, B, Γ, Δ και E βρίσκονται πάνω στον κύκλο (K,R). Αν το τόξο AEB έχει μέτρο 80° , να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών:

(α) x (β) z (γ) ψ (δ) ω



- (8) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\epsilon\phi\theta + \sigma\phi\theta = \tau\epsilon\mu\theta \sigma\tau\epsilon\mu\theta$.
- (9) Δίνεται ορθογώνιο ABΓΔ. Αν M, N, K και Λ είναι τα μέσα των πλευρών του ορθογωνίου ABΓΔ, να δείξετε ότι το τετράπλευρο MNΚΛ είναι ρόμβος.
- (10) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \hat{\theta} < 270^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $\frac{\eta\mu\theta - \sigma\upsilon\upsilon\theta}{\epsilon\phi\theta + \sigma\phi\theta}$.
- (11) Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: \psi = (2\mu^2 + \mu)\chi - 4\kappa - 8$
 $\epsilon_2: \psi = 3\mu\chi + \kappa$
 Να βρείτε τις τιμές των παραμέτρων μ και κ , ώστε οι δύο ευθείες να συμπίπτουν.
- (12) Να λύσετε την εξίσωση $4\chi^4 + 11\chi^2 - 3 = 0$.
- (13) Δίνεται η εξίσωση $(\mu - 1)\chi^2 - 3\mu\chi + \mu = 0$. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ , έτσι ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
- (14) Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα (χωρίς τη χρήση της υπολογιστικής μηχανής):

$$\frac{\eta\mu 60^\circ \sigma\upsilon\upsilon(-20^\circ) \epsilon\phi 240^\circ}{\eta\mu 70^\circ \sigma\tau\epsilon\mu 310^\circ \eta\mu 130^\circ} = -\frac{3}{2}.$$
- (15) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{B} = 90^\circ$), δίνονται οι κάθετες πλευρές BA και BΓ ίσες με 4cm και 3cm αντίστοιχα. Προεκτείνουμε την πλευρά AΓ προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΓΖ $= \frac{A\Gamma}{2}$. Φέρουμε τη διάμεσο BΔ και την προεκτείνουμε προς το μέρος του B κατά τμήμα BE=BΔ. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τριγώνου ΕΔΖ.

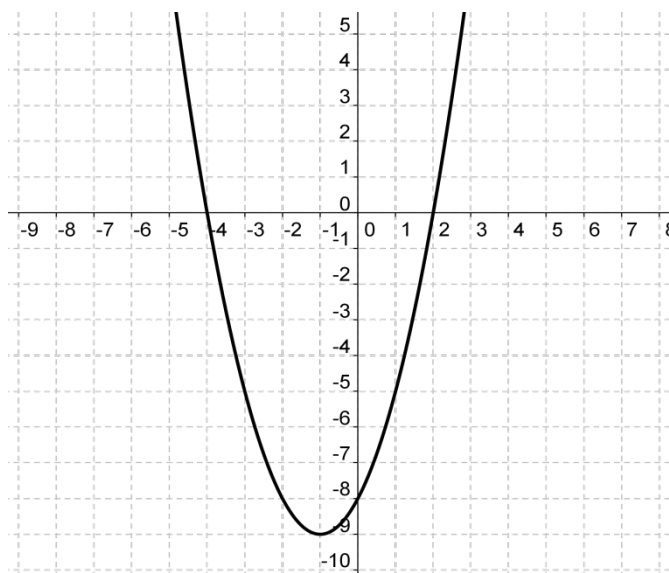
ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- (1) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 3)x + 3\lambda - 2 = 0$ με ρίζες τους αριθμούς x_1 και x_2 . Να βρείτε τις πραγματικές τιμές της παραμέτρου λ ώστε η εξίσωση να έχει:
- ρίζες αντίθετες
 - ρίζες αντίστροφες
 - μία ρίζα τον αριθμό -2
 - άθροισμα των τετραγώνων των ριζών της ίσο με 2.

- (2) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- το πεδίο ορισμού της συνάρτησης
- το πεδίο τιμών της συνάρτησης
- το πρόσημο του a
- το πρόσημο της διακρίνουσας
- την τιμή του γ
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- τις συντεταγμένες του ελάχιστου σημείου
- τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$
- τις τιμές των a και b
- τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \leq 0$.



- (3) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x-1)^2(x^2+2x+6)(8-4x)}{4x^2-1} \geq 0$.

- (4) Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(1,2), Β(3,4), Γ(χ,ψ) και Δ(2,1).

Η πλευρά ΓΔ έχει εξίσωση $\psi = x - 1$ και η πλευρά ΒΓ έχει εξίσωση $\psi = 4$.

- Να βρείτε: i) τις συντεταγμένες του σημείου Γ
ii) την εξίσωση της ΑΓ

- Να δείξετε ότι: i) η ΑΒ είναι παράλληλη με τη ΓΔ
ii) η ΑΔ είναι κάθετη στη ΓΔ.

(5) (α) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\varepsilon\varphi\chi - \sigma\varphi\chi}{\eta\mu\chi - \sigma\upsilon\eta\chi} = \tau\epsilon\mu\chi + \sigma\tau\epsilon\mu\chi$.

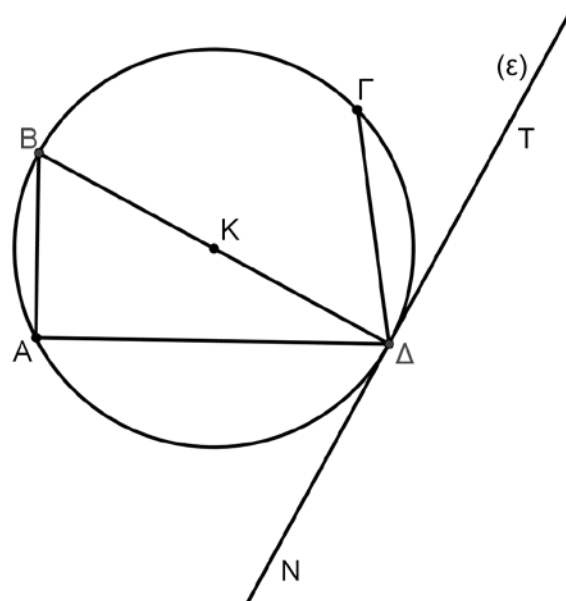
(β) Αν $\frac{\eta\mu^2(90^\circ - \chi) + \eta\mu^2(180^\circ - \chi)}{1 - \eta\mu\chi} = 2$, με $0^\circ < \hat{\chi} < 180^\circ$, να υπολογίσετε τις τιμές της γωνίας χ .

(6) Δίνεται κύκλος (Κ, 5cm) και εφαπτόμενη ευθεία (ε) στο σημείο Δ του κύκλου. Αν το μέτρο των γωνιών $\Gamma\Delta\tau = \chi^\circ$, $\text{B}\Delta\Gamma = (\chi + 10)^\circ$ και $\text{A}\Delta\text{N} = (\chi + 20)^\circ$, να βρείτε:

(α) το μέτρο των γωνιών του τριγώνου ΒΑΔ

(β) το μήκος της πλευράς ΑΒ

(Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας).



Η Διευθύντρια,

Παναγιώτα Χρυσοχού - Αναστασιάδου

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 25/05/2012

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΩΡΑ : 7:45 π.μ.

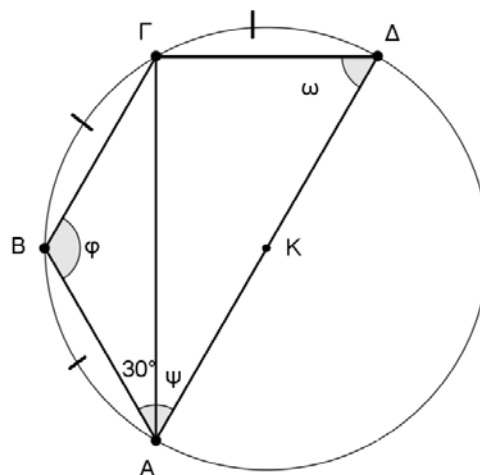
ΧΡΟΝΟΣ : 2:30΄

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 δ) Μεταφέρετε τα σχήματα στο φύλλο των λύσεων σας.
 ε) Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες

1. Να λύσετε το σύστημα $\begin{cases} x + 2\psi = 5 \\ x - \psi = -1 \end{cases}$
2. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 3x - 2 = 0$.
3. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $x_1 = 3$ και $x_2 = -1$.
4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - x - 12 \leq 0$.
5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $y = \frac{x-2}{2x-1}$.
6. Να βρείτε για ποια τιμή του κ το σημείο A (2,κ+1) ανήκει στην ευθεία $y = 4x - 1$.
7. Να βρείτε για ποιες τιμές των α και β η εξίσωση $(\alpha + 1)x = 2\beta - 3$ είναι αόριστη.
8. Αν $\varepsilon\varphi\theta = -\frac{4}{3}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = 10\eta\mu\theta - 5\sigma\upsilon\nu\theta$.
9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι ΑΔ είναι διάμετρος του κύκλου, $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 30^\circ$ και $\widehat{AB} = \widehat{B\Gamma} = \widehat{\Gamma\Delta}$.
 Να υπολογίσετε τις γωνίες: φ, ψ και ω.
 Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



10. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $1 - \frac{\sigma \nu^2 x}{1 - \eta \mu x} = -\eta \mu x$.

11. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + x - 3 = 0$, χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων

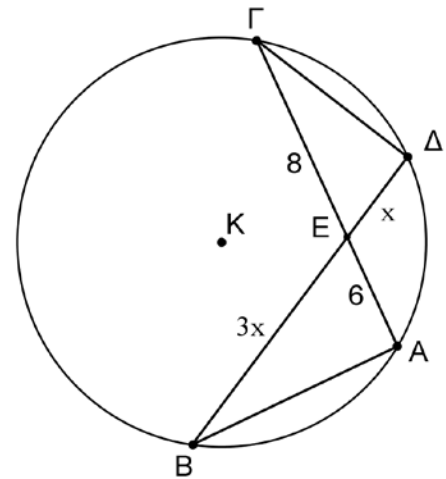
(α) $x_1 + x_2$ (β) $x_1 \cdot x_2$ (γ) $x_1(x_2 + 1) + x_2(x_1 + 1)$

12. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x^2 + xy = 10 \end{cases}$$

13. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση $\lambda x^2 - (1 - 2\lambda)x + \lambda \neq 0$, $\neq$, δεν έχει πραγματικές ρίζες.

14. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και EΓΔ του διπλανού σχήματος είναι όμοια και στη συνέχεια να υπολογίσετε την τιμή του x .



15. Δίνεται η ευθεία ϵ με εξίσωση $y = \left(\frac{\kappa - 2}{2\kappa + 1} \right)x + 1$. Να βρείτε τις τιμές του κ , ώστε:

(α) να είναι παράλληλη με τον άξονα των x'

(β) να είναι παράλληλη με την ευθεία $3x - 2y = 5$

(γ) να είναι κάθετη με την ευθεία $y = \frac{1}{4}x + 2$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στο παρακάτω σχήμα δίνετε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Να βρείτε:

(α) το πεδίο ορισμού και τις ρίζες της εξίσωσης

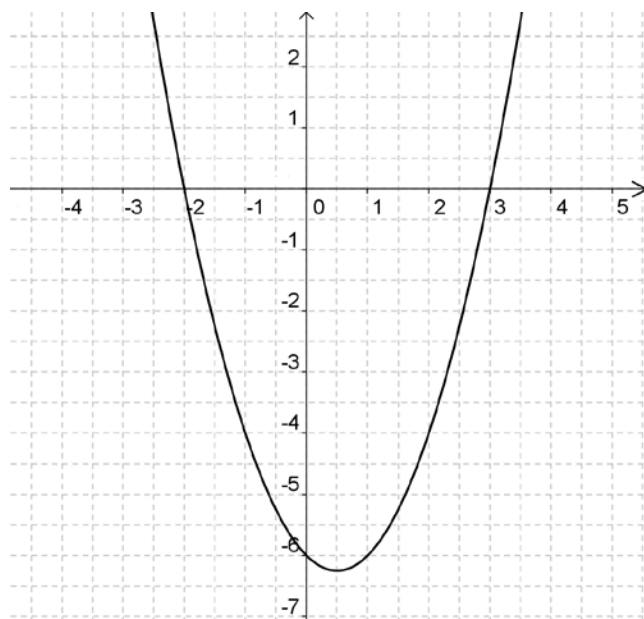
$$ax^2 + bx + \gamma = 0,$$

(β) το πρόσημο του a και την τιμή του γ ,

(γ) το είδος του ακρότατου σημείου (μέγιστο ή ελάχιστο) και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,

(δ) την τιμή της παράστασης $A = \frac{\gamma}{a} - \frac{b^2}{4a}$ και

(ε) την τιμή του b .



2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 1)x - (\lambda + 1)^2 = 0$ με ρίζες τις x_1 και x_2 .

(α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για όλες τις τιμές του λ .

(β) Να υπολογίσετε τις τιμές του λ αν ισχύει:

(i) $x_1 + x_2 = 0$

(ii) $x_1 \cdot x_2 = -9$

(iii) η μια ρίζα της εξίσωσης είναι $x_1 = 2$.

3. (α) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{x-3}{x+1} \geq -x$

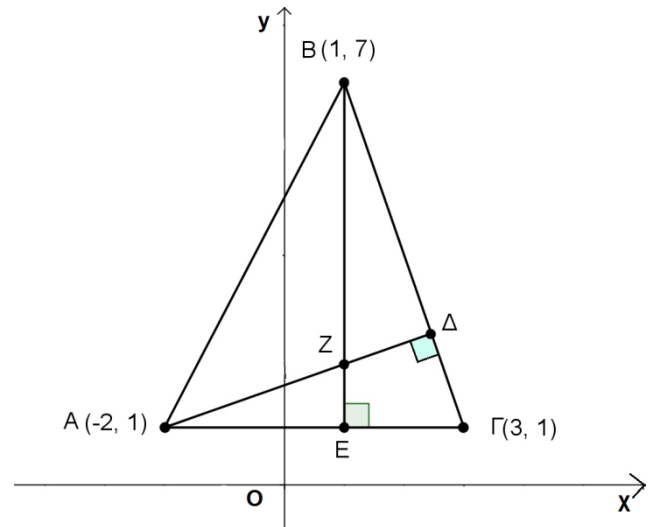
(β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2x^2 + x - 1}{-x^2 + x + 2}$

4. (α) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{1 + \eta\mu(-\omega)}{1 - \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega)} - \frac{1 + \eta\mu(180^\circ + \omega)}{1 - \sigma\upsilon\nu(90^\circ + \omega)} = \frac{2\eta\mu\omega}{1 + \eta\mu\omega}$.

(β) Να αποδείξετε ότι $\varepsilon\varphi x + \sigma\varphi x = \sqrt{\tau\epsilon\mu^2 x + \sigma\tau\epsilon\mu^2 x}$, $0^\circ < x < 90^\circ$.

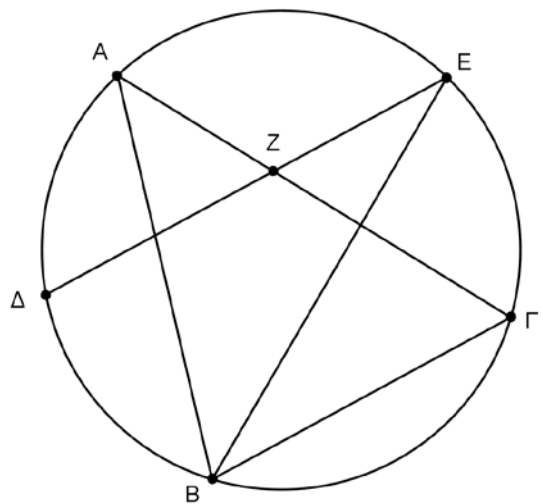
5. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές τα σημεία $A(-2,1)$, $B(1,7)$ και $\Gamma(3,1)$. Τα AD και BE είναι τα ύψη που αντιστοιχούν στις πλευρές $B\Gamma$ και $A\Gamma$. Να βρείτε:

- (α) την κλίση της ευθείας $B\Gamma$,
- (β) την εξίσωση της ευθείας AD ,
- (γ) την εξίσωση του ύψους BE και
- (δ) τις συντεταγμένες του σημείου Z .
- (ε) Στη συνέχεια να δείξετε ότι η ευθεία ΓZ είναι κάθετη στην πλευρά AB .



6. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Η χορδή $DE \parallel B\Gamma$ και Z είναι το σημείο τομής της $A\Gamma$ με την DE . Να δείξετε ότι:

- (α) $\widehat{E\Gamma} = \widehat{B\Delta}$,
- (β) $\triangle A\Delta B \approx \triangle AEZ$ και
- (γ) $(A\Delta) \cdot (ZE) = (B\Delta) \cdot (AZ)$



Η Διευθύντρια

Ελένη Σεμελίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ : Α' Ενιαίου

Ημερομηνία : 05/6/2012

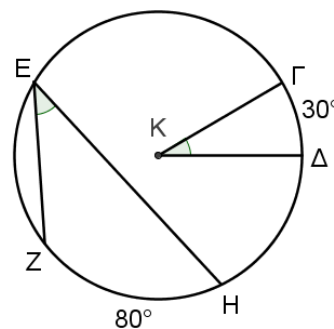
Οδηγίες :

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 + 7x + 5 = 0$.
2. Να βρείτε την **κλίση** της ευθείας (ε_1) που είναι παράλληλη με την ευθεία (ε_2) : $\psi = 4x + 3$.
3. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - 6x + 7 = 0$. Χωρίς να τη λύσετε, να βρείτε το είδος των ριζών της.
4. Δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και τα τόξα $\widehat{ZH} = 80^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 30^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\Gamma\Delta\Gamma}$ και $\widehat{ZEH}$.
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



5. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς :
 $x_1 = 3$ και $x_2 = -7$.
6. Να λύσετε την ανίσωση : $x^2 + 4x - 5 < 0$.

7. Να λύσετε το σύστημα :

$$x + \psi + \omega = -2$$

$$2x + \psi - \omega = 6$$

$$x - 3\psi - \omega = 8$$

8. Αν $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$ με $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

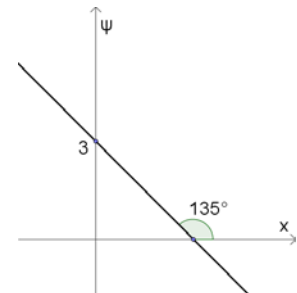
9. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων με τύπους :

$$\alpha) \psi = x^2 - 9 \quad \beta) \psi = \frac{x+1}{3} \quad \gamma) \psi = \frac{2}{x} \quad \delta) \psi = \frac{6-x}{x^2+3} \quad \varepsilon) \psi = \sqrt{5-x}.$$

10. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
(να φαίνονται τα βήματα των πράξεών σας)

$$A = \sqrt{49} - \sqrt{3 \cdot 16} + \sqrt{75} + \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} - \sqrt[8]{3^6} \div 3^{\frac{1}{4}}$$

11. Δίνεται η γραφική παράσταση ευθείας η οποία σχηματίζει με το θετικό ημιάξονα των x γωνία 135° .
Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας.



12. Να απλοποιήσετε το κλάσμα : $\frac{-3x^2 + 4x - 1}{x^2 - 2x + 1}$

13. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $(1 + \varepsilon\varphi^2 x)(\sigma\upsilon\nu x \cdot \eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^3 x) = \tau\epsilon\mu x$.

14. Αν η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 5)x - 8 = 0$ έχει μια ρίζα το $x_1 = 4$, να βρείτε την τιμή της άλλης ρίζας.

15. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου κ έτσι ώστε η ευθεία (ε_1) που περνά από τα σημεία $(\kappa, 2)$ και $(3\kappa, 10)$ να είναι παράλληλη με την ευθεία $(\varepsilon_2) : \psi = (\kappa - 3)x + 7$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 3)x + \lambda + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .
Να υπολογίσετε το λ έτσι ώστε :

- α) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες ,
β) η εξίσωση να έχει ρίζες αντίστροφες ,
γ) η εξίσωση να έχει ρίζες ίσες ,

- δ) οι ρίζες της εξίσωσης να ικανοποιούν τη σχέση : $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = x_1 \cdot x_2 - \frac{3}{x_1 \cdot x_2}$

2. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$
Να βρείτε :

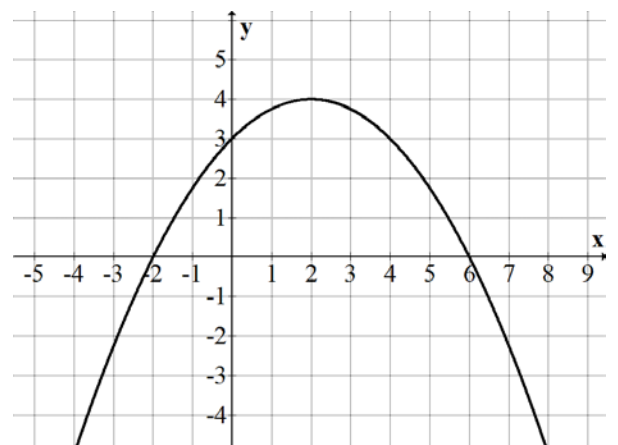
- α) i) το πεδίο ορισμού
ii) το πεδίο τιμών,

- β) i) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
ii) τις συντεταγμένες της κορυφής,

- γ) i) το πρόσημο του a
ii) το πρόσημο της διακρίνουσας (Δ),

- δ) i) τις ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$
ii) τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $f(x) \leq 0$,

- ε) την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία $(0, \gamma)$ και $(x_1, 0)$ με $x_1 > 0$.

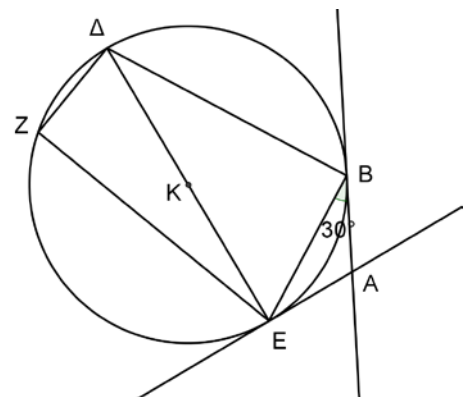


3. Δίνεται κύκλος με κέντρο K .

Οι ευθείες BA και EA είναι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία B και E αντίστοιχα .

Αν η γωνία $\angle ABE = 30^\circ$ και το τόξο $\widehat{ZAB} = 160^\circ$ να υπολογίσετε (να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας):

- α) τις γωνίες του τριγώνου $\triangle BE$
β) τη γωνία $\angle BAE$
γ) την εγγεγραμμένη γωνία $\angle ZAE$
δ) το μέτρο του τόξου $\widehat{ZEB}$ σε μοίρες .



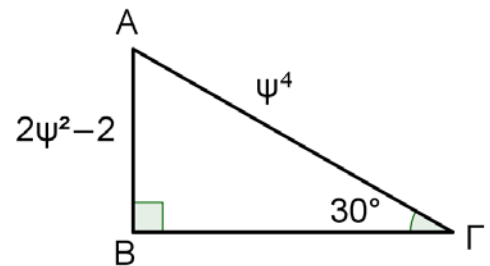
4. Δίνεται η παράσταση:
$$\psi = \frac{2x\eta\mu 210^\circ - \epsilon\upsilon\nu \phi 0^\circ - x}{3x\epsilon\phi (80^\circ + x) \epsilon\phi \phi 0^\circ - x} - \epsilon\upsilon\nu x$$

α) Να αποδείξετε ότι :
$$\psi = \frac{1-x}{3x-12}$$

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της ψ .

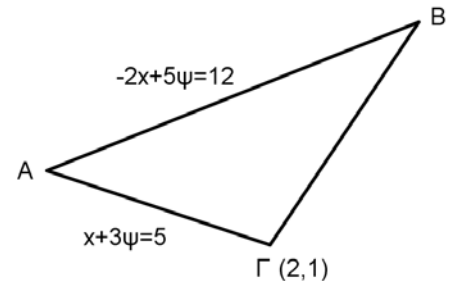
5. α) Να λύσετε την ανίσωση :
$$\frac{(x-1)^2(x^2-9)}{(x^2+6x)(-x^2+2x-5)} \geq 0$$

β) Στο διπλανό σχήμα το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\bar{B} = 90^\circ$) έχει $(AB) = (2\psi^2 - 2)$ cm , $(A\Gamma) = \psi^4$ cm και γωνία $\bar{\Gamma} = 30^\circ$.
Να υπολογίσετε την τιμή του ψ .



6. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με συντεταγμένες κορυφής $\Gamma(2,1)$ και εξισώσεις πλευρών $AB: -2x+5\psi = 12$ και $A\Gamma: x+3\psi = 5$.

- Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής A
- Να βρείτε την εξίσωση του ύψους $\Gamma\Delta$.
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από την κορυφή Γ και είναι παράλληλη με τον άξονα των x .
- Αν $B(\alpha, \alpha)$ είναι συντεταγμένες της κορυφής B , να βρείτε την τιμή της παραμέτρου α .



ΤΕΛΟΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ :

Μυρούλα Κεπερτή – Παλλαρή (Β.Δ.)
Μυρούλα Πιττάτζη – Κύζα
Ευαγγελία Παπαγιάννη – Γιάλλουρου
Εύα Τρίαρου – Λοΐζου
Μαρία Σολωμού – Κύζα
Βασιλεία Σωτηρίου

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ:

Δήμητρα Σκαπούλλαρου-Χαρή (Β.Δ.)

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Παντελίτσα Μιχαήλ

ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΗΣ ΧΡΥΣΟΧΟΥΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2011-2012

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΤΑΞΗ Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 25.5.2012

ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 7:30 – 10:00

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2,5 ώρες
Αριθμός σελίδων εξεταστικού δοκιμίου τέσσερις (3)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη (Α' και Β').
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού .
4. Όλες οι απαντήσεις θα πρέπει να γραφτούν στα Φύλλα Απαντήσεων, που σας έχουν δοθεί.
5. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 12 . Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1 Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 - 5x - 2 = 0$.

ΘΕΜΑ 2 Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y = \frac{2x-1}{x+3}$. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.

ΘΕΜΑ 3 Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A(1 , -2) και B (6 , 3) .

ΘΕΜΑ 4 Αν x_1 και x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 5x + 6 = 0$, χωρίς να τη λύσετε να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων :

α) $x_1 + x_2 =$ β) $x_1 \cdot x_2 =$ γ) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} =$ δ) $6x_1^2 \cdot x_2 + 6x_1 \cdot x_2^2 =$

ΘΕΜΑ 5 Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος ΑΔ . Αν AB= 6 cm και ΒΓ = 10 cm , να υπολογίσετε :

- α) την πλευρά ΑΓ
- β) τις ορθές προβολές των καθέτων πλευρών πάνω στην υποτείνουσα
- γ) το ύψος ΑΔ

ΘΕΜΑ 6 Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\sigma\phi\chi + \frac{\eta\mu\chi}{1+\sigma\upsilon\nu\chi} = \sigma\tau\epsilon\mu\chi$

ΘΕΜΑ 7 Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2\chi^2-9\chi+4}{\chi^2-16} =$

ΘΕΜΑ 8 Να λύσετε την ανίσωση $(\chi^2 - 6\chi + 9)(\chi + 2) < 0$

ΘΕΜΑ 9 Δίνεται η εξίσωση $(\kappa+3)\chi^2 - \kappa\chi + 1 = 0$. Για ποιες τιμές του κ η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές.

ΘΕΜΑ 10 Σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) η γωνία $\hat{B} = 30^\circ$. Αν E και Z είναι τα μέσα των καθέτων πλευρών AB και AΓ αντίστοιχα, να αποδείξετε ότι $EZ = A\Gamma$

ΘΕΜΑ 11 Να υπολογίσετε τις τιμές του κ ώστε οι ευθείες $\epsilon_1 : \psi = (\kappa - 3)\chi + 5$ και $\epsilon_2 : (\kappa + 1)\chi - 3\psi + 3 = 0$ να είναι κάθετες

ΘΕΜΑ 12 Αν $\frac{\eta\mu(180-\chi) \cdot \epsilon\phi(90-\chi) \cdot \eta\mu(-\chi)}{\epsilon\phi(180-\chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(360-\chi)} = \frac{1}{2}$ και $0^\circ < \chi < 90^\circ$ να υπολογίσετε την γωνία χ .

ΘΕΜΑ 13 Να αποδείξετε ότι τα μέσα των πλευρών ορθογωνίου παραλληλογράμμου ABΓΔ, σχηματίζουν παραλληλόγραμμο.

ΘΕΜΑ 14 Αν χ_1 και χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\chi^2 - 3\chi - 5 = 0$, χωρίς να τη λύσετε :

α) να βρείτε το είδος των ριζών της

β) να σχηματίσετε εξίσωση που να έχει ρίζες $\rho_1 = \frac{1}{\chi_1}$ και $\rho_2 = \frac{1}{\chi_2}$

ΘΕΜΑ 15 Αν $2\eta\mu^2\chi - 3\eta\mu\chi + 1 = 0$ και $90^\circ < \chi < 180^\circ$, να υπολογίσετε το $\sigma\upsilon\nu\chi$.

ΜΕΡΟΣ Β : Από τις 6 ερωτήσεις να απαντήσετε μόνο τις 4 . Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

ΘΕΜΑ 1 Για ποιες τιμές του κ η εξίσωση $\chi^2 - 2(\kappa - 1)\chi + \kappa^2 - 15 = 0$ έχει ρίζες :

α) πραγματικές και ίσες

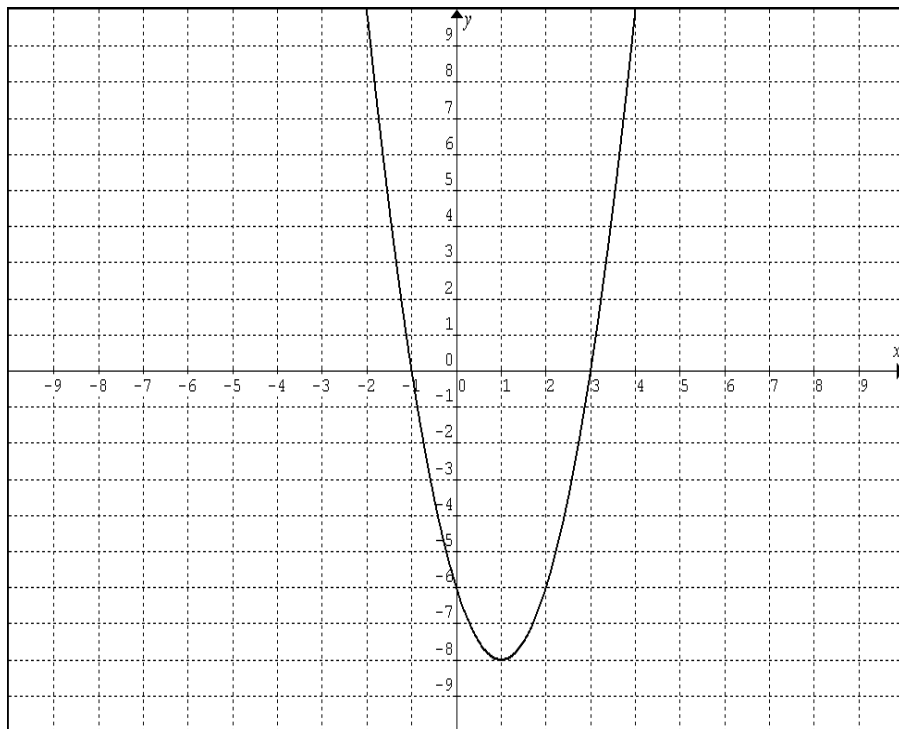
β) αντίθετες

γ) αντίστροφες και

δ) οι ρίζες της πληρούν τη σχέση $\frac{\chi_1^2 + \chi_2^2}{4} \geq 7$

ΘΕΜΑ 2 Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=ax^2+bx+\gamma$. Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρείτε:

- (α) πεδίο ορισμού
- (β) πεδίο τιμών
- (γ) το πρόσημο του a
- (δ) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x)=0$.
- (ε) τις τιμές του x για τις οποίες η $f(x) \leq 0$
- (στ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (ζ) την ελάχιστη τιμή της $f(x)$
- (η) τη τιμή του γ
- (θ) τις τιμές των a και b
- (ι) την τιμή της παράστασης $\frac{f(-2) \cdot f(2)}{f(1)}$



ΘΕΜΑ 3 α) Για ποιες τιμές του χ υπάρχει γωνία ω τέτοια ώστε $\eta\mu\omega = \frac{\chi+1}{3\chi-1}$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{2\chi}{3\chi-1}$

β) Ν' αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\eta\mu\chi}{1-\sigma\varphi\chi} + \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1-\epsilon\varphi\chi} = \eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi$

ΘΕΜΑ 4 α) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{3\chi^2-8\chi-3}{2\chi-4} \geq 0$

β) Να βρείτε την κλίση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(2, 2\alpha-1)$ και $B(4, -3)$ συναρτήσει του α . Αν η ευθεία αυτή είναι παράλληλη με την ευθεία $\psi=2\chi+3$, να υπολογίσετε το α .

ΘΕΜΑ 5 Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Από τυχόν σημείο E της $\Delta\Gamma$ φέρουμε κάθετη EH πάνω στη διαγώνιο $B\Delta$. Αν η HE τέμνει την προέκταση της $B\Gamma$ στο Z , να δείξετε ότι :

α) $(ZE) \cdot (ZH) = (Z\Gamma) \cdot (ZB)$ και

β) $\frac{HE}{\Gamma E} = \frac{H\Delta}{\Gamma Z}$

ΘΕΜΑ 6 Δίνονται τα σημεία $A(1, 3)$, $B(2, 5)$ και $\Gamma(3, 2)$:

- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο
- β) Να βρείτε την εξίσωση της υποτείνουσας
- γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους πάνω στην υποτείνουσα
- δ) Τις συντεταγμένες του σημείου τομής του ύψους με την υποτείνουσα.

Οι εισηγητές

Η Συντονίστρια

Ο Διευθυντής

Χειλέτη Πετρούλα
Κωνσταντινίδη Αστέρω

Χειλέτη Πετρούλα

Χρυσοστόμου Γιώργος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΔΕΥΤΕΡΑ 21/05/2012

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.
-

(1) Να λύσετε την εξίσωση: $4x^2 + 7x - 2 = 0$

(2) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού, που να έχει ρίζες $x_1 = -3$ και $x_2 = 7$.

(3) Δίνεται η συνάρτηση $\psi = \frac{x+3}{2-5x}$. Να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού (Π.Ο.) της συνάρτησης
- (β) το πεδίο τιμών (Π.Τ.) της συνάρτησης

(4) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας, που περνά από το σημείο $(4, -3)$ και σχηματίζει γωνία 45° με το θετικό ημιάξονα των x .

(5) Να λύσετε την ανίσωση: $(x+2) \cdot (5-x) \geq 0$

(6) Αν η εξίσωση $2x^2 - 5x - 7 + \kappa = 0$ έχει ρίζα τον αριθμό 1, να βρείτε την άλλη ρίζα της.

(7) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{4x^2 - 1}{2x^2 - 3x - 2}$

(8) Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1: \psi = \kappa x - 3$ και $\varepsilon_2: 12x - 3\psi = \mu + \kappa$.

Να υπολογίσετε τα πιο κάτω:

- (α) την τιμή του κ ώστε οι ευθείες να είναι παράλληλες
- (β) την τιμή του κ και του μ ώστε το σημείο τομής των ευθειών να είναι το σημείο $(-2, 1)$

(9) Αν $\sin\theta = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{15\eta\mu\theta - 8\varepsilon\phi\theta}{6\sigma\phi\theta + 8\tau\epsilon\mu\theta}$$

(10) Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - 2\psi = 4 \\ x^2 + 2x\psi = 48 \end{cases}$$

(11) Να αποδείξετε την ταυτότητα:
$$\frac{(\eta\mu x \cdot \sigma\phi x)^2 + (\sigma\upsilon\nu x \cdot \varepsilon\phi x)^2}{(\eta\mu x + 1) \cdot (\eta\mu x - 1)} = -\tau\epsilon\mu^2 x$$

(12) Στο διπλανό σχήμα η AB είναι εφαπτομένη του κύκλου στο A και η BΓΔ τέμνουσα. Δίνονται τα τόξα $\widehat{AA} = 140^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 120^\circ$.

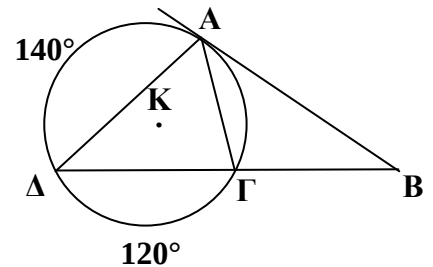
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

(α) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων

$\triangle A\Gamma\Delta$ και $\triangle A\Gamma B$.

(β) Αν από το κέντρο K του κύκλου φέρουμε τις ευθείες KΔ και KΓ, να υπολογίσετε τις γωνίες

$\angle K\hat{\Delta}\Gamma$, $\angle K\hat{\Delta}\Gamma$ και $\angle K\hat{\Delta}A$.



(13) Δίνεται τετράγωνο ABΓΔ. Από την κορυφή B φέρουμε κάθετη, η οποία τέμνει τη διαγώνιο ΑΓ στο σημείο E. Να δείξετε ότι:

(α) τα τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle BE\Gamma$ είναι όμοια

(β) ισχύει η σχέση $(A\Gamma)(\Gamma E) = (B\Gamma)^2$

(14) Δίνεται η εξίσωση: $(\tau\epsilon\mu^2\theta - 1)x^2 - 2x + (\sigma\tau\epsilon\mu^2\theta - 1) = 0$

Να δείξετε ότι:

(α) η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και ίσες

(β) οι λύσεις της εξίσωσης είναι $x_1 = x_2 = \sigma\phi^2\theta$

(15) Να σχηματίσετε εξισώσεις 2^{ου} βαθμού για κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις. Η εξίσωση να έχει:

(α) μια ρίζα $x_1 = -2$ και γινόμενο ριζών $P = 6$

(β) γινόμενο ριζών $P = -3$, το α της εξίσωσης 2^{ου} βαθμού είναι $\alpha = 2$, η διακρίνουσα $\Delta = 49$ και το β της εξίσωσης $\beta > 0$

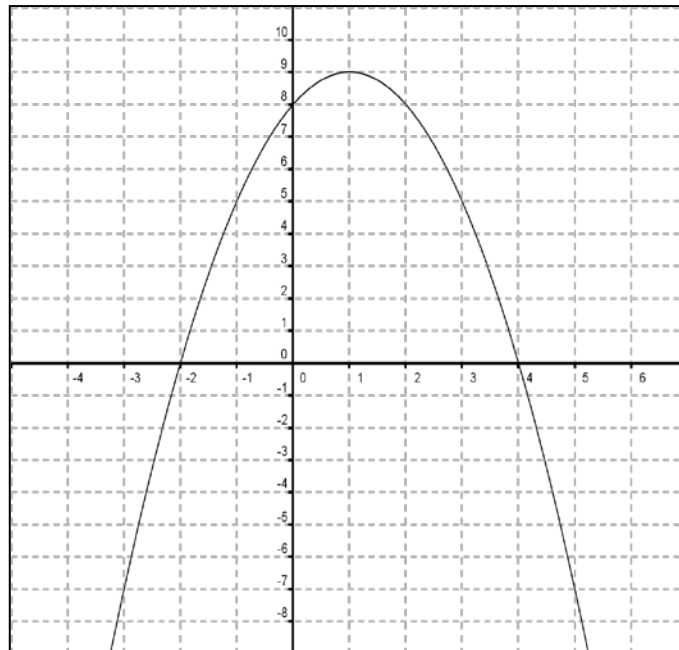
(γ) διακρίνουσα $\Delta = 0$, το α της εξίσωσης 2^{ου} βαθμού είναι $\alpha = 4$, το σημείο $(0, 25)$ είναι το σημείο τομής της $\psi = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ με τον άξονα των ψ και $\beta < 0$

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

(1) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Από το σχήμα, να βρείτε τα πιο κάτω:

- (α) το πεδίο τιμών (Π.Τ.)
- (β) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (γ) την τιμή του γ και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (δ) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
- (ε) τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου και να το χαρακτηρίσετε
- (στ) το πρόσημο του $f(-10)$ και την τιμή του $f(-1)$
- (ζ) τις τιμές των S και P
- (η) την τιμή της παράστασης $\frac{\gamma - \beta}{\alpha}$
- (θ) το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $f(x) = 10$
- (ι) τις τιμές του x για τις οποίες $5 \cdot f(x) < 0$



(2) Δίνεται η εξίσωση $\lambda x^2 - 4(\lambda - 1)x + 2\lambda - 1 = 0$, $\lambda \neq 0$, και x_1, x_2 οι ρίζες της.

Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε:

- (α) το άθροισμα των ριζών να ισούται με 5
- (β) οι ρίζες να είναι αντίστροφες
- (γ) να ισχύει η σχέση $4S - 10P = 2$
- (δ) να ισχύει η σχέση $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2} = x_1 \cdot x_2$

(3) Δίνεται ο πίνακας προσήμων του τριωνύμου $ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Από τον πίνακα να βρείτε τα πιο κάτω:

x	$-\infty$	-7	3	$+\infty$
Πρόσημο τριωνύμου	+	0	0	+

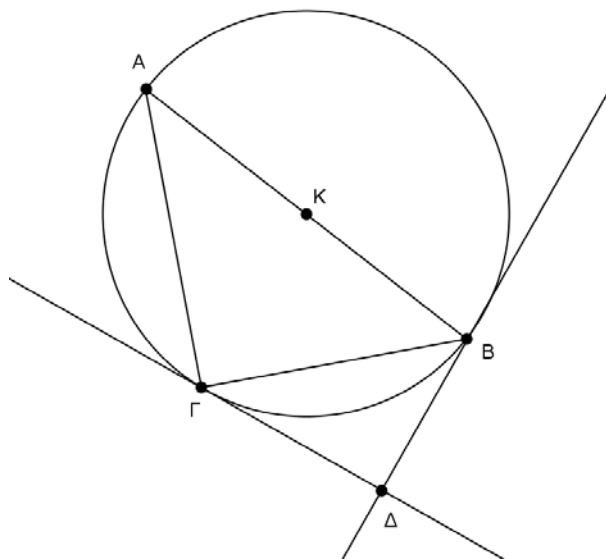
- (α) το πρόσημο του a
- (β) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (γ) το πρόσημο του τριωνύμου για $x = 0$
- (δ) το πρόσημο του τριωνύμου για $x = 100$
- (ε) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- (στ) τις λύσεις της ανίσωσης $ax^2 + bx + \gamma \leq 0$
- (ζ) τις τιμές των β και γ αν $a = 2$

- (4) (α) Αν ισχύει η σχέση $\frac{\sigma\tau\epsilon\mu(90^\circ - \theta) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)}{\sigma\phi(270^\circ + \theta)} = -\frac{1}{2}$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε τη γωνία θ .
- (β) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x-3)^2 \cdot (x^2 + 3x - 10)}{-x^2 - 4x} \geq 0$

- (5) Δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο AB . Φέρουμε χορδές AG και $B\Gamma$. Οι εφαπτομένες του κύκλου (K, R) στα σημεία B και Γ τέμνονται στο σημείο Δ . Αν η γωνία $\hat{B\Delta\Gamma} = 90^\circ$, να δείξετε ότι:

(α) ισχύει η σχέση $(AB)(B\Delta) = (B\Gamma)^2$

(β) η $AG \parallel KE$, αν KE είναι το ύψος του τριγώνου $B\hat{K}\Gamma$



- (6) Δίνονται οι κορυφές ορθογωνίου τριγώνου $A\hat{B}\Gamma$ (όπου $\hat{A} = 90^\circ$), $A(k, 2)$, $B(1, 1)$, $\Gamma(4, 0)$. Να βρείτε:
- (α) την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$
- (β) την τιμή του k όπου $k > 2$
- (γ) την εξίσωση του ύψους AD
- (δ) τις συντεταγμένες του σημείου Δ
- (ε) το σημείο όπου η ευθεία (ϵ) τέμνει τον άξονα των x , αν $Z(12, 2)$ είναι σημείο της ευθείας (ϵ) όπου $\epsilon \parallel B\Gamma$

Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου-Τσιελεπή

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
 β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι(τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας
 ε) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{5x-1}{(x-2)(x+1)}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.
- 2) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων: i) $y = \ln(x-2)$ ii) $y = \frac{x^2-1}{\sqrt{x}}$.
- 3) Να υπολογίσετε το όριο : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2-3x}{x}$.
- 4) Να βρείτε την πρώτη παράγωγο, $\frac{dy}{dx}$, των συναρτήσεων : i) $y = (x+1) \ln x$ ii) $y = \frac{x^2+3e^2}{e^x}$
- 5) Αν ο τρίτος και ο έβδομος όρος αριθμητικής προόδου έχουν άθροισμα 34 και ο έκτος όρος της είναι τετραπλάσιος του πρώτου, να βρείτε την πρόοδο .
- 6) Να λύσετε την εξίσωση : $2 \log_4 x \cdot \log_2 x + \log_{\sqrt{2}} x = 8$.
- 7) Δίνονται τα σημεία A(1,5), B(-3,1) και Γ(3,-1). Να βρείτε το μήκος του ύψους ΑΔ του τριγώνου ΑΒΓ.
- 8) Να βρείτε τη γενική λύση της τριγωνομετρικής εξίσωσης : $\sin 2x = \sin x - 1$.
- 9) Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2 (9^{x-1} + 7) = 2 + \log_2 (3^{x-1} + 1)$
- 10) Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της είναι πενταπλάσιο του πρώτου όρου της και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 9 . Να βρείτε την πρόοδο.
- 11) Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο ίσο με 1280 cm^3 και ύψος ίσο με 15 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.
- 12) Να αποδείξετε ότι : $\frac{\eta\mu 5\alpha + \eta\mu 2\alpha - \eta\mu \alpha}{\sigma\upsilon\nu 5\alpha + \sigma\upsilon\nu 2\alpha + \sigma\upsilon\nu \alpha} = \epsilon\phi 2\alpha$

13) Σε ημικύκλιο ακτίνας R με διάμετρο AB , φέρουμε τη χορδή $AG = \lambda_3$. Στο σημείο B φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου που συναντά την προέκταση της AG στο Z .

Να βρείτε α) το εμβαδό και

β) την περίμετρο του μεικτογράμμου τριγώνου ZGB συναρτήσει του R .

14) Αν $f(x) = \frac{1}{x}$ και $g(x) = \sqrt{x+1}$, να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού τους β) τον τύπο και το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων (i) $\frac{g}{f}$ (ii) $g \circ f$

15) Τα ύψη ενός κυλίνδρου και ενός κώνου είναι ίσα. Η ακτίνα της βάσης του κώνου έχει τριπλάσιο μήκος από την ακτίνα της βάσης του κυλίνδρου.

α) Να δείξετε ότι ο όγκος του κώνου είναι τριπλάσιος από τον όγκο του κυλίνδρου.

β) Αν το ύψος του κώνου είναι 3cm , να βρείτε τη γενέτειρα (λ) του κώνου ώστε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου να είναι τριπλάσιο από το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Αν $f(x) \equiv x^3 + ax^2 + bx + \gamma$, να βρείτε τις τιμές των πραγματικών αριθμών a, b, γ ώστε $\forall x \in \mathbb{R}$ να ισχύει $f(x) - f'(x) = x^3$

2) Ρόμβος $AB\Gamma\Delta$ έχει κορυφές $A(1,3)$, $B(4,-1)$ και η εξίσωση της μιας διαγωνίου του είναι $2x - y = -1$.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση τη άλλης διαγωνίου του είναι $x + 2y = 2$

β) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των άλλων κορυφών του

γ) Να υπολογίσετε την εφαπτομένη της γωνίας A .

δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του ρόμβου.

3) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{3} - \frac{\ln(2^x - 3)}{\ln 8}$.

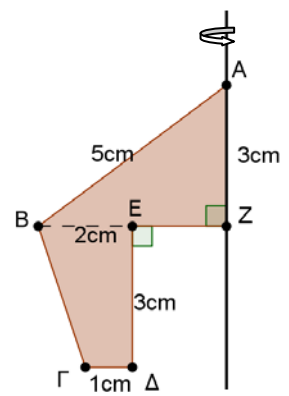
α) Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{1}{3 - 2^x}$.

β) Να βρείτε την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης $f(x)$ στο σημείο της με $x=2$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $\frac{5f'(x)}{f'(x)} = -8 \ln 2$.

4) Αριθμητική πρόοδος και φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος έχουν τον ίδιο πρώτον όρο και η διαφορά δ της Α.Π. είναι τριπλάσια του λόγου λ της Γ.Π. Το άθροισμα των τριών πρώτων όρων της Α.Π. είναι ίσο με τον όγδοο όρο της και ο πέμπτος όρος της Α.Π. είναι διπλάσιος του αθροίσματος των απείρων όρων της Γ.Π. Να γράψετε τους τέσσερις πρώτους όρους της κάθε προόδου.

- 5) Στο διπλανό σχήμα το ABZ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{Z} = 90^\circ$ και το $BΓΔΕ$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο ($BE \parallel ΓΔ$). Αν $AZ = EΔ = 3\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$, $BE = 2\text{cm}$ και $ΓΔ = 1\text{cm}$, να υπολογίσετε την επιφάνεια και τον όγκο του στερεού που παράγεται από την πλήρη περιστροφή του σχήματος $ABΓΔΕΖ$ γύρω από την AZ .



- 6) Σε τρίγωνο $ABΓ$ ισχύει η σχέση : $\eta\mu^2\Gamma(2\eta\mu B - 1) = \eta\mu^2B - \eta\mu^2A$

Να δείξετε ότι : α) $2\eta\mu B \cdot \eta\mu\Gamma = \eta\mu\Gamma + \eta\mu(B - A)$

β) Το τρίγωνο είναι ορθογώνιο ή αμβλυγώνιο.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Σόλωνας Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 25/05/2012

Τάξη: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **πέντε (5)** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να λύσετε την εξίσωση: $5x^2 + 3x - 2 = 0$
2. Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - 5x - 3 < 0$
3. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από τα σημεία A(5, 0) και B(-1, 2).
4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $f(x) = \frac{x-5}{x+2}$
5. Να βρείτε για ποιες τιμές του μ, η εξίσωση $(\mu - 6)x^2 + (\mu - 3)x - 1 = 0$, $\mu \neq 6$, έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.
6. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 - 6x + 12 = 0$, χωρίς να λυθεί η εξίσωση, να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$
7. Αν $\sin \omega = -\frac{5}{13}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{13\eta\mu\omega + 15\epsilon\phi\omega - 2}{5\tau\epsilon\mu\omega + 1}$$
8. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Αν Ε και Ζ σημεία των πλευρών ΑΒ και ΔΓ αντίστοιχα, έτσι ώστε ΑΕ=ΖΓ, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΕΒΖΔ είναι παραλληλόγραμμο.
9. Να λύσετε την εξίσωση: $9x^4 + 35x^2 - 4 = 0$
10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\left. \begin{array}{l} x - y = 1 \\ xy - y^2 = 10 \end{array} \right\}$$

11. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\text{τεμ}\chi - \text{συν}\chi}{\text{στεμ}\chi - \eta\mu\chi} = \varepsilon\varphi^3 \chi$

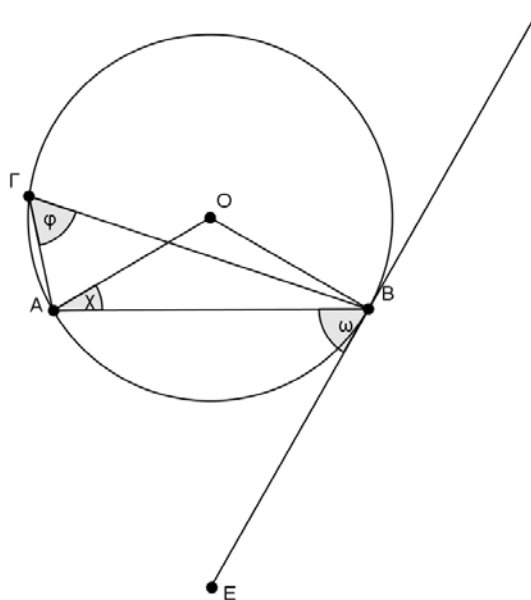
12. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 90^\circ$ φέρουμε το ύψος $B\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι:

- i. τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Gamma\Delta$ είναι όμοια.
- ii. ισχύει η σχέση: $(B\Gamma)^2 = (A\Gamma)(\Gamma\Delta)$,

β) Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, αν δίνονται οι πλευρές $B\Gamma = 20\text{cm}$ και $AB = 15\text{cm}$, να βρείτε το μήκος της $\Delta\Gamma$.

13. Στο σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα OA . Παίρνουμε τόξα AB και $A\Gamma$ και φέρουμε BE εφαπτομένη στον κύκλο. Αν το τόξο $AB = 120^\circ$, να βρείτε τις γωνίες φ , χ και ω .



14. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(3,1)$ και $B(1,2)$. Το ύψος $B\Delta$ έχει εξίσωση $\psi = 3\chi - 1$. Να βρείτε:

- α) την εξίσωση της πλευράς $A\Gamma$,
- β) τις συντεταγμένες του σημείου Δ .

15. Να λύσετε την εξίσωση $\chi^2 - 7\chi + \Delta + 1 = 0$, όπου Δ η διακρίνουσα της εξίσωσης.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίδεται η εξίσωση $(\mu + 5)x^2 + (\mu + 2)x + 2\mu = 0$, $\mu \neq -5$.

α) Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του μ , ώστε η εξίσωση να έχει:

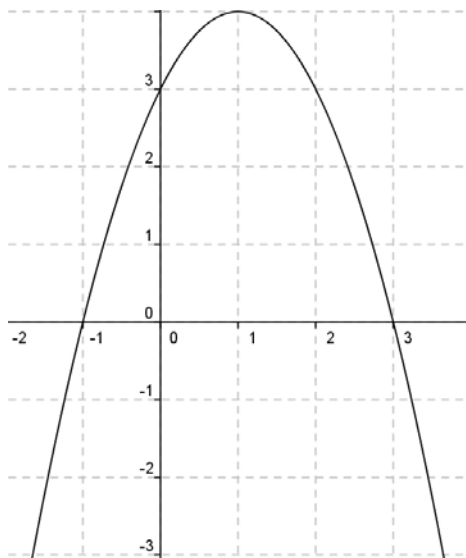
- i. ρίζες αντίθετες,
- ii. ρίζες αντίστροφες,
- iii. μία ρίζα ίση με -2.

β) Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης, να βρείτε για ποιες τιμές του μ ισχύει:

$$\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} \geq -2$$

2. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\varphi(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.
Να βρείτε:

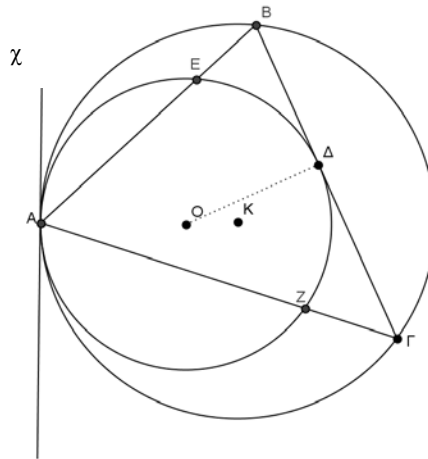
- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
- β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της,
- γ) τα πρόσημα των a και Δ ,
- δ) το ακρότατο και να το χαρακτηρίσετε,
- ε) τις ρίζες της συνάρτησης $\varphi(x)$,
- στ) το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της,
- ζ) τις τιμές των a , b και γ ,
- η) τις τιμές των $\varphi(2)$, $\varphi(1)$ και $\varphi(3)$.



3. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Έστω AD ύψος, AM διάμεσος και E, Z τα μέσα των πλευρών $AB, A\Gamma$ αντίστοιχα. Αν Θ το σημείο τομής των AM και EZ , να αποδείξετε ότι:

- α) το $EMZA$ είναι ορθογώνιο,
- β) το $AZ\Delta\Theta$ είναι ρόμβος.

4. Δύο κύκλοι με κέντρα O και K αντίστοιχα, εφάπτονται εσωτερικά στο σημείο A . Η χορδή $B\Gamma$ του κύκλου με κέντρο K , εφάπτεται στον κύκλο με κέντρο O στο σημείο Δ . Οι χορδές AB και $A\Gamma$ τέμνουν τον κύκλο με κέντρο O στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Αν $A\chi$ είναι η κοινή εφαπτομένη των δύο κύκλων, να αποδείξετε ότι:
- $EZ \parallel B\Gamma$,
 - $OA \perp EZ$,
 - το Δ μέσο του τόξου EZ ,
 - η $A\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνιάς BAG .



5. Δίνεται η εξίσωση: $(\text{τεμ}\theta)\chi^2 - 2(1 + \epsilon\phi\theta)\chi + 2\eta\mu\theta + \text{τεμ}\theta = 0$

α) Να δείξετε ότι έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

β) Δίνεται η παράσταση:

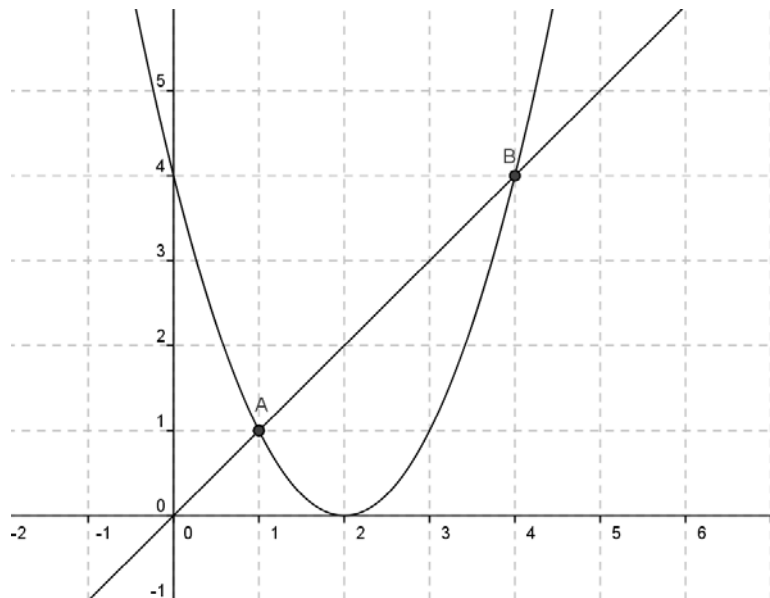
$$A = \frac{\eta\mu(180^\circ + \theta)\epsilon\phi(90^\circ - \theta)\eta\mu(720^\circ - \theta)}{\epsilon\phi(180^\circ - \theta)\sigma\phi(180^\circ + \theta)\eta\mu(-\theta)} + \frac{1}{\text{τεμ}(270^\circ + \theta)}$$

Να δείξετε ότι η A ισούται με τη ρίζα της πιο πάνω εξίσωσης.

γ) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{1}{\chi_1}$ και $\rho_2 = \frac{1}{\chi_2}$,

όπου χ_1, χ_2 οι ρίζες της πιο πάνω εξίσωσης.

6. Στο σχήμα η παραβολή $\psi = \chi^2 - 4\chi + 4$ και η ευθεία $\psi = \chi$ τέμνονται στα σημεία A και B.
- Να αποδείξετε αλγεβρικά ότι οι συντεταγμένες των σημείων A και B είναι:
(1,1) και (4,4) αντίστοιχα.
 - Να βρείτε την εξίσωση:
 - της ευθείας (ε_1) που περνά από το A και είναι παράλληλη με τον άξονα $\chi\chi'$,
 - της ευθείας (ε_2) που περνά από το B και είναι κάθετη στον άξονα $\chi\chi'$.
 - Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής T, των δύο ευθειών (ε_1) και (ε_2).
 - Να σχεδιάσετε στο σχήμα τις ευθείες (ε_1) και (ε_2), καθώς και την ευθεία (ε_3) που είναι παράλληλη με την AB και περνά από το σημείο T.
 - Αφού φέρετε τη BN κάθετη στην ευθεία (ε_3) να αποδείξετε ότι: $(BN)(BT) = (TN)(AT)$



Οι εισηγητές

Η Διευθύντρια

Μαρία Μασιά Β.Δ.

Μαρία Παπαπέτρου

Άντρη Χριστοδούλου

Αγαθονίκη Χατζηνεοφύτου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΤΑΞΗ: Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29/05/2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που να φέρει σφραγίδα δημοσίου σχολείου.

β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

γ) Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.

Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι.

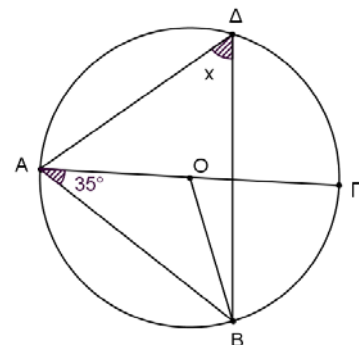
δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λυθεί η εξίσωση: $6x^2 - 13x + 6 = 0$
2. Να βρεθεί η τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$ για την οποία οι ευθείες: $(\varepsilon_1): y = 5x$ και $(\varepsilon_2): y = (\mu + 1)x + 2$ είναι παράλληλες.
3. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$.
4. Να γίνουν όλες οι δυνατές απλοποιήσεις στην παράσταση: $\sqrt{64 - y} + \sqrt{y^2 + x} - \sqrt{x^2}$, αν $x, y > 0$.

5. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (O, R) και $\hat{\Gamma AB} = 35^\circ$. Να υπολογιστεί η γωνία $\hat{AAB} = x$.



6. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3κx - 2 = 0$, να βρεθούν οι τιμές του $κ \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει η σχέση: $S^2 + 2P = 0$.

7. Αν $\eta\mu\theta = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{1}{3}\eta\mu\theta + \frac{2}{3}\sigma\upsilon\nu\theta - \frac{3}{10}\epsilon\phi\theta$$

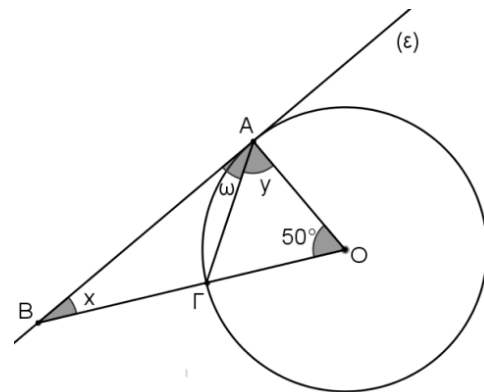
8. Να απλοποιηθεί η παράσταση: $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 3x + 2}$

9. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = 21 \end{cases}$

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + κx + λ$. Να βρεθούν οι τιμές των $κ, λ \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η συνάρτηση f , για $x = 1$ έχει ελάχιστη τιμή το 3.

11. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $\frac{\text{τεμα}}{1 + \text{τεμα}} - \frac{\text{τεμα}}{1 - \text{τεμα}} = 2 \cdot \sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha$

12. Δίνεται ο κύκλος (O, R) και η ευθεία (ϵ) που εφάπτεται του κύκλου στο σημείο A . Να υπολογίσετε τις γωνίες x , y και ω που σημειώνονται στο σχήμα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



13. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \epsilon\phi(180^\circ - x) + \sigma\phi(90^\circ - x) - \sigma\tau\epsilon\mu(360^\circ - x) \cdot \text{τεμα}(90^\circ - x) \text{ και}$$

$$B = \frac{\text{τεμα}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu(\pi - x) + \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sigma\phi(2\pi + x)}{\sigma\upsilon\nu(-x) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi - x)}.$$

Να αποδειχθεί ότι: $\frac{A}{B} = \sigma\phi^2 x$

14. Δίνεται η εξίσωση: $4\eta\mu^2 x + 2\eta\mu^4 x = 2 + \sigma\upsilon\nu^2 x$, όπου $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

i) Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $\eta\mu^2 x = \omega$, να υπολογιστεί η τιμή του $\eta\mu x$.

ii) Να βρεθεί η γωνία x .

15. i) Να βρεθεί το $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε το τριώνυμο $y = 2x^2 - (\mu - 1)x + 2$ να είναι θετικό $\forall x \in \mathbb{R}$.

ii) Για τον μεγαλύτερο ακέραιο μ από το διάστημα λύσης που βρήκατε πιο πάνω, να λυθεί

η ανίσωση: $(\mu - 1)x^2 - 3x + 4 > 5(x^2 - 1) + 7$

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

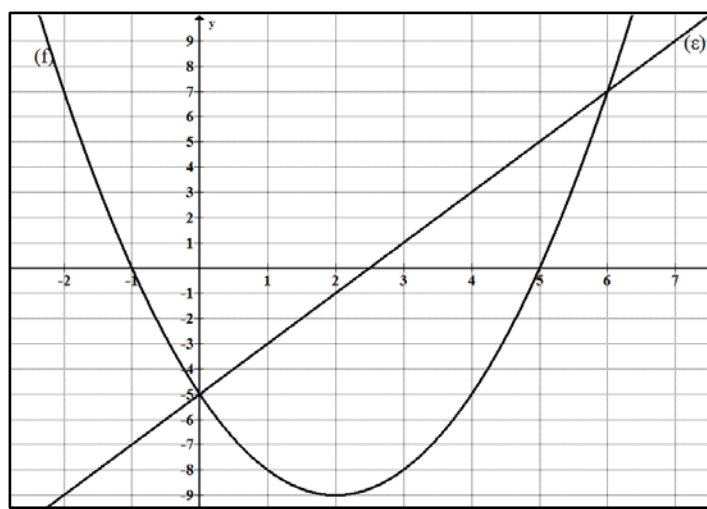
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$ και της

ευθείας $(\varepsilon): y = 2x - 5$. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία από το σχήμα, να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

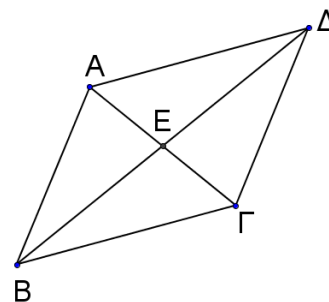
Να βρείτε:

- το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x)$
- τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
- τις τιμές των x που ικανοποιούν την ανίσωση: $f(x) \leq 0$
- το πρόσημο της παράστασης: $\beta^2 - 4\alpha\gamma$
- την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)$
- τις τιμές των α , β και γ
- τα σημεία τομής της ευθείας $y = 2x - 5$ με την συνάρτηση $f(x)$



2. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές $A(\kappa, 2\kappa+1)$, $B(1, 2)$ και πλευρά ΔΓ με εξίσωση $y = 3x - 9$.

- Να υπολογιστεί η τιμή του κ έτσι ώστε οι ευθείες ΑΒ και ΔΓ να είναι παράλληλες.
- Η εξίσωση της ΑΓ είναι: $(\mu^2 + 2\mu)x - y = 5$, $\mu \in \mathbb{R}$ και η κλίση της ΒΔ είναι ίση με 1. Για ποια τιμή του μ οι ευθείες ΑΓ και ΒΔ είναι κάθετες;
- Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ΒΔ.
- Αν $\mu = -1$, να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου Ε.



3. Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - (\lambda + 3)x + \lambda + 2$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- Να αποδειχθεί ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$.
- Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου, χωρίς να τις υπολογίσετε, να βρεθεί το λ ώστε να ισχύει η σχέση: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 < 0$.
- Αν $\lambda = 1$, να λυθεί η ανίσωση: $\frac{(x-3)f(x)}{2x^2 + x - 3} \geq 0$.

4. Δίνεται κύκλος (O, R) , (ε) εφαπτομένη του κύκλου σε σημείο του A και P ένα άλλο σημείο της εφαπτομένης (ε) . Από το P φέρουμε ευθεία που τέμνει τον κύκλο στα σημεία B και Γ ($PB < P\Gamma$). Η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ τέμνει την χορδή $B\Gamma$ στο Δ και τον κύκλο στο E . Ναδειχθεί ότι:

- i) $\widehat{\Delta AB} = \widehat{\Delta BE}$
 ii) $PA = PD$.

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x + \sqrt{x+1})(x - \sqrt{x+1})$.

- i) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
 ii) Ναδειχθεί ότι: $f(x) = x^2 - x - 1$
 iii) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει δυο ρίζες ετερόσημες.
 iv) Να σχηματισθεί εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες: $\rho_1 = x_1 + x_2$ και $\rho_2 = x_1 x_2$.
 v) Αν x_1 η θετική ρίζα της εξίσωσης $f(x) = 0$, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί x_1 και $x_1 - 1$ είναι αντίστροφοι.

6. i) Να αποδειχθεί η ταυτότητα:
$$\frac{\eta\mu^2 x \cdot \sigma\phi x + \sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \epsilon\phi x}{\sigma\upsilon\nu x \cdot \sigma\tau\epsilon\mu x + \eta\mu x \cdot \tau\epsilon\mu x} = 2 \cdot \eta\mu^2 x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x$$

- ii) Αν ισχύει η σχέση:
$$\frac{3\eta\mu x - 2\eta\mu(90^\circ - x)}{\eta\mu(180^\circ - x) - \sigma\upsilon\nu(180^\circ - x)} = \frac{1}{2},$$
 να αποδειχθεί ότι $\epsilon\phi x = 1$.

ΤΕΛΟΣ

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Κουρουζίδου Δέσποινα Β.Δ.

Έλληνας Παναγιώτης Β.Δ.

Σκαλιάς Γεώργιος

Πασκοπτή Σούλλα

Μιχαήλ Δημήτρης

Ζαχαρικός Γιώργος

Φωτιάδου Καλλισθένη

Λοϊζιάς Σωτήρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΤΑΞΗ: Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29/05/2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που να φέρει σφραγίδα δημοσίου σχολείου.

β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

γ) Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.

δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ε) Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

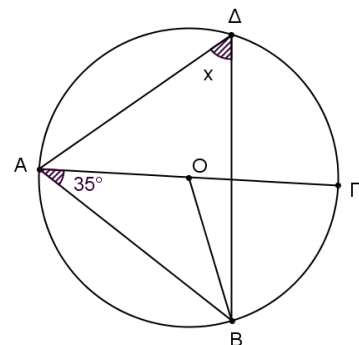
1. Να λυθεί η εξίσωση: $6x^2 - 13x + 6 = 0$

2. Να βρεθεί η τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$ για την οποία οι ευθείες: $(\varepsilon_1): y = 5x$ και $(\varepsilon_2): y = (\mu + 1)x + 2$ είναι παράλληλες.

3. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$.

4. Να γίνουν όλες οι δυνατές απλοποιήσεις στην παράσταση: $\sqrt{64 - y} + \sqrt{y^2 + x} - \sqrt{x^2}$, αν $x, y > 0$.

5. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (O, R) και $\widehat{\Gamma AB} = 35^\circ$. Να υπολογιστεί η γωνία $\widehat{A \Delta B} = x$.



6. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 3κx - 2 = 0$, να βρεθούν οι τιμές του $κ \in \mathbb{R}$ ώστε να ισχύει η σχέση: $S^2 + 2P = 0$.

7. Αν $\eta\mu\theta = \frac{4}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{1}{3}\eta\mu\theta + \frac{2}{3}\sigma\upsilon\nu\theta - \frac{3}{10}\epsilon\phi\theta$$

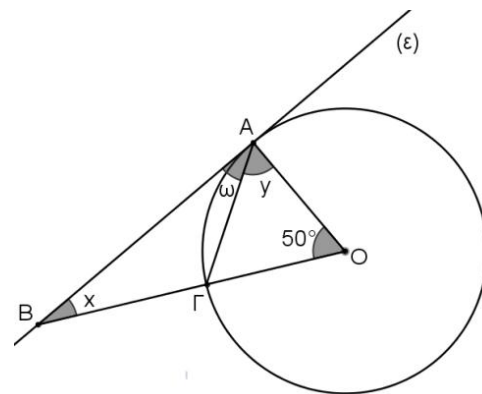
8. Να απλοποιηθεί η παράσταση: $\frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 3x + 2}$

9. Να λυθεί το σύστημα: $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = 21 \end{cases}$

10. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + κx + λ$. Να βρεθούν οι τιμές των $κ, λ \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η συνάρτηση f , για $x = 1$ έχει ελάχιστη τιμή το 3.

11. Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $\frac{\text{τεμα}}{1 + \text{τεμα}} - \frac{\text{τεμα}}{1 - \text{τεμα}} = 2 \cdot \sigma\tau\epsilon\mu^2\alpha$

12. Δίνεται ο κύκλος (O, R) και η ευθεία (ϵ) που εφάπτεται του κύκλου στο σημείο A . Να υπολογίσετε τις γωνίες x , y και ω που σημειώνονται στο σχήμα.



13. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \epsilon\phi(180^\circ - x) + \sigma\phi(90^\circ - x) - \sigma\tau\epsilon\mu(360^\circ - x) \cdot \text{τεμα}(90^\circ - x) \text{ και}$$

$$B = \frac{\text{τεμα}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu(\pi - x) + \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \cdot \sigma\phi(2\pi + x)}{\sigma\upsilon\nu(-x) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi - x)}.$$

Να αποδειχθεί ότι: $\frac{A}{B} = \sigma\phi^2 x$

14. Δίνεται η εξίσωση: $4\eta\mu^2 x + 2\eta\mu^4 x = 2 + \sigma\upsilon\nu^2 x$, όπου $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

i) Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $\eta\mu^2 x = \omega$, να υπολογιστεί η τιμή του $\eta\mu x$.

ii) Να βρεθεί η γωνία x .

15. i) Να βρεθεί το $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε το τριώνυμο $y = 2x^2 - (\mu - 1)x + 2$ να είναι θετικό $\forall x \in \mathbb{R}$.

ii) Για τον μεγαλύτερο ακέραιο μ από το διάστημα λύσης που βρήκατε πιο πάνω, να λυθεί

η ανίσωση: $(\mu - 1)x^2 - 3x + 4 > 5(x^2 - 1) + 7$

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4 .

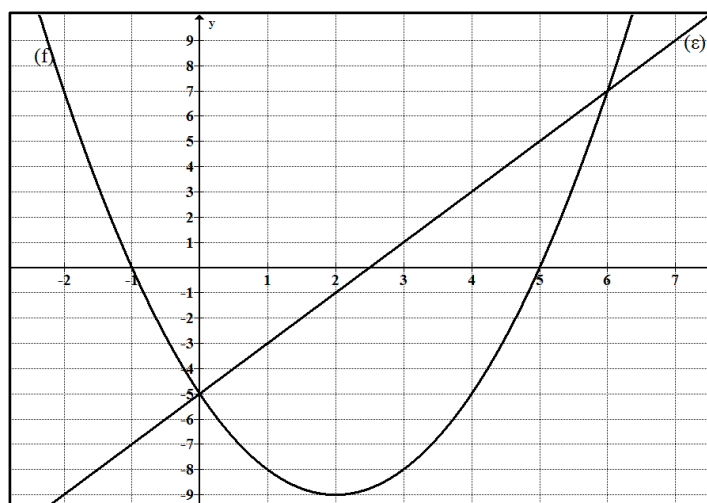
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$ και της

ευθείας $(\varepsilon): y = 2x - 5$. Χρησιμοποιώντας τα στοιχεία από το σχήμα, να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

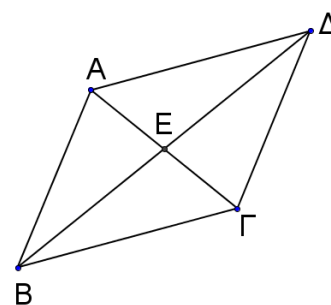
Να βρείτε:

- το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x)$
- τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$
- τις τιμές των x που ικανοποιούν την ανίσωση: $f(x) \leq 0$
- το πρόσημο της παράστασης: $\beta^2 - 4\alpha\gamma$
- την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης $f(x)$
- τις τιμές των α , β και γ
- τα σημεία τομής της ευθείας $y = 2x - 5$ με την συνάρτηση $f(x)$



2. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές $A(\kappa, 2\kappa+1)$, $B(1, 2)$ και πλευρά ΔΓ με εξίσωση $y = 3x - 9$.

- Να υπολογιστεί η τιμή του κ έτσι ώστε οι ευθείες ΑΒ και ΔΓ να είναι παράλληλες.
- Η εξίσωση της ΑΓ είναι: $(\mu^2 + 2\mu)x - y = 5$, $\mu \in \mathbb{R}$ και η κλίση της ΒΔ είναι ίση με 1. Για ποια τιμή του μ οι ευθείες ΑΓ και ΒΔ είναι κάθετες;
- Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ΒΔ.
- Αν $\mu = -1$, να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου Ε.



3. Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - (\lambda + 3)x + \lambda + 2$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

- Να αποδειχθεί ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$.
- Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες του τριωνύμου, χωρίς να τις υπολογίσετε, να βρεθεί το λ ώστε να ισχύει η σχέση: $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 < 0$.
- Αν $\lambda = 1$, να λυθεί η ανίσωση: $\frac{(x-3)f(x)}{2x^2 + x - 3} \geq 0$.

4. Δίνεται κύκλος (O, R) , (ε) εφαπτομένη του κύκλου σε σημείο του A και P ένα άλλο σημείο της εφαπτομένης (ε) . Από το P φέρουμε ευθεία που τέμνει τον κύκλο στα σημεία B και Γ ($PB < P\Gamma$). Η διχοτόμος της γωνίας $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ τέμνει την χορδή $B\Gamma$ στο Δ και τον κύκλο στο E . Ναδειχθεί ότι:

- i) $\widehat{\Delta AB} = \widehat{\Delta BE}$
 ii) $PA = P\Delta$.

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x + \sqrt{x+1})(x - \sqrt{x+1})$.

- i) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .
 ii) Ναδειχθεί ότι: $f(x) = x^2 - x - 1$
 iii) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση $f(x) = 0$ έχει δυο ρίζες ετερόσημες.
 iv) Να σχηματισθεί εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες: $\rho_1 = x_1 + x_2$ και $\rho_2 = x_1 x_2$.
 v) Αν x_1 η θετική ρίζα της εξίσωσης $f(x) = 0$, να αποδείξετε ότι οι αριθμοί x_1 και $x_1 - 1$ είναι αντίστροφοι.

6. i) Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $\frac{\eta\mu^2 x \cdot \sigma\phi x + \sigma\upsilon\nu^2 x \cdot \varepsilon\phi x}{\sigma\upsilon\nu x \cdot \sigma\tau\epsilon\mu x + \eta\mu x \cdot \tau\epsilon\mu x} = 2 \cdot \eta\mu^2 x \cdot \sigma\upsilon\nu^2 x$

- ii) Αν ισχύει η σχέση: $\frac{3\eta\mu x - 2\eta\mu(90^\circ - x)}{\eta\mu(180^\circ - x) - \sigma\upsilon\nu(180^\circ - x)} = \frac{1}{2}$, να αποδειχθεί ότι $\varepsilon\phi x = 1$.

ΤΕΛΟΣ

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Κουρουζίδου Δέσποινα Β.Δ.

Έλληνας Παναγιώτης Β.Δ.

Σκαλιάς Γεώργιος

Πασκοπτή Σούλλα

Μιχαήλ Δημήτρης

Ζαχαρικός Γιώργος

Φωτιάδου Καλλισθένη

Λοϊζιάς Σωτήρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑΗμερομηνία: 28/05/12ΤΑΞΗ: Α΄Διάρκεια: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
Το Εξεταστικό Δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Να λύσετε την εξίσωση: $2x^2 - 7x + 5 = 0$

A2. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς:
 $x_1 = -4$ και $x_2 = 6$

A3. Να μετατρέψετε τα κλάσματα που ακολουθούν σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:
α) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ β) $\frac{5}{\sqrt{8}+3}$

A4. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{3x+5}{x-2}$

A5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που τέμνει τον άξονα των y στο σημείο $(0, 2)$ και είναι κάθετη με την ευθεία $\psi = 4x - 5$.

A6. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 8x + 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $(2 + x_1)(2 + x_2)$ δ) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

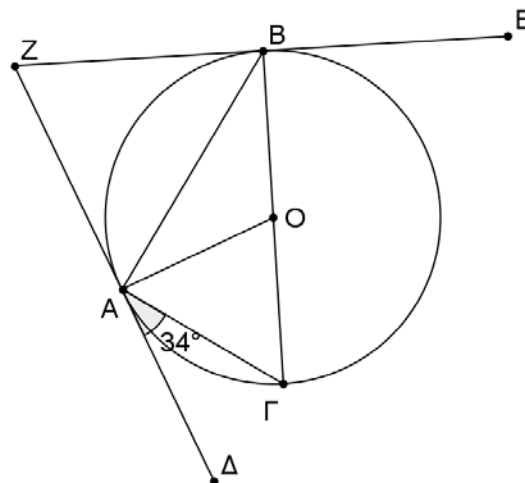
A7. Αν $\varepsilon\phi\omega = -\frac{4}{3}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{10\eta\mu\omega - 9\tau\epsilon\mu\omega}{12\sigma\phi\omega}$$

A8. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{aligned} x - 3y &= 5 \\ 2x^2 - xy &= 10 \end{aligned}$$

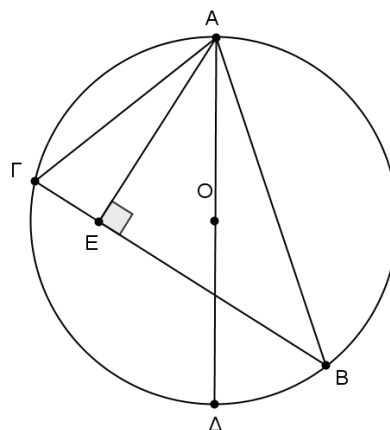
A9. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\eta\mu(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(360^\circ - \omega)}{\tau\epsilon\mu(180^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(360^\circ + \omega)} = \sigma\upsilon\nu^2\omega.$

- A10.** Στο διπλανό σχήμα ΒΓ διάμετρος του κύκλου (Ο, R) και ΑΒ, ΑΓ χορδές του. Τα ΖΕ και ΖΔ εφάπτονται του κύκλου στα σημεία Β και Α αντίστοιχα και η γωνία $\hat{\Gamma\hat{A}\Delta} = 34^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες: $\hat{A\hat{B}\Gamma}$, $\hat{B\hat{A}O}$, $\hat{Z\hat{A}B}$, $\hat{Z\hat{B}A}$



A11. Να δείξετε ότι : $\frac{\epsilon\phi\theta}{1+\sigma\phi^2\theta} + \frac{\epsilon\phi\theta}{1+\epsilon\phi^2\theta} = \frac{1}{\sigma\phi\theta}$

- A12.** Στο διπλανό σχήμα, η ΑΔ είναι διάμετρος του κύκλου (Ο, R) και ΑΕ ύψος του τριγώνου $\hat{A\hat{B}\Gamma}$.
Να δείξετε ότι: $(AB) \cdot (A\Gamma) = (AE) \cdot (A\Delta)$



- A13.** Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{A\hat{B}\Gamma}$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Φέρουμε το ύψος ΑΔ. Αν Μ μέσο της ΑΓ, να δείξετε ότι $(\Gamma B) = 4 \cdot (M\Delta)$.

- A14.** Δίνεται η εξίσωση $(\sigma\phi\theta - \sigma\upsilon\nu\theta)\chi^2 - 4\chi + \sigma\phi\theta \cdot \sigma\upsilon\nu^2\theta = 0$. Να δείξετε ότι το γινόμενο των ριζών της ισούται με $1 + \eta\mu\theta$.

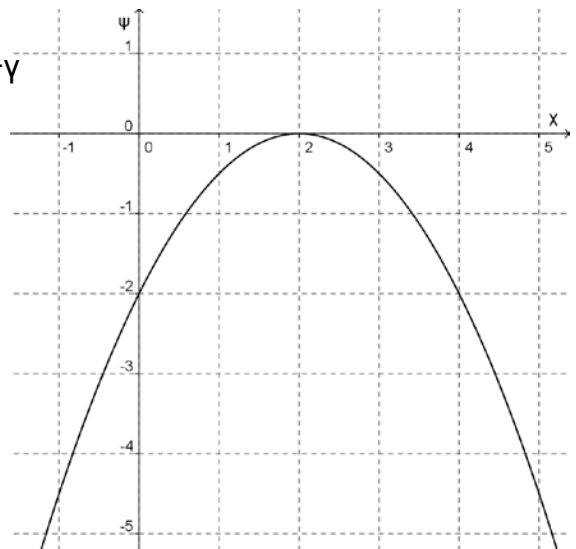
- A15.** Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ, φέρουμε τις διάμεσους ΑΜ και ΒΚ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ προς το Β κατά τμήμα ΒΖ = ΒΓ και προς το μέρος του Γ κατά τμήμα ΓΗ = ΒΓ. Προεκτείνουμε επίσης, τη διάμεσο ΑΜ κατά τμήμα ΜΕ = ΑΜ.
Να δείξετε ότι: α) Το τετράπλευρο ΑΗΕΖ είναι παραλληλόγραμμο.

β) $BK = \frac{EH}{2}$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x)=ax^2+bx+c$
Από την γραφική παράσταση να βρείτε:

- το πρόσημο του a
- το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$.
- την τιμή του c
- τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2+bx+c=0$
- την τιμή του a , την τιμή του b και τον τύπο της συνάρτησης.
- την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- τις τιμές $f(2)$ και $f(6)$
- τις τιμές για τις οποίες $f(x) < 0$.



B2. α) Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 1) \cdot x + 6 - \lambda = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές του

$$\lambda \text{ για τις οποίες ισχύει η σχέση: } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \geq 1.$$

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση $\eta\mu^2\theta \cdot x^2 - 2\varepsilon\phi\theta \cdot x + \sigma\tau\epsilon\mu^2\theta \cdot \tau\epsilon\mu^2\theta = 0$ $\theta \neq \frac{\kappa\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}$

δεν έχει πραγματικές ρίζες.

B3. Δίνεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ με κορυφές Α(1,2), Β(3,4), Δ(2,1).

Αν η εξίσωση της ΓΔ είναι $\psi=x-1$ και η εξίσωση της ΒΓ είναι $\psi=4$

α) Να δείξετε ότι i) ΑΒ είναι παράλληλη με τη ΓΔ

ii) ΑΔ είναι κάθετη στη ΓΔ

β) Να βρείτε i) την εξίσωση της ΑΔ

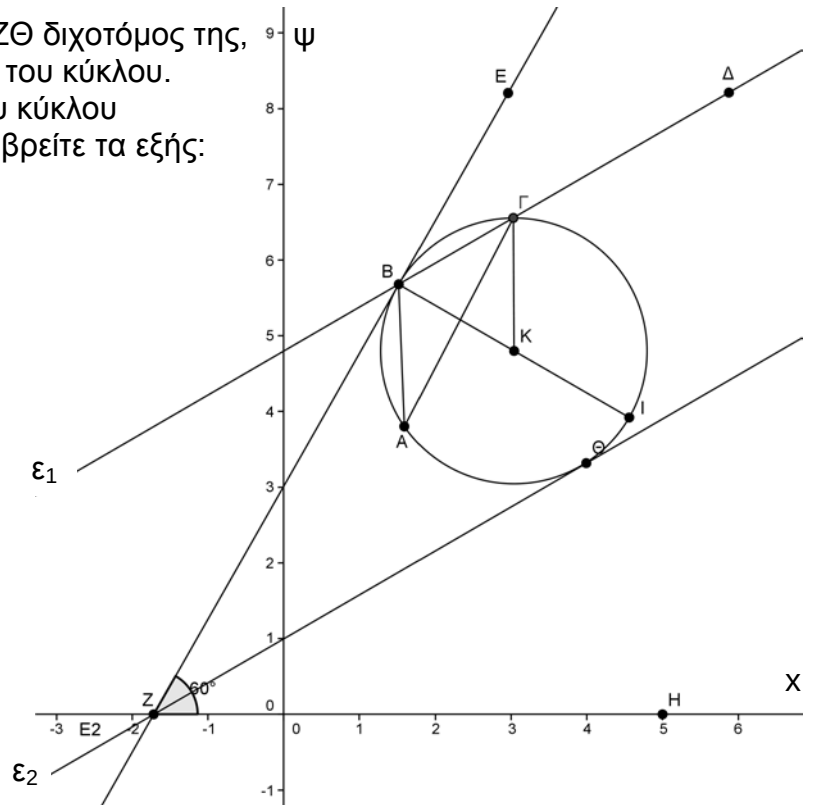
ii) τις συντεταγμένες του σημείου Γ.

B4. α) Αν $A = \frac{\eta\mu(180^\circ + \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \alpha) \cdot \sigma\phi(180^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(-\alpha)}{\tau\epsilon\mu(360^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(360^\circ + \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \alpha)}$ και $B = \sigma\tau\epsilon\mu\alpha - \frac{\eta\mu\alpha}{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha}$

να δείξετε ότι $\frac{A}{B} = -\eta\mu^2\alpha$.

β) Να λυθεί η ανίσωση: $(x^2 + 4)(-x^2 + 3x + 10)(x^2 - 1) \geq 0$

- B5.** Στο διπλανό σχήμα $\widehat{H\hat{Z}B} = 60^\circ$ και $Z\Theta$ διχοτόμος της, $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$, K κέντρο και BI διάμετρος του κύκλου. ZB και $Z\Theta$ εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου στα σημεία B και Θ αντίστοιχα. Να βρείτε τα εξής:
- Την εξίσωση της ευθείας ZB
 - Τη γωνία $\widehat{EB\Gamma}$
 - Τη γωνία $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$
 - Τη γωνία $\widehat{\Gamma\hat{K}I}$



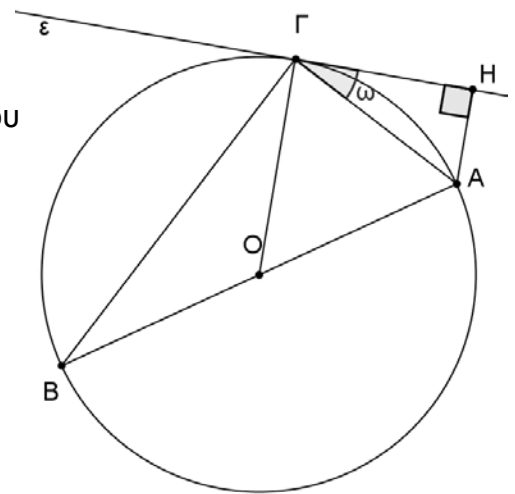
- B6.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) , AB διάμετρος του και $A\Gamma$ χορδή. Στο σημείο Γ φέρουμε την εφαπτομένη (ε) του κύκλου και την κάθετη AH στην (ε) έτσι ώστε $(\Gamma B) = 2(\Gamma H)$.

α) Να δείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις:

i) $(A\Gamma)^2 = 2R \cdot (AH)$,

ii) $\frac{AH}{A\Gamma} = \frac{1}{2}$.

β) Να υπολογίσετε τη γωνία ω .



ΟΔΗΓΙΕΣ : Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **4 σελίδες**.

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση :

2. Να μετατρέψετε τα κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή :

(α)

(β)

3. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης :

4. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες :

και

5. Δίνεται η ευθεία $\varepsilon : \psi = 2\chi - 7$.

α) Να δείξετε ότι το σημείο A (2,-3) ανήκει στην ευθεία.

β) Να βρείτε τα σημεία τομής της ε με τους άξονες $\chi'\chi$ και $\psi'\psi$.

6. Αν

και

, να υπολογίσετε το συνθ και την εφθ.

7. Να απλοποιήσετε το κλάσμα :

8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A(0,2) και είναι κάθετη

με την ευθεία

9. Αν είναι οι ρίζες της εξίσωσης : , να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων (χωρίς να λύσετε την εξίσωση) :

α)

β)

γ)

δ)

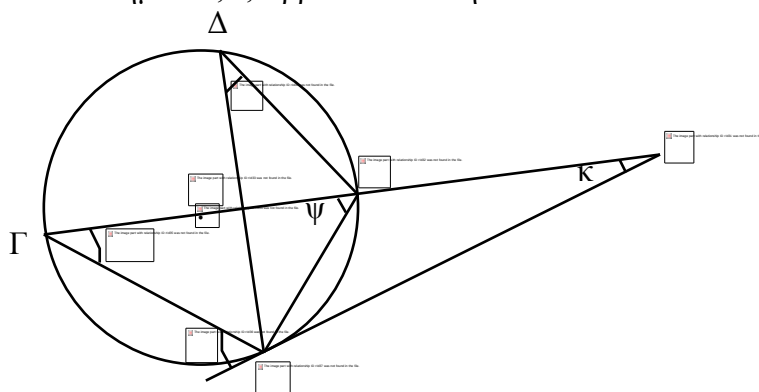
10. Να λύσετε την ανίσωση :

11. Να λύσετε το σύστημα :

12. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής να αποδείξετε ότι :

13. Στο σχήμα ΓΒ διάμετρος του κύκλου (Κ,Ρ), ΕΑ εφαπτομένη στο σημείο Α,

και τα σημεία Γ,Β,Ε βρίσκονται στην ίδια ευθεία.Να υπολογίσετε τις γωνίες



14. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση , έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για όλες τις τιμές του μ.

15. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Από την κορυφή Γ φέρουμε ευθεία ε παράλληλη προς τη πλευρά ΑΒ. Στη συνέχεια από την κορυφή Α του τριγώνου φέρουμε ευθεία ΑΕ, (Ε σημείο της ΒΓ) την οποία προεκτείνουμε προς το μέρος του Ε ώστε να συναντήσει την ευθεία ε στο σημείο Δ.
Να δείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΕΒ και ΔΕΓ είναι όμοια.

β) Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $(ΑΕ)(ΔΓ)=(ΑΒ)(ΔΕ)$



ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση με ρίζες .

i. Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση :

α) Έχει ρίζες αντίθετες.

β) Έχει ρίζες αντίστροφες.

γ) Έχει μία ρίζα τη $χ=1$.

δ) Έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

ii. Για ποιες τιμές του λ ισχύει η σχέση :

2. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης :

Να βρείτε:

α) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.

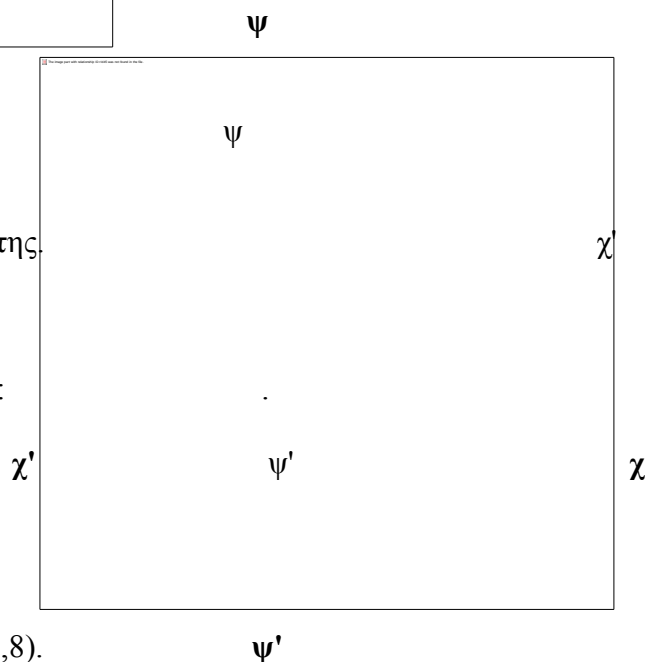
β) Το πρόσημο της διακρίνουσας της

γ) Τις ρίζες της

δ) Τον άξονα συμμετρίας και τη μέγιστη τιμή της.

ε) Τις τιμές των α,β,γ.

στ) Τις τιμές του χ για τις οποίες ισχύει η σχέση:



3. Δίνονται τα σημεία Α(-2,3) , Β(4,5) , Γ(3,8).

α) Να βρείτε την κλίση της ΒΓ.

β) Να δείξετε ότι η γωνία .

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που περνά από το σημείο Γ και είναι παράλληλη προς την ΑΒ.

δ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΒΔ.

ε) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ευθειών (ε) και ΒΔ.

4. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα :

β) Να λύσετε την ανίσωση :

5. α) Αν ισχύει η σχέση :

να υπολογίσετε : ι) Τις τιμές της γωνίας

ιι) Αν οξεία γωνία να βρείτε την τιμή της παράστασης $A =$

β) Δίνεται η εξίσωση . Αν είναι οι ρίζες της, να σχηματίσετε εξίσωση

δευτέρου βαθμού που να έχει ρίζες τις:

και

6. Στο σχήμα η ΣΓ είναι εφαπτομένη του κύκλου (Κ, R) στο σημείο Γ, Μ το μέσον του

τόξου και Σ, Α, Β βρίσκονται στην ίδια ευθεία.

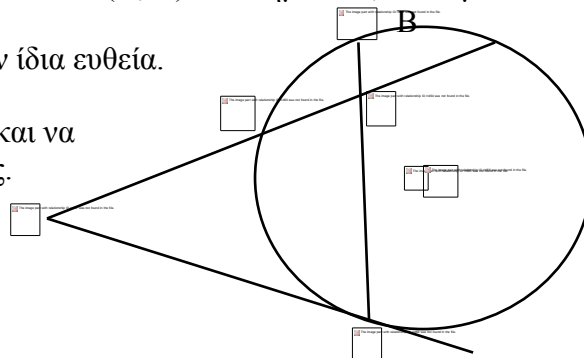
α) Να αποδείξετε ότι :

Τα τρίγωνα ΒΓΔ και ΑΓΜ είναι όμοια και να γράψετε τους λόγους των πλευρών τους.

β) Να δείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις:

i. $(ΓΒ) (ΜΒ) = (ΓΜ) (ΒΔ)$

ii.



Οι Διδάσκοντες

Α. Δημητρίου Β.Δ.
Α.Κεδαρίτου-Φωτίου
Κ.Σταματόπουλος
Ν.Μουγής

Ο Διευθυντής

Χ.Καραμανώλης

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράφετε με μελάνι μπλε (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση $3x^2 + 7x + 2 = 0$.

2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = \frac{5x}{x+2}$

β) $g(x) = \sqrt{x-3}$

3. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 4x - 5 = 0$ να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων: α) $x_1 + x_2$ και $x_1 \cdot x_2$

β) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 - 2x_1 - 2x_2$

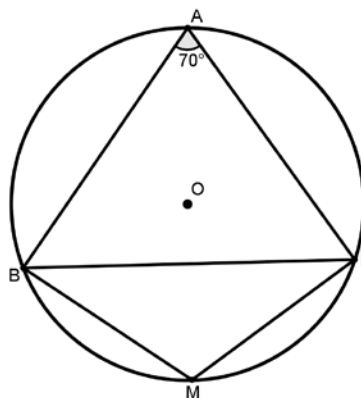
4. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $(\kappa - 2)x^2 - 2\kappa x - 1 = 0$, $\kappa \neq 2$ να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

5. Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι

$\widehat{BM} = \widehat{MG}$ και $\widehat{BAG} = 70^\circ$

Να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών των τριγώνων $OB\Gamma$ και $MB\Gamma$.



7. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα $\frac{\eta\mu x}{1\sigma\upsilon\nu\ x} - \frac{\eta\mu x}{\sigma\upsilon\nu\ x} = -\frac{2}{\epsilon\phi\ x}$

8. Να λύσετε την ανίσωση $9x^3 - 9x^2 - x + 1 \geq 0$

9. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\hat{B} = 30^\circ$. Στο μέσο Μ της υποτείνουσας ΒΓ φέρουμε κάθετη πάνω στην υποτείνουσα που τέμνει την πλευρά ΑΒ στο Δ. Να αποδείξετε ότι $ΜΔ = ΑΔ$

10. Δίνονται τα σημεία $A(-3,4)$, $B(-1,0)$ και $\Gamma(3,2)$

Να δείξετε ότι: α) Το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{B} = 90^\circ$

β) Η εξίσωση της υποτείνουσας του τριγώνου είναι η $x + 3y = 9$

11. Δίνονται οι ευθείες $(\epsilon_1): y = \frac{1-\lambda}{12}x + 8$ και $(\epsilon_2): 2x + (\lambda + 1)y = 3$

Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε: α) Το σημείο $A(3,0)$ να ανήκει στην ευθεία (ϵ_1)

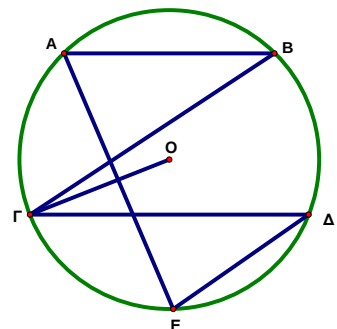
β) Οι παραπάνω ευθείες να είναι παράλληλες.

12. Δίνεται τρίγωνο ABΓ και η διχοτόμος του ΑΔ. Η παράλληλη από το Δ προς την ΑΒ τέμνει την ΑΓ στο Ε. Αν η παράλληλη από το Ε προς τη ΒΓ τέμνει την ΑΒ στο Ζ, να αποδείξετε ότι $ΑΕ = ΒΖ$.

13. Αν $\sigma\upsilon\nu\theta = \frac{12}{13}$, $270^\circ < \theta < 360^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = \frac{13\eta\mu\theta + 12\tau\epsilon\mu\theta}{\sigma\tau\epsilon\mu\theta - \sigma\phi\theta + 1}$$

14. Στο διπλανό σχήμα οι χορδές ΑΒ, ΓΔ του κύκλου (Ο, R) είναι παράλληλες και επίσης η ΒΓ είναι παράλληλη με την ΔΕ. Να αποδείξετε ότι η ακτίνα ΟΓ είναι κάθετη στην χορδή ΑΕ.



15. Δίνεται η εξίσωση $x^2 \eta\mu(\theta + x) \sigma\upsilon\nu(\theta - 1) + 0 =$

α) Να δείξετε ότι οι ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης είναι πραγματικές και άνισες για κάθε τιμή της γωνίας θ .

β) Αν $x_1 + x_2 = \sqrt{3}$ να βρείτε την τιμή της γωνίας $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x+1)(x^2-2x-3)(2x^2+5)}{(6-x)} \geq 0$.

2. Δίνεται η εξίσωση $(2\mu-1)x^2+3\mu x+\mu+1=0$, $\mu \neq \frac{1}{2}$ με ρίζες x_1, x_2

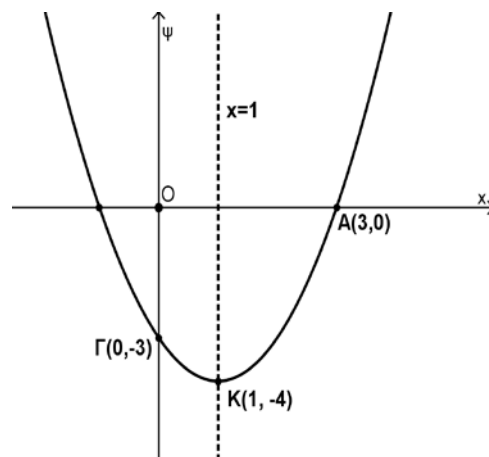
Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\mu \in \square$ ώστε η εξίσωση να έχει:

- α) Ρίζα τον αριθμό -2
- β) Ρίζες αντίθετες
- γ) Ρίζες ετερόσημες
- δ) Ρίζες πραγματικές.

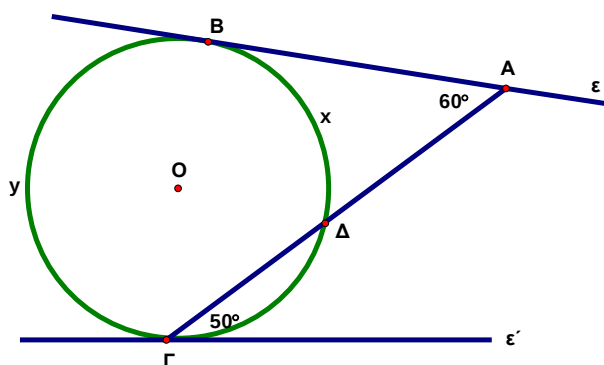
3. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \beta x^2 + \gamma$, $\beta \neq 0$, με άξονα συμμετρίας την ευθεία $x=1$.

Χρησιμοποιώντας τη γραφική παράσταση της f να βρείτε :

- α) Το πρόσημο του α και της διακρίνουσας Δ
- β) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης f
- γ) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$ και της ανίσωσης $f(x) \leq 0$
- δ) Τις τιμές των α, β και γ
- ε) Τα σημεία τομής της παραβολής με την ευθεία $x - y = 3$



4. Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες (ε) και (ε') είναι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία B και Γ αντίστοιχα.



- α) Να υπολογίσετε τα μέτρα των τόξων $\widehat{BD} = x$ και $\widehat{BG} = y$.
- β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABD και $AB\Gamma$ είναι όμοια και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι $AB^2 = AD \cdot A\Gamma$.

5. α) Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα $(\sigma\phi\theta - \sigma\tau\epsilon\mu\theta)^2 = \frac{1\sigma\upsilon\eta\theta}{1\sigma\upsilon\eta\theta}$

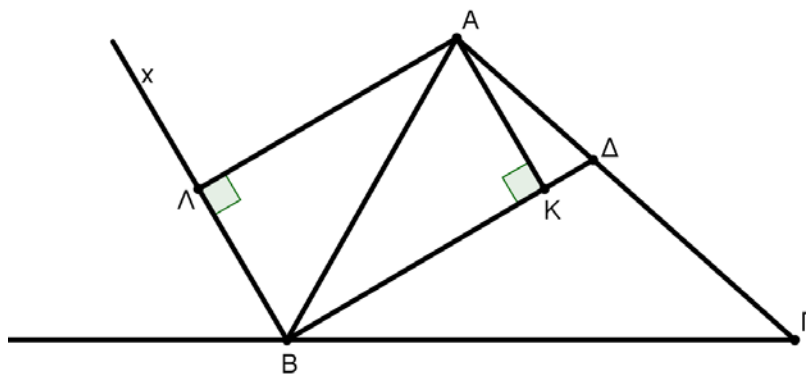
β) Να βρείτε τη γωνία $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ώστε $(\sigma\phi\theta - \sigma\tau\epsilon\mu\theta)^2 = \frac{1}{3}$

6. Στο παρακάτω σχήμα $B\Delta$ είναι η εσωτερική διχοτόμος της γωνίας B του τριγώνου $AB\Gamma$ και Bx η εξωτερική διχοτόμος της B .

Από την κορυφή A φέρουμε $AK \perp B\Delta$ και $AL \perp Bx$

α) Να αποδείξετε ότι: i) Το τετράπλευρο $AKBA$ είναι ορθογώνιο
ii) Η ευθεία LK είναι παράλληλη με την $B\Gamma$ και περνά από το μέσο της $A\Gamma$.

β) Αν $x + 2y = 2$ είναι η εξίσωση της διχοτόμου $B\Delta$ και $A(4, -6)$ να βρείτε την εξίσωση της πλευράς AK και τις συντεταγμένες του σημείου K .



Ο Διευθυντής

Γεώργιος Ζερβίδης