

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ –ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Τάξη : Β'

Ημερ. εξέτασης : Δευτέρα 20 /05/2013

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2 ώρες και 30 λεπτά (150 λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση **ΜΗ** προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (τα σχήματα επιτρέπονται και με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- Οι απαντήσεις να δίνονται σε ξεχωριστό φύλλο απαντήσεων.
- Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο που αποτελείται από μία (1) σελίδα.

ΜΕΡΟΣ Α' : Αποτελείται από 15 ασκήσεις.**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12 .****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.**

1. Να αναλύσετε το κλάσμα $\frac{8x^2 - 3x - 1}{(x + 3)(x - 1)^2}$ σε άθροισμα απλών κλασμάτων.

2. Να υπολογίσετε την τιμή των ορίων:

i. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - 2}{x^2 + 8x - 1}$ (μ.2,5)

ii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu^7 x - \eta\mu^3 x}{x}$ (μ. 2,5)

3. Να βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων :

i. $y = 3x^2 + 2e^{2x} - \ln(3 - x)$ (μ.2) ii. $y = \frac{\eta\mu^3 x}{x^2 - 1}$ (μ.3)

4. Να βρείτε την Αριθμητική Πρόοδο για την οποία γνωρίζουμε ότι ο 6ος όρος είναι διπλάσιος του 3ου και ότι ο 4ος και ο 7ος έχουν άθροισμα 22.

5. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x^2 = (\log x)^2$.

6. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{5x}{4 - x}$. Να βρείτε :

i. Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της.

ii. Τον τύπο και το πεδίο ορισμού της αντίστροφης συνάρτησης f^{-1} .

7. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 1 + \frac{2}{x}$ και $g(x) = \frac{2x}{2 - x}$. Να βρείτε τον τύπο και το

πεδίο ορισμού των συναρτήσεων $f \cdot g$ και $\frac{f}{g}$.

8. Να αποδείξετε ότι: $\frac{4\sigma\varphi\alpha(\sigma\varphi^2\alpha-1)}{(1+\sigma\varphi^2\alpha)^2} = \eta\mu 4\alpha$
9. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη προς την ευθεία $\varepsilon: 2\chi+2\psi-3=0$ και σχηματίζει με τους θετικούς ημιάξονες ΟΧ και ΟΨ τρίγωνο που έχει εμβαδόν 8 m^2 .
10. Αν οι αριθμοί $\frac{1}{3}\log_2 8$, $\log_4(2^{1-x}+9)$ και $\log_2(2^x+3)$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου να βρείτε το χ .
11. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ύψος $4\sqrt{3} \text{ m}$ και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας ίσο με τα $\frac{5}{3}$ του εμβαδού της βάσης. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.
12. Να λυθεί η εξίσωση: $\eta\mu 2\chi - \sigma\upsilon\nu 2\chi \cdot \varepsilon\varphi\chi = \sigma\varphi(2\chi + \frac{\pi}{4})$ στο διάστημα $\chi \in [0, \pi]$.
13. Αν $f(x) = \sqrt{x+3}$ και $g(x) = \sqrt{9-x^2}$ να ορίσετε τη συνάρτηση $(g \circ f)(x)$ και να βρείτε το πεδίο ορισμού της.
14. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει διαστάσεις α , β , γ και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας 24 cm^2 . Αν οι διαστάσεις του είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου με λόγο ίσο με 2 να υπολογίσετε τον όγκο του.
15. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - x + 5$. Να βρείτε:
- Το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η ευθεία $(\varepsilon): y = \lambda x + 1$ να εφάπτεται της f . (μ. 3)
 - Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων επαφής της καμπύλης με την ευθεία (ε) . (μ. 2)

ΜΕΡΟΣ Β' : Αποτελείται από 6 ασκήσεις.

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4 .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 /100 μονάδες.

1. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ. Οι συντεταγμένες των κορυφών Α και Γ είναι (2,3) και (6,5) αντίστοιχα. Να βρείτε:
- Τις συντεταγμένες του σημείου τομής των διαγωνίων του. (μ. 2)
 - Την εξίσωση της διαγωνίου ΒΔ. (μ. 3)
 - Τις συντεταγμένες των κορυφών του τετραγώνου Β και Δ. (μ. 5)
2. i. Να βρείτε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma\upsilon\nu 7\chi - \sigma\upsilon\nu 3\chi}{\chi\eta\mu\chi}$ (μ. 5)
- ii. Να υπολογίσετε τα κ και λ αν $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\chi^3 + \kappa\chi + \lambda}{\chi - 1} = 5$ (μ. 5)

3. i. Να βρεθεί η γενική λύση της εξίσωσης : $16^{\eta\mu^2 x} - 16^{\sigma\upsilon\nu^2 x} = 6$ (μ. 5)

ii. Τρεις αριθμοί σχηματίζουν Γεωμετρική Πρόοδο. Αν αυξήσουμε τον δεύτερο όρον κατά 2 , οι αριθμοί αυτοί σχηματίζουν Αριθμητική Πρόοδο . Αν στην Αριθμητική Πρόοδο αυξήσουμε τον τελευταίο όρο κατά 16 , προκύπτει ξανά Γεωμετρική Πρόοδος . Να βρείτε τους αριθμούς αυτούς. (μ.5)

4. Δίνετε η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$.

i. Να δείξετε ότι η αντίστροφη της f^{-1} δίνεται από τον τύπο $f^{-1}(x) = \ln[x + \sqrt{x^2 + 1}]$ (μ. 4)

ii. Αν $f^{-1} = g(x)$, να δείξετε ότι $g(-x) = -g(x)$ (μ. 3)

iii. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow +\infty} [\ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - \ln x]$. (μ. 3)

5. Δίνετε η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \ln\left(\frac{\ln x}{x}\right)$.

i. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (μ.3)

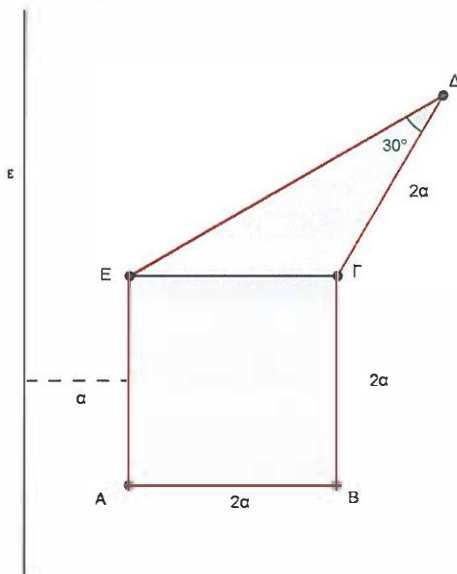
ii. Αν η f δέχεται οριζόντια εφαπτομένη στο σημείο της $A(x_1, y_1)$ να βρείτε :

α) Τις συντεταγμένες του σημείου A. (μ.5)

β) Την εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο A. (μ..2)

iii. Να λυθεί η εξίσωση : $f(x) = \ln 2 - \ln x$ (μ..2)

6. Στο πιο κάτω σχήμα το πολύγωνο ΑΕΔΓΒ αποτελείται από το τετράγωνο ΑΒΓΕ πλευράς 2α cm και το ισοσκελές τρίγωνο ΕΓΔ με $ΕΓ = ΓΔ = 2\alpha$ cm και $\hat{ΕΔΓ} = 30^\circ$. Το πολύγωνο ΑΕΔΓΒ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία (ε) που είναι παράλληλη προς την ΑΕ και απέχει από αυτήν α cm . Να υπολογίσετε (συναρτήσει του α), τον όγκο V και το εμβαδόν $E_{ολ}$ της ολικής επιφάνειας του στερεού που παράγεται κατά την περιστροφή.



... ΤΕΛΟΣ ...

Οι Εισηγητές

Σ. Χρυσάνθου.....

Γ. Παπαλλάς.....

Δ. Τσιντίδου.....

Ο Συντονιστής Β.Δ.

Γ. Λούβαρης



Ο Διευθυντής

Α. Χριστοδουλίδης

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ΓΙΑ ΤΗ Β΄ ΤΑΞΗ ΕΝΙΑΙΟ ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B, \quad \sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sigma\upsilon\nu\alpha\sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha\eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha, \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \varepsilon\varphi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2} \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2} \quad \sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

$$\alpha = 2R\eta\mu A, \quad \alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu A, \quad E = \frac{\alpha\beta\eta\mu\Gamma}{2}$$

2. Στερεομετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot u$	$V = E_{\beta} \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{1}{2} \Pi_{\beta} \cdot h$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R u$	$V = \pi R^2 u$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 u}{3}$
Κόλουρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi(R + \rho)\lambda$	$V = \frac{\pi u}{3}(R^2 + R\rho + \rho^2)$