

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ / ΙΟΥΝΙΟΥ 2013	
ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ	ΗΜ/ΝΙΑ : 21/5/2013
ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ)	ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:.....	ΤΜΗΜΑ :

ΟΔΗΓΙΕΣ:

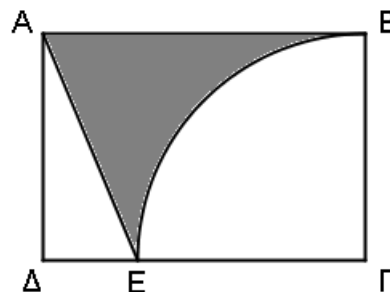
1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε.
2. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α':

Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 12.** Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Αριθμητική Πρόοδος έχει πρώτο όρο $a_1 = 4$ και διαφορά $\delta = 3$. Να γράψετε τους πέντε πρώτους όρους και να υπολογίσετε τον εικοστό έκτο όρο της.
2. Ψυγείο αξίας € 1300 πουλήθηκε με έκπτωση 15% πάνω στην αξία του. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησής του.
3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $2^{3c} = 16$ β) $\log_3(\chi - 11) = 2$
4. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 6 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν του κύκλου.
β) το μήκος τόξου στον κύκλο, με κεντρική γωνία 80° .
5. Ποσό € 900 μοιράστηκε στους 3 πρώτους νικητές ενός διαγωνισμού ανάλογα με τις σωστές απαντήσεις τους. Αν ο πρώτος έδωσε 18 σωστές απαντήσεις, ο δεύτερος 15 και ο τρίτος 12, να βρείτε πόσα λεφτά πήρε ο καθένας.
6. Σε ένα χάρτη, που σχεδιάστηκε με κλίμακα 1: 500 000, δύο πόλεις απέχουν μεταξύ τους 5 cm. Να υπολογίσετε σε χιλιόμετρα (Km) την πραγματική τους απόσταση.
7. Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων τριγώνων ισούται με $\frac{9}{16}$. Αν η περίμετρος του μεγαλύτερου από τα δύο τρίγωνα ισούται με 40 cm, να υπολογίσετε την περίμετρο του μικρότερου τριγώνου.

8. Ο Μάριος καταθέτει σε μία τράπεζα ποσό € 4200 με επιτόκιο 4% για περίοδο 2 χρόνων. Η Ελένη καταθέτει σε μία άλλη τράπεζα ποσό € 3600 με επιτόκιο 5% για περίοδο 20 μηνών. Να βρείτε ποιος από τους δύο καταθέτες θα πάρει περισσότερο τόκο και πόσο.
9. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $\alpha = 4 \text{ cm}$, $\beta = 2 \text{ cm}$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Να βρείτε το εμβαδόν του.
10. α) Να υπολογίσετε την τιμή του μ αν οι αριθμοί 3^{m+5} , 3^m , 9 είναι τρεις διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου.
β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων φθίνουσας Γεωμετρικής Προόδου της οποίας ο πρώτος όρος ισούται με 12 και ο δεύτερος με 4.
11. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(\chi + 3) + \log\chi = 1 + \log 4$.
12. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu\Gamma \sin B = \eta\mu A$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και να αναφέρετε ποια γωνία του είναι ορθή.
13. Να δείξετε ότι ισχύουν οι ισότητες (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής):
α) $\frac{|\log 40 - \log 5|}{|\log 8 + \log 2|} = \frac{3}{4}$ β) $2\log\sqrt{5} + \log_2 32 - \log_4 64 + \log 20 = 4$
14. Σε ένα κήπο τα λουλούδια είναι σε σχηματισμό ως εξής : στην πρώτη σειρά υπάρχουν 18 λουλούδια, στη δεύτερη 20, στην τρίτη 22 κ.ο.κ. Αν στην τελευταία σειρά υπάρχουν 102 λουλούδια, να υπολογίσετε:
α) πόσες σειρές από λουλούδια υπάρχουν.
β) το σύνολο των λουλουδιών σ' αυτό τον κήπο.
15. Στο διπλανό σχήμα το ABΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές $AB = 17 \text{ cm}$ και $AD = 12 \text{ cm}$. Το τόξο BE γράφεται με κέντρο Γ και ακτίνα την πλευρά ΒΓ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Μέρος Β': (40 Μονάδες)

Από τις 6 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

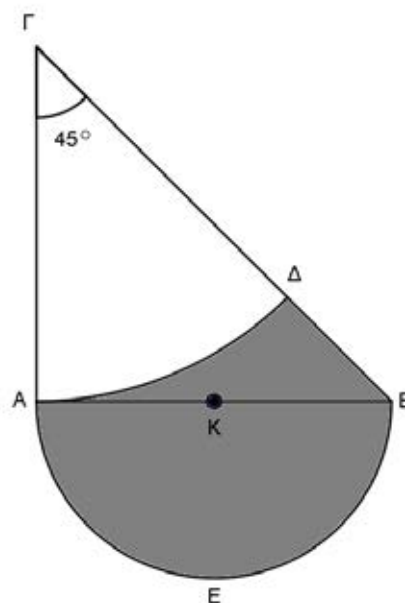
1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $\frac{4c^{2+3c}}{5c^{\frac{1}{2}}}$ $=$ $\frac{5c^2}{4c^{\frac{1}{2}}}$

β) $\log(4^c + 6) = \log 5 + \chi \log 2$

2. Σε μια Γεωμετρική Πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και του τρίτου όρου είναι 20, ενώ το άθροισμα του δεύτερου και τέταρτου όρου της είναι 60.
α) Να σχηματίσετε τη Γεωμετρική Πρόοδο.
β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

3. Τηλεόραση έχει τιμή πώλησης € 1 073,80. Στην τιμή αυτή συμπεριλαμβάνεται το κέρδος 40% του καταστηματούχου και το Φ.Π.Α. 18%. Να υπολογίσετε την αξία της τηλεόρασης.
4. α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $\beta = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 6 \text{ cm}$ και εμβαδόν $E = 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να βρείτε: i) τη γωνία $\hat{A}$ ($\hat{A} < 90^\circ$) και ii) την πλευρά α του τριγώνου.
β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\beta \sin A + \alpha \sin B = \gamma$.
5. Ο κύριος Αντώνης αγόρασε ένα σπίτι προς € 220 000. Ξόδεψε € 32 000 για να το ανακαινίσει. Στη συνέχεια αποφάσισε να το πουλήσει.
α) Να υπολογίσετε πόσα πρέπει να το πουλήσει στην κυρία Μαρία για να κερδίσει 30% πάνω στο συνολικό κόστος του.
β) Αν ο κύριος Πέτρος προσφέρει στον κύριο Αντώνη € 315 000 για την αγορά του πιο πάνω σπιτιού, να υπολογίσετε το ποσοστό (%) του κέρδους που θα έχει ο κύριος Αντώνης πάνω στο συνολικό κόστος του.
6. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: $\hat{BAG} = 90^\circ$, $AG = 4 \text{ cm}$ και $\hat{G} = 45^\circ$. Το τόξο ΑΔ γράφεται με κέντρο το Γ και ακτίνα την πλευρά ΑΓ. Το τόξο ΑΕΒ είναι ημικύκλιο με διάμετρο την ΑΒ.
Να υπολογίσετε:
α) την περίμετρο και
β) το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Εισηγητές:

Ανδρέας Χειμώνας, Β.Δ
Χριστίνα Κυπριανού
Νίκος Μουγής
Έλενα Τσίγκη

Συντονίστρια Βοηθός Διευθυντρια:

Βασιλική Φάνου - Πιττάτζη

Ο Διευθυντής:

Πέτρος Λοϊζίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013**ΜΑΘΗΜΑ :ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 24/05/2013****ΤΑΞΗ:Β΄ ΚΟΙΝΟΥΚΟΡΜΟΥ****ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2:30΄****ΩΡΑ : 7:45π.μ.– 10:15 π.μ.**

Οδηγίες :

α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

β) Να γράφετε με μπλε μελάνι . (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.

δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ε) Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης εργασίας δε θα λαμβάνονται υπόψη.

στ) Να συμμορφώνεστε πρόθυμα με τις οδηγίες των επιτηρητών.

ζ) Η ΔΟΛΙΕΥΣΗ ΤΙΜΩΡΕΙΤΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ.

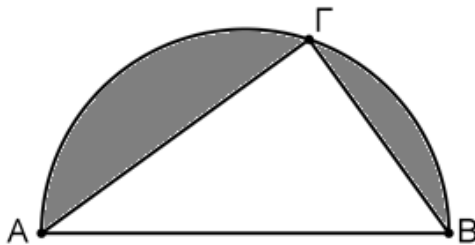
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να λύσετε την εξίσωση : $5^{x-4} = 5^3$.
2. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €8000 όταν τοκιστούν για 5 χρόνια με επιτόκιο 4%.
3. Να βρείτε το εμβαδόν κύκλου που έχει ακτίνα 5cm.
4. Σε αριθμητική πρόοδο δίνονται ο πρώτος όρος $a_1 = 6$ και η διαφορά $\delta = 4$. Να βρείτε τον ενδέκατο όρο (a_{11}) της προόδου.
5. Να υπολογίσετε το x αν $\log_2(5x - 2) = 3$.
6. Να βρείτε το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ αν δίνονται $\alpha = 4m$, $\gamma = 5m$ και $\hat{B} = 30^\circ$.
7. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $2x$, $x+5$, $6x+4$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου (Α.Π.).
8. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση:
$$\frac{\alpha}{\beta + 2\gamma} = \frac{\eta\mu\alpha}{\eta\mu\beta + 2\eta\mu\gamma}.$$

9. Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο (Γ.Π.) που έχει $\Sigma \chi = 6$ και λόγο $\lambda = \frac{1}{2}$.
10. Το μήκος κύκλου είναι 12π cm. Να βρείτε:
 (α) την ακτίνα του κύκλου,
 (β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 60° .
11. Να λύσετε την εξίσωση : $2\log(x - 2) = \log(x + 1) + \log(x - 4)$.
12. Ηλεκτρονικός υπολογιστής πουλήθηκε με έκπτωση 20% πάνω στην αξία του. Ποια ήταν η αξία του υπολογιστή αν πουλήθηκε €960 ;
13. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ αν δίνονται $\alpha = 12\text{cm}$, $\beta = 6\sqrt{3}\text{ cm}$, $\gamma = 6\text{cm}$ και να βρείτε το είδος του.
14. Στο σχήμα δίνεται ημικύκλιο $\widehat{A\Gamma B}$ με $(A\Gamma) = 16\text{cm}$ και $(B\Gamma) = 12\text{cm}$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να βρεθεί το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

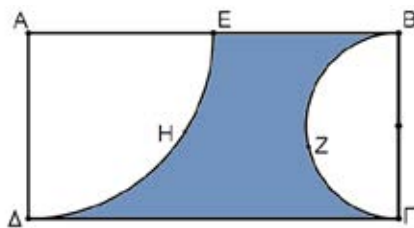


15. Να υπολογίσετε το άθροισμα $A = 4 + 12 + 36 + \dots + 972$

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

- Σε αριθμητική πρόοδο ο δεύτερος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 28 ενώ ο τρίτος και ο πέμπτος όρος έχουν άθροισμα 24.
 (α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 (β) Να βρείτε τον 23^ο όρο της.
 (γ) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 500;
- (α) Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ αν δίνονται: $\alpha = 4\text{m}$, $\hat{B} = 120^\circ$ και $E = 4\sqrt{3}\text{m}^2$.
 (β) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\gamma \sin B = \beta \sin \Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- Ο Γιώργος τόκισε κεφάλαιο για 2 χρόνια με επιτόκιο 4%. Ο Ανδρέας τόκισε κεφάλαιο, τετραπλάσιο του κεφαλαίου του Γιώργου, για 3 χρόνια προς 5%.
 Να βρείτε τα δύο κεφάλαια αν δίνουν συνολικά, τόκο €1020.

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $(ΓΔ) = 16\text{cm}$ και Ε μέσο της ΑΒ. Μέσα στο ορθογώνιο παραλληλόγραμμο γράφουμε τεταρτοκύκλιο ΑΕΗΔ με κέντρο το Α και ακτίνα ΑΔ, ημικύκλιο ΒΖΓ με διάμετρο τη ΒΓ, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Να υπολογίσετε: (α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους, (β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.
(Οι απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει του π.)



5. Εργολάβος οικοδομών κτίζει διαμερίσματα με κόστος €140 000 το καθένα και τα πουλά με κέρδος 30% .
(α) Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του κάθε διαμερίσματος.
(β) Ο κ. Αντωνίου αγόρασε με έκπτωση ένα από τα διαμερίσματα, προς €154 700. Να βρείτε το ποσοστό έκπτωσης.
(γ) Αν ο κ. Αντωνίου πλήρωσε 10% τέλη μεταβίβασης, να βρείτε πόσα του κόστισε τελικά το διαμέρισμα.

6. (α) Να λύσετε την εξίσωση: $2^{2x+1} - 5 \times 2^x + 2 = 0$

(β) Αν $\frac{\log x}{\log 2} + \frac{\log x}{\log 2^2} + \frac{\log x}{\log 2^4} + \frac{\log x}{\log 2^8} + \dots = \frac{\log 36}{\log 2}$, να αποδείξετε ότι $x = 6$.

..... ΤΕΛΟΣ

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ(Β.Δ.)

Δήμητρα Σκαπούλλαρου – Χαρή (Β.Δ)

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Λουκία Πιέρου–Ματθαίου

Μυρούλα Πιττάτζη–Κύζα

Ευαγγελία Παπαγιάννη–Γιάλλουρου

Στέφανος Παναγίδης

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ανδρέας Φιλίππου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Κοινού Κορμού

Ημερομηνία: 20/05/13

Ονοματεπώνυμο Μαθητή /τριας: _____ Βαθμός: _____

Τμήμα: _____ Βαθμός Ολογράφως: _____

Διάρκεια: 2.30' Υπογραφή Καθηγητή/τριας: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

α) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν

και με μολύβι).

β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Το δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τις 15 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας και το εμβαδόν κύκλου με ακτίνα 9 cm.

2. Να βρείτε τον τόκο που θα δώσει κεφάλαιο € 3600 με επιτόκιο 3,5% για 160 μέρες.

3. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος 1, 3, 9, 27, Να βρείτε:
- α) το λόγο της
 - β) τον ένατο όρο της
 - γ) το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της.

4. Να δείξετε ότι: $\frac{\log 75 - \log 3}{\log 5 + \log 25} = \frac{2}{3}$

5. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\beta - 3\gamma}{2R} = \eta\mu B - 3\eta\mu \Gamma$

6. Να βρείτε την τιμή του x , $x < 0$ αν οι αριθμοί x , 4 , $x^2 + 2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να σχηματίσετε την πρόοδο.

-
7. Κατάστημα ειδών ένδυσης προσφέρει έκπτωση 30% σε όλα τα είδη του. Να βρείτε την τιμή ενός φορέματος πριν την έκπτωση, αν στις εκπτώσεις η τιμή του μειώθηκε κατά € 37,50.

-
8. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $64\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα του $8\pi \text{ cm}^2$.
Να βρείτε:
α) την κεντρική γωνία του κυκλικού τομέα
β) την περίμετρό του κυκλικού τομέα.

9. Να λύσετε την εξίσωση: $2\log^2 x - 5\log x - 3 = 0$

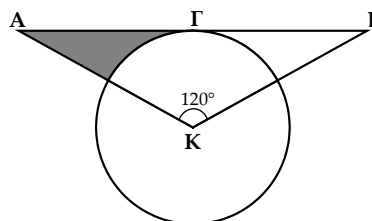
10. Σε γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος όρος είναι $\frac{3}{2}$ και ο τρίτος όρος είναι $\frac{9}{8}$. Να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της.

11. Το άθροισμα των δύο πρώτων όρων αριθμητικής προόδου είναι 21 και το άθροισμα του τρίτου και του τέταρτου όρου είναι 1. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

-
12. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $4R^2 \eta\mu A \kappa\eta\mu B + 2\alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B = \alpha^2 + \gamma^2$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

13. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{25^x} - 35^x - 10 = 1$

14. Στο σχήμα ο κύκλος έχει κέντρο Κ και ακτίνα 4 cm. Η ΑΒ εφάπτεται του κύκλου στο σημείο Γ. Αν $\angle AKB = 120^\circ$ και $AK = KB$ να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



15. Κάποιος τόκισε το $\frac{1}{3}$ ενός κεφαλαίου προς 6% για 4 χρόνια και το υπόλοιπο προς 8% για 5 χρόνια. Να βρείτε το κεφάλαιο αν ο συνολικός τόκος που πήρε ήταν €2080.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Σε ένα κατάστημα ηλεκτρονικών ειδών πωλείται Η.Υ. (ηλεκτρονικός υπολογιστής) στην τιμή των €1770 συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α.
 - α) Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 18% να βρείτε την τιμή του Η.Υ. χωρίς το Φ.Π.Α. .
 - β) Στα μέτρα που πήρε η κυβέρνηση για την αντιμετώπιση της οικονομικής κρίσης είναι και η αύξηση του συντελεστή Φ.Π.Α. σε 19% το 2014. Να βρείτε την τιμή πώλησης του Η.Υ. το 2014.

-
2. Σε αύξουσα αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των 10 πρώτων όρων είναι 50 και η διαφορά του τρίτου από τον έβδομο όρο είναι 8.
- α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
- β) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\alpha_{31} + \alpha_{32} + \dots + \alpha_{50}$.

3. i) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\beta \sin A + \alpha \sin B}{\gamma} = 1$

ii) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\alpha = 3\sqrt{3} \text{ cm}$, $\beta = 3 \text{ cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο και να βρείτε το εμβαδόν του.

4. α) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $8^{x-4} = \frac{1}{2^x}$

ii) $\log \psi + \log(\psi - 8) = \log 9$

iii) $\log_3 \frac{1}{\omega} = -3$

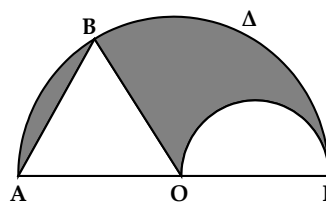
β) Να δείξετε ότι οι λύσεις x, ψ, ω των πιο πάνω εξισώσεων αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.

5. Σε γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των τριών πρώτων όρων είναι 7 και το άθροισμα του τέταρτου, του πέμπτου και του έκτου όρου είναι $\frac{7}{8}$. Να βρείτε:

- α) τον πρώτο όρο και το λόγο της προόδου
- β) το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της
- γ) το άθροισμα των άπειρων όρων της.

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο ΑΓ, κέντρο Ο και ακτίνα 6 cm καθώς και ημικύκλιο με διάμετρο την ΟΓ. Αν $AB = 6$ cm να βρείτε:

- α) το εμβαδόν ολόκληρης της σκιασμένης περιοχής
β) την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής ΟΒΔΓ.



Η Διευθύντρια:

Μαρνερίδου Έλση

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ -ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ :ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ημερομηνία : Δευτέρα 27.5.13

Ώρα : 7.30 π.μ.

Διάρκεια : 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

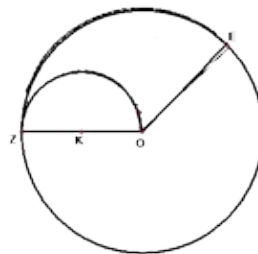
- 1.Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 2.Να γράφετε μόνο με μπλε πένα (με μολύβι μόνο τα σχήματα)
- 3.Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 4.Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες.

**Μέρος Α΄ : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.**

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_3(x + 1) = 2$
2. Δίνεται κύκλος με περίμετρο $\Gamma = 10\pi \text{ cm}$. Να υπολογίσετε:
(α) την ακτίνα του κύκλου και
(β) το εμβαδόν του κύκλου.
3. Αγόρασε κάποιος ένα διαμέρισμα στην τιμή των €220000. Αναγκάστηκε, στη συνέχεια, να το πωλήσει με ζημιά 30% επί της αξίας του. Να βρείτε την τιμή πώλησης του διαμερίσματος.
4. Αν οι αριθμοί $2x - 2$, x , $x - 3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε την τιμή του x και την διαφορά της προόδου.
5. Δίνεται η πρόοδος 1, 3, 9, 27, ... Να βρείτε:
(α) το είδος της προόδου
(β) τον έβδομο όρο a_7 της προόδου.

6. Να δείξετε ότι: $\frac{\log 4 + 2\log 3}{\log 12 - \log 2} = 2$.
7. Κεφάλαιο €15000 τοκίζεται για 3 χρόνια με απλό τόκο. Αν ο τόκος στο τέλος της τριετίας είναι €2250, να βρείτε το επιτόκιο με το οποίο τοκίζεται το κεφάλαιο.
8. Ο Σύνδεσμος Γονέων ενός σχολείου αποφάσισε να δώσει χρηματικό βραβείο €570, το οποίο πρέπει να μοιραστούν ανάλογα οι τρεις πρώτοι μαθητές της Α' Λυκείου με τον υψηλότερο γενικό βαθμό στα Μαθηματικά. Αν οι τρεις πρώτοι σε επίδοση μαθητές στα Μαθηματικά έχουν βαθμολογία 18, 19 και 20, να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει ο κάθε μαθητής.
9. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται οι πλευρές του $a = 8\text{ cm}$, $\beta = 4\text{ cm}$ και η γωνία του $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:
- (α) την πλευρά γ του τριγώνου και
- (β) το εμβαδόν του τριγώνου.
10. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος με $a_3 = 12$ και $a_6 = 96$.
- (α) Να αποδείξετε ότι ο λόγος της προόδου είναι $\lambda = 2$ και
- (β) να υπολογίσετε το άθροισμα των εννιά πρώτων όρων της.
11. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κυκλικός τομέας με επίκεντρη γωνία $\mu^\circ = 80^\circ$. Αν το εμβαδόν του κυκλικού τομέα είναι $E_\tau = 18\pi\text{ cm}^2$, να υπολογίσετε:
- (α) την ακτίνα του κύκλου που αντιστοιχεί στον κυκλικό τομέα,
- (β) το μήκος του τόξου $\widehat{AB}$ και
- (γ) την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\frac{\beta \sin A + \alpha \sin B}{\gamma^2} = \frac{1}{\gamma}$, όπου α, β, γ οι πλευρές και A, B, Γ οι γωνίες του τριγώνου.

13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα $R = 12 \text{ cm}$. Τα σημεία E, Z είναι σημεία του κύκλου έτσι ώστε $E\hat{O}Z = 140^\circ$. Με κέντρο το μέσο K της ακτίνας OZ και ακτίνα KO γράφουμε ημικύκλιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής συναρτήσει του π .



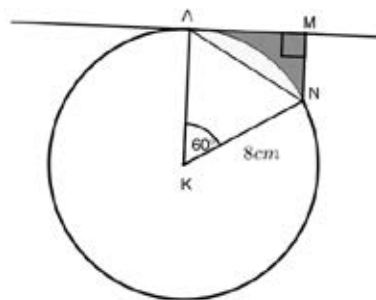
14. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = 2 + 5 + 8 + \dots + 89$.
15. Ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής (H/Y) κοστίζει €640. Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων ο H/Y πωλείται με έκπτωση 20% .
- (α) Να βρείτε την τιμή πώλησης του H/Y κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων.
- (β) Αν το Φ.Π.Α είναι 17% , να υπολογίσετε την τελική τιμή που θα πληρώσουμε για τον υπολογιστή.

Μέρος Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του $2^{ου}$ και του $5^{ου}$ όρου είναι ίσο με 33, ενώ ο $6^{ος}$ όρος της είναι ίσος με 14.
- (α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο
- (β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 100 πρώτων όρων της προόδου.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
- (α) $4^x - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$
- (β) $\log[\log(x - 2)] = 0$
3. Ένας εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα από το εξωτερικό. Για τα εμπορεύματα αυτά πλήρωσε επιπλέον 15% επί της αξίας τους για διάφορα έξοδα. Στη συνέχεια τα πώλησε με κέρδος 25% και εισέπραξε €103500.
- (α) Να υπολογίσετε την αρχική αξία των εμπορευμάτων και το κέρδος που είχε από την πώληση των εμπορευμάτων.
- (β) Αν θεωρήσουμε ότι το κέρδος που είχε από την πώληση των εμπορευμάτων είναι €20700 και το κατέθεσε σε τράπεζα με επιτόκιο 5% , να υπολογίσετε για πόσο χρονικό διάστημα τοκίστηκε το κέρδος του, αν τελικά πήρε €22770.

4. (α) Αν σε τρίγωνο $\Delta AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $4R^2 \eta\mu A \eta\mu B - \beta^2 = 0$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- (β) Αν επιπλέον στο πιο πάνω τρίγωνο $\Delta AB\Gamma$ δίνονται $\gamma = 9\text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 120^\circ$, να υπολογίσετε τις πλευρές α και β του τριγώνου.
5. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος ($\lambda > 0$) ο τέταρτος όρος είναι εννιापλάσιος του έκτου όρου και ο έβδομος όρος είναι ίσος με τον λόγο της προόδου.
- (α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
- (β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της.
6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος $(K, 8\text{ cm})$, $\angle \hat{K}N = 60^\circ$, η AM είναι εφαπτομένη του κύκλου και $NM \perp AM$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Οι Εισηγήτριες:

Η Διευθύντρια

Δήμητρα Χρυσάνθου (Β.Δ.)

Βασιλική Τζάθα

Μαρία Ελευθερίου

Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1

9. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 27 + 18 + 12 + 8 + \dots$

10. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\log_2 16 - \log 0,01}{5\log_4 1 + \log_3 27}$

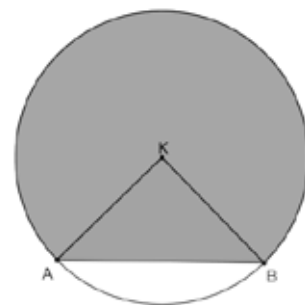
11. Κυκλικός τομέας έχει ακτίνα 10cm και επίκεντρη γωνία ίση με 72° . Να βρείτε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει: $a\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma + \beta\gamma\sigma\upsilon\nu\Lambda = 4R^2\eta\mu^2B$

13. Ο τρίτος όρος γεωμετρικής προόδου με $\lambda > 0$, είναι τετραπλάσιος του πρώτου της όρου, ενώ ο τέταρτος όρος της είναι 16. Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 510;

14. Σε ένα χωριό, το 30% των κατοίκων είναι άντρες και το 32% γυναίκες. Αν όλοι οι κάτοικοι του χωριού είναι 3100, να βρείτε πόσα είναι τα παιδιά.

15. Στο διπλανό σχήμα $R = 6\text{cm}$ και $\overset{\circ}{A}\overset{\circ}{K}\overset{\circ}{B} = 90^\circ$.
Να βρείτε το σκιασμένο εμβαδόν.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και του όγδοου όρου ισούται με 5 και ο ένατος όρος είναι τετραπλάσιος του πέμπτου όρου της. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των δώδεκα πρώτων όρων της.

2. α) Να λύσετε την εξίσωση: $4^{x+1} + 7 \times 2^x - 2 = 0$

β) Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $\alpha = 4\text{cm}$, $\overset{\circ}{B} = 30^\circ$ και $E = 4\sqrt{3}\text{cm}^2$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

3. Κάποιος κατέθεσε στην τράπεζα Α ένα κεφάλαιο τοκίζόμενο με επιτόκιο 2% για τρία χρόνια και στην τράπεζα Β κεφάλαιο ίσο με το προηγούμενο, τοκίζόμενο με επιτόκιο 3% για 8 μήνες. Τα δύο κεφάλαια-

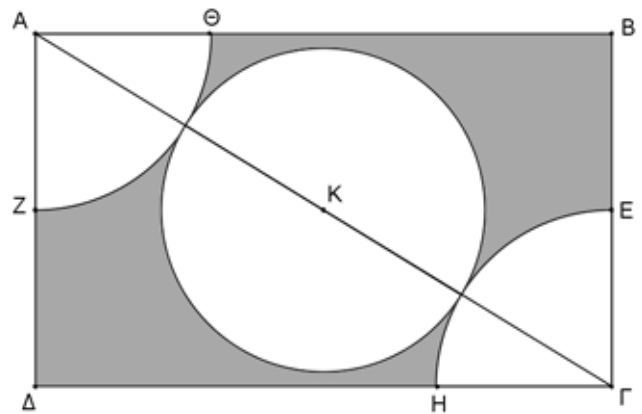
ια τοκίστηκαν με απλό τόκο και από την τράπεζα Α πήρε τόκο 2000€ περισσότερα από τον τόκο που πήρε από την τράπεζα Β. Να υπολογίσετε τον τόκο που πήρε και από τις δύο τράπεζες.

4. α) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\eta\mu B}{\eta\mu \Gamma} = \sin A$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\log x (\log x - 2) = 3$

5. Εισαγωγέας αγόρασε εμπόρευμα και πλήρωσε 8000€. Πλήρωσε επίσης 12% έξοδα μεταφοράς (στην τιμή αγοράς). Το εμπόρευμα πωλήθηκε προς 12687,36€. Στην τιμή αυτή συμπεριλαμβάνονται το κέρδους του εισαγωγέα καθώς και 18% Φ.Π.Α. Να βρείτε το ποσοστό κέρδους του εισαγωγέα.

6. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ, με πλάτος (ΑΔ)=6cm, διαγώνιο (ΑΓ)=10cm και Ε, Ζ τα μέσα των ΒΓ και ΑΔ αντίστοιχα. Με κέντρα τα Α και Γ και ακτίνες ΑΘ και ΓΕ, γράφουμε αντίστοιχα, τόξα ΖΘ και ΕΗ μέσα στο ορθογώνιο. Αν ο κύκλος με κέντρο το Κ εφάπτεται των δύο τόξων, να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ
Μ. Δημητρίου (Β.Δ.)
Α. Κεδarίτου
Κ. Σταματόπουλος
Α. Πετρίδης
Χ. Πιτσιλίδης

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Χ. Καραμανώλης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2013

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΩΡΑ: 07.45΄-10.15΄

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ(3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).

Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας τύπου Tippo-Ex.

Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις, χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης, δε θα λαμβάνονται υπόψη.

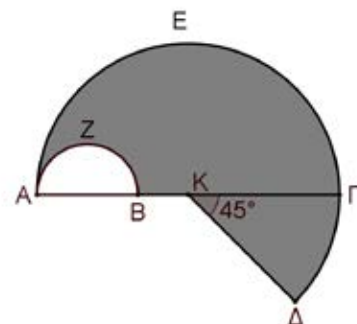
ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να υπολογίσετε το x : α) $2_1^x = 32$, β) $\langle \infty \rangle_3 =$.
2. Πόσο τόκο θα εισπράξει ο Κώστας, αν τοκίσει €7000 προς 4% με απλό τόκο, για 5 χρόνια.
3. Αν $x+2$, $2x-1$, $4x+1$,είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε το x και τη διαφορά της αριθμητικής προόδου.
4. Δίνεται η πρόοδος 2, 6, 18, 54,... . Να βρείτε το είδος της προόδου και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
5. Να λύσετε την εξίσωση: $\lg x + \lg 3 = \lg 27 - \lg x$.
6. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $144\pi \text{ cm}^2$.Να βρείτε:
α) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου,
β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 60° .

7. Να δείξετε ότι : $\frac{\lg_a a^4 + \lg_b 64}{\lg 90 - 2 \lg 3} = 6$.
8. Έμπορας πούλησε εμπόρευμα με κέρδος 35% πάνω στην αξία του και είσπραξε €27000. Ποια ήταν η αξία του εμπορεύματος;
9. Η απόσταση μεταξύ Λάρνακας – Λευκωσίας είναι 50km. Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των δύο πόλεων, σε χάρτη με κλίμακα 1: 250000.
10. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $a = 10\text{cm}$, $b = 5\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να βρείτε την πλευρά γ και τη γωνία Α.
11. Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο στην οποία ο δεύτερος και ο πέμπτος όρος έχουν άθροισμα 5, ενώ ο τρίτος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 17.
12. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\omega = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$.
13. Να λύσετε την εξίσωση: $25^x - 6 \times 5^x + 5 = 0$.
14. Οι ομόλογες πλευρές δύο όμοιων πολυγώνων είναι 5cm και 2cm. Η περίμετρος του ενός είναι 8cm μεγαλύτερη από το διπλάσιο της περιμέτρου του άλλου. Να βρείτε τις περιμέτρους των δύο πολυγώνων.
15. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:
 ΑΕΓ ημικύκλιο με κέντρο το Κ και διάμετρο ΑΓ=10cm,
 ΑΖΒ ημικύκλιο με διάμετρο ΑΒ=4cm και
 ΓΚΔ κυκλικός τομέας με επίκεντρη γωνία ΓΚΔ=45°.
 Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Ποιο κεφάλαιο τοκίστηκε με απλό τόκο για 5 χρόνια με επιτόκιο 4% και έγινε μαζί με τον τόκο του €14400;
2. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ, αν δίνονται $\alpha = \gamma\sqrt{3}$ και $\gamma = \beta$.

3. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος όρος της ισούται με δεκαοκτώ και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\frac{3}{2}$ του πρώτου όρου της.

(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο και
(β) Να βρείτε τον όγδοο όρο της.

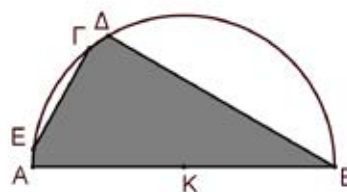
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log x - \log 2 = \log 3$

(β) Αν σε τρίγωνο ισχύει η σχέση $a \cdot \sin B \cdot \sin \Gamma = \frac{a^2}{4R}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

5. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους

αν ΔB ημικύκλιο με ακτίνα $KA=5\text{cm}$ και το μέτρο των τόξων $E\Gamma$ και ΔB είναι 45° και 120° αντίστοιχα.



6. Χονδρέμπορας αγόρασε εμπόρευμα αξίας €40000. Αφού έκανε έξοδα 10% , το πούλησε σε έμπορα με κέρδος 20%. Ακολούθως ο έμπορας το πούλησε με ζημιά 20%.Πόσα χρήματα είσπραξε τελικά ο έμπορας;

Ο Διευθυντής

Θεοχάρης Μασούρας.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 20 / 5 / 2013
ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο
(τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι)
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

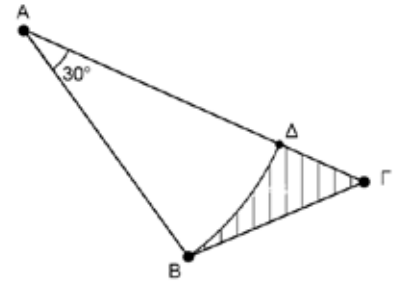
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

- 1) Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 3,7,11,15,... Να βρείτε:
(α) τη διαφορά της
(β) το δέκατο τρίτο όρο της
- 2) Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $49\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
(α) την ακτίνα του
(β) το μήκος της περιφέρειάς του
- 3) Πόσο τόκο δίνει κεφάλαιο €8000 τοκίζόμενο με απλό τόκο για 5 χρόνια με επιτόκιο 3%;
- 4) Ένα κινητό τηλέφωνο αξίας €380 πωλήθηκε με έκπτωση 20%. Ποια είναι η τιμή πώλησης του;
- 5) Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $\log(4x+2)=1$ (β) $3^{x-5}=9^4$
- 6) Οι πλευρές ενός τριγώνου $\triangle ABC$ είναι $a=5\text{cm}$, $b=7\text{cm}$ και $\gamma=8\text{cm}$. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}$.
- 7) Σε γεωμετρική πρόοδο, ο πρώτος όρος είναι $a_1=32$ και ο έκτος όρος $a_6=1$. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
- 8) Ένας πατέρας μοίρασε στα τρία παιδιά του €3600 ανάλογα με τις ηλικίες τους, που ήταν 6, 8 και 10 χρονών. Πόσα έδωσε σε κάθε παιδί του;

9) Αν σε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει η σχέση $2R \sin A (\beta - \alpha) = \gamma^2 - 2\alpha\gamma \cos B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

10) Αν οι αριθμοί $\log x$, $\frac{\log 12}{2}$, $\log(x-1)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε την τιμή του x .

11) Στο διπλανό σχήμα δίνεται τυχαίο τρίγωνο $\triangle ABC$ με πλευρές $AC=8$ cm, $AB=6$ cm και γωνία $\hat{A}=30^\circ$. Με κέντρο το σημείο A και ακτίνα την AB φέρουμε τόξο BD μέσα στο τρίγωνο, όπου D σημείο της AC. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής.

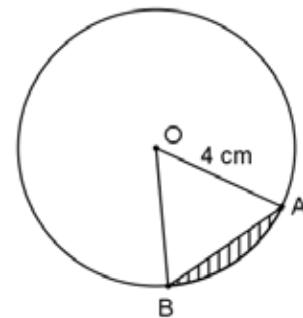


12) Να υπολογίσετε την παράσταση: $A = \log_a(3a) - \log_a 3 + \log_a a^3 - \log_a \sqrt{a}$

13) Δίνεται αριθμητική πρόοδος με όγδοο όρο $a_8 = -9$ και διαφορά $d = -2$. Αν το άθροισμα των n πρώτων όρων της είναι -16 , να βρείτε την τιμή του n .

14) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα 4 cm. Αν το εμβαδόν του κυκλικού τομέα OAB είναι $\frac{8\pi}{3}$ cm², να βρείτε:

- (α) την κεντρική γωνία $\hat{BOA}$
- (β) το εμβαδόν και την περίμετρο του κυκλικού τμήματος AB



15) Δίνεται τρίγωνο $\triangle ABC$. Αν $\gamma = 6$ cm, $\hat{B} = 60^\circ$ και η πλευρά α είναι κατά 2 cm μεγαλύτερη από την πλευρά β , να υπολογίσετε:

- (α) τις πλευρές α και β
- (β) το εμβαδόν του τριγώνου

ΜΕΡΟΣ Β

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.

- 1) Κάποιος είχε στη τράπεζα €340000. Μέσα στα πλαίσια των οικονομικών μέτρων, οι πρώτες €100000 στις καταθέσεις παρέμειναν αφορολόγητες, ενώ στις καταθέσεις πάνω από τις €100000 αποκόπηκε φόρος 37,5%. Μετά την επιβολή των μέτρων, αποφάσισε να πάρει τα χρήματα του από την τράπεζα. Τα μισά από αυτά τα μοίρασε στα παιδιά του. Με τα υπόλοιπα αγόρασε αυτοκίνητο €18800 και ένα οικοπέδο.

(α) Πόσα χρήματα πήρε από την τράπεζα μετά την αποκοπή του φόρου;

(β) Στη τιμή αγοράς του οικοπέδου συμπεριλαμβανόταν και 18% ΦΠΑ. Ποια ήταν η αξία του οικοπέδου χωρίς το ΦΠΑ;

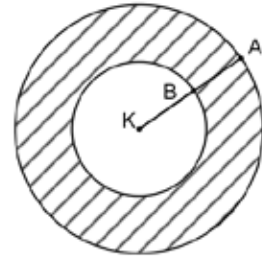
- 2) Ο πρώτος όρος μιας απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι η λύση της εξίσωσης $3^{2x} - 18 \times 3^x + 81 = 0$ και ο λόγος λ η τιμή της παράστασης $A = \frac{\log 32 - \log 4}{\log 64 + \log 8}$.

Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου.

- 3) Στο διπλανό σχήμα δίνονται οι ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο το Κ και ακτίνες $KA=R$ και $KB=r$.

(α) Αν E_1 το εμβαδόν του κύκλου (K, R) , E_2 το εμβαδόν του κύκλου (K, r) και $E_1 = 4 \times E_2$, να δείξετε ότι $R=2r$.

(β) Αν το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου δακτυλίου είναι $27\pi \text{ cm}^2$, να υπολογίσετε τις ακτίνες των δύο κύκλων.



- 4) Σε γεωμετρική πρόοδο, το άθροισμα των τριών πρώτων όρων της είναι 52 ($\Sigma_3 = 52$) και η διαφορά του πρώτου από τον τέταρτο είναι 104 ($a_4 - a_1 = 104$).

(α) Να σχηματίσετε την γεωμετρική πρόοδο.

(β) Να βρείτε τον πέμπτο όρο της (a_5).

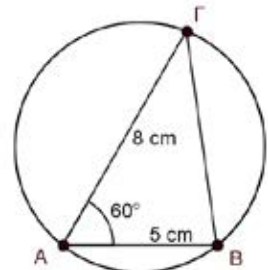
(γ) Ανάμεσα στους αριθμούς a_2 και a_5 να παρεμβάλετε άλλους 5 αριθμούς, ώστε όλοι μαζί να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

- 5) Τρίγωνο $\overset{D}{A}BG$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Αν $\overset{\cup}{A} = 60^\circ$, $\beta = 8 \text{ cm}$ και $\gamma = 5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε:

(α) την πλευρά α του τριγώνου

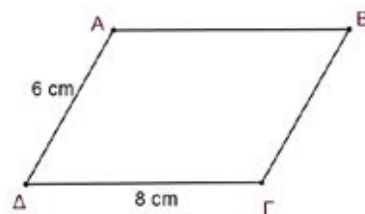
(β) την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου

(γ) το εμβαδόν του χωρίου που είναι μέσα στον κύκλο και έξω από το τρίγωνο



6) (α) Να λύσετε την εξίσωση: $\log x \times (2\log x - 5) = -2$

(β) Το διπλανό παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ έχει πλευρές ΔΓ=8 cm, ΑΔ=6 cm και εμβαδόν $E = 24\sqrt{2} \text{ cm}^2$. Να βρείτε τη γωνία $\hat{\Gamma}$.



ΤΕΛΟΣ

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Β.Δ. Κουρουζίδου Δ.

Πασκοπτή Σ.

Μιχαήλ Δ.

Φωτιάδου Κ.

Λοϊζιάς Σ.

Β.Δ. Έλληνας Π.

Σκαλιάς Γεώργιος

ΛΥΚΕΙΟ ΑΡΧΑΓΓΕΛΟΥ «ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΜΑΡΚΟΣ» ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2011-2012
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΤΑΞΗ: Β΄

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2012

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 7:45 – 10:15

ΒΑΘΜΟΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:.

1. Να λύσετε τις ασκήσεις πάνω στο γραπτό.
2. Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Οι αριθμοί $x - 1$, $3x$, $x + 9$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να υπολογίσετε το x .

-
2. Δίνεται κύκλος με διάμετρο 8 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κύκλου.

3. Η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 30 km και η κλίμακα του χάρτη είναι 1 : 50000. Να βρείτε την απόσταση των δύο πόλεων στο χάρτη σε εκατοστά.

4. Να λύσετε τις εξισώσεις: (a) $2^{3x-5} = 16$ (b) $\log_2 x = 4$

-
5. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €3660, αν τοκιστεί για 2 χρόνια και 4 μήνες με επιτόκιο 5%.

6. Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων ένα ψυγείο αξίας €650 πωλήθηκε με έκπτωση 20%. Να βρείτε την τιμή πώλησης του ψυγείου.

7. Να λύσετε την εξίσωση $\log(3x+5) - \log 2 = \log x + \log 4$.

-
8. Σε μια γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι 6 και ο έκτος όρος είναι 48. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

9. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\alpha = 10 \text{ cm}$, $\gamma = 10\sqrt{3} \text{ cm}$, $\hat{G} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε τη γωνία Α ($\hat{A} < 90^\circ$).

-
10. Να λύσετε την εξίσωση: $4^{x+1} = \frac{2^{3x+8}}{2^{\frac{1}{2}}}$

-
11. Πότε ένα πολύγωνο ονομάζεται κανονικό; Να υπολογίσετε τη γωνία κανονικού εξαγώνου.

12. Σε αριθμητική πρόοδο ο πρώτος και τρίτος όρος έχουν άθροισμα 6 και ο τέταρτος όρος είναι 11.
Να υπολογίσετε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της.

-
13. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής):

$$A = \frac{2\log_3 9 - \log_2 8 + \log_2 1}{\log_5 \frac{1}{25} + \log 0,1}$$

14. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\gamma = 2\alpha \sin B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

15. Κυκλικός τομέας 45° έχει εμβαδόν $8\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:

(α) την ακτίνα του κύκλου.

(β) την περίμετρό του κυκλικού τομέα.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ένα διαμέρισμα αξίας €30000 πωλήθηκε με έκπτωση 10%. Ο αγοραστής, αφού ξόδεψε €7000 για επιδιορθώσεις, το πούλησε με κέρδος 20% πάνω στο συνολικό κόστος. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του διαμερίσματος.

-
2. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $2 \times 4^x - 11 \times 2^x + 5 = 0$

(β) $\log x (\log x - 3) = 10$

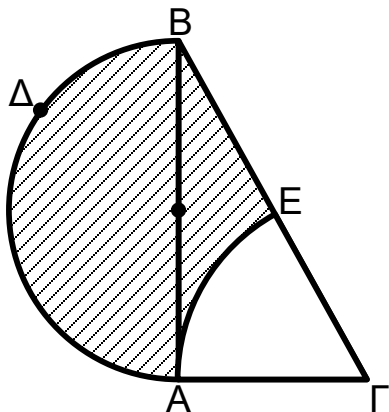
3. Σε μια γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος και ο έκτος όρος έχουν άθροισμα 68, ο τρίτος και ο έβδομος έχουν άθροισμα 34.
(α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.
(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της.

-
4. Ο κ. Ανδρέου τόκισε τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων του προς 6% και τα υπόλοιπα προς 8%. Αν σε 5 χρόνια πήρε συνολικά τόκους €3600, να βρείτε το ποσό των χρημάτων του.

5. (α) Να δείξετε ότι, σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση $E = \frac{\beta^2 \eta \mu \Lambda \eta \mu \Gamma}{2 \eta \mu B}$.

(β) Να δείξετε ότι αν σε ένα τρίγωνο ισχύει η σχέση $\eta \mu B \sigma \upsilon \nu B - \eta \mu \Gamma \sigma \upsilon \nu \Gamma = 0$ τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο ή ισοσκελές.

6. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, $AB = 4\text{ cm}$ και $A\Delta B$ ημικύκλιο. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



Η Διευθύντρια:

Χριστίνα Δ. Καρατζιά

ΛΥΚΕΙΟ ΑΚΡΟΠΟΛΕΩΣ	ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2012-2013
<u>ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2013</u>	
ΤΑΞΗ Β'	<u>ΒΑΘΜΟΣ</u>
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22 /05/2013	ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:
ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά	ΥΠΟΓΡΑΦΗ:
ΩΡΑ: 7:45 – 10:15	

ΟΝΟΜΑ:	ΤΜΗΜΑ:	ΑΡ.:
--------------	--------------	------------

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (για τα σχήματα επιτρέπεται η χρήση μολυβιού).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος : 13,18,23,28.....

Να βρείτε : α) το είδος της προόδου

β) τον τετρακοσιοστό πρώτο όρο της (a_{401}).

2. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €25000 το οποίο τοκίζεται με απλό τόκο προς 5% για 4 χρόνια.

3. Ένας φορητός υπολογιστής αξίας €600 πουλήθηκε με έκπτωση 25% πάνω στην αξία του. Να βρείτε την τιμή πώλησης του.

4. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) 2^{3x-4} = 32$$

$$\beta) \log_2 \sqrt{x} = 3$$

5. α) Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας κύκλου (K,R) με διάμετρο 4cm

β) Να βρείτε το εμβαδόν κυκλικού τομέα του κύκλου (K,R) με επίκεντρη γωνία 90° .

6. Να λύσετε την εξίσωση: $\lg x - \lg(x - 1) = \lg 2$

7. Οι αριθμοί x , 9, y αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί 4, x , 9 αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε τις τιμές του x και του y .

8. Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\beta = \sqrt{3} \text{ cm}$, $\gamma = 1 \text{ cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$.

9. Να υπολογίσετε το επιτόκιο το οποίο κεφάλαιο τοκίζόμενο με απλό τόκο για 10 χρόνια, επιφέρει τόκο όσο το αρχικό κεφάλαιο.

10. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $b\sin A + a\sin B = g$

11. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $S = -1 + 8 - \frac{1}{2} + 4 - \frac{1}{4} + 2 - \frac{1}{8} + 1 \dots\dots\dots$

12. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{(\log_2 4)^2 - \log_4 1 + \log 2}{(\log_2 2 + 1)^3 + \log 4}$, χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής.

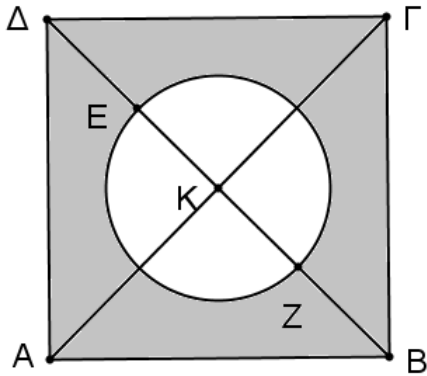
13. Σε γεωμετρική πρόοδο ο τέταρτος όρος είναι τριπλάσιος του τρίτου όρου. Το άθροισμα του πρώτου και του έκτου όρου είναι 244.
- α) Να σχηματίσετε την πρόοδο,
 - β) Να βρείτε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

14. Σε ένα τοπογραφικό σχέδιο με κλίμακα 1:5000 ένα οικοπέδο έχει σχήμα ορθογωνίου τραπεζίου με $\overset{\circ}{\underset{\circ}{A}} = \overset{\circ}{\underset{\circ}{D}} = 90^\circ$, $AB=3\text{cm}$, $B\Gamma=5\text{cm}$ και $\Delta A=4\text{cm}$. Να βρείτε:

α) την πραγματική περίμετρο του οικοπέδου σε m

β) το πραγματικό εμβαδόν του οικοπέδου σε m^2 .

15. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται κύκλος (K,R) και τετράγωνο ΑΒΓΔ με διαγώνιο $B\Delta = 4\sqrt{2}$ cm, $\Delta E = BZ = \sqrt{2}$ cm. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις : α) $\log_2 [\log_3 (x - 1)] = 2$

β) $4^{x+1} - 64 \cdot 2^x = 0$

2. Ένας Ευρωπαίος κτηματομεσίτης πώλησε σπίτι αξίας €180000 με κέρδος 30%. Ο αγοραστής ξόδεψε ακόμα €16000 για επιδιορθώσεις και τελικά αποφάσισε να πουλήσει το σπίτι. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του σπιτιού για να έχει ο αγοραστής κέρδος 20%, αν στην τιμή πώλησης περιλαμβάνεται και 20% Φ.Π.Α.

3. Σε αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο το a_1 και διαφορά d , ο τρίτος όρος είναι τριπλάσιος του πρώτου όρου και $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 300$

α) Να δείξετε ότι $a_1 = d$

β) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

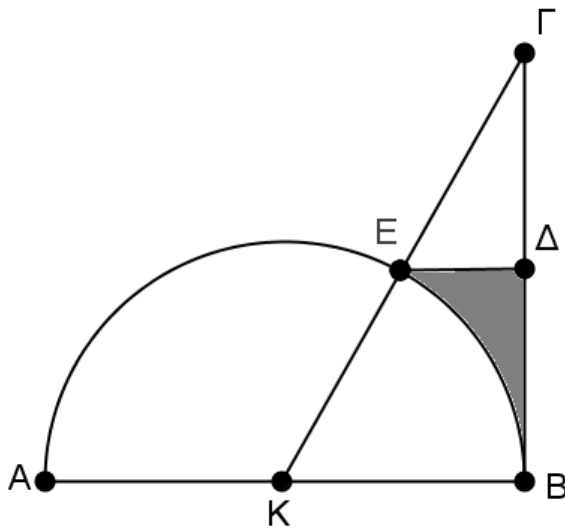
γ) Να παρεμβάλετε 3 όρους μεταξύ του a_1 και του a_{16} ώστε να σχηματίζουν όλοι μαζί γεωμετρική πρόοδο.

4. Ο κύριος Πέτρος κληρονόμησε €800000 και αφού πλήρωσε το 20% στο φόρο, αποφάσισε να επενδύσει τα υπόλοιπα ως εξής: Τόκισε το $\frac{1}{4}$ των χρημάτων του προς 8% για δύο χρόνια, και τα υπόλοιπα προς 6% για δύο χρόνια. Τα χρήματα που πήρε από τους τόκους αποφάσισε να τα μοιράσει στα τρία του παιδιά Γιάννη, Μιχάλη και Αντώνη ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 3,5, 8 χρονών αντίστοιχα.
Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε το κάθε ένα από τα τρία του παιδιά.

5. α) Ισοσκελές τρίγωνο $\triangle ABC$ με $\angle C = 120^\circ$ έχει εμβαδόν $E = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$.
 Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές του τριγώνου.

- β) Να αποδείξετε ότι αν σε τρίγωνο ABC ισχύει: $a^2 - 2bcsin A = 4R^2(1 - \sin G)(1 + \sin G)$
 τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $AB=12\text{cm}$ και ορθογώνιο τρίγωνο KBG με $\hat{B}=90^\circ$ και $\hat{G}=30^\circ$. Αν E και Δ τα μέσα των πλευρών KG και BG αντίστοιχα, να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μικτόγραμμου τριγώνου $E\Delta B$.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΔΕΥΤΕΡΑ 20/05/2013

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.
-

1. Η διάμετρος κύκλου είναι 6 cm. Να υπολογίσετε:

- α) Το εμβαδόν του κύκλου.
- β) Το μήκος της περιφέρειας του κύκλου.

2. Να δείξετε ότι $\log 32 + \log 5 - 4 \log 2 = 1$.

3. Υπολογιστής στοιχίζει στον εισαγωγέα €400. Αν αυτός θέλει να τον πουλήσει με κέρδος 20% πάνω στην τιμή κόστους, ποια θα είναι η τιμή πώλησής του;

4. Σε Αριθμητική Πρόοδο δίνονται $a_1 = -3$ και $a_{20} = 92$. Να βρείτε:

- α) Τη διαφορά (δ) της προόδου.
- β) Το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

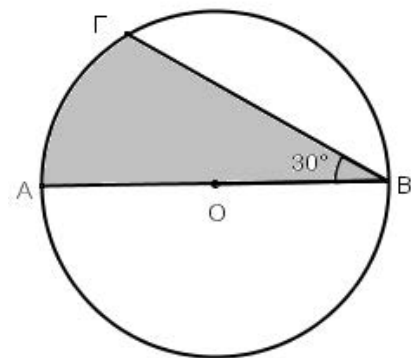
5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

- α) $\log_2 16 = x$
- β) $3^{x+1} = 81$

6. Να βρείτε το ποσό που πρέπει να καταθέσει κάποιος στην τράπεζα για 5 χρόνια με επιτόκιο 2% με απλό τόκο, έτσι ώστε να πάρει τόκο €500.

7. Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$.

8. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $\alpha=6\text{ cm}$, $\beta=2\text{ cm}$ και $\hat{\Gamma}=120^\circ$. Να υπολογίσετε:
- Το εμβαδόν του τριγώνου.
 - Την πλευρά γ του τριγώνου.
9. Αυτοκίνητο κοστίζει σε εισαγωγέα €11400 και το πωλεί σε πελάτη με έκπτωση 25% στην τιμή κόστους. Αν στην τιμή πώλησης συμπεριληφθεί ο Φ.Π.Α. 18% , να βρείτε πόσα θα πληρώσει ο πελάτης τελικά.
10. Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο τρίτος όρος είναι ίσος με 8 και ο έβδομος όρος είναι ίσος με 128. Να βρείτε:
- Τον πρώτο όρο (a_1) και το λόγο (λ) της προόδου.
 - Το άθροισμα των πρώτων 10 όρων της αν $\lambda < 0$.
11. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 60° είναι $6\pi\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω (συναρτήσει του π):
- Το μήκος τόξου του κυκλικού τομέα.
 - Την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
12. Αν οι αριθμοί $6-x$, $x+1$, $2x$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου και οι αριθμοί ψ , $x+2$, 4ψ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου, να υπολογίσετε τις τιμές των x και ψ .
13. Να λύσετε την εξίσωση $\log x(\log x+2)=\log_2 24-\log_2 3$.
14. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $\alpha=2\gamma$, $\hat{B}=60^\circ$ και $E=8\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές και όλες τις γωνίες του τριγώνου.
15. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε το σκιασμένο εμβαδόν, αν το μήκος του τόξου ΑΓ είναι $\frac{4\pi}{3}\text{ cm}$ και $\hat{B}=30^\circ$.
(Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π)



ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Κάποιος τόκισε δυο κεφάλαια σε δυο διαφορετικούς τραπεζικούς λογαριασμούς. Το ένα κεφάλαιο το τόκισε για 2 χρόνια προς 4% και το άλλο κεφάλαιο που ήταν διπλάσιο ποσό από το πρώτο, το τόκισε για 1 χρόνο και 3 μήνες προς 8%. Αν πήρε συνολικά τόκους €1792, να βρείτε τα δυο κεφάλαια.

2. Σε Αριθμητική Πρόοδο, ο πέμπτος όρος είναι τριπλάσιος από το δεύτερο όρο και ο έβδομος όρος είναι έξι μονάδες μεγαλύτερος από το διπλάσιο του τρίτου.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

β) Να βρείτε το άθροισμα $a_{21} + a_{22} + \dots + a_{30}$.

3. α) Αν οι πλευρές α, β, γ ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου, να δείξετε ότι $2\eta\mu B = \eta\mu A + \eta\mu \Gamma$.

β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\frac{\sin A}{\alpha} = \frac{\sin \Gamma}{\gamma}$, να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

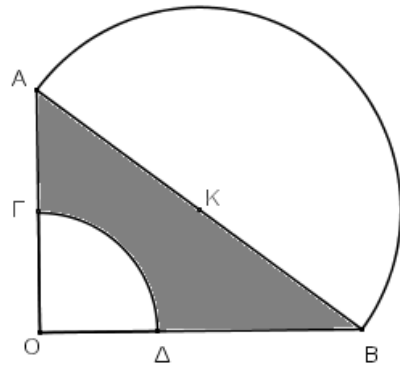
α) $2 \times 25^x - 7 \times 5^x - 15 = 0$

β) $\log x + \log x^2 + \log x^4 + \dots + \log x^{512} = 2046$

5. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο AOB με $\hat{O} = 90^\circ$, $OA = 6 \text{ cm}$ και $\Gamma O \Delta$ κυκλικός τομέας που γράφτηκε με κέντρο το O και ακτίνα την OG . Αν το σημείο Γ είναι το μέσο της OA και το ημικύκλιο με διάμετρο AB έχει εμβαδόν $\frac{25}{2}\pi \text{ cm}^2$, να βρείτε:

α) Το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.

β) Την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



6. Σε μια οικία αξίας €320000 έγιναν επιδιορθώσεις €30000. Οι ιδιοκτήτες πώλησαν την οικία με κέρδος 5% πάνω στην τελική τιμή κόστους. Από τα χρήματα που πήραν κράτησαν το 40% για τους ίδιους και τα υπόλοιπα χρήματα τα μοίρασαν στα δύο παιδιά τους ανάλογα με τις ηλικίες τους, που ήταν πέντε και δέκα χρονών. Να βρείτε τα πιο κάτω:

α) Την τιμή που πουλήθηκε η οικία.

β) Το ποσό που κράτησαν οι ιδιοκτήτες.

γ) Το ποσό που πήρε το κάθε παιδί.

Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου-Τσιελεπή

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΔΕΥΤΕΡΑ 20/05/2013

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.
-

1. Η διάμετρος κύκλου είναι 6 cm. Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν του κύκλου.

β) Το μήκος της περιφέρειας του κύκλου.

2. Να δείξετε ότι $\log 32 + \log 5 - 4 \log 2 = 1$.

3. Υπολογιστής στοιχίζει στον εισαγωγέα €400. Αν αυτός θέλει να τον πουλήσει με κέρδος 20% πάνω στην τιμή κόστους, ποια θα είναι η τιμή πώλησής του;

4. Σε Αριθμητική Πρόοδο δίνονται $a_1 = -3$ και $a_{20} = 92$. Να βρείτε:

α) Τη διαφορά (δ) της προόδου.

β) Το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

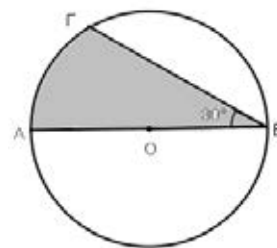
α) $\log_2 16 = x$

β) $3^{x+1} = 81$

6. Να βρείτε το ποσό που πρέπει να καταθέσει κάποιος στην τράπεζα για 5 χρόνια με επιτόκιο 2% με απλό τόκο, έτσι ώστε να πάρει τόκο €500.

7. Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$.

8. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $\alpha=6\text{ cm}$, $\beta=2\text{ cm}$ και $\hat{\Gamma}=120^\circ$. Να υπολογίσετε:
- Το εμβαδόν του τριγώνου.
 - Την πλευρά γ του τριγώνου.
9. Αυτοκίνητο κοστίζει σε εισαγωγέα €11400 και το πωλεί σε πελάτη με έκπτωση 25% στην τιμή κόστους. Αν στην τιμή πώλησης συμπεριληφθεί ο Φ.Π.Α. 18% , να βρείτε πόσα θα πληρώσει ο πελάτης τελικά.
10. Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο τρίτος όρος είναι ίσος με 8 και ο έβδομος όρος είναι ίσος με 128. Να βρείτε:
- Τον πρώτο όρο (α_1) και το λόγο (λ) της προόδου.
 - Το άθροισμα των πρώτων 10 όρων της αν $\lambda < 0$.
11. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 60° είναι $6\pi\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω (συναρτήσει του π):
- Το μήκος τόξου του κυκλικού τομέα.
 - Την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
12. Αν οι αριθμοί $6-x$, $x+1$, $2x$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου και οι αριθμοί ψ , $x+2$, 4ψ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου, να υπολογίσετε τις τιμές των x και ψ .
13. Να λύσετε την εξίσωση $\log x(\log x+2)=\log_2 24-\log_2 3$.
14. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $\alpha=2\gamma$, $\hat{B}=60^\circ$ και $E=8\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές και όλες τις γωνίες του τριγώνου.



15. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε το σκιασμένο εμβαδόν, αν το μήκος του τόξου AG είναι $\frac{4\pi}{3}\text{ cm}$ και $\hat{B}=30^\circ$.
(Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π)

ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.
-

1. Κάποιος τόκισε δυο κεφάλαια σε δυο διαφορετικούς τραπεζικούς λογαριασμούς. Το ένα κεφάλαιο το τόκισε για 2 χρόνια προς 4% και το άλλο κεφάλαιο που ήταν διπλάσιο ποσό από το πρώτο, το τόκισε για 1 χρόνο και 3 μήνες προς 8%. Αν πήρε συνολικά τόκους €1792, να βρείτε τα δυο κεφάλαια.

2. Σε Αριθμητική Πρόοδο, ο πέμπτος όρος είναι τριπλάσιος από το δεύτερο όρο και ο έβδομος όρος είναι έξι μονάδες μεγαλύτερος από το διπλάσιο του τρίτου.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

β) Να βρείτε το άθροισμα $a_{21} + a_{22} + \dots + a_{30}$.

3. α) Αν οι πλευρές α, β, γ ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου, να δείξετε ότι $2\eta\mu\beta = \eta\mu\alpha + \eta\mu\gamma$.

β) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\frac{\sin\alpha}{\alpha} = \frac{\sin\gamma}{\gamma}$, να βρείτε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

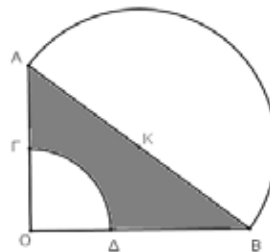
α) $2 \times 25^x - 7 \times 5^x - 15 = 0$

β) $\log x + \log x^2 + \log x^4 + \dots + \log x^{512} = 2046$

5. Στο πιο κάτω σχήμα, δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΟΒ με $\hat{O} = 90^\circ$, $OA = 6 \text{ cm}$ και ΓΟΔ κυκλικός τομέας που γράφτηκε με κέντρο το Ο και ακτίνα την ΟΓ. Αν το σημείο Γ είναι το μέσο της ΟΑ και το ημικύκλιο με διάμετρο ΑΒ έχει εμβαδόν $\frac{25}{2}\pi \text{ cm}^2$, να βρείτε:

α) Το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.

β) Την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



6. Σε μια οικία αξίας €320000 έγιναν επιδιορθώσεις €30000. Οι ιδιοκτήτες πώλησαν την οικία με κέρδος 5% πάνω στην τελική τιμή κόστους. Από τα χρήματα που πήραν κράτησαν το 40% για τους ίδιους και τα υπόλοιπα χρήματα τα μοίρασαν στα δύο παιδιά τους ανάλογα με τις ηλικίες τους, που ήταν πέντε και δέκα χρονών. Να βρείτε τα πιο κάτω:

α) Την τιμή που πουλήθηκε η οικία.

β) Το ποσό που κράτησαν οι ιδιοκτήτες.

γ) Το ποσό που πήρε το κάθε παιδί.

Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου-Τσιελεπή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23/05/2013
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Βαθμός:
Ολογράφως:
Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **10** σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλέ (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Πόσο τόκο δίνουν €320 αν τοκιστούν προς 5% για 4 χρόνια;

2. Αν $c - 2$, c , $2c - 1$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου να βρείτε το c .

3. Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων ένα ψυγείο €850 πωλήθηκε με έκπτωση 20%. Να βρείτε την τιμή πώλησης του ψυγείου.

4. Να σχηματίσετε γεωμετρική πρόοδο που έχει πρώτο όρο 13 και τέταρτο όρο 351.

5. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{1 \lg 200 - 2 \lg 5}{1 \lg 2 + 1 \lg 4}$$

6. Να βρείτε το χ :

α) $\log_{\chi} 16 = 2$

β) $\frac{3^{2\chi-2}}{5^{\frac{1}{\chi}}}= \frac{9}{25}$

7. Η διάμετρος ενός κύκλου είναι 6 cm. Να βρείτε (συναρτήσει του π):

α) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου

β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 120° , στον πιο πάνω κύκλο.

8. Να υπολογίσετε την οξεία γωνία B τριγώνου ABΓ με $\alpha = 5 \text{ cm}$, $\gamma = 8 \text{ cm}$ και $E=10\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

9. Να υπολογίσετε την περίμετρο του πιο κάτω σχήματος $\frac{ae}{e} = \frac{22}{7} \frac{\ddot{o}}{\div}$.

10. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση:

$$(b - a)h\eta\mathfrak{C} + (a - g)h\eta\mathfrak{B} - (b - g)h\eta\mathfrak{A} = 0.$$

11. Έμπορος αγοράζει εμπόρευμα και πληρώνει €41000. Έχει έξοδα 14% πάνω στην τιμή αγοράς και το πωλεί με ζημιά 20% πάνω στο κόστος. Πόσα θα πωλήσει το εμπόρευμα;

12. Η ρίζα της εξίσωσης $9^x - 8 \times 3^x - 9 = 0$ είναι ο πρώτος όρος αριθμητικής προόδου της οποίας το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της ισούται με 14. Να βρείτε τη διαφορά της Α.Π..

13. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $hmG = 2hmA \times \sin B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

14. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{1}{2^4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{1}{8}$

15. Στο σχήμα υπάρχουν τέσσερις ίσοι κύκλοι. Οι κύκλοι εφάπτονται των πλευρών του τετραγώνου και επίσης, εφάπτονται ο ένας κύκλος με τον άλλο. Οι κορυφές του μικρού τετραγώνου είναι τα κέντρα των τεσσάρων κύκλων. Η περίμετρος του μικρού τετραγώνου είναι 40 cm. Να υπολογίσετε το σκιασμένο εμβαδόν.

ΜΕΡΟΣ Β : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Έμπορος εισάγει 200 πλυντήρια με συνολικό κόστος €35000 και τα πωλεί με κέρδος 20% πάνω στο κόστος τους. Πόσα θα στοιχίσει στον καταναλωτή ένα πλυντήριο, αν πληρώσει επιπλέον 15% Φ.Π.Α ;

2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\alpha = 10 \text{ cm}$, $\beta = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

α) Να το επιλύσετε.

β) Να βρείτε το εμβαδόν του.

γ) Να βρείτε την περίμετρο του.

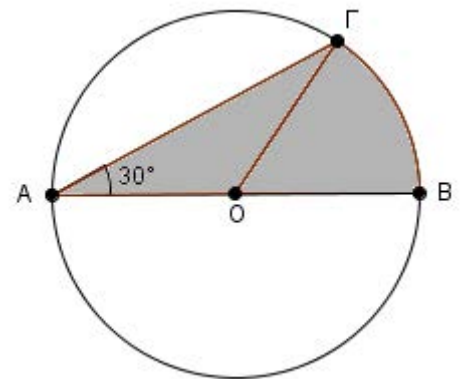
3. α) Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της είναι 20, ενώ το άθροισμα του τέταρτου και του όγδοου όρου της είναι 8. Να βρείτε το δέκατο τρίτο όρο της.
- β) Να παρεμβάλετε 5 αριθμούς μεταξύ των αριθμών 3 και 192, ώστε να σχηματίζουν όλοι μαζί γεωμετρική πρόοδο.

4. Μαθητής ρωτήθηκε να βρει τον τόκο που φέρει ένα ποσό χρημάτων σε 4 χρόνια και 6 μήνες προς 9%. Ο μαθητής κατά λάθος βρήκε τον τόκο των χρημάτων σε 6 χρόνια και 6 μήνες προς 6% με αποτέλεσμα ο τόκος που βρήκε να είναι κατά €60 μικρότερος του πραγματικού. Να βρείτε το κεφάλαιο που τοκίστηκε.

5. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (O, R) με διάμετρο

$AB = 12\text{cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους

(συναρτήσει του π).



6. α) Να λύσετε την εξίσωση $\log x (3\log x - 7) + 2 = 0$

β) Να αποδείξετε (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής) την πιο κάτω σχέση:

$$\frac{3\log_4 1 + \log_3 27 - \log_2 16}{\log_2 \frac{27}{8} + 2} = 1$$

Ο Διευθυντής

Ζαχαριάδης Σπύρος



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/05/2013

ΧΡΟΝΟΣ: 2 $\frac{1}{2}$ ώρες

ΤΑΞΗ: Β' Κοινού Κορμού

ΩΡΑ: 7:45

- ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Να γράψετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
(δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες

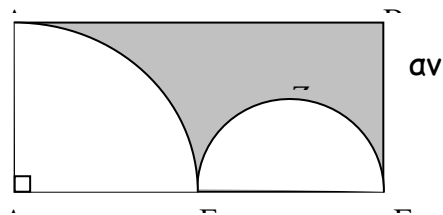
ΜΕΡΟΣ Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου είναι 18π cm. Να βρείτε:
α) Την ακτίνα του κύκλου.
β) Το εμβαδόν του κύκλου.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $2^{x+1} = 2$
β) $\log_2 32 = x$.
3. Κάποιος αγόρασε τηλεόραση αξίας €500. Πόσα θα πληρώσει για την τηλεόραση αν γίνει έκπτωση 25%;
4. Να βρείτε τον εικοστό όρο αριθμητικής προόδου στην οποία $a_1 = -3$ και $\delta = 3$.
5. Οι αριθμοί $x - 4$, x , $x + 2$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να υπολογίσετε την τιμή του x .
6. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\frac{\log 8 + \log 4}{1 - \log 5}$
7. Να βρείτε το Κεφάλαιο K που τοκίζόμενο με απλό τόκο για 5 χρόνια προς 8% γίνεται με το τόκο του €2800.
8. Σε γεωμετρική πρόοδο ο 2^{ος} όρος είναι 6 και ο 5^{ος} όρος 162. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
9. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\gamma \times \sin A + \alpha \times \sin \Gamma = \beta$

10. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $a\eta\mu A + b\eta\mu B = 2R\eta\mu^2\Gamma$ να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

11. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής, $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο με διαστάσεις 6cm και 12cm. Ε μέσο της $\Delta\Gamma$, $A\Delta E$ κυκλικός τομέας και $E\Delta\Gamma$ ημικύκλιο.



12. Να λύσετε την εξίσωση: $2\log x - \log(2x) = 2$.
13. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας 30° που βρίσκεται σε κύκλο ακτίνας 6cm.
14. Να βρείτε το κεφάλαιο που πρέπει να τοκίσει κάποιος με ανατοκισμό προς 5% για 10 χρόνια ώστε να πάρει στη λήξη €15000.
15. Έμπορος εισάγει 200 πλυντήρια με συνολικό κόστος €35000 και τα πωλεί με κέρδος 20%. Πόσα θα στοιχίσει στον καταναλωτή ένα πλυντήριο, αν πληρώσει επιπλέον 15% Φ.Π.Α;

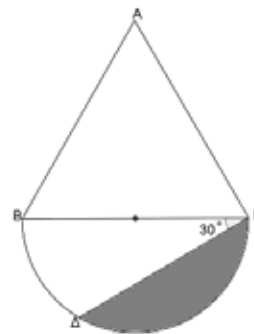
ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο $2^{\text{ος}}$ και ο $8^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 28 ενώ ο $3^{\text{ος}}$ και ο $5^{\text{ος}}$ έχουν άθροισμα 24. Να βρείτε:
α) Τον πρώτο όρο a_1 και τη διαφορά δ της αριθμητικής προόδου.
β) Το πλήθος n των πρώτων όρων της προόδου αυτής που δίνουν άθροισμα $\Sigma_n = 500$
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $49^x - 3 \cdot 7^x = -2$
β) $\log[\log(x^2 - 2x + 2)] = 0$.
3. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος ισούται με το μισό του αθροίσματος των άπειρων όρων της. Αν το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 9, να βρείτε:
α) τον πρώτο όρο και το λόγο της προόδου
β) το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

4. Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν δίνονται : $E=18\sqrt{3}\text{ cm}^2$, $\alpha = 12^\circ$, $\beta = 6\sqrt{3}^\circ$ και $\hat{\Gamma} < 90^\circ$.

5. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων του προς 6% για 3 χρόνια και 8 μήνες και τα υπόλοιπα προς 5% για 5 χρόνια. Αν στο τέλος πήρε συνολικά τόκους €13 800, να βρείτε πόσα ήταν αρχικά τα χρήματα του.

6 Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$, με εμβαδόν $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Με διάμετρο την $B\Gamma$ σχηματίζουμε ημικύκλιο $B\Delta\Gamma$ και φέρνουμε τη χορδή $\Gamma\Delta$, έτσι ώστε $\hat{B\Gamma\Delta} = 30^\circ$. Να δείξετε ότι η πλευρά του $AB\Gamma$ ισούται με 6 cm και να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους, συναρτήσει του π .



Ο
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2013**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Τάξη: Β΄ Κοινού Κορμού**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21 ΜΑΙΟΥ 2013

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2:30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Αν οι αριθμοί $3k$, $k + 4$, $k - 2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε το k .
- 2) Ένα είδος γιουρτιού περιέχει 2,5% λιπαρά. Να βρείτε πόσα γραμμάρια λιπαρών περιέχουν 500 γραμμάρια γιουρτιού.
- 3) Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας του κύκλου, αν γνωρίζουμε ότι η ακτίνα του ισούται με 5cm.
- 4) Να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της προόδου $2, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{32}, \dots$
- 5) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνεται ότι $AB=16\text{cm}$, $B\Gamma=20\text{cm}$ και $\eta\mu B=\frac{1}{4}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
- 6) Ο κύριος Γιώργος κατάθεσε στην Τράπεζα το ποσό των 1500 ευρώ. Σε ένα χρόνο εισέπραξε μαζί με τους τόκους 1575 ευρώ. Να βρείτε το επιτόκιο που τόκισε τα χρήματά του;
- 7) Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - i. $3^{2x} = \frac{1}{27}$
 - ii. $\log_3(2x+1) = 2$
- 8) Κάποιος αγόρασε ένα αυτοκίνητο για € 6000 και το πούλησε με κέρδος 25%. Με τα χρήματα που πήρε αγόρασε ένα άλλο αυτοκίνητο που το πούλησε με ζημιά 25%. Τελικά κέρδισε ή ζημίωσε και πόσα;

9) Σε κύκλο με ακτίνα 10 cm το εμβαδόν κυκλικού τομέα είναι $10\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:

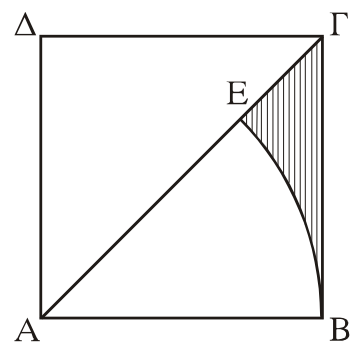
- i. Την επίκεντρη γωνία του κυκλικού τομέα
- ii. Την περίμετρο του κυκλικού τομέα

10) Να λύσετε την εξίσωση $2 \times 4^x - 5 \times 2^x + 2 = 0$

11) Ο πρώτος όρος αριθμητικής προόδου είναι ίσος με 2 και ο 7^{ος} όρος της είναι ίσος με 20. Να βρείτε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της προόδου.

12) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 4R^2 (\eta\mu^2 A + \eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma)$

13) Στο διπλανό σχήμα δίνεται το τετράγωνο ABΓΔ, του οποίου το μήκος της διαγωνίου ΑΓ είναι $6\sqrt{2} \text{ cm}$. Με κέντρο την κορυφή Α και ακτίνα ΑΒ γράφουμε τόξο κύκλου που τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε. Να βρείτε:



- i. Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής
- ii. Την περίμετρο του μiktόγραμμου τριγώνου ΕΒΓ

14) Να βρείτε τις τιμές του x ώστε οι αριθμοί $1/ogx$, 2 , $3 + 1/ogx$ να αποτελούν διαδοχικούς όρους Γεωμετρικής Προόδου.

15) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει $\hat{A} = 30^\circ$, $\gamma = 2\alpha$, να δείξετε ότι:

- i. το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και
- ii. $b = a\sqrt{3}$

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να βρείτε τον πέμπτο όρο αριθμητικής προόδου αν γνωρίζουμε ότι $a_8 = 51$ και $\Sigma_{17} = 986$.

2) Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 2 χρόνια ως εξής. Τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου προς 5% και το υπόλοιπο προς 3%. Να βρείτε ποιο ήταν το αρχικό κεφάλαιο αν πήρε συνολικά €840 τόκους;

3) Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $\beta=4\text{cm}$, $\gamma=4\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{A}=30^\circ$.

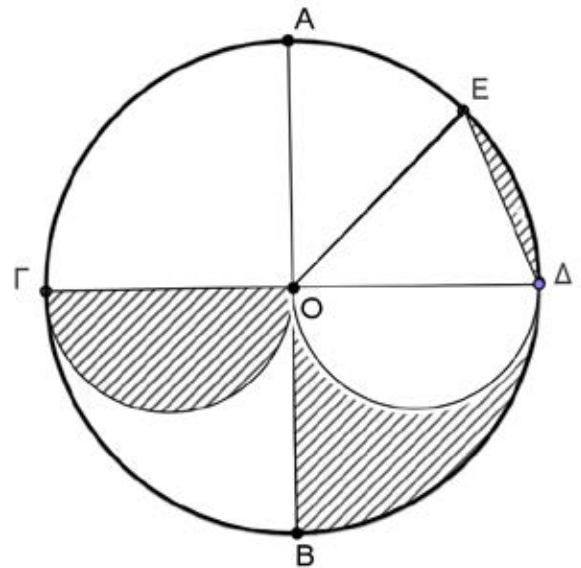
- i. Να επιλύσετε το τρίγωνο
- ii. Να βρείτε το εμβαδόν του.

4) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i. $\log(x+3) - \log(x-1) = 2 - \log 50$

ii. $2^{x+1} + 3 \times 2^{x-2} = -1 + 6 \times 2^{x-1}$

5) Στο διπλανό σχήμα AB και ΓΔ είναι δύο κάθετες διαμέτροι κύκλου (O,R) με $AB=8\text{cm}$. Με διάμετρο ΟΓ γράφουμε μέσα στο τεταρτοκύκλιο ΒΟΓ ημικύκλιο. Με διάμετρο ΟΔ γράφουμε μέσα στο τεταρτοκύκλιο ΒΟΔ ημικύκλιο. Φέρουμε την ΟΕ διχοτόμο της γωνίας ΑÔΔ. Να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



- 6) i) Εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα και πλήρωσε 15000 ευρώ. Αν είχε επιπλέον μεταφορικά έξοδα 15% του κόστους των εμπορευμάτων, να βρείτε το συνολικό κόστος των εμπορευμάτων για τον εισαγωγέα.
- ii) Αν το εμπόρευμα πωλήθηκε προς 24219 ευρώ και σε αυτή την τιμή συμπεριλαμβανόταν και ΦΠΑ 17%, να βρείτε ποιό ήταν το ποσοστό κέρδους του εισαγωγέα;

Ο Διευθυντής

Κύπρος Παναγή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 21 - 5- 2013****ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ΩΡΕΣ**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (Α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(Β) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι - Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι
(Γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

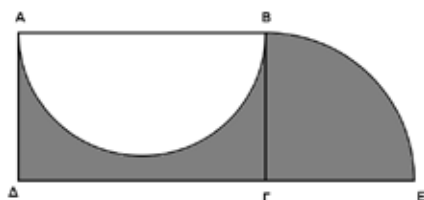
ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ τις 12.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Πόσο τόκο θα πάρουμε αν τοκίσουμε €8000 για 3 χρόνια με επιτόκιο 4% ;
2. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{2x-7} = 27$.
3. Σε αριθμητική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι 3 και ο όγδοος είναι 17. Να βρείτε:
α) την πρόοδο και
β) το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
4. Κύκλος έχει ακτίνα 5cm. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του.
5. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $a = 7cm$, $g = 7\sqrt{3}cm$ και $\hat{G} = 60^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες Α , Β και την πλευρά β .
6. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$\frac{\log 27 - \log \frac{1}{27}}{\log 3}$$
 .

7. Αν 2χ , χ , $\chi-4$ αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου να βρείτε:
 α) Το χ αν $\chi > 0$
 β) Τον έκτο όρο της
8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(c-2) + \log 3 = \log(7c+2) - \log 5$.
9. Ο Κώστας αγόρασε εμπόρευμα αξίας €11000. Πλήρωσε τον ΦΠΑ και η τιμή ανήλθε στις €12650. Να βρείτε το ποσοστό (%) του συντελεστή ΦΠΑ.
10. Σε τρίγωνο ABΓ είναι $E = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $a = 12 \text{ cm}$ και $g = 6\sqrt{3} \text{ cm}$. Να βρείτε τη γωνία B ($\hat{B} < 90^\circ$) και την πλευρά β του τριγώνου.
11. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $3 - 2 + \frac{4}{3} - \frac{8}{9} + \dots$
12. Να λύσετε την εξίσωση: $2 \times 4^x - 5 \times 2^x + 2 = 0$.
13. Την περίοδο των εκπτώσεων ένα κατάστημα ηλεκτρονικών ειδών μειώνει τις τιμές του κατά 15%.
 α) Πόσο θα πωλείται ένα ψυγείο που πριν τις εκπτώσεις στοίχιζε €720;
 β) Πόσο στοίχιζε μια τηλεόραση πριν τις εκπτώσεις αν πουλήθηκε €425;
14. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{b \sin A + a \sin B}{g^2} = \frac{1}{g}$.
15. Στο πιο κάτω σχήμα το ABΓΔ είναι ορθογώνιο με AB=20 cm και BΓ=12 cm. Με κέντρο την κορυφή Γ του ορθογώνιου και ακτίνα την πλευρά BΓ γράφουμε τόξο $\widehat{BE} = 90^\circ$ (σχήμα) έξω από το ορθογώνιο. Με διάμετρο την πλευρά AB του ορθογώνιου γράφουμε ημικύκλιο μέσα στο ορθογώνιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους. (Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π)



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε γεωμετρική πρόοδο ο έβδομος όρος είναι ίσος με το διπλάσιο του έκτου όρου και η διαφορά του τρίτου από τον πέμπτον όρο είναι ίση με 48 .

(α) Να βρείτε τον πρώτο όρο και το λόγο της

(β) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

(γ) Να βρείτε το άθροισμα των επτά πρώτων όρων της .

2. Ένας εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα για τα οποία πλήρωσε επιπλέον 25% επί της αξίας τους για μεταφορικά. Στην συνέχεια τα πώλησε με κέρδος 10% και εισέπραξε €34375. Να υπολογίσετε:

α) το κέρδος που είχε από την πώληση των εμπορευμάτων

β) την αρχική αξία των εμπορευμάτων

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

a) $\log_x(3\log_x - 7) + 2 = 0$

b) $5^{\log x} - 3 - 10 \times 5^{-\log x} = 0$

4. α) Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\hat{B} = 30^\circ$ και $\gamma = 2\beta$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}, \hat{G}$ του

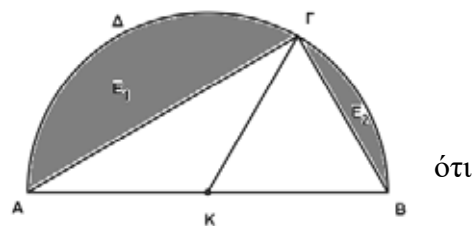
τριγώνου και να δείξετε ότι $E = \frac{b^2 \sqrt{3}}{2}$.

β) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 60^\circ$, να δείξετε ότι: $(\alpha + \gamma + \beta)(\alpha + \gamma - \beta) = 3\alpha\gamma$.

5. (α) Σε αριθμητική πρόοδο ο πέμπτος και ο τρίτος όρος έχουν άθροισμα 27 ενώ ο τέταρτος όρος είναι τριπλάσιος του πρώτου όρου. Να υπολογίσετε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
- (β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha \sin B + \beta \sin A = 2R$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

6. Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος και K το κέντρο του ημικυκλίου. Αν $AB = 16\text{cm}$ και η BΓ είναι ίση με την ακτίνα του ημικυκλίου να δείξετε ισχύει η σχέση:

$$E_1 - E_2 = \frac{1}{2} E_{\text{κ.τομή AKGD}}$$



- ΤΕΛΟΣ -

Εισηγητές:

Αριστοδήμου Χρύσω Β.Δ.

Κωνσταντίνου Δημήτρης

Μυλωνάς Γιώργος

Κτωρή Αντώνης

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ανδρονίκου Κυριακή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΤΑΞΗ: Β' Ενιαίου Λυκείου

Ημερομηνία: 28/05/2013

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν και με μολύβι.)
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

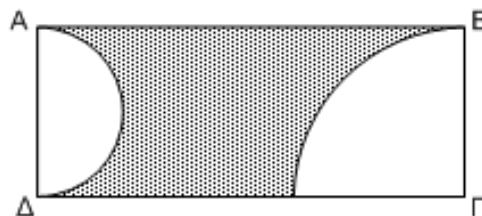
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

- Δίνεται η αριθμητική πρόοδος: 5, 8, 11, 14,...
Να βρείτε:
α) τη διαφορά της και
β) τον εικοστό πρώτο όρο της
- Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι $12\pi \text{ cm}$. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του και
β) το εμβαδόν του
- Κάποιος αγόρασε είδη αξίας €1200 για τα οποία ο συντελεστής Φ.Π.Α. ήταν 15%. Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
 $\alpha) 2^{2x-1} = 32$ $\beta) \log x = -2$
- Οι αριθμοί $x+15$, $2x+3$, -3 αποτελούν τρεις διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να βρείτε το x .
- Ένας καταστηματούχος πώλησε μια τηλεόραση με κέρδος 20% πάνω στην αρχική της αξία και εισέπραξε €720. Ποια ήταν η αρχική αξία της τηλεόρασης;
- Να δείξετε ότι: $\frac{2 \log 8 - \log 4}{\log \sqrt{2}} = 8$

8. Σε γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος της ισούται με 6 και ο έκτος όρος της ισούται με 162. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

9. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται : $\beta = 2 \text{ cm}$, $\gamma = \sqrt{2} \text{ cm}$ και $\hat{A} = 45^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο ABΓΔ με διαστάσεις (AB)=20 cm και (BΓ)=8 cm. Με κέντρο την κορυφή Γ και ακτίνα BΓ γράφουμε τόξο και με διάμετρο την ΑΔ γράφουμε ημικύκλιο μέσα στο ορθογώνιο. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



11. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x+3) + \log(x-2) = 1 + \log 5$

12. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο, το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι διπλάσιο του πρώτου όρου της και ο τρίτος όρος της είναι 8. Να βρείτε το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της προόδου.

13. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο με απλό τόκο προς 6% για 7 χρόνια γίνεται μαζί με τον τόκο του €4970;

14. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\beta \sin \Gamma + \gamma \sin B = a$

15. Σε κύκλο με διάμετρο AB=2R φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B. Από το σημείο A φέρουμε ευθεία η οποία τέμνει τον κύκλο στο σημείο Δ και την εφαπτομένη στο σημείο Γ. Αν η γωνία $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 60^\circ$, να βρείτε το εμβαδόν του μεικτόγραμμου τριγώνου ΔBΓ συναρτήσει του R.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της ισούται με 29 και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της ισούται με 175. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

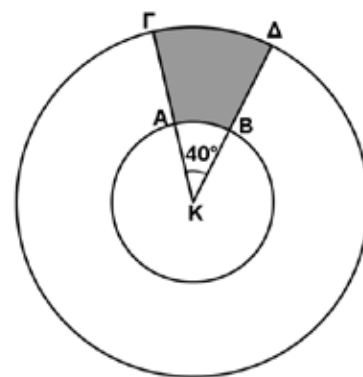
2. Να λύσετε την εξίσωση: $2 \times 4^x - 5 \times 2^x + 2 = 0$

3. Κάποιος κέρδισε στο λόττο €52000. Του αποκόπηκε φόρος 25% και έδωσε σε χρέη €1300. Τα λεφτά που του έμειναν τα μοίρασε στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 16, 18 και 24 χρονών.
Να βρείτε: α) πόσο φόρο πλήρωσε και
β) πόσα πήρε το κάθε παιδί του

4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται : $\alpha = 2\beta$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και $E = 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$
Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές του τριγώνου.

5. Ένας έμπορος πούλησε μερικά εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά μαζί με το Φ.Π.Α. €24150. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α., με συντελεστή 15%, κατάθεσε τα υπόλοιπα χρήματα στην τράπεζα ως εξής: Τα $\frac{3}{7}$ των χρημάτων προς 5% και τα υπόλοιπα προς 8%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικά τόκο €4230;

6. Στο διπλανό σχήμα δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο Κ και ακτίνες 4 cm και 12 cm. Να υπολογίσετε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** της σκιασμένης επιφάνειας.



Η Διευθύντρια

Παναγιώτα Χρυσοχού-Αναστασιάδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κοινού Κορμού
ΤΑΞΗ : Β' Κοινού κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2013
ΧΡΟΝΟΣ: 2.30'
ΩΡΑ: 7.45 π.μ.

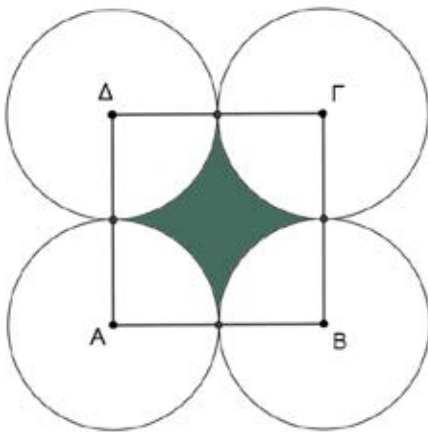
ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε μόνο με μπλέ ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Μεταφέρετε τα σχήματα στο φύλλο των λύσεών σας.
5. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 5cm$. Να βρείτε:
(α) το μήκος του και
(β) το εμβαδόν του.
2. Δίνεται η Αριθμητική Πρόοδος -2, 1, 4, 7... Να βρείτε τον δέκατο όρο της.
3. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{3x-1} = 4$
4. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν € 4000 αν τοκιστούν προς 3,5% για 27 μήνες.
5. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x - \log(x - 2) = \log 3$
6. Δίνεται Γεωμετρική Πρόοδος με $\alpha_1 = \frac{1}{2}$ και $\alpha_2 = \frac{1}{6}$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της.
7. Δίνεται κύκλος με περίμετρο 10π cm. Να βρείτε :
(α) την ακτίνα του,
(β) το μήκος του τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία $\mu = 90^\circ$ και
(γ) το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού τομέα.
8. Αγόρασε κάποιος ηλεκτρικά είδη και πλήρωσε συνολικά μαζί με το Φ.Π.Α. €2088.
Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 16%, να υπολογίσετε την αξία των εμπορευμάτων χωρίς το Φ.Π.Α..
9. Κάποιος πούλησε εμπόρευμα με ζημιά 30% και εισέπραξε €5600. Ποιά ήταν η αξία του εμπορεύματος;

10. Αν οι αριθμοί $\log_x 2$, $\frac{3}{2}$, $\log_x 4$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου, να βρείτε το x .
11. Σε Αριθμητική Πρόοδο δίνεται ότι $a_{25} = 70$ και $\delta = 3$. Να βρείτε:
- (α) τον πρώτο όρο και
- (β) το άθροισμα των πρώτων εικοσιπέντε όρων της, Σ_{25} .
12. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 45^\circ$, $\hat{B} = 60^\circ$ και $\beta = 3\sqrt{2}$. Να υπολογίσετε:
- (α) την πλευρά α και
- (β) το εμβαδόν του τριγώνου.
13. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\sin A = \frac{\gamma}{2\beta}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
14. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $E = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\beta = 5 \text{ cm}$ και $\gamma = 4 \text{ cm}$. Εάν $\hat{A} < 90^\circ$, να βρείτε την γωνία Α και την πλευρά α .
15. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ότι η πλευρά του τετραγώνου ΑΒΓΔ είναι 10 cm. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.**Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και του όγδοου όρου είναι 0 και το άθροισμα του δεύτερου και του έβδομου όρου της είναι 3.
(α) Να σχηματίσετε την Αριθμητική Πρόοδο.
(β) Πόσους όρους πρέπει να πάρουμε για να έχουμε άθροισμα 0;
(γ) Μια Γεωμετρική Πρόοδος έχει τον ίδιο πρώτο όρο με την Αριθμητική Πρόοδο. Αν $\lambda = 2$ να βρείτε το άθροισμα των πρώτων πέντε όρων της Γεωμετρικής Προόδου.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις :
(α) $2^{2x+1} - 9 \times 2^x + 4 = 0$
(β) $\log x + \log(x - 3) = 1 + \log(2x) - 2\log 2$
3. Κάποιος τόκισε τα $\frac{3}{5}$ του κεφαλαίου του σε τράπεζα και με το υπόλοιπο αγόρασε μετοχές. Μετά από 5 χρόνια πούλησε τις μετοχές του και έβγαλε κέρδος 30%.
(α) Να βρείτε το επιτόκιο με το οποίο τόκισε τα χρήματά του αν γνωρίζετε ότι το κέρδος από τις μετοχές ήταν διπλάσιο από τον τόκο που πήρε σε 5 χρόνια.
(β) Αν ο τόκος που πήρε ήταν €6000, να βρείτε το συνολικό κεφάλαιο που είχε.
4. Στα πλαίσια του μνημονίου που πρόσφατα υπέγραψε η Κυπριακή Κυβέρνηση προβλέπονται έκτακτες συνεισφορές των δημοσίων υπαλλήλων από την 1^η Ιουνίου 2013, σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα.

Μηνιαίος Μισθός	Ποσοστό Μείωσης
Μέχρι €1000	0,8%
Από €1001 έως €1500	7,3%
Από €1501 έως €2000	9,3%
Από €2001 έως €3000	10,5%

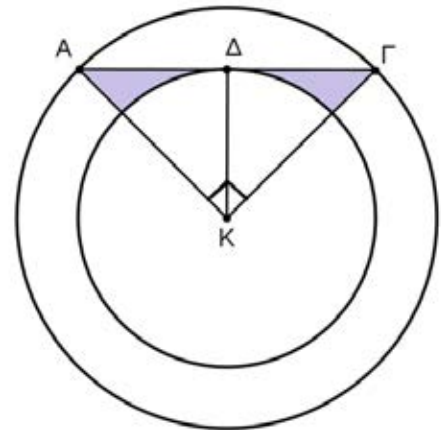
Εάν ο μηνιαίος μισθός του κ.Νίκου και της κας Άντρης ήταν €2200 και €1800 αντίστοιχα, να βρείτε:

- (α) ποιος θα είναι ο νέος τους μισθός από τον Ιούνιο του 2013 και
- (β) πόσο τοις εκατό θα είναι η συνολική μείωση του μισθού του καθενός.

5. (α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $\alpha = \sqrt{76} \text{ cm}$, $\beta = 10 \text{ cm}$ και $\gamma = 4 \text{ cm}$. Να βρείτε τη γωνία Α και το εμβαδόν του τριγώνου.

(β) Αν σε ένα τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\gamma \times \mu\Gamma + \beta \times \mu\text{B} = 2R \times \mu^2\text{A}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

6. Στο διπλανό σχήμα οι δυο κύκλοι είναι ομόκεντροι και οι αντίστοιχες ακτίνες τους είναι $\text{K}\Delta = 6 \text{ cm}$ και $\text{K}\Gamma = 6\sqrt{2} \text{ cm}$. Το ΑΓ εφάπτεται στον κύκλο $(\text{K}, \text{K}\Delta)$ και $\widehat{\text{A}\text{K}\Gamma} = 90^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



Η Διευθύντρια

Χρυστάλλα Νικολαΐδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ : Β΄

Ημερομηνία: 20/05/2013

Χρόνος : 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
β) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

■ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες. ■

ΜΕΡΟΣ Α΄: α) Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12 .
β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 (πέντε) μονάδες.

- Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 2 , 7 , 12 , 17 , Να βρείτε:
α) Το δέκατο όγδοο όρο της (a_{18}) .
β) Το άθροισμα των δεκαοκτώ πρώτων όρων της.
- Μια τηλεόραση πωλείται με έκπτωση 14% , πάνω στην αξία της , στην τιμή των €860 .
Να βρείτε την αρχική αξία της τηλεόρασης.
- Να βρείτε την τιμή του x , χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:
α) $3^{x+6} = 81^x$ (β) $\log 80 - 3\log 2 + \log_5 5 = x$
- Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x + 7$, x , $x - 2$, να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής πρόοδου.
- Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €6000 τοκίζόμενο με απλό τόκο προς 7% για ένα χρόνο και 3 μήνες.
- Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι ίσο με 16π cm . Να βρείτε:
α) Το μήκος της ακτίνας του κύκλου.
β) Το μήκος τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 45° .
- Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται : $a = 4\sqrt{3}$ cm , $\gamma = 4$ cm και $\widehat{B} = 30^\circ$. Να βρείτε την πλευρά β και τις γωνίες Α και Γ του τριγώνου.
- Σε γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι ίσος με 3 και ο έκτος όρος είναι ίσος με 96.
α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.
β) Να βρείτε πόσοι όροι έχουν άθροισμα 1533.

9. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση : $\alpha\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma + \beta\gamma\sigma\upsilon\nu A = 4R^2\eta\mu^2B$.

10. Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση , χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής:

$$3\log_4 64 - 8\log_\alpha \left(\frac{1}{\sqrt[4]{\alpha^3}}\right) - 10\log_2 2\sqrt{2} = \log_7 1.$$

11. Το εμβαδό κύκλου (K, R) είναι ίσο με $36\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδό ενός κυκλικού τομέα ,που ανήκει στον κύκλο , είναι ίσο με $14\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:

α) Την επίκεντρη γωνία στην οποία αντιστοιχεί ο κυκλικός τομέας.

β) Την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

12. Να βρείτε την τιμή του x , ώστε οι αριθμοί 1 , $\log\sqrt{x+7}$, $\log(x-2)$, να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

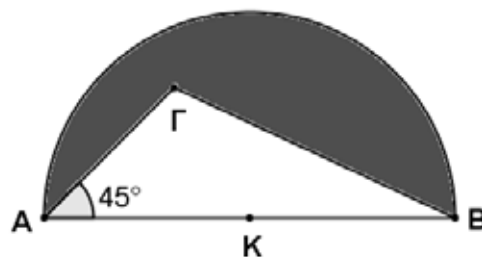
13. Να βρείτε την τιμή του x , αν $\frac{x}{3} + \frac{x}{9} + \frac{x}{27} + \dots = 4$.

14. Να λύσετε την εξίσωση : $2^{\log x(\log x - 2)} = 8$.

15. Στο σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB και τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά $A\Gamma = 6\text{cm}$ και γωνία $\hat{A} = 45^\circ$.

Αν το εμβαδό του τριγώνου είναι ίσο με $21\sqrt{2} \text{ cm}^2$,

να βρείτε το εμβαδό της σκιασμένης επιφάνειας.



ΜΕΡΟΣ Β΄: α) Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 (δέκα) μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο πέμπτος όρος της είναι ίσος με 14 και ο έβδομος όρος είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου της.

α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της προόδου.

2. Να λύσετε την εξίσωση : $\log(3 \cdot 9^x + 1) = \log 4 + x \cdot \log 3$

3. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ($\lambda > 0$), το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι ίσο με 128 και το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της είναι ίσο με 120.
 α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.
 β) Μεταξύ του πρώτου και του έβδομου όρου της γεωμετρικής προόδου, να παρεμβάλετε 6 αριθμούς ώστε όλοι μαζί να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

4. Ο κύριος Πέτρος πούλησε ένα χωράφι και τα χρήματα που πήρε τα διέθεσε ως εξής:

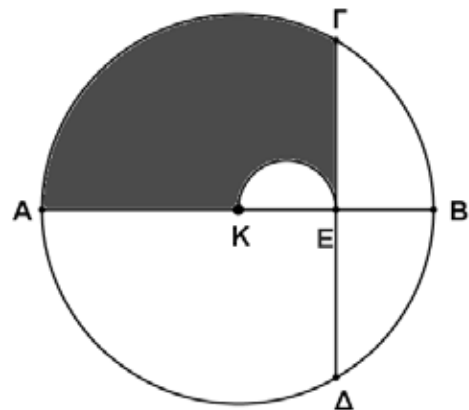
Τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων τα κατέθεσε στην τράπεζα προς 6% , με απλό τόκο και σε

2 χρόνια έγιναν με τους τόκους €20160. Τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα τρία του εγγόνια ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 18, 20 και 22 χρονών αντίστοιχα .

Να βρείτε :

- α) Πόσα χρήματα πήρε ο κύριος Πέτρος από την πώληση του χωραφιού.
 β) Πόσα χρήματα πήρε το καθένα από τα εγγόνια του.
5. α) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A \sin \Gamma + \eta\mu \Gamma \sin A = 1$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
 β) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται : $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, $\gamma = \alpha\sqrt{3}\text{cm}$ και $E = 2\sqrt{3}\text{cm}^2$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και διάμετρο AB . Η χορδή $\Gamma\Delta$ είναι πλευρά ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο και είναι κάθετη στην AB . Το τόξο KE είναι ημικύκλιο με διάμετρο την KE . Αν $\Gamma\Delta = 4\sqrt{3}\text{cm}$, να βρείτε το εμβαδό και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσικάρης



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 16/05/2013

ΧΡΟΝΟΣ: 2 $\frac{1}{2}$ ώρες

ΤΑΞΗ: Β' Κοινού Κορμού

ΩΡΑ: 7:45

- ΟΔΗΓΙΕΣ: (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Να γράψετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
(δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες

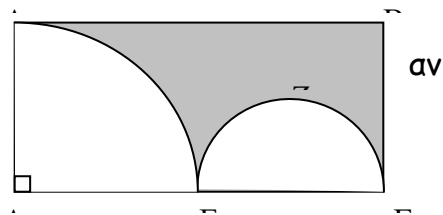
ΜΕΡΟΣ Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες .

1. Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου είναι 18π cm. Να βρείτε:
α) Την ακτίνα του κύκλου.
β) Το εμβαδόν του κύκλου.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $2^{x+1} = 2$
β) $\log_2 32 = x$.
3. Κάποιος αγόρασε τηλεόραση αξίας €500. Πόσα θα πληρώσει για την τηλεόραση αν γίνει έκπτωση 25%;
4. Να βρείτε τον εικοστό όρο αριθμητικής προόδου στην οποία $a_1 = -3$ και $\delta = 3$.
5. Οι αριθμοί $x - 4$, x , $x + 2$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να υπολογίσετε την τιμή του x .
6. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\frac{\log 8 + \log 4}{1 - \log 5}$
7. Να βρείτε το Κεφάλαιο K που τοκίζόμενο με απλό τόκο για 5 χρόνια προς 8% γίνεται με το τόκο του €2800.
8. Σε γεωμετρική πρόοδο ο 2^{ος} όρος είναι 6 και ο 5^{ος} όρος 162. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
9. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\gamma \times \sin A + \alpha \times \sin \Gamma = \beta$

10. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $a\eta\mu A + b\eta\mu B = 2R\eta\mu^2\Gamma$ να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

11. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής, $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο με διαστάσεις 6cm και 12cm
Ε μέσο της $\Delta\Gamma$, $A\Delta E$ κυκλικός τομέας και $E\Delta\Gamma$ ημικύκλιο.



12. Να λύσετε την εξίσωση: $2\log x - \log(2x) = 2$.
13. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας 30° που βρίσκεται σε κύκλο ακτίνας 6cm.
14. Να βρείτε το κεφάλαιο που πρέπει να τοκίσει κάποιος με ανατοκισμό προς 5% για 10 χρόνια ώστε να πάρει στη λήξη €15000.
15. Έμπορος εισάγει 200 πλυντήρια με συνολικό κόστος €35000 και τα πωλεί με κέρδος 20%. Πόσα θα στοιχίσει στον καταναλωτή ένα πλυντήριο, αν πληρώσει επιπλέον 15% Φ.Π.Α;

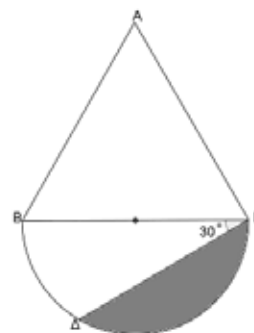
ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο $2^{\text{ος}}$ και ο $8^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 28 ενώ ο $3^{\text{ος}}$ και ο $5^{\text{ος}}$ έχουν άθροισμα 24. Να βρείτε:
α) Τον πρώτο όρο a_1 και τη διαφορά δ της αριθμητικής προόδου.
β) Το πλήθος n των πρώτων όρων της προόδου αυτής που δίνουν άθροισμα $\Sigma_n = 500$
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $49^x - 3 \cdot 7^x = -2$
β) $\log[\log(x^2 - 2x + 2)] = 0$.
3. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος ισούται με το μισό του αθροίσματος των άπειρων όρων της. Αν το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 9, να βρείτε:
α) τον πρώτο όρο και το λόγο της προόδου
β) το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

4. Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν δίνονται : $E=18\sqrt{3}\text{ cm}^2$, $\alpha = 12^\circ$, $\beta = 6\sqrt{3}^\circ$ και $\hat{\Gamma} < 90^\circ$.

5. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων του προς 6% για 3 χρόνια και 8 μήνες και τα υπόλοιπα προς 5% για 5 χρόνια. Αν στο τέλος πήρε συνολικά τόκους €13 800, να βρείτε πόσα ήταν αρχικά τα χρήματα του.

6 Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$, με εμβαδόν $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$. Με διάμετρο την $B\Gamma$ σχηματίζουμε ημικύκλιο $B\Delta\Gamma$ και φέρνουμε τη χορδή $\Gamma\Delta$, έτσι ώστε $\hat{B\Gamma\Delta} = 30^\circ$. Να δείξετε ότι η πλευρά του $AB\Gamma$ ισούται με 6 cm και να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους, συναρτήσει του π .



Ο
ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03/06/2013

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- (β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- (γ) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
- (δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στις κόλλες (όπου χρειάζεται).
- (ε) Το γραπτό αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

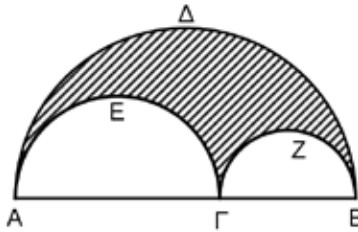
ΜΕΡΟΣ Α' (ΜΟΝΑΔΕΣ 60/100):**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.**

1. Δίνεται κύκλος με ακτίνα 10 cm . Να βρείτε:
 - (α) το εμβαδόν του και
 - (β) το μήκος τόξου του, γωνίας 18° .
2. Δίνεται η πρόοδος 3, 7, 11, 15,... Να βρείτε:
 - (α) το είδος της προόδου και τον εικοστό όρο της (a_{20}).
 - (β) το άθροισμα των δεκαεπτά πρώτων όρων της (S_{17}).
3. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - (α) $\log_3 x = 4$
 - (β) $7^{3x-5} = 1$
4. Έμπορος πώλησε εμπόρευμα με κέρδος 20% πάνω στην αξία του και εισέπραξε €5400. Πόση ήταν η αξία του εμπορεύματος;
5. Αν $3x - 4$, $2x + 5$, $3x + 2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε την τιμή του x .
6. Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο που έχει $S_4 = 16$ και $a_2 = 4$.
7. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(2x + 5) + \log 3 = \log(70x + 50) - 1$

8. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABG ($\hat{G} < 90^\circ$) αν δίνονται : $\hat{B} = 60^\circ$, $b = \sqrt{3} \text{ cm}$ και $g = 1 \text{ cm}$.

9. Να αποδείξετε (χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής) τη σχέση: $\frac{2/\log 2 + 1/\log 9}{1/\log 12 - 1/\log 2} = 2$

10. Στο διπλανό σχήμα $AG = 12 \text{ cm}$, $AB = 20 \text{ cm}$ και ADB , AEG , GZB ημικύκλια. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



11. Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $ABGD$ με βάσεις $AB = 5 \text{ cm}$ και $DG = 11 \text{ cm}$ και μη παράλληλες πλευρές $AD = BG = 5 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου.

12. Αν σε τρίγωνο ABG ισχύει η σχέση: $b \sin A = a \sin B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

13. Αν ο $2^{\text{ος}}$ όρος γεωμετρικής προόδου είναι ίσος με 10 και ο $5^{\text{ος}}$ όρος της είναι ίσος με 80, να βρείτε το λόγο της και το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της (με χρήση τύπων).

14. Ένα κοστούμι κοστίζει € 400. Την περίοδο των εκπτώσεων το κατάστημα το πωλεί 25% φθηνότερα. Πόσο θα μας κοστίσει τελικά, αν το αγοράσουμε την περίοδο των εκπτώσεων πληρώνοντας επιπλέον 15% Φ.Π.Α. στην τιμή αγοράς;

15. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα με επίκεντρη γωνία 120° είναι $27\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας του κύκλου στο οποίο βρίσκεται ο τομέας αυτός.

ΜΕΡΟΣ Β' (ΜΟΝΑΔΕΣ 40/100):

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

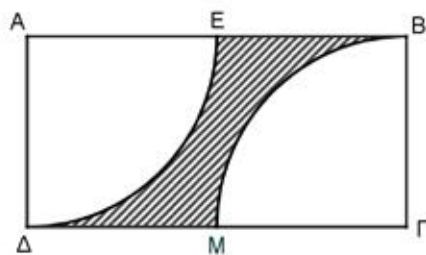
1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $25^x - 3 \times 5^x - 10 = 0$

(β) $2/\log^2 x + 1/\log x = 1$

2. (α) Η Άννα, ο Μάριος και ο Ερμής θα μοιραστούν €120 ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 4, 6 και 10 χρονών αντίστοιχα. Να βρείτε πόσα θα πάρει ο καθένας.
 (β) Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί 2, 4^x , 32 να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
3. Ο έβδομος όρος αριθμητικής προόδου είναι ίσος με 27. Το άθροισμα του δεύτερου και του πέμπτου όρου είναι ίσο με 26.
 Να βρείτε (με χρήση τύπων):
 (α) τον όρο της προόδου που ισούται με 43,
 (β) πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να πάρουμε άθροισμα 136.
4. (α) Αν σε ένα τρίγωνο ABG ισχύει η σχέση $b \sin G - g \sin B = a$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
 (β) Αν το τρίγωνο ABG έχει πλευρές $b = 8 \text{ cm}$, $g = 7 \text{ cm}$ και εμβαδόν $E = 14\sqrt{3} \text{ cm}^2$, να βρείτε τη γωνία A ($A < 90^\circ$) και την πλευρά a .
5. (α) Ένας φοιτητής αγόρασε ένα ψυγείο με έκπτωση 20%. Αν η αξία του ψυγείου ήταν €300, να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε ο φοιτητής.
 (β) Κάποιος τόκισε τα $\frac{3}{5}$ ενός κεφαλαίου K προς 4% και το υπόλοιπο προς 5% και εισέπραξε μετά από δύο χρόνια συνολικό τόκο €1760. Να βρείτε το κεφάλαιο K .

6. Δίνεται ορθογώνιο $ABGD$ με διαστάσεις $AB = 8 \text{ cm}$ και $BG = 4 \text{ cm}$. Με κέντρα τις κορυφές και ακτίνα 4 cm γράφουμε τόξα DE και BM μέσα ορθογώνιο. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους.



A, G
στο

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

Νεόφυτος Παπαϊωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Β΄ κοινού κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 20/05/2013

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2:30΄

ΩΡΑ: 7:45 - 10:15 π.μ

Οδηγίες:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράφετε με μελάνι μαύρο ή μπλε. Τα σχήματα με μολύβι.
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

A1. Να υπολογίσετε το x στις παρακάτω ισότητες.

(α) $\log_5 125 = x$ (β) $2^{x+5} = 4$

A2. Δίνεται η πρόοδος με πρώτους όρους: 3, 7, 11, 15, Να βρείτε:

- (α) το είδος της προόδου.
- (β) το δέκατο πέμπτον όρο της.

A3. Το 25% των μαθητών μιας τάξης ασχολείται με τον αθλητισμό. Αν η τάξη έχει 24 μαθητές, να βρείτε πόσοι από αυτούς ασχολούνται με τον αθλητισμό.

A4. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €12000 αν τοκιστούν για 9 μήνες με επιτόκιο 6%.

A5. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $100\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα γωνίας 70° συναρτήσει του π .

A6. Ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής κοστίζει €1500. Αν στα €1500 περιλαμβάνεται Φ.Π.Α 18%, να βρείτε την τιμή του ηλεκτρονικού υπολογιστή χωρίς Φ.Π.Α.

A7. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x - 7 \times 2^x + 10 = 0$

A8. Να δείξετε ότι: $\frac{2\log_2 16 - \log_3 27 + \log_5 1}{\log_5 25 + \log 10} = \frac{5}{3}$

A9. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABC ισχύει η σχέση:

$$a \times (\beta \sin G - \gamma \sin B) = \beta^2 - \gamma^2$$

A10. Γεωμετρική πρόοδος έχει δεύτερο όρο $a_2 = 4$ και έβδομο όρο $a_7 = \frac{1}{8}$. Να

βρείτε: (α) Τον λόγο και τον πρώτο όρο της προόδου

(β) Τον πέμπτο όρο της.

A11. Σε αρχιτεκτονικό σχέδιο που έγινε με κλίμακα 1: 20 το μήκος ενός διαδρόμου είναι 12cm και το εμβαδόν ενός δωματίου είναι 64cm^2 .

Να βρείτε: α) το πραγματικό μήκος του διαδρόμου

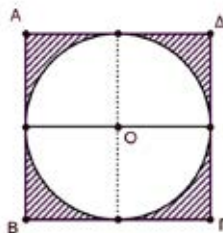
β) το πραγματικό εμβαδόν του δωματίου.

A12. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο η διαφορά του δεύτερου όρου από τον πρώτο είναι 8 και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι 32. Να βρείτε τον πέμπτο όρο της.

A13. Να λύσετε τη εξίσωση: $\log(3x + 2) - \log(x + 2) = \log x$

A14. Η τιμή ενός προϊόντος είναι τέτοια, ώστε μπορούμε να αγοράσουμε 500 τεμάχια του προϊόντος. Αν η τιμή του προϊόντος μειωθεί κατά 20%, να βρείτε πόσα επιπλέον τεμάχια θα αγοράσουμε.

A15. Στο παρακάτω σχήμα δίδεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς 8cm. Κύκλος με κέντρο το O που είναι και το κέντρο του τετραγώνου, είναι εγγεγραμμένος στο τετράγωνο. Να υπολογίσετε το ποσοστό της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας του τετραγώνου.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

B1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και του έκτου όρου είναι 48 και ο όγδοος όρος της είναι πενταπλάσιος του δεύτερου.

α) Να γράψετε τους τρεις πρώτους όρους της προόδου.

β) Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

B2. Τόκισε κάποιος τα $\frac{3}{10}$ των χρημάτων του με επιτόκιο 10% και τα υπόλοιπα με επιτόκιο 8%. Αν οι ετήσιοι τόκοι των δυο κεφαλαίων διαφέρουν κατά 7800 ευρώ, να βρείτε το αρχικό κεφάλαιο και τους τόκους των επί μέρους κεφαλαίων.

B3. Ο κύριος Φοίβος αγόρασε ένα σπίτι προς €290000. Ξόδεψε €50000 για να το ανακαινίσει. Στην συνέχεια αποφάσισε να το πουλήσει.

(α) Πόσα πρέπει να το πωλήσει για να κερδίσει 30% πάνω στο συνολικό κόστος;

(β) Αν κάποιος αγοραστής προσφέρει €425000, να υπολογίσετε το ποσοστό κέρδους που θα έχει ο κύριος Φοίβος πάνω στο συνολικό κόστος.

B4. (α) Σε τρίγωνο $\overset{D}{A\overset{D}{B}G}$ ισχύει $\frac{\eta\mu A}{\eta\mu B} = 2 \text{ συν} G$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

(β) Να επιλύσετε τρίγωνο $\overset{D}{A\overset{D}{B}G}$ ($\hat{B} < 90^\circ$) με πλευρές $a = \sqrt{3} \text{ cm}$, $\gamma = 1 \text{ cm}$ και

$$E = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

B5. Να λύσετε τις παρακάτω δύο εξισώσεις:

(α) $25^x \times 5^{2-x} = \frac{25}{\sqrt{5}}$

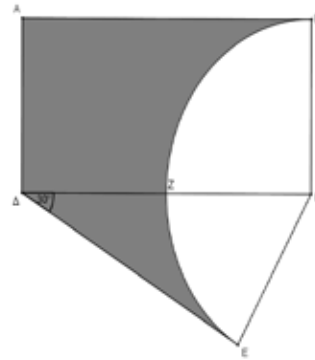
(β) $2 \times \log^2 x + 5 \times \log x = 3$ αν $x > 0$.

B6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $AB\Gamma\Delta$ ορθογώνιο, $G\overset{D}{E}\Delta$ ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{E} = 90^\circ$, $\hat{D} = 30^\circ$ και $DE = 8\sqrt{3} \text{ cm}$. Ο κυκλικός τομέας

BZE έχει κέντρο Γ και ακτίνα ΓB .

(α) Να δείξετε ότι η ακτίνα του κυκλικού τομέα είναι 8 cm .

(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο Διευθυντής

Δημήτρης Δημητριάδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ:ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία:27/05/13

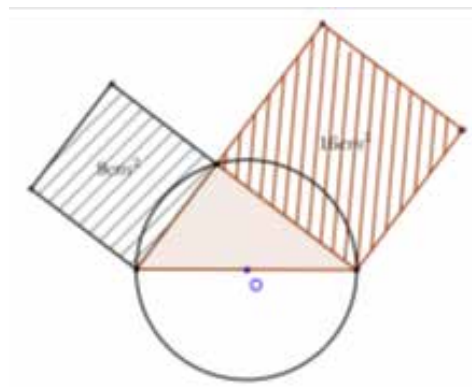
ΤΑΞΗ:Β΄ κοινού κορμού

Διάρκεια:2.30΄

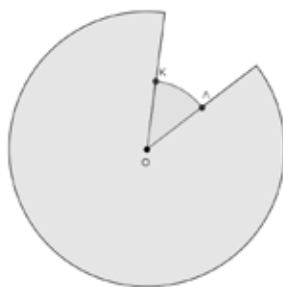
ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1. Να βρείτε τους πέντε πρώτους όρους της Γ.Π. που έχει πρώτο όρο $a_1=3$ και λόγο $\lambda=2$.
- A2. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €6400 μετά από 6 μήνες με επιτόκιο 4%.
- A3. Ο λόγος ομοιότητας δυο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{5}{6}$ και η περίμετρος του μεγαλύτερου είναι 24m. Να βρείτε την περίμετρο του άλλου πολυγώνου.
- A4. Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της φθίνουσας Γ.Π. με πρώτο όρο $a_1=4$ και λόγο $\lambda=\frac{1}{2}$.
- A5. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ, αν δίνονται:
 $\beta=6\text{cm}$, $\gamma=4\text{cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$.
- A6. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1} = \left(\frac{3}{2}\right)^{5-x}$
β) $\log(2x - 6) = 1$
- A7. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ο κύκλος (O,R) και δύο τετράγωνα με εμβαδά $E_1=9\text{cm}^2$ και $E_2=16\text{cm}^2$ αντίστοιχα. Οι πλευρές των τετραγώνων είναι οι κάθετες πλευρές ενός εγγεγραμμένου τριγώνου στον κύκλο. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του ημικυκλίου. Η απάντηση να είναι συναρτήσει του π .



- A8.** Σε μια θεατρική παράσταση το 40% των θεατών είναι άντρες, το 50% είναι γυναίκες και τα υπόλοιπα παιδιά. Αν τα παιδιά είναι 8, να βρείτε πόσοι είναι οι άντρες και πόσες είναι οι γυναίκες.
- A9.** Κάποιος πληρώνει κανονικά τις δόσεις του σε ένα δάνειο κάθε μήνα και δίνει τον πρώτο μήνα €50, τον δεύτερο €55, τον τρίτο €60 κ.τ.λ. Να βρείτε, σε πόσους μήνες θα αποπληρώσει το ποσό των €930;
- A10.** Να λύσετε την λογαριθμική εξίσωση $\log(x + 2) + \log(x + 1) = \log 18 - \log 3$.
- A11.** Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\alpha \sin B + \beta \sin A = 2R$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
- A12.** Σε αγώνα δρόμου τρεις αθλητές έφεραν χρόνους σε λεπτά $1\frac{1}{2}$, 2 και $3\frac{1}{3}$. Να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας αν θα τους απονεμηθεί έπαθλο €440.
- A13.** Να λύσετε την εξίσωση: $x^{1+\log x}=100$.
- A14.** Δίνεται ο κύκλος (O,R) με ακτίνα $R=3\text{cm}$ και τόξο ΚΛ, όπου Κ και Λ είναι τα μέσα των ακτίνων του. Αν η επίκεντρη γωνία $\widehat{ΚΟΛ} = 45^\circ$, να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Η απάντηση να είναι συναρτήσει του π .



- A15.** Δύο πύργοι Α και Β βρίσκονται εκατέρωθεν ενός ποταμού. Ένας παρατηρητής Π βρίσκεται προς το ίδιο μέρος του ποταμού με τον πύργο Α. Αν στο τρίγωνο ΠΑΒ ισχύει: $ΠΑ=200\text{m}$, $\hat{A} = 60^\circ$ και $\hat{P} = 50^\circ$. Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των πύργων Α και Β.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1.** α) Σε Α.Π. ο $4^{\text{ος}}$ και $11^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 32 και ο $5^{\text{ος}}$ και $19^{\text{ος}}$ έχουν άθροισμα 50. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 β) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x, \psi \in \mathbb{R}$ οι αριθμοί $(x + \psi)^2$, $x^2 + \psi^2$ και $(x - \psi)^2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
- B2.** Ο Κώστας τόκισε τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου του προς 5% και το υπόλοιπο προς 6%. Μετά από 3 χρόνια πήρε συνολικά €11680. Να βρείτε το κεφάλαιο του.

- B3.** α) Να λύσετε την εξίσωση: $3 \cdot 3^{x+1} + 3 \cdot 3^{-x} = 28$.
 β) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$\frac{\log_2 32 - 2 \log_{0,1} 0,001 + 3 \log 0,0001}{\log_3 \frac{1}{81} + 3 \log_5 \sqrt{5} - 4 \log_6 216}.$$

- B4.** Εισαγωγέας αγόρασε 50 ηλεκτρονικούς υπολογιστές και πλήρωσε €40000. Πλήρωσε επιπλέον 20% επί της αξίας τους για έξοδα μεταφοράς και τους πωλεί με κέρδος 15% επί του συνολικού κόστους. Να υπολογίσετε πόσα πρέπει να πωλεί τον κάθε ηλεκτρονικό υπολογιστή αν στην τιμή πώλησης τους περιλαμβάνεται ο φόρος Φ.Π.Α. ίσος προς 18%.

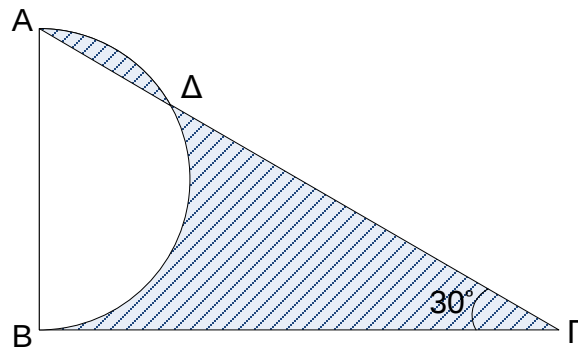
- B5.** α) Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ που έχει πλευρές $a=2\sqrt{3}\text{cm}$, $\beta=4\text{cm}$ και $\gamma=2\text{cm}$.
 β) Να δείξετε ότι στο αμβλυγώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 120^\circ$) ισχύει:

$$a^2 - \beta\gamma = \beta^2 + \gamma^2.$$

γ) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει:

$$\frac{a - \beta \sin \Gamma}{\gamma \sin B} = \sigma \phi B.$$

- B6.** Δίνεται τρίγωνο ABΓ με πλευρά $AB=4\text{cm}$ και γωνία $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Φέρουμε ημικύκλιο με διάμετρο την AB που τέμνει την πλευρά ΑΓ του τριγώνου στο σημείο Δ. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους και να αιτιολογείται τις απαντήσεις σας.



ΤΕΛΟΣ

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Μαρία Χριστοπούλου

Χριστοδούλα Μιχαήλ

Μαρία Ηλιάδου

Μαγδαληνή Κλεοβούλου

ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ (Β.Λ.)

Χρ. Χατζηχρίστου

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Μαριγώ Δημητρίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2013

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ κ.κ.

ΗΜΕΡΟΜ.: 24/05/2013
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
2. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Το δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

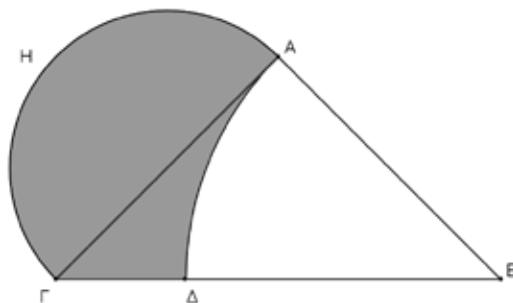
ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Δίνεται η πρόοδος 6, 10, 14, 18, Να βρείτε:
(α) το είδος της προόδου.
(β) τον 16^ο όρο της.
2. Να υπολογίσετε τον τόκο που θα αποδώσει κεφάλαιο €8700 που τοκίζεται για 8 μήνες προς 9%.
3. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{4x+9} = 8^{2x-5}$.
4. Σε μια πόλη ο αριθμός των ανέργων αυξήθηκε κατά 40% . Αν πριν την αύξηση οι άνεργοι ήταν 3500 άτομα, να υπολογίσετε πόσοι έγιναν οι άνεργοι μετά την αύξηση.
5. Σε αρχιτεκτονικό σχέδιο μιας έπαυλης με κλίμακα 1:200, η πισίνα έχει σχήμα τετράγωνο πλευράς 3cm. Να υπολογίσετε, σε m, το πραγματικό μήκος της πλευράς της πισίνας.
6. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 10\text{cm}$. Να υπολογίσετε:
(α) το εμβαδόν του κύκλου,
(β) το μήκος του τόξου επίκεντρης γωνίας 108° .
7. Αν $\chi+6$, χ , $\chi-2$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου να υπολογίσετε την τιμή του χ .
8. Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση: $\frac{\log_a a^4 + \log_4 16}{\log 90 - 2 \log 3} = 6$.
9. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει $a = 10\text{ cm}$, $g = 5\sqrt{3}\text{ cm}$ και $\hat{G} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο και να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

10. Αν σε τρίγωνο ισχύει η σχέση $a \sin B - b \sin A = g$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
11. Σε κύκλο με εμβαδόν $36\pi \text{ cm}^2$, τόξο έχει μήκος $5\pi \text{ cm}$. Να βρείτε :
 (α) την ακτίνα του κύκλου,
 (β) την αντίστοιχη επίκεντρη γωνία του τόξου,
 (γ) το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στο πιο πάνω τόξο.
12. Να βρείτε το κεφάλαιο που όταν τοκιστεί προς 7% για 5 μήνες δίνει τόκο ίσο με τόκο που δίνουν €10500 προς 4% για 2 χρόνια.
13. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές με $AB = A\Gamma = 12 \text{ cm}$. Με κέντρο το B και ακτίνα την AB φέραμε το τόξο AD . Με διάμετρο την $A\Gamma$ φέραμε το ημικύκλιο $A\text{H}\Gamma$ έξω από το τρίγωνο. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.

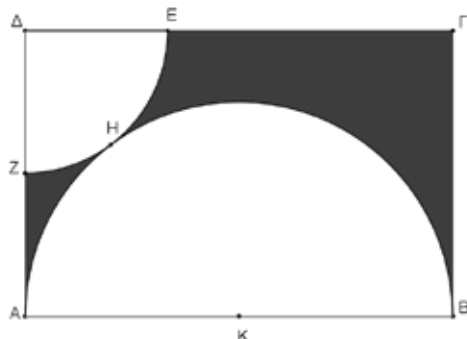


14. Ένας λοχαγός θέλει να παρουσιάσει σε μια στρατιωτική άσκηση τους 210 στρατιώτες του σε τέτοιο σχηματισμό έτσι ώστε η πρώτη σειρά να έχει 2 στρατιώτες, η δεύτερη σειρά να έχει 4 στρατιώτες, η τρίτη σειρά να έχει 6 στρατιώτες κ.ο.κ. Να βρείτε:
 (α) πόσες σειρές θα έχει αυτός ο σχηματισμός,
 (β) πόσους στρατιώτες θα έχει η τελευταία σειρά.
15. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{\log^2 c - 4 \log c} = 3 / \log_5 \sqrt[3]{5}$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του $7^{\text{ου}}$ και του $10^{\text{ου}}$ όρου είναι ίσο με 49, ενώ ο $9^{\text{ος}}$ όρος είναι κατά 15 μεγαλύτερος από τον $4^{\text{ο}}$ όρο. Να υπολογίσετε:
 (α) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου,
 (β) το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της προόδου.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 (α) $1 + \log(x - 2) = \log(3x + 11) - \log 2$
 (β) $25^x - 6 \times 5^x + 5 = 0$

3. Δίνεται ΑΒΓΔ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με ΑΒ=12 cm. Το τόξο ΕΖ που έχει κέντρο το Δ και ακτίνα 4 cm και το ημικύκλιο ΑΗΒ με διάμετρο την ΑΒ και κέντρο το Κ, εφάπτονται στο Η.
- (α) Να δείξετε ότι ΑΔ=8 cm. (Υπόδειξη: Να φέρετε την ΔΚ)
- (β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



4. (α) Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο $2^{\text{ος}}$ όρος της είναι ίσος με 4 και ο $7^{\text{ος}}$ όρος της είναι ίσος με $\frac{1}{8}$. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της.
- (β) Να βρείτε τις τιμές των χ και ψ , αν $\log_c 25 = 2$ και $\log_3 81 = \psi$.
- Αν χ είναι ο πρώτος όρος γεωμετρικής προόδου και ψ είναι ο λόγος της προόδου, να υπολογίσετε το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της.
5. Ο κύριος Πέτρος κληρονόμησε €280000 και επένδυσε αυτά τα χρήματα ως εξής:
- (i) Τόκισε τα $\frac{3}{7}$ των χρημάτων του προς 4% με απλό τόκο,
- (ii) αγόρασε ένα χωράφι για €50000 και
- (iii) με τα υπόλοιπα αγόρασε ένα διαμέρισμα.
- Μετά από 3 χρόνια πήρε τα χρήματα του από την τράπεζα μαζί με τους τόκους, πώλησε το χωράφι με κέρδος 10% και πώλησε το διαμέρισμα με ζημιά 20%.
- (α) Να βρείτε πόσα κέρδισε ή ζήτησε από την κάθε επένδυση ο κύριος Πέτρος.
- (β) Τελικά κέρδισε ή ζήτησε και πόσα;

6. (α) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση:

$$E = \frac{a^2 \sin B \sin \Gamma}{2 \sin A}$$

- (β) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύουν τα εξής: $\hat{A} = 60^\circ$ και $b^2 = a^2 + g^2 - ag$

- (i) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{G}$.
- (ii) Τι είδους τρίγωνο έχει προκύψει ως προς τις πλευρές του;

Διευθύντρια
Κ. Κάτια Γεωργιάδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/5/2013

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες

- Οδηγίες:
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.
 - Να γράφετε μόνο με μπλέ μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
 - Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
 - Όλες οι απαντήσεις να δοθούν σε σφραγισμένες κόλλες.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε μονάδες (5/100).

1. Να βρείτε το μήκος κύκλου που έχει διάμετρο 12cm.
2. Δίνεται η πρόοδος 3, 6, 12, 24, Να βρείτε:
(α) το είδος της προόδου.
(β) τον όγδοο όρο της.
3. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{6x} = 4^{x+2}$
4. Να βρείτε το χ ώστε οι αριθμοί $\chi + 4$, χ , 2 να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
5. Ένα ποσό €780 τοκίζεται για 10 μήνες και δίνει τόκο €52. Να βρείτε το επιτόκιο με το οποίο έχει τοκιστεί .
6. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha+\beta}{\gamma} = \frac{\eta\mu A + \eta\mu B}{\eta\mu \Gamma}$
7. Κυκλικός τομέας 60° έχει εμβαδόν $6\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου στον οποίο ανήκει.
8. Μια τηλεόραση πωλήθηκε με έκπτωση 15% στην τιμή των €850. Ποια ήταν η αρχική της τιμή;
9. Μεταξύ των αριθμών 5 και 160 να παρεμβάλετε 4 αριθμούς ώστε να σχηματίζουν όλοι μαζί γεωμετρική πρόοδο.

10. Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση:

$$8\log\chi - 2\log(\alpha\beta)^4 = \log\left(\frac{\chi}{\alpha\beta}\right)^8$$

11. Να λύσετε την εξίσωση: $\log\chi + \log(\chi-3)=1$

12. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο τοκίζεται (με απλό τόκο) για 5 χρόνια με επιτόκιο 4% και γίνεται μαζί με τους τόκους €2400 .

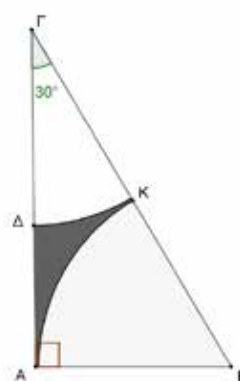
13. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ αν δίνονται $\gamma = \sqrt{3} \text{ m}$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και $\alpha = 1 \text{ m}$.

14. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση: $E = \frac{\gamma^2 \eta \mu A \eta \mu B}{2 \eta \mu \Gamma}$

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ABΓ ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, $\hat{A} = 90^\circ$, AB=10cm .

(AK τόξο με κέντρο B και ακτίνα BA και ΔK τόξο με κέντρο Γ και ακτίνα ΓK)

Να υπολογίσετε το εμβαδόν της μiktόγραμμης σκιασμένης επιφάνειας AΔK.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4).

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα μονάδες (10/100).

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο τέταρτος όρος είναι τριπλάσιος του πρώτου όρου της και το άθροισμα του δεύτερου και πέμπτου όρου της είναι 16.

α) Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο.

β) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε ώστε το άθροισμά τους να είναι 360.

2. Μια εταιρεία τον προηγούμενο χρόνο είχε κέρδος 360 000 ευρώ. Από αυτά διέθεσε το 25% για αγορά πρώτων υλών και τα υπόλοιπα τα μοιράστηκαν οι τρεις μέτοχοι τής ανάλογα με το ποσό που επένδυσαν στην εταιρεία . Αν ο α΄ επένδυσε €30 000 , ο β΄ €20 000 και ο γ΄ €40 000, να βρείτε πόσα θα πάρει ο καθένας.

3. α) Αν σε τρίγωνο ισχύει η σχέση $\frac{\gamma}{2\alpha} = \sin B$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του πιο πάνω τριγώνου (άσκηση 3α) που έχει γωνία $\hat{A} = 30^\circ$ και $\beta = 8 \text{ cm}$.

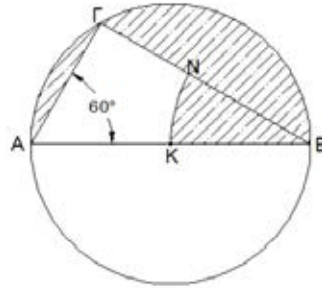
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $4^{x+1} - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$

β) $\log[\log(x^2+1)] = 0$

5. Κάποιος τόκισε (με απλό τόκο) ένα κεφάλαιο για 6 χρόνια ως εξής : Τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου προς 4% και το υπόλοιπο προς 5%. Αν πήρε συνολικά τόκο €1380 να βρείτε πόσο ήταν το κεφάλαιο του.

6. Δίνεται κύκλος (Κ,6cm) και ΝΚ τόξο με κέντρο Β και ακτίνα ΚΒ. Αν $\hat{A} = 60^\circ$ να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



Οι εισηγητές:

Μαρία Παπαέτρου

Βενετία Ευαγόρου

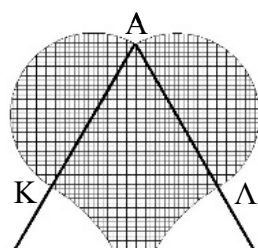
Ιφιγένεια Σωφρονίου

Η συντονίστρια:

Μαρία Πολυκάρπου

Η διευθύντρια:

Σωτηρούλα Μενοίκου



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 22/05/2013

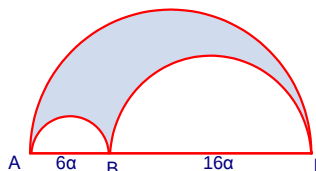
ΤΑΞΗ: Β' Κοινού Κορμού

Διάρκεια: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1.** Δίνεται η πρόοδος 7, 11, 15, Να βρείτε:
α) το είδος της προόδου,
β) τον εικοστό πρώτο όρο της.
- A2.** Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €14.500 μετά από 4 χρόνια με επιτόκιο 3%.
- A3.** Να βρείτε το μήκος και το εμβαδόν κύκλου με ακτίνα ίση με 8 cm.
- A4.** Ο κ. Νίκος αγόρασε ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή αξίας €580. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 17%, να υπολογίσετε το ποσό που θα πληρώσει συνολικά.
- A5.** Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $3^{x+1} = 27$ β) $\log_2 x = 5$
- A6.** Τρίγωνο ΑΒΓ έχει $\hat{B} = 45^\circ$, $a = 6\sqrt{2}$ m και $\gamma = 6$ m. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.
- A7.** Σε φθίνουσα Γ.Π. το άθροισμα των απείρων όρων της είναι τετραπλάσιο του δεύτερου όρου της και ο τέταρτος όρος ισούται με 2. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
- A8.** Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου είναι 18π cm και το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα του πιο πάνω κύκλου είναι 9π cm². Να βρείτε:
α) την κεντρική γωνία του κυκλικού τομέα και
β) την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
- A9.** Να λύσετε την εξίσωση: $4^{x+1} - 33 \times 2^x + 8 = 0$
- A10.** Ένα αυτοκίνητο κοστίζει στον εισαγωγέα €12.000. Το πουλά με κέρδος 30%. Με τα χρήματα που εισπράττει αγοράζει ένα άλλο αυτοκίνητο που το πουλά στη συνέχεια με ζημιά 30%. Τελικά ο εισαγωγέας κέρδισε ή ζημίωσε και πόσα;
- A11.** Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $hmB = 2hmA \times \sin G$, να αποδείξετε ότι είναι ισοσκελές.



A12. Στο διπλανό σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα AB, ΑΓ και ΒΓ είναι διάμετροι των ημικυκλίων.

Αν το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας είναι $192\pi \text{ cm}^2$, να υπολογίσετε την τιμή του α .

A13. Σε ένα σχολείο διοργανώνεται διαγωνισμός χορού, στον οποίο θα συμμετέχουν μόνο ζευγάρια (αγόρι – κορίτσι). Δηλώνουν συμμετοχή 80 ζευγάρια που σχηματίστηκαν από τα $\frac{2}{7}$ του συνολικού αριθμού των αγοριών και το 40% του συνολικού αριθμού των κοριτσιών. Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών του σχολείου που λαμβάνουν μέρος στο διαγωνισμό χορού.

A14. Να λύσετε την εξίσωση: $x^{\log x - 2} = 1000$

A15. Αν οι πλευρές τριγώνου ABΓ κατά σειρά α, β, γ σχηματίζουν αριθμητική πρόοδο, να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση $\alpha \sin \Gamma - \gamma \sin A = 2(\alpha - \gamma)$.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Σε Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα του τέταρτου και του έκτου όρου είναι 36 και ο όγδοος όρος της είναι τριπλάσιος από το δεύτερο.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

β) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 132.

B2. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$B\Delta = 2 \text{ cm}$, $\hat{B}\Delta A = 120^\circ$ και

$\hat{A}\Gamma\Delta = 60^\circ$. Αν το εμβαδόν του

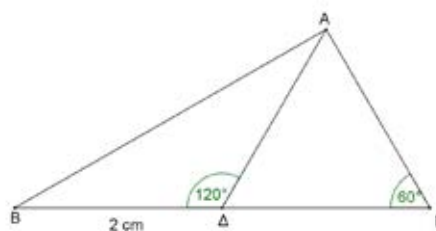
τριγώνου $AB\Delta = \sqrt{3} \text{ cm}^2$,

α) να υπολογίσετε τα μήκη των

ΑΔ, ΑΓ και ΑΒ και

β) να αποδείξετε ότι

$$\frac{\text{Εμβαδόν τριγώνου } A\Delta\Gamma}{\text{Εμβαδόν τριγώνου } AB\Gamma} = \frac{1}{2}$$



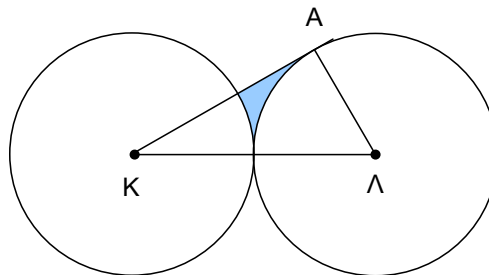
B3. Ο Γιώργος κατέθεσε στην τράπεζα Α ένα κεφάλαιο με επιτόκιο 3 % για 1 χρόνο και 1 μήνα και στην τράπεζα Β ένα άλλο κεφάλαιο με επιτόκιο 4 % για 2 χρόνια. Το κεφάλαιο που κατέθεσε στην τράπεζα Α ήταν κατά €6.000 μεγαλύτερο από αυτό που κατέθεσε στην τράπεζα Β. Ο τόκος που πήρε από τα χρήματα που κατέθεσε στην τράπεζα Β ήταν διπλάσιος από τον τόκο που πήρε από τα χρήματα που κατέθεσε στην

τράπεζα Α. Να βρείτε πόσα ήταν συνολικά τα χρήματα που κατέθεσε και στις δύο τράπεζες και πόσους τόκους πήρε συνολικά.

- B4.** α) Αν $2, \log x, 4 + \log x$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου, να υπολογίσετε το x .

β) Να λύσετε την εξίσωση: $\log x^2 + \log x^5 + \log x^8 + \dots + \log x^{32} = 561$

- B5.** Στο πιο κάτω σχήμα οι κύκλοι (K, R) και (Λ, R) είναι ίσοι, με ακτίνα $R = 4 \text{ cm}$ και η KA είναι εφαπτομένη στον κύκλο (Λ, R) . Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους.



- B6.** Ο κ. Αντρέας κατέθεσε την 1^η Ιανουαρίου 2013 ένα κεφάλαιο στην τράπεζα με επιτόκιο 4%. Στο τέλος Μαρτίου του 2013 το κεφάλαιο μαζί με τους τόκους ανήλθε στο ποσό των €404.000. Αμέσως μετά έγινε «κούρεμα» του ποσού των καταθέσεων που υπερέβαιναν τις €100.000 σε ποσοστό 37,5%. Να υπολογίσετε:
- α) Πόσα χρήματα είχε καταθέσει στην τράπεζα ο κύριος Αντρέας την 1^η Ιανουαρίου 2013;
 - β) Πόσα χρήματα του απέμειναν μετά το «κούρεμα» καταθέσεων;
 - γ) Αν τα χρήματα που του απέμειναν αποφάσισε να τα μοιράσει στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 6, 8 και 11 χρονών, να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει το κάθε παιδί του.

-ΤΕΛΟΣ-

Ο Διευθυντής:

Ιωσηφίδης Γιώργος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

HMEPOMH NIA: 20-5-2013

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΩΡΑ: 8:00 π.μ.

ΣΥΝ. ΣΕΛ.:3

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα.
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Η διάμετρος ενός κύκλου είναι 8cm. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του κύκλου.
2. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €4500 τοκίζόμενα με επιτόκιο 4% για 5 χρόνια.
3. Να βρείτε τον τριακοστό όρο της προόδου -1,1,3,5,...
4. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
 α) $5^{3x-1} = 25$
 β) $\log_{16} x = \frac{1}{2}$
5. Να βρείτε το x έτσι ώστε οι αριθμοί $x+14$, $2x+1$, -3 να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
6. Ο μισθός ενός υπαλλήλου είναι €1675 τον μήνα. Λόγω της οικονομικής κρίσης, ο μισθός του μειώθηκε κατά 12%. Να βρείτε πόσος θα είναι ο μισθός του μετά τη μείωση.
7. Τρίγωνο ABΓ με $\hat{B} < 90^\circ$, έχει πλευρές $b = 2\sqrt{3}$ cm, $a = 2$ cm και γωνία $\hat{A} = 30^\circ$. Να βρείτε την πλευρά γ και τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου.
8. Να αποδείξετε χωρίς τη χρήση υπολογιστικής ότι
$$\frac{3\log 3 - \frac{1}{2}\log 36 + \log 2}{\log 15 - \log 5} = 2$$
9. Κυκλικός τομέας 70° έχει εμβαδόν $28\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

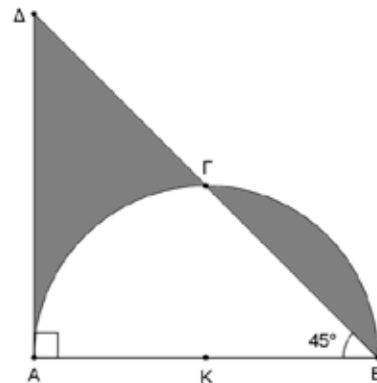
10. Σε ένα πλοίο ταξιδεύουν 286 γυναίκες και οι υπόλοιποι είναι άντρες και παιδιά. Αν οι γυναίκες αποτελούν το 65% των επιβατών, να βρείτε πόσοι είναι οι επιβάτες συνολικά.
11. Να λύσετε την εξίσωση: $\lg(x - 3) + \lg(x - 4) = 2 - \lg 50$
12. Ο τέταρτος όρος γεωμετρικής προόδου με $l > 0$ είναι $\frac{32}{27}$ και ο έκτος $\frac{128}{243}$. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να δείξετε ότι το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της είναι $S_{10} = 12 - \frac{2^{12}}{3^9}$
13. Τρίγωνο ΔEZ έχει πλευρές $EZ=4\text{cm}$, $\Delta Z=4\sqrt{3}\text{cm}$ και γωνία $\hat{Z} = 30^\circ$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές και να βρείτε το εμβαδόν του.
14. Να υπολογίσετε το άθροισμα $1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{8} - \frac{1}{27} + \dots$
15. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει γωνία $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και πλευρά $g = \frac{a\sqrt{3}}{2}\text{cm}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες A και B του τριγώνου και να δείξετε ότι το εμβαδόν του είναι ίσο με $E = \frac{a^2 \times \sqrt{3}}{8}\text{cm}^2$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο, το άθροισμα του τρίτου και του πέμπτου όρου της είναι 20 και το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της είναι 100.
α) Να βρείτε την πρόοδο
β) Να βρείτε ποιος όρος της είναι ο αριθμός 295
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $4^{x+1} - 9 \times 2^x + 2 = 0$
β) $(1 + \lg x)(2 + \lg x) = 2$
3. Ένας έμπορος πώλησε ένα αυτοκίνητο και εισέπραξε μαζί με τον Φ.Π.Α. €33040. Αφού πλήρωσε στο τμήμα εσωτερικών προσόδων τον οφειλόμενο Φ.Π.Α. που είναι 18% , κατέθεσε στην τράπεζα τα υπόλοιπα χρήματα ως εξής: Τα $\frac{4}{7}$ του ποσού προς 8% και τα

υπόλοιπα προς 5%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικό τόκο €5640;

4. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται ημικύκλιο με κέντρο Κ και ακτίνα R. Η χορδή ΒΓ σχηματίζει γωνία 45° με τη διάμετρο ΑΒ. Η εφαπτομένη του ημικυκλίου στο Α τέμνει την προέκταση της χορδής ΒΓ στο Δ.
- α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας είναι ίσο με $E_{sk.} = R^2$
- β) Να βρείτε την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



5. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε 55 ηλεκτρονικούς υπολογιστές προς €400 τον καθ' ένα. Πλήρωσε έξοδα μεταφοράς που ανήλθαν στο 15% πάνω στην τιμή αγοράς. Στη συνέχεια πώλησε τα $\frac{3}{5}$ των υπολογιστών με κέρδος 40% πάνω στο συνολικό τους κόστος. Τους υπόλοιπους υπολογιστές τους πώλησε με ζημιά 10% πάνω στο συνολικό τους κόστος.
- α) Να βρείτε πόσα κέρδιζε συνολικά από την πώληση όλων των υπολογιστών.
- β) Να βρείτε το ποσοστό (%) του κέρδους του, από την πώληση όλων των υπολογιστών.
6. α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\gamma = 5\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Αν η πλευρά α του τριγώνου είναι κατά 1cm μεγαλύτερη από την πλευρά β, να βρείτε τις πλευρές α και β του τριγώνου.
- β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $(a - b \sin A)(1 + \sin \Gamma) = a \sin^2 \Gamma$

Η Διευθύντρια

Ελένη Δημητρίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2013**Μάθημα (Μαθηματικά Κοινού Κορμού)****Τάξη Β΄****Ημερομηνία: 20/5/2013****Ημέρα: Δευτέρα****Ώρα: 10:30 π.μ****Χρόνος: 2,5 ώρες****Οδηγίες:**

1. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου
3. Δεν επιτρέπεται να γράφετε με μολύβι παρά μόνο με μπλε πένα
4. Δεν επιτρέπεται να δανείτε οτιδήποτε από συμμαθητές σας
5. Κατοχή κινητού τηλεφώνου = δολίευση
6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται συνολικά από 4 σελίδες
7. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα 12.**Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.**

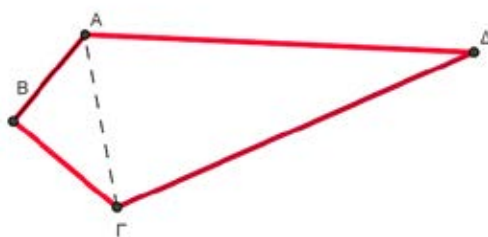
1. Πόσο τόκο δίνει κεφάλαιο €3000 τοκίζόμενο προς 5% για 4 χρόνια με απλό τόκο;
2. Να βρείτε την τιμή του x στην πιο κάτω εξίσωση:
 $\log(x+1)=3$
3. Ένας πατέρας μοίρασε τα χρήματα που είχε στα τρία του παιδιά ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 16, 18 και 20 ετών. Αν ο μεγαλύτερος πήρε €1600, πόσα ήταν τα χρήματα του πατέρα;
4. Ένα εμπόρευμα πουλήθηκε συνολικά μαζί με το ΦΠΑ στην τιμή των €826. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. ήταν 18%, να υπολογίσετε την αξία του εμπορεύματος.
5. Να βρείτε το άθροισμα: $2+4+8+16+32+\dots+256$.
6. Να αποδείξετε ότι: $\frac{1}{4}\log 81 + \frac{1}{5}\log 32 = \log 6$.
7. Κυκλικός τομέας κύκλου με ακτίνα 6cm έχει περίμετρο ίση με 24,56cm. Να βρείτε την επίκεντρη γωνία του κυκλικού τομέα.
8. Ένας ποδηλάτης για να διανύσει μια απόσταση έκανε 4 ώρες καλύπτοντας 30km κάθε ώρα. Σε ένα χάρτη που σχεδιάστηκε με κλίμακα 1:5000000 πόσα εκατοστόμετρα θα ήταν η πιο πάνω απόσταση;

9. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x + 2 \cdot 2^x - 3 = 0$

10. Σε μια Α.Π. ο 4^{ος} και ο 5^{ος} όρος έχουν άθροισμα 27 και ο 2^{ος} και ο 10^{ος} έχουν άθροισμα 36.
Να βρεθεί το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της Α.Π.

11. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: $\gamma (\beta \sin \alpha - \alpha \sin \beta) = \beta^2 - \alpha^2$

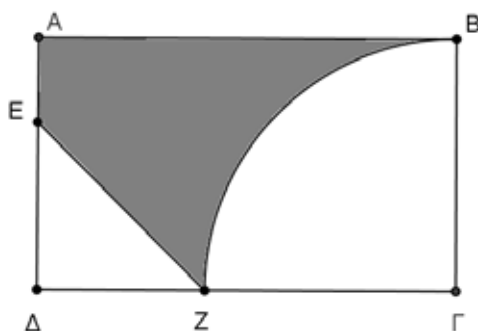
12. Ο κ. Γιώργος είναι ο ιδιοκτήτης ενός τεμαχίου γης που έχει το πιο κάτω σχήμα με διαστάσεις $B\Gamma = 20\sqrt{3}\text{m}$, $A\Delta = \Delta\Gamma = 100\text{m}$, $A\Gamma = 45\text{m}$ και $\hat{B} = 90^\circ$. Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το τεμάχιο;



13. Αν ισχύει η σχέση: $a^x = \beta^y = (\alpha\beta)^{xy}$ να αποδείξετε ότι: $x + y = 1$.

14. Σε αριθμητική πρόοδο ο έκτος όρος είναι 17 και ο έβδομος όρος της είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου. Να βρείτε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου που έχει τον ίδιο πρώτο όρο με την αριθμητική πρόοδο και λόγο ίσο με τη διαφορά της αριθμητικής προόδου.

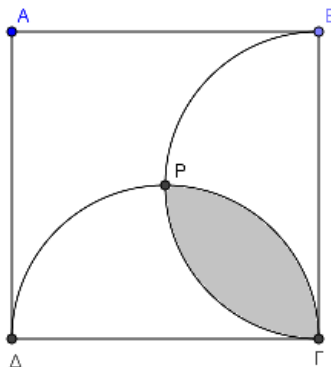
15. Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο με πλευρές $AB = 7\text{cm}$ και $B\Gamma = 4\text{cm}$. Το τόξο ΒΖ γράφτηκε με κέντρο Γ και ακτίνα ΒΓ και η γωνία ΕΖΔ = 45° . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος.



**ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να απαντήσετε ΜΟΝΟ στα 4.
Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.**

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_2 x^2 + \log_2 x^5 + \log_2 x^8 + \dots + \log_2 x^{23} = 300$
2. Κάποιος κατέθεσε στην τράπεζα το ποσό των €150000 και συμφώνησε να παίρνει επιτόκιο 4% για τρία χρόνια. Με απόφασή της η τράπεζα διαφοροποίησε την αρχική συμφωνία και κούρεψε τις καταθέσεις του κατά 9% και μείωσε το επιτόκιο στα 2% από την αρχή. Πόσους τόκους θα χάσει στο τέλος των τριών ετών με τη διαφοροποίηση της αρχικής συμφωνίας;
3. Ένας εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα για τα οποία πλήρωσε επιπλέον 12% επί της αξίας τους για διάφορα έξοδα. Στη συνέχεια τα πώλησε με κέρδος 20% και είσπραξε €33600. Να υπολογίσετε:
 - i. Την αρχική αξία των εμπορευμάτων.
 - ii. Το κέρδος που είχε από την πώληση των εμπορευμάτων.
4. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος στην οποία ο τρίτος όρος είναι 2 και ο όγδοος $\frac{1}{16}$. Να βρείτε:
 - i. Το λόγο της.
 - ii. Τον πρώτο όρο της.
 - iii. Το άθροισμα των 12 πρώτων όρων της.
 - iv. Το άθροισμα των απείρων όρων της.
5. (α) Τρίγωνο ABΓ έχει εμβαδόν 45 cm^2 και πλευρές $\beta = 15\text{cm}$ και $\gamma = 12\text{cm}$. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}$ ($\hat{A} < 90^\circ$) και την πλευρά α του τριγώνου.
(β) Σε τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 60^\circ$, να δείξετε ότι: $(\beta + \gamma + \alpha)(\beta + \gamma - \alpha) = 3\beta\gamma$.

6. Σε τετράγωνο πλευράς 4cm σχεδιάζουμε δύο ημικύκλια τα οποία τέμνονται στο μέσο τους στο σημείο P, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Οι Εισηγητές:

Σάββα Κουντούρη Αγγέλα, Β.Δ.

Ευαγόρου Ευαγόρας

Χριστοδούλου Χριστόδουλος

Ο Διευθυντής

.....
Τάσος Τάσου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ Β΄ ΣΕΙΡΑ

Ημερομηνία: 7 / 6 / 2013

ΤΑΞΗ: Β΄

Διάρκεια: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράφετε με μελάνι μπλε.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος (α_n) : $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, \dots$

Να βρείτε : α) το είδος της προόδου
β) τον ενδέκατο όρο της (α_{11})

2. Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

α) $3^{x^2-1} = 27$

β) $\log_2(x-1) = 1$

3. Διαμέρισμα πουλήθηκε με ζημιά 25% προς €42000. Να βρείτε την αρχική τιμή του διαμερίσματος.

4. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €4000 τοκίζόμενο για 5 χρόνια με επιτόκιο 6%.

5. Σε κύκλο (O, R) με ακτίνα $R = 6\text{cm}$ δίνεται τόξο $\widehat{AB} = 120^\circ$.

Να βρείτε το μήκος του τόξου $\widehat{AB}$ και το εμβαδόν του αντίστοιχου κυκλικού τομέα ΑΟΒΑ.

6. Σε τρίγωνο ΑΒΓ, δίνονται : $\alpha = 6\text{cm}$, $\beta = 8\text{cm}$, $\hat{A} = 70^\circ$ και $\hat{B} = 80^\circ$.

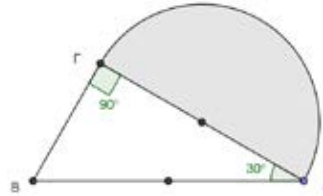
Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

7. Να λύσετε την εξίσωση $\log x + \log(x-3) = 1$.

8. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu^2 A + \eta\mu^2 B = \eta\mu^2 \Gamma$ να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

9. Προς ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκιστεί κεφάλαιο €8000 ώστε σε 6 χρόνια να γίνει μαζί με τον τόκο €10400.

10. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{G} = 90^\circ$, πλευρά AB = 8 cm και ημικύκλιο διαμέτρου ΑΓ. Να υπολογίσετε το εμβαδό και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



11. Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\sin B = \sin A$

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του αν $a = 6\text{cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$

12. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 1 + 5 + 9 + 13 + \dots + 397$

13. Να λύσετε την εξίσωση $9^x - 8 \cdot 3^x = 9$

14. Τρεις συνέταιροι Α', Β', Γ', κατέθεσαν σε μια εταιρεία €7000, €5000, €3000 αντίστοιχα.

Στο τέλος του χρόνου κέρδος €300.000 μοιράστηκε στους συνεταίρους ανάλογα με τα χρήματα που κατέθεσαν.

α) Πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας ;

β) Ο συνεταίρος Α' με τα χρήματα που πήρε αγόρασε οικόπεδο και μετά το πούλησε με κέρδος 20% . Πόσα εισέπραξε από την πώληση;

15. Μια επιχείρηση αύξησε το προσωπικό της κατά 5%. Μετά την αύξηση ο συνολικός αριθμός των υπαλλήλων έγινε 630.

α) Να βρείτε πόσοι νέοι υπάλληλοι προσλήφθηκαν.

β) Αν το 10% των νέων υπαλλήλων είναι γυναίκες, πόσες είναι οι νεοπροσληφθείσες γυναίκες;

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο, ο πρώτος και ο έκτος όρος έχουν άθροισμα 5, ενώ ο τέταρτος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 20.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο

β) Να βρείτε το άθροισμα των 31 πρώτων όρων της.

2. Δίνεται φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος (a_n) με λόγο $\lambda = \frac{1}{3}$ και άθροισμα

των απείρων όρων της $S_{\infty} = \frac{27}{2}$.

α) Να βρείτε τον πρώτο όρο της και να σχηματίσετε την πρόοδο.

β) Να βρείτε το n ώστε $a_1 + a_n = \frac{82}{9}$

3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $2^{x+2} + 4^{x+1} = 80$

$$\beta) 5^{\log^2 x + 2 \log x} = 2 \log_5 \sqrt{5}$$

4. Ένας καταστηματάρχης καθορίζει την τιμή πώλησης των εμπορευμάτων του έτσι ώστε να έχει κέρδος 25% πάνω στο κόστος του. Κατά την περίοδο των εκπτώσεων μειώνει τις τιμές κατά 20% πάνω στην τιμή πώλησης. Αν σε κάποιο πελάτη έγινε έκπτωση €60 για την αγορά μιας τηλεόρασης να βρείτε: α) πόσα πλήρωσε ο πελάτης
β) πόσα κέρδισε ο καταστηματάρχης.

5. α) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ με $\beta = 2\alpha$ ισχύει

$$\alpha(\eta\mu\beta - \eta\mu\gamma) + \beta(\eta\mu\gamma - \eta\mu\alpha) = \frac{\alpha\gamma}{2R}$$

β) Αν επιπλέον το πιο πάνω τρίγωνο είναι ορθογώνιο με $\hat{B} = 90^\circ$ και $\beta = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του.

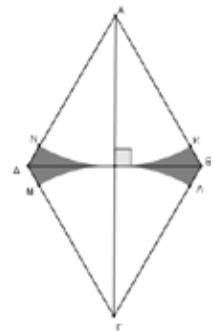
6. Δίνεται ρόμβος ABΓΔ με περίμετρο 40 cm και γωνία $\hat{DAB} = 60^\circ$.

Με κέντρα τις κορυφές A, Γ και ακτίνα $\frac{AG}{2}$ γράφουμε τόξα

στο ρόμβο, όπως φαίνεται στο σχήμα.

Να βρείτε: α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.

β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



μέσα

Οι Εισηγητές/τριες

Τ. Δημητρίου
Τ. Συμεού
Α. Ηρακλέους
Α. Ευαγόρου
Μ. Κυπριανίδου
Π. Τρύφωνος
Σ. Θεοφάνους

Ο Διευθυντής

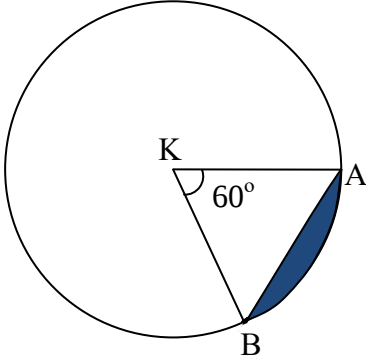
Δρ. Ανδρέας Αγαθοκλέους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013
Α΄ ΣΕΙΡΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
 - β) Να γράφετε **ΜΟΝΟ** με μελάνι.
Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.
-

- ΜΕΡΟΣ Α΄:**
- α) Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12.
 - β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Κάποιος αγόρασε έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή αξίας €1300 για τον οποίο ο συντελεστής του Φ.Π.Α. ήταν 6%. Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.
2. Το μήκος ενός κύκλου είναι 14π cm. Να βρείτε το εμβαδόν του.
3. Να υπολογίσετε το x στις πιο κάτω εξισώσεις:
α) $\log_3 x = 4$ β) $4^{x-2} = \frac{1}{64}$
4. Οι αριθμοί $x+6$, x , $x-3$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου. Να βρείτε το x .
5. Δίνεται η πρόοδος $-3, 0, 3, 6, \dots$.
α) Να βρείτε το είδος της πρόοδου
β) Να υπολογίσετε τον εικοστό πέμπτο όρο της (a_{25})
6. Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνουν €3700 τοκίζόμενα με απλό τόκο προς 4% για 2 χρόνια και 3 μήνες.
7. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει: $\frac{3b-a}{2R} = 3\eta\eta B - \eta\eta A$.
8. Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της Γεωμετρικής Προόδου που έχει $a_1 = \frac{1}{6}$ και $a_2 = \frac{1}{30}$.
9. Η τιμή ενός αυτοκινήτου αυξήθηκε κατά 24% και κοστίζει τώρα €34720. Πόσα ήταν η αρχική τιμή του αυτοκινήτου;

10. Τόξο με επίκεντρη γωνιά 120° έχει μήκος 8ρ cm. Να υπολογίσετε:
 α) την ακτίνα του κύκλου
 β) το εμβαδό του αντίστοιχου κυκλικού τομέα.
11. Να λύσετε την εξίσωση: $4^{\log^2 x - \log x} = 1$
12. Τρίγωνο ABΓ έχει $\hat{G} = 60^\circ$, $a = 2\sqrt{3}$ cm και εμβαδόν $E = 6\sqrt{3}$ cm². Να υπολογίσετε τις πλευρές του β και γ.
13. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\log 32 - 3 \log 2}{\log 16 + \log 4} = \frac{1}{3}$
14. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το Κ και ακτίνα 12cm. Αν η γωνία $\hat{AKB}$ είναι ίση με 60° , να υπολογίσετε:
 α) το εμβαδό του σκιασμένου μέρους
 β) την περίμετρο του αντίστοιχου κυκλικού τομέα.
- 
15. Μεταξύ των αριθμών 5 και 45 να παρεμβάλετε 9 αριθμούς, ώστε να σχηματίζουν όλοι μαζί Αριθμητική Πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: α) Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
 β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα του δευτέρου και έκτου όρου είναι 30 και ο πρώτος όρος είναι εννεαπλάσιος του εβδόμου όρου.
 α) να σχηματίσετε την Αριθμητική Πρόοδο
 β) να υπολογίσετε το άθροισμα των 15 πρώτων όρων της.
2. α) Αν σε ένα τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $b \sin G - g \sin B = a$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
 β) Τρίγωνο ABΓ έχει πλευρές $a = 3$ cm, $b = 3\sqrt{3}$ cm και γωνία $\hat{B} = 60^\circ$.
 i. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ

ii. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

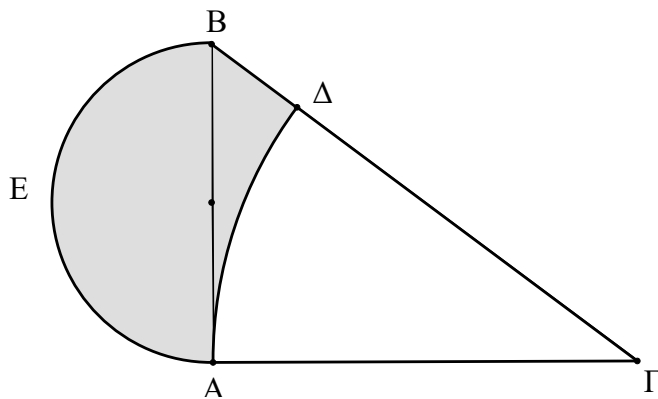
α) $4^x - 5 \times 2^x + 4 = 0$

β) $2/\log^2 x + 3/\log x - 2 = 0$

4. Ο κ.Γιώργος κληρονόμησε 90000 ευρώ. Αφού πλήρωσε στο κράτος 20% Φ.Π.Α. , έδωσε το $\frac{1}{6}$ των χρημάτων που του έμειναν στα παιδιά του και τα υπόλοιπα τα τόκισε σε τράπεζα ως εξής: το $\frac{1}{6}$ του ποσού με επιτόκιο 4% και το υπόλοιπο με 6%. Αν ο συνολικός τόκος που πήρε ήταν 7650 ευρώ, να βρείτε για πόσα χρόνια τόκισε τα χρήματα του.

5. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} - \frac{1}{27} + \frac{1}{64} + \frac{1}{81} + \dots$

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται: το ΑΒΓ τρίγωνο ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$), $BG = 10\text{cm}$, $AG = 8\text{cm}$, $\hat{G} = 36^\circ$ και ΑΕΒ ημικύκλιο με διάμετρο ΑΒ. Με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓΑ γράφουμε το τόξο ΑΔ. Να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν και
β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



Ο Διευθυντής

Σωτήρης Φλουρής

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2013

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **3** σελίδες.
 2. Να γράφετε μόνο με **μπλε** μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 5. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.

ΜΕΡΟΣ Α (60 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

A1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν κύκλου που έχει ακτίνα $R = 3\text{cm}$.

A2. Δίνεται η πρόοδος 3, 6, 12, 24, Να βρείτε:

(α) Το είδος της προόδου.

(β) Τον 9° όρο της.

A3. Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνουν €5000 αν τοκιστούν για 4 χρόνια με επιτόκιο 3%.

A4. Οι αριθμοί 11, x , 27 είναι διαδοχικοί όροι Α.Π. Να υπολογίσετε το x .

A5. Να βρείτε το εμβαδόν τριγώνου που έχει $\beta = 3\text{m}$, $\gamma = 4\text{m}$ και $\hat{A} = 30^{\circ}$.

A6. Να λύσετε την εξίσωση: $7^{2x-4} = 49$

A7. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 17%, να υπολογίσετε το ποσό που θα πληρώσει συνολικά κάποιος που θέλει να αγοράσει ένα ipad αξίας €600.

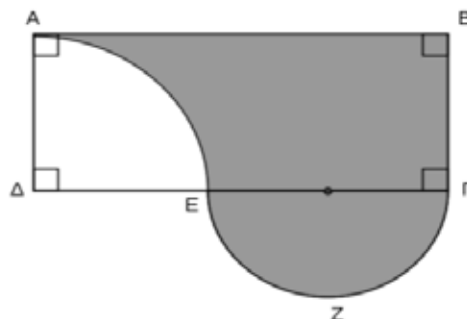
A8. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\log 24 - \log 3}{\log 16 - \log 8} = 3$

A9. Σε γεωμετρική πρόοδο δίνεται ο πρώτος όρος $a_1 = 12$ και ο λόγος $\lambda = \frac{1}{2}$.

Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της.

A10. Να λύσετε την εξίσωση: $\log (2x+1) + \log 4x = \log 4$.

A11. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB=20\text{cm}$ και $AD=8\text{ cm}$. Το AE είναι τόξο με κέντρο το Δ και το $E\text{Z}\Gamma$ ημικύκλιο. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



A12. Ένας έμπορος αγοράζει ένα τύπο ψυγείου προς €350 και θέλει να κερδίσει 30% πάνω στο κόστος του. Πόσα πρέπει να πουλά και ποιο θα είναι το κέρδος του από κάθε ψυγείο;

A13. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = 7 + 11 + 15 \dots + 803$

A14. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $9\pi\text{ cm}^2$ και το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα του είναι $3\pi\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε την κεντρική γωνιά του κυκλικού τομέα του.

A15. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma = \eta\mu^2 A$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β' (40 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

B1. Να υπολογίσετε το κεφάλαιο το οποίο τοκίζόμενο προς 5% για 4 χρόνια γίνεται μαζί με τους τόκους του €1200.

B2. Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο στην οποία ο $6^{\text{ος}}$ όρος είναι διπλάσιος του $3^{\text{ου}}$ και το άθροισμα του $4^{\text{ου}}$ και του $7^{\text{ου}}$ όρου είναι 22.

B3. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει:

(α) $\frac{a+\beta}{2\gamma} = \frac{\eta\mu A + \eta\mu B}{2\eta\mu\Gamma}$

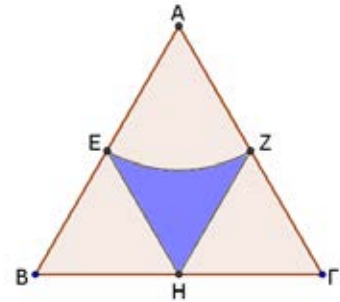
(β) $\alpha\sigma\upsilon\nu B + \beta\sigma\upsilon\nu A = \gamma$

B4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log x \times (\log x - 3) = 10$

(β) $9^x - 7 \times 3^x - 18 = 0$

B5. Στο σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισόπλευρο με πλευρά 8cm. E,Z και H τα μέσα των πλευρών AB, AΓ και BΓ αντίστοιχα. Το EZ είναι τόξο με ακτίνα AE. Να βρείτε το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου EZH.



B6. Έμπορος πώλησε ένα αυτοκίνητο προς €15640 με έκπτωση 20% πάνω στην αρχική τιμή πώλησης του. Στην τιμή των €15640 που πωλήθηκε το αυτοκίνητο περιλαμβάνετε 36% κέρδος του εμπόρου και επιπλέον 15% Φ.Π.Α.

Να βρείτε πόσα ευρώ είναι:

(α) το Φ.Π.Α.

(β) το κέρδος του εμπόρου

(γ) το κόστος του αυτοκινήτου

(δ) η αρχική τιμή πώλησης του αυτοκινήτου.

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....
ΟΛΥΜΠΙΑ ΙΩΑΝΝΟΥ

B3. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει:

(α) $\frac{a+\beta}{2\gamma} = \frac{\eta\mu A + \eta\mu B}{2\eta\mu\Gamma}$

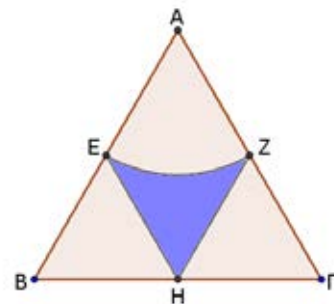
(β) $\alpha\sigma\upsilon\nu B + \beta\sigma\upsilon\nu A = \gamma$

B4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log x \times (\log x - 3) = 10$

(β) $9^x - 7 \times 3^x - 18 = 0$

B5. Στο σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισόπλευρο με πλευρά 8cm. E,Z και H τα μέσα των πλευρών AB, AΓ και BΓ αντίστοιχα. Το EZ είναι τόξο με ακτίνα AE. Να βρείτε το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου EZH.



B6. Έμπορος πώλησε ένα αυτοκίνητο προς €15640 με έκπτωση 20% πάνω στην αρχική τιμή πώλησης του. Στην τιμή των €15640 που πωλήθηκε το αυτοκίνητο περιλαμβάνετε 36% κέρδος του εμπόρου και επιπλέον 15% Φ.Π.Α.

Να βρείτε πόσα ευρώ είναι:

(α) το Φ.Π.Α.

(β) το κέρδος του εμπόρου

(γ) το κόστος του αυτοκινήτου

(δ) η αρχική τιμή πώλησης του αυτοκινήτου.

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ Β.Δ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

.....
1. ΜΑΡΩ ΧΡΙΣΤΟΥ ΡΟΪΔΗ

.....
ΜΑΡΩ ΧΡΙΣΤΟΥ ΡΟΪΔΗ

.....
ΟΛΥΜΠΙΑ ΙΩΑΝΝΟΥ

.....
2. ΧΑΡΗΣ ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΙΔΗΣ

.....
3. ΙΩΑΚΕΙΜ ΚΥΡΙΑΚΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ

ΤΑΞΗ: Β΄

Ημερομηνία: 28 /5 / 2013

Διάρκεια: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Να γράφετε με μελάνι μπλε (μόνο τα σχήματα με μολύβι).

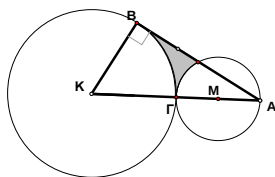
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Δίνεται η πρόοδος (a_n): - 10, - 5, 0, 5, ...
Να βρείτε : α) το είδος της προόδου
β) τον εικοστό πρώτον όρο της (a_{21})
- Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €4000 τοκίζόμενο για 3 χρόνια με επιτόκιο 6%.
- Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις: α) $2^{5x-1} = 16$
β) $\log_x 8 = 3$
- Ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής στοιχίζει € 440 . Πόσα θα πωλείται στην περίοδο των εκπτώσεων αν το ποσοστό έκπτωσης είναι 20 % στην τιμή πώλησης.
- Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x+3$, $2x$, 1 να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
- Ένας πατέρας άφησε κληρονομιά €120000 στα τρία του παιδιά, με τον όρο να τα μοιραστούν ανάλογα με τον αριθμό των παιδιών που έχει ο καθένας.
Αν ο Α έχει δύο παιδιά, ο Β έχει τρία και ο Γ έχει πέντε, να βρείτε το ποσό που θα πάρει ο κάθε κληρονόμος.
- Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση
$$\frac{\beta - \gamma}{\alpha} = \frac{\eta\mu\beta - \eta\mu\gamma}{\eta\mu\alpha}$$
- Το μήκος της περιφέρειας κύκλου (Ο,Ρ) είναι 18π cm.
Να βρείτε: α) το εμβαδόν του κύκλου (Ο,Ρ)
β) το μήκος τόξου 120°

9. Η τιμή πώλησης αυτοκινήτου είναι €17700 συμπεριλαμβανομένου ΦΠΑ 18% .
Να βρείτε την τιμή του αυτοκινήτου χωρίς το ΦΠΑ .
10. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $\beta = \gamma$, $\alpha = \sqrt{3} \text{ cm}$, $\hat{B} = 30^\circ$. Να βρείτε τη γωνία $\hat{A}$,
τις πλευρές β και γ καθώς και το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.
11. Να λύσετε την εξίσωση $4^x - 7 \times 2^x - 8 = 0$
12. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος όρος ισούται με 4 και το άθροισμα των
απείρων όρων της είναι 16. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
13. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\alpha \sin B - \beta \sin A = \gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι
ορθογώνιο.
14. Αν $\log x$, $\log 2\sqrt{3}$, $\log(x - 1)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε το x .
15. Δίνονται οι κύκλοι (Κ,ΚΓ) και (Μ,ΜΓ) που εφάπτονται στο σημείο Γ.
Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής αν $\hat{B} = 90^\circ$ και $K\Gamma = \Gamma A = 8 \text{ cm}$.



ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Σε αριθμητική πρόοδο (α_n) δίνεται ότι: $a_3 + a_6 = 34$ και $a_{10} - a_5 = 20$
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
β) Αν το άθροισμα S_n των n πρώτων όρων της είναι 55 να βρείτε το n .
- Ένας εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα για τα οποία πλήρωσε επιπλέον 30%
επί της αξίας τους για διάφορα έξοδα. Αν τα πώλησε με κέρδος 20% πάνω στο
κόστος και εισέπραξε €31200, να υπολογίσετε:
α) Το κέρδος που είχε από την πώληση των εμπορευμάτων.
β) Την αρχική αξία των εμπορευμάτων.
γ) Τα έξοδα που είχε.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $9^{\log x} - 12 \times 3^{\log x} + 27 = 0$

β) $2(\log x)^2 - \log x^5 = 3$

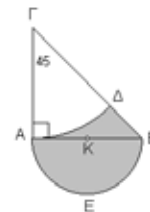
4. Κεφάλαιο Κ τοκίστηκε ως ακολούθως : Τα $\frac{3}{4}$ του κεφαλαίου με επιτόκιο 5% για 2 χρόνια και το υπόλοιπο του κεφαλαίου με επιτόκιο 4% για 3 χρόνια. Αν πήρε συνολικά €2100 τόκο να βρείτε το αρχικό κεφάλαιο.

5. α) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABG ισχύει η σχέση $\frac{b \sin B + g \sin G - a \sin A}{2bg \sin A} = \frac{1}{2R}$

β) Σε τρίγωνο ABG δίνονται: $a=10m$, $\hat{G}=60^\circ$ και $E=\frac{25\sqrt{3}}{2} m^2$.

Να βρείτε την πλευρά γ .

6. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: $\hat{BAG}=90^\circ$, $AG=4\alpha$ cm, $\hat{G}=45^\circ$, και $\widehat{AD}$ τόξο κύκλου (Γ, ΓΑ)
Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής (συναρτήσει του α).



Οι Εισηγητές/τριες

Τ. Δημητρίου
Τ. Συμεού
Α. Ηρακλέους
Α. Ευαγόρου
Μ. Κυπριανίδου
Π. Τρύφωνος
Σ. Θεοφάνους

Ο Διευθυντής

Δρ. Ανδρέας Αγαθοκλέους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

Ημερομηνία: 27/05/13

Διάρκεια: 2.30΄

Αριθμός σελίδων: 3

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- § Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- § Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- § Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1.** Δίνεται η πρόοδος 3, 7, 11, 15, Να βρείτε:
α) το είδος της προόδου.
β) τον 40^{ov} όρο της.
- A2.** Δίνεται κύκλος με εμβαδόν $9\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε την ακτίνα και την περίμετρο του.
- A3.** Ένας εκτυπωτής κοστίζει €250 χωρίς το ΦΠΑ. Να βρείτε την τιμή πώλησης του αν ο συντελεστής του ΦΠΑ είναι 18%.
- A4.** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $\alpha = 13 \text{ cm}$, $\beta = 5 \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
- A5.** Σε φθίνουσα Γ.Π. το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\Sigma_{\infty} = -5$ και ο λόγος της είναι $\lambda = \frac{1}{5}$. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
- A6.** Αν $x-10$, $2-x$, $3x^2-4$, όπου $x > 0$, είναι οι τρεις πρώτοι όροι Αριθμητικής προόδου, να σχηματίσετε την πρόδο.
- A7.** Κάποιος κατέθεσε σε μια τράπεζα €32 000 με ετήσιο επιτόκιο 5%. Να βρείτε πόσο τόκο θα πάρει μετά από 2 χρόνια και 9 μήνες.
- A8.** Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $7^x = 9$.
β) $\log(x-2) + \log 3 = \log(7x+1) - \log 4$.
- A9.** Να λύσετε την λογαριθμική εξίσωση $3\log^2 \psi + 5\log \psi = 2$.
- A10.** Δίνεται κύκλος μήκους περιφέρειας $12\pi \text{ cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τομέα του με επίκεντρη γωνία 150° .

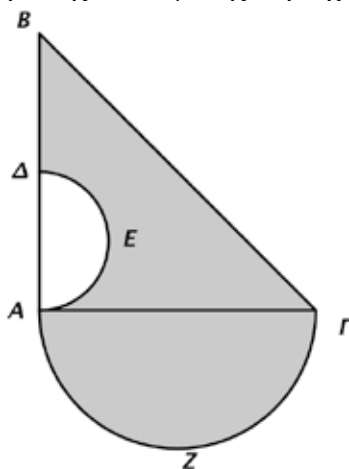
A11. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\frac{\beta\gamma\eta\mu\Lambda}{\alpha} - \beta\eta\mu\Delta = 0$.

A12. Να λύσετε την εξίσωση $3^{2-7\psi} = 27^{\psi^2}$.

A13. Δίνεται κυκλικός τομέας τόξου 120° σε κύκλο ακτίνας 10 cm . Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στον τομέα αυτό.

A14. Η κ. Μαρία αγόρασε στις εκπτώσεις ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή αρχικής αξίας €650. Αν πλήρωσε €598, να βρείτε το ποσοστό της έκπτωσης που έγινε.

A15. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με υποτείνουσα $B\Gamma = 6\sqrt{2}\text{ cm}$. Το $\square A\epsilon\Lambda$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο την $A\Delta$, όπου Δ είναι το μέσο της πλευράς AB . Το $\square \Lambda\zeta\Gamma$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο την πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Σε γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι 18 και ο έκτος όρος είναι 486.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

(μον. 6)

β) Να βρείτε το άθροισμα των 15 πρώτων όρων της προόδου.

(μον. 4)

B2. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε ένα σπίτι για €250 000 και στη συνέχεια το πούλησε με κέρδος 10% πάνω στην τιμή αγοράς. Το σύνολο των χρημάτων που πήρε το κατέθεσε σε δύο τράπεζες. Στην πρώτη τράπεζα κατέθεσε €100 000 προς 4% και στη δεύτερη τράπεζα κατέθεσε τα υπόλοιπα προς 3%. Να βρείτε σε πόσα χρόνια θα πάρει συνολικά €74 000 τόκους.

B3. α) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $\alpha = 2\text{ cm}$, $\beta = 4\text{ cm}$ και $\gamma = 2\sqrt{3}\text{ cm}$.

Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.

(μον. 6)

β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ όπου ισχύει η σχέση $4R^2\eta\mu\Lambda\eta\mu\Delta = \beta^2$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

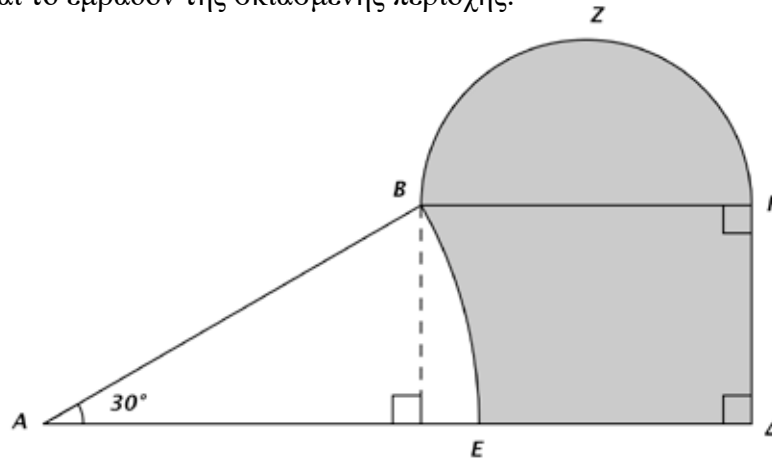
(μον. 4)

B4. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $\log(\log(3x^2 + 14x + 5)) = 0.$ (μον. 4)

β) $3^{2x+2} - 10 \cdot 3^x + 1 = 0.$ (μον. 6)

B5. Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με βάσεις $B\Gamma = 18 \text{ cm}$ και $A\Delta = 25 \text{ cm}$. Με κέντρο το A και ακτίνα AB φέρουμε τόξο που τέμνει την πλευρά $A\Delta$ στο E . Το $\widehat{BZ\Gamma}$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο την πλευρά $B\Gamma$. Αν $\angle A = 30^\circ$ και $\angle \Gamma = \angle \Delta = 90^\circ$, να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



B6. Δίνονται 30 τετράγωνα. Το πρώτο έχει πλευρά 3 cm , το δεύτερο 5 cm , το τρίτο 7 cm κ.λ.π. Να βρείτε:

α) το μήκος της πλευράς του 30^{ου} τετραγώνου. (μον. 3)

β) το άθροισμα των περιμέτρων των 30 τετραγώνων. (μον. 3)

γ) Ο Γιώργος έχει 1152 cm σύρμα και αρχίζει να κατασκευάζει τετράγωνα πλευράς 3 cm , 5 cm , 7 cm κ.λ.π. Να βρείτε την πλευρά, σε cm , του μεγαλύτερου τετραγώνου που θα κατασκευάσει. (μον. 4)

Οι Εισηγητές :

Ο Συντονιστής,

Ο Διευθυντής,

.....
Ιωακείμ Μ.

.....
Χατζηπαναγή Π. (Β.Δ)

.....
Κόκκινος Σάββας

.....
Ανδρονίκου Γ.

.....
Παρισινός Γ.

.....
Χατζηχαραλάμπους Γ.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Κοινού Κορμού

Ημερομηνία: 20/05/13

Ονοματεπώνυμο Μαθητή /τριας: _____ Βαθμός: _____

Τμήμα: _____ Βαθμός Ολογράφως: _____

Διάρκεια: 2.30' Υπογραφή Καθηγητή/τριας: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

α) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν

και με μολύβι).

β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Το δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τις 15 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειας και το εμβαδόν κύκλου με ακτίνα 9 cm.

2. Να βρείτε τον τόκο που θα δώσει κεφάλαιο € 3600 με επιτόκιο 3,5% για 160 μέρες.

3. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος 1, 3, 9, 27, Να βρείτε:
- α) το λόγο της
 - β) τον ένατο όρο της
 - γ) το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της.

4. Να δείξετε ότι: $\frac{\log 75 - \log 3}{\log 5 + \log 25} = \frac{2}{3}$

5. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\beta - 3\gamma}{2R} = \eta\mu B - 3\eta\mu \Gamma$

6. Να βρείτε την τιμή του x , $x < 0$ αν οι αριθμοί x , 4 , $x^2 + 2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και να σχηματίσετε την πρόοδο.

-
7. Κατάστημα ειδών ένδυσης προσφέρει έκπτωση 30% σε όλα τα είδη του. Να βρείτε την τιμή ενός φορέματος πριν την έκπτωση, αν στις εκπτώσεις η τιμή του μειώθηκε κατά € 37,50.

-
8. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $64\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα του $8\pi \text{ cm}^2$.
Να βρείτε:
α) την κεντρική γωνία του κυκλικού τομέα
β) την περίμετρό του κυκλικού τομέα.

9. Να λύσετε την εξίσωση: $2\log^2 x - 5\log x - 3 = 0$

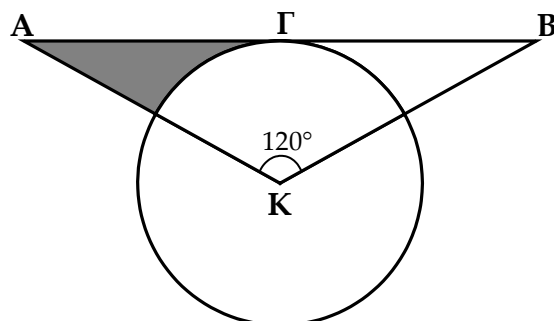
10. Σε γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος όρος είναι $\frac{3}{2}$ και ο τρίτος όρος είναι $\frac{9}{8}$. Να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της.

11. Το άθροισμα των δύο πρώτων όρων αριθμητικής προόδου είναι 21 και το άθροισμα του τρίτου και του τέταρτου όρου είναι 1. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

-
12. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $4R^2 \eta\mu A \kappa\eta\mu B + 2\alpha\gamma\sigma\upsilon\nu B = \alpha^2 + \gamma^2$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

13. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{25^x} - 35^x - 10 = 1$

14. Στο σχήμα ο κύκλος έχει κέντρο Κ και ακτίνα 4 cm. Η ΑΒ εφάπτεται του κύκλου στο σημείο Γ. Αν $\angle AKB = 120^\circ$ και $AK = KB$ να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



15. Κάποιος τόκισε το $\frac{1}{3}$ ενός κεφαλαίου προς 6% για 4 χρόνια και το υπόλοιπο προς 8% για 5 χρόνια. Να βρείτε το κεφάλαιο αν ο συνολικός τόκος που πήρε ήταν €2080.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Σε ένα κατάστημα ηλεκτρονικών ειδών πωλείται Η.Υ. (ηλεκτρονικός υπολογιστής) στην τιμή των €1770 συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α.
 - α) Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 18% να βρείτε την τιμή του Η.Υ. χωρίς το Φ.Π.Α. .
 - β) Στα μέτρα που πήρε η κυβέρνηση για την αντιμετώπιση της οικονομικής κρίσης είναι και η αύξηση του συντελεστή Φ.Π.Α. σε 19% το 2014. Να βρείτε την τιμή πώλησης του Η.Υ. το 2014.

-
2. Σε αύξουσα αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των 10 πρώτων όρων είναι 50 και η διαφορά του τρίτου από τον έβδομο όρο είναι 8.
- α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
- β) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\alpha_{31} + \alpha_{32} + \dots + \alpha_{50}$.

3. i) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\beta \sin A + \alpha \sin B}{\gamma} = 1$

ii) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\alpha = 3\sqrt{3} \text{ cm}$, $\beta = 3 \text{ cm}$ και $\hat{A} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο και να βρείτε το εμβαδόν του.

4. α) Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $8^{x-4} = \frac{1}{2^x}$

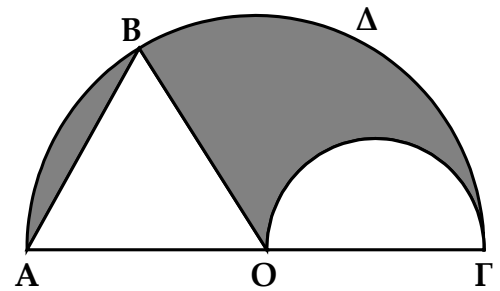
ii) $\log \psi + \log(\psi - 8) = \log 9$

iii) $\log_3 \frac{1}{\omega} = -3$

β) Να δείξετε ότι οι λύσεις x, ψ, ω των πιο πάνω εξισώσεων αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.

5. Σε γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των τριών πρώτων όρων είναι 7 και το άθροισμα του τέταρτου, του πέμπτου και του έκτου όρου είναι $\frac{7}{8}$. Να βρείτε:
- α) τον πρώτο όρο και το λόγο της προόδου
 - β) το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της
 - γ) το άθροισμα των άπειρων όρων της.

6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο ΑΓ, κέντρο Ο και ακτίνα 6 cm καθώς και ημικύκλιο με διάμετρο την ΟΓ. Αν $AB = 6$ cm να βρείτε:
- α) το εμβαδόν ολόκληρης της σκιασμένης περιοχής
β) την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής ΟΒΔΓ.



Η Διευθύντρια:

Μαργερίδου Έλση

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ : Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/5/2013

Διάρκεια: 2,5 Ώρες

- Ø Το γραπτό αποτελείται από 3 σελίδες.
- Ø Στην λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- Ø Να γράφετε με πένα, καθαρά και επιμελημένα (μόνο γραφικές παραστάσεις και σχήματα μπορούν να γίνονται με μολύβι).
- Ø Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Ø Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.

Μέρος Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €2000 μετά από 7 χρόνια με επιτόκιο 4%.
2. Δίνεται η πρόοδος 2, 5, 8, 11,Να βρείτε:
 - α) Το είδος της προόδου.
 - β) Τον όγδοο όρο.
 - γ) Το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της προόδου.
3. Ένα πλυντήριο κοστίζει €180. Αν προσφέρεται έκπτωση 15% να βρείτε την τιμή πώλησης του πλυντηρίου.
4. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ αν δίνονται $\alpha=5m$, $\beta=7m$, $\hat{G}=30^\circ$.
5. Κύκλος έχει μήκος περιφέρειας 30π cm. Να βρείτε
 - α) Την ακτίνα του κύκλου.
 - β) Το εμβαδόν του.
6. Να λύσετε τις εξισώσεις :
 - α) $3^{2x-1} = 9$
 - β) $\log_2 y = 3$
7. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται:
 $a=3\sqrt{3}m, b=3m$ και $\hat{G}=60^\circ$. Να βρείτε τις υπόλοιπες γωνίες του τριγώνου ($\hat{B} < 90^\circ$).
8. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\log_3 6 + \log_3 x = 2 + \log_3 (2x - 1)$$
9. Ο Κώστας αγόρασε ένα κινητό τηλέφωνο προς €250 και το πούλησε με κέρδος 20%. Με τα χρήματα που πήρε αγόρασε ένα άλλο το οποίο πούλησε με ζημιά 22%. Να βρείτε αν από τις προηγούμενες συναλλαγές κέρδισε ή ζημίωσε και πόσα;

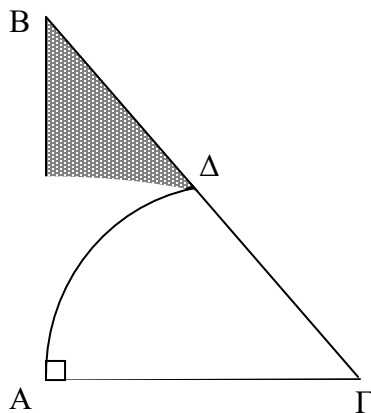
10. Να δείξετε ότι σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση

$$\frac{\beta+2\gamma}{2R} = \eta\mu B + 2\eta\mu\Gamma.$$

11. Το άθροισμα των απείρων όρων γεωμετρικής προόδου είναι $\frac{5}{12}$. Αν ο λόγος της προόδου είναι $\lambda = \frac{1}{5}$, να βρείτε τον πρώτο όρο και να σχηματίσετε την πρόοδο.

12. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$, $AB = (5 - x)cm$, $B\Gamma = (4 + x)cm$, $\widehat{AB\Gamma} = 120^\circ$ και $A\Gamma = y cm$.
Να δείξετε ότι: $y^2 = x^2 - x + 61$.

- 13.



Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) και ισοσκελές. Αν $B\Gamma = 18 cm$ και το τόξο $\widehat{A\Delta}$ ανήκει σε κύκλο με κέντρο το Γ και ακτίνα την ΓA , να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.

14. Να υπολογίσετε το πιο κάτω άθροισμα

$$\Sigma = 2 + 6 + 18 + \dots + 1458.$$

15. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x(\log x - 2) = \log 1000$.

Μέρος Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

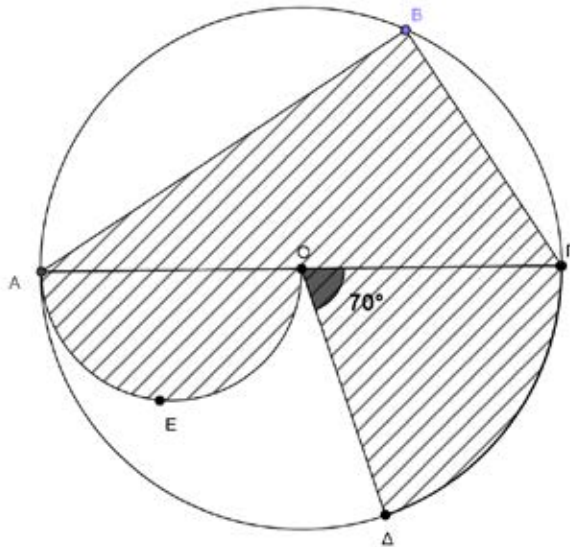
1. Δίνεται αριθμητική πρόοδος με $\alpha_3 = 3$ και $\alpha_{12} = -15$.
α. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
β. Να υπολογίσετε το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της.

2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$$

3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\hat{A} = 30^\circ$, $b = 4m$ και $g = 4\sqrt{3}m$.
Να επιλύσετε το τρίγωνο και να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
4. Κάποιος τόκισε τα $\frac{3}{5}$ ενός κεφαλαίου προς 6% και το υπόλοιπο προς 8%. Αν μετά από 2 χρόνια πήρε τόκους €1088, να βρείτε το κεφάλαιο.
5. Σε κύκλο με ακτίνα $R = 8\text{cm}$ παίρνουμε διαδοχικά τόξα $\widehat{AB} = 60^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 90^\circ$, $\widehat{\Gamma\Delta} = 120^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

6.



Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το O και διάμετρο $AG=20\text{cm}$. Το AEO είναι ημικύκλιο με διάμετρο την OA και το $ΟΓΔ$ είναι κυκλικός τομέας με κέντρο το O και επίκεντρη γωνία $\widehat{ΓΟΔ} = 70^\circ$. Αν $AB=16\text{cm}$, να βρείτε το εμβαδόν του μη σκιασμένου τμήματος.

Ο Διευθυντής

Παντελής Ιωάννου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

Διάρκεια: 2,5 ώρες

Τάξη: Β΄ κοινού κορμού

Ημερομηνία: 16/5/2013

Οδηγίες:

- 1) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (Τα σχήματα να γίνονται με μολύβι).
- 2) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- 3) Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- 4) Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.
- 5) Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

Μέρος Α:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος : 3 ,6 12,...

Να βρείτε : α) το είδος της προόδου ,
 β) το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της .

2. Ένα ποδήλατο κοστίζει €180. Αν προσφέρεται έκπτωση 15% να βρείτε την τιμή πώλησης του ποδηλάτου.

3. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\log_2 8 + \log_2 1}{3 \log_2 4}$

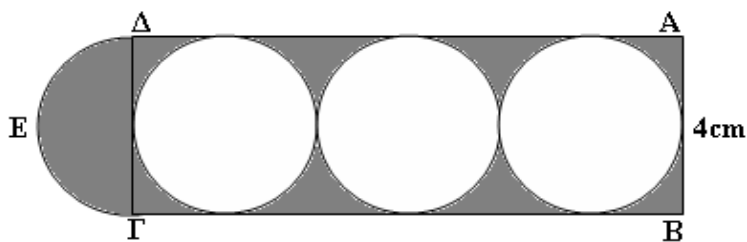
4. Πόσο τόκο δίνουν €5000 τοκίζόμενα με απλό τόκο για 3 χρόνια προς 5% ;

5. Κύκλος έχει μήκος 12πm . Να βρείτε :

α) Το μήκος της ακτίνας του .
β) Το εμβαδόν του κύκλου.

6. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\log_3 x = 4$ β) $2^{x+2} = 8^{x-2}$

7. Να βρείτε το x , ώστε οι αριθμοί $x-2$, x , $x+3$ να είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής προόδου.
8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x-3)+\log 2=\log(x+2)-\log 3$
9. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: $\alpha = 10\text{cm}$, $\gamma = 5\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να βρείτε
 α) την γωνιά A και το
 β) εμβαδόν E του τριγώνου $AB\Gamma$.
10. Σε κύκλο με ακτίνα 6cm κυκλικός τομέας έχει εμβαδόν $3\pi\text{ cm}^2$. Να βρείτε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
11. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha\beta\eta\mu\Gamma}{\gamma} - \beta\eta\mu A = 0$
12. Σε Αριθμητική πρόοδο ο δεύτερος όρος της ισούται με 5 και ο έκτος όρος της ισούται με 21.
 α) Να σχηματίσετε την Αριθμητική πρόοδο
 β) Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.
13. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x - 4 \cdot 2^{x+1} + 7 = 0$
14. Σε φθίνουσα Γ.Π. το άθροισμα των απείρων όρων της είναι διπλάσιο του πρώτου όρου της και ο όγδοος όρος της ισούται με $\frac{1}{2}$. Να βρείτε την πρόοδο.
15. Στο διπλανό σχήμα $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB = 4\text{ cm}$, $\Delta E\Gamma$ ημικύκλιο με διάμετρο $\Delta\Gamma$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

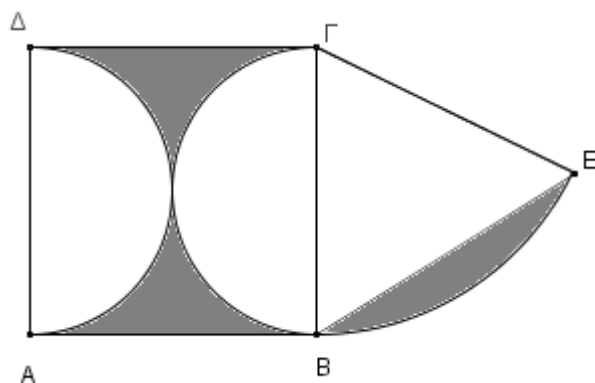


ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο πέμπτος και ο ένατος όρος έχουν άθροισμα 28 και ο τρίτος όρος είναι τριπλάσιος του πρώτου. Να βρείτε:
α) Τους πέντε πρώτους όρους της προόδου
β) Το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της.
2. Ένας έμπορας αγόρασε εμπόρευμα αξίας €50000 και το πούλησε με κέρδος 20% επί της αξίας του. Τα χρήματα που κέρδισε τα κατάθεσε στη τράπεζα για 4 χρόνια και πήρε τόκο €2800. Να βρείτε:
α) Το κέρδος του εμπόρου
β) το ΦΠΑ που θα εισπράξει το κράτος.
γ) Με τι επιτόκιο κατάθεσε τα χρήματά του;
3. Να επιλύσετε τρίγωνο ΑΒΓ, αν $\alpha = 2\text{cm}$, $\beta = \sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\log^2 x + 2\log x - 8 = 0$ και
β) $\log[\log(x+3)] = 0$.
5. Να υπολογίσετε το άθροισμα : $\Sigma = 3 + 6 + 12 + 24 + \dots + 768$ (χρησιμοποιήστε μεθόδους από τις προόδους)
6. Στο σχήμα δίνονται: ΑΒΓΔ τετράγωνο, ΑΖΔ και ΒΖΓ ημικύκλια διαμέτρου ΑΔ και ΒΓ αντίστοιχα, ΒΓΕ ισόπλευρο τρίγωνο και ΒΕ τόξο με κέντρο το Γ. Αν το μήκος τόξου ΒΕ ισούται με $4\pi\text{ cm}$, να υπολογίσετε:

- α) το μήκος της πλευράς του ισοπλεύρου τριγώνου
β) το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας
γ) την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Θ. Χρίστου Β. Δ

Π. Ανδρέου

Κ. Μοσφίλη

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Λ Χατζηξενοφώντος Β.Δ.

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Κωνσταντία Καλογήρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ– ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22/05/2013

ΤΑΞΗ: Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

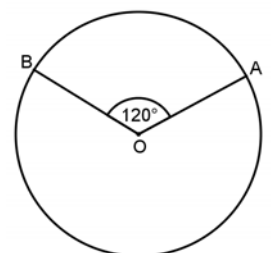
ΩΡΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 8.00π.μ. – 10.30π.μ.

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- Να γράφετε με μελάνι χρώματος μπλε ή μαύρου.
 - Τα σχήματα μπορούν να γίνονται και με μολύβι.
 - Να γράφετε καθαρά και επιμελημένα.
 - Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
 - Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού.

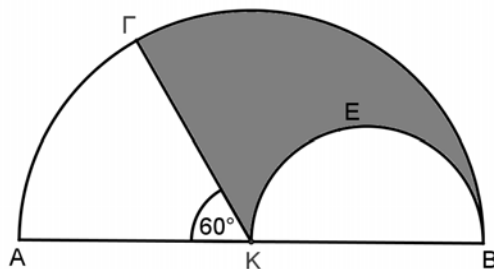
ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε (5)** μονάδες.

- Δίνεται η αριθμητική πρόοδος: 3, 6, 9, 12, ...
Να υπολογίσετε:
1) τον εκατοστό όρο της και
2) το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο κύκλου ακτίνας 10cm.
- Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
α) $5^{3x+1} = 25$ β) $\log_4 x = 3$
- Κάποιος αγόρασε διαμέρισμα €150000 και το πώλησε με κέρδος 15% πάνω στην αξία του.
Να βρείτε την τιμή πώλησης του διαμερίσματος.
- Αν οι αριθμοί $2x + 1$, $3x + 1$, $5x - 1$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε:
1) την τιμή του x και
2) τη διαφορά της αριθμητικής προόδου.
- Να βρείτε το επιτόκιο με το οποίο πρέπει να τοκιστεί κεφάλαιο €5000 για 4 χρόνια, ώστε να δώσει τόκο €800.
- Να λύσετε την εξίσωση: $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 = 0$
- Τρεις συνέταιροι ο Κώστας, ο Γιάννης και ο Μιχάλης έβαλαν σε μία εταιρία €6000, €4000 και €5000 αντίστοιχα. Σε ένα χρόνο η εταιρεία κέρδισε €45000.
1) Πόσο κέρδος αναλογεί στον καθένα;
2) Ο Κώστας με τα χρήματα που κέρδισε αγόρασε αυτοκίνητο και το πώλησε με ζημιά 30%.
Πόσα πώλησε το αυτοκίνητο;
- Στο διπλανό σχήμα, το μήκος του τόξου AB είναι 4π cm και αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία $\hat{AOB} = 120^\circ$. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του κυκλικού τομέα AOB.



10. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της ισούται με 20 και το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι διπλάσιο του πρώτου όρου της. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
11. Να αποδείξετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, την πιο κάτω ισότητα:
- $$\frac{\log_5 125 - 2\log_3 \sqrt{27} + \log_\alpha \alpha^\alpha}{\log_2 \frac{1}{8} + 3\log 10 + \log_\beta \beta^\beta} = \frac{\alpha}{\beta}$$
12. Να επιλύσετε τρίγωνο ABΓ, που είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R = 2cm με πλευρές $\alpha = 4\text{cm}$ και $\beta = 2\sqrt{3}\text{cm}$.
13. Έμπορος εισάγει 200 πλυντήρια με συνολικό κόστος €80000 και τα πωλεί με κέρδος 40% πάνω στο συνολικό κόστος του εμπορεύματος. Πόσα θα στοιχίσει στον καταναλωτή ένα πλυντήριο, αν πληρώσει επιπλέον 18% Φ.Π.Α;
14. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB = 4cm και κέντρο K. Με διάμετρο KB γράφουμε ημικύκλιο KEB. Αν η γωνία ΑΚΓ = 60° να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



15. α) Να λύσετε την λογαριθμική εξίσωση $\log[\log(14 - \chi)] = 0$
 β) Χρησιμοποιώντας την λύση της πιο πάνω εξίσωσης να δείξετε ότι:
 $2\log \chi - \log(\chi - 2) + 2\log \sqrt{125} = 3$

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 4.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα (10)** μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και έβδομου όρου είναι 40 και το άθροισμα του δεύτερου και πέμπτου όρου είναι 28.
 α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο.
 β) Να βρείτε το δέκατο πέμπτο (15^ο) όρο της.
 γ) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε, για να έχουμε άθροισμα 312.
 δ) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $4 + 8 + 12 + \dots + 64$.
2. α) Να λύσετε την εξίσωση: $3^{2\chi+1} - 18 \cdot 3^\chi - 81 = 0$
 β) Χρησιμοποιώντας τη λύση της πιο πάνω εξίσωσης, να βρείτε την τιμή του α , ώστε οι αριθμοί 4, $\log(\alpha\chi)$, $[\log(\alpha\chi) - 1]$, να αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.
3. α) Να επιλύσετε τρίγωνο ABΓ με πλευρές $\alpha = 6\text{cm}$, $\beta = 3\text{cm}$ και εμβαδόν $E = \frac{9\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$, αν $\hat{\Gamma} < 90^\circ$.
 β) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu B = 2\eta\mu \Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu A$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

4. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 6\text{cm}$. Στην περιφέρεια του παίρνουμε διαδοχικά τόξα $AB = 90^\circ$, $B\Gamma = 60^\circ$, $\Gamma\Delta = 120^\circ$. Να υπολογίσετε:

- 1) το μήκος του τόξου $\Gamma\Delta$,
- 2) την περίμετρο του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ και
- 3) το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$

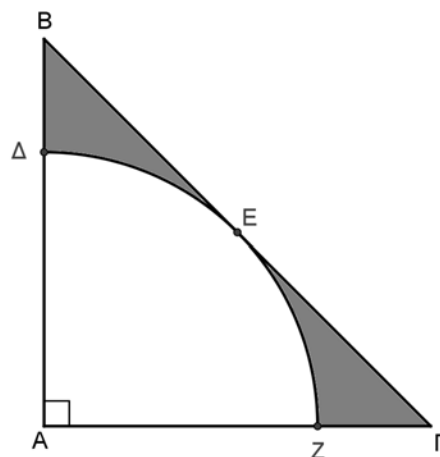
5. Ο κύριος Γιώργος κληρονόμησε από μια θεία του €200000. Επένδυσε τα χρήματα που κληρονόμησε ως εξής:

- τόκισε το $\frac{1}{4}$ των χρημάτων που κληρονόμησε προς 3% με απλό τόκο και
- με τα υπόλοιπα αγόρασε ένα σπίτι.

Μετά από δύο χρόνια απέσυρε τα χρήματα του από την τράπεζα μαζί με τους τόκους και πώλησε το σπίτι με κέρδος 30% πάνω στην τιμή αγοράς. Πόσο τοις εκατό (%) κέρδισε συνολικά;

6. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$ και $AB = A\Gamma = 3\sqrt{2}\text{cm}$. Με κέντρο το A και ακτίνα AZ γράφουμε τόξο $ZE\Delta$, που εφάπτεται της πλευράς $B\Gamma$ στο σημείο E .

- 1) Να δείξετε ότι $AZ = 3\text{cm}$.
- 2) Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.
- 3) Να βρείτε την περίμετρο του σκιασμένου χωρίου.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

Ο Διευθυντής

.....
Αυγουστίνα Αλευρά

.....
Κώστας Χατζησάββας

.....
Ευγενία Χατζηϊωάννου

.....
Κούλα Μενελάου

.....
Πέτρος Πιτσιλλής

.....
Ελένη Φωτίου

.....
Ιωάννης Λοΐζου