

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 29/05/2013 (Α΄ ΣΕΙΡΑ)

ΤΑΞΗ: Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥΧΡΟΝΟΣ: 2:30 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
2. Τα σχήματα επιτρέπεται να είναι με μολύβι .
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12 .

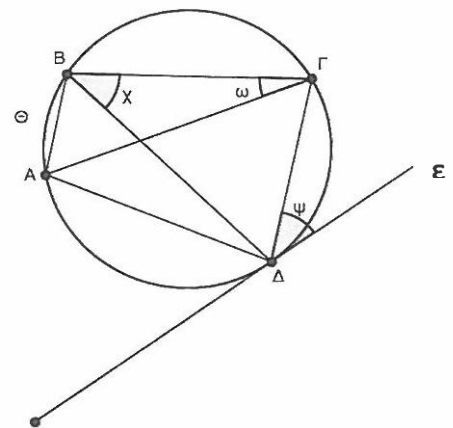
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $x^2 - 6x + 8 = 0$
2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της συνάρτησης: $\psi = \frac{5x+1}{x-2}$
3. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς -3 και $\frac{1}{6}$
4. Να βρείτε τις τιμές του μ έτσι ώστε ο αριθμός 3 να είναι η ρίζα της πιο κάτω εξίσωσης:
 $x^2 + (2\mu+1)x + \mu^2 - 3 = 0$
5. Αν $\eta\mu\omega = -\frac{5}{13}$ και $180^\circ < \omega < 270^\circ$ να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{10\sigma\phi\omega - 13\sigma\upsilon\nu\omega}{-12\varepsilon\phi\omega}$$
6. Να δείξετε ότι ισχύει η ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu\alpha \cdot \varepsilon\phi\alpha - \eta\mu^3\alpha}{\eta\mu\alpha \cdot \sigma\phi\alpha - \sigma\upsilon\nu^3\alpha} = \sigma\phi\alpha$
7. Αν χ_1, χ_2 ρίζες της εξίσωσης $3\chi^2 - 5\chi - 2 = 0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση να υπολογίσετε:
α) $\chi_1 + \chi_2 =$
β) $\chi_1 \cdot \chi_2 =$
γ) $\frac{\chi_1}{\chi_2} + \frac{\chi_2}{\chi_1} =$
δ) $(2\chi_2 - 1)(2\chi_1 - 1) =$

8. Σε ορθογώνιο ΑΒΓΔ, Μ μέσον της ΓΔ και Ζ μέσον της ΑΒ. Να δείξετε ότι:
- α) Το τετράπλευρο ΑΖΜΔ είναι ορθογώνιο
- β) Το τρίγωνο ΔΖΓ είναι ισοσκελές.
9. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{x-3}{x+2} \leq 0$
10. Σε τρίγωνο ΑΒΓ η κορυφή Α έχει συντεταγμένες (3,-1). Η εξίσωση της ευθείας ΒΓ είναι η : $3x - y = 1$. Να υπολογίσετε την εξίσωση του ύψους ΑΔ.
11. Να βρείτε τα σημεία τομής μεταξύ της ευθείας $y - 3x = 5$ και της παραβολής $y = x^2 + 1$.
12. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Φέρουμε το ύψος ΑΔ. Αν Μ Μέσο της ΑΓ να δείξετε ότι $(\Gamma B) = 4 \cdot (M\Delta)$.

13. Η ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου.

Δίνονται τα τόξα: $\widehat{BF}=98^\circ$, $\widehat{\Gamma\Delta}=2\theta+20^\circ$, $\widehat{AB}=\theta^\circ$ και $\widehat{AD}=110^\circ$. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου θ και των γωνιών χ , ψ , ω του διπλανού σχήματος.



14. Δίνεται κύκλος (K, R) . Από το σημείο Σ εκτός του κύκλου φέρουμε την εφαπτόμενη $\Sigma\Gamma$ (Γ σημείο επαφής) και την τέμνουσα του κύκλου ΣAB (A, B σημεία του κύκλου). Να δείξετε ότι: $(\Sigma\Gamma)^2 = (\Sigma A) \cdot (\Sigma B)$
15. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $\text{AB}\Gamma\Delta$, K το σημείο τομής των διαγωνίων του και M μέσον της BK . Στην προέκταση της $A\Delta$ υπάρχει σημείο Z έτσι ώστε $A\Delta = \Delta Z$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα AZK και $M\text{B}\Gamma$ είναι όμοια μεταξύ τους και ότι ισχύει $M\Gamma = \frac{KZ}{2}$.

ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. Δίνεται εξίσωση 2^{ου} βαθμού, $x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 4 = 0$.

Αν x_1, x_2 οι ρίζες της να βρεθούν οι τιμές του λ , ώστε :

i. Οι ρίζες να είναι αντίθετες.

ii. Οι ρίζες να είναι αντίστροφες.

iii. $\Delta = 0$

iv. $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} < -2$.

2. i. Αν η εξίσωση $(\sin^2 \omega)x^2 - (2\eta\mu\omega)x + 1 = 0$ έχει ρίζες πραγματικές και ίσες, να δείξετε ότι

$$\eta\mu^2 \omega = \frac{1}{2} \text{ και να υπολογίσετε τη γωνία } \omega \text{ αν } 0^\circ < \omega < 180^\circ.$$

ii. Να υπολογίσετε τη γωνία θ , αν $\frac{\eta\mu(270^\circ + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)}{\sigma\upsilon\nu(90^\circ - \theta) \cdot \epsilon\varphi(90^\circ + \theta)} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

3. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται οι κορυφές Α(5, 12), Β(2,5) και Γ(1,7). Να υπολογίσετε:

i. Την κλίση της πλευράς ΒΓ

ii. Την εξίσωση της ΒΓ

iii. Την εξίσωση του ύψους ΑΔ

iv. Τις συντεταγμένες του σημείου Δ.

v. Τις συντεταγμένες του σημείου τομής της προέκτασης της ΒΓ με τον θετικό ημιάξονα ΟΧ.

4. Από το διπλανό γράφημα της παραβολής

$f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ να υπολογίσετε:

i. Τις ρίζες της $f(x)=0$

ii. Το πρόσημο της Διακρίνουσας (Δ).

iii. Τον άξονα συμμετρίας.

iv. Τις συντεταγμένες της κορυφής

v. Πρόσημο του a

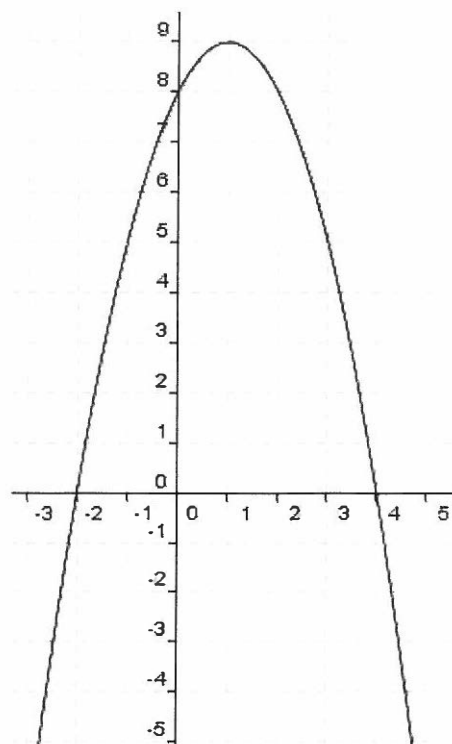
vi. Τις τιμές των a, b, γ .

vii. Πεδίο ορισμού και πεδίο τιμών της $f(x)$.

viii. Το πρόσημο της $f(-2013), f(2013)$ και της $f(2)$.

ix. Την εξίσωση της συνάρτησης $f(x)$.

x. Τη λύση της ανίσωσης $f(x) \geq 0$



5. Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ. Η διχοτόμος της γωνίας Α τέμνει την ΔΓ στο σημείο Ζ και την διαγώνιο ΒΔ στο σημείο Η. Να δείξετε ότι:

- i. Το τρίγωνο ΑΔΖ είναι ισοσκελές.
- ii. Ισχύει η σχέση $(ΒΓ) \cdot (ΒΗ) = (ΑΒ) \cdot (ΔΗ)$

6. Δίνεται κύκλος (Ο, R). Από το σημείο Α εκτός του κύκλου φέρουμε την εφαπτόμενη ΑΒ (Β σημείο επαφής) και την τέμνουσα ΑΓΔ του κύκλου. Αν Μ είναι το μέσο του μικρού τόξου ΔΓ, να δείξετε ότι:

- i. $\angle \hat{B}M = \angle \hat{M}B\Gamma$
- ii. $AB = AE$ (Ε είναι το σημείο τομής της ΔΓ με την ΒΜ)

... ΤΕΛΟΣ ...

Οι Εισηγητές

Σ. Χρυσάνθου

Λ. Ηρακλέους

Γ. Παπαλλάς

Δ. Τσιντίδου

Ο Συντονιστής Β.Δ.

Γ. Λούβαρης

Ο Διευθυντής

Α. Χριστοδουλίδης

