

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 23/05/ 2014

ΤΑΞΗ: Α΄

Διάρκεια: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

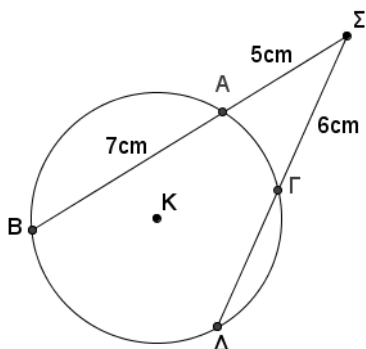
Να γράφετε με μελάνι μπλε (μόνο τα σχήματα με μολύβι).

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

- Δίνεται κύβος με ακμή $a = 5\text{cm}$. Να βρείτε τον όγκο V και το εμβαδόν $E_{\text{ολ}}$ της ολικής επιφάνειάς του κύβου.
- Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 5x + 6 > 0$
- Να υπολογίσετε το μήκος της χορδής $\Gamma\Delta$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- Οι θερμοκρασίες που καταμετρήθηκαν το πρώτο δεκαπενθήμερο του Δεκεμβρη στο Τρόοδος ήταν: **0, 5, 8, 6, 5, 4, 0, 6, 0, 6, 1, 6, 6, 7, 0** βαθμοί Κελσίου.
Να υπολογίσετε : α) Τη μέση θερμοκρασία των παραπάνω θερμοκρασιών
β) Τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή των θερμοκρασιών.

5. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$K = \frac{10\sigma\upsilon\nu\theta - 4\epsilon\phi\theta}{\sigma\tau\epsilon\mu\theta}$$

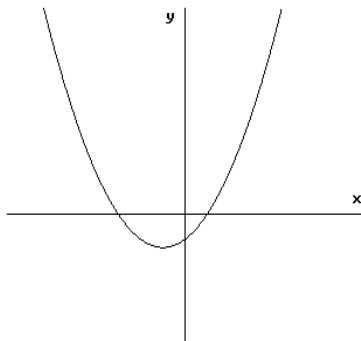
6. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 4\sqrt{2}x + 3 - \sqrt{2} = 0$, χωρίς να τη λύσετε,

α) Να βρείτε την τιμή των παραστάσεων $x_1 + x_2$ και $x_1 \cdot x_2$

β) Να υπολογίσετε το κλάσμα $\frac{x_1 + 2x_1x_2 + x_2}{2x_1x_2}$ και να το μετατρέψετε σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

7. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $6x^2 + 2\lambda x - \lambda = 0$ να μην έχει πραγματικές ρίζες.

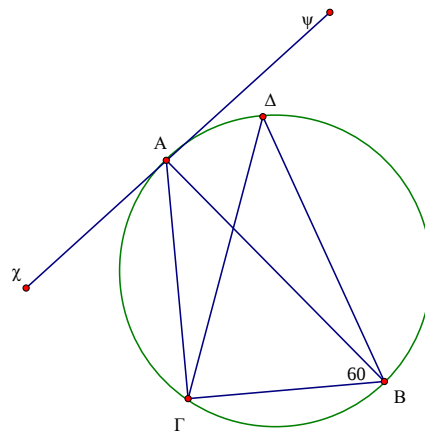
8. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Χρησιμοποιώντας το σχήμα να βρείτε το πρόσημο των παρακάτω :



- α) Δ (διακρίνουσα)
 β) γ
 γ) α
 δ) P (γινόμενο ριζών)
 ε) $\alpha \cdot \beta$

9. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα $\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1 - \eta\mu\chi} - \epsilon\phi\chi = \tau\epsilon\mu\chi$

10. Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου και η ευθεία $\chi A \psi$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A . Αν η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 60^\circ$, να υπολογίσετε (δικαιολογώντας πλήρως) τις γωνίες: $\hat{\chi}\hat{A}\hat{\Gamma}$, $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B}$, $\hat{\Gamma}\hat{A}\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{B}$.

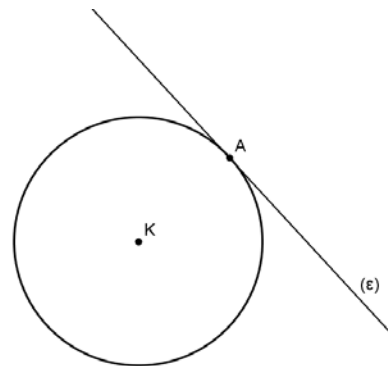


11. Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα με ακμή βάσης $\alpha = 6\text{cm}$ και παράπλευρο ύψος $h = 5\text{cm}$. Να υπολογίσετε: α) Το εμβαδόν E_{π} της παράπλευρης επιφάνειας και β) Τον όγκο V της πυραμίδας.

12. Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο $K(2,1)$ και η ευθεία $(\varepsilon): x + 3y = 7$ εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο A .

Να βρείτε: α) Την εξίσωση της ακτίνας AK

β) Το $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε το σημείο $M(2, \mu^2 - 3)$ να ανήκει στην ακτίνα AK .



13. Να βρείτε το $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα
$$\begin{cases} 3x - y = 10 \\ x + y = 2 \\ x + \lambda^2 y = -6 \end{cases}$$
 να είναι συμβιβαστό.

14. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος AD .
Να αποδείξετε ότι $(AD)^2 = (AB) \cdot (A\Gamma)$

15. Δίνεται τετράγωνο με πλευρά x και ορθογώνιο με διαστάσεις x και y με $x > y$.
Αν το άθροισμα των περιμέτρων των δύο πολυγώνων είναι 48cm , ενώ η διαφορά των εμβαδών τους είναι 28cm^2 , να βρείτε τα μήκη x και y .

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $\mu x^2 + (3\mu - 1)x - \mu + 2 = 0$, $\mu \neq 0$. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε:
- Ο αριθμός -3 να είναι ρίζα της εξίσωσης.
 - Οι ρίζες της εξίσωσης να είναι αντίστροφοι αριθμοί.
 - Το άθροισμα των ριζών της να είναι ίσο με $\sqrt{7}$
 - Οι ρίζες x_1, x_2 να ικανοποιούν τη σχέση $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \geq -2$

2. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\eta\mu(90^\circ + \omega) - \eta\mu(180^\circ + \omega) + \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega)}{\sigma\phi(180^\circ - \omega) \cdot \sigma\phi(90^\circ + \omega) + \eta\mu(90^\circ - \omega)}$

α) Να δείξετε ότι: i) $A = \frac{\eta\mu\omega}{1 + \sigma\upsilon\nu\omega}$

ii) $A + \frac{1}{A} = 2\sigma\tau\epsilon\mu\omega$

β) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που έχει ρίζες: $\rho_1 = \frac{\eta\mu\omega}{1 + \sigma\upsilon\nu\omega}$

$\rho_2 = \frac{\eta\mu\omega}{1 - \sigma\upsilon\nu\omega}$

3. Ένας χρυσοχόος έχει στο σπίτι του μια χρυσή κυλινδρική ράβδο ακτίνας $R = 6\text{cm}$ και ύψους $u = 54\text{cm}$. Ο χρυσοχόος θέλει να λιώσει τη χρυσή ράβδο και να τη μετατρέψει σε 6 ισομεγέθεις κώνους τους οποίους θέλει να βάψει για να μη διακρίνεται ο χρυσός.

Να βρείτε:

α) Το ύψος των κώνων, αν η ακτίνα τους είναι $\rho = 9\text{cm}$.

β) Το κόστος για το βάψιμο αν η ειδική μπογιά που θα χρησιμοποιηθεί κοστίζει $\text{€ } 0.02 / \text{cm}^2$

4. Δίνεται η παραβολή με τύπο $f(x) = x^2 + (3\lambda + 8)x + 2\lambda - 4$, $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Αν η ευθεία $x = -1$ είναι άξονας συμμετρίας της παραβολής, να δείξετε ότι η παραπάνω παραβολή είναι η $f(x) = x^2 + 2x - 8$

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής της παραβολής με τους άξονες συντεταγμένων.

γ) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.

δ) Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω να σχεδιάσετε την παραβολή.

5. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(-5, 4)$, $B(1, 8)$ και $\Gamma(5, 2)$.

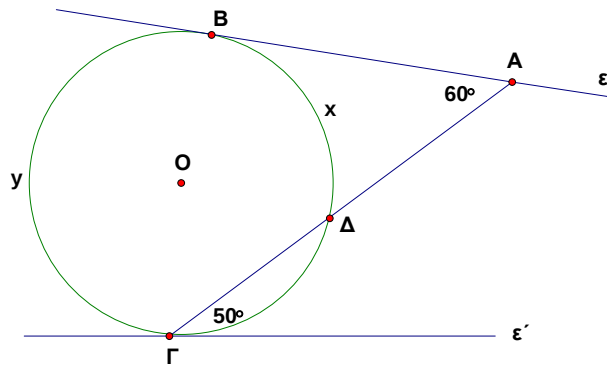
α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου BM .

γ) Να βρείτε τα σημεία τομής της διαμέσου BM με τους άξονες συντεταγμένων.

δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

6. Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες (ε) και (ε') είναι εφαπτόμενες του κύκλου στα σημεία Β και Γ αντίστοιχα (Η χορδή ΒΓ **δεν διέρχεται** από το κέντρο του κύκλου) .



- α) Να υπολογίσετε τα μέτρα των τόξων $\widehat{BD} = x$ και $\widehat{BG} = y$.
 β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια και στη συνέχεια να αποδείξετε ότι $AB^2 = A\Delta \cdot A\Gamma$.

Ο Διευθυντής

Όμηρος Ομήρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 06/06/2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

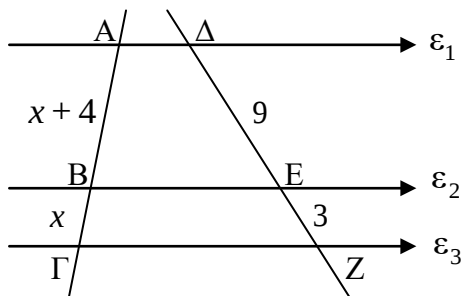
ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από έξι (6) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

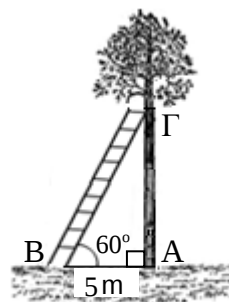
ΜΕΡΟΣ Α΄:

- Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις δώδεκα (12).
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

(1) Αν $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$, να βρείτε την τιμή του x στο πιο κάτω σχήμα:



(2) Στο διπλανό σχήμα, σκάλα ΒΓ ακουμπά σε δέντρο και σχηματίζει γωνία 60° με το οριζόντιο έδαφος. Αν η απόσταση $AB = 5\text{ m}$, να υπολογίσετε το μήκος της σκάλας.



(3) Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, ώστε το σύστημα να είναι συμβιβαστό.

$$\begin{cases} x - 2y = 14 \\ 4x - 3y = 31 \\ \kappa x + 2y = 2 \end{cases}$$

- (4) Στο μάθημα των Φυσιογνωστικών ένας μαθητής της Α΄ Λυκείου πήρε τους πιο κάτω βαθμούς στις τελικές εξετάσεις με την αντίστοιχη βαρύτητα:

Φυσιογνωστικά			
Μάθημα	Φυσική	Χημεία	Βιολογία
Βαθμός (από το 20)	16	18	20
Βαρύτητα	50%	25%	25%

Να υπολογίσετε τον τελικό βαθμό του μαθητή στο μάθημα των Φυσιογνωστικών.

- (5) Να γράψετε στο φύλλο εργασίας σας ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ για τους πιο κάτω ισχυρισμούς:

(α) $x^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{x^2}$, $x \geq 0$
(β) $\sqrt[3]{x^5} = \sqrt{\sqrt[3]{x^{10}}}$, $x \geq 0$
(γ) Αν $x^4 = -81$, τότε $x = -3$
(δ) $\sqrt[4]{x} > \sqrt[5]{x}$, $0 < x < 1$
(ε) $\frac{1}{2 - \sqrt{5}} = -(2 + \sqrt{5})$

- (6) Αν $\varepsilon\varphi\theta = -\frac{4}{3}$ και $90^\circ < \hat{\theta} < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{-15 \sigma\upsilon\nu\theta + 4 \sigma\varphi\theta}{1 + 8 \sigma\tau\epsilon\mu\theta}$$

- (7) Δίνονται τα σημεία A(2, 6) και B(4, -4) .

(α) Να υπολογίσετε το μήκος AB .

(β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το μέσο των σημείων A και B και σχηματίζει γωνία 135° με το θετικό ημιάξονα των τετμημένων.

- (8) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{x^2 - 4x - 12}{(4 - x)^2} \leq 0$.

(9) Κώνος έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας ίσο με $80\pi \text{ cm}^2$ και γενέτειρα ίση με 10 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν ολικής επιφάνειας και τον όγκο κυλίνδρου που έχει ίδιο ύψος με τον κώνο και ακτίνα ίση με 5 cm .

(10) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{2x^2 - 4x}{3x^2 - x - 10}$.

(11) Να βρείτε τις τιμές των παραμέτρων $\mu, \kappa \in \mathbb{R}$ ($\mu \neq -1$, $\mu \neq 0$, $\kappa \neq 8$) ώστε το

$$\text{σύστημα } \begin{cases} (\mu+1)x - y = 4 \\ \mu^2 x + 4y = \kappa - 8 \end{cases} \text{ να είναι αόριστο.}$$

(12) Να δείξετε ότι $\varepsilon\varphi(90^\circ + \theta) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu(180^\circ + \theta) + \frac{1}{1 + \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \theta)} = \sigma\tau\epsilon\mu^2\theta$.

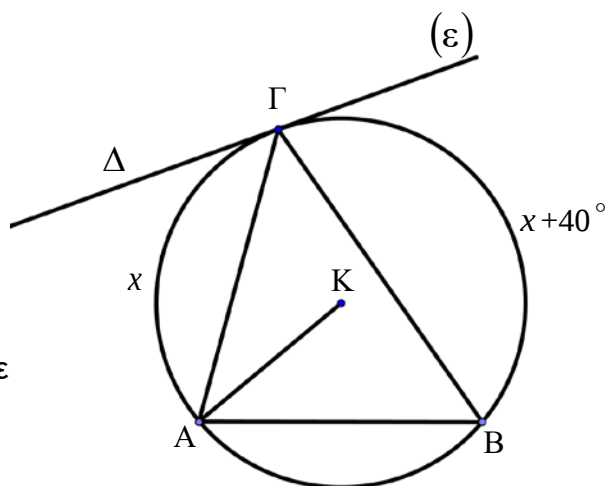
(13) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) όπου

$\widehat{KAB} = 40^\circ$ και (ε) η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ .

(α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{AKB}$ και $\widehat{AGB}$.

(β) Αν τα τόξα $\widehat{AG} = x$ και $\widehat{BG} = x + 40^\circ$, να βρείτε

την τιμή x και τις γωνίες $\widehat{ABG}$ και $\widehat{AGD}$.



(14) Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$. Από σημείο E πάνω στην προέκταση της $B\Gamma$ (προς το Γ) φέρουμε κάθετη που τέμνει τη διαγώνιο $B\Delta$ στο σημείο Z .

(α) Να δείξετε ότι $(BZ) \cdot (B\Delta) = (B\Gamma) \cdot (BE)$.

(β) Αν $B\Delta = 15 \text{ cm}$, $BZ = 2 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 5 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος της BE .

(15) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 + (\kappa + 2)x - (12 - \lambda)$, $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$. Να βρείτε για ποιες τιμές των κ και λ , η γραφική παράσταση της f έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = \lambda$ και ελάχιστη τιμή το -18 .

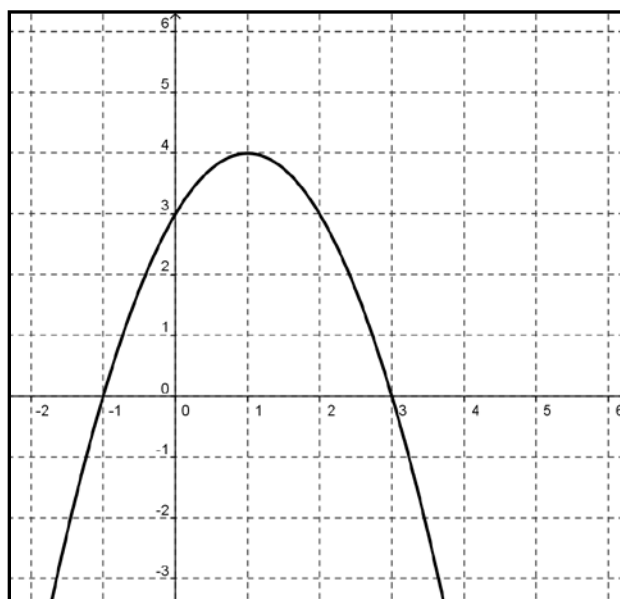
ΜΕΡΟΣ Β΄:

- Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις τέσσερις (4).
 - Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.
-

(1) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

(i) Να βρείτε τα πιο κάτω:

- (α) Το πεδίο ορισμού (Π. Ο.) και το πεδίο τιμών (Π.Τ.) της συνάρτησης.
- (β) Το πρόσημο του a , το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $f(x) = 0$ και το πρόσημο του $f(\sqrt{10})$.
- (γ) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.
- (δ) Τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου και να το χαρακτηρίσετε.
- (ε) Τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$.
- (στ) Την τιμή της παράστασης $A = \frac{\gamma - 5\beta}{\alpha}$.



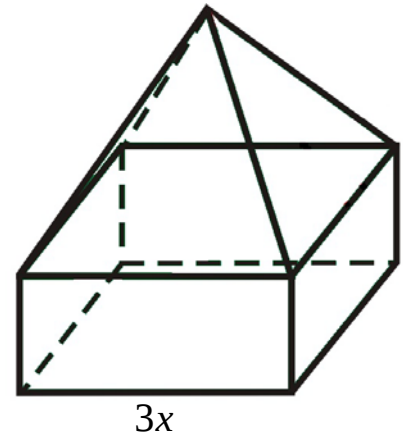
(ii) Να περιγράψετε πώς η γραφική παράσταση της $g(x) = -x^2$, με κατάλληλες μετατοπίσεις, θα συμπίψει με τη γραφική παράσταση της πιο πάνω συνάρτησης.

(2) (α) Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - (2\kappa - \lambda)x + (\kappa - 3) = 0$, $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$. Αν οι λύσεις της εξίσωσης είναι αντίστροφες και το άθροισμά τους ισούται με $\frac{9}{2}$, να υπολογίσετε τις τιμές των κ και λ .

(β) Να βρείτε τις πραγματικές ρίζες x_1, x_2 της εξίσωσης $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

Στη συνέχεια να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες ρ_1, ρ_2 , όπου $\rho_1 = 3x_1 + x_2$ και $\rho_2 = x_1 + 3x_2$.

- (3) Πρίσμα με βάση τετράγωνο έχει πλευρά βάσης ίση με $3x$ cm και εμβαδόν βάσης 144 cm^2 . Τετραγωνική πυραμίδα που έχει την ίδια βάση με το πρίσμα και εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας ίσο με 240 cm^2 , τοποθετείται πάνω στο πρίσμα όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν το συνολικό ύψος του στερεού ισούται με 12 cm , να υπολογίσετε τον όγκο του στερεού.



- (4) Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2 x - \lambda = 3x(2\lambda + 9) - 9$, $\lambda \in \mathbb{R}$.
- (α) Να φέρετε στη μορφή $Ax = B$ την πιο πάνω εξίσωση.
- (β) Αν $A = \lambda^2 - 6\lambda - 27$ και $B = \lambda - 9$, να βρείτε για ποιες τιμές του λ :
- (i) Η πιο πάνω εξίσωση είναι αόριστη.
 - (ii) Η ευθεία $y = Ax + B$ είναι παράλληλη με τον άξονα των τετμημένων.
 - (iii) Η παράσταση B είναι μεταξύ των αριθμών 3 και 8.
 - (iv) Η παράσταση A είναι τουλάχιστον -35 .

- (5) Δίνεται η εξίσωση $(\sigma\tau\epsilon\mu^2\omega - 1)x^2 - (2\sigma\tau\epsilon\mu\omega)x + 1 = 0$, όπου x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης και $0^\circ < \hat{\omega} < 90^\circ$. Να δείξετε ότι:

(α) Η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για όλες τις τιμές της γωνίας $\hat{\omega}$.

(β) $x_1 + x_2 = 2 \varepsilon\varphi\omega \cdot \tau\epsilon\mu\omega$

(γ) $x_1 \cdot x_2 = \varepsilon\varphi^2\omega$

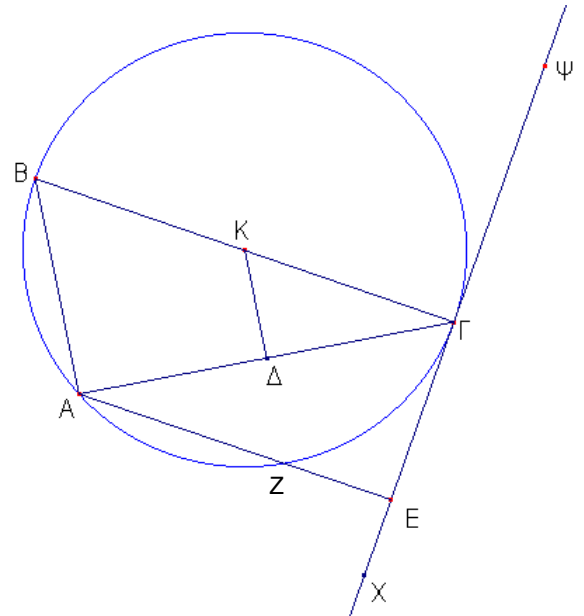
(δ) $\frac{1}{4x_1} + \frac{1}{4x_2} = \frac{\sigma\tau\epsilon\mu\omega}{2}$

(6) Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K,R) με διάμετρο $B\Gamma$. Η $\chi\Gamma\psi$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ , η $K\Delta \perp A\Gamma$ και η $A\epsilon \perp \chi\Gamma\psi$. Να δείξετε τα πιο κάτω δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:

(α) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$, $AK\Delta$ είναι όμοια.

(β) $(AB) \cdot (KA) = (\Delta K) \cdot (B\Gamma)$

(γ) $(E\Gamma)^2 = (EZ) \cdot (EA)$



Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου Τσιελεπή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**Μάθημα:** Μαθηματικά**Τάξη:** Α΄ Ενιαίου Λυκείου**Ημερομηνία:** 27 Μαΐου 2014**Ώρα έναρξης:** 7.45 π.μ.**Διάρκεια:** 2. 30΄**Οδηγίες:**

- (α) Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι.
- (β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- (γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- (δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στις κόλλες.
- (ε) Το γραπτό αποτελείται από έξι (6) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:**Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100**

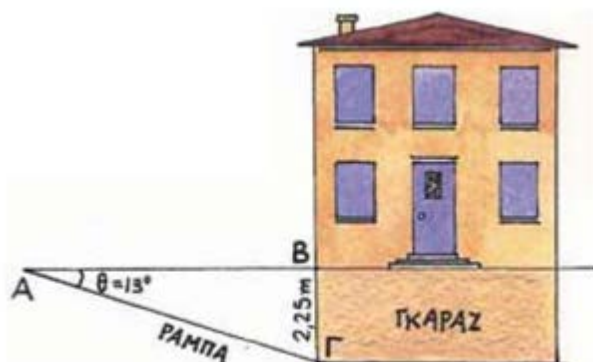
- i. Δίνεται η ευθεία με εξίσωση $\psi = 5\chi - 4$, $\chi \in \mathbb{R}$ Να υπολογίσετε σε κάθε περίπτωση τις τιμές του χ για τις οποίες το ψ έχει αριθμητική τιμή:
- (α) Τουλάχιστον 12
 - (β) Το πολύ 6
 - (γ) Μεταξύ του 0 και του 5
2. Αν χ_1 και χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3\chi^2 - 4\chi - 3 = 0$ να υπολογίσετε (χωρίς να λύσετε την εξίσωση) τις παραστάσεις:
- i) $\chi_1 + \chi_2$ ii) $\chi_1 \cdot \chi_2$ iii) $\frac{3}{\chi_1} + \frac{3}{\chi_2}$ iv) $\frac{9\chi_2}{\chi_1} + \frac{9\chi_1}{\chi_2}$
3. Μια πλάκα σοκολάτας σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις 40cm, 15cm και 12cm, λιώνεται και σχηματίζονται 900 ίσα σοκολατάκια σχήματος κύβου. Να υπολογίσετε το μήκος της ακμής του κύβου.
4. Σε ένα Λύκειο υπάρχουν 500 μαθητές. Η Α΄ τάξη έχει 200 μαθητές με Μέσο Όρο ηλικίας 15,7 χρόνια και η Β΄ τάξη έχει 180 μαθητές με Μέσο Όρο ηλικίας 16,9 χρόνια. Οι υπόλοιποι μαθητές της Γ΄ τάξης έχουν Μέσο Όρο ηλικίας 17,7 χρόνια. Να υπολογίσετε τον Μέσο Όρο ηλικίας όλων των μαθητών του σχολείου.

5. Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής να απλοποιήσετε τις οι παραστάσεις:

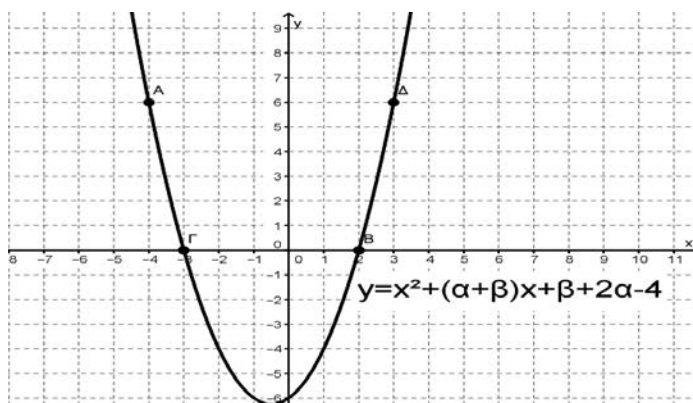
α) $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} + \sqrt{32}\sqrt{2} - \sqrt{\sqrt{81}}$

β) $\sqrt{29 - \sqrt{19 - \sqrt{9}}}$

6. Ένας πολιτικός μηχανικός θέλει να κατασκευάσει ένα σπίτι με υπόγειο γκαράζ. Το ύψος του γκαράζ πρέπει να είναι $B\Gamma = 2,25m$ και η κλίση της ράμπας $\hat{\theta} = 13^\circ$. Να υπολογίσετε το μήκος $A\Gamma$ της ράμπας και την απόσταση AB του σημείου A από το σπίτι.



7. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + (\alpha + \beta)x + \beta + 2\alpha - 4$. Να υπολογίσετε τις τιμές των α και β .

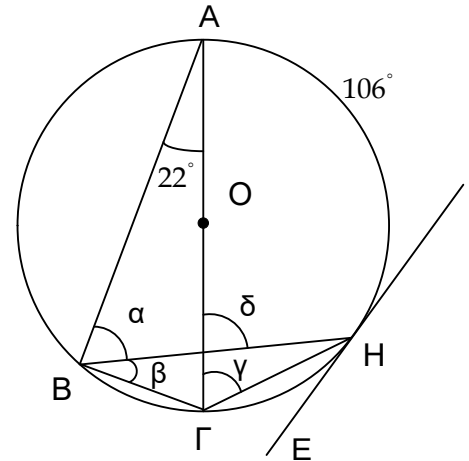


8. Αν $\sin \omega = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να δείξετε ότι

$$\frac{4\epsilon\phi(180^\circ + \omega) + 9\tau\epsilon\mu(90^\circ - \omega)}{\eta\mu(90^\circ - \omega)} = -15$$

9. Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ , δ και την $\widehat{GHE}$ αν το τόξο

$AH = 106^\circ$, $\widehat{BAG} = 22^\circ$, AG διάμετρος και EH εφαπτομένη του κύκλου.



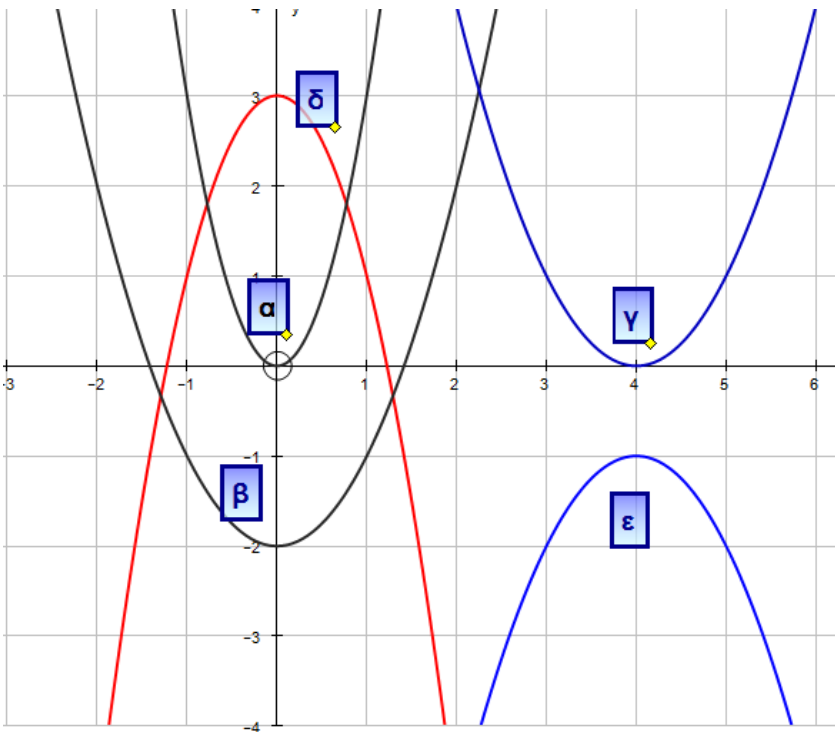
10. Η παραβολή $\psi = -\chi^2 + 2\chi + \mu - 1$ διέρχεται από το σημείο $B(1,4)$

Να βρείτε : (i) Την τιμή του μ .

(ii) Τα σημεία τομής της παραβολής με τους άξονες συντεταγμένων $\chi\chi'$ και $\psi\psi'$

(iii) Την κορυφή της παραβολής.

11. Στο πιο κάτω ορθοκανονικό σύστημα αξόνων παρουσιάζονται οι γραφικές παραστάσεις 5 παραβολών . Να αντιστοιχίσετε κάθε παραβολή της στήλης Α με τον αντίστοιχο αλγεβρικό τύπο της στήλης Β.

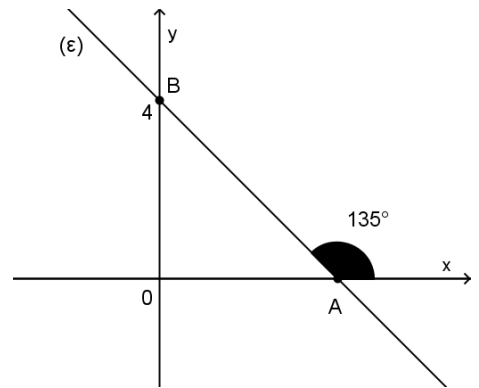


A	B
α	1) $\psi = -2\chi^2 + 3$
β	2) $\psi = -(x-4)^2 - 1$
γ	3) $\psi = x^2 - 2$
δ	4) $\psi = 3x^2$
ϵ	5) $\psi = (\chi - 4)^2$

12. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία (ε) τέμνει τους ημιάξονες ox και oy στα σημεία Α και Β αντίστοιχα.

Να βρείτε:

- (α) Την εξίσωση της ευθείας (ε)
- (β) Την εξίσωση της διαμέσου OM του τριγώνου OAB
- (γ) Το μήκος της διαμέσου OM

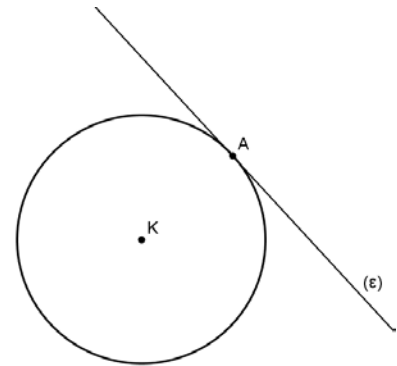


13. Να λύσετε την ανίσωση $(x-7)(x^2+16)(-x^2+6x+7) \leq 0$

14. Δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο $K(2, 1)$ και ευθεία $(ε) x + \sqrt{3}y = 7$ εφαπτόμενη του κύκλου στο σημείο Α.

Να βρείτε: (α) Την εξίσωση της ακτίνας KA

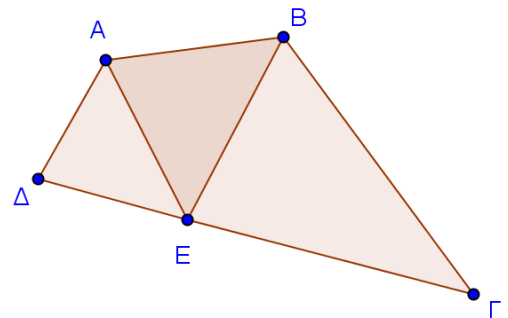
- (β) Την τιμή του μ , $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε το σημείο $M(2, \mu^2 - 3)$ να ανήκει στην ακτίνα KA



15. Δίνεται τυχαίο τετράπλευρο ABΓΔ, $AE \parallel B\Gamma$ και $BE \parallel A\Delta$.

Να δείξετε ότι:

- (α) Τα τρίγωνα AΔΕ και ΕΒΓ είναι όμοια.
- (β) Να υπολογίσετε την BE αν $(A\Delta) = 5\text{cm}$ και $(\Delta E) = \frac{1}{3}(\Delta\Gamma)$



ΜΕΡΟΣ Β΄:**Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100**

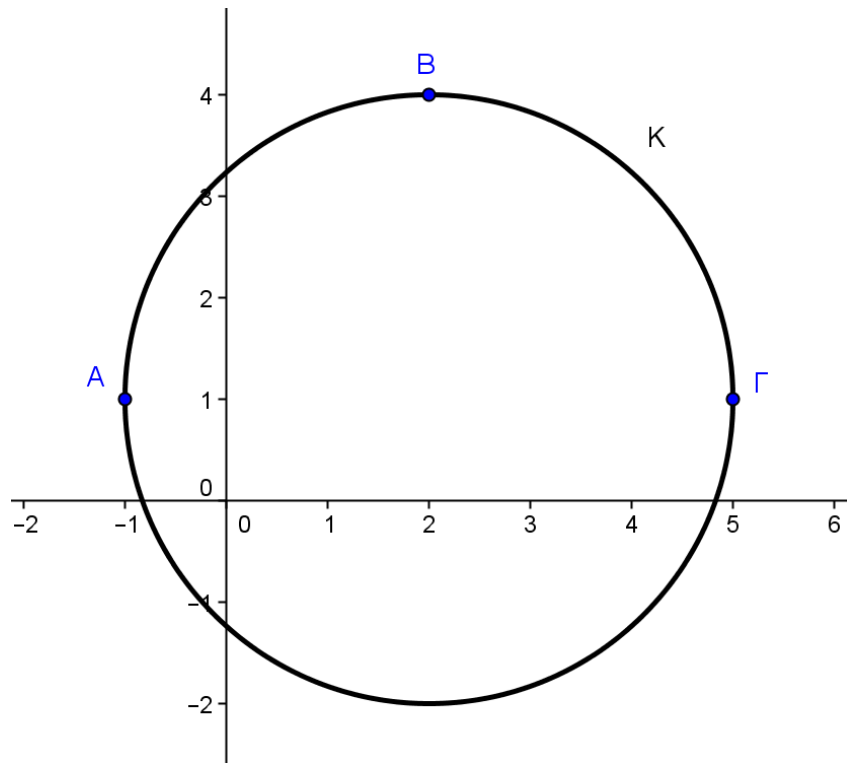
1. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 - (2\lambda - 1)\chi - 2\lambda^2 = 0$ με ρίζες χ_1, χ_2

Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου $\lambda, \lambda \in \mathbb{R}$ σε κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις:

- (α) Η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες.
(β) Η εξίσωση να έχει ρίζα τον αριθμό -1
(γ) $\frac{1}{\chi_1} + \frac{1}{\chi_2} > -1$
(δ) Η εξίσωση να έχει ρίζες πραγματικές.

2. Η καμπύλη K (Κύκλος) με εξίσωση $\chi^2 + \psi^2 + \alpha\chi + \beta\psi + \gamma = 0$ περνά από τα σημεία με συντεταγμένες $(-1,1), (5,1), (2,4)$

- (α) Να βρείτε τις τιμές των α, β, γ .
(β) Να αποδείξετε ότι το σημείο $(2,-2)$ βρίσκεται πάνω στην καμπύλη K



3. Δίνεται η εξίσωση $(\sin^2 \theta) \cdot \chi^2 - (\eta \mu \theta \cdot \sigma \nu \theta) \cdot \chi - 1 = 0, \theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, με ρίζες χ_1, χ_2

(α) Να δείξετε ότι $\chi_1^2 + \chi_2^2 + 3\chi_1\chi_2 + 1 = 0$

- (β) Να βρείτε: i) Το είδος των ριζών της εξίσωσης χωρίς να τη λύσετε.

ii) Να εξετάσετε αν υπάρχει τιμή της γωνίας $\theta, \theta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

ώστε η παραπάνω εξίσωση να έχει δύο ρίζες αντίστροφες.

4. Δίνεται η γραφική παράσταση της $f(x) = ax^2 + bx + c$

Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:

α) το πεδίο τιμών της συνάρτησης.

β) Τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$

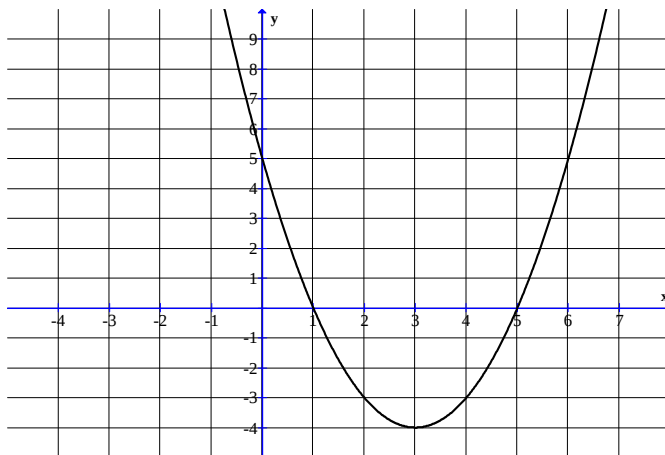
γ) Τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$

δ) Τις συντεταγμένες του ακρότατου σημείου και να το χαρακτηρίσετε.

ε) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

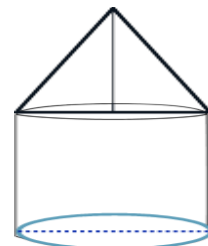
ζ) Την τιμή της παράστασης: $S - 3P + \Delta$

η) Το πρόσημο των αριθμών $f(2014)$ και $f(-1,01)$



5. Δίνεται η πιο κάτω κατασκευή. Ο κώνος έχει εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $15\pi \text{ cm}^2$ και ακτίνα βάσης ίση με τα $3/5$ της γενέτειράς του. Ο κύλινδρος έχει όγκο τετραπλάσιο από τον όγκο του κώνου και ύψος ίσο με την ακτίνα της βάσης του κώνου. (Οι ακτίνες των βάσεων κώνου και κυλίνδρου ισούνται).

- Να βρείτε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου.
- Αν επενδύσουμε την κατασκευή με ειδική λαμαρίνα που κοστίζει 5€ το τετραγωνικό εκατοστό, να βρείτε το κόστος επένδυσης της κατασκευής.



6. Δίνεται κύκλος (O,R) και η χορδή του AB . Να φέρετε τις εφαπτόμενες $A\chi$, $B\psi$ στα σημεία A και B . Από ένα σημείο Γ του μικρότερου τόξου να φέρετε παράλληλες ευθείες προς την $A\chi$ και $B\psi$ που τέμνουν την χορδή AB στα σημεία Δ και E αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

(α) Τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $\Gamma E B$ είναι όμοια.

(β) $(\Gamma E)^2 = (A\Delta)(B E)$

Ο Διευθυντής

.....
Νεόφυτος Παπαϊωάννου

ΓΥΜΝΑΣΙΟ -ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΤΩ ΠΥΡΓΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ: 2013 – 2014

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30/05/2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

.....
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Να γράφετε με μελάνι χρώματος μπλε ή μαύρου. Τα σχήματα μπορούν να γίνονται και με μολύβι.
 - Να γράφετε καθαρά και επιμελημένα.
 - Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
 - Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού.
-

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 + \chi - 2 = 0$.
2. Αν το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ενός κύβου είναι 36cm^2 , να υπολογίσετε:
 - α) την ακμή του κύβου, και
 - β) τον όγκο του κύβου.
3. Να λύσετε την ανίσωση: $(1 + \chi)(\chi + 4) \leq 0$.
4. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τους αριθμούς -3 και 7 .

5. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\psi = \frac{2}{3-x}$.

6. Να βρείτε την τιμή του κ ώστε το πιο κάτω σύστημα να είναι συμβιβαστό.

$$\chi + 3\psi = 10$$

$$\kappa\chi + \psi = 2\chi$$

$$2\chi + 5\psi = 1$$

7. Να δείξετε ότι: $\frac{\eta\mu(180^\circ + \theta)\tau\epsilon\mu(90^\circ + \theta)}{\eta\mu(90^\circ + \theta)\sigma\upsilon\nu(270^\circ - \theta)} = -\sigma\tau\epsilon\mu\theta \cdot \tau\epsilon\mu\theta$.

8. Να λύσετε την πιο κάτω ανίσωση: $(\chi^2 + 2\chi)(\chi^2 - 25) > 0$.

9. Το εμβαδόν της βάσης ενός κώνου είναι $64\pi\text{cm}^2$. Αν η γενέτειρα του κώνου είναι ίση με 17cm , να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας και τον όγκο του κώνου.

10. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\sigma\phi\chi - \sigma\upsilon\nu\chi) \cdot (1 + \eta\mu\chi) = \sigma\phi\chi \cdot \sigma\upsilon\nu^2\chi$.

11. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{2\chi^2 - 3\chi - 9}{4\chi^2 - 9}$.

12. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 90^\circ$ φέρουμε το ύψος $B\Delta$.

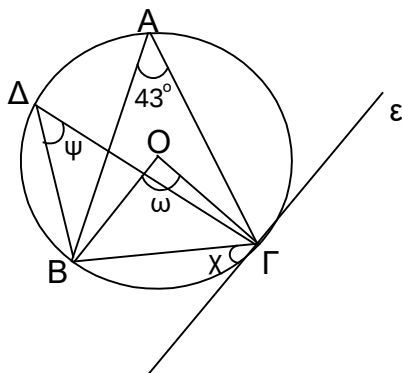
Να αποδείξετε ότι:

- i. τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $B\Gamma\Delta$ είναι όμοια
- ii. ισχύει η σχέση: $(B\Gamma)^2 = (A\Gamma)(\Gamma\Delta)$.

13. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη με την ευθεία $x - 3y + 5 = 0$ και περνά από το σημείο $A(2, 5)$.

14. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ότι η ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου (O, ρ) στο σημείο Γ και η γωνία $\widehat{BAG} = 43^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ και ω (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).



15. Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3\chi^2 + 18\chi - 9 = 0$, να υπολογίσετε τα πιο κάτω (χωρίς να λύσετε την εξίσωση):

α) $\frac{\chi_2}{\chi_1} + \frac{\chi_1}{\chi_2}$

β) $2\chi_1\chi_2^2 + 2\chi_1^2\chi_2 - 4\chi_1 + 6 - 4\chi_2$

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 4 = 0$. Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση έχει :

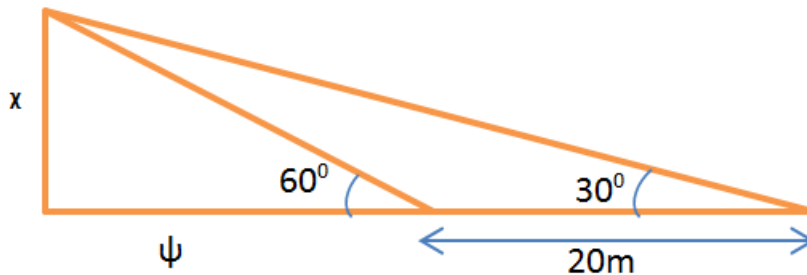
α) Ρίζες πραγματικές και ίσες.

β) Ρίζες αντίστροφες.

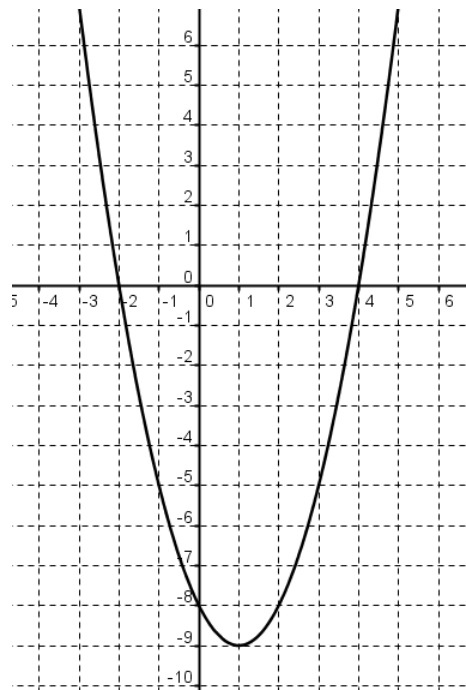
γ) Ρίζες για τις οποίες ισχύει $\frac{\chi_1}{\chi_2} + \frac{\chi_2}{\chi_1} \geq 2$.

2. Όταν βρισκόμαστε στην όχθη ενός ποταμού βλέπουμε στην απέναντι όχθη ένα δένδρο με γωνία ύψους 60° . Αν όμως απομακρυνθούμε κατά 20 μέτρα, τότε βλέπουμε το δένδρο με γωνία ύψους 30° . Να υπολογίσετε:

- i) Το ύψος του δένδρου χ .
- ii) Το πλάτος του ποταμού ψ .



3. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$ ($\alpha \neq 0$).



Να βρείτε: (α) Το πρόσημο του α

(β) Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

(γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής.

(δ) Τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή.

(ε) Το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(\chi)$.

(στ) Τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$.

(ζ) Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$.

(η) Τις τιμές των α , β και γ .

4. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1-\eta\mu\chi} - \epsilon\phi\chi = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi}$$

5. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + (\mu + 2)\chi + \mu^2 - 1 = 0$ με ρίζες χ_1, χ_2 .

α) Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες.

β) Για ποιες τιμές του μ ισχύει: $\frac{\chi_1\chi_2 - 4\chi_1 - 4\chi_2}{\chi_1^2\chi_2 + \chi_1\chi_2^2} \geq 0$

6. Δίνεται κύκλος (K, R), με διάμετρο AB και χορδή ΑΔ. Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ τέμνει την προέκταση της διαμέτρου AB στο Γ. Στο σημείο Γ, φέρουμε κάθετη στην ΑΓ που τέμνει την προέκταση της ΑΔ στο Ε.

Να δείξετε ότι:

α) i) τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΕΓ είναι όμοια

ii) $(ΑΔ)(ΓΕ) = (ΑΓ)(ΔΒ)$

β) $(ΓΔ)^2 = (ΑΓ)(ΓΒ)$

Η Διευθύντρια

Σωτηρούλα Κωνσταντίνου

4. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$\frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1-\eta\mu\chi} - \epsilon\phi\chi = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi}$$

5. Δίνεται η εξίσωση $\chi^2 + (\mu + 2)\chi + \mu^2 - 1 = 0$ με ρίζες χ_1, χ_2 .

α) Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η εξίσωση να έχει ρίζες αντίθετες.

β) Για ποιες τιμές του μ ισχύει: $\frac{\chi_1\chi_2 - 4\chi_1 - 4\chi_2}{\chi_1^2\chi_2 + \chi_1\chi_2^2} \geq 0$

6. Δίνεται κύκλος (K, R), με διάμετρο AB και χορδή ΑΔ. Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Δ τέμνει την προέκταση της διαμέτρου AB στο Γ. Στο σημείο Γ, φέρουμε κάθετη στην ΑΓ που τέμνει την προέκταση της ΑΔ στο Ε.

Να δείξετε ότι:

α) i) τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΑΕΓ είναι όμοια

ii) $(ΑΔ)(ΓΕ) = (ΑΓ)(ΔΒ)$

β) $(ΓΔ)^2 = (ΑΓ)(ΓΒ)$

Ο Εισηγητής

Συντονιστής Β.Δ

Η Διευθύντρια

Χαραλάμπους Χάρης

Βασιλειάδης Κυριάκος

Σωτηρούλα Κωνσταντίνου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Τάξη: Α΄ Ενιαίου Λυκείου

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 27 / 05 / 2014

Αρ. σελίδων: 6

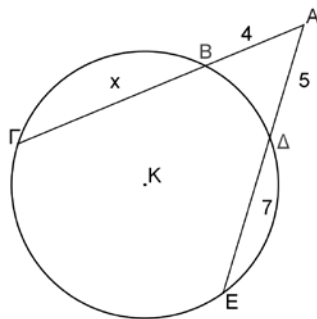
Χρόνος εξέτασης: 2:30 (δύο ώρες και τριάντα λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ

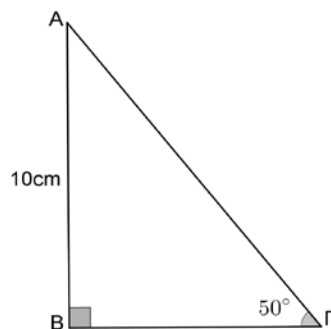
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 6 σελίδες (συμπεριλαμβανομένης και της 1^{ης} σελίδας)
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη.
- Το μέρος Α΄ αποτελείται από 15 ερωτήσεις από τις οποίες πρέπει να απαντήσετε τις 12. (Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **5 μονάδες**)
- Το μέρος Β΄ αποτελείται από 6 ερωτήσεις από τις οποίες πρέπει να απαντήσετε τις 4 (Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με **10 μονάδες**).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικών υλικών.
- Γράφετε μόνο με μελάνι, μπλε ή μαύρου χρώματος. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α΄ :

1. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x - 10 \geq 0$
2. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 10cm, 5cm και 4cm. Να βρείτε τον όγκο του.
3. Μια εταιρία τηλεπικοινωνιών χρεώνει τη σταθερή γραμμή τηλεφώνου σε κάθε σπίτι με πάγιο τέλος 14 ευρώ το μήνα. Χρεώνει επίσης τις κλήσεις προς 3 σεντ το λεπτό. Να βρείτε πόσα το πολύ λεπτά μπορεί να μιλήσει κάποιος έτσι ώστε ο λογαριασμός του να μην ξεπεράσει τα 35 ευρώ. (Να δώσετε την απάντησή σας υπό μορφή διαστήματος.)
4. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 + 12x + 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λυθεί να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων :
 - α) $x_1 + x_2$ και $x_1 \cdot x_2$
 - β) $6x_1x_2 + 3x_1 + 3x_2$
5. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε την τιμή του x .

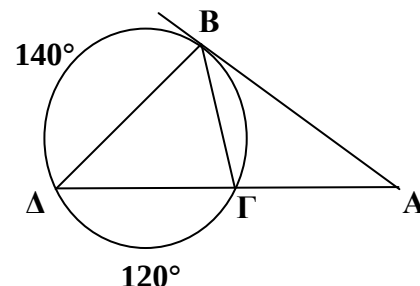


6. Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ.



7. Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{\varepsilon\phi(180^\circ + \chi) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \chi)}{\sigma\upsilon\nu^2(-\chi) + \eta\mu^2(180^\circ - \chi)} = \eta\mu\chi$$

8. Στο διπλανό σχήμα η AB είναι εφαπτομένη του κύκλου και η ΑΓΔ τέμνουσα. Αν το τόξο ΒΔ = 140° και το τόξο ΓΔ = 120°, να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων ΒΓΔ και ΑΒΓ.



9. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{10 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{9 \cdot \sigma\phi\theta + 6 \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\theta}.$$

10. (α) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = \sqrt[4]{\sqrt{17} + 1} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{17} - 1}$$

- (β) Να μετατρέψετε την πιο κάτω παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή

$$B = \frac{2}{2 - \sqrt{3}}$$

11. Σε μια έρευνα καταγράφηκε ο αριθμός των παιδιών που έχει κάθε οικογένεια ενός χωριού. Τα αποτελέσματα της καταγραφής φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

Αριθμός παιδιών (x_i)	0	1	2	3	4	5
Αριθμός οικογενειών (f_i)	3	8	6	4	2	2

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή ($\bar{x}$) και την τυπική απόκλιση (s) κατά προσέγγιση δύο δεκαδικών ψηφίων.

12. Αν το σύστημα:
$$\begin{cases} 3\chi - 4\psi = 2 \\ 2\chi + 3\psi = 7 \\ \alpha\chi - \beta\psi = 4 \end{cases}$$
 είναι συμβιβαστό να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = 1000 - 6\alpha + 3\beta$.

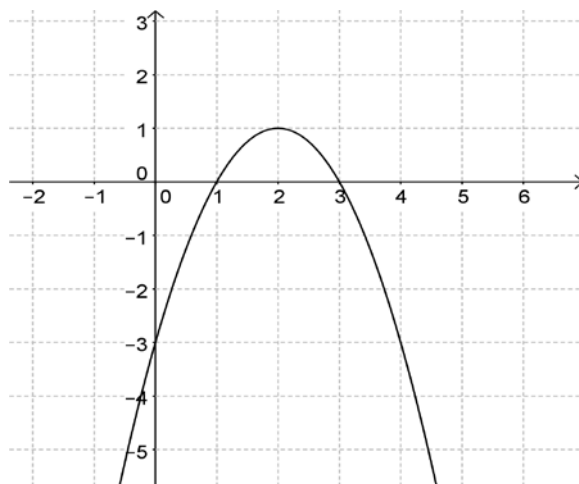
13. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο τομής των ευθειών $2\chi - \psi = 3$ και $\chi = 2$ και είναι κάθετη στην ευθεία $3\chi - 2\psi = 1$.

14. Κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας η περίμετρος της βάσης είναι 32cm και ο όγκος της είναι 64cm^3 . Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

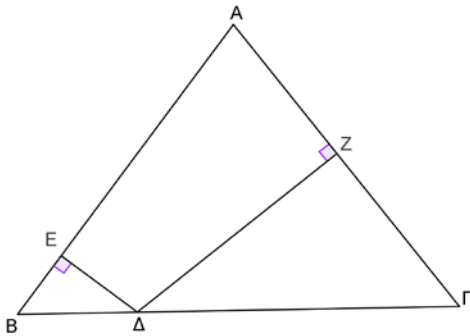
15. Δίνεται η εξίσωση $\lambda\chi^2 - 2(\lambda + 2)\chi + 14 - 3\lambda = 0$, $\lambda \neq 0$. Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση διατηρεί σταθερό πρόσημο $\forall \chi \in \mathbb{R}$.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

1. Από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ να βρείτε :
- τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
 - τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) > 0$
 - τις συντεταγμένες του μέγιστου σημείου
 - το πεδίο τιμών της συνάρτησης
 - το πρόσημο της διακρίνουσας



2. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($AB = A\Gamma$). Από τυχαίο σημείο Δ της $B\Gamma$ φέρουμε τη ΔE κάθετη στην AB και τη ΔZ κάθετη στην $A\Gamma$. Να δείξετε ότι :
- (α) τα τρίγωνα ΔEB και $\Delta Z\Gamma$ είναι όμοια.
- (β) $(\Delta E)(\Delta \Gamma) = (\Delta Z)(\Delta B)$.



3. Δίνεται τρίγωνο με κορυφές $A(2, 2)$, $B(4, 2)$ και $\Gamma(2, 4)$.

- (α) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών του.
- (β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές και ορθογώνιο.
- (γ) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM .

4. (α) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(\chi+1)(\chi^2-2\chi-3)(2\chi^2+5)}{(6-\chi)} \geq 0$

- (β) Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt[3]{3x-1} = 2$, με $x \geq \frac{1}{3}$ στο σύνολο των

πραγματικών αριθμών.

5. (α) Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\chi_1 = \frac{\eta\mu\theta}{1-\sigma\upsilon\nu\theta}$, $\chi_2 = \frac{\eta\mu\theta}{1+\sigma\upsilon\nu\theta}$

- (β) Να δείξετε ότι ισχύει $\chi_1^2 + \chi_2^2 - 2 = 4\sigma\phi^2\theta$

6. Αφού αντικαταστήσετε στην εξίσωση $3\eta\mu^2\chi - 4\eta\mu\chi + 1 = 0$ ($0^\circ < \chi < 90^\circ$), το $\eta\mu\chi = \omega$ να δείξετε ότι $\eta\mu\chi = \frac{1}{3}$ και να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$K = 2 \cdot \left(\frac{\varepsilon\phi\chi + \sigma\phi\chi}{\tau\epsilon\mu\chi} \right)$$

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

Ανδρέας Χριστοδουλίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία : 2/6/2014

ΤΑΞΗ : Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

Διάρκεια : 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 6 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α

- Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

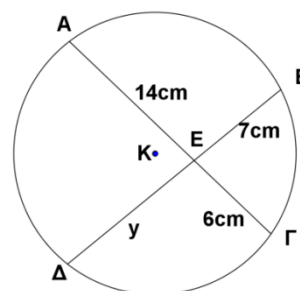
A1. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 3 cm, 4 cm και 6 cm. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του.

A2. α. Να απλοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση χωρίς τη χρήση της υπολογιστικής μηχανής:
 $\sqrt{20} - 3\sqrt{5} + \sqrt{125} =$

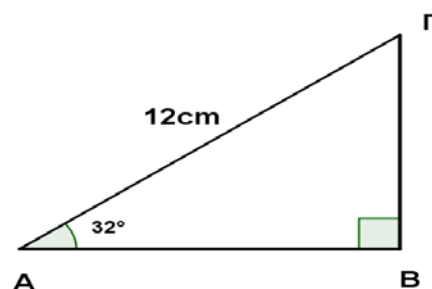
β. Να αναπτύξετε $(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} - 2\sqrt{3}) =$

A3. Να λύσετε την ανίσωση : $x^2 - 7x + 10 < 0$.

A4. Δίνεται κύκλος με κέντρο το Κ. Αν $AE = 14$ cm
 $EG = 6$ cm, $BE = 7$ cm και $ED = y$ cm να βρείτε την τιμή του y.



A5. Στο διπλανό τρίγωνο να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς AB.



A6. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 6x + 4 = 0$.

α. Να λύσετε την εξίσωση.

β. Να μετατρέψετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, το κλάσμα $\frac{1}{3+\sqrt{5}}$ σε ισοδύναμο κλάσμα με ρητό παρονομαστή.

A7. Αν $\varepsilon\varphi \theta = \frac{3}{4}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = 16 \text{ τεμ}\theta - 8 \frac{\sigma\varphi \theta}{\eta\mu\theta}$$

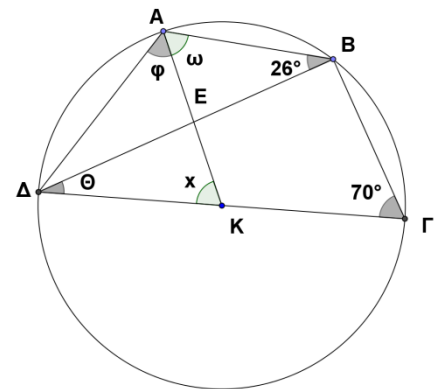
A8. Αν $1 < x < 2$ και $-2 < y < -1$ να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις :

α. $3x+5y$

β. xy

γ. $\frac{x}{y}$

A9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Αν η γωνία $\widehat{AB\Delta} = 26^\circ$ και $\widehat{\Delta\Gamma B} = 70^\circ$, να βρείτε το μέτρο των γωνιών φ , θ , x και ω δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

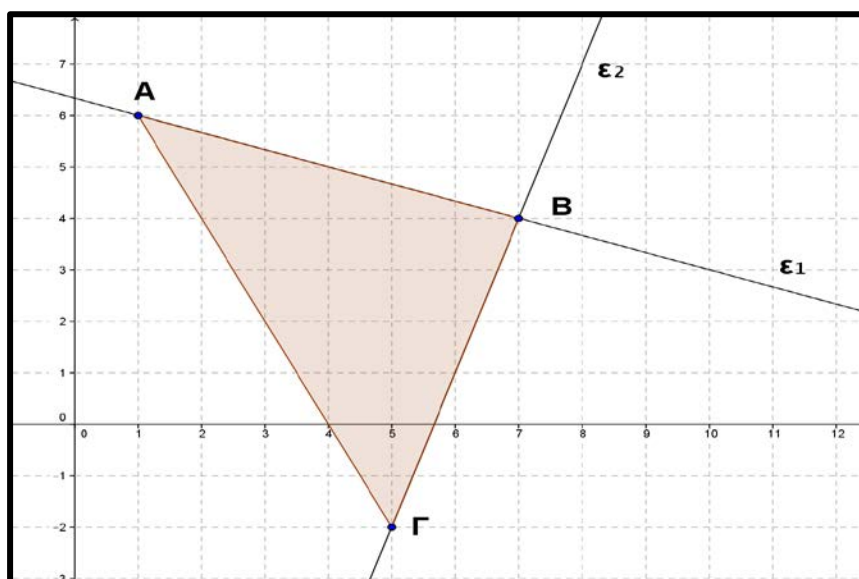


A10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται το σημείο $A(1,6)$ που βρίσκεται στην ευθεία (ε_1) το σημείο $\Gamma(5,-2)$ που βρίσκεται στην ευθεία (ε_2) καθώς και το σημείο τομής $B(7,4)$ των 2 ευθειών.

α. Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται κάθετα.

β. Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος $A\Gamma$.

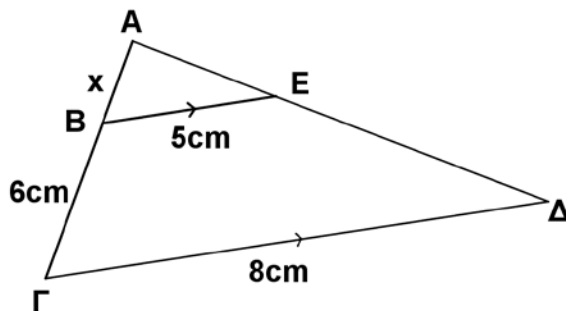
γ. Αν το μήκος της $AB = 2\sqrt{10}$ να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$. Να χαρακτηρίσετε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές του.



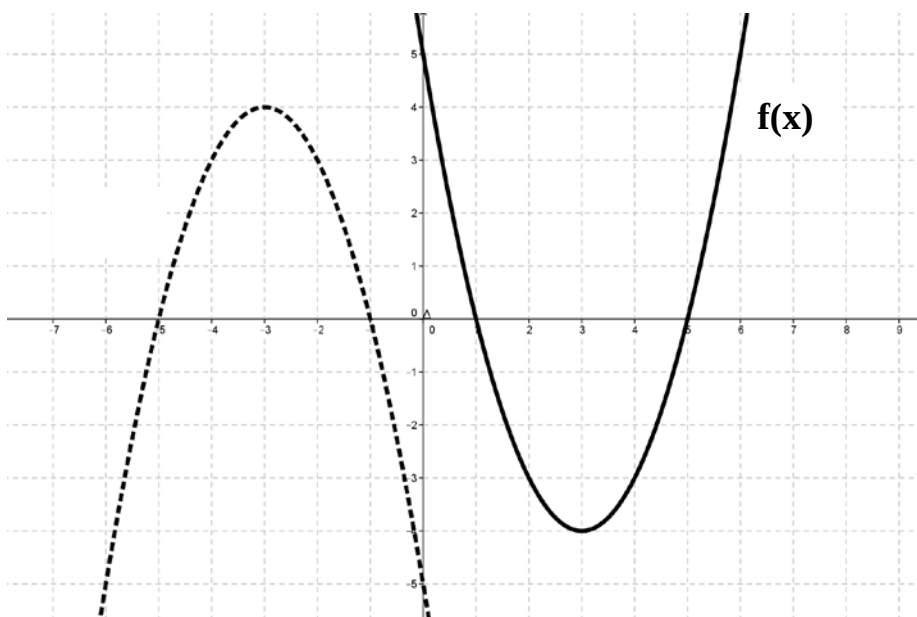
- A11. Να βρείτε την τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε το πιο κάτω σύστημα να είναι συμβιβαστό, και στη συνέχεια να αναφέρετε τη θέση των ευθειών που παριστάνουν οι 3 εξισώσεις.

$$\begin{cases} x - 3y = 10 \\ \kappa x - 2y = 2\kappa + 1 \\ 2x + 5y = -13 \end{cases}$$

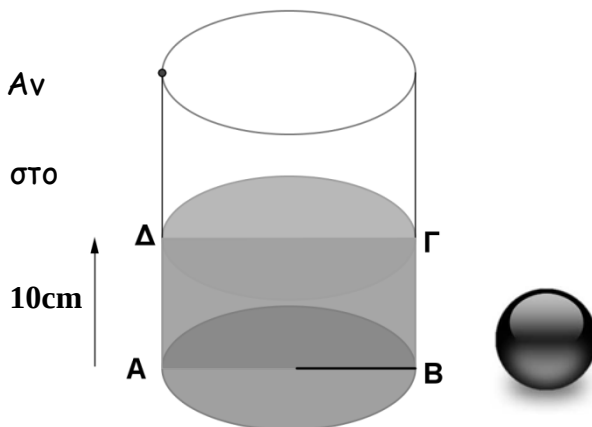
- A12. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $\triangle A\Gamma\Delta$ με $BE \parallel \Gamma\Delta$, $AB=x$ cm, $B\Gamma=6$ cm, $BE=5$ cm και $\Gamma\Delta=8$ cm.
 α. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ABE και $A\Gamma\Delta$ είναι όμοια.
 β. Να βρείτε την τιμή του x .



- A13. Να βρείτε τις εξισώσεις των συναρτήσεων $g(x)$ και $f(x)$. Να βρείτε την τιμή της συνάρτησης $f(x)$ όταν το $x=4$.



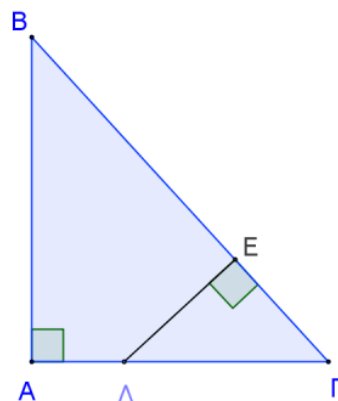
- A14. Στο διπλανό σχήμα δοχείο σε σχήμα κυλίνδρου περιέχει νερό. Το ύψος του νερού στον δοχείο είναι 10cm και η ακτίνα του κυλίνδρου είναι 8cm. Αν το ύψος του κυλίνδρου είναι 22 cm να βρείτε:
- Πόσες σφαίρες με ακτίνα 3 cm πρέπει να βάλω στο δοχείο ώστε το νερό να υπερχειλίσει.
 - Αν τοποθετήσω 4 σφαίρες στον κύλινδρο να βρείτε το ύψος του νερού στον κύλινδρο.



- A15. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$). Από ένα τυχαίο σημείο Δ της $A\Gamma$ φέρουμε $\Delta E \perp B\Gamma$.
Να αποδείξετε ότι:

α. $\square AB\Gamma \approx \square E\Delta\Gamma$

β. $(A\Gamma)(E\Delta) = (AB)(E\Gamma)$



ΜΕΡΟΣ Β :

- Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
- Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Δίδεται η εξίσωση $(\mu + 5)x^2 + (\mu + 2)x + 2\mu = 0$ $\mu \neq -5$.

Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του μ , ώστε η εξίσωση να έχει:

- ρίζες αντίθετες,
- ρίζες αντίστροφες,
- μία ρίζα ίση με -2.

B2. α. Να λύσετε την ανίσωση : $(4x^2 - 1) \cdot (x^2 + 4) \cdot (3 + 2x - x^2) \leq 0$.

β. Να λύσετε το πιο κάτω σύστημα :

$$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ x^2 + 2y^2 = 6 \end{cases}$$

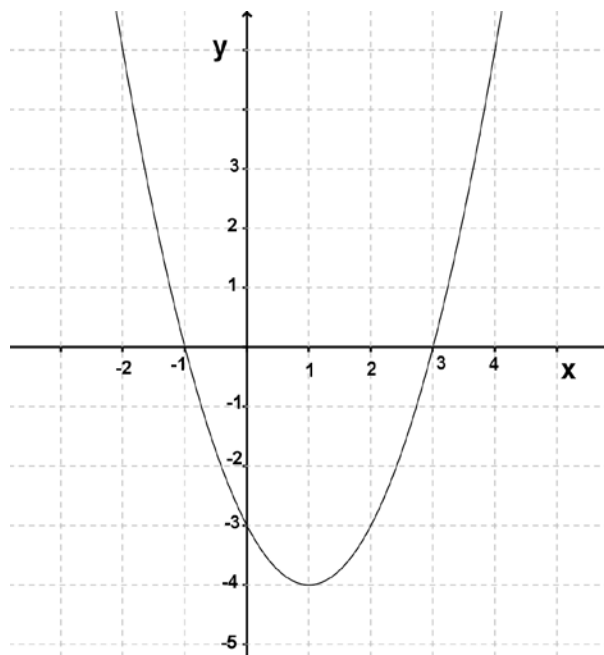
B3. Κατά την διάρκεια της σχολικής χρονιάς ο Μάριος πήρε την πιο κάτω βαθμολογία στα 9 διαγωνίσματα που έκανε στο μάθημα της Ιστορίας :

8, 11, 9, 14, 10, 7, 5, 19, 16

Να βρείτε:

- Το εύρος των τιμών R (Range).
- Την μέση τιμή.
- Την διάμεσο.
- Το ενδοτεταρτημοριακό εύρος I.
- Την τυπική απόκλιση s.
- Τον συντελεστή μεταβολής CV (coefficient of variation).

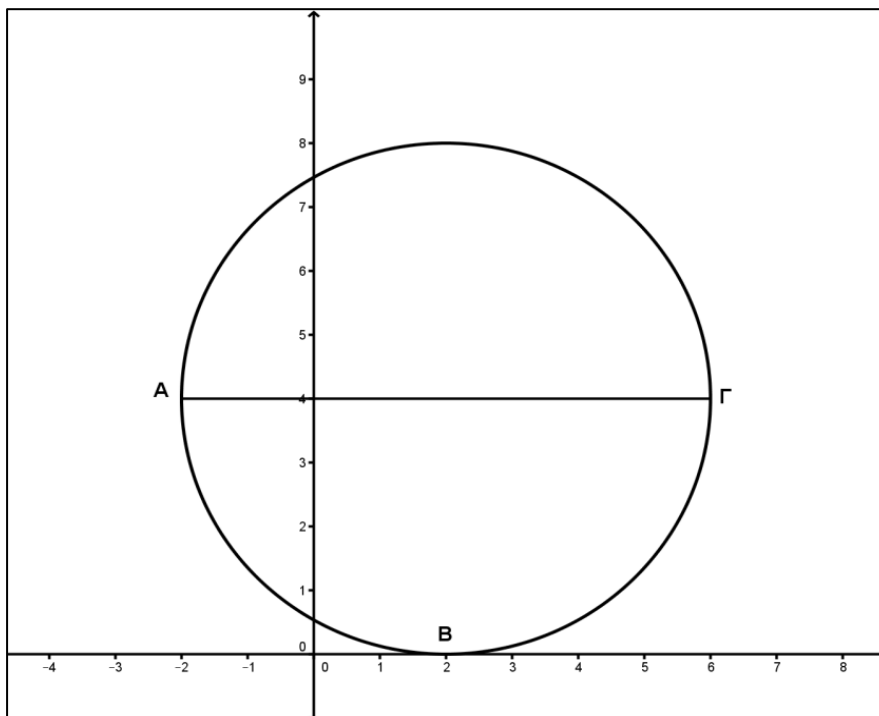
- B4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$ $a \neq 0$ $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$. Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:
- Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
 - Τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της παραβολής .
 - Τα πρόσημα του συντελεστή a και της διακρίνουσας Δ .
 - Τις τιμές των a, b και γ .
 - Τις τιμές του x ώστε να ισχύει $f(x) \leq 0$.



- B5. α. Αν ισχύει η σχέση $\frac{\eta\mu(360^\circ - \theta) \cdot \sigma\phi(270^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)}{\sigma\upsilon\nu(-\theta) \cdot \epsilon\phi(180^\circ - \theta)} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$ να υπολογίσετε τη γωνία θ .

- β. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu \theta}{1 + \eta\mu \theta} + \frac{1 + \eta\mu \theta}{\sigma\upsilon\nu \theta} = 2\epsilon\mu\theta$

- Β6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ο κύκλος (Κ) με εξίσωση $x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0$, με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$. Η καμπύλη περνά από τα σημεία $A(-2,4)$, $B(2,0)$ και $\Gamma(6,4)$ και εφάπτεται στον άξονα x στο σημείο B . Αν η $A\Gamma$ είναι η διάμετρος του κύκλου να βρείτε:
- Τις συντεταγμένες του κέντρου του κύκλου.
 - Τις τιμές των α , β και γ .
 - Την εξίσωση της ευθείας που περνά από το κέντρο του κύκλου και είναι παράλληλη με τον άξονα των y .
 - Το μέτρο της γωνίας $\widehat{AB\Gamma}$.



Ο Διευθυντής

Παντελής Ιωάννου



ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΜΙΤΣΗ ΛΕΜΥΘΟΥ

4844 Λεμύθου,
Τηλ: 25462052, Fax: 25462400, E-mail: gym-lemithou-lem@schools.ac.cy

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΤΑΞΗ: **Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

Ημερομηνία: **23 ΜΑΪΟΥ**

Διάρκεια: **2:30΄**

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μόνο με μολύβι).

Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης υπολογιστικής μηχανής.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από έξι (6) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α

Να απαντήσετε τις δώδεκα (12) από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις. Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Η ολική επιφάνεια ενός κύβου είναι 150cm^2 .

Να βρείτε:

- (α) την ακμή της βάσης του.
- (β) τον όγκο του.

2. Μία σκάλα τοποθετείται στο έδαφος σε απόσταση 1,50m από ένα τοίχο και φτάνει την κορυφή του σχηματίζοντας γωνία 40° με το έδαφος.

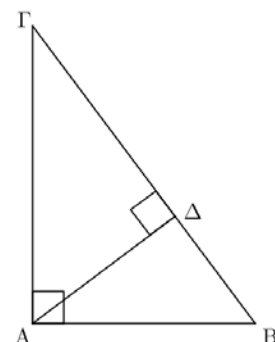
Να υπολογίσετε με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων τα ακόλουθα:

- (α) το μήκος της σκάλας.
- (β) το ύψος του τοίχου.

3. Στον πίνακα που ακολουθεί **να αντιστοιχίσετε** κάθε ένα στοιχείο της στήλης Α με ένα στοιχείο της στήλης Β. (Στη στήλη Β περισεύει ένα στοιχείο)

Στήλη Α	Στήλη Β
(α) $\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}$	(i) 5
(β) $4^{\frac{3}{2}} - 27^{\frac{1}{3}}$	(ii) 2
(γ) $\frac{4}{\sqrt{3}-1} - 2$	(iii) $\sqrt{3}$
(δ) $\sqrt[3]{5 + \sqrt{9}}$	(iv) 4
(ε) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{3} \div \sqrt{6}$	(v) 3
	(vi) $2\sqrt{3}$

4. Το AD είναι ύψος του ορθογώνιου τριγώνου $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν $AB = 6\text{cm}$ και $BD = 3\text{cm}$,
- (α) **να αποδείξετε** ότι $(AB)^2 = (BD)(B\Gamma)$.
- (β) **να βρείτε** το μήκος του AG

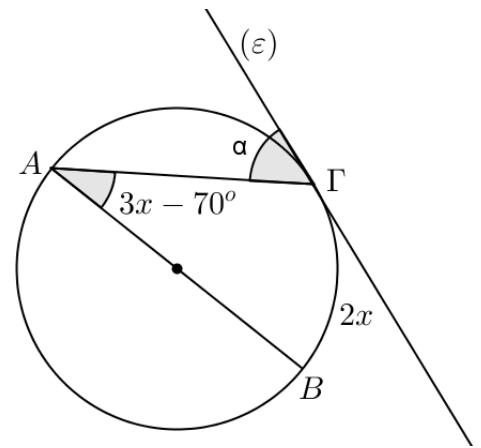


5. Ένα εργοστάσιο παράγει x προϊόντα. Για τα τρία πρώτα προϊόντα που πωλεί το εργοστάσιο δεν έχει κέρδος και για τα υπόλοιπα το κέρδος είναι $\text{€}(2x - 3)$ για κάθε προϊόν που πωλεί. **Να βρείτε** τον ελάχιστο αριθμό προϊόντων που πρέπει να πωλήσει έτσι ώστε το συνολικό κέρδος του εργοστασίου να ξεπεράσει το ποσό των $\text{€}90$.
6. Για τον έρανο της Πορείας Μακαρίου οι 350 μαθητές ενός Λυκείου έδωσαν κατά μέσο όρο $\text{€}10$ ο καθένας. Οι καθηγητές συμμετείχαν κι αυτοί στον έρανο δίνοντας $\text{€}26$ κατά μέσο όρο ο καθένας. Αυτή η κίνηση των καθηγητών αύξησε τον συνολικό μέσο όρο κατά $\text{€}2$. **Να υπολογίσετε** τον αριθμό των καθηγητών που εργάζονται στο σχολείο αυτό.

7. Η ευθεία ε είναι εφαπτομένη του κύκλου (K, ρ) στο σημείο Γ . Γνωρίζουμε ότι το μέτρο του τόξου $B\Gamma$ είναι $2x$, η γωνία $\hat{A} = 3x - 70^\circ$ και ότι η AB είναι διάμετρος του κύκλου.

Να βρείτε: (με αιτιολογήσεις)

- (α) την τιμή του x
 (β) τη γωνία $\hat{a}$



8. Αν $\tan \theta = -\frac{5}{3}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, **να υπολογίσετε** την τιμή της παράστασης:

$$A = 10\eta\mu(180^\circ + \theta) - 9\sigma\varphi(90^\circ + \theta)$$

9. Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις $2x - y = 5$ και $3x + 2y = 4$ αντίστοιχα. Χωρίς να κάνετε τη γραφική παράσταση των δύο ευθειών,

- (α) **να βρείτε** τις συντεταγμένες του σημείου τομής A των δύο ευθειών
 (β) **να εξετάσετε** αν η ευθεία ε_3 με εξίσωση $x - y = 3$ περνά από το σημείο A .

10. Η παραβολή $y = x^2 - \beta x + \gamma$ τέμνει τον άξονα των τετμημένων στα σημεία $A(1,0)$ και $B(5,0)$.

- (α) **Να βρείτε** τις τιμές των β και γ .
 (β) **Να βρείτε** τις συντεταγμένες της κορυφής Γ της παραβολής.
 (γ) **Να αποδείξετε** ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

11. Να γράψετε τη λύση της ανίσωσης που ακολουθεί σε **μορφή διαστήματος**

$$\frac{(x^2 - 3x - 4)(4 - x)}{x^2 + 8x - 9} \leq 0$$

12. Δίνεται το σύστημα:

$$\begin{cases} \lambda x + 3y = \lambda + 1 \\ x + (\lambda + 2)y = 2 \end{cases}$$

Να προσδιορίσετε το **πλήθος** των λύσεων του συστήματος (**χωρίς** να το λύσετε) όταν:

(α) $\lambda = -4$

(β) $\lambda = -3$

(γ) $\lambda = 1$

13. Μια ομάδα παιδιών πήγε σ' ένα πάρκο. Η είσοδος στο πάρκο στοίχισε €3 για το κάθε παιδί και €6 για τον κάθε συνοδό. Η εταιρεία λεωφορείων που τους μετέφερε χρέωσε για όλα τα άτομα το ίδιο εισιτήριο το οποίο αριθμητικά είναι ίσο με το πλήθος των συνοδών. Αν χρειάστηκαν €39 για την είσοδο και €30 για το λεωφορείο, **να βρείτε** από πόσα παιδιά και από πόσους συνοδούς αποτελείται αυτή η ομάδα.

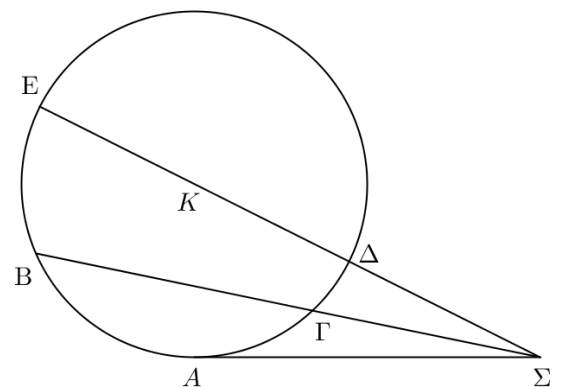
14. Μια τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο 384cm^3 . Ονομάζουμε θ τη γωνία μεταξύ του ύψους και του παράπλευρου ύψους της πυραμίδας. Αν γνωρίζουμε ότι $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$, **να υπολογίσετε** την ολική επιφάνειά της.

15. Το ΣA είναι εφαπτόμενο τμήμα του κύκλου (K, y) στο σημείο A όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα σημεία B, Γ, Δ, E είναι σημεία του κύκλου, έτσι ώστε $\Sigma A = x$, $\Sigma \Delta = x - 2$, $\Sigma \Gamma = x - 3$ και $\Sigma B = 5x - 4$.

Να βρείτε:

(α) την τιμή του x

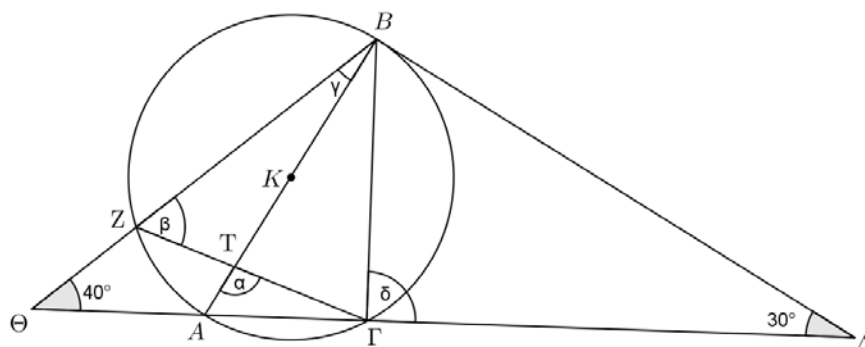
(β) το μήκος της ακτίνας y



ΜΕΡΟΣ Β

Να απαντήσετε τις τέσσερις (4) από τις έξι (6) ασκήσεις. Κάθε ορθή απάντηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Στο ακόλουθο σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, ρ) . Η $B\Delta$ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο B . Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του σχήματος **να υπολογίσετε** τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$.



2. Οι αριθμοί x_1, x_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 - 3x + 7 = 0$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση, **να σχηματίσετε** την εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = 2x_1 - x_2$, $\rho_2 = 2x_2 - x_1$.

3. **Να αποδείξετε:**

(α) την τριγωνομετρική ταυτότητα

$$\frac{\sin x}{1 - \eta \mu x} - \frac{\sin x}{1 + \eta \mu x} = 2 \epsilon \varphi x$$

(β) ότι η εξίσωση $x^2 - (2\epsilon \varphi \theta)x + \tau \epsilon \mu^2 \theta = 0$ δεν έχει πραγματικές ρίζες.

4. Από σημεία A και E ενός κύκλου φέρουμε παράλληλες χορδές AB και ED . Η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B τέμνει την προέκταση της ED στο σημείο Γ . **Να αποδείξετε** ότι:

(α) $(B\Delta)^2 = (AB)(\Gamma\Delta)$.

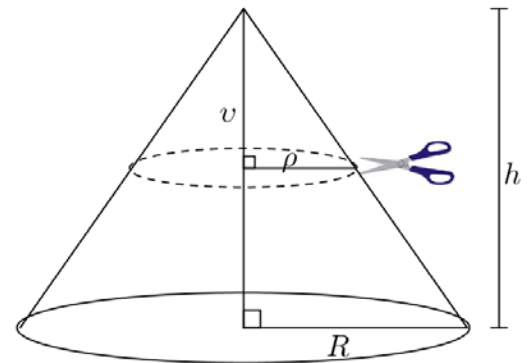
(β) τα τόξα $AE\Delta$ και $E\Delta B$ είναι ίσα.

5. Έχουμε έναν κώνο ακτίνας R και ύψους h . Μ' ένα ψαλίδι κόβουμε τον κώνο αυτό παράλληλα προς τη βάση (όπως φαίνεται στο σχήμα). Το σχήμα που κόπηκε είναι επίσης κώνος ακτίνας ρ και ύψους v .

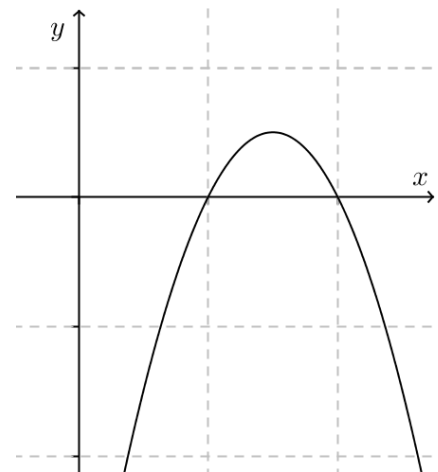
(α) Να αποδείξετε τη σχέση:

$$\frac{h}{v} = \frac{R}{\rho}$$

- (β) Αν επιπλέον ισχύει ότι $h = 2v$, να αποδείξετε ότι ο όγκος (V_1) του μεγάλου κώνου είναι οκταπλάσιος του όγκου (V_2) του μικρού.



6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$. Οι άξονες **δεν είναι** αριθμημένοι. Δίνεται ότι ο άξονας συμμετρίας είναι η ευθεία $x = 3$ και το γινόμενο των λύσεων της εξίσωσης $f(x) = 0$ είναι 8. Η μέγιστη τιμή της συνάρτησης είναι ίση $-\frac{1}{a}$.



Να βρείτε:

- (α) τις τιμές των a, β και γ .
 (β) τις συντεταγμένες του σημείου τομής της παραβολής με τον άξονα των τεταγμένων (Oy).
 (γ) το πρόσημο της Διακρίνουσας.

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

 Σπανός Αλέξανδρος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 30 - 05 - 2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2.30΄

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τα δεκαπέντε (15) θέματα να λύσετε μόνο τα δώδεκα (12). Κάθε θέμα βαθμολογείται με μια (1) μονάδα.

1. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 3x - 5 = 0$, με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να λύσετε την εξίσωση να υπολογίσετε τις παραστάσεις:
 - α) $x_1 + x_2$
 - β) $x_1 \cdot x_2$
2. Να λύσετε την εξίσωση $\sqrt{16 - x^2} = 2$.
3. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ με $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\sigma\upsilon\nu\theta - \epsilon\varphi\theta}{\sigma\tau\epsilon\mu\theta}$.
4. Να λύσετε και να διερευνήσετε για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathcal{R}$ την εξίσωση $\lambda x + \lambda = \lambda^2$.
5. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} x + \psi + \omega = 2 \\ x - \psi + \omega = 2 \\ 2x + 3\psi + 4\omega = 6 \end{cases}$$
6. Για ποιες τιμές των $\lambda, \mu \in \mathcal{R}$ οι ευθείες $\epsilon_1: x + 2\psi = 2\mu - 1$ και $\epsilon_2: 2x + (\lambda - 4)\psi = 6$
 - α) τέμνονται
 - β) συμπίπτουν.
7. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ύψος 4 cm και εμβαδό βάσης 36 cm². Να βρείτε το εμβαδό της ολικής επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.

8. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε το ύψος του κυπέλου, αν ο ένας προβολέας του γηπέδου, του δημιουργεί σκιά μήκους $25\sqrt{3}cm$ και οι ακτίνες του σχηματίζουν με το οριζόντιο επίπεδο γωνία 60° .



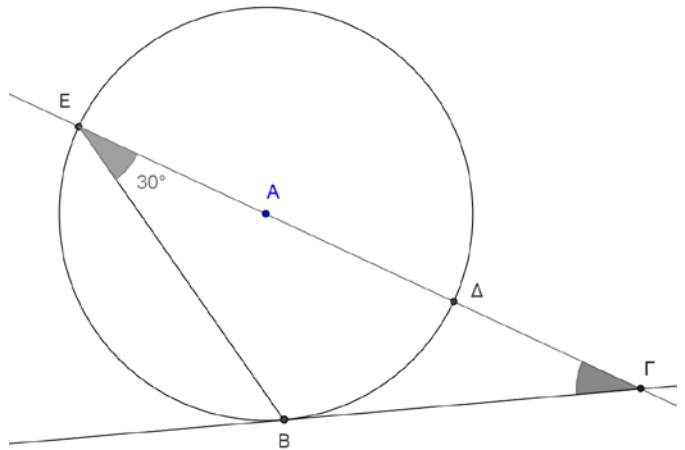
9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Α και η εφαπτομένη στο σημείο Β τέμνει την διάμετρο ΕΔ στο Γ.

Δίνεται ότι η γωνία $\hat{E} = 30^\circ$.

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της γωνίας Γ

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΒΔΓ είναι ισοσκελές.

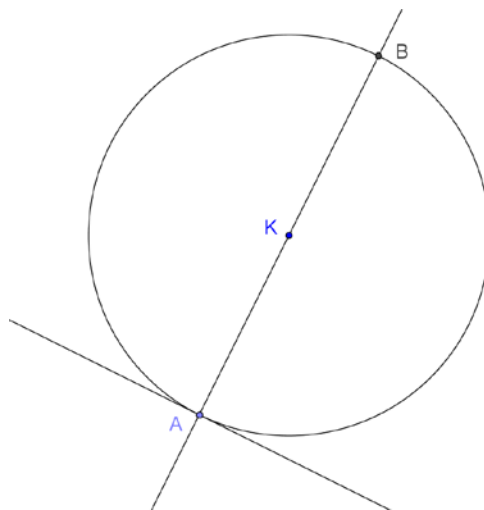
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



10. Δίνεται η παραβολή $y = x^2 - 6x$. Να σχεδιάσετε την γραφική της παράσταση (κορυφή, σημεία τομής με τους άξονες) και να βρείτε το $k \in \mathcal{R}$ ώστε το σημείο $A(k, 7)$ να ανήκει στην παραβολή.

11. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\sigma\varphi\chi + \varepsilon\varphi\chi}{\sigma\varphi\chi} = \tau\varepsilon\mu^2\chi$.

12. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο $K(2,4)$ και το σημείο του $A(1,-2)$.
 Να βρείτε :
 α) την εξίσωση της διαμέτρου AB
 β) την εξίσωση της εφαπτομένης στο σημείο A
 γ) τις συντεταγμένες του σημείου B .

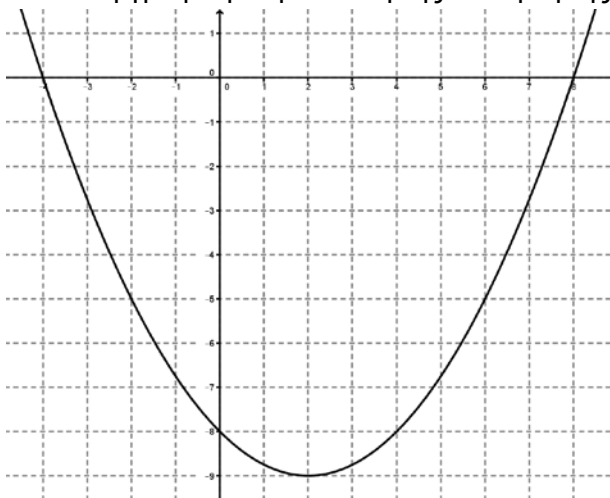


13. Να βρείτε το $k \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $4x^2 - 4(k-2)x + 1 = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές.
14. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$) φέρουμε το ύψος AA . Να δείξετε ότι : $(AA)(B\Gamma) = (AB)(A\Gamma)$.
15. Δίνεται η συνάρτηση $y = x^2 - (\lambda + 2)x + \lambda + 1$.
- α) Για ποια τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ η γραφική της παράσταση έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x=2$;
 β) Για την τιμή του λ που βρήκατε στο (α) ερώτημα, ποια είναι η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης ;

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα (4). Κάθε θέμα βαθμολογείται με δύο (2) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$



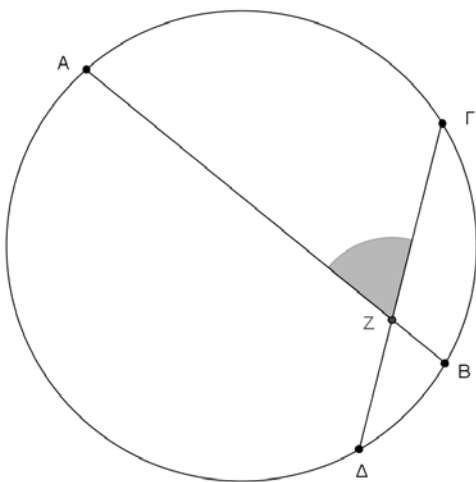
- α) Να βρείτε:
 i. Το πεδίο ορισμού της f
 ii. Το πεδίο τιμών της f .
- β) Να βρείτε:
 i. Την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της f
 ii. Τις συντεταγμένες της κορυφής της f .
- γ) Να βρείτε:
 Τις τιμές των a , b και c της f .
- δ) Να βρείτε τις λύσεις :
 i. Της εξίσωσης $f(x) = 0$
 ii. Της ανίσωσης $f(x) < 0$.

2. α) Να αποδείξετε ότι : $\frac{\eta\mu(180^\circ+\chi)\cdot\epsilon\varphi(-\chi)}{\sigma\upsilon\nu(270^\circ-\chi)} = -\epsilon\varphi\chi$.

β) Να λύσετε την εξίσωση : $\frac{\eta\mu(180^\circ+\chi)\cdot\epsilon\varphi(-\chi)}{\sigma\upsilon\nu(270^\circ-\chi)} = -\sqrt{3}$,όπου $180^\circ < \chi < 270^\circ$.

3. α) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{\chi^2(\chi^2-\chi-2)}{(\chi-1)(\chi^2+1)} \leq 0$

β) Δίνεται κύκλος με χορδές AB και ΓΔ οι οποίες τέμνονται στο Z. Τα τόξα ΑΓ και ΒΔ είναι 100° και 30° αντίστοιχα. Να υπολογίσετε την σκιασμένη γωνία Z.

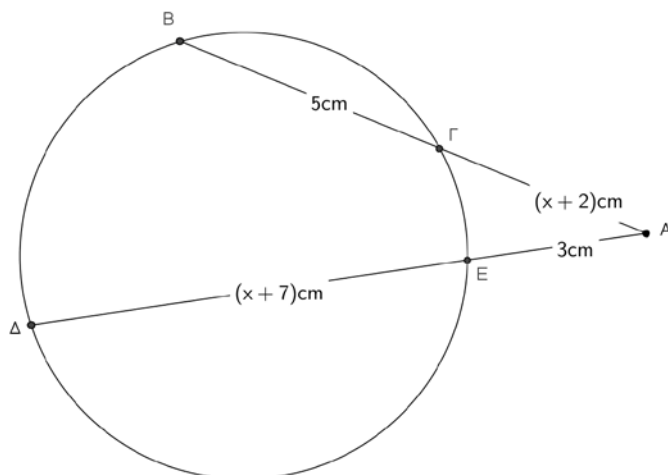


4. Δίνεται κύκλος με χορδές ΒΓ και ΔΕ που τέμνονται εκτός κύκλου στο σημείο Α.

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΓΔ και ΑΒΕ είναι όμοια

β) Να δείξετε ότι $(ΑΓ)(ΑΒ)=(ΑΕ)(ΑΔ)$

γ) Να υπολογίσετε το χ.



5. α) Να λύσετε το σύστημα :

$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ x^2 + 2y^2 = 6 \end{cases}$$

β) Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 2x^2 - 24 = 0$

6. α) Σοκολάτα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 5cm , 16cm και 20cm λιώνεται και δίνει 200 σοκολατάκια κυβικού σχήματος ακμής α. Να βρείτε την ακμή του κύβου.

β) i) Δίνεται η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ για την οποία ισχύει $\Delta > 0$, $P > 0$, $S < 0$.
Να βρείτε το πρόσημο των ριζών της.

ii) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 7x + 11 = 0$, (χωρίς να τις βρείτε) να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τις $\rho_1 = 2x_1 + 3$ και $\rho_2 = 2x_2 + 3$.

Ο Διευθυντής

Οι διδάσκοντες-εισηγητές :
Παπαδάκη Λίνα Β.Δ
Ζαμπακίδης Πόλυς
Λοϊζίδης Μιχάλης
Σκούρας Ηλίας

Δημήτρης Ταλιαδώρας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α'

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ:..... .. ΑΡ.:

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας τύπου Tipp-Ex.
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσης τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης δε θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες τους αριθμούς -5 και 1.
2. Να μετατρέψετε τα παρακάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:
α) $\frac{6}{\sqrt{2}}$ β) $\frac{2}{\sqrt{5}-2}$
3. Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - 7x + 3 > 0$.
4. Να αποδείξετε την ταυτότητα $\varepsilon\phi x \cdot (\sigma\phi x - \sigma\tau\epsilon\mu x) = 1 - \tau\epsilon\mu x$.
5. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου κ , $\kappa \in R$, ώστε το πιο κάτω σύστημα να είναι συμβιβαστό
$$\begin{aligned} -x + y &= 3 \\ x + y &= 7 \\ \kappa x + 2y &= 14 \end{aligned}$$
6. Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = -\frac{5}{13}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{26\eta\mu\omega - 10\varepsilon\phi\omega}{5\tau\epsilon\mu\omega + 1}.$$

7. Να βρείτε τις τιμές των κ και λ ώστε το πιο κάτω σύστημα να είναι αόριστο.

$$(\kappa + 1)x + 3y = -6$$

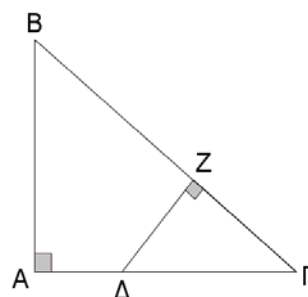
$$4x + 2y = \lambda$$

8. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνονται:

$$A\Delta = 2 \text{ cm}, \Delta\Gamma = 4 \text{ cm} \text{ και } Z\Gamma = 3 \text{ cm}.$$

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $\Gamma\Delta Z$ είναι όμοια.

β) Να βρείτε το μήκος του BZ .



9. Δίνονται $3 < x < 10$ και $4 < y < 8$. Να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

α) $x + y$

β) $4x - 5y$

γ) xy

δ) $\frac{2x}{y}$

10. Να λύσετε το σύστημα:

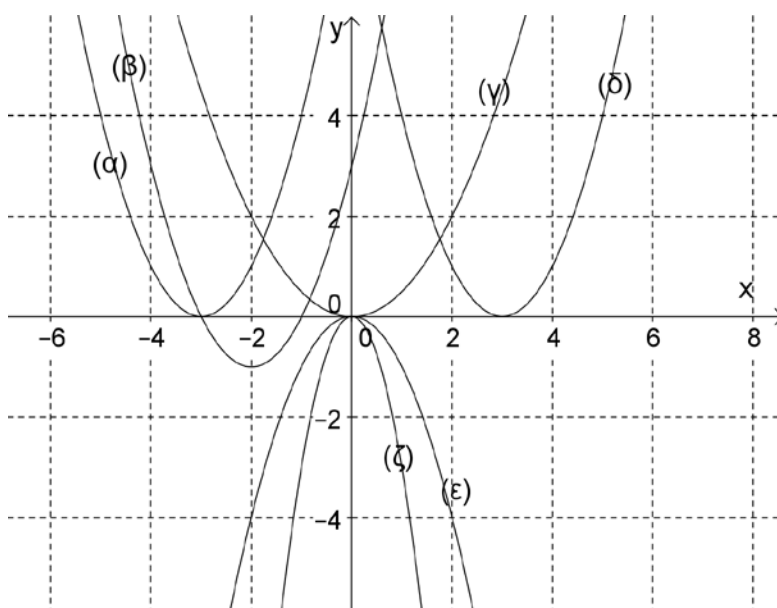
$$2x + y = 5$$

$$x^2 + xy = -14$$

11. Κύλινδρος και κώνος έχουν ακτίνα 6 cm . Ο όγκος του κυλίνδρου είναι $180\pi \text{ cm}^3$. Αν το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου είναι ίσο με το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου, να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.

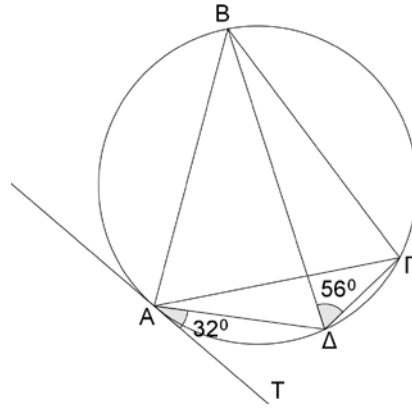
12. Να αντιγράψετε και να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα στο φύλλο εργασίας σας, αντιστοιχίζοντας κάθε γραφική παράσταση με τον σωστό τύπο.

$y = 0,5x^2$	$y = -3x^2$	$y = (x + 2)^2 - 1$	$y = x^2 - 6x + 9$	$y = -x^2$



- 13** Δίνεται η ευθεία (ε_1): $3x - 2y = 12$. Τα σημεία Α και Β είναι τα σημεία τομής της με τους άξονες των x και y αντίστοιχα. Να βρείτε:
- α) Το μήκος του ΑΒ.
- β) Την εξίσωση της ευθείας (ε_2) που περνά από το μέσο Μ του ΑΒ και είναι κάθετη με την ευθεία (ε_1).

14. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: AT εφαπτόμενη, $B\Gamma=BA$.
Να βρείτε τις γωνίες:
- α) $\hat{B}\hat{\Gamma}A$
β) $\hat{\Gamma}\hat{B}\Delta$



15. Να βρείτε για ποιες τιμές του μ , $\mu \in R$, η ευθεία με εξίσωση $y = (\mu^2 + 2\mu - 3)x + (\mu - 1)$.
- α) Τέμνει τον άξονα των τετμημένων σε ένα μόνο σημείο.
 - β) Είναι παράλληλη με τον άξονα των τετμημένων.
 - γ) Συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων.

ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

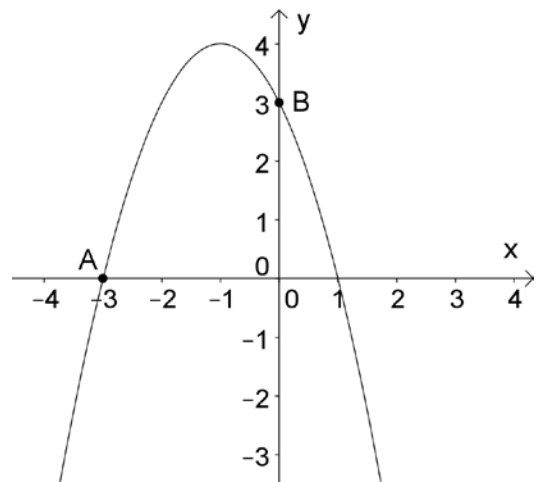
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda + 2)x + 2\lambda = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να βρείτε τις τιμές του λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση να έχει:
- α) Μία ρίζα τον αριθμό -2.
β) Ρίζες πραγματικές.
γ) Άθροισμα των ριζών ίσο με το γινόμενο τους.
- δ) Ρίζες για τις οποίες ισχύει η σχέση: $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} \geq 0$.

2. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \alpha \neq 0$.

Από το σχήμα να βρείτε:

- α) Το πεδίο ορισμού, πεδίο τιμών και πρόσημο του α.
β) Το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης
 $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
γ) Τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει $ax^2 + \beta x + \gamma \leq 0$.
δ) Τις τιμές των α, β και γ .
ε) Την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία Α και Β.



3. α) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1+\eta\mu x} + \frac{\eta\mu x \cdot \sigma\phi x}{1-\eta\mu x} = 2\tau\epsilon\mu x$.

β) Να υπολογίσετε την γωνία x , αν $0^\circ < x < 90^\circ$ και

$$\frac{\sigma\upsilon\nu(180^\circ + x)\eta\mu(90^\circ + x) - \eta\mu(-x)\sigma\upsilon\nu(270^\circ - x)}{\epsilon\phi(360^\circ - x)\epsilon\phi(90^\circ - x)} = 2\sigma\upsilon\nu x.$$

4. Δίνεται η εξίσωση $\eta\mu^2\theta \cdot x^2 - 2\sigma\upsilon\nu\theta \cdot x - 1 = 0$. Χωρίς να λύσετε την εξίσωση:

α) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και ανίσες,

β) Αν x_1, x_2 είναι ρίζες της εξίσωσης να υπολογίσετε τα :

(i) $x_1 + x_2$

(ii) $x_1 \cdot x_2$

γ) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού που έχει ρίζες τις $\rho_1 = \frac{2}{x_1}$ και $\rho_2 = \frac{2}{x_2}$.

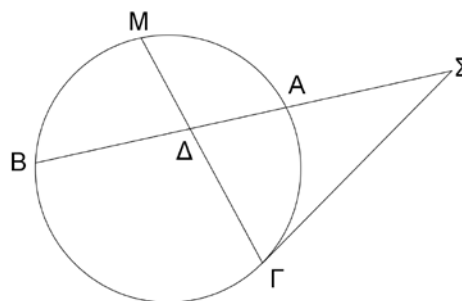
5. Το θησαυροφυλάκιο ενός οικονομικού κολοσσού έχει σχήμα κύβου ακμής 60 cm . Το θησαυροφυλάκιο είναι γεμάτο πλήρως με τα κέρδη της εταιρείας που είναι ράβδοι χρυσού σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις $2x, 3x, 4x$. Να βρείτε πόσες ράβδους χρυσού απέκτησε η εταιρεία, αν το εμβαδόν ολικής επιφάνειας της κάθε ράβδου είναι 1300 cm^2 .

6. Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρουμε τυχαία τέμνουσα ΣΑΒ και την εφαπτομένη ΣΓ του κύκλου. Αν Μ είναι το μέσο του μικρού τόξου ΑΒ και Δ το σημείο τομής της ΓΜ με την ΑΒ, να δείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΒΓΔ και ΑΓΜ είναι όμοια και να γράψετε τον λόγο των πλευρών τους.

β) Να δείξετε ότι $(\Gamma\text{B})(\text{M}\text{B}) = (\Gamma\text{M})(\text{B}\Delta)$.

γ) Να δείξετε ότι $(\Sigma\Gamma)^2 = (\Sigma\text{A})(\Sigma\text{B})$.



Η Διευθύντρια

Παναγιώτα Χρυσοχού-Αναστασιάδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03 / 06 / 2014

ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΩΡΑ: 8.00 π.μ.

ΣΥΝ. ΣΕΛ.: 4

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε πένα (με μολύβι μόνο τα σχήματα).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

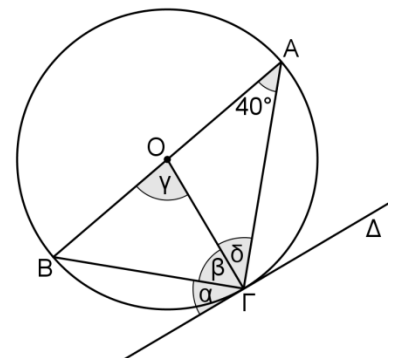
Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Κύβος έχει ακμή 4cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.
- Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $3x^2 + 4x - 2 = 0$, χωρίς να την λύσετε, να υπολογίσετε:
 - το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της
 - την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = 6x_1 + 15x_1x_2 + 6x_2$
- Να μετατρέψετε τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:
 - $\frac{6}{\sqrt{3}}$
 - $\frac{16}{3 - \sqrt{5}}$
- Να σχηματίσετε εξίσωση δεύτερου βαθμού που να έχει ρίζες $x_1 = 5$ και $x_2 = -7$
- Να λύσετε την ανίσωση: $2x^2 - 7x + 3 > 0$

- Στο διπλανό σχήμα δίνονται $\widehat{B\hat{A}G} = 40^\circ$, AB διάμετρος και ΔΓ εφαπτομένη του κύκλου (O,R) στο σημείο Γ. Να υπολογίσετε, δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας, τα μέτρα των γωνιών α, β, γ και δ.



- Να αποδείξετε ότι: $\frac{\sigma\phi^2\omega}{\sigma\epsilon\mu\omega} = \eta\mu\omega$

8. Να συγκρίνετε τις πιο κάτω παραστάσεις, χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των ανισώσεων, αν ισχύει $0 < x_1 < x_2$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$:

α) $A = 5x_1 - 2$, $B = 5x_2 - 2$

β) $\Gamma = \frac{6-3x_1}{4}$, $\Delta = \frac{6-3x_2}{4}$

9. Αν $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = \frac{5\epsilon\phi\theta - 12\sigma\phi\theta}{10\tau\epsilon\mu\theta}$$

10. Δίνεται ευθύγραμμο τμήμα AB με άκρα τα σημεία $A(-3,2)$ και $B(1,8)$.

α) να υπολογίσετε τις συντεταγμένες του μέσου M του AB

β) να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, αν η ευθεία με εξίσωση

$$(\lambda + 1)x + 2y + 2\lambda - 6 = 0 \text{ περνά από το σημείο M.}$$

11. Αν το σύστημα:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ 3x - 2y = 4 \\ ax + by = 1 \end{cases}$$
 είναι συμβιβαστό, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της

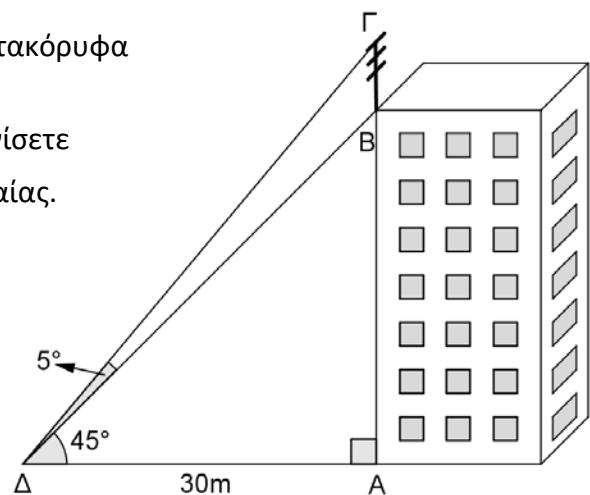
$$\text{παράστασης: } K = 10a + 5b + 7$$

12. Μια κεραία τηλεόρασης είναι τοποθετημένη κατακόρυφα στο ψηλότερο σημείο μιας πολυκατοικίας.

Αν $\widehat{B\Delta A} = 45^\circ$, $\widehat{\Gamma B} = 5^\circ$ και $A\Delta = 30\text{m}$ να υπολογίσετε

το ύψος της πολυκατοικίας και το ύψος της κεραίας.

	$\eta\mu$	$\sigma\upsilon\nu$	$\epsilon\phi$
5°	0,087	0,996	0,088
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
50°	0,766	0,643	1,192



13. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 12cm. Αν το εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειας είναι διπλάσιο του εμβαδού της βάσης, να υπολογίσετε:

α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας

β) τον όγκο της πυραμίδας.

14. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x^2 - 7y^2 = 2 \end{cases}$$

15. Από σημείο Σ εκτός κύκλου (Κ, R) φέρουμε εφαπτόμενη ΣΑ (Α σημείο επαφής) και τέμνουσα ΣΒΚΓ, που διέρχεται από το κέντρο του κύκλου.

α) Να δείξετε ότι: i) Τα τρίγωνα ΣΑΒ και ΣΑΓ είναι όμοια.

ii) $(\Sigma A)^2 = (\Sigma B) \cdot (\Sigma \Gamma)$

β) Αν $R = 9\text{ cm}$ και $(\Sigma B) = 6\text{ cm}$, χρησιμοποιώντας την πιο πάνω σχέση, να υπολογίσετε το μήκος του εφαπτόμενου τμήματος ΣΑ.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

β) το πεδίο τιμών της συνάρτησης

γ) το πρόσημο του α

δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

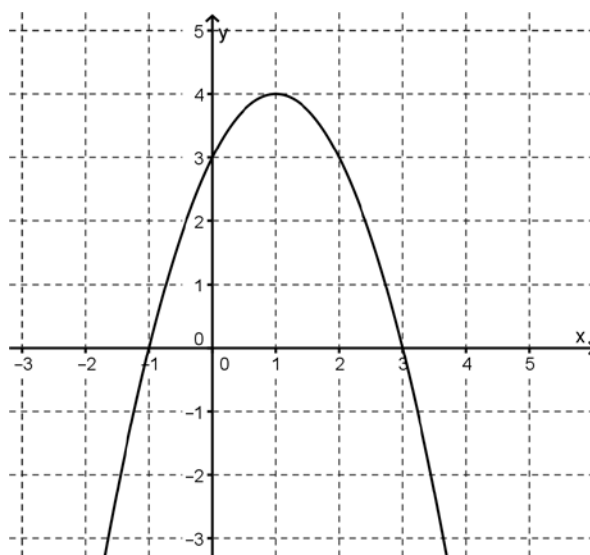
ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

στ) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής

ζ) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $f(x) = 0$

η) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) > 0$

θ) τις τιμές των α, β, γ



2. Να λύσετε την ανίσωση:
$$\frac{(x^2 - 1)(x^2 + 2x - 3)}{(-2x^2 + 3x - 2)(x + 4)} \leq 0$$

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\mu + 1)x + \mu - 2 = 0$, $\mu \in \mathbb{R}$, με ρίζες x_1, x_2 .

α) Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ για τις οποίες η εξίσωση έχει:

i) ρίζες αντίστροφες

ii) ρίζες που ικανοποιούν τη σχέση $5x_1^2 + 5x_2^2 - 2x_1x_2 < 32$

β) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες για κάθε $\mu \in \mathbb{R}$

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία $A(\kappa, 1)$, $B(\lambda, \lambda)$ και $\Gamma(\mu, 3)$, όπου κ, λ και μ είναι η λύση του συστήματος:

$$\begin{cases} \kappa + \lambda = 13 \\ \lambda + \mu = -1 \\ \mu + \kappa = 2 \end{cases}$$

α) Να αποδείξετε ότι $\kappa = 8$, $\lambda = 5$ και $\mu = -6$

β) Να βρείτε το μήκος της AB

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο A και σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα των τετμημένων.

5. Αν $A = \frac{\sin(90^\circ - x) \eta\mu(360^\circ + x) \epsilon\phi(90^\circ + x)}{\sin(270^\circ + x) \sin(180^\circ - x)}$ και

$$B = (\eta\mu^2 x - \sin^2 x)^2 + 4\eta\mu^2 x \sin^2 x + \eta\mu(90^\circ + x) \sin(180^\circ + x),$$

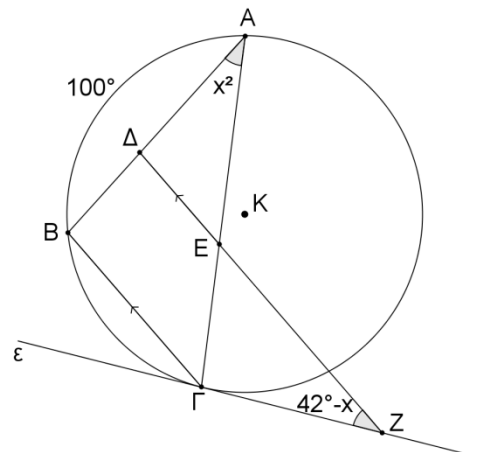
να αποδείξετε ότι $\frac{A}{B} = \sigma\tau\epsilon\mu^2 x$.

6. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K, R)

Η ευθεία ϵ εφάπτεται του κύκλου στο σημείο Γ , $\widehat{AB} = 100^\circ$, $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = x^2$ και $\widehat{\Delta\hat{Z}\Gamma} = 42^\circ - x$, με $x > 0$.

Αν $\Delta Z \parallel B\Gamma$ τότε:

- α) να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $E\Gamma Z$ είναι όμοια
 β) να αποδείξετε ότι $(B\Gamma)(\Gamma Z) = (\Gamma E) \cdot (BA)$
 γ) να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΔE .



Η Διευθύντρια

Ελένη Δημητρίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Α΄

Ημερομηνία: 05/06/2014

Χρόνος : 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
 - Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 - Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 12 σελίδες.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12.**
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} -2x + 3y = 13 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

2. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 2 cm, 5 cm και 6 cm.
Να υπολογίσετε: **α)** το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του.
β) τον όγκο του

3. Δίνονται τα σημεία $A(3, 4)$ και $B(-1, 2)$. Να βρείτε:
- α) την απόσταση μεταξύ των σημείων A και B.
 - β) την εξίσωση της μεσοκάθετης του ευθύγραμμου τμήματος AB.

4. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{x^2 - 9}{3x^2 + 8x - 3}$

5. Αν $\alpha = 5 + 2\sqrt{6}$ και $\beta = 5 - 2\sqrt{6}$, να αποδείξετε ότι : $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 10$ (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής).

6. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε γραφική παράσταση της στήλης Α το σωστό τύπο της από τη στήλη Β. (Προσοχή στη στήλη Β περισεύει ένας τύπος)

Στήλη Α Γραφικές παραστάσεις					Στήλη Β Τύποι γραφικών παραστάσεων	
					i. $\psi = 2x^2$ ii. $\psi = -0,5x^2$ iii. $\psi = -(x+3)^2$ iv. $\psi = (x+3)^2 + 2$ v. $\psi = -(x-3)^2 + 2$ vi. $\psi = -x^2 + 3$	
Γραφική παράσταση	α	β	γ	δ	ε	
Τύπος συνάρτησης						

7. Αν ισχύει $2 < \alpha < 5$ και $1 < \beta < 3$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

α) $\alpha + \beta$ β) $3\alpha - \beta$

8. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{1 - \epsilon \varphi^2 \alpha}{1 + \epsilon \varphi^2 \alpha} = 1 - 2\eta \mu^2 \alpha$

9. Δίνεται η εξίσωση $3x^2 - x - 6 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Χωρίς να τη λύσετε, να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

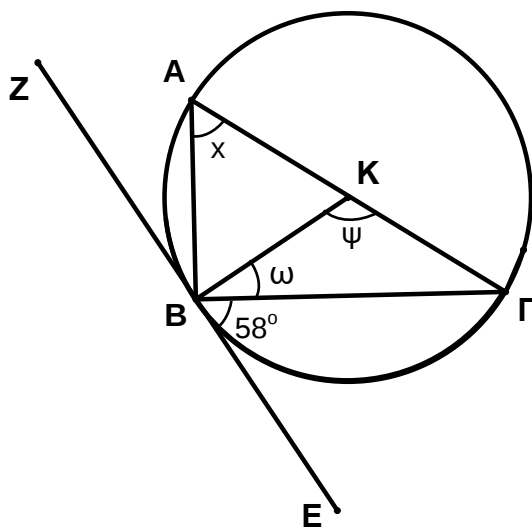
α) $x_1 + x_2$

β) $x_1 \cdot x_2$

γ) $9x_1^3 \cdot x_2 + 9x_1 \cdot x_2^3$

10. Στο διπλανό σχήμα το σημείο Κ είναι το κέντρο του κύκλου και η ΒΕ εφαπτομένη του. ΑΝ $\widehat{ΕΒΓ} = 58^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ και ω , δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

Η;



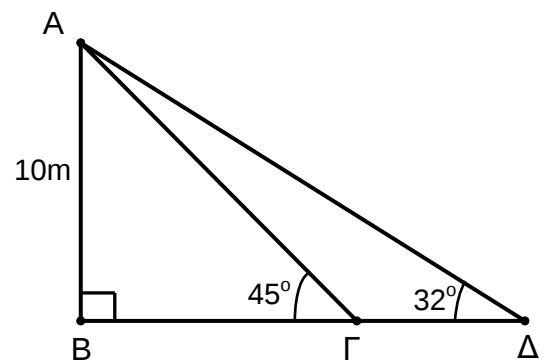
11. Αν $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης

$$A = \frac{5\epsilon\phi\theta - 12\sigma\phi\theta}{10\tau\epsilon\mu\theta}$$

12. Ο πιο κάτω πίνακας δείχνει τον αριθμό ωρών που παρακολούθησαν τηλεόραση κατά το Σαββατοκύριακο οι ένοικοι μιας πολυκατοικίας.
Να βρείτε την μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των δεδομένων του πίνακα.

Ώρες (x_i)	Αριθμός ενοίκων (f_i)
2	2
3	1
4	2
5	2
7	1

13. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ.
Δίνεται $AB = 10\text{ m}$, $\hat{A}GB = 45^\circ$ και $\hat{A}\hat{\Delta}G = 32^\circ$



- 14.** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) εγγεγραμμένο σε κύκλο. Από την κορυφή A φέρουμε τυχαία ευθεία που τέμνει την $B\Gamma$ στο Δ και τον κύκλο στο E . Να δείξετε ότι:
- α)** Τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια
- β)** $(A\Gamma)^2 = (A\Delta) \cdot (AE)$

- 15.** Αν μια ρίζα της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ είναι διπλάσια της άλλης να δείξετε ότι $2\beta^2 = 9\alpha\gamma$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

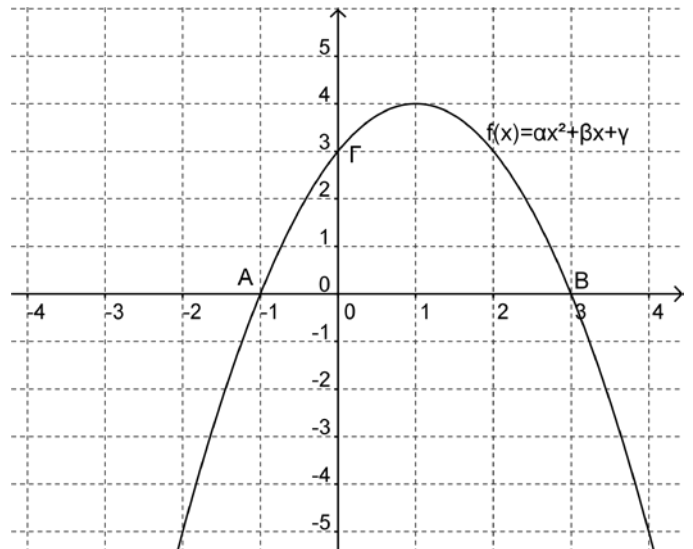
1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda + 1)x + 2\lambda - 1 = 0$ Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η εξίσωση:
- α) να έχει ρίζες αντίθετες
 - β) να έχει ρίζες αντίστροφες
 - γ) να μην έχει πραγματικές ρίζες
 - δ) Να σχηματίσετε συναρτήσεις του λ , εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες τις: $\rho_1 = x_1 + 3$ και $\rho_2 = x_2 + 3$.

2. Δίνεται κώνος με όγκο $128\pi \text{ cm}^3$ και το συμβιβαστό σύστημα
$$\begin{cases} 3x - 2\psi = -7 \\ x + \psi = 1 \\ 2Rx + 5\psi = -6 \end{cases}$$
 (όπου R είναι η αριθμητική τιμή της ακτίνας του κώνου).

Να δείξετε ότι $R = 8 \text{ cm}$ και να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου.

3. Στο διπλανό σχήμα παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$. Με βάση το σχήμα να απαντήσετε τα πιο κάτω ερωτήματα δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.

- α) το Π.Ο. και το Π.Τ. της $f(x)$
- β) τον άξονα συμμετρίας
- γ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- δ) το πρόσημο των Δ , a , S και P .
- ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) > 0$
- στ) την εξίσωση της ευθείας που περνά από τα σημεία Α και Γ.



4. α) Αν $\frac{\eta\mu(-x) \cdot \epsilon\varphi(90^\circ - x) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ + x)}{\eta\mu(270^\circ + x) \cdot \epsilon\varphi(360^\circ - x)} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0 < x < 90^\circ$ να υπολογίσετε την γωνία x .

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\eta\mu\alpha(1 + \epsilon\varphi\alpha) + \sigma\upsilon\nu\alpha(1 + \sigma\varphi\alpha) = \tau\epsilon\mu\alpha + \sigma\tau\epsilon\mu\alpha$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $AB=3\text{cm}$, $SA=5\text{cm}$, $\Gamma\Delta=6\text{cm}$, $\angle A\Gamma = 48^\circ$ και $\angle B\Delta = 110^\circ$

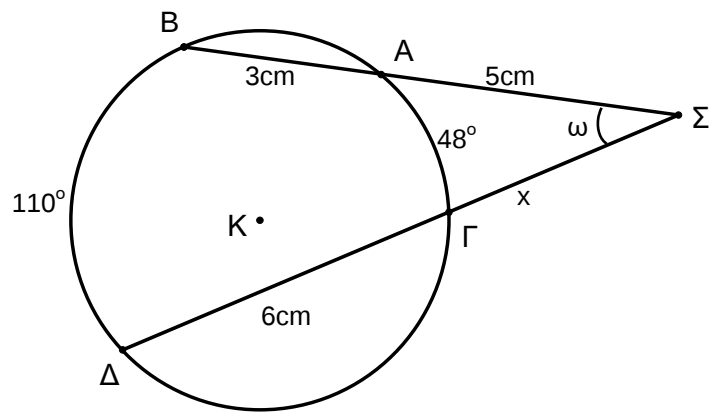
α) Να δείξετε ότι:

i. τα τρίγωνα $\Sigma A\Delta$ και $\Sigma\Gamma B$ είναι όμοια.

ii. $(\Sigma A) \cdot (\Sigma B) = (\Sigma \Gamma) \cdot (\Sigma \Delta)$

β) να υπολογίσετε την απόσταση $\Sigma\Gamma$.

γ) να υπολογίσετε την γωνία ω .



6. α) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραμέτρων α και β ώστε οι ευθείες $\epsilon_1 : (\alpha^2 - 3)x + 2\beta y = 4$ και $\epsilon_2 : (\beta + 1)x + (3\beta - 4)y = 2$ να συμπίπτουν;

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης: $\psi = \sqrt{\frac{x \cdot (x^2 - 4x + 3)}{(x^2 - 3x) \cdot (x^2 - 2x + 5)}}$

Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσικάρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03/06/2014
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Βαθμός:
Ολογράφως:
Υπογραφή:

ΌΝΟΜΑ:ΤΜΗΜΑ:ΑΡ.:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 11 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

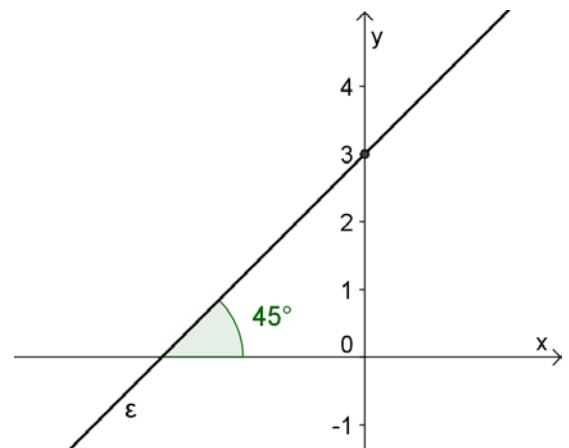
1. Δίνεται η εξίσωση $:2x^2 + 5x - 4 = 0$. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων :
(1) $x_1 + x_2$
(2) $x_1 \cdot x_2$
2. Δίνονται τα σημεία A(6, 3) και B(2, -1). Να βρείτε:
(1) τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB.
(2) την απόσταση μεταξύ των σημείων A και B.
3. Να σχηματίσετε εξίσωση β΄ βαθμού με ρίζες $x_1 = -3$ και $x_2 = 2$.
4. Αν $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ και $90^\circ < \hat{\theta} < 180^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :
 $A = 15 \cdot \eta\mu \theta - 9 \cdot \epsilon\phi \theta + 3 \cdot \tau\epsilon\mu \theta$
5. Σ΄ ένα παιγνίδι στο διαδίκτυο η συνολική βαθμολογία υπολογίζεται ως εξής: Οι βαθμοί που παίρνει ένας παίκτης στο πρώτο στάδιο έχουν βαρύτητα 0,2 της συνολικής βαθμολογίας, στο δεύτερο στάδιο 0,3 και στο τρίτο στάδιο 0,5. Αν ο Γιάννης πήρε 20 βαθμούς στο α΄ στάδιο, 15 βαθμούς στο β΄ στάδιο και 14 στο γ΄ στάδιο και η Νίκη πήρε 23 βαθμούς στο α΄ στάδιο, 18 βαθμούς στο β΄ στάδιο και 12 βαθμούς στο γ΄ στάδιο. Να βρείτε ποιος τελικά πήρε την ψηλότερη συνολική βαθμολογία.

6. Να χαρακτηρίσετε με **ορθό** ή **λάθος** καθεμιά από τις πιο κάτω προτάσεις, βάζοντας “✓” στον κατάλληλο χώρο:

ΠΡΟΤΑΣΗ	ΟΡΘΟ	ΛΑΘΟΣ
(1) Δυο κύκλοι που έχουν ένα κοινό σημείο εφάπτονται εξωτερικά.		
(2) Ένας κώνος έχει την ίδια ακτίνα και ύψος με ένα κύλινδρο. Ο όγκος του κυλίνδρου είναι διπλάσιος από αυτόν του κώνου.		
(3) $\frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x}, \quad x \neq 0$		
(4) Δυο εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ημικύκλιο είναι συμπληρωματικές.		
(5) Αν διπλασιάσουμε την ακμή ενός κύβου, τότε ο όγκος του οκταπλασιάζεται		

7. Στο σχήμα παριστάνεται μία ευθεία ε η οποία σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα των x . Να βρείτε:

- (1) την κλίση της ευθείας ε .
- (2) την εξίσωση της ευθείας ε .



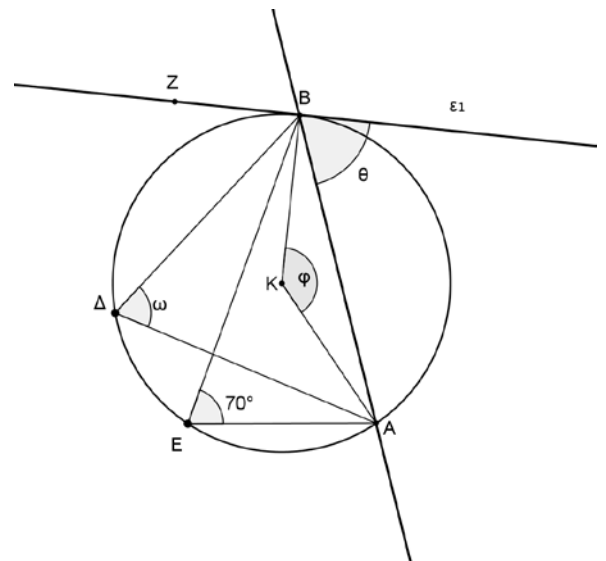
8. Να βρείτε τις τιμές του μ , με $\mathbb{R}$, ώστε η εξίσωση $x^2 - 2(\mu - 1)x + \mu^2 - 3 = 0$ να έχει ρίζες αντίστροφες.

9. Στο σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K , η ευθεία ε_1 είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B και $\widehat{BEA} = 70^\circ$.

Να υπολογίσετε:

- (1) τις γωνίες ω , φ και θ
- (2) το τόξο $B\Delta A$
- (3) τη γωνία KBZ

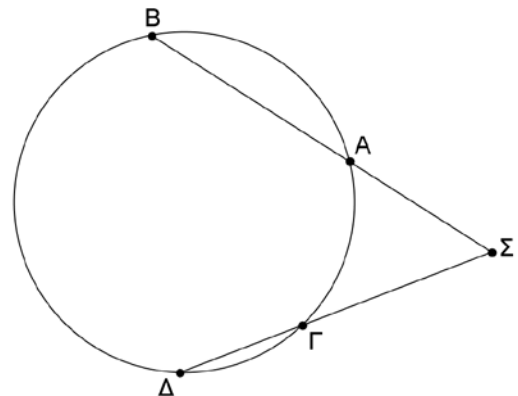
Να δικαιολογήσετε πλήρως την απάντησή σας.



10. Στον πιο κάτω πίνακα φαίνονται τα αντικείμενα που αγόρασε ο Γιώργος από το βιβλιοπωλείο της γειτονίας του, σε τρεις διαφορετικές χρονικές στιγμές. Να βρείτε την αξία του κάθε αντικειμένου που αγόρασε (τετράδιο, υπολογιστική μηχανή και διαβήτη), δικαιολογώντας πλήρως την απάντησή σας.

Αντικείμενα	Συνολική αξία
 	€ 18
 	€ 4
 	€ 20

11. Στο σχήμα δίνονται:
 $SA = 4 \text{ cm}$, $AB = 6 \text{ cm}$ και $\Delta\Gamma = 3 \text{ cm}$.
 Να υπολογίσετε το μήκος του SG .



12. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\frac{\sigma\upsilon\nu \omega}{1+\eta\mu \omega} + \epsilon\phi\omega = \tau\epsilon\mu\omega$.
13. Να βρείτε για ποιες τιμές του μ , με $\mathbb{R}$, η ευθεία $\psi = (\mu^2 - 1)x + 2\mu - 2$
 (1) συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων.
 (2) περνά από το σημείο $A(1, -3)$.
14. Ένα ορθογώνιο έχει διαστάσεις x^2 και $2x + 1$. Να βρείτε για ποιες τιμές του x η περίμετρος του ορθογωνίου είναι μικρότερη ή ίση του 18.
15. Δίνεται κώνος με ακτίνα 3 cm . Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του ύψους του, έτσι ώστε ο όγκος του να είναι μεγαλύτερος από $3\pi \text{ cm}^3$ και μικρότερος από $6\pi \text{ cm}^3$.

ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται το διπλανό ορθογώνιο σύστημα αξόνων και οι γραφικές παραστάσεις των ευθειών:

$$\varepsilon_1: \alpha x - \psi = 1$$

$$\varepsilon_2: \psi = 2x - 3$$

$$\varepsilon_3: x + 2\psi = 8$$

Από το σχήμα :

- (1) Να βρείτε τη λύση του

συστήματος: $\varepsilon_1: \alpha x - \psi = 1$
 $\varepsilon_3: x + 2\psi = 8$

- (2) Να βρείτε την τιμή του α .

- (3) Να εξετάσετε αν το σύστημα:

$$\varepsilon_1: \alpha x - \psi = 1$$

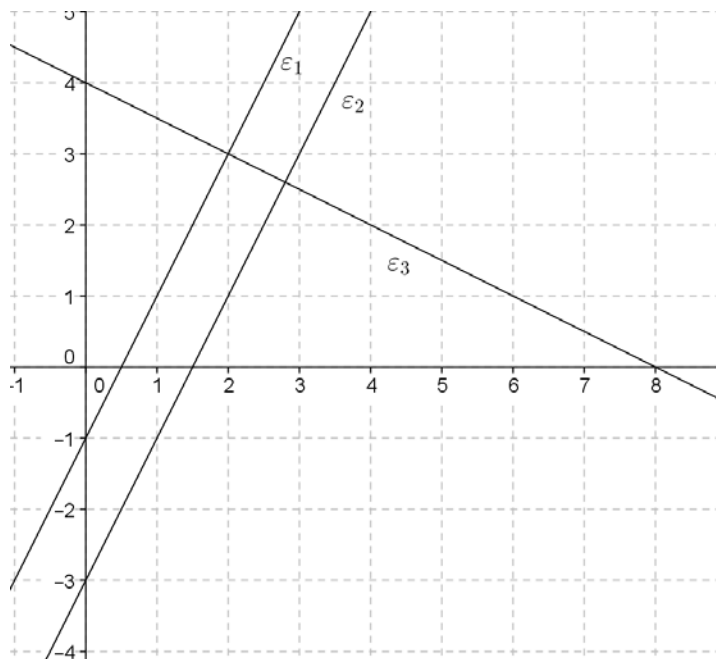
$$\varepsilon_2: \psi = 2x - 3$$

έχει μοναδική λύση, καμία λύση ή άπειρες λύσεις.

- (δ) Να λύσετε την εξίσωση

$$2x - 3 = 0$$

και να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα γραφικά.

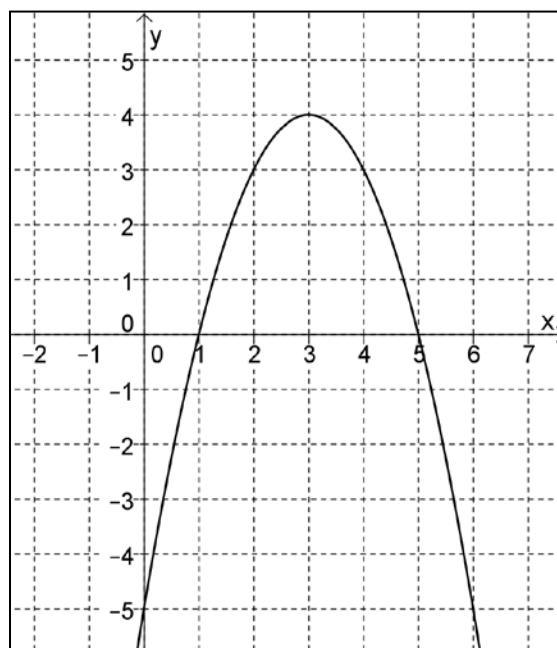


2. Στο διπλανό σχήμα, παρουσιάζεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma.$$

Από τη γραφική παράσταση της παραβολής, να βρείτε :

- (1) το πρόσημο του α .
- (2) τον άξονα συμμετρίας της.
- (3) την κορυφή της.
- (4) το πεδίο ορισμού της.
- (5) το πεδίο τιμών της.
- (6) τις ρίζες της εξίσωσης $f(x) = 0$.
- (7) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \geq 0$.
- (8) τις τιμές των α , β και γ .



3. Δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα με εμβαδόν βάσης 144 cm^2 και ύψος 6 cm .
Να υπολογίσετε:

- (1) τον όγκο της πυραμίδας.
- (2) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

4. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(2x^2 - 9x + 7)(x^2 - 1)}{x - 3} \leq 0$

5. Σε κύκλο με κέντρο K , φέρνουμε τη διάμετρο AB , τη χορδή $B\Gamma$ και το ύψος KM του τριγώνου $KB\Gamma$. Η εφαπτομένη του κύκλου στο A τέμνει την προέκταση της KM στο σημείο T . Να δείξετε ότι:
- (1) τα τρίγωνα KBM και KAT είναι όμοια.
 - (2) $(AB) \cdot (KM) = (KB) \cdot (TA)$.
6. Για την οξεία γωνία ω ισχύει: $\epsilon\phi(\pi + \omega) + 2 \cdot \sigma\phi(90^\circ + \omega) = 5 \cdot \sigma\phi(270^\circ - \omega) - 6$.
Η εξίσωση: $x^2 + (\sigma\eta\theta - 1) \cdot x + \epsilon\phi\omega = 0$ έχει ρίζες ίσες.
Να δείξετε ότι οι ευθείες $\psi = (\sigma\eta\theta) \cdot x$ και $\psi = (\epsilon\phi\omega) \cdot x - 2$ είναι κάθετες.

Η Διευθύντρια
Αχεριώτου Σοφούλα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΤΑΞΗ:** Α΄ Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 28 Μαΐου 2014**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρες**ΟΔΗΓΙΕΣ**

- Γράφετε με πέννα μπλε. Τα σχήματα αν θέλετε με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης** υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε μόνο 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες από τις 100.

1. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 5x + 6 < 0$.

2. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

3. Αν $\sin\theta = \frac{5}{13}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = 13\eta\mu\theta + 10\varepsilon\varphi\theta$$

4. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν ολικής επιφάνειας κυλίνδρου με ακτίνα βάσης 4cm και ύψος 5cm.

5. Δίνεται η συνάρτηση $y = 3x + 1$ με $-1 \leq x < 2$. Να δείξετε ότι $-2 \leq y < 7$.

6. Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in R$, έτσι ώστε το πιο κάτω σύστημα να είναι συμβιβαστό

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - 2y = -1 \\ x + \lambda y = 7 \end{cases}$$

7. Για την παραβολή $y = (x + 1)^2 - 4$ να βρείτε τον άξονα συμμετρίας, την κορυφή Κ και την απόσταση του σημείου Κ από την αρχή των αξόνων.

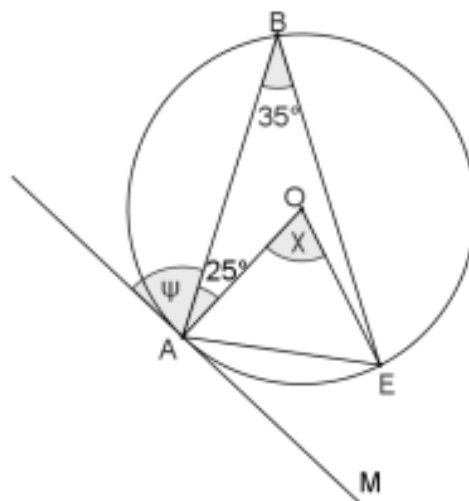
8. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο Α(2,1) και σχηματίζει γωνία 135° με τον θετικό ημιάξονα των x .

9. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(2-x)^2(x+1)}{x-3} \geq 0$

10. Να αποδείξετε ότι $\frac{\eta\mu\theta}{1-\sigma\upsilon\nu\theta} - \sigma\varphi\theta = \sigma\tau\epsilon\mu\theta$.

11. Στο διπλανό σχήμα δίνονται η γωνία $\widehat{ABE} = 35^\circ$, η εφαπτομένη AM του κύκλου στο A και η γωνία $\widehat{BAO} = 25^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες χ και ψ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

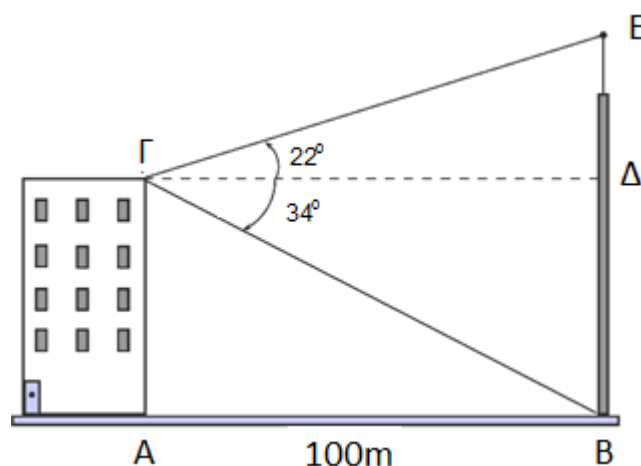


12. Δίνεται ότι η μέση τιμή των 8 αριθμών 3, 3, 7, 8, 11, 14, α , β είναι 7.

Αν $\beta = 2\alpha + 1$, να βρείτε τους αριθμούς α και β και στη συνέχεια να βρείτε την επικρατούσα τιμή και την διάμεσο των 8 αριθμών.

13. Ένας παρατηρητής βρίσκεται στο σημείο Γ στην ταράτσα της πολυκατοικίας του και παρατηρεί την κορυφή E του απέναντι κτηρίου υπό γωνία 22° και την βάση B υπό γωνία 34° . Αν η απόσταση AB μεταξύ των κτηρίων είναι 100m, να βρείτε με προσέγγιση ακέραιου το ύψος του απέναντι κτηρίου. Δίνονται:

	$\eta\mu$	$\sigma\upsilon\nu$	$\epsilon\varphi$
22°	0,3746	0,9272	0,4040
34°	0,5592	0,8290	0,6745



14. Δίνεται το τριώνυμο $\varphi(x) = 2x^2 + 4x - 7$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\varphi(x) = 0$.

α) Να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων $A = 5x_1 + 2x_1x_2 + 5x_2$ και $B = (x_1 - x_2)^2$

β) Να σχηματίσετε εξίσωση $2^{\text{ου}}$ βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{1}{x_1}$ και $\rho_2 = \frac{1}{x_2}$

15. Από σημείο Σ εκτός του κύκλου $(K, 3\text{cm})$ φέρουμε τις ΣΑ εφαπτομένη του κύκλου (Α είναι το σημείο επαφής) και ΣΒΓ τέμνουσα του κύκλου, που περνά από το κέντρο Κ (Β, Γ σημεία του κύκλου).

α) Να δείξετε ότι $(\Sigma A)^2 = (\Sigma B)(\Sigma \Gamma)$

β) Αν $\Sigma A = 2\sqrt{10}\text{ cm}$, να υπολογίσετε το μήκος του ΣΚ.

ΜΕΡΟΣ Β΄

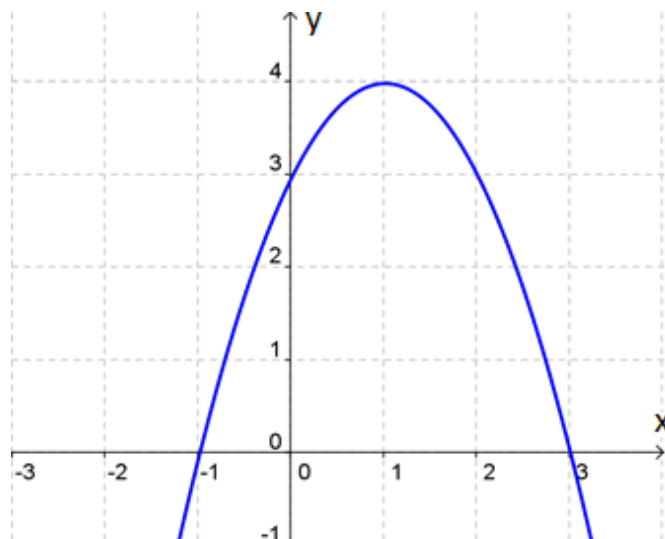
Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες από τις 100.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής

$$f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma, \quad a \neq 0.$$

Να βρείτε

- α) Τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$
- β) Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$
- γ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της $f(x)$
- δ) Τη λύση της ανίσωσης $f(x) \geq 0$
- ε) Τις τιμές των συντελεστών α, β, γ



2. Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - 2(\lambda + 1)x + \lambda + 3$.

Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ το $f(x)$ έχει:

- α) Μια ρίζα το 1
- β) Ρίζες αντίστροφες
- γ) Ρίζες ετερόσημες
- δ) Ρίζες πραγματικές και ίσες
- ε) Σταθερό πρόσημο για κάθε τιμή του $x \in \mathbb{R}$

3. Αν $A = \frac{\eta\mu(90+\theta) \cdot \eta\mu(180-\theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(270-\theta)}{\eta\mu(360-\theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(-\theta) \cdot \epsilon\varphi(180+\theta)}$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να δείξετε ότι $A = \sigma\upsilon\nu\theta$.

Αν $A = \frac{3}{5}$, να δείξετε ότι η εξίσωση $2x^2 - (5\eta\mu\theta - 4)x - 10\sigma\upsilon\nu\theta = 0$ έχει ρίζες αντίθετες.

4. Δίνονται η ευθεία $3x + y = 5$ και η καμπυλη $3x^2 - y^2 = -1$.

- α) Να δείξετε ότι τα σημεία τομής τους είναι τα $A(1,2)$ και $B(4,-7)$,
- β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης του ευθύγραμμου τμήματος AB και να δείξετε ότι τέμνει τον x -άξονα στο σημείο $(10,0)$.

5. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο AB και Z, H δυο τυχαία σημεία πάνω στο τόξο AB. Από το σημείο H φέρουμε το ευθύγραμμο τμήμα HΓ κάθετο στην AB, που τέμνει την χορδή BZ στο σημείο E. Να δείξετε ότι:

α) $(B\Gamma)(AB) = (BZ)(BE)$

β) $(BH)^2 = (BZ)(BE)$

6. Δέκα ίδιες ράβδοι χρυσού σε σχήμα πρίσματος με βάση τετράγωνο πλευράς 15cm και ύψος 32cm ο καθένας, λιώνονται και κατασκευάζονται διακοσμητικά, σχήματος πυραμίδας με βάση τετράγωνο πλευράς 6cm και ύψος 4cm το καθένα.

α) Να υπολογίσετε το πλήθος των μικρών πυραμίδων που θα κατασκευαστούν.

β) Αν θέλουμε να καλύψουμε με νάιλον μεμβράνη όλες τις επιφάνειες των μικρών πυραμίδων, να βρείτε ποσά cm^2 μεμβράνης θα χρειαστούμε.

Ο Διευθυντής

Κυριάκος Μπαρρής

ΓΡΑΠΤΕΣ ΚΑΤΑΤΑΚΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014
(ΓΙΑ ΑΛΛΟΓΛΩΣΣΟΥΣ)

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**ΤΑΞΗ: Α΄****Ημερομηνία: 26/05/14****Διάρκεια: 2.30΄**

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 9 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1. Ένας κύβος έχει ακμή βάσης 6 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της επιφάνειάς του.

A2. Να σχηματίσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες: $x_1 = -3$ και $x_2 = 5$.

A3. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 3x - y + \omega = 8 \\ x - y - \omega = 1 \\ 4x + y + 3\omega = 5 \end{cases}.$$

A4. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(-2,3)$ και σχηματίζει γωνία 45° με τον άξονα των τετμημένων.

A5. Να κάνετε τις πράξεις: $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} - (\sqrt[6]{3})^6 + \sqrt[5]{64} \div \sqrt[5]{2} + \sqrt{25}$.

A6. Να λύσετε την ανίσωση : $(x + 3)(x - 2) \geq 0$.

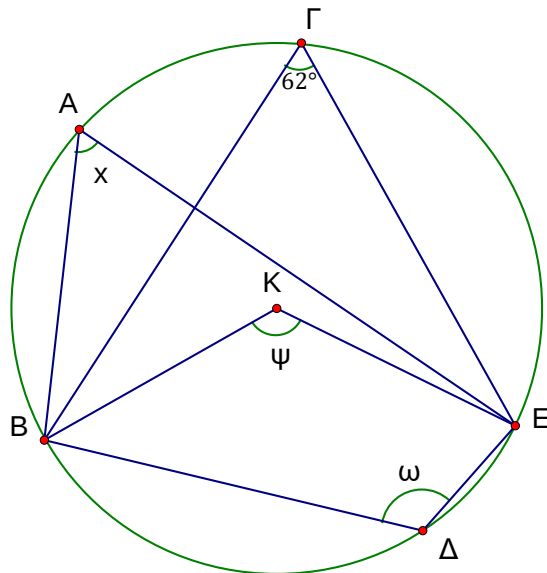
A7. Να λύσετε την εξίσωση: $x^4 - x^2 - 12 = 0$.

A8. Να βρείτε την τιμή της παραμέτρου μ , ($\mu \in \mathbb{R}$) ώστε η εξίσωση $(\mu + 3)x^2 - 4\mu x + 4 = 0$ να έχει ρίζες πραγματικές και ίσες.

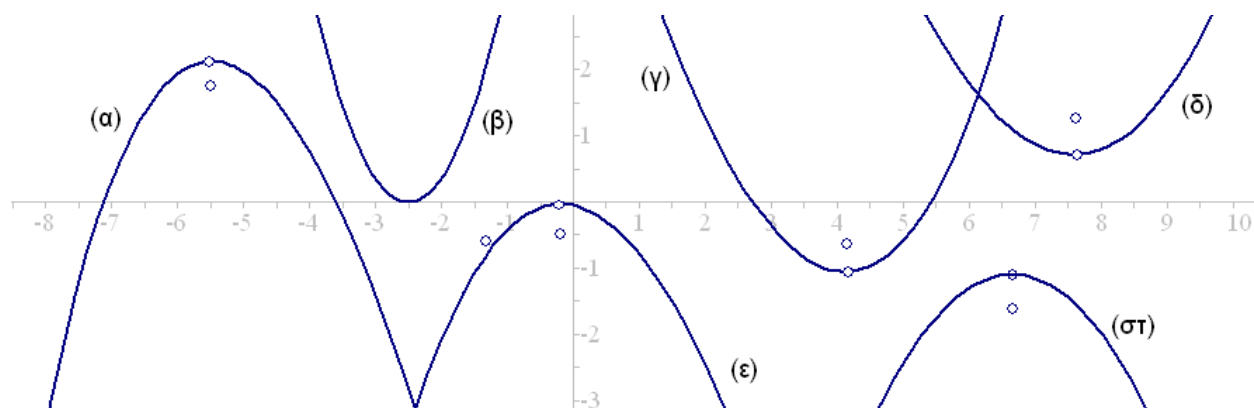
- A9.** Αν $\sin \omega = -\frac{3}{5}$, με $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$A = \frac{13\eta\mu\omega - 12\sigma\phi\omega}{5\epsilon\phi\omega}.$$

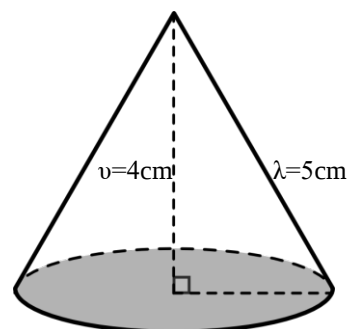
- A10.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (K, ρ) και η εγγεγραμμένη γωνία $B\Gamma E = 62^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $x = \hat{BAE}$, $\psi = \hat{BKE}$ και $\omega = \hat{BDE}$.



- A11.** Οι πιο κάτω καμπύλες είναι οι γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων της μορφής
 $f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0, \quad a, \beta, \gamma \in R.$
 Να βρείτε το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και του συντελεστή a για την κάθε περίπτωση.



- A12.** Στο διπλανό σχήμα δίνεται κώνος με ύψος $v=4\text{cm}$ και γενέτειρα $\lambda=5\text{cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.



- A13.** Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τους υπαλλήλους μιας τράπεζας και τα έτη υπηρεσίας τους. Να βρεθεί η μέση τιμή των ετών υπηρεσίας των υπαλλήλων.

Έτη υπηρεσίας x_i	4	5	6	7	8
Αριθμός υπαλλήλων f_i	6	7	10	9	9

- A14.** Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2x - 5 = 0$, να υπολογίσετε χωρίς να λύσετε την εξίσωση, τις τιμές των πιο κάτω παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ γ) $3x_1^2 x_2 + 3x_1 x_2^2$ δ) $\frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$.

- A15.** Αν ΑΔ και ΒΕ τα ύψη ενός τριγώνου ΑΒΓ και Η το σημείο τομής τους, να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση $(ΑΕ) (ΔΗ) = (ΒΔ) (ΕΗ)$.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

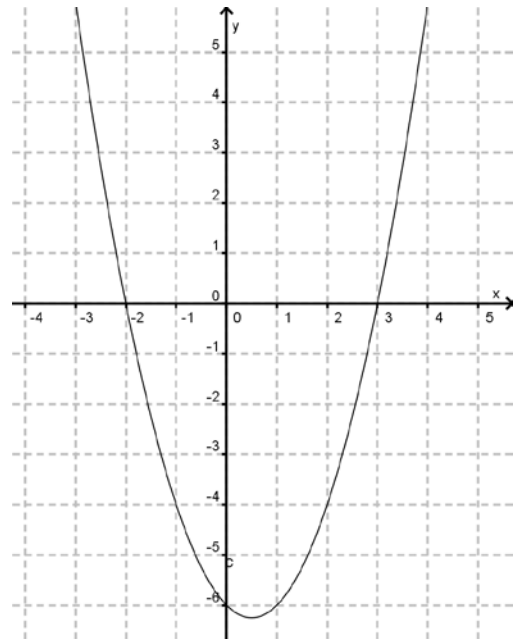
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
- β) τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της.
- γ) τα πρόσημα του συντελεστή a και της διακρίνουσας Δ .
- δ) τις τιμές των συντελεστών a , b και c .
- ε) τις τιμές του x ώστε να ισχύει $f(x) \leq 0$



B2. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(x+3)(x^2-9)}{x^2-2x-8} > 0$

B3. Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου λ , ($\lambda \in \mathbb{R}$) η εξίσωση:

$$x^2 + (2\lambda + 1)x + \lambda^2 - 3 = 0$$

α) έχει ρίζες αντίστροφες

β) έχει ρίζες αντίθετες

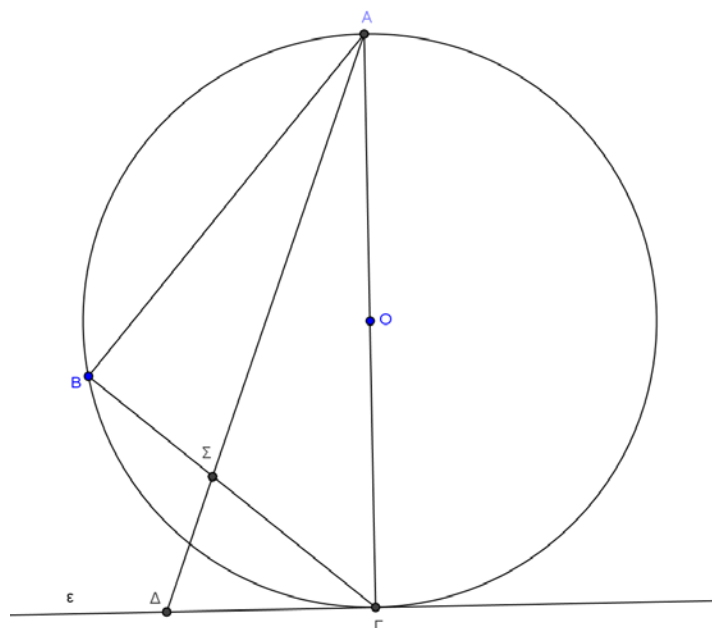
γ) έχει ρίζα τον αριθμό -1

δ) έχει ρίζες x_1 και x_2 που ικανοποιούν την σχέση $3x_1x_2^2 + 3x_1^2x_2 > 0$.

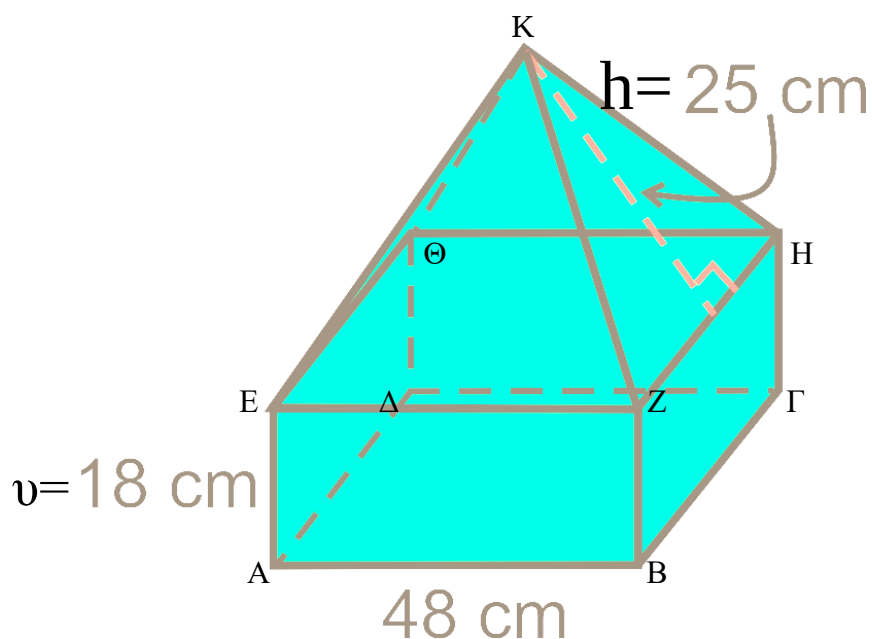
B4. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα:

$$\frac{\sin\theta - 1}{\tan\theta + \varepsilon\phi\theta} + \frac{\sin\theta + 1}{\tan\theta - \varepsilon\phi\theta} = 2(1 + \varepsilon\phi\theta), \quad \text{όπου } \tan\theta \neq \pm \varepsilon\phi\theta$$

- B5.** Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο (O, ρ) ώστε η $A\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου. Η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ . Η διχοτόμος $A\Delta$ της $\hat{A}$ τέμνει τη χορδή $B\Gamma$ στο σημείο Σ και την εφαπτομένη (ε) στο σημείο Δ . Να αποδείξετε ότι : $(B\Sigma)(A\Delta) = (A\Sigma)(\Gamma\Delta)$.



B6. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ένα στερεό που αποτελείται από ένα ορθό τετραγωνικό πρίσμα ακμής $(AB)=48\text{ cm}$ με ύψος $v=(AE)=18\text{ cm}$, και μια τετραγωνική πυραμίδα με παράπλευρο ύψος $h=25\text{ cm}$. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.



Οι Εισηγήτριες:

Χριστοδούλα Μιχαήλ

Μαρία Ηλιάδου

Η Συντονίστρια Β.Δ.:

Χρυσούλα Χατζηχρίστου

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 26/05/2014

ΤΑΞΗ: Α΄

Διάρκεια: 2.30 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 6 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1.** Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 2cm, 4cm και 8cm.
Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.
- A2.** Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + x - 6 \geq 0$.
- A3.** Αφού αντιγράψετε τον πιο κάτω πίνακα, να αντιστοιχίσετε τις παραστάσεις της Στήλης Α με τις απαντήσεις της Στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
(α) $\sqrt{20}$	i. $(\sqrt{8} - \sqrt{5})(\sqrt{8} + \sqrt{5})$
(β) $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$	ii. 2
(γ) $\sqrt[3]{1000} + 5\sqrt[3]{8} - 6\sqrt[3]{27}$	iii. $(\sqrt{8} - \sqrt{5})$
(δ) $\frac{3}{\sqrt{8} + \sqrt{5}}$	iv. $2\sqrt{5}$
	v. 10
	vi. 4

- A4.** Αν η μια ρίζα της εξίσωσης $x^4 - 5x^2 + \alpha = 0$ είναι ο αριθμός 1, να υπολογίσετε την τιμή του α. Αν $\alpha = 4$ να λύσετε την πιο πάνω εξίσωση.
- A5.** Σε μία γραπτή εξέταση που αποτελείται από πέντε ερωτήσεις με συντελεστές βαρύτητας 0.2, 0.3, 0.1, 0.1 και 0.3, η βαθμολογία ενός εξεταζόμενου ήταν 12, 10, 16, 18, και 14 αντίστοιχα. Να βρείτε την μέση τιμή επίδοσής του.

- A6.** Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ , ($\mu \in \mathbb{R}$) για τις οποίες η ευθεία με εξίσωση:
 $y = (\mu^2 - 1)x + 2\mu - 2$
 α) είναι παράλληλη με τον άξονα των τετμημένων
 β) συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων.

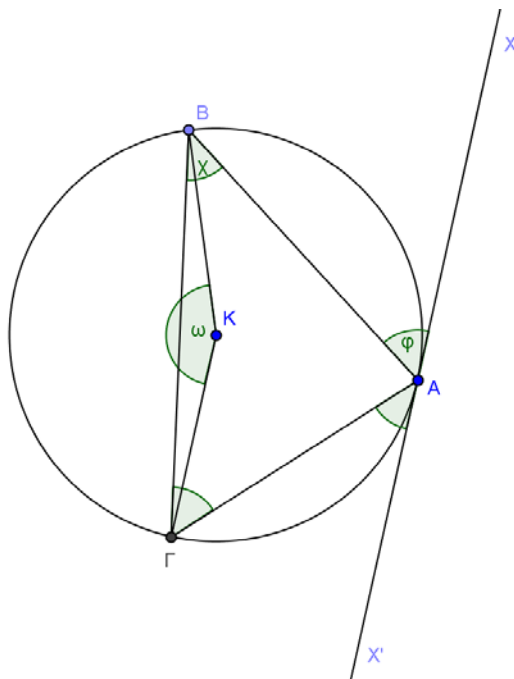
- A7.** Αν το πιο κάτω σύστημα είναι συμβιβαστό, να βρείτε την αριθμητική τιμή του μ , ($\mu \in \mathbb{R}$).

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ x - y = 1 \\ (2\mu - 1)x - \mu y = 8 \end{cases}$$

- A8.** Δίνεται η εξίσωση $(\alpha + \gamma)x^2 - 2\beta x + (\alpha - \gamma) = 0$, όπου α, β, γ τα μήκη πλευρών τριγώνου $AB\Gamma$. Αν η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και ίσες, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

- A9.** Να βρείτε τις τιμές των συντελεστών α , ($\alpha \in \mathbb{R}$) και β , ($\beta \in \mathbb{R}$) για τις οποίες η συνάρτηση: $g(x) = x^2 - (\alpha - 3)x + 2\beta + 1$, τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο $(0, 3)$ και έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 1$.

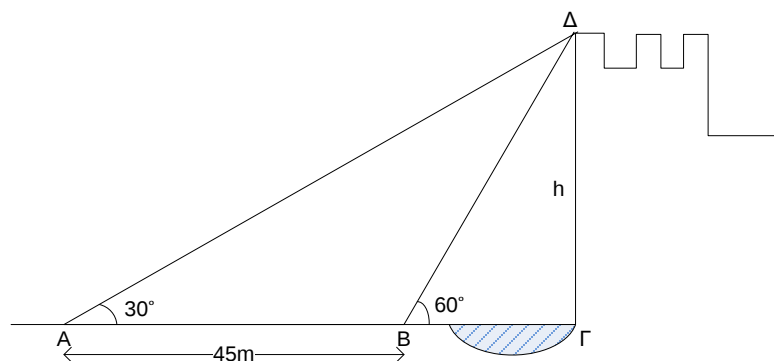
- A10.** Στο διπλανό σχήμα η ευθεία xx' είναι η εφαπτομένη του κύκλου (K, R) στο σημείο A . Αν $\widehat{A\Gamma B} = 60^\circ$ και $\widehat{\Gamma A x'} = 50^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών: $\widehat{\varphi} = \widehat{xAB}$, $\widehat{\omega} = \widehat{B\Gamma K}$ και $\widehat{x} = \widehat{AB\Gamma}$, αιτιολογώντας την απάντησή σας.



- A11.** Αν $\sin \omega = -\frac{12}{15}$, με $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$A = \frac{30\eta\mu\omega - 24\tau\epsilon\mu\omega}{27\sigma\varphi\omega}.$$

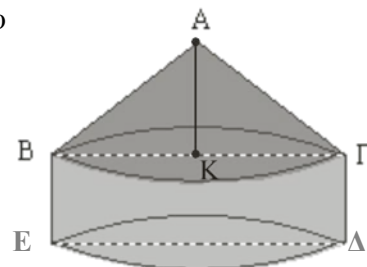
- A12.** Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε το ύψος h του κάστρου από την επιφάνεια της τάφρου, αν $\widehat{\Gamma\Delta\Lambda} = 30^\circ$, $\widehat{\Gamma\Delta\Lambda} = 60^\circ$ και $(AB) = 45 \text{ m}$. Να δώσετε την απάντησή σας στη μορφή $\alpha\sqrt{3}$ και να υπολογίσετε την τιμή του α . Για τις πράξεις σας μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον πίνακα (1).



θ°	30°	60°
$\eta\mu\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sigma\upsilon\nu\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\epsilon\varphi\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$

Πίνακας (1)

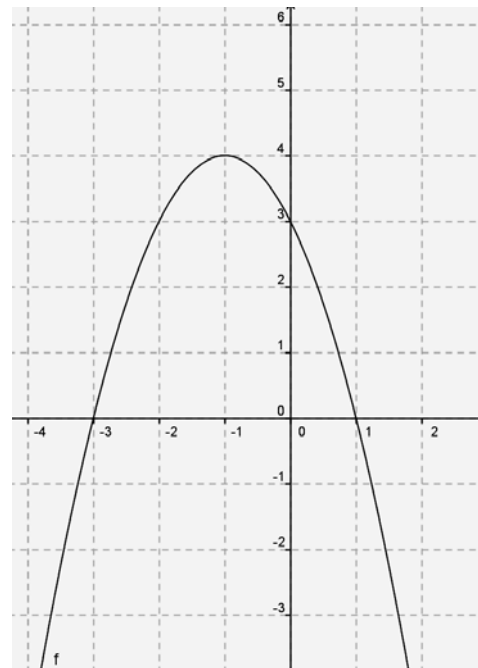
- A13.** Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις x :πλάτος και y :μήκος που ικανοποιούν τις ανισότητες $2 < x < 3$ και $3 < y < 5$. Αν αυξήσουμε το πλάτος κατά 2 μονάδες και το μήκος κατά μία μονάδα, να βρείτε τις δυνατές τιμές:
α) της περιμέτρου και
β) του εμβαδού του νέου ορθογωνίου.
- A14.** Ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, ρ) . Από την κορυφή A φέρνουμε μια ευθεία η οποία τέμνει την $B\Gamma$ στο Δ και τον κύκλο στο E .
α) Να αποδείξετε ότι: $(AB)^2 = (A\Delta) \cdot (AE)$.
β) Αν $(AB)=2 \text{ cm}$ και $(\Delta E)=3 \text{ cm}$, να βρείτε το μήκος του $A\Delta$.
- A15.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η κεντρική σκηνή ενός τσίρκου που αποτελείται από έναν κύλινδρο και έναν κώνο. Το κωνικό μέρος της σκηνής έχει διάμετρο $(B\Gamma) = 40 \text{ m}$ και ύψος $(AK) = 15 \text{ m}$. Δίνεται ότι η ακτίνα του κυλίνδρου είναι διπλάσια του ύψους του ($R = 2\upsilon$). Να υπολογίσετε πόσα τετραγωνικά μέτρα πλαστικοποιημένου υφάσματος χρειάστηκαν για την κατασκευή της σκηνής, συμπεριλαμβανομένης της βάσης. Η απάντησή σας να δοθεί συναρτήσει του π .



ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1.** Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$. Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:
- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
 - β) τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της.
 - γ) τα πρόσημα του συντελεστή a και της διακρίνουσας Δ .
 - δ) τις τιμές των συντελεστών a , b και c .
 - ε) τις τιμές του x ώστε να ισχύει $f(x) \geq 0$.

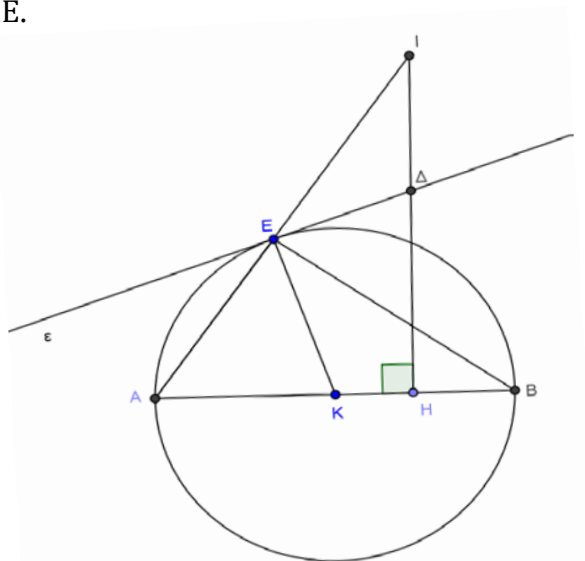


- B2.** $A \vee A = \frac{\eta\mu(180^\circ + \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \alpha) \cdot \sigma\phi(180^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(-\alpha)}{\tau\epsilon\mu(360^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(360^\circ + \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \alpha)}$ και

$$B = \sigma\tau\epsilon\mu\alpha - \frac{\eta\mu\alpha}{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha} \text{ με } \eta\mu\alpha \neq 0, \sigma\upsilon\nu\alpha \neq 0, \sigma\upsilon\nu\alpha \neq 1,$$

να αποδείξετε ότι: $\frac{A}{B} = -\eta\mu^2\alpha$.

- B3.** Στο πιο κάτω σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, R) και η ευθεία (ε) είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο E . Από σημείο Δ της (ε) φέρνουμε $\Delta H \perp AB$, η οποία τέμνει την προέκταση της AE στο I . Να αποδείξετε ότι:
- α) $\widehat{BAE} + \widehat{ABE} = 90^\circ$.
 - β) $IA = DE$.



B4. α) Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = \kappa x^2 + (\kappa - 2)x - 4\kappa, \kappa \neq 0, \kappa \in \mathbb{R} \text{ και}$$

$$g(x) = 2\mu x^2 - 5x + (\mu + 1), \mu \neq 0, \mu \in \mathbb{R}.$$

- i. Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η εξίσωση $f(x) = 0$ να έχει ρίζες αντίθετες.
- ii. Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η εξίσωση $g(x) = 0$ να έχει ρίζες αντίστροφες.
- iii. Αν $\kappa = 2$ και $\mu = 1$, να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{f(x)}{g(x)}$.

β) Σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, οι τετμημένες των σημείων A και B είναι οι ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $x^2 - (\lambda^2 - 4\lambda + 3)x - 17 = 0$.

Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε το μέσον M του ευθύγραμμου τμήματος AB να έχει τετμημένη ίση με 4.

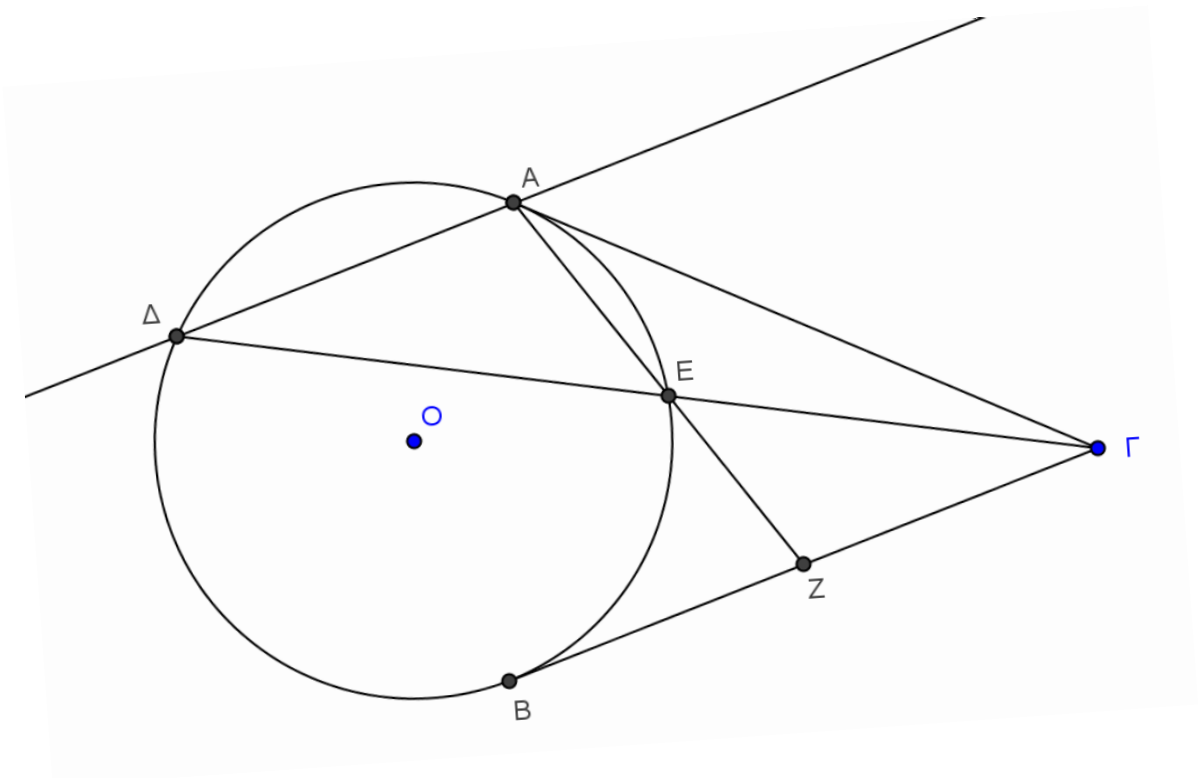
B5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) . Από σημείο Γ εκτός του κύκλου φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΓA και ΓB . Από το σημείο A φέρουμε ευθεία (ε) $(\varepsilon \parallel B\Gamma)$ παράλληλη προς τη $B\Gamma$ που τέμνει τον κύκλο στο Δ . Έστω E το σημείο τομής της $\Delta\Gamma$ με τον κύκλο. Αν η AE τέμνει την $B\Gamma$ στο Z, να αποδείξετε ότι:

α) $(BZ)^2 = (ZA) \cdot (ZE)$.

β) $\widehat{\Gamma A E} = \widehat{A \Delta E} = \widehat{B \Gamma E}$.

γ) τα τρίγωνα $AZ\Gamma$ και $\Gamma Z E$ είναι όμοια.

δ) $(Z\Gamma)^2 = (ZE) \cdot (ZA)$.

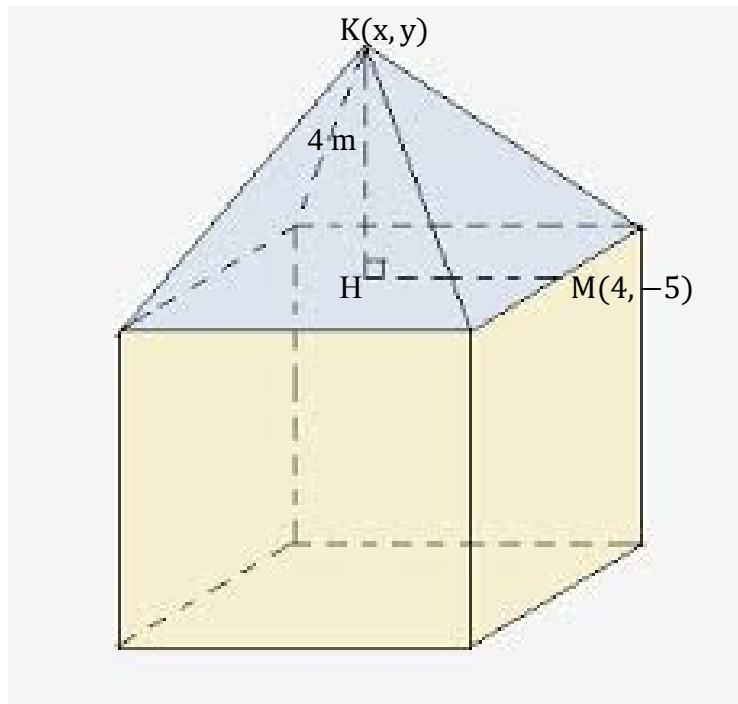


B6. α) Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$.

β) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ένα θερμοκήπιο που αποτελείται από ένα κύβο και μία τετραγωνική πυραμίδα. Η κορυφή της πυραμίδας είναι το σημείο $K(x, y)$, όπου

K είναι η λύση του συστήματος $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$, με $x > 0$.

Αν $(KH)=4$ m και σημείο $M(4, -5)$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του θερμοκηπίου μη συμπεριλαμβανομένου του δαπέδου.



Οι Εισηγήτριες:

Η Συντονίστρια Β.Δ.:

Μαρία Χριστοπούλου

Χριστοδούλα Μιχαήλ

Μαρία Ηλιάδου

Ανθή Χριστοφή

Χρυσούλα Χατζηχρίστου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 26/05/2014

ΤΑΞΗ: Α΄

Διάρκεια: 2.30 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 6 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1.** Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 2 cm, 4 cm και 8 cm.
Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.
- A2.** Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 + x - 6 \geq 0$.
- A3.** Αφού αντιγράψετε τον πιο κάτω πίνακα, να αντιστοιχίσετε τις παραστάσεις της Στήλης Α με τις απαντήσεις της Στήλης Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
(α) $\sqrt{20}$	i. $(\sqrt{8} - \sqrt{5})(\sqrt{8} + \sqrt{5})$
(β) $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$	ii. 2
(γ) $\sqrt[3]{1000} + 5\sqrt[3]{8} - 6\sqrt[3]{27}$	iii. $(\sqrt{8} - \sqrt{5})$
(δ) $\frac{3}{\sqrt{8} + \sqrt{5}}$	iv. $2\sqrt{5}$
	v. 10
	vi. 4

- A4.** Αν η μια ρίζα της εξίσωσης $x^4 - 5x^2 + \alpha = 0$ είναι ο αριθμός 1, να υπολογίσετε την τιμή του α. Αν $\alpha = 4$ να λύσετε την πιο πάνω εξίσωση.
- A5.** Σε μία γραπτή εξέταση που αποτελείται από πέντε ερωτήσεις με συντελεστές βαρύτητας 0.2, 0.3, 0.1, 0.1 και 0.3, η βαθμολογία ενός εξεταζόμενου ήταν 12, 10, 16, 18, και 14 αντίστοιχα. Να βρείτε την μέση τιμή επίδοσής του.

- A6.** Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου μ , ($\mu \in \mathbb{R}$) για τις οποίες η ευθεία με εξίσωση:
 $y = (\mu^2 - 1)x + 2\mu - 2$
 α) είναι παράλληλη με τον άξονα των τετμημένων
 β) συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων.

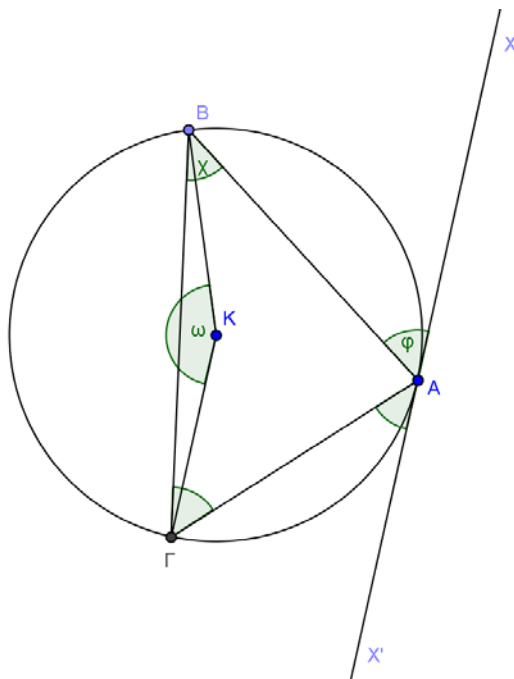
- A7.** Αν το πιο κάτω σύστημα είναι συμβιβαστό, να βρείτε την αριθμητική τιμή του μ , ($\mu \in \mathbb{R}$).

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ x - y = 1 \\ (2\mu - 1)x - \mu y = 8 \end{cases}$$

- A8.** Δίνεται η εξίσωση $(\alpha + \gamma)x^2 - 2\beta x + (\alpha - \gamma) = 0$, όπου α, β, γ τα μήκη πλευρών τριγώνου $AB\Gamma$. Αν η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και ίσες, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

- A9.** Να βρείτε τις τιμές των συντελεστών α , ($\alpha \in \mathbb{R}$) και β , ($\beta \in \mathbb{R}$) για τις οποίες η συνάρτηση: $g(x) = x^2 - (\alpha - 3)x + 2\beta + 1$, τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο $(0, 3)$ και έχει άξονα συμμετρίας την ευθεία $x = 1$.

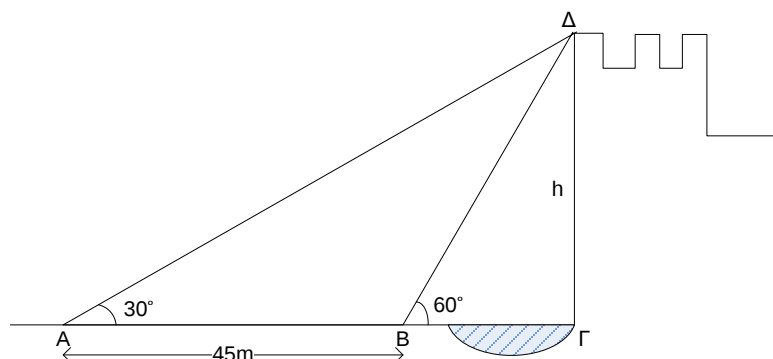
- A10.** Στο διπλανό σχήμα η ευθεία xx' είναι η εφαπτομένη του κύκλου (K, R) στο σημείο A . Αν $\widehat{A\Gamma B} = 60^\circ$ και $\widehat{\Gamma A x'} = 50^\circ$, να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών: $\widehat{\varphi} = \widehat{xAB}$, $\widehat{\omega} = \widehat{BK\Gamma}$ και $\widehat{\chi} = \widehat{AB\Gamma}$, αιτιολογώντας την απάντησή σας.



- A11.** Αν $\sin \omega = -\frac{12}{15}$, με $180^\circ < \omega < 270^\circ$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης:

$$A = \frac{30\eta\mu\omega - 24\tau\epsilon\mu\omega}{27\sigma\varphi\omega}.$$

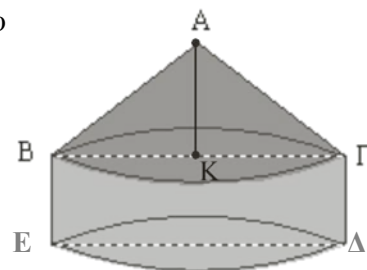
- A12.** Στο πιο κάτω σχήμα να υπολογίσετε το ύψος h του κάστρου από την επιφάνεια της τάφρου, αν $\widehat{\Gamma\Delta} = 30^\circ$, $\widehat{\Gamma\Delta} = 60^\circ$ και $(AB) = 45 \text{ m}$. Να δώσετε την απάντησή σας στη μορφή $a\sqrt{3}$ και να υπολογίσετε την τιμή του a . Για τις πράξεις σας μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον πίνακα (1).



θ°	30°	60°
$\eta\mu\theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sigma\upsilon\nu\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\epsilon\varphi\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$

Πίνακας (1)

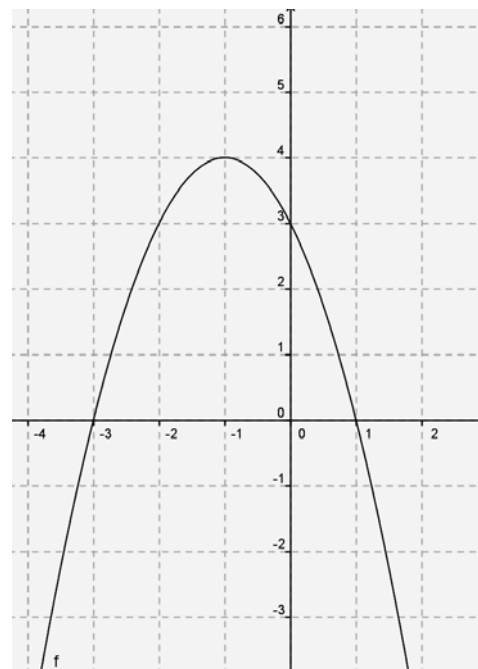
- A13.** Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με διαστάσεις x :πλάτος και y :μήκος που ικανοποιούν τις ανισότητες $2 < x < 3$ και $3 < y < 5$. Αν αυξήσουμε το πλάτος κατά 2 μονάδες και το μήκος κατά μία μονάδα, να βρείτε τις δυνατές τιμές:
α) της περιμέτρου και
β) του εμβαδού του νέου ορθογωνίου.
- A14.** Ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, ρ) . Από την κορυφή A φέρνουμε μια ευθεία η οποία τέμνει την $B\Gamma$ στο Δ και τον κύκλο στο E .
α) Να αποδείξετε ότι: $(AB)^2 = (A\Delta) \cdot (AE)$.
β) Αν $(AB)=2 \text{ cm}$ και $(\Delta E)=3 \text{ cm}$, να βρείτε το μήκος του $A\Delta$.
- A15.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η κεντρική σκηνή ενός τσίρκου που αποτελείται από ένα κύλινδρο και ένα κώνο. Το κωνικό μέρος της σκηνής έχει διάμετρο $(B\Gamma) = 40 \text{ m}$ και ύψος $(AK) = 15 \text{ m}$. Δίνεται ότι η ακτίνα του κυλίνδρου είναι διπλάσια του ύψους του ($R = 2\upsilon$). Να υπολογίσετε πόσα τετραγωνικά μέτρα πλαστικοποιημένου υφάσματος χρειάστηκαν για την κατασκευή της σκηνής, συμπεριλαμβανομένης της βάσης. Η απάντησή σας να δοθεί συναρτήσει του π .



ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- B1.** Στο σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$, $a, b, \gamma \in \mathbb{R}$. Με τη βοήθεια του σχήματος να βρείτε:
- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης.
 - β) τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της.
 - γ) τα πρόσημα του συντελεστή a και της διακρίνουσας Δ .
 - δ) τις τιμές των συντελεστών a , b και γ .
 - ε) τις τιμές του x ώστε να ισχύει $f(x) \geq 0$.

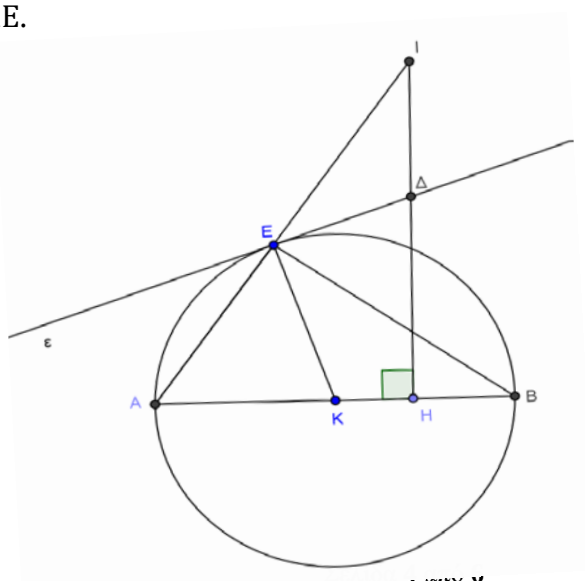


- B2.** Αν $A = \frac{\eta\mu(180^\circ + \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \alpha) \cdot \sigma\phi(180^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(-\alpha)}{\tau\epsilon\mu(360^\circ - \alpha) \cdot \eta\mu(360^\circ + \alpha) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \alpha)}$ και

$$B = \sigma\tau\epsilon\mu\alpha - \frac{\eta\mu\alpha}{1 - \sigma\upsilon\nu\alpha} \text{ με } \eta\mu\alpha \neq 0, \sigma\upsilon\nu\alpha \neq 0, \sigma\upsilon\nu\alpha \neq 1,$$

να αποδείξετε ότι: $\frac{A}{B} = -\eta\mu^2\alpha$.

- B3.** Στο πιο κάτω σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, R) και η ευθεία (ϵ) είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο E . Από σημείο Δ της (ϵ) φέρνουμε $\Delta H \perp AB$, η οποία τέμνει την προέκταση της AE στο I . Να αποδείξετε ότι:
- α) $\widehat{BAE} + \widehat{ABE} = 90^\circ$.
 - β) $IA = \Delta E$.



B4. α) Δίνονται οι συναρτήσεις:

$$f(x) = \kappa x^2 + (\kappa - 2)x - 4\kappa, \kappa \neq 0, \kappa \in \mathbb{R} \text{ και}$$

$$g(x) = 2\mu x^2 - 5x + (\mu + 1), \mu \neq 0, \mu \in \mathbb{R}.$$

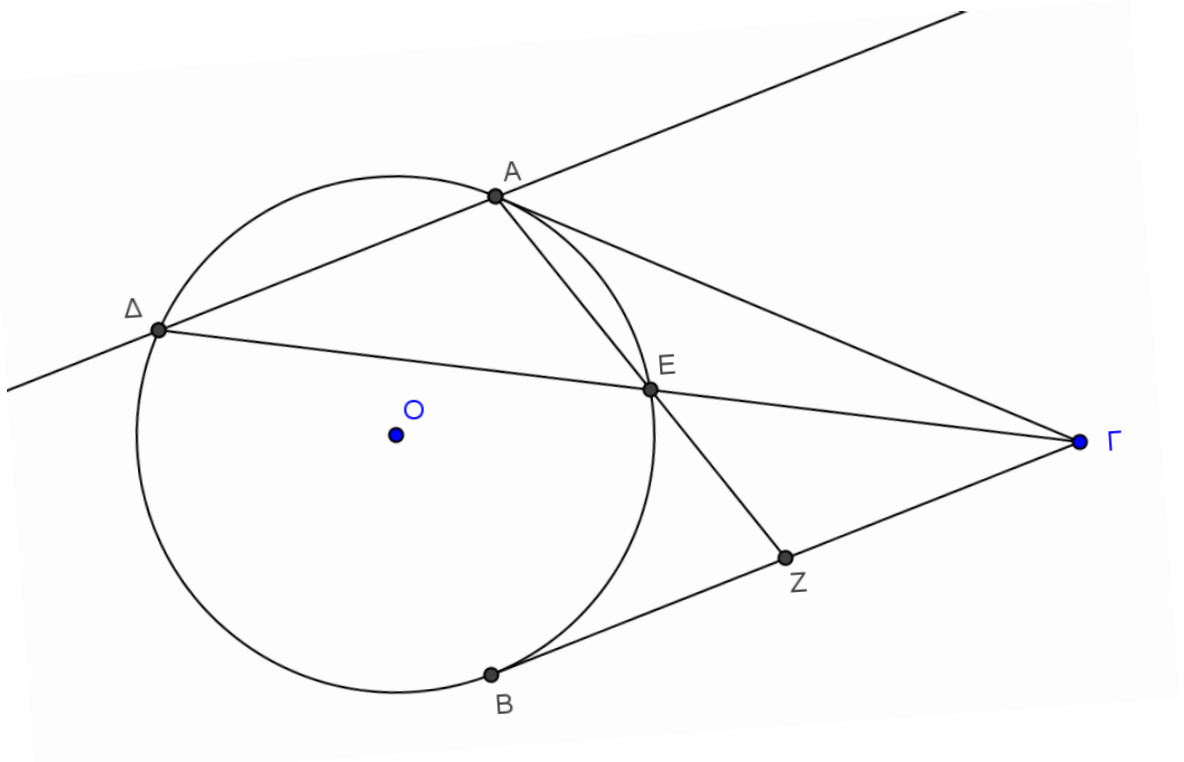
- i. Να βρείτε την τιμή του κ ώστε η εξίσωση $f(x) = 0$ να έχει ρίζες αντίθετες.
- ii. Να βρείτε την τιμή του μ ώστε η εξίσωση $g(x) = 0$ να έχει ρίζες αντίστροφες.
- iii. Αν $\kappa = 2$ και $\mu = 1$, να απλοποιήσετε την παράσταση $\frac{f(x)}{g(x)}$.

β) Σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων, οι τετμημένες των σημείων A και B είναι οι ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $x^2 - (\lambda^2 - 4\lambda + 3)x - 17 = 0$.

Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε το μέσον M του ευθύγραμμου τμήματος AB να έχει τετμημένη ίση με 4.

B5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) . Από σημείο Γ εκτός του κύκλου φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα ΓA και ΓB . Από το σημείο A φέρουμε ευθεία (ε) ($\varepsilon \parallel B\Gamma$) παράλληλη προς τη $B\Gamma$ που τέμνει τον κύκλο στο Δ . Έστω E το σημείο τομής της $\Delta\Gamma$ με τον κύκλο. Αν η AE τέμνει την $B\Gamma$ στο Z, να αποδείξετε ότι:

- α) $(BZ)^2 = (ZA) \cdot (ZE)$.
- β) $\widehat{\Gamma A E} = \widehat{A \Delta E} = \widehat{B \Gamma E}$.
- γ) τα τρίγωνα $AZ\Gamma$ και $\Gamma Z E$ είναι όμοια.
- δ) $(Z\Gamma)^2 = (ZE) \cdot (ZA)$.

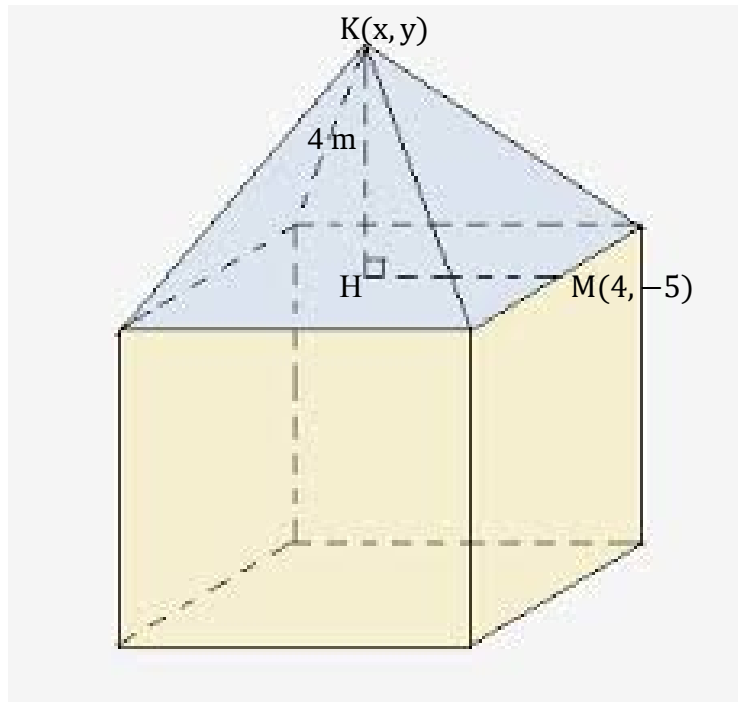


B6. α) Να λύσετε το σύστημα: $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$.

β) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ένα θερμοκήπιο που αποτελείται από ένα κύβο και μία τετραγωνική πυραμίδα. Η κορυφή της πυραμίδας είναι το σημείο $K(x, y)$, όπου

K είναι η λύση του συστήματος $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 2x^2 + y^2 = 3 \end{cases}$, με $x > 0$.

Αν $(KH)=4$ m και σημείο $M(4, -5)$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του θερμοκηπίου μη συμπεριλαμβανομένου του δαπέδου.



Ο Διευθυντής

Σπύρος Ζαχαριάδης

ΛΥΚΕΙΟ ΑΚΡΟΠΟΛΕΩΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2013-2014

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΤΑΞΗ Α΄

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29 /05/2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 7:45 – 10:15

ΒΑΘΜΟΣ

ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:

ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 14 σελίδες.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (για τα σχήματα επιτρέπεται η χρήση μολυβιού).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να βρείτε τον όγκο ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις $\alpha = 2cm$, $\beta = 3cm$ και $\gamma = 4cm$.
2. Δίνεται η παράσταση $A = 2x + 7$, $x \in R$. Να βρείτε για ποιες τιμές του x , η αριθμητική τιμή της παράστασης A είναι τουλάχιστον 13.
3. Να εξετάσετε, αν το γραμμικό σύστημα
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -2x + y = 7 \\ 4x + 2y = -2 \end{cases}$$
 είναι συμβιβαστό.
4. Δίνονται τα σημεία $A(1, -2)$ και $B(-5, 6)$.
 - α) Να υπολογίσετε την απόσταση μεταξύ των σημείων A και B .
 - β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M του ευθύγραμμου τμήματος AB .
5. α) Να αποδείξετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής ότι $(2\sqrt{3} + 1)(3 - 2\sqrt{3}) = 4\sqrt{3} - 9$.
 β) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς $x_1 = 2\sqrt{3} + 1$ και $x_2 = 3 - 2\sqrt{3}$.
6. Σε μια χώρα, το σχολικό έτος χωρίζεται σε τέσσερα (4) δίμηνα και ο μαθητής αξιολογείται, αριθμητικώς με κλίμακα από το 1 μέχρι το 10. Τελική εξέταση δεν υπάρχει. Ο βαθμός σε ένα μάθημα στο τέλος του χρόνου συνυπολογίζεται από τους βαθμούς των τεσσάρων διμήνων με βαρύτητα 20% στο πρώτο, 30% στο δεύτερο, 40% στο τρίτο και 10% στο τέταρτο δίμηνο. Να βρείτε το βαθμό στο τέλος του χρόνου κάποιου μαθητή που έχει βαθμούς 8 στο πρώτο, 9 στο δεύτερο, 8 στο τρίτο και 5 στο τέταρτο δίμηνο.

7. α) Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής με εξίσωση $y = (x - 1)^2 + 3$.

β) Να βρείτε το πεδίο τιμών της παραβολής $y = (x - 1)^2 + 3$.

8. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x - 1)(x - 2)^2}{x + 3} \leq 0$.

9. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 10\sigma\upsilon\nu\theta - 12\varepsilon\varphi\theta$.

10. Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο στο κύκλο. Τα $A\Delta$ και $\Delta\Gamma$ είναι εφαπτόμενα τμήματα του κύκλου στα σημεία A και Γ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τα μέτρα των γωνιών x, y, ω και φ .

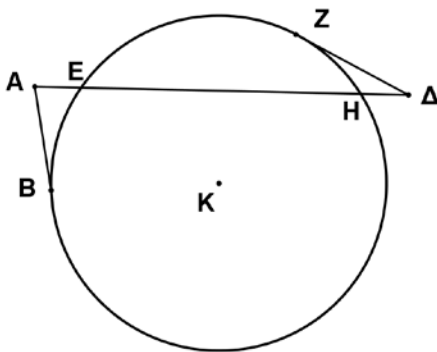
11. Κύλινδρος και κώνος έχουν ίσους όγκους και το ύψος του κυλίνδρου είναι τριπλάσιο από το ύψος του κώνου. Η ακτίνα της βάσης του κυλίνδρου είναι $3cm$.

α) Να δείξετε ότι η ακτίνα της βάσης του κώνου είναι $9cm$.

β) Αν επιπλέον, το ύψος του κώνου είναι $40cm$ να υπολογίσετε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου.

12. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 5x^2 + 2xy = 8 \end{cases}$$

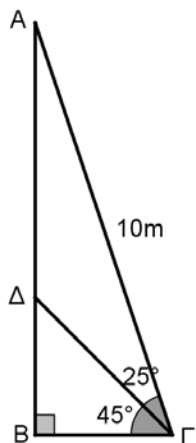
13. Τα τμήματα AB και $Z\Delta$ είναι εφαπτόμενα τμήματα ενώ τα τμήματα AE και $H\Delta$ είναι ίσα μεταξύ τους. Να δείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα AB και $Z\Delta$ είναι ίσα.



14. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) με μήκος υποτείνουσας $10m$. Τα μέτρα των γωνιών $B\Gamma\Delta$ και $\Delta\Gamma A$ είναι 45° και 25° αντίστοιχα.

(α) να δείξετε ότι τα μήκη των πλευρών $AB = 9.4m$ και $A\Gamma = 3.4m$

(β) να βρείτε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος $B\Delta$



15. Δίνεται η δευτεροβάθμια εξίσωση $x^2 + 2\eta\mu\theta \cdot x - \sigma\upsilon\nu^2\theta = 0$, $\theta \in (0, 90^\circ)$.

α) Να δείξετε ότι έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

β) Να δείξετε ότι $x_1^2 + x_2^2 = 2(1 + \eta\mu^2\theta)$, όπου x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης.

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες

1. Στον παρακάτω πίνακα καταγράφονται οι μέρες άδειας των 12 υπαλλήλων μιας εταιρείας για το καλοκαίρι.

α) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των παρατηρήσεων.

β) Εάν αυξηθούν οι μέρες άδειας όλων των υπαλλήλων της εταιρείας κατά 5 μέρες, να βρείτε τη νέα μέση τιμή.

Μέρες Άδειας (x_i)	Αριθμός Υπαλλήλων (f_i)
4	2
7	2
12	1
14	3
15	1
16	1
18	1
19	1

2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 + \lambda x + 2\lambda - 4 = 0$, $\lambda \in R$.

α) Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in R$

i) έχει ρίζα τον αριθμό 3

ii) έχει ρίζες αντίθετες

iii) έχει ρίζες αντίστροφες

iv) έχει γινόμενο ριζών ίσο με το άθροισμα των ριζών της εξίσωσης

β) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + \lambda x + 2\lambda - 4 = 0$ να βρείτε τις τιμές του λ ώστε

να ισχύει η ανίσωση $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq 1$

3. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$. Με την βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

α) το πεδίο ορισμού της f

β) το πεδίο τιμών της f

γ) το πρόσημο του α

δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ

ε) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

ζ) τις ρίζες x_1 και x_2 της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$

η) τις τιμές των α , β και γ

θ) τη λύση της ανίσωσης $f(x) \leq 0$

4. α) Να δείξετε ότι $\frac{\sin^2(360 + \theta)\eta\mu(-\theta)\tau\epsilon\mu(90 + \theta)\epsilon\varphi(360 - \theta)}{\eta\mu(180 - \theta)\sigma\upsilon\nu(180 + \theta)\sigma\varphi(90 - \theta)\sigma\tau\epsilon\mu(-\theta)} = -\sigma\upsilon\nu\theta$

β) Να αποδείξετε την ταυτότητα $\frac{\sigma\upsilon\nu x}{1 + \eta\mu x} + \epsilon\varphi x = \tau\epsilon\mu x$

5. Δίνεται τρίγωνο ABΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο (Κ, R) τέτοιο ώστε η ΒΓ να είναι διάμετρος του κύκλου.

Από το Α φέρουμε κάθετη στην πλευρά ΒΓ του τριγώνου η οποία τέμνει την ΒΓ στο σημείο Δ και τον κύκλο στο σημείο Ε. Να δείξετε ότι:

α) τα τρίγωνα ABΓ και ABΔ είναι όμοια.

β) $(B\Gamma)(A\Delta) = (AB)(A\Gamma)$

γ) $A\Delta = \Delta E$

δ) $R = \frac{(AB)(A\Gamma)}{AE}$

6. α) Να βρείτε την τιμή του $\mu \in R$, ώστε το σύστημα $\begin{cases} \mu x + 2y = -\mu^2 \\ x + y = 2 \end{cases}$ να είναι αδύνατο.

β) Η ευθεία $x + y = 2$ τέμνει τον άξονα των x στο σημείο Α και τον άξονα των y στο σημείο Β. Η ευθεία $\mu x + 2y = -\mu^2$ τέμνει τον άξονα των y στο σημείο Γ.

i) Να βρείτε τις τιμές του $\mu \in R$ για τις οποίες το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές ($AB = A\Gamma$).

ii) Να δείξετε ότι αν $\mu = -2$ ή $\mu = 2$ το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και να βρείτε το εμβαδόν του.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**Μάθημα:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**Τάξη:** Α΄**Χρόνος:** 2 ώρες και 30 λεπτά**Ημερομηνία:** 29/5/2014

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

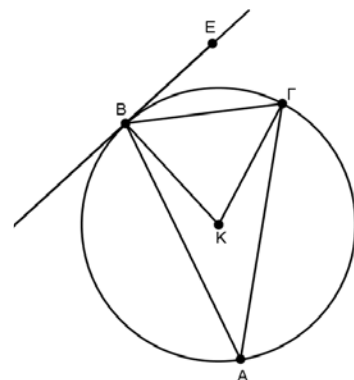
ΟΔΗΓΙΕΣ: α) **Επιτρέπεται** η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράφετε **μόνο με πέννα μπλε** (τα σχήματα με μολύβι).
 γ) **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.
2. Κώνος έχει ύψος 12 cm και ακτίνα βάσης 5cm. Να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.
3. Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $f(x) = x^2 + 6x + 5$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
4. Να βρείτε την τιμή του $\mu \in \mathbb{R}$, ώστε το πιο κάτω σύστημα, να είναι συμβιβαστό και στη συνέχεια, να αναφέρετε τη θέση των ευθειών που παριστάνουν οι τρεις εξισώσεις.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x - 9y = 0 \\ 2\mu x + 5y = -7 \end{cases}$$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) . Αν η ευθεία EB είναι εφαπτομένη του κύκλου και $\widehat{EB\Gamma} = 35^\circ$, να βρείτε τις γωνίες $\widehat{BA\Gamma}$ και $\widehat{BK\Gamma}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



6. Αφού βρείτε τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή των πιο κάτω συναρτήσεων, να τις παραστήσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων.

α) $f(x) = x^2$ β) $g(x) = -x^2 + 1$ γ) $h(x) = (x + 2)^2 + 1$

7. Αν $\sin \omega = \frac{5}{13}$ και $270^\circ < \omega < 360^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

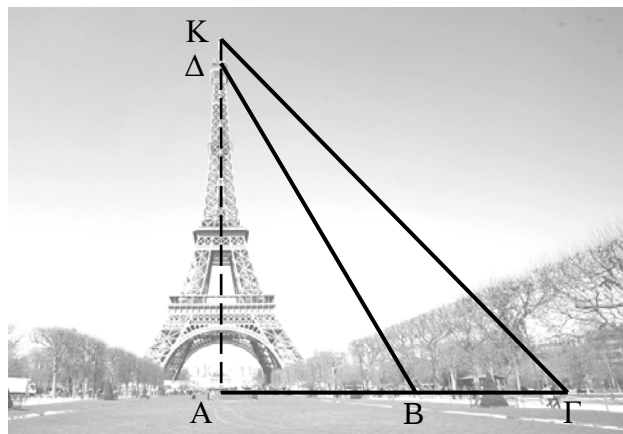
$$A = \frac{13\eta\mu\omega - 10\tau\epsilon\mu\omega + 12\sigma\varphi\omega}{5\varepsilon\varphi\omega}$$

8. Να βρείτε για ποιές τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$, το σύστημα $\begin{cases} \psi = (\mu^2 - 2)x + 9 \\ \psi = -\mu x + 3 \end{cases}$ είναι αδύνατο.

9. Αν η ευθεία $\psi = (\kappa - \mu - 1)x + \mu - 3$ συμπίπτει με τον άξονα των x , να βρείτε το κ και το μ .

10. Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = 100\sqrt{3}m$, $AG = 325m$

$\hat{A}\hat{B}\Delta = 60^\circ$ και $\hat{A}\hat{\Gamma}K = 45^\circ$. Να υπολογίσετε το ύψος του πύργου $A\Delta$ και το μήκος της κεραίας ΔK .



11. Το μέσο ύψος των 30 μαθητών και μαθητριών μιας τάξης είναι 170 cm. Να βρείτε το μέσο ύψος της τάξης:

α) αν φύγει ένας μαθητής με ύψος 180 cm

β) αν φύγει ένας μαθητής με ύψος 180 cm και έλθει μια μαθήτρια με ύψος 170 cm.

12. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) και $A\Delta$ το ύψος του τριγώνου.

α) Να δείξετε ότι $(A\Delta)^2 = (\Delta B) \cdot (\Delta\Gamma)$.

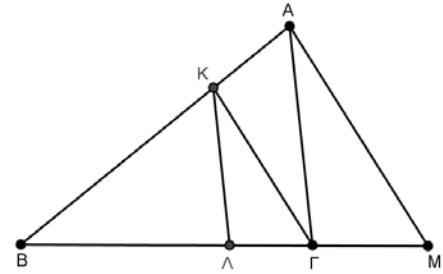
β) Αν $A\Delta = 8\text{cm}$ και $AB = 10\text{cm}$, να βρείτε το μήκος των ΔB και $\Delta\Gamma$.

13. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x+2)(x^2-x-6)(x^2-x+1)}{1-x^2} \geq 0$.

14. Ένας μανάβης έχει στον πάγκο του 30 πεπόνια και 20 καρπούζια. Κάθε πεπόνι ζυγίζει από 2Kg έως 4Kg, ενώ κάθε καρπούζι από 10Kg έως 15Kg. Αν ο πάγκος του μανάβη ζυγίζει 120Kg, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται το συνολικό βάρος του πάγκου μαζί με τα προϊόντα.

15. Στο διπλανό σχήμα η ΑΜ είναι παράλληλη με την ΚΓ και η ΑΓ παράλληλη με την ΚΛ.

Να δείξετε ότι $(ΒΓ)^2 = (ΒΛ) \cdot (ΒΜ)$



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$.
Από την παράσταση να βρείτε:

α) το πρόσημο του a

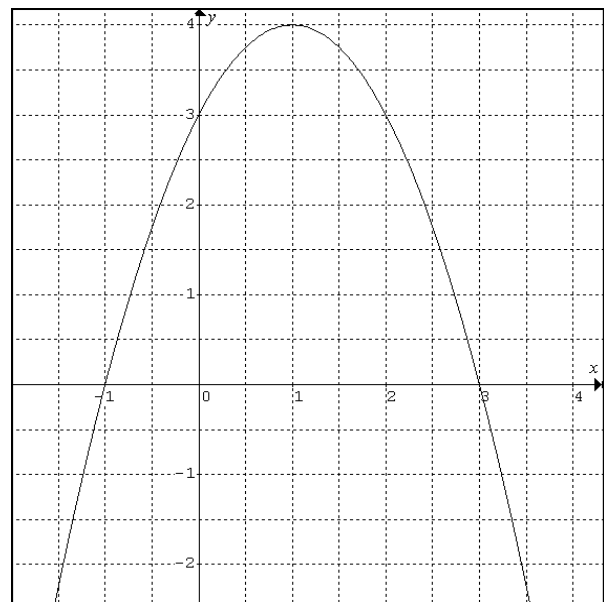
β) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ και το πρόσημο της διακρίνουσάς της

γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας

δ) τις συντεταγμένες του ακρότατου και να το χαρακτηρίσετε

ε) τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + \beta x + \gamma \leq 0$

στ) την τιμή των a , β και γ .



2. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει πλευρά βάσης 8cm και παράπλευρο ύψος 5cm.

α) Να υπολογίσετε: ι) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και

ιι) τον όγκο της πυραμίδας.

β) Αν κύβος με ακμή $\alpha = \sqrt[4]{x-1}$ έχει τον ίδιο όγκο με την πυραμίδα, να βρείτε το x .

3. Τα σημεία B(3,1) και Γ(1,-3) είναι κορυφές του ισοσκελούς τριγώνου ABΓ (AB = AΓ).

α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς BΓ.

β) Να δείξετε ότι η εξίσωση του ύψους ΑΔ είναι $x + 2y = 0$.

γ) Αν η ευθεία $2x + 3y + 2 = 0$ περνά από το σημείο Α, να βρείτε τις συντεταγμένες του Α.

4. α) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$, να δείξετε ότι $x_1^2 + x_2^2 = S^2 - 2P$, όπου S είναι το άθροισμα και P το γινόμενο των ριζών της.

β) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x + 3 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 .

ι) Χωρίς να τη λύσετε, να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = 2x_1^2$ και $\rho_2 = 2x_2^2$.

ιι) Αν η εξίσωση που σχηματίστηκε είναι η $x^2 - (2\lambda^2 - 12)x + 36 = 0$, να βρείτε την τιμή του λ , ώστε να έχει ρίζα τον αριθμό 2.

5. Αν $A = \frac{\eta\mu(\pi - \vartheta) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi - \vartheta)}{\sigma\phi(\pi + \vartheta)} + \frac{\varepsilon\varphi\left(\frac{3\pi}{2} - \vartheta\right) \cdot \eta\mu(-\vartheta)}{\sigma\tau\epsilon\mu\left(\frac{3\pi}{2} + \vartheta\right)}$ και $B = \frac{\sigma\upsilon\nu\vartheta}{1 + \eta\mu\vartheta} + \varepsilon\varphi\vartheta$ με $0 < \vartheta < \frac{\pi}{2}$,

α) να δείξετε ότι:

i) η παράσταση Α είναι ανεξάρτητη του ϑ .

ii) $B = \tau\epsilon\mu\vartheta$.

β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης $\frac{B^2 - A^2}{\varepsilon\varphi^2(-\vartheta)}$.

γ) Αν $B = 2$, να υπολογίσετε τη γωνία ϑ .

6. Από σημείο Σ που βρίσκεται έξω από κύκλο (Ο, R) φέρουμε εφαπτόμενο τμήμα ΣΓ (Γ σημείο επαφής) και τέμνουσα ΣΑΒ που περνά από το κέντρο του κύκλου. Η κάθετη στην ΣΒ στο σημείο Σ τέμνει την προέκταση της ΒΓ στο Δ. Να δείξετε ότι:

α) $(AB) \cdot (B\Delta) = (B\Delta) \cdot (B\Gamma)$

β) $(\Sigma\Gamma)^2 = (B\Delta) \cdot (A\Delta)$

Η Διευθύντρια

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μαθηματικά

Τάξη Α'

Ημερομηνία: 23/5/2014

Ώρα: 7.30-10.00

Ημέρα: Παρασκευή

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Οδηγίες:

1. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου
3. Δεν επιτρέπεται να γράφετε με μολύβι παρά μόνο με μπλε πένα
4. Δεν επιτρέπεται να δανείζετε οτιδήποτε από συμμαθητές σας
5. Κατοχή κινητού τηλεφώνου = δολίευση
6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται συνολικά από 6 σελίδες
8. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι
9. Να δικαιολογείτε τις απαντήσεις σας όπου χρειάζεται.

ΜΕΡΟΣ Α':

Να λύσετε ΜΟΝΟ 12 από τα 15 θέματα.

Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με πέντε (5/100) μονάδες.

1. Να μετατρέψετε την πιο κάτω παράσταση σε ισοδύναμη με ρητό παρονομαστή.

$$\frac{2}{4 - \sqrt{3}}$$

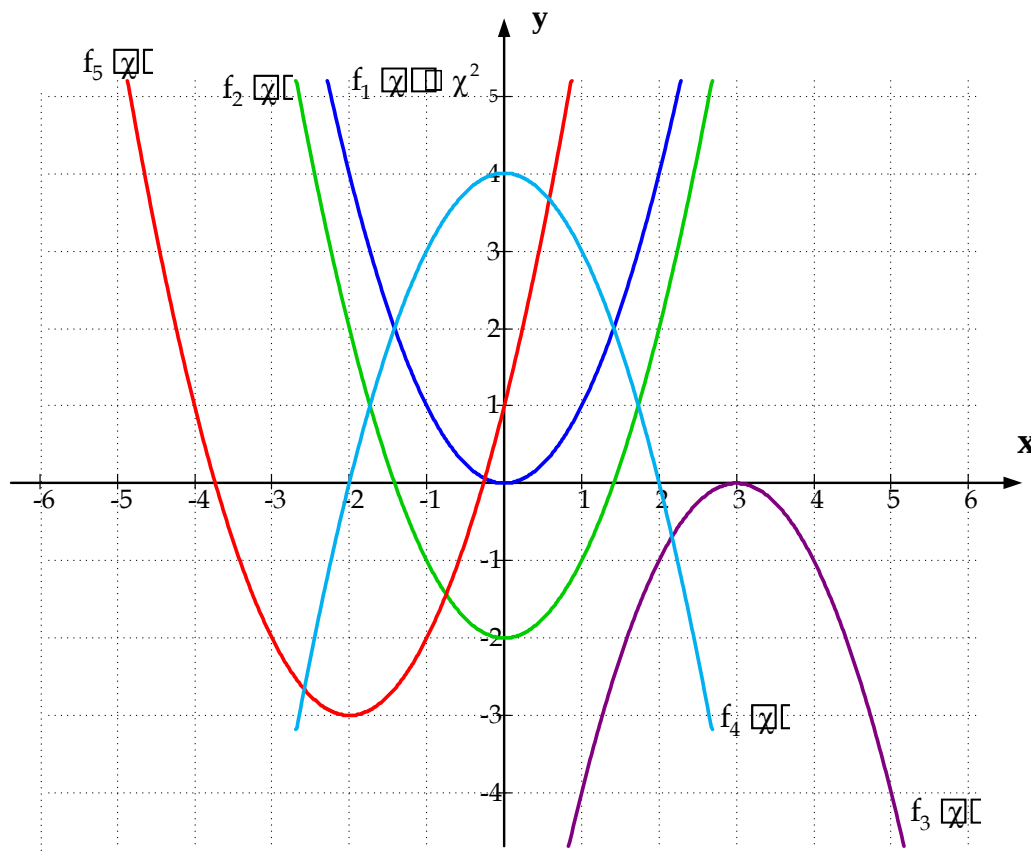
2. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) δίνεται ΑΒ=4 cm και $\hat{B} = 42^\circ$ να υπολογίσετε το μήκος των πλευρών ΑΓ και ΒΓ. (Οι απαντήσεις σας να δοθούν με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων).

	ημ	συν	εφ
42°	0,669	0,743	0,9
48°	0,743	0,669	1,11

3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με διαστάσεις 6 cm , 8 cm και 10 cm.

4. Να λύσετε την ανίσωση $2x^2 + 5x - 3 \leq 0$

12. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f_1, f_2, f_3, f_4 και f_5 .
Με δεδομένο ότι $f_1(x) = x^2$, να γράψετε τον τύπο των συναρτήσεων f_2, f_3, f_4 και f_5 αν είναι μετατοπίσεις της f_1 .



13. Αν ΣAB είναι μια τέμνουσα του κύκλου και $\Sigma \Gamma$ είναι ένα εφαπτόμενο τμήμα που άγεται από το σημείο Σ .

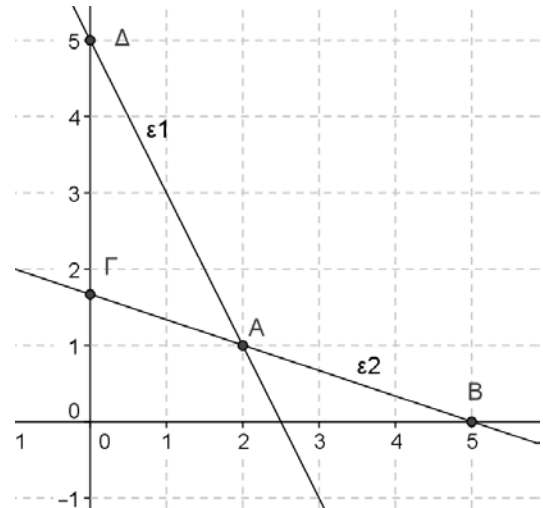
- 1) Να δείξετε ότι $(\Sigma A) \cdot (\Sigma B) = (\Sigma \Gamma)^2$
- 2) Να βρείτε το ΣA αν $\Sigma \Gamma = 6$ cm και $AB = 5$ cm.

14. Μια κανονική τετραγωνική πυραμίδα με κορυφή K έχει εμβαδόν βάσης 256 cm^2 . Αν KH είναι το ύψος της με $K(1, \sqrt{11})$ και $H(-4, 0)$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας και τον όγκο της πυραμίδας.

15. Να χαρακτηρίσετε με «**ορθό** ή **λάθος**» καθεμιά από τις πιο κάτω προτάσεις.

- 1) Το σύστημα $\begin{cases} \chi - 2\psi = 6 \\ 4\chi + 5\psi = 3 \end{cases}$ είναι αδύνατο.
- 2) Αν δυο ευθείες ταυτίζονται, τότε το σύστημα των εξισώσεων έχει άπειρες λύσεις και ονομάζεται αόριστο.

- 3) Η λύση του συστήματος των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ από το διπλανό σχήμα είναι το $(5,0)$



- 4) Αν το σύστημα $\begin{cases} \kappa\chi = \lambda + \psi \\ \alpha\chi + \psi = \beta \end{cases}$, $\kappa, \lambda, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ έχει μοναδική λύση, τότε $\kappa \neq \alpha$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε ΜΟΝΟ 4 από τα 6 θέματα.

Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δέκα (10/100) μονάδες.

1. α) Αν S είναι το άθροισμα και P το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0, \alpha \neq 0$, με ρίζες χ_1 και χ_2 να δείξετε ότι $\chi_1^2 + \chi_2^2 = S^2 - 2P$.

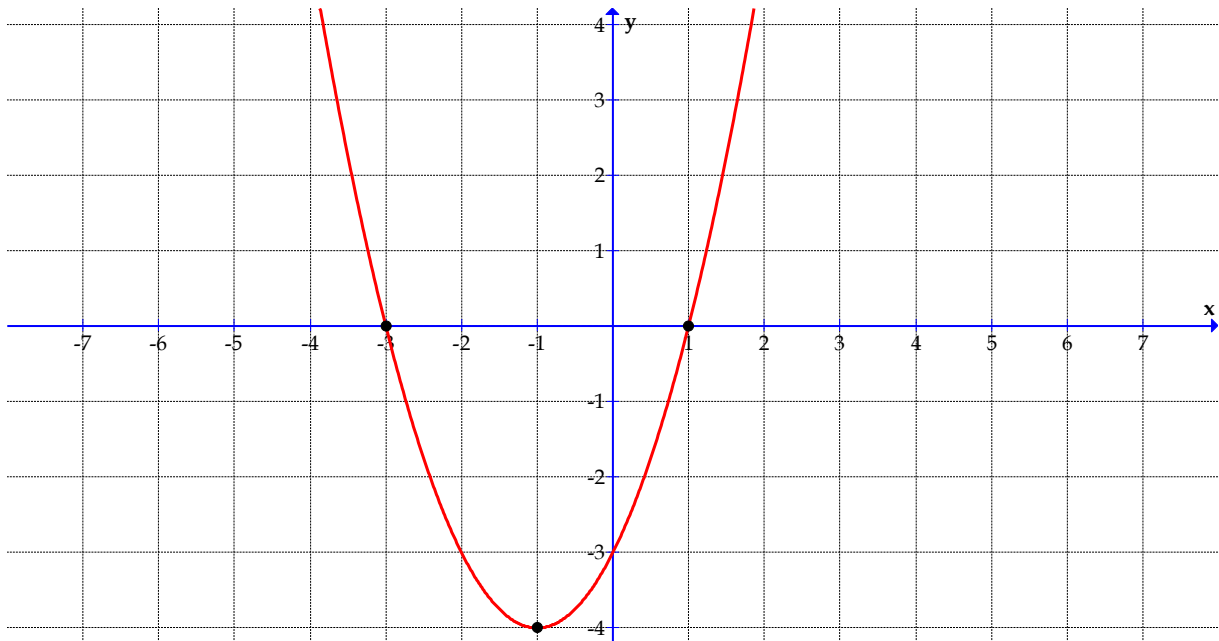
β) Δίνεται η εξίσωση $2\chi^2 - 3\chi + 4 = 0$, με ρίζες χ_1 και χ_2 .

i. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\frac{4\chi_2}{\chi_1} + \frac{4\chi_1}{\chi_2}$

ii. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού η οποία έχει ρίζες ρ_1, ρ_2 ,

όπου $\rho_1 = \frac{2}{\chi_1 - 1}$ και $\rho_2 = \frac{2}{\chi_2 - 1}$

2. Το πιο κάτω σχήμα δίνει τη γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$



Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

- 1) i. Το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$
 ii. Το πρόσημο της διακρίνουσας Δ
- 2) i. την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
 ii. τις συντεταγμένες της κορυφής
- 3) i. το πρόσημο του a
 ii. τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma < 0$
- 4) i. την τιμή του γ
 ii. τις τιμές του x για τις οποίες $ax^2 + bx + \gamma = 0$
- ε) την τιμή της παράστασης $\frac{\gamma - \beta}{\alpha}$

3. Αν $1 < x < 4$ και $-5 < \psi < -2$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

- α) $x + \psi$ β) $3x - \psi$ γ) $x \cdot \psi$ δ) $-\frac{2x}{3\psi}$

4. α) Να δείξετε ότι:
$$\frac{\tan(180^\circ + \theta) \cdot \cos(90^\circ + \theta)}{\sin(180^\circ - \theta) \cdot \sin(-\theta)} - \frac{\cos(-\theta) \cdot \sin(90^\circ + \theta)}{\sin(270^\circ - \theta)} = -1$$

β) Δίνεται η εξίσωση δευτέρου βαθμού $(2\epsilon\mu\omega)x^2 - 3x + \sigma\phi\omega = 0$. Αν η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες, να υπολογίσετε την γωνία ω , όπου $0^\circ < \omega < 180^\circ$.

5. α) Να λύσετε την ανίσωση:
$$\frac{(2\chi^2 - 5\chi + 3)(1 - \chi^2)}{(3\chi^2 + 3\chi + 8)(\chi^2 + 2\chi)} \leq 0$$

β) Το άθροισμα των ηλικιών του Παύλου και της Μαίρης είναι 12. Πριν 2 χρόνια το τετράγωνο της ηλικίας του Παύλου ήταν κατά 16 χρόνια μεγαλύτερο από το δεκαπλάσιο της ηλικίας της Μαίρης. Να βρείτε τις σημερινές ηλικίες τους.

6. Σημειώνουμε 2 τυχαία σημεία A και B πάνω σε ημικύκλιο EN. Από το σημείο A φέρουμε ευθύγραμμο τμήμα ΑΓ κάθετο στη διάμετρο EN που τέμνει τη χορδή ΒΕ στο σημείο Z. Να δείξετε ότι:

1) $(ΕΓ)(ΕΝ) = (ΕΒ)(ΕΖ)$

2) $(ΑΕ)^2 = (ΕΒ)(ΕΖ)$

Εισηγητές

Ο Διευθυντής

Σάββα Αγγέλα

Νικολαΐδης Παύλος

Μαλακτού Μαίρη

.....
Τάσος Τάσου

Γαβριήλ Γαβριήλ

Χριστοδούλου Χριστόδουλος

Χρίστου Γιάννης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26/05/2014

ΤΑΞΗ: Α΄

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

Οδηγίες: α) Να γράφεται με πένα μπλε ή μαύρη (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
β) Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης από το σχολείο υπολογιστικής μηχανής.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο δώδεκα (12).

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

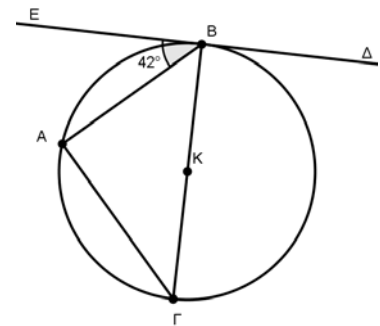
1. Αν $3 < x < 5$ και $-6 < y < -2$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις :

1. $2x$

2. $x + y$

2. Να λύσετε την εξίσωση: $9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$.

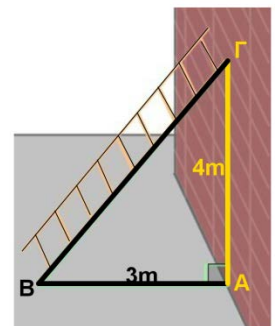
3. Δίνεται κύκλος (Κ, R) με διάμετρο ΒΓ και ΕΔ εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Β. Αν η $\widehat{EBA} = 42^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.



4. Να λύσετε την ανίσωση: $3x^2 - 5x + 2 \leq 0$.

5. Το εμβαδόν της βάσης κώνου είναι $9\pi \text{ cm}^2$ και το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του είναι $15\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τον όγκο του.

6. Εμπειρικά για να στηρίξουμε μια σκάλα με ασφάλεια σε τοίχο, πρέπει αυτή να σχηματίζει με το έδαφος γωνία μεγαλύτερη από 40° . Κάποιος στήριξε τη σκάλα όπως βλέπουμε στο διπλανό σχήμα. Είναι ασφαλής η στήριξη ή όχι και γιατί;



7. Να λύσετε το σύστημα εξισώσεων:
$$\left. \begin{array}{l} x - y + \omega = 2 \\ 2x + 3y = 4 \\ 5x - 2\omega = -15 \end{array} \right\} .$$

8. Να κάνετε τις πιο κάτω πράξεις και όλες τις δυνατές απλοποιήσεις χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των ριζών.

$$1. \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} - \sqrt[4]{32} \div \sqrt[4]{2} + \sqrt{5-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5+\sqrt{5}} \cdot \sqrt{5} =$$

$$2. \frac{6}{\sqrt{5}-1} + \left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{1}{3}} =$$

9. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης A , χωρίς να βρείτε το μέτρο της γωνίας θ : $A = \frac{4\epsilon\varphi\theta - 5\sigma\upsilon\nu\theta}{4\tau\epsilon\mu\theta}$.

10. Δίνεται κύκλος $(K, 10\text{cm})$. Αν η διάμετρος του AB τέμνεται από χορδή του $\Gamma\Delta$ στο σημείο E έτσι ώστε $(\Gamma E) = 6(\Delta E)$ και $AE = 8\text{cm}$:

1. να αποδείξετε ότι: $(AE)(EB) = (\Gamma E)(E\Delta)$,
2. να υπολογίσετε το μήκος της ΓE .

11. Αν το σύστημα:
$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y = 12 \\ 7x - 5y = -1 \\ (\lambda - 3)x + (\lambda^2 - \lambda)y = -4 \end{array} \right\}$$
 είναι συμβιβαστό, να βρείτε την αριθμητική τιμή του λ .

12. Να αποδείξετε την ταυτότητα:
$$\frac{\sigma\upsilon\nu(360^\circ - x)}{1 - \sigma\varphi(90^\circ - x)} + \frac{\eta\mu(180^\circ - x)}{1 + \epsilon\varphi(270^\circ + x)} = \eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$$

13. Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου μ , $\mu \in R$, η ευθεία $y = (9 - \mu^2)x + \mu^2 + 2\mu - 15$:

1. τέμνει τον άξονα των τετμημένων σε ένα μόνο σημείο,
2. είναι παράλληλη με τον άξονα των τετμημένων,
3. ταυτίζεται με το άξονα των τετμημένων.

14. Δίνεται η παραβολή $f(x) = -x^2 + (2\lambda + 1)x - \lambda^2 + 1$, $\lambda \in R$. Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου λ ώστε η γραφική της παράσταση,

1. να έχει άξονα συμμετρίας $x = 4$,
2. να έχει μέγιστη τιμή $y = \frac{1}{4}$,
3. να τέμνει τον άξονα των τεταγμένων στο σημείο $(0, -3)$.

15. Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB > A\Gamma$. Να φέρετε τη διχοτόμο $A\Delta$ (Δ σημείο επαφής με $B\Gamma$) της γωνίας A . Αν E είναι σημείο της $A\Delta$ τέτοιο ώστε $\Gamma\Delta = \Gamma E$, να αποδείξετε ότι:

1. $\triangle AB\Delta \approx \triangle A\Gamma E$
2. $(B\Delta)(A\Gamma) = (AB)(\Gamma E)$

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τέσσερις (4).

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3\lambda x + 2\lambda^2 + 1 = 0$.

1. Να βρείτε τις τιμές του λ για τις οποίες η εξίσωση έχει

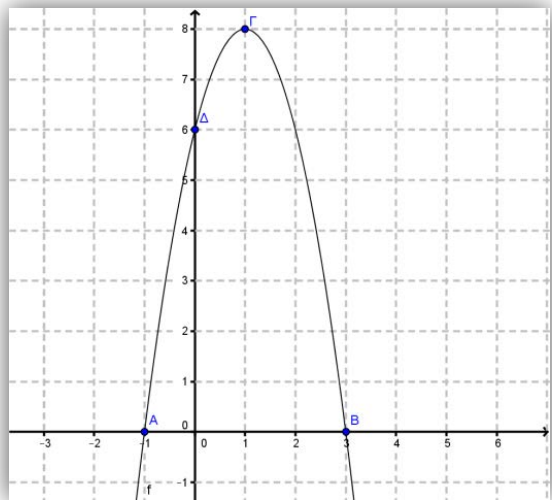
- ρίζα τον αριθμό -3 ,
- άθροισμα ίσο με το γινόμενο των ριζών της,
- ρίζες πραγματικές.

2. Να κατασκευάσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού (συναρτήσει του λ) που να έχει ρίζες $\rho_1 = 2x_1 + 3$ και $\rho_2 = 2x_2 + 3$.

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Να βρείτε:

- το πεδίο τιμών της $f(x)$,
- το πρόσημο του a ,
- το πρόσημο της διακρίνουσας,
- τις λύσεις (ρίζες) της εξίσωσης $f(x) = 0$,
- τις τιμές των a, b, c ,
- τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$.



3. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(6x^2 + x - 1)(3 - x)(x^2 + 4)}{1 - 9x^2} \leq 0$.

4. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$ και $AB > A\Gamma$, να φέρετε το ύψος AD .

1. Να αποδείξετε ότι:

- $(AD)^2 = (BD)(A\Gamma)$
- $(AB)^2 = (B\Gamma)(AD)$

2. Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθύγραμμων τμημάτων $A\Gamma$ και AB αν $B\Gamma = 25 \text{ cm}$ και $AD = 12 \text{ cm}$.

5. Δίνεται η παράσταση $A = (\eta\mu x - \epsilon\phi x)^2 + (\sigma\upsilon\nu x - 1)^2$.

1. Να δείξετε ότι $A = \left(1 - \frac{1}{\sigma\upsilon\nu x}\right)^2$.

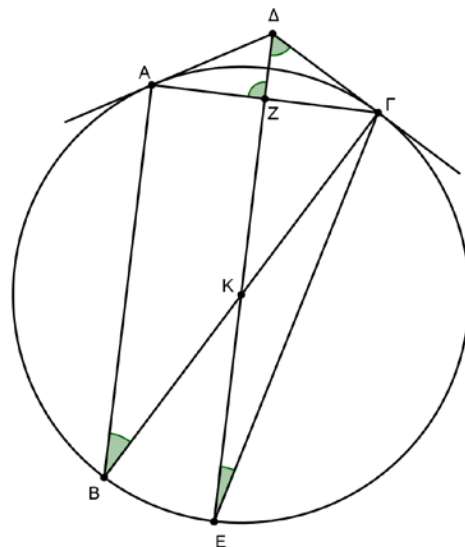
2. Αν $A = \frac{4}{9}$ να υπολογίσετε το $\eta\mu x$.

6. Δίνεται κύκλος (K, R) με διάμετρο $B\Gamma$ όπου $B(-3, -2)$ και $\Gamma(3, 6)$ και $AB = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ (A σημείο της περιφέρειας του κύκλου). Οι AD και $\Delta\Gamma$ είναι οι εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία του A και Δ .

1. Να υπολογίσετε:

- τις συντεταγμένες του κέντρου και το μήκος της ακτίνας του κύκλου,
- τα μέτρα των γωνιών $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$, $\hat{\Gamma}\hat{\Delta}\hat{Z}$, $\hat{A}\hat{Z}\hat{\Delta}$ και $\hat{\Gamma}\hat{E}\hat{\Delta}$.

2. Να βρείτε τον όγκο κυλίνδρου που έχει ως βάση τον πιο πάνω κύκλο και ύψος ίσο με την ελάχιστη ακεραία λύση της ανίσωσης $2(1 - 3x) < -22$



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΡΙΕΣ

Παρασκευά Μαρία

.....

Ευριπίδου Ευρούλα

.....

Τσιήρτου Ρηγίνα

.....

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

Μαρκίδου Μαργαρίτα (Β.Δ.)

.....

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Θεοφάνους Μαρία

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Α΄ Ενιαίου Λυκείου

Ημερομηνία : 26.05.14

Διάρκεια : 2,5 ώρες

Ονοματεπώνυμο : _____ Βαθμός : _____

Τμήμα : _____ Αριθμός : _____ Βαθμός ολογράφως : _____

Υπογραφή καθηγητή : _____

ΟΔΗΓΙΕΣ

α) Γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να σχεδιαστούν και με μολύβι).

β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από 12 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε **ΜΟΝΟ 12** από τις 15 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Η ακμή ενός κύβου είναι ίση με 5 cm. Να υπολογίσετε:

(α) τον όγκο του κύβου και

(β) το εμβαδόν ολικής επιφάνειας του.

2. Να λύσετε την εξίσωση : $2x^2 + 7x + 3 = 0$

3. Ο αριθμός των κερδισμένων τελικών αγώνων ανά έτος του τενίστα Roger Federer από το 2004 μέχρι το 2012 ήταν:

8, 8, 7, 8, 9, 5, 6, 4, 8

Να βρείτε τη μέση τιμή, τη διάμεσο και την επικρατούσα τιμή των κερδισμένων αγώνων του τενίστα.

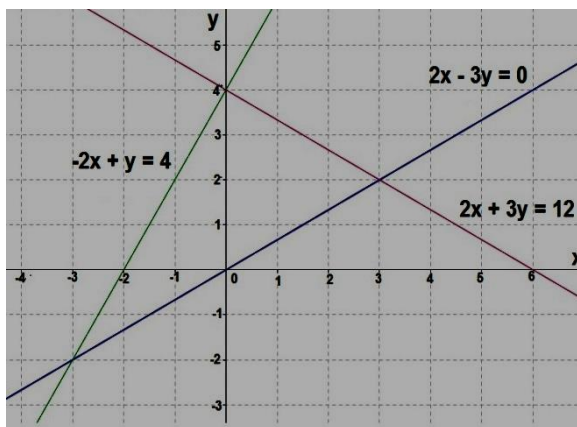
-
4. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\sin^2 x + \cos^2 x \cdot \sin^2 x = 1$

-
5. (α) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{3}{4+\sqrt{7}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

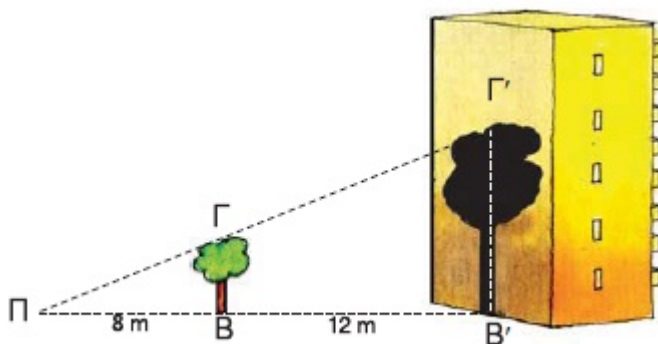
(β) Να λύσετε την εξίσωση $(3x-2)^{\frac{3}{2}} = 8$

6. Χρησιμοποιώντας το πιο κάτω σχήμα να βρείτε τη λύση σε καθένα από τα παρακάτω συστήματα.

α) $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ -2x + y = 4 \end{cases}$ β) $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + 3y = 12 \end{cases}$



7. Ένας προβολέας Π βρίσκεται στο έδαφος και φωτίζει ένα δέντρο ΒΓ. Η σκιά Β'Γ' του δέντρου στο απέναντι κτίριο έχει ύψος 15 m. Αν η απόσταση του δέντρου από τον προβολέα είναι 8 m, ενώ από το κτίριο είναι 12 m, να βρείτε το ύψος του δέντρου.



8. Η διάκεντρος δύο κύκλων που εφάπτονται εσωτερικά έχει μήκος 12 cm. Αν οι κύκλοι μετατοπιστούν έτσι ώστε να εφάπτονται εξωτερικά, τότε η διάκεντρος τους θα έχει μήκος 58 cm. Να βρείτε τα μήκη των ακτίνων των δύο κύκλων.

-
9. Να αποδείξετε τη μεταβατική ιδιότητα διάταξης των πραγματικών αριθμών :

Αν $\alpha > \beta$ και $\beta > \gamma$, τότε $\alpha > \gamma$ για κάθε $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

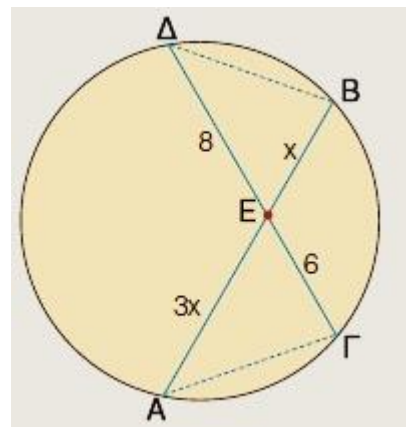
-
10. Αν $\sin \theta = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{10\eta\mu\theta - 5\sigma\upsilon\nu\theta}{4\sigma\phi\theta - 1}.$$

11. Τα σημεία Α, Β, Γ και Δ ανήκουν στο διπλανό κύκλο.

(α) Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΕΓ και ΒΕΔ είναι όμοια.

(β) Να υπολογίσετε το μήκος του ΒΕ.



12. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία $\Gamma = 90^\circ$ και το $\hat{B} = \frac{8}{17}$.

(α) Να βρείτε την τιμή του $\hat{A}$.

(β) Αν το μήκος της πλευράς ΑΓ = 24 cm να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΒ.

- 13.** Να αποδείξετε ότι αν η εξίσωση $(\lambda - 3) \cdot x = 2\mu + 8$ είναι αόριστη, τότε η εξίσωση $(3\mu + 12) \cdot x = 2\lambda$ είναι αδύνατη.
-

- 14.** Για την κατασκευή μιας κλειστής κυλινδρικής δεξαμενής καυσίμων ύψους 6 m, χρειάστηκαν $80\pi \text{ m}^2$ λαμαρίνας. Να υπολογίσετε την ακτίνα της βάσης της δεξαμενής.
-

- 15.** Να δείξετε ότι η τετραγωνική ρίζα του αριθμού $28 + 10\sqrt{3}$ είναι ο αριθμός $5 + \sqrt{3}$.
-

ΜΕΡΟΣ Β΄:

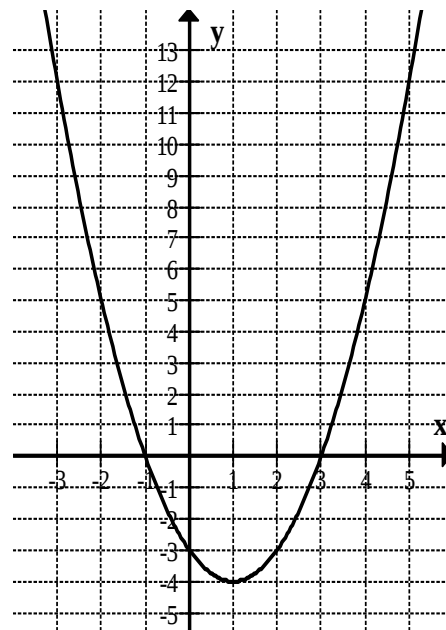
Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

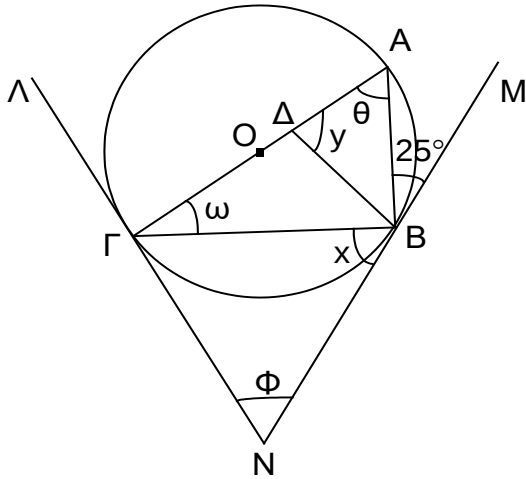
$$f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma, \text{ με } \alpha \neq 0$$

Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:

- (i) τις συντεταγμένες της κορυφής και να χαρακτηρίσετε το είδος του ακρότατου της $f(x)$ (μέγιστο ή ελάχιστο),
- (ii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της $f(x)$,
- (iii) το πρόσημο του α ,
- (iv) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$,
- (v) τις λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ και
- (vi) τις τιμές των S και P των ριζών της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$.



2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο το σημείο O . Οι ευθείες MN και $ΛN$ είναι εφαπτομένες του κύκλου στα σημεία B και $Γ$ αντίστοιχα. Αν η $ΑΓ$ είναι διάμετρος του κύκλου, η $ΒΔ$ διχοτόμος της γωνίας $ΑΒΓ$ και η γωνία $ΑΒΜ = 25^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες φ , χ , γ , ω και θ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



3. Να λύσετε την ανίσωση:
$$\frac{(x^2 - 10x + 24) \cdot (16 - x^2)}{(x^2 + 1)(x + 3)} \leq 0$$

4. Στο διπλανό σχήμα, τα σημεία $A(2,7)$, $B(2,3)$, $\Gamma(4,\psi)$ και E ανήκουν στον κύκλο με κέντρο K . Η ευθεία TE είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο E .

α) Να βρείτε την τεταγμένη του σημείου Γ ώστε η

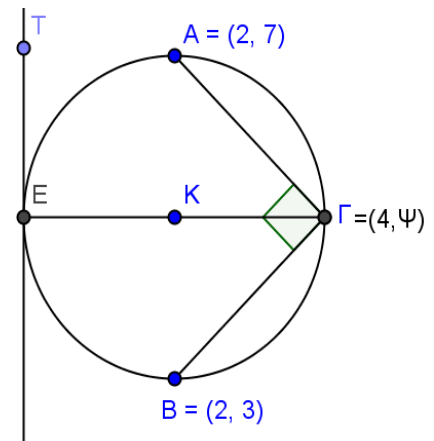
$$\angle A\Gamma B = 90^\circ.$$

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου K του κύκλου.

γ) Να βρείτε το μήκος της ακτίνας του κύκλου.

δ) Αν η τεταγμένη του σημείου Γ είναι ίση με 5 και η ευθεία $\Gamma K E$ είναι διάμετρος του, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης του κύκλου στο σημείο E .

ε) Να εξετάσετε αν οι γωνίες $\angle A\Gamma E$ και $\angle AET$ είναι ίσες (Δικαιολογήστε την απάντησή σας).



5. Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{\varepsilon\varphi(180^\circ + \omega) \cdot \eta\mu(90^\circ + \omega)}{\sigma\upsilon\nu^2(-\omega) + \eta\mu^2(180^\circ - \omega)}$ και

$$B = \frac{1 - \varepsilon\varphi^2\omega}{1 + \varepsilon\varphi^2\omega} \quad \text{με } 0^\circ < \omega < 90^\circ$$

(α) Να δείξετε ότι: $A = \eta\mu\omega$.

(β) Να δείξετε ότι: $B = 1 - 2A^2$

6. Η καμπύλη (K) με εξίσωση:

$$x^2 + y^2 + ax + by + \gamma = 0$$

περνά από τα σημεία με συντεταγμένες:

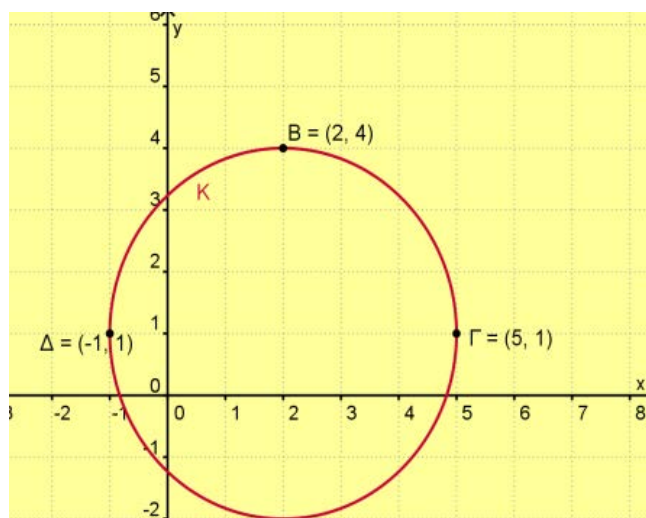
$B(2,4)$, $\Gamma(5,1)$ και $\Delta(-1,1)$.

(α) Να βρείτε τις τιμές των a , b και γ .

(β) Να αποδείξετε ότι και το σημείο

$(2, -2)$ βρίσκεται πάνω στην

καμπύλη (K).



Η Διευθύντρια

Έλση Μαρνερίδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΙΟΣ 2014

ΤΑΞΗ: Α΄

ΗΜΕΡΟΜ.: 26 / 05 / 2014

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες

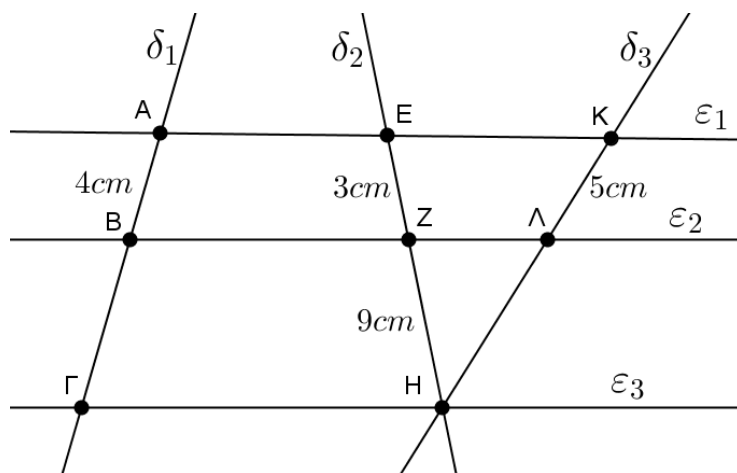
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
 2. Να γράφετε με μελάνι (τα σχήματα με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

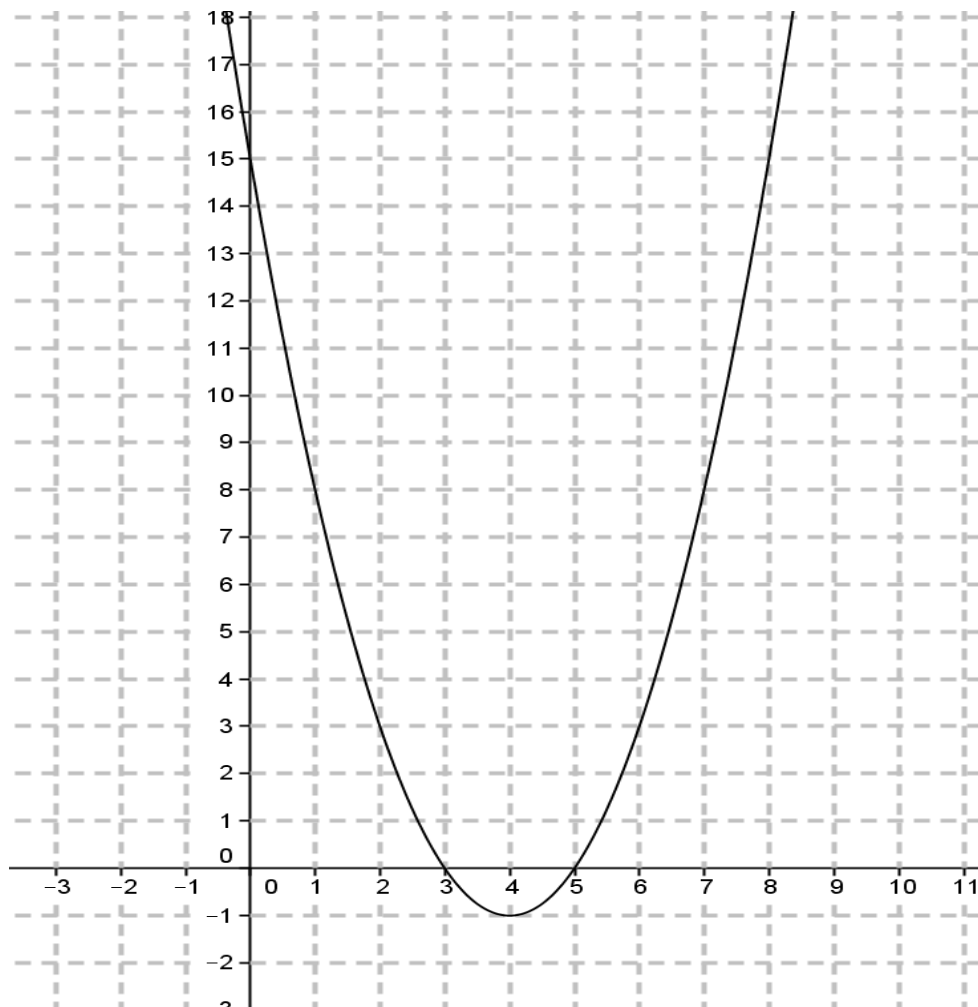
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Αν η ακμή ενός κύβου είναι $a = 4\text{cm}$ να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κύβου και
β) τον όγκο του κύβου.
2. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες τις $\chi_1 = 2$ και $\chi_2 = -4$.
3. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $AB = 4\text{cm}$, $EZ = 3\text{cm}$, $ZH = 9\text{cm}$, $KL = 5\text{cm}$ και $\varepsilon_1 // \varepsilon_2 // \varepsilon_3$. Να υπολογίσετε τα μήκη $B\Gamma$ και ΛH .



4. Να λύσετε την εξίσωση : $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$
5. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που περνά από το σημείο $A(1, 3)$ και από το μέσο M του ευθυγράμμου τμήματος $\Gamma\Delta$, όπου $\Gamma(2, 4)$ και $\Delta(4, 6)$.
6. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \sqrt{8x^4 + \sqrt{10x^8 - \sqrt{81x^{16}}}}$ συναρτήσει του x .
7. Τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο. Τα τόξα $\widehat{AB}$, $\widehat{B\Gamma}$ και $\widehat{A\Gamma}$ έχουν μήκος αντίστοιχα $2x+20^\circ$, $4x+50^\circ$ και $6x-70^\circ$. Να υπολογίσετε:
 α) το x και
 β) τις γωνίες του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.
8. Δίνεται η εξίσωση $(\kappa^2 - 1) \cdot x = \kappa + 1$. Να βρείτε:
 α) την τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να είναι αδύνατη και
 β) τη λύση της εξίσωσης για $\kappa = 2$.
9. Να βρείτε τις τιμές των $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα : $\begin{matrix} \lambda x + \psi = 8 \\ 2x + \psi = \kappa - 2 \end{matrix}$ να είναι αόριστο.
10. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας θ .
11. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{x^2 - 4}{-x^2 + 5x - 6} \geq 0$
12. Να λύσετε το σύστημα : $\frac{\alpha}{4} = \frac{\beta + 7}{3} = \frac{8 - \gamma}{2}$ όπου $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.
 $\alpha + \beta + \gamma = 11$

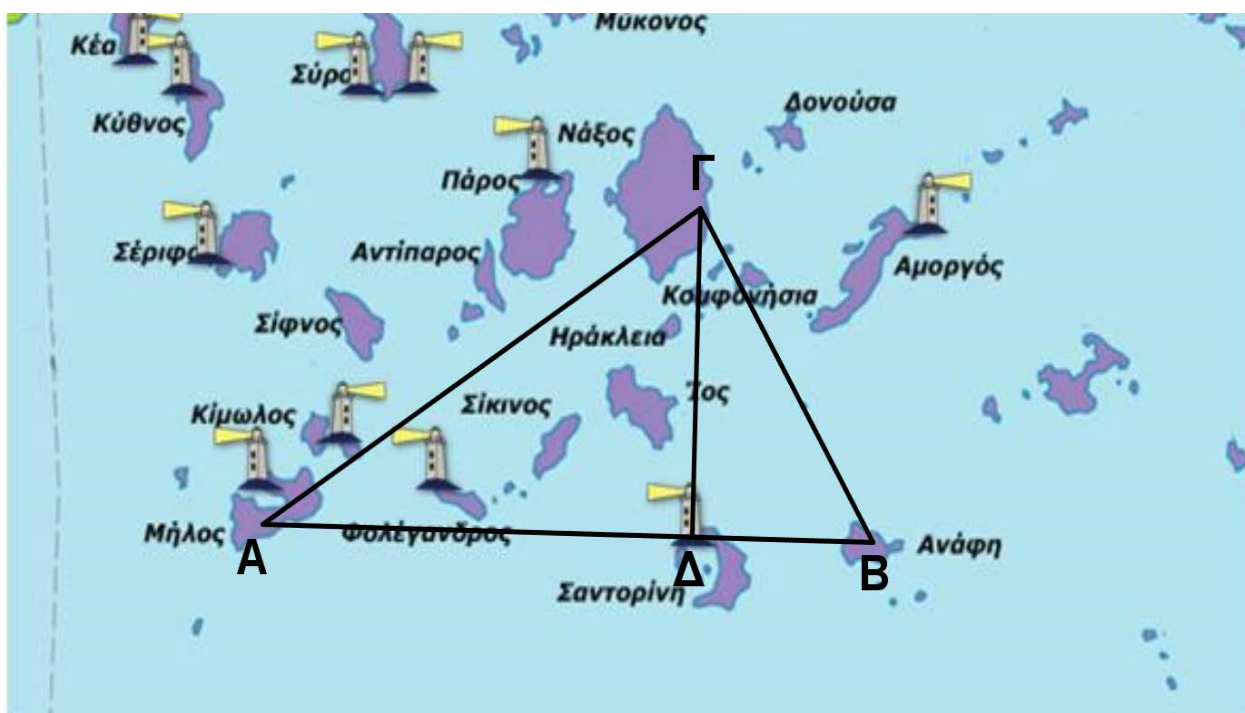
13. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.



Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της,
- β) τον άξονα συμμετρίας της παραβολής,
- γ) την τιμή του γ ,
- δ) το πηλίκο $-\frac{\beta}{\alpha}$.

14. Τα νησιά Σαντορίνη – Ανάφη απέχουν 25 Km, ενώ τα νησιά Μήλος – Ανάφη απέχουν 100 Km. Αν η γωνία που σχηματίζεται από τα νησιά Μήλος – Ανάφη – Νάξος (γωνία $\hat{B}$) είναι 60° και η γωνία που σχηματίζεται από τα νησιά Νάξος – Σαντορίνη – Ανάφη (γωνία $\hat{\Delta}$) είναι ορθή, να βρείτε:
- την απόσταση των νησιών Νάξος - Σαντορίνη ($\Gamma\Delta$) και
 - το μέτρο της γωνίας που σχηματίζεται από τα νησιά Νάξος – Μήλος – Ανάφη (γωνία $\hat{A}$).



15. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\varepsilon\varphi\alpha}{1+\varepsilon\varphi^2\alpha} + \frac{\sigma\upsilon\nu^3\alpha}{\eta\mu\alpha} = \sigma\varphi\alpha$

ΜΕΡΟΣ Β

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

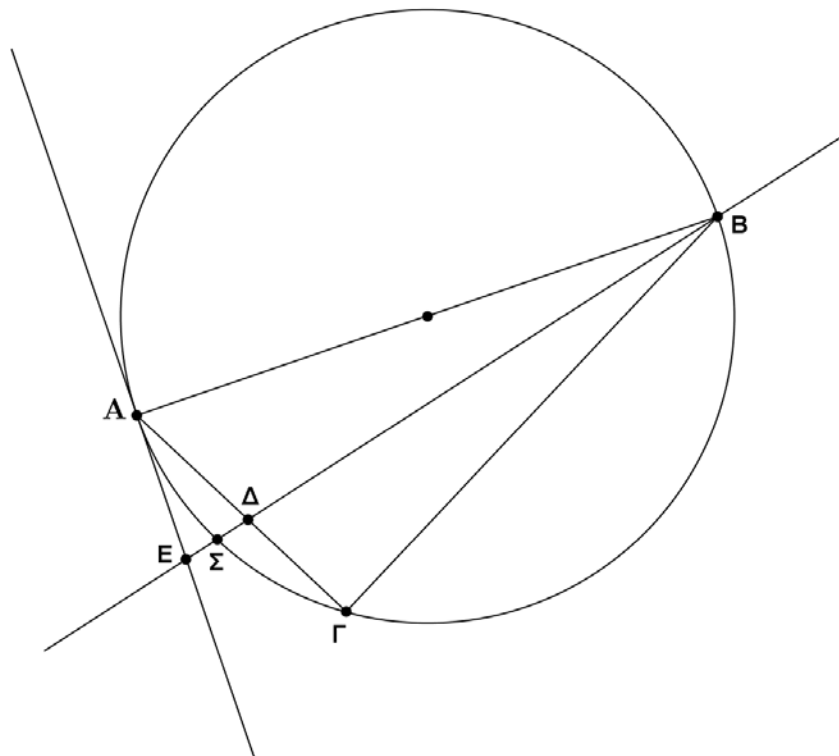
- Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\mu + 2)x + 2\mu + 1 = 0$. Να βρείτε τις τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση να έχει:
 - δυο ρίζες αντίστροφες,
 - ρίζα το -2,
 - άθροισμα τετραγώνων των ριζών ίσο με 3 και
 - δυο ρίζες πραγματικές και ίσες (μια διπλή ρίζα).

2. α) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\lambda x + 4 = \lambda^2 + 2x$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.
- β) Για $\lambda = 3$ η λύση της παραπάνω εξίσωσης γραφικά παριστάνει το σημείο τομής ευθείας με τον άξονα xx' .
- ι) Αν $A(x, \psi)$ το σημείο αυτό, να βρείτε τις συντεταγμένες του.
- ιι) Αν $M(6, 1)$ ένα άλλο σημείο, να βρείτε την απόσταση (AM) και τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία AM με τον θετικό ημιάξονα Oχ.
3. α) Να βρείτε, με τη βοήθεια συστήματος, δυο πραγματικούς αριθμούς των οποίων το άθροισμα τους είναι 9 και το άθροισμα των τετραγώνων τους είναι 65.
- β) Αν η λύση (x, ψ) με $x < \psi$ του ερωτήματος (α) είναι σημείο της παραβολής $\psi = -x^2 + 4x + \kappa$ τότε:
- ι) να δείξετε ότι $\kappa = 5$
- ιι) να βρείτε τα σημεία τομής της παραβολής με τους άξονες, τη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή της και με βάση αυτά να κάνετε την γραφική παράσταση της παραβολής.
4. Η καμπύλη (c) με εξίσωση $x^2 + \psi^2 + \kappa x + \lambda \psi + \mu = 0$, $\kappa, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$ περνά από τα σημεία $A(1, 1)$, $B(2, -1)$ και $\Gamma(3, 2)$.
- α) Να βρείτε τα κ, λ, μ
- β) Να εξετάσετε αν η καμπύλη διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- γ) Να αποδείξετε ότι $AG \perp AB$.
5. α) Να αποδείξετε ότι :
$$\frac{\sin(630^\circ - x) \cdot \eta\mu(540^\circ + x) \cdot \sin(270^\circ + x)}{\eta\mu(180^\circ - x)} = \eta\mu^2 x$$
- β) Αν
$$\frac{\sin(630^\circ - x) \cdot \eta\mu(540^\circ + x) \cdot \sin(270^\circ + x)}{\eta\mu(180^\circ - x)} = \frac{1}{2} \quad \mu\epsilon \quad -90^\circ < x < 90^\circ, \quad \text{να}$$
 βρείτε τη γωνία x .

6. Στο σχήμα που ακολουθεί δίνεται τρίγωνο $\hat{A}B\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο με διάμετρο AB . Στο σημείο A φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου. Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει την $A\Gamma$ στο Δ , τον κύκλο στο Σ και την εφαπτομένη στο E . Να δείξετε ότι:

α) Η $A\Sigma$ είναι διχοτόμος της $E\hat{A}\Delta$ και

β) $(\Gamma B) \cdot (\Sigma E) = (\Gamma \Delta) \cdot (A\Sigma)$



Ο Διευθυντής

.....

Παπαμιλιτιάδους Δημήτρης

Η Συντονίστρια

.....

Β. Δ. Χαραλάμπους Γιώτα

Οι Εισηγητές:

Γεωργίου Θ.

Ζερζελίδου Χ.

Καραγρηγορίου Φ.

Μυλωνά Μ.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

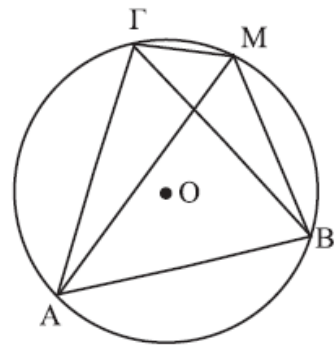
- Να γράφετε με μελάνι χρώματος μπλε. Τα σχήματα μπορούν να γίνονται και με μολύβι.
- Να γράφετε καθαρά και επιμελημένα.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε (5)** μονάδες.

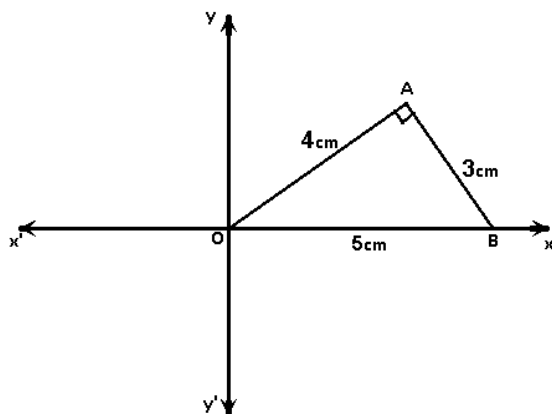
1. Να βρείτε για ποια τιμή του κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $(\kappa - 2) \cdot x = 5$ είναι αδύνατη.
2. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 5x + 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 .
Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε το άθροισμα (S) και το γινόμενο (P) των ριζών της.
3. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου με ακμή $\alpha = 2\text{cm}$.
4. Η μέση τιμή των αριθμών $10, \alpha, 12, 9, 10, 13, \beta$ είναι 11. Να βρείτε τα α και β αν το β είναι κατά 5 μεγαλύτερο του α .
5. Αν $\eta\mu\omega = \frac{5}{13}$, $0^\circ < \omega < 90^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$\kappa = \frac{26\eta\mu\omega - 13\sigma\upsilon\nu\omega}{\epsilon\phi\omega \cdot \sigma\phi\omega}$$
6. Δίνεται η παραβολή με εξίσωση: $y = (x - 3)^2 + 1$. Να βρείτε:
(1) την κορυφή της και
(2) τον άξονα συμμετρίας της.
7. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $AB = 6\text{cm}$, $B\Gamma = 9\text{cm}$ και $A\Gamma = 12\text{cm}$. Στην πλευρά AB παίρνουμε σημείο Δ , τέτοιο ώστε $\frac{A\Delta}{AB} = \frac{1}{3}$. Από το σημείο Δ φέρουμε $\Delta E \parallel A\Gamma$ που τέμνει τη $B\Gamma$ στο E . Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων $A\Delta, B\Delta, BE, E\Gamma$.

8. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $\frac{\eta\mu\theta}{1+\sigma\upsilon\nu\theta} + \frac{1+\sigma\upsilon\nu\theta}{\eta\mu\theta} = 2\sigma\tau\epsilon\mu\theta$

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, OA) και ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε αυτόν. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}OB$, $\hat{A}MB$, και $\hat{B}M\Gamma$.



10. Να βρείτε την κλίση της ευθείας OA στο πιο κάτω σχήμα, αν δίνονται: $\hat{O}AB = 90^\circ$, $OA = 4\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$, $AB = 3\text{cm}$.



11. Από σημείο Σ εκτός κύκλου φέρουμε δύο τυχαίες τέμνουσες ΣAB και $\Sigma\Gamma\Delta$.

Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $(\Sigma A) \cdot (\Sigma B) = (\Sigma \Gamma) \cdot (\Sigma \Delta)$

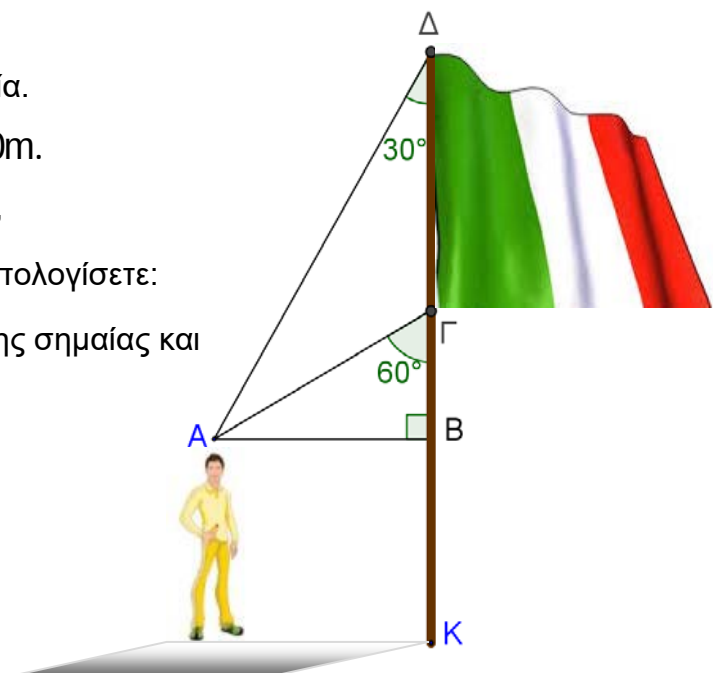
12. Ένα παιδί ύψους $1,50\text{m}$ παρατηρεί μια σημαία.

Το ύψος της σημαίας έχει ύψος $\Gamma\Delta = 1,60\text{m}$.

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του σχήματος,

$\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 30^\circ$, $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{B} = 60^\circ$ και $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 90^\circ$, να υπολογίσετε:

1. την απόσταση του παιδιού από τον ιστό της σημαίας και
2. το ύψος του ιστού $K\Delta$ της σημαίας.



13. Να βρείτε για ποια τιμή της παραμέτρου κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, οι ευθείες:
$$\begin{cases} \varepsilon_1: y = (\kappa^2 - 5) \cdot x + 2 \\ \varepsilon_2: y = (1 - \kappa) \cdot x + \kappa + 5 \end{cases}$$
 ταυτίζονται.

14. Να απλοποιήσετε την πιο κάτω παράσταση:

$$A = \frac{(x+2)^{\frac{1}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{(x^2 - 5x + 6)} \cdot \sqrt[4]{(x-2)^3}}}{\sqrt[8]{(x^2 - x - 6)^2}}, \quad x > 3$$

15. Δίνεται η σχέση: $3 + 3 + \dots + 3 + 5 + 5 + 5 + \dots + 5 = 410$

Να βρείτε πόσες φορές χρησιμοποιήθηκε ο αριθμός 3 και πόσες φορές ο αριθμός 5, αν το πλήθος των προσθετέων του πρώτου μέλους είναι 100.

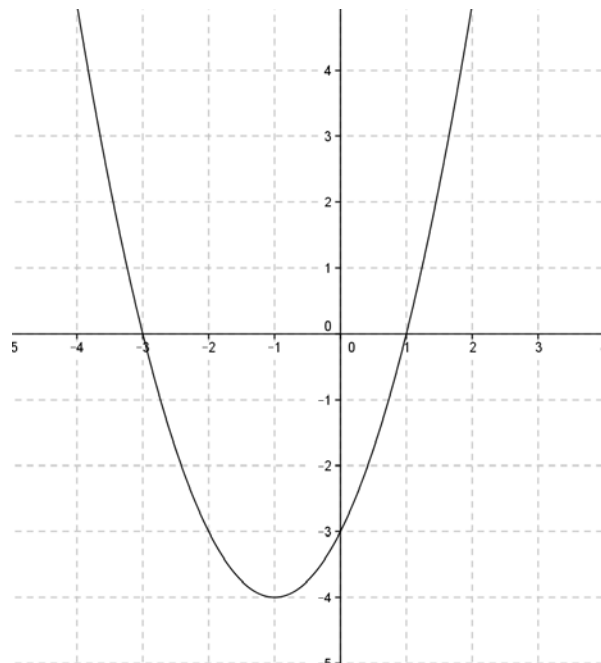
ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 4**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα (10)** μονάδες.

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$
Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης να βρείτε:

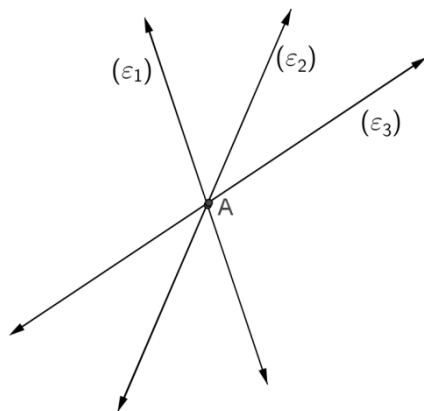
- I. 1. Το πεδίο τιμών της $f(x)$,
2. Το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $f(x) = 0$
3. Την κορυφή και την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της παραβολής.
4. Τις τιμές των α, β και γ .

- II. Αν $\alpha = 1, \beta = 2$ και $\gamma = -3$, να βρείτε τα

σημεία τομής της παραβολής $y = f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$
με την ευθεία: $-2x + y = 1$.



2. Στο πιο κάτω διάγραμμα οι ευθείες:
$$\begin{cases} \varepsilon_1: 3x + y = 8 \\ \varepsilon_2: 2x - 3y = -13 \\ \varepsilon_3: (\kappa + 3) \cdot x - (\kappa - 1) \cdot y = -8 \end{cases}, \kappa \in \mathbb{R}$$
 περνούν και οι τρεις από το σημείο $A(\alpha, \beta)$



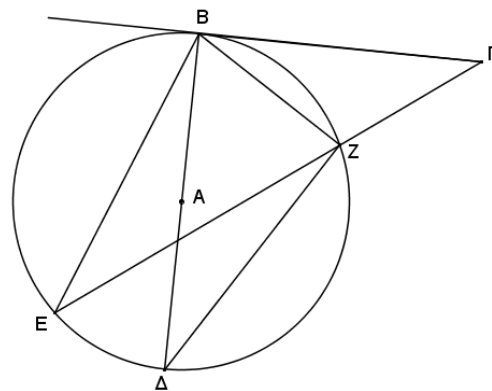
- (1) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου A και την τιμή της παραμέτρου $\kappa, \kappa \in \mathbb{R}$.
 (2) Αν $(\alpha, \beta) = (1, 5)$ και $\kappa = 4$, να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:

$$\frac{\kappa}{\sqrt{2}-1} - \frac{\kappa+1}{\sqrt{2}+1} = (\beta + \kappa) - \alpha\sqrt{\chi}$$

3. Στο διπλανό σχήμα η ΓB είναι εφαπτομένη και η $\Gamma Z E$ τέμνουσα του κύκλου με κέντρο A και ακτίνα $A\Delta$.

Αν $\Gamma B = 6\text{cm}$, $ZE = 9\text{cm}$ και $\angle BZ = 70^\circ$, να βρείτε:

- (1) την πλευρά ΓZ και
 (2) τις γωνίες: $\angle Z\hat{B}\Delta$ και $\angle Z\hat{B}\Gamma$



4. Ο κ. Κώστας έχει στο σπίτι του κήπο που έχει σχήμα τρίγωνο, με διαστάσεις:

$$\alpha = x\text{m}, \beta = (x-1)\text{m} \text{ και } \gamma = (x-3)\text{m}.$$

- (1) Να βρείτε σε ποιο διάστημα ανήκει το x , αν ο κ. Κώστας θέλει να περιφράξει τον κήπο του και διαθέτει σύρμα μήκους περισσότερο από 11m και λιγότερο από 26m .

- (2) Αν το εμβαδόν του κήπου του υπολογίζεται με βάση τη σχέση $E = \frac{5\alpha \cdot \beta}{x-3}$,

να βρείτε τις τιμές του x , έτσι ώστε το εμβαδό να είναι το πολύ 60m^2 .

5. Δίνεται κύκλος (K, ρ) και τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σ' αυτόν με κορυφές:

$A(0,8), B(12,-8)$ και $\Gamma(-2,6)$.

I. (1) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$

(2) Να βρείτε το μήκος της ακτίνας (ρ) , του κύκλου καθώς και τις συντεταγμένες του κέντρου K του κύκλου.

II. Στο σημείο Γ του κύκλου φέρουμε εφαπτομένη (ε) και από το σημείο A φέρουμε ευθεία $AA' \perp (\varepsilon)$. Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $(\Gamma A')^2 = 2\rho \cdot (AA')$

6. Δίνεται η εξίσωση: $4x^2 - 4(1 + \varepsilon\theta) \cdot x + \varepsilon\mu^2\theta + 2 = 0$, με ρίζες x_1, x_2 .

(1) Να βρείτε τις τιμές του θ , $45^\circ \leq \theta < 90^\circ$, αν η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες.

(2) Αν S το άθροισμα και P το γινόμενο των ριζών της πιο πάνω εξίσωσης, χωρίς να τη λύσετε, να απλοποιήσετε τις πιο κάτω παραστάσεις:

$$A = (S-1) \cdot \varepsilon\phi(90^\circ - \theta) \cdot \eta\mu^2(180^\circ + \theta) \text{ και}$$

$$B = (4P-2) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \theta) \cdot \eta\mu(90^\circ + \theta)$$

(3) Να δείξετε ότι: $B - A = \sigma\upsilon\nu^2\theta$

(4) Αν $\theta = 45^\circ$, χωρίς να τη λύσετε να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες:

$$\rho_1 = \frac{2}{x_1}, \rho_2 = \frac{2}{x_2}$$

Η Διευθύντρια

Μυρτώ Πουαγκαρέ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ : Α΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 03 / 06 / 2014

ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) σελίδες.

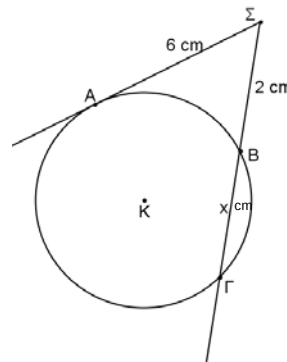
- ΟΔΗΓΙΕΣ :
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 - β) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι. (Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 - δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Η ακμή ενός κύβου είναι 3 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.
2. Αν η εξίσωση $2x^2 - 7x + 3 = 0$ έχει ρίζες x_1 και x_2 , να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων: α) $x_1 + x_2$ β) $x_1 \cdot x_2$ και γ) $2x_1 - 4x_1 \cdot x_2 + 2x_2$.

3. Στο διπλανό σχήμα, $\Sigma A = 6$ cm, $\Sigma B = 2$ cm και $B\Gamma = x$ cm.

Να υπολογίσετε το x .



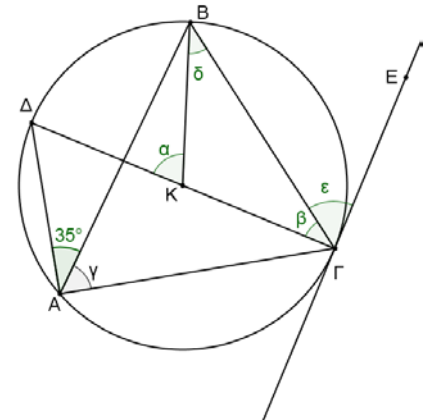
4. Δίνεται η ευθεία (ε) με εξίσωση: $y = -3x + 2$, $x \in \mathbb{R}$. Να υπολογίσετε για ποιες τιμές του x , το y έχει αριθμητική τιμή: α) τουλάχιστον 5
β) μεταξύ του -2 και του 8.
5. α) Να αναλύσετε το τριώνυμο $f(x) = 3x^2 + 13x - 10$ σε γινόμενο πρωτοβάθμιων παραγόντων.
β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{3x^2 + 13x - 10}{2x^2 - 50}$.

6. Να βρείτε την τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε το σύστημα:
$$\begin{cases} 4x - 3y = 6 \\ -x + 2y = 1 \\ 2x + 5y = 4 \end{cases}$$
 να είναι συμβιβαστό.

7. Αν $\eta\mu\theta = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$\frac{\alpha}{\beta}$

8. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (K, R). Η ευθεία ΓΕ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ, η ΔΓ είναι διάμετρος του και $\angle \alpha = 35^\circ$. Να βρείτε τις άγνωστες γωνίες $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}$ και $\hat{\epsilon}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



9. Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{(\cos \theta - \sin \theta)^2 - \cos^2 \theta}{1 - \cos^2 \theta} = 1 - \cos \theta$$

10. Δίνονται οι ευθείες $(\epsilon_1): y = (\kappa^2 - 16)x + \mu + 2$ και $(\epsilon_2): y = -7x + 3\mu - 6$, $\kappa, \mu \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τις τιμές των κ και μ , ώστε οι ευθείες (ϵ_1) και (ϵ_2) να είναι παράλληλες.

β) Να βρείτε τις τιμές των κ και μ , ώστε η ευθεία (ϵ_1) να συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων.

11. Σε σημείο B, βρίσκεται μία βάρκα στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο με τη βάση A του Λευκού Πύργου. Το ύψος του Πύργου $AG = 33\text{m}$ και GD είναι ο ιστός μίας σημαίας, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν $\angle \alpha = 35^\circ$ και

$\angle \beta = 45^\circ$, να υπολογίσετε με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων:

α) την απόσταση της βάρκας από τη βάση A του Πύργου

β) το ύψος του ιστού της σημαίας GD .



12. Δίνεται κύκλος με κέντρο $K(3,4)$ και $A(6,0)$ ένα σημείο του. Να βρείτε:

- α) το μήκος της ακτίνας του κύκλου
- β) την εξίσωση της διαμέτρου AB του κύκλου
- γ) την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο B .

13. (i) Να περιγράψετε πώς η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2$, με κατάλληλες μετατοπίσεις, θα συμπίψει με την γραφική παράσταση της συνάρτησης:

(α) $k(x) = x^2 + 3$ (β) $h(x) = x^2 + 8x + 15$.

(ii) Για ποια τιμή του $\beta \in \mathbb{R}$, η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x) = x^2 + (\beta - 2)x + \beta + 2$, έχει ελάχιστη τιμή -4 ;

14. Δίνεται το τριώνυμο $\varphi(x) = \lambda^2 x^2 + (4\lambda - 1)x - 2$, $\lambda \neq 0$.

α) Αν το τριώνυμο έχει ρίζα τον αριθμό -2 , να βρείτε την τιμή του λ και την άλλη ρίζα του τριωνύμου.

β) Για $\lambda = 2$ να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x+2) \cdot \varphi(x)}{4-x} \leq 0$.

15. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται η γραφική παράσταση της

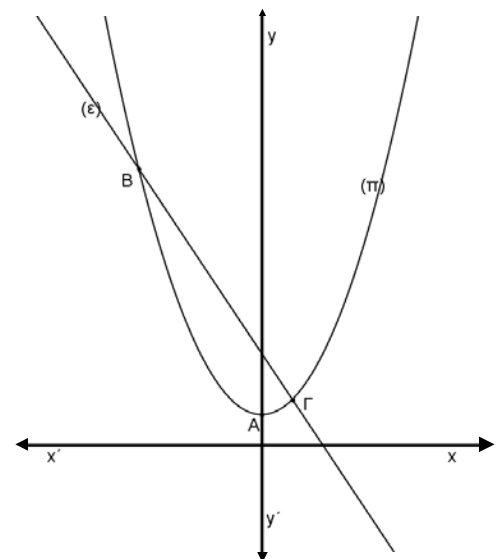
παραβολής (π): $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ και της ευθείας

(ε): $2y + 3x = 12$.

Η παραβολή (π) τέμνει τον άξονα yy' στο σημείο A και η ευθεία (ε) τέμνει την παραβολή στα σημεία B και Γ .

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου A .

β) Να βρείτε (αλγεβρικά) τις συντεταγμένες των σημείων B και Γ .



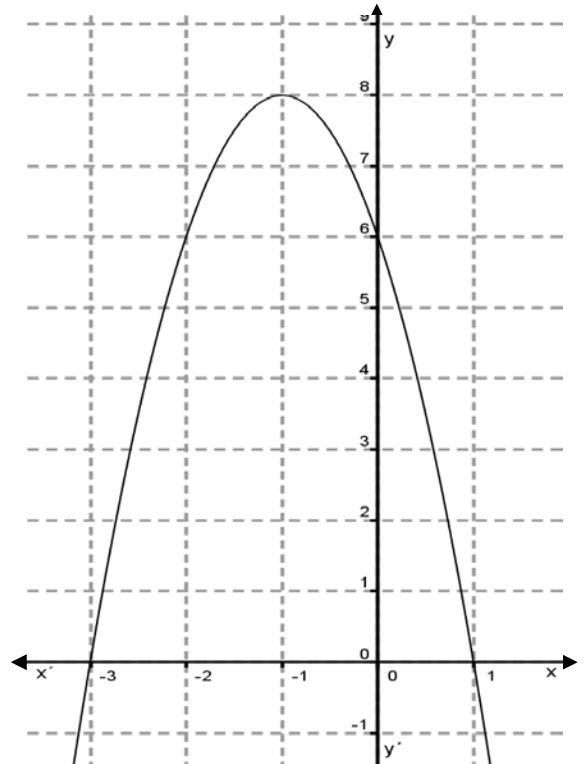
ΜΕΡΟΣ Β΄ : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0.$$

Από τη γραφική παράσταση, να βρείτε :

- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης
- β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- γ) τις συντεταγμένες της κορυφής
- δ) το πρόσημο της διακρίνουσας Δ και του $f(10)$
- ε) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) \geq 0$
- ζ) την αριθμητική τιμή της παράστασης $\frac{2c}{a+b}$.

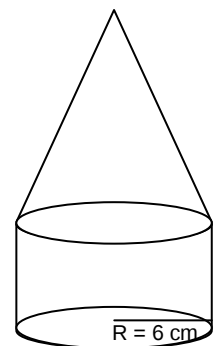


2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές τα σημεία Α(-1, 5), Β(3, -1) και Γ(-9, 3).

- α) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΒΓ και να δείξετε ότι αυτή περνά από την αρχή των αξόνων Ο.
- β) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου ΑΜ του τριγώνου ΑΒΓ.
- γ) Αν η ευθεία ΑΜ τέμνει τους άξονες $x\chi'$ και $y\gamma'$ στα σημεία Δ και Ε αντίστοιχα, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΔΟΕ.

3. Δίνονται κύλινδρος και κώνος με ίσες βάσεις ακτίνας $R = 6 \text{ cm}$.

Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κυλίνδρου είναι ίσο με το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του κώνου. Αν ο όγκος του κυλίνδρου είναι $180\pi \text{ cm}^3$, να υπολογίσετε τον όγκο του κώνου.



4. i) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ , $\mu \in \mathbb{R}$, η εξίσωση $x^2 - (\mu + 3)x + 4\mu - 3 = 0$ με ρίζες x_1 και x_2 , έχει: α) ρίζες πραγματικές και ίσες
β) ρίζες αντίθετες.
- ii) Να βρείτε για ποιες τιμές του μ , η πιο πάνω εξίσωση είναι θετική για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- iii) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού η οποία έχει ρίζες $\frac{3}{x_1}$ και $\frac{3}{x_2}$.

5. i) Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{\cos(\pi - \alpha)}{180^\circ + \alpha} = \frac{\cos(\pi - \alpha)}{180^\circ - \alpha} = -\cot \alpha, \quad 0^\circ < \alpha < 90^\circ$$

ii) α) Να αποδείξετε ότι:
$$\left(\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta} \right)^2 = \frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$$

β) Αν $(\tan \theta - \cot \theta)^2 = \frac{1}{3}$ και $90^\circ < \theta < 180^\circ$, να βρείτε τη γωνία θ και στη συνέχεια να

δείξετε ότι η εξίσωση $(\sin \theta)x^2 - 15x - \sqrt{3}(\eta \mu \theta) = 0$ έχει ρίζες αντίστροφες.

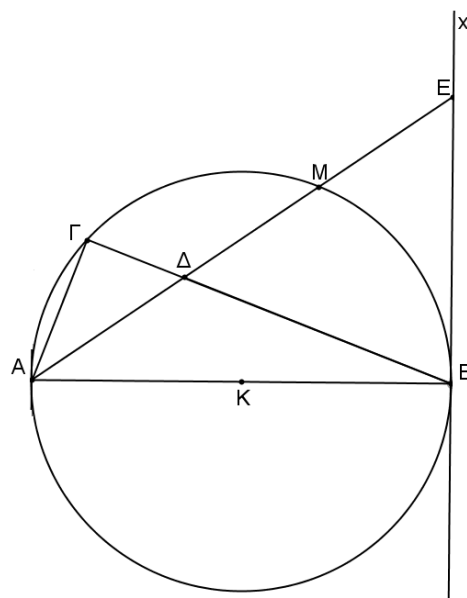
6. Στο διπλανό σχήμα, AB είναι διάμετρος του κύκλου (K, R), Bx εφαπτομένη του κύκλου στο B

και AD διχοτόμος της γωνίας $\angle A$.

i) Να δείξετε ότι:

- α) τα τόξα $\widehat{BM}$ και $\widehat{GM}$ είναι ίσα
β) ισχύει η σχέση $(AD)(BE) = (GD)(AE)$
γ) το τρίγωνο BDE είναι ισοσκελές.

- ii) Αν $AE = 3(AD)$ και το εμβαδόν του τριγώνου AΓΔ είναι $\alpha \text{ cm}^2$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABE, συναρτήσει του α .



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Γεωργίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ–ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά**ΤΑΞΗ:** Α΄ Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 02/06/2014**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 ώρες και 30 λεπτά**ΩΡΑ:** 7:45–10:15**ΒΑΘΜΟΣ**

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.**

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 3x + 2 > 0$.
2. Να μετατρέψετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή:

1) $\frac{3}{\sqrt{5}}$

β) $\frac{7}{\sqrt{6}-2}$

3. Ένας εργολάβος οικοδομών αγόρασε τα πιο κάτω οικοδομικά υλικά:

- 10 σάκους άμμο με βάρος μεταξύ 18kg και 20kg ο κάθε σάκος
- 5 σάκους χαλίκι με βάρος μεταξύ 22kg και 25kg ο κάθε σάκος.

Να υπολογίσετε μεταξύ ποιων τιμών, κυμαίνεται το συνολικό βάρος (σε kg) των υλικών, δικαιολογώντας την απάντησή σας.

4. Ο γενικός βαθμός, με άριστα το 10, ενός πρωτοετή φοιτητή στα μαθήματα που πήρε το δεύτερο εξάμηνο του 2014, καθορίζεται με βαρύτητα τον αριθμό των εβδομαδιαίων περιόδων ανά μάθημα, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Μάθημα	Βαθμός	Αριθμός περιόδων κάθε βδομάδα
Απειροστικός Λογισμός	6	7
Γραμμική Άλγεβρα	8	6
Στατιστική	10	3
Αγγλικά	7	4

Να υπολογίσετε το σταθμικό μέσο όρο της βαθμολογίας του φοιτητή για το δεύτερο εξάμηνο του 2014.

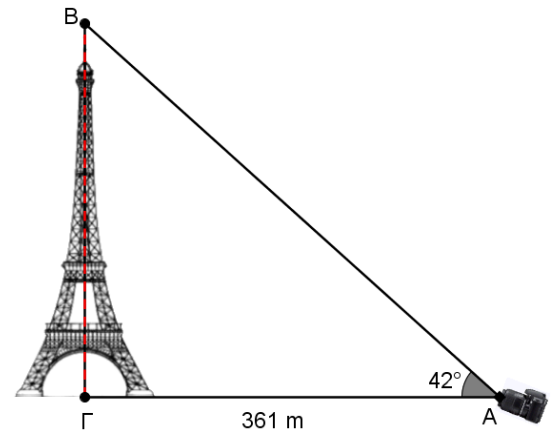
5. Ένας φωτογράφος βρίσκεται σε απόσταση 361 m από το σημείο Γ, που βρίσκεται κάτω από τον πύργο του Άιφελ στο Παρίσι. Ο φακός της φωτογραφικής μηχανής του βλέπει τον πύργο υπό γωνία 42° , στο σημείο Α, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε με ακρίβεια ενός δεκάτου το ύψος ΒΓ του πύργου του Άιφελ.

Δίνονται:

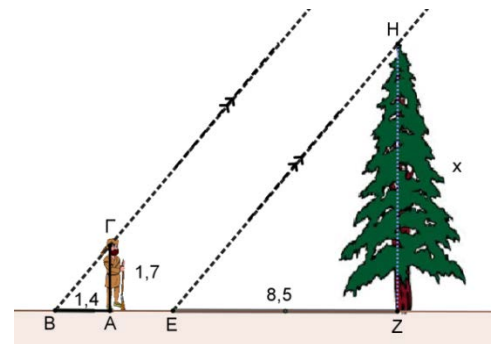
$$\eta\mu 42^\circ = 0,67$$

$$\sigma\upsilon\nu 42^\circ = 0,74$$

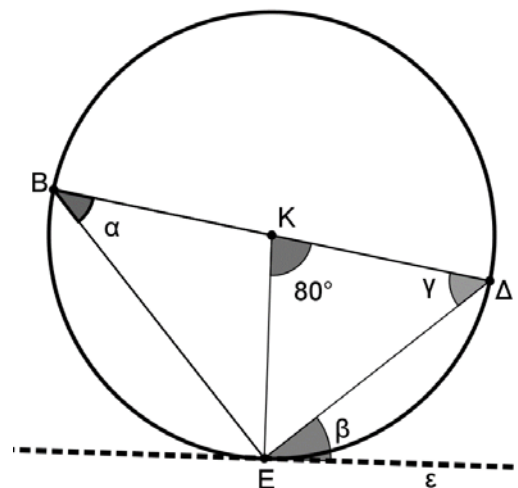
$$\epsilon\phi 42^\circ = 0,9$$



6. Στο πιο κάτω σχήμα ένας κυνηγός, με ύψος 1,7 m, βρίσκεται κοντά σε ένα δέντρο. Η ώρα 10 το πρωί οι παράλληλες ακτίνες του ήλιου σχηματίζουν σκιά για τον άνθρωπο μήκους 1,4 m και για το δέντρο 8,5 m. Να υπολογίσετε το ύψος ΖΗ του δέντρου, με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων, δικαιολογώντας την απάντησή σας.



7. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με μήκος διπλάσιο από το πλάτος του και ύψος τριπλάσιο από το μήκος του. Αν ο όγκος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 96 cm^3 να υπολογίσετε:
- 1) τις διαστάσεις του (μον. 3)
 - 2) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του παραλληλεπιπέδου. (μον. 2)
8. Στο σχήμα ο κύκλος έχει κέντρο Κ και διάμετρο ΒΔ. Αν ε είναι η εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Ε, να υπολογίσετε τις γωνίες α, β, γ και $\widehat{B\hat{E}D}$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



9. Δίνεται η ευθεία $y = (2\mu + 4)x + 3\rho - 9$. Για ποιες πραγματικές τιμές των παραμέτρων μ και ρ η ευθεία συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων;

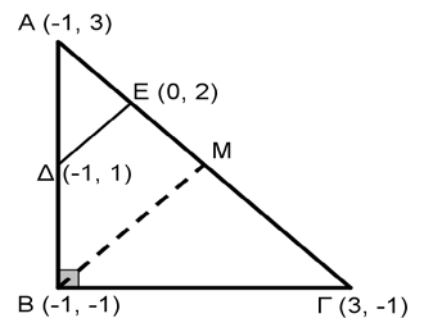
10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \alpha - \beta - \gamma = 0 \\ \alpha + 2\beta + 3\gamma = 6 \\ 2\alpha + 3\beta + 2\gamma = 2 \end{cases}$$

11. Να αποδείξετε ότι $\frac{\epsilon\phi x \cdot \tau\epsilon\mu x - \eta\mu x}{\eta\mu x} = \epsilon\phi^2 x$.

12. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{B} = 90^\circ$).

1) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο AED είναι ορθογώνιο.

(μον. 2)



2) Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου M της AG και να αποδείξετε ότι $DE \parallel BM$.

(μον.2)

3) Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου BM .

(μον. 1)

13. Να λύσετε την ανίσωση $\frac{(x-3)(2x^2-5x-3)}{x^2-4} \leq 0$.

14. α) Αν οι ευθείες $\begin{cases} y = x + 5 \\ y = \frac{\mu-2}{4}x + 3 \end{cases}$ με $\mu \in \mathbb{R}$ είναι παράλληλες, να υπολογίσετε την τιμή του μ .

β) Αν $\kappa = 8$ να αποδείξετε ότι το σύστημα $\begin{cases} \kappa x - 4y = \frac{\kappa}{2} \\ -2x + y = -1 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις.

15. Ένα τυροκομείο κατασκευάζει μεταξύ άλλων και τυρί τύπου γραβιέρα. Εκτιμήθηκε ότι η παρασκευή x κιλών γραβιέρας το μήνα παράγει κέρδος $K(x)$ στο τυροκομείο, το οποίο δίνεται από τη συνάρτηση $K(x) = -\frac{1}{200}x^2 + 10x - 1800$.

1) Να αποδείξετε ότι το τυροκομείο πρέπει να παράγει και να διαθέτει 1000 κιλά γραβιέρα το μήνα για να έχει μέγιστο κέρδος από το είδος αυτό. (μον. 3)

2) Να υπολογίσετε το μέγιστο μηνιαίο κέρδος της εταιρείας από τη πώληση της γραβιέρας. (μον. 2)

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η πιο κάτω γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Να βρείτε:

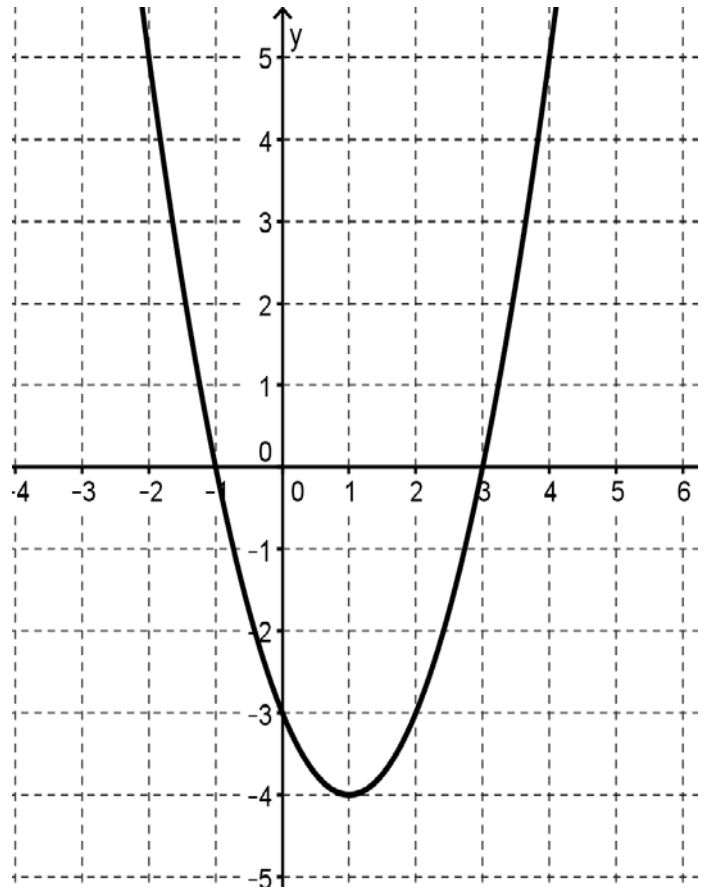
α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$

β) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας και τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής

γ) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 0$

δ) τις ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$

ε) την τιμή της παράστασης $A = 3S - 4P$, όπου S και P είναι αντίστοιχα το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.



2. Το σύστημα
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x - 2y = 7 \\ \text{συνθ} \cdot x - 2y = -12 \end{cases}$$
 είναι συμβιβαστό.

1) Να αποδείξετε ότι $\text{συνθ} = -\frac{4}{5}$

2) Αν $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{10\eta\mu\theta + 8\tau\epsilon\mu\theta + 2030}{3\sigma\phi\theta - 4\epsilon\phi\theta}$.

3. Δίνεται η εξίσωση $(2\lambda - 1)x^2 - 3\lambda x + \lambda + 1 = 0$, με $\lambda \in \mathbf{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ και ρίζες $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$.

1) Να βρείτε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της πιο πάνω εξίσωσης. (μον. 3)

2) Να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες ρ_1 και ρ_2 , τέτοιες ώστε $\rho_1 = 2x_1 + 1$ και $\rho_2 = 2x_2 + 1$. (μον. 7)

4. Αν $0^\circ < \theta < 90^\circ$ και ισχύει ότι
$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \eta\mu(270^\circ + \theta) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu(90^\circ - \theta)}{\tau\epsilon\mu(-\theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta) \cdot \epsilon\varphi(360^\circ + \theta)} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

1) να αποδείξετε ότι $\theta = 45^\circ$ (μον. 7)

2) να αποδείξετε ότι η εξίσωση $(1 - \sigma\upsilon\nu\theta) \cdot x^2 + 2\epsilon\varphi\theta \cdot x + (1 - \eta\mu\theta) = 0$ έχει ρίζες αντίστροφες.

(μον. 3)

5. Από σημείο A εκτός κύκλου (K, R) να φέρετε τα εφαπτόμενα σε αυτόν τμήματα AB και AG και τυχαία τέμνουσα του κύκλου ADE (Δ, E σημεία του κύκλου). Δικαιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας, να αποδείξετε ότι:

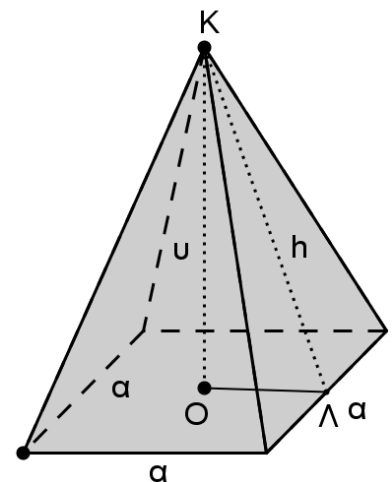
1) τα τρίγωνα ABAΔ και ABE είναι όμοια. (μον. 4)

2) $\frac{(AG)}{(AE)} = \frac{(\Delta\Gamma)}{(\Gamma E)}$ (μον. 3)

3) $(B\Delta) \cdot (\Gamma E) = (\Gamma\Delta) \cdot (BE)$ (μον. 3)

6. Στο σχήμα δίνεται κανονική τετραγωνική πυραμίδα με ακμή βάσης α, ύψος υ και παράπλευρο ύψος (απόστημα) h.

1) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας είναι $E_{ολ} = \alpha^2 + 2\alpha h$. (μον. 3)



2) Δίνεται ότι η ολική επιφάνεια της πυραμίδας είναι ίση με 300 cm^2 και το παράπλευρο ύψος της είναι ίσο με 10 cm . Χρησιμοποιώντας τη πιο πάνω σχέση ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο να υπολογίσετε:

i. την ακμή της βάσης και το ύψος της πυραμίδας (μον. 5)

ii. τον όγκο της πυραμίδας. (μον. 2)

Η Διευθύντρια

Χριστίνα Δ. Καρατζιά

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ : Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ 28 / 5 / 2014

ΤΑΞΗ : Α΄ Λυκείου

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2:30 ώρες

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να γράψετε με πένα μπλε ή μαύρη. Τα σχήματα να γίνονται με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

$$\chi + \psi = 3$$

1) Να λύσετε το σύστημα : $\psi + \omega = 4$

$$\chi + \omega = 5$$

2) Στο διπλανό σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3 \parallel \varepsilon_4$.

Να βρείτε τα μήκη χ και ψ .

3) Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 6cm, πλάτος 3cm και ύψος 4cm. Να βρείτε τον όγκο του.

4) Να λύσετε την ανίσωση: $\chi^2 - 5\chi - 14 > 0$

5) Να μετατρέψετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, τα πιο κάτω κλάσματα σε ισοδύναμα με ρητό παρονομαστή:

α) $\frac{3}{\sqrt{3}}$

β) $\frac{39}{4-\sqrt{3}}$

6) Στο διπλανό σχήμα η ΕΑ είναι εφαπτομένη του κύκλου με κέντρο Ο και τόξο $\widehat{AB}=110^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ , ψ , ω .

7) Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi=ax^2+bx+c$.

α) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης $ax^2+bx+c=0$.

β) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της.

γ) Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας.

δ) Το πεδίο τιμών της.

8) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2+3x+4=0$, χωρίς να λύσετε την εξίσωση, να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων :

α) x_1+x_2 β) x_1x_2 γ) $x_1^2+x_2^2$ δ) $\frac{1}{x_1x_2^2} + \frac{1}{x_1^2x_2}$

9) Δίνεται το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ με Α(1,5) και Β(3,1). Να βρείτε:

α) Τις συντεταγμένες του μέσου Μ του ΑΒ.

β) Την εξίσωση της μεσοκάθετης του ΑΒ.

10) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\epsilon\phi\theta(1-\sigma\phi^2\theta) + \sigma\phi\theta(1-\epsilon\phi^2\theta) = 0$.

11) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $\lambda^2x-\lambda^2 = 9x-3\lambda$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$.

12) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ= 5cm. Πάνω στη ΒΓ παίρνουμε σημείο Δ έτσι ώστε ΑΔ=ΔΓ= 4cm.

α) Να δείξετε ότι: $(ΑΓ)^2 = (ΒΓ)(ΓΔ)$.

β) Να βρείτε το μήκος ΒΔ

13) Για ποιες τιμές του κ η ευθεία $\psi = (\kappa^2 - 3\kappa)x + \kappa^2 - 9$:

- α) τέμνει τον άξονα των x σ'ένα μόνο σημείο.
- β) είναι παράλληλη με τον άξονα των x .
- γ) συμπίπτει με τον άξονα των x .

14) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$).

Αν $B\Gamma = 4\text{cm}$, $\hat{B} = \theta$ και εμβαδόν τριγώνου $AB\Gamma$

είναι $E = 4\sqrt{3}\text{cm}^2$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο.

15) Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq 0$
Και $\chi_1 = 3\chi_2$ να δείξετε ότι $3\beta^2 = 16\alpha\gamma$.

ΜΕΡΟΣ Β Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Δίνεται η εξίσωση: $(\kappa - 1)\chi^2 + (4\kappa + 2)\chi + \kappa^2 - 7 = 0$, ($\kappa \neq 1$).

Να βρείτε για ποιες τιμές του κ η εξίσωση έχει:

- α) ρίζες αντίθετες.
- β) ρίζες αντίστροφες.
- γ) μια ρίζα τον αριθμό 1.
- δ) αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης, να ισχύει η σχέση $\chi_1 \cdot \chi_2 + \chi_1 + \chi_2 \geq 2$

2) Η παραβολή $f(\chi) = \chi^2 + \beta\chi + \gamma$ τέμνει τον άξονα των χ στα σημεία $A(-4, 0)$ και $B(2, 0)$.

- α) Να βρείτε την εξίσωση της παραβολής.
- β) Να βρείτε τον άξονα συμμετρίας της και τις συντεταγμένες της κορυφής της.
- γ) Να δείξετε ότι η συνάρτηση f μετασχηματίζεται στη μορφή $f(\chi) = (\chi + 1)^2 - 9$ και
ακολουθώντας να κατασκευάσετε τη γραφική της παράσταση όπου να διακρίνονται
οι τομές με τους άξονες η κορυφή της και ο άξονας συμμετρίας της.

3) Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{\eta\mu(180^\circ + \theta)\sigma\upsilon\nu(360^\circ - \theta)}{\epsilon\phi(270^\circ + \theta)}$ και $B = \sigma\upsilon\nu^4\theta - \eta\mu^4\theta + \eta\mu^2\theta$.

Να δείξετε ότι:

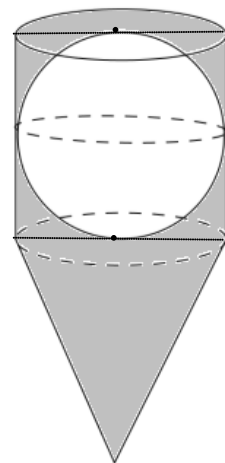
α) $A = \eta\mu^2\theta$ και $B = \sigma\upsilon\nu^2\theta$

β) $\frac{1}{\sigma\tau\epsilon\mu\theta - 1} - \frac{\epsilon\phi\theta}{\tau\epsilon\mu\theta + \epsilon\phi\theta} = 2 \frac{A}{B}$

- 4) Στο διπλανό σχήμα δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ.
Με διάμετρο την ΑΒ κατασκευάζουμε ημικύκλιο
μέσα στο τετράγωνο. Από τυχαίο σημείο Σ της
ΓΔ φέρουμε την ΑΣ και ΒΣ, οι οποίες τέμνουν
το ημικύκλιο στα σημεία Ε και Ζ αντίστοιχα.
Να δείξετε ότι:
- α) τα τρίγωνα ΔΑΣ και ΕΒΑ είναι όμοια.
 - β) τα τρίγωνα ΑΒΖ και ΒΣΓ είναι όμοια.
 - γ) $(ΑΕ)(ΑΣ) + (ΒΖ)(ΒΣ) = 4R^2$,
όπου R η ακτίνα του ημικυκλίου.

- 5) Αν ισχύει $3 < \chi < 7$ και $2 < \psi < 5$:
- α) να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκεται
η περίμετρος του διπλανού σχήματος.
 - β) αν η περίμετρος του σχήματος είναι 32 cm και
το εμβαδόν του είναι 49 cm^2 , να βρείτε τις
τιμές των χ και ψ .

- 6) Στο διπλανό σχήμα ο κώνος και ο κύλινδρος έχουν κοινή
βάση και η σφαίρα εφάπτεται στα κέντρα των δυο βάσεων
του κυλίνδρου. Αν η ακτίνα του κώνου ικανοποιεί
τη σχέση: $(3R+5)^{\frac{2}{5}} = 4$ και ο όγκος του κώνου
ισούται με $162\pi \text{ cm}^3$, να υπολογίσετε τον όγκο
της σκιασμένης επιφάνειας.



Εισηγητές:

Νίκη Τοφαλίδου(Β.Δ.)
Δημήτρης Γαβαλάς
Θεόδωρος Νίσιος
Φρύνη Μαυρονικόλα
Ανδρέας Τσαγκάρης
Μάριος Πίκας

Ο Διευθυντής

Θεοχάρης Μασούρας

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΤΑΞΗ : Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22 / 5 / 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2,5 ώρες

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράφετε μόνο με **μπλε** μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).
2. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **4** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' (60 μονάδες):Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

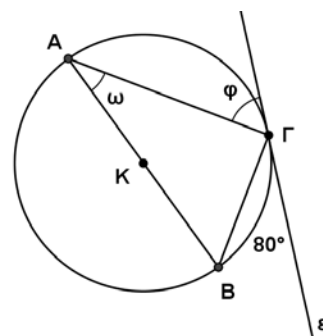
1. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο κύβου με ακμή 3 cm.

2. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - 5x + 6 < 0$.

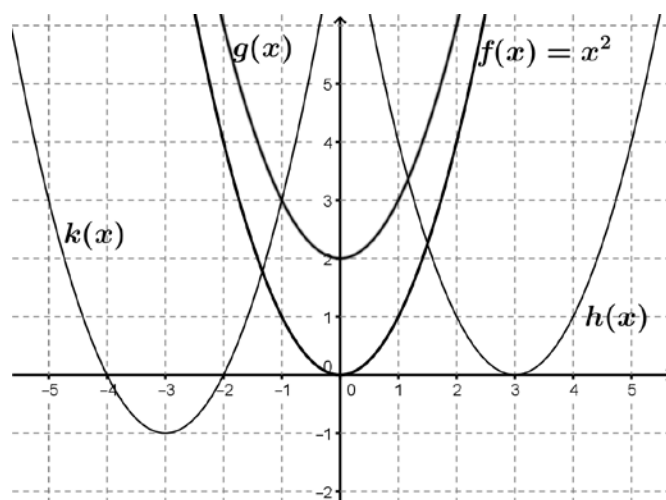
3. Ο κύριος Μάριος θέλει να υπολογίσει το ύψος του φάρου που βρίσκεται στο Κάβο Γκρέκο. Τοποθέτησε ένα γωνιομετρικό όργανο σε απόσταση 4 m από το μέσο της βάσης του φάρου και βρήκε ότι το μέτρο της γωνίας από το έδαφος προς την κορυφή του φάρου είναι 60° . Να υπολογίσετε το ύψος του φάρου με προσέγγιση ενός δεκαδικού ψηφίου.

4. Να λύσετε την εξίσωση $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

5. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία (ε) εφάπτεται του κύκλου (Κ, R) στο σημείο Γ. Το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι διάμετρος του κύκλου και το τόξο $\widehat{BT} = 80^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες ω και φ, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



6. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f, g, h και k . Με δεδομένο ότι $f(x) = x^2$, να γράψετε τον τύπο των συναρτήσεων g, h και k , αν είναι μετατοπίσεις της f .



7. Να βρείτε την τιμή του κ ώστε το σύστημα $\begin{cases} 2\chi + \psi = 10 \\ \chi - \psi = -4 \\ 3\chi + \kappa\psi = -1 \end{cases}$ να είναι συμβιβαστό.
8. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) να φέρετε το ύψος AD . Να δείξετε ότι:
 1) τα τρίγωνα ABD και $AB\Gamma$ είναι όμοια.
 2) $(AB)^2 = (BD)(B\Gamma)$
9. Ο Γιώργος αγόρασε τρεις διαβήτες, ένα μοιρογνωμόνιο και δύο τρίγωνα και πλήρωσε συνολικά €13. Η Έλενα αγόρασε δύο διαβήτες και ένα μοιρογνωμόνιο και πλήρωσε συνολικά €8. Ο Μάριος αγόρασε ένα διαβήτη και τρία τρίγωνα και πλήρωσε συνολικά €6. Να υπολογίσετε την τιμή του κάθε αντικειμένου.
10. Αν $90^\circ < \theta < 180^\circ$ και $\eta\mu\theta = \frac{12}{13}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 13\sigma\upsilon\nu\theta - 10\epsilon\varphi\theta$.
11. Αν $-3 < \chi < -1$ και $1 < \psi < 4$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:
 α) $\chi + \psi$ β) $\chi \cdot \psi$
12. Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{(\chi-3)^2(1-\chi)}{\chi^2-6\chi+8} \geq 0$
13. Αν $\chi > 0$, να απλοποιήσετε την παράσταση $A = \frac{\sqrt[5]{\chi^9} \cdot \sqrt[5]{32\chi^6}}{\sqrt[4]{16\chi^5} \div \sqrt[4]{\chi}}$.
14. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\tau\epsilon\mu\theta - \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\eta\mu\theta} = -\epsilon\varphi\theta$
15. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-2,1)$, $B(4,-3)$ και $\Gamma(3,2)$.
 α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
 β) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοκάθετης της πλευράς $A\Gamma$.

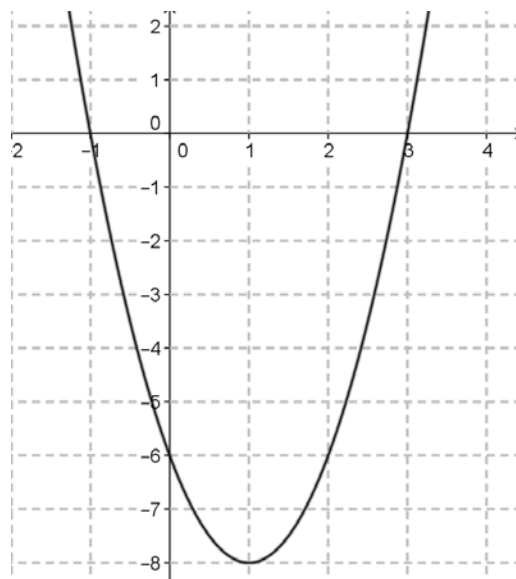
Μέρος Β': (40 Μονάδες)

Από τις 6 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + c$ με $a \neq 0$.

- 1) Να βρείτε:
 - i. το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της $f(x)$.
 - ii. την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της $f(x)$.
 - iii. τις συντεταγμένες της κορυφής της $f(x)$.
 - iv. το πρόσημο του a .
 - v. το πρόσημο της διακρίνουσας Δ της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$.
 - vi. τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) < 0$.

- 2) Να υπολογίσετε την τιμή των a , b και c .



2. α) Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): \psi = (\kappa^2 - 1)x + \kappa - 1$ και $(\varepsilon_2): -3x + \psi = -3$.

Να βρείτε για ποιες τιμές του κ :

- i. οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται.
- ii. οι ευθείες ε_1 και ε_2 συμπίπτουν.

- 2) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση $(\kappa^2 - 1)x + \kappa - 1 = 0$ για τις διάφορες τιμές του $\kappa \in \mathbb{R}$.

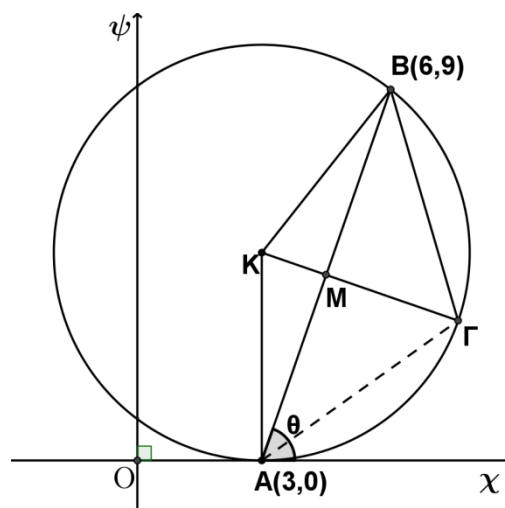
3. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\eta\mu(\chi-180^\circ) \cdot \varepsilon\varphi(90^\circ-\chi) \cdot \eta\mu(-\chi)}{\varepsilon\varphi(180^\circ-\chi) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu(90^\circ-\chi)}$, $180^\circ < \chi < 270^\circ$.

- 1) Να δείξετε ότι $A = -\sigma\upsilon\nu^3\chi$.

- 2) Αν $A = \frac{1}{8}$, να βρείτε τη γωνία χ .

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) ο οποίος εφάπτεται στον άξονα των τετμημένων στο σημείο $A(3,0)$, το σημείο $B(6,9)$ του κύκλου και η ακτίνα $K\Gamma$ που περνά από το μέσο M της χορδής AB .

- 1) Να δείξετε ότι η γωνία θ που σχηματίζεται από τη χορδή AB και τον άξονα των τετμημένων είναι ίση με 72° .
- 2) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{K\hat{A}M}$, $\widehat{A\hat{K}B}$ και $\widehat{A\hat{\Gamma}B}$.
- 3) Να βρείτε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AM και της ακτίνας R .



5. Δίνεται παραβολή με εξίσωση $f(x) = x^2 - 6x + \kappa^2 + 1$.

1) Να βρείτε την ελάχιστη τιμή της παραβολής συναρτήσει του κ .

2) Να βρείτε για ποιες τιμές του κ η παραβολή δεν τέμνει τον άξονα των τετμημένων.

3) Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 6x + \kappa^2 + 1 = 0$, να βρείτε την τιμή του κ , ώστε να ισχύει η σχέση $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = 30$.

4) Αν $\kappa = 1$, να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{1}{x_1}$, $\rho_2 = \frac{1}{x_2}$.

6. Μια γυάλινη κλεψύδρα που αποτελείται από δύο ίσους κώνους με κοινή κορυφή είναι κλεισμένη σε γυάλινο κυλινδρικό δοχείο ίσης βάσης. Ο κώνος στο πάνω μέρος της κλεψύδρας περιέχει άμμο, η οποία ρέει σιγά σιγά στον κώνο που βρίσκεται στο κάτω μέρος της κλεψύδρας. Η ακτίνα της βάσης είναι ίση με 3 cm και το ύψος του κυλίνδρου είναι 8 cm .

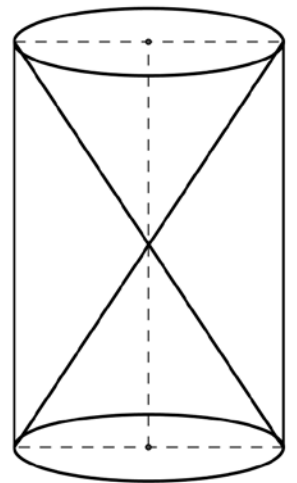
1) Να υπολογίσετε τον όγκο του χώρου μεταξύ του κυλινδρικού δοχείου και των δύο κώνων της κλεψύδρας.

2) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του γυαλιού που απαιτείται για την κατασκευή.

3) Εάν το ύψος u της στάθμης της άμμου που απομένει στον κώνο του πάνω μέρους της κλεψύδρας συναρτήσει του χρόνου t (σε δευτερόλεπτα) δίνεται από τον τύπο $u(t) = \sqrt[3]{27 - t}$, να υπολογίσετε:

i. το ύψος της στάθμης της άμμου που τοποθετήθηκε αρχικά ($t = 0$).

ii. σε πόσο χρόνο το ύψος της στάθμης της άμμου στον κώνο του πάνω μέρους της κλεψύδρας θα φτάσει στα 2 cm .



ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Φιλίππου Γεωργία, Β.Δ

Κυπριανού Χριστίνα

Τσίγκη Έλενα

Κοντοβούρκης Μιχάλης

Φάνου- Πιπτάτζη Βασιλική, Β.Δ. .

Λοϊζίδης Πέτρος

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26/05/2014

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.30' ώρες

Οδηγίες:

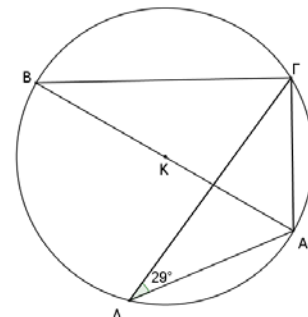
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
- Όλες οι απαντήσεις να δοθούν σε σφραγισμένες κόλλες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο δώδεκα (12).

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες (5/100).

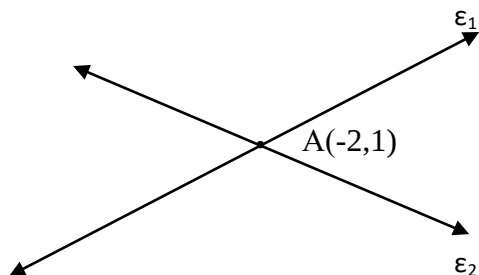
1. Η βαθμολογία 8 μαθητών σε ένα διαγώνισμα μαθηματικών ήταν:
9 , 9 , 14 , 18 , 14 , 17 , 19 , 4
Να υπολογίσετε το μέσο όρο της βαθμολογίας τους.
2. Δίνεται η εξίσωση: $3x^2 + 5x - 1 = 0$ με ρίζες x_1, x_2
Χωρίς να τη λύσετε, να υπολογίσετε το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της.
3. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, με διαστάσεις 5cm, 3cm και 4cm.
4. Να λύσετε την ανίσωση: $x^2 - 3x - 4 < 0$

5. Στο σχήμα δίνεται ο κύκλος (Κ, R) και εγγεγραμμένη γωνία ΑΔΓ ίση με 29° .
Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.
(να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)



6. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda + 2 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$
Να βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει :
α) μια ρίζα ίση με -2
β) ρίζες αντίστροφες

7. Οι ευθείες $\varepsilon_1: (\lambda - 1)x + (3 - \kappa)\psi = -3$ και $\varepsilon_2: (\kappa - 1)x + \lambda\psi = 1$, $\kappa, \lambda \in \mathbb{R}$, τέμνονται στο σημείο $A(-2,1)$, όπως φαίνεται στο σχήμα.
Να υπολογίσετε τις τιμές των παραμέτρων κ και λ .



8. Να αποδείξετε την τριγωνομετρική ταυτότητα: $(\varepsilon\phi\theta + \tau\epsilon\mu\theta)^2 = \frac{1 + \eta\mu\theta}{1 - \eta\mu\theta}$

9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές τα σημεία: $A(-1,3)$, $B(5,3)$ και $\Gamma(13,7)$
Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AD .

10. Δίνεται η εξίσωση: $(\mu^2 - 9)x = \mu^2 - \mu - 12$, $\mu \in \mathbb{R}$

Να βρείτε:

- α) για ποια τιμή του μ η εξίσωση έχει άπειρες λύσεις
β) ποια είναι η θέση της ευθείας $\psi = (\mu^2 - 9)x - (\mu^2 - \mu - 12)$
ως προς τον άξονα των x , αν: i) $\mu = -3$
ii) $\mu = 0$

11. Δίνονται τα κλάσματα:

$$A = \frac{\sqrt{\alpha - \beta}}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}} \quad \text{και} \quad B = \frac{\sqrt{\alpha} - \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha} - \beta}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}^+, \quad \alpha > \beta$$

Να τα μετατρέψετε σε ισοδύναμα κλάσματα με ρητό παρονομαστή και

να αποδείξετε ότι $\frac{A}{B} = 1$.

12. Αν $3 < x < 4$ και $-8 < \psi < -2$, να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:
α) $x + \psi$
β) $x \cdot \psi$

13. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{\eta\mu(2\pi + \theta)\sigma\upsilon\nu(\frac{3\pi}{2} - \theta)\sigma\phi(\frac{\pi}{2} + \theta)}{\eta\mu(-\theta)\sigma\upsilon\nu(\theta - \pi)} \quad \text{και} \quad B = (\eta\mu^2\theta - \sigma\upsilon\nu^2\theta)^2 + 4\eta\mu^2\theta\sigma\upsilon\nu^2\theta$$

Να αποδείξετε ότι: $\frac{B}{A} = \sigma\phi^2\theta$

14. Σε αμβλυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 90^\circ + \hat{\Gamma}$, φέρουμε το ύψος AD .
Να αποδείξετε ότι: $(AD)^2 = (BD)(\Gamma D)$

15. Δίνεται η εξίσωση: $(\sin^2 \omega)x^2 - (2\eta\mu\omega)x + 1 = 0$, $\omega \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ με ρίζες πραγματικές και ίσες

α) Να αποδείξετε ότι: $\eta\mu^2 \omega = \frac{1}{2}$

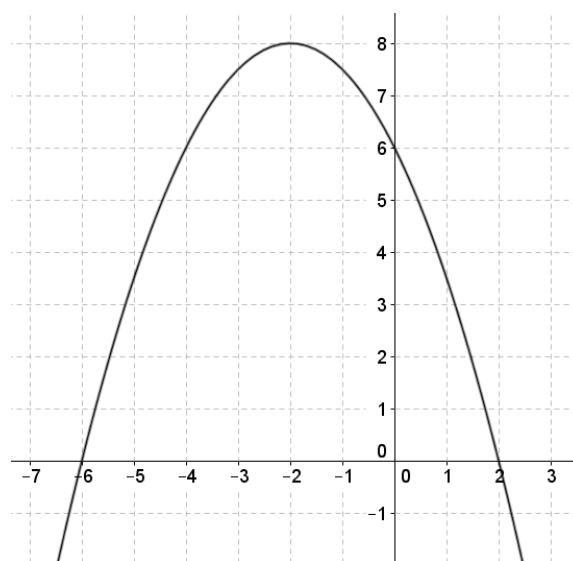
β) Να βρείτε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\sqrt{2}(\eta\mu\omega - \sigma\upsilon\nu\omega)}{2\epsilon\varphi\omega}$

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες (10/100).

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της

$f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$. Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης
β) το πρόσημο του a και της διακρίνουσας Δ
γ) τις λύσεις της εξίσωσης $f(x) = 0$
δ) τις τιμές των a , b και γ
ε) τις λύσεις της ανίσωσης $f(x) \leq 0$



2. Δίνεται κύκλος (K, R) . Από σημείο Σ εκτός του κύκλου φέρουμε την εφαπτομένη ΣA και την τέμνουσα $\Sigma B\Gamma$ του κύκλου. Αν M είναι το μέσο του μικρού τόξου $B\Gamma$ και Δ το σημείο τομής της $B\Gamma$ με την AM να αποδείξετε ότι: α) $(\Sigma A)^2 = (\Sigma B)(\Sigma \Gamma)$
β) $(\Delta A)(M\Gamma) = (A\Gamma)(\Delta B)$

3. Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 5x + 6}{(x-3)^2}}$

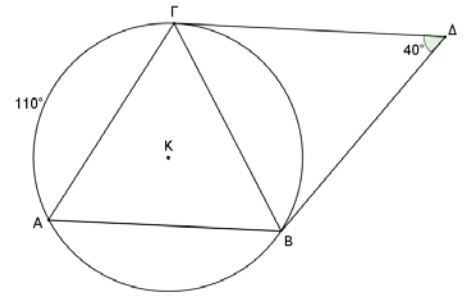
- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

β) Να αποδείξετε ότι: $f^2(x) \cdot \frac{(2x^2 - 7x + 3)}{x+3} = \frac{(x+2)(2x-1)}{x-3}$

4. Στο διπλανό σχήμα $\Gamma\Delta$ και ΔB είναι εφαπτομένες του κύκλου.
Το μέτρο του τόξου $A\Gamma$ είναι 110° και η γωνία $\Gamma\Delta B$ είναι ίση με 40° .

α) Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$
(να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας)

β) Η εξίσωση της εφαπτομένης $\Gamma\Delta$ είναι $\kappa x - \psi = -3$
και μια τυχαία ευθεία (ϵ) έχει εξίσωση $\kappa^2 x + 2\psi = \kappa + 6$.
Να βρείτε τις τιμές της παραμέτρου κ , $\kappa \in \mathbb{R}$, αν η (ϵ) :
i. είναι παράλληλη με την $\Gamma\Delta$
ii. ταυτίζεται με την ευθεία $\Gamma\Delta$
iii. έχει ένα κοινό σημείο με τη $\Gamma\Delta$



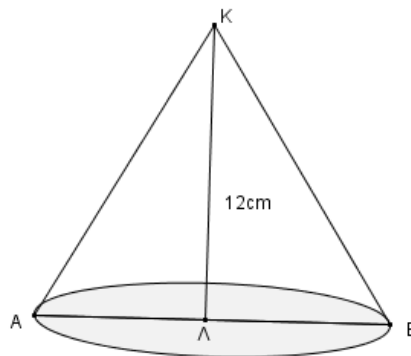
5. Δίνεται το σύστημα:

$$\begin{cases} x \sin \theta + \psi \cos \theta = 1 \\ x + 2\psi - 2\epsilon \theta = 0 \\ 2x = 3\psi \end{cases}$$

Να βρείτε τη γωνία θ , $90^\circ < \theta < 270^\circ$, αν γνωρίζετε ότι το σύστημα είναι συμβιβαστό.

6. Δίνεται κώνος με διάμετρο βάσης AB . Ο κύκλος έχει εξίσωση $x^2 + y^2 - 6y = 16$
και η εξίσωση της AB είναι $4x - 3y = -9$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και B .
β) Αν τα σημεία A και B είναι $(3, 7)$ και $(-3, -1)$ αντίστοιχα και το ύψος του κώνου είναι 12 cm :
i) να δείξετε ότι η ακτίνα του κώνου είναι 5 cm
ii) να βρείτε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας



Η Διευθύντρια

Σωτηρούλα Μενοίκου

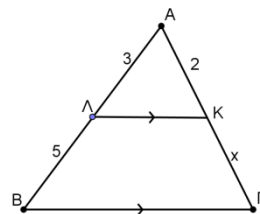
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: **Μαθηματικά Α' Λυκείου**Διάρκεια: **2,5 ώρες**Ημερομηνία: **26.05.2014****Οδηγίες:**

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
2. Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

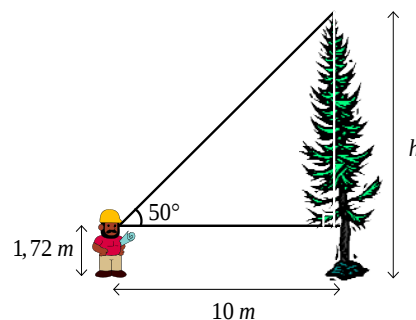
ΜΕΡΟΣ Α' : Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 12 από τις 15 ασκήσεις.Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει ρίζες $\chi_1 = -5$ και $\chi_2 = 7$.
2. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει όγκο 168m^3 . Αν οι διαστάσεις της βάσης του είναι 4m και 6m , να βρείτε το ύψος του.
3. Στο διπλανό σχήμα $ΛΚ \parallel ΒΓ$ και $ΑΛ=3\text{cm}$, $ΑΒ=5\text{cm}$, $ΑΚ=2\text{cm}$, $ΚΓ=\chi\text{cm}$. Να υπολογίσετε το χ .



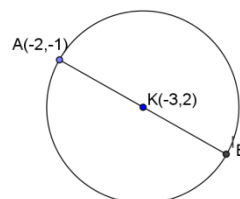
4. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{\chi + 5}{3 - \chi} > 0$.

5. Ένας άνθρωπος βρίσκεται σε απόσταση 10m από ένα δέντρο. Με ειδικό γωνιόμετρο υπολογίζει ότι παρατηρεί το δέντρο υπό γωνία 50° . Αν το ύψος του ανθρώπου είναι $1,72\text{m}$, πόσο είναι το ύψος, h , του δέντρου;



6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) και AB διάμετρος. Αν $K(-3, 2)$ και $A(-2, -1)$, να βρείτε:

- 1) το μήκος της ακτίνας,
- 2) τις συντεταγμένες του σημείου B .



7. α) Να μετατρέψετε το πιο κάτω κλάσμα σε ισοδύναμο με ρητό παρανομαστή.

$$\frac{4}{3 - \sqrt{5}}$$

- β) Να απλοποιήσετε την παράσταση, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

$$\sqrt{53 - \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}} =$$

8. Ο βαθμός ενός μαθητή στα Μαθηματικά στο πρώτο τετράμηνο ήταν 15, στο δεύτερο τετράμηνο 14, και στις τελικές εξετάσεις έγραψε 13. Αν η βαρύτητα των τετραμήνων είναι 35% και των τελικών εξετάσεων 30%, να βρείτε το βαθμό του στα Μαθηματικά στο τέλος της χρονιάς.

9. Αν $2 < \chi < 5$ και $-3 < \psi < -1$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

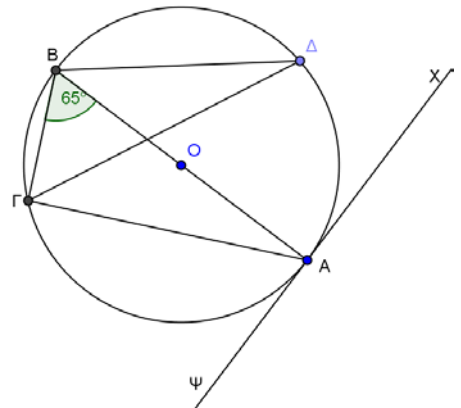
1) $3\chi + \psi$

β) $\frac{\psi}{\chi}$

10. Αν $\sin \omega = -\frac{4}{5}$ και $90^\circ < \omega < 180^\circ$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{8\epsilon\phi\omega + 6\sigma\tau\epsilon\mu\omega}{\eta\mu(90^\circ + \omega)}.$$

11. Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου και η ευθεία χΑψ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο A. Αν η γωνία $\widehat{AB\Gamma} = 65^\circ$, να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{\psi\hat{A}\Gamma}$, $\widehat{A\hat{\Gamma}B}$, $\widehat{\Gamma\hat{A}B}$ και $\widehat{B\hat{\Delta}\Gamma}$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



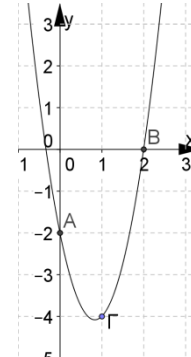
12. Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{3\chi^2 + \chi - 2}{\chi^2 + \chi}$

13. Το εμβαδόν της βάσης ενός κώνου είναι $144\pi \text{ m}^2$ και το ύψος του είναι ίσο με 5m. Να υπολογίσετε:

- 1) τον όγκο του,
- 2) τη γενέτειρα του,
- 3) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του.

14. Αν $\frac{\eta\mu(360^\circ + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ - \theta)}{\eta\mu(180^\circ + \theta) \cdot \eta\mu(360^\circ - \theta) + \epsilon\phi(90^\circ - \theta) \cdot \epsilon\phi(-\theta)} = \sqrt{3}$ και $0^\circ < \theta < 90^\circ$,
να βρείτε την γωνία θ .

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης: $f(x) = (κ+μ)x^2 + (μ+ν)x + κ - 4μ$, $κ \neq -μ$.
Να υπολογίσετε τις τιμές των $κ$, $μ$, $ν$.



ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Δίνεται η εξίσωση $μx^2 - 2(μ - 2)x - 3(μ + 1) = 0$, $μ \in \mathbb{R}$, $μ \neq 0$ με ρίζες x_1, x_2 .

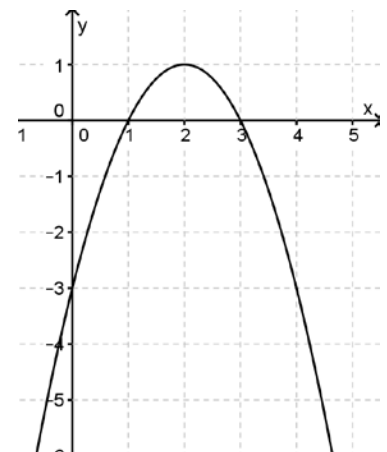
Να βρείτε τις τιμές του $μ$ για τις οποίες:

- 1) η εξίσωση έχει ρίζες αντίθετες,
- 2) η εξίσωση έχει ρίζα τον αριθμό 1,
- 3) ισχύει η σχέση: $S \cdot P^2 \leq 0$ (όπου S και P το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών αντίστοιχα).

2. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, $a \neq 0$.

Από το σχήμα να βρείτε:

- 1) το πρόσημο του a ,
- 2) το πρόσημο της διακρίνουσας, Δ , της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$,
- 3) τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής,
- 4) τις ρίζες της εξίσωσης: $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$,
- 5) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας,
- 6) το πεδίο τιμών της συνάρτησης,
- 7) τις τιμές του x για τις οποίες $f(x) > 0$,
- 8) το πρόσημο του κλάσματος $\frac{f(100)}{f(2)}$,
- 9) τις τιμές των a , b και γ .

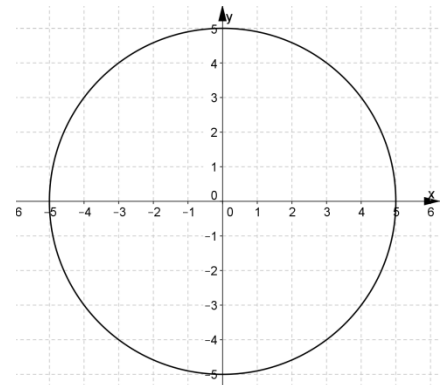


3. Δίνεται η ευθεία με εξίσωση $\psi = (\mu^2 - 9)\chi - (\mu^2 - 5\mu + 6)$.

- 1) Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου μ , $\mu \in \mathbb{R}$, η ευθεία τέμνει τον άξονα των τετμημένων σε ένα μόνο σημείο και να βρείτε την τετμημένη του σημείου αυτού.
- 2) Αν $\mu=3$, να βρείτε τη θέση της ευθείας ως προς τον άξονα των τετμημένων.
- 3) Να βρείτε για ποιες τιμές της παραμέτρου μ , $\mu \in \mathbb{R}$, η ευθεία σχηματίζει με τον θετικό ημιάξονα των χ γωνία 45° .
- 4) Αν $\mu=0$, να βρείτε το σημείο τομής της ευθείας με τον άξονα $\chi' \chi$.

4. α). Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} \psi = \chi^2 - 5 \\ \chi^2 + \psi^2 = 25 \end{cases}$$

β) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της καμπύλης $\chi^2 + \psi^2 = 25$. Στο ίδιο σύστημα αξόνων να κάνετε τη γραφική παράσταση της παραβολής $\psi = \chi^2 - 5$.



- γ) Ποια είναι τα σημεία τομής της παραβολής και του κύκλου;
- δ) Αν Α είναι το σημείο τομής των δύο καμπύλων με θετική τετμημένη και Β η κορυφή της παραβολής, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΑΒ.

5. Η ΑΒ είναι διάμετρος κύκλου και η ΑΓ χορδή του. Από τυχαίο σημείο Δ της ΑΓ φέρουμε την ΔΕ κάθετη στην ΑΒ (Ε σημείο της ΑΒ). Αν η εφαπτομένη του κύκλου στο Α τέμνει την προέκταση της ΒΓ στο σημείο Ζ, να δείξετε ότι:

- 1) $\hat{A}Z\Gamma \approx \hat{B}A\Gamma$
- 2) $(AE)(BZ) = (A\Delta)(AZ)$

6. Δίνεται η εξίσωση: $\epsilon\phi\theta \cdot \chi^2 - 2\epsilon\mu\theta \cdot \chi + \eta\mu\theta \cdot \epsilon\mu\theta = 0$, $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

- 1) Να βρείτε το είδος των ριζών της εξίσωσης.
- 2) Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει ρίζες αντίστροφες.
- 3) Αν $\sqrt{S^2 - 4P} = 2$, να υπολογίσετε τη γωνία θ . (όπου S και P το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών αντίστοιχα)

Οι Διδάσκοντες:

Η Συντονίστρια:

Η Διευθύντρια:

Κυπρούλα Μοσφίλη
Κώστας Σταματόπουλος
Ελένη Γεωργιάδου
Στέλλα Αγγελή

Θούλα Ιερείδου Β.Δ.

Κωνσταντία Καλογήρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ 2014

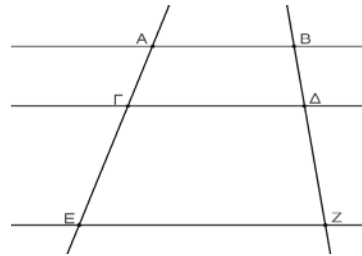
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Α' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23 /5/2014
ΩΡΑ: 7:45 π.μ
ΧΡΟΝΟΣ: 2:30'

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται το μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
δ) Μεταφέρετε τα σχήματα στο φύλλο των λύσεών σας.
ε) Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε το μήκος της ΒΔ αν
ΑΓ=5cm , ΑΕ=15cm και ΒΖ=12cm.



2. Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών :

$$3\chi + 2\psi = 1$$

$$2\chi - \psi = -4$$

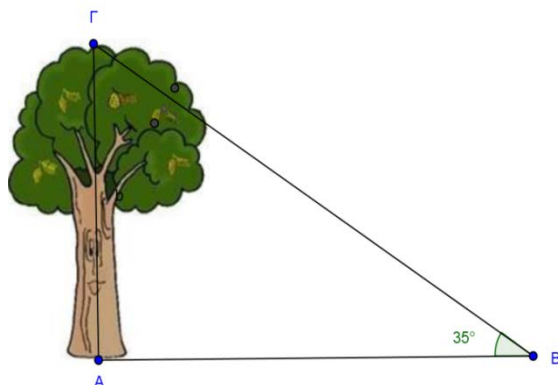
3. Να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες: $x_1 = 3 - \sqrt{5}$, $x_2 = 3 + \sqrt{5}$

4. Να δείξετε ότι: $\epsilon\phi\chi + \sigma\phi\chi = \frac{1}{\eta\mu\chi \cdot \sigma\upsilon\nu\chi}$.

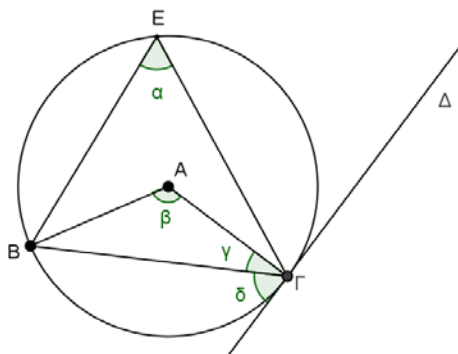
5. Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή .

6. Να λύσετε την ανίσωση : $3x^2 - x - 2 > 0$

7. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε το ύψος
του δέντρου αν ΑΒ=10m .



8. Στο πιο κάτω σχήμα η γωνία $\hat{\alpha} = 50^\circ$ και η $\Gamma\Delta$ είναι εφαπτομένη του κύκλου. Να βρεθούν οι γωνίες β , γ και δ .



9. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος 10 cm και πλευρά βάσης 12cm. Να υπολογίσετε : α) Το εμβαδόν παράπλευρης επιφάνειάς της. β) Το εμβαδόν ολικής επιφάνειάς της. γ) Τον όγκο της πυραμίδας.
10. Αν το πιο κάτω σύστημα είναι συμβιβαστό να βρείτε την τιμή της παραμέτρου κ .

$$2\chi + 5\psi = 9$$

$$3\chi + 2\psi = 8$$

$$2\kappa\chi + 3\psi = -1$$

11. Ο όγκος κυλίνδρου είναι ίσος με $54\pi \text{ cm}^3$. Αν το ύψος του είναι διπλάσιο της ακτίνας της βάσης του, να βρείτε το εμβαδό της ολικής επιφάνειάς του.

12. Αν $\eta\mu\theta = \frac{3}{5}$, $90^\circ < \theta < 180^\circ$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{10 \cdot \sigma\upsilon\nu\theta}{9 \cdot \sigma\phi\theta + 6 \cdot \sigma\tau\epsilon\mu\theta}$$

13. Αν $2 < \chi < 4$ και $-6 < \psi < -3$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις :

1) $\chi + \psi$

2) $\chi - 3\psi$

γ) $\frac{1}{\psi}$

14. α) Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις γραφικές παραστάσεις των παραβολών $y = x^2$, $y = x^2 + 2$ και $y = (x+3)^2$

β) Για κάθε μια από τις πιο πάνω παραβολές να γράψετε

- i) τις συντεταγμένες των κορυφών τους
- ii) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας τους
- iii) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών τους.

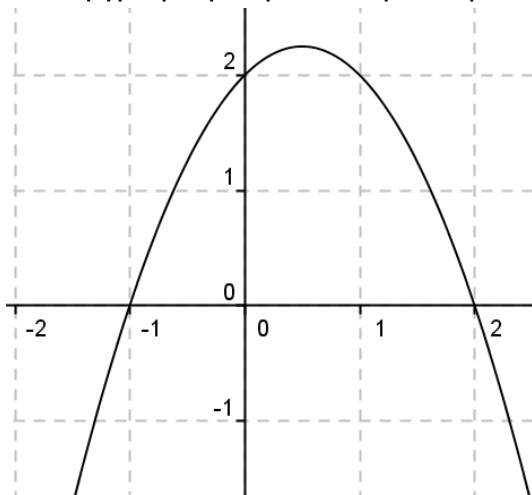
15. Σε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) φέρουμε το ύψος AD .

- 1) Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση $(AB)^2 = (BD)(B\Gamma)$
- 2) Αν $BD=9\text{cm}$ και $\Gamma D=16\text{ cm}$ να βρείτε το μήκος των AB , AD και $A\Gamma$.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση του τριωνύμου $f(x) = ax^2 + bx + c$ να βρείτε :



- 1) το πρόσημο της διακρίνουσας,
- 2) τις ρίζες της εξίσωσης,
- 3) την τιμή του c ,
- 4) το πρόσημο του a ,
- 5) το πρόσημο του $f(100)$,
- 6) την τιμή του $f(1)$,
- 7) τις τιμές του x ώστε $f(x) < 0$,
- 8) την τιμή του a ,
- 9) την τιμή του b ,
- 10) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας.

2. Δίνεται η εξίσωση : $x^2 + (2\lambda - 1)x + \lambda^2 - 4 = 0$

Για ποιες τιμές της παραμέτρου λ , $\lambda \in \mathbb{R}$, η εξίσωση έχει :

- 1) Μια ρίζα ίση με -3
- 2) Ρίζες αντίθετες .
- 3) Γινόμενο ριζών ίσο με 5 .
- 4) Ρίζες που να ικανοποιούν τη σχέση : $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq 0$.

3. Δίνεται η εξίσωση $(\mu^2 - 3\mu)x = \mu - 3$. Να βρείτε:

- 1) Για ποια τιμή του μ η εξίσωση είναι αόριστη.
- 2) Για ποια τιμή του μ η εξίσωση είναι αδύνατη.
- 3) Για ποιες τιμές του μ η εξίσωση έχει μόνο μια λύση και
- 4) Αν το $\mu=2$ ποια είναι η λύση της εξίσωσης.

4. Να δείξετε ότι :

$$1) \frac{\sin \chi}{1 - \eta \mu \chi} - \frac{\sin \chi}{1 + \eta \mu \chi} = 2 \epsilon \phi \chi$$

$$2) \frac{\eta \mu(180 - \theta) \cdot \sigma \phi(90 - \theta) \cdot \sigma \nu(-\theta)}{\epsilon \phi(180 - \theta) \cdot \sigma \phi \theta \cdot \eta \mu(-\theta)} = \eta \mu \theta$$

5. Δίνονται τα σημεία $A(9,0)$, $B(2,3)$, $\Gamma(4,-2)$.

- 1) Να βρείτε το μήκος της πλευράς AB του τριγώνου ABΓ.
- 2) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο
- 3) Να βρείτε την εξίσωση της διαμέσου AM.
- 4) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΓΔ.

6. α) Τρίγωνο ABΓ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο και Δ είναι το μέσο του τόξου ΒΓ.
Αν η ΑΔ τέμνει την πλευρά ΒΓ στο Ε, να αποδείξετε ότι:

$$(AB) \cdot (A\Gamma) = (A\Delta) \cdot (A\epsilon)$$

β) Να λύσετε την ανίσωση : $(x+2)^2(6-x)(x^2-6x+10) \leq 0$

Ο Διευθυντής

Γ. Ορφανίδης

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής

β) Να γράφετε μόνο με μελάνι (μπλε ή μαύρο). Τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού

ΜΕΡΟΣ Α

Από τις **15** ασκήσεις να λύσετε τις **12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες

1. Να λύσετε την εξίσωση: $8x^2 + 2x - 1 = 0$

2. Να λυθεί η ανίσωση: $x^2 + 2x - 15 \geq 0$

3. Ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 10 m, πλάτος 4 m και ύψος 5m. Να βρείτε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.

4. Να βρεθούν οι τιμές των ριζών:

(α) $\sqrt[3]{125} =$

(β) $\sqrt{16x^8} =$

5. Αν $\sin \omega = \frac{3}{5}$, $270^\circ < \omega < 360^\circ$, να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης:

$$A = 10.\eta\mu\omega + 9.\epsilon\phi\omega + 3.\tau\epsilon\mu\omega.$$

6. Δίνονται τα σημεία A(1,3) και B(2,-1). Να βρείτε τις συντεταγμένες του μέσου του ευθύγραμμου τμήματος AB.

7. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: (χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής)

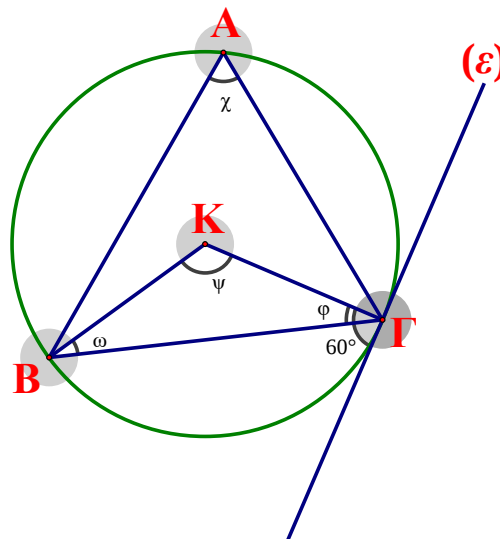
$$E = \frac{\eta\mu 210^{\circ} \cdot \sigma\upsilon\nu 315^{\circ}}{\eta\mu(-45^{\circ}) \cdot \epsilon\phi 135^{\circ}}$$

8. Αν η τιμή 14 έχει βαρύτητα 20%, η τιμή 16 έχει βαρύτητα 30% και η τιμή 19 έχει βαρύτητα 50% , να υπολογίσετε τη μέση τιμή των πιο πάνω τιμών.

9. Να απλοποιήσετε το παρακάτω κλάσμα:

$$\frac{3x^2 + 13x - 10}{x^2 - 25}$$

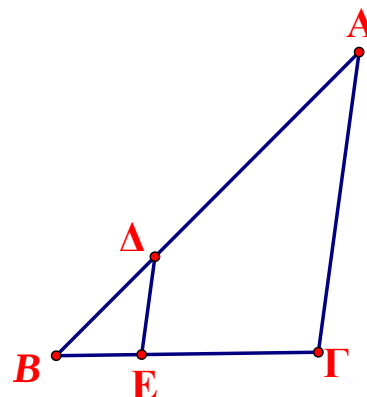
10. Στο διπλανό σχήμα η ευθεία (ε) είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο Γ. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\chi}$, $\hat{\psi}$, $\hat{\omega}$, $\hat{\phi}$



11. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} 2\chi + \psi = 1 \\ \chi^2 + \psi = 4 \end{cases}$$

12. Στο διπλανό σχήμα δίνονται $BD = 3 \text{ cm}$, $BE = 2 \text{ cm}$, $AD = 6 \text{ cm}$ και $EG = 4 \text{ cm}$. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle BDE$ και $\triangle BAG$ είναι όμοια.



13. Δίνεται κύλινδρος με εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $E_{\kappa} = 300\pi \text{ cm}^2$ και ύψος $u = 10 \text{ cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του .

$$\chi + \psi = -1$$

$$14. \text{ Να λύσετε το σύστημα } \psi + \omega = 4$$

$$\omega + \chi = 1$$

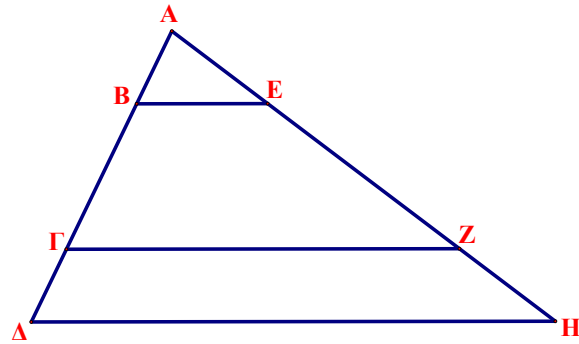
15. Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

$BE \parallel \Gamma Z \parallel \Delta H$, $AB = 2 \text{ cm}$,

$B\Delta = 6 \text{ cm}$, $AH = 12 \text{ cm}$ και

$EZ = 6 \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε τα μήκη των
τμημάτων $B\Gamma$, AE και $\Gamma\Delta$.



ΜΕΡΟΣ Β

Από τις **6** ασκήσεις να κάνετε τις **4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα **(10)** μονάδες

1. Τρίγωνο ΔEZ έχει κορυφές τα σημεία $\Delta(3,1)$, $E(2,0)$ και $Z(-2,-4)$.

(α) Να βρείτε την κλίση της πλευράς EZ .

(β) Να βρείτε την εξίσωση της πλευράς EZ .

(γ) Να βρείτε την εξίσωση του ύψους ΔH .

(δ) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου H .

2. Δίνεται η εξίσωση : $(\lambda + 1)\chi^2 - 3(\lambda - 2)\chi + 2\lambda - 5 = 0$.

Να υπολογίσετε το λ ώστε η εξίσωση να έχει :

(α) Ρίζες αντίθετες

(β) Ρίζες αντίστροφες

(γ) το διπλάσιο του αθροίσματος των ριζών να είναι ίσο με το γινόμενο τους.

3. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) φέρνουμε το ύψος AD και από το Δ φέρνουμε ΔE κάθετη στην AB . Να αποδειχθεί ότι :

(α) Τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $A\Delta\Gamma$ είναι όμοια.

(β) $(A\Delta)^2 = (A\Gamma) \cdot (\Delta E)$.

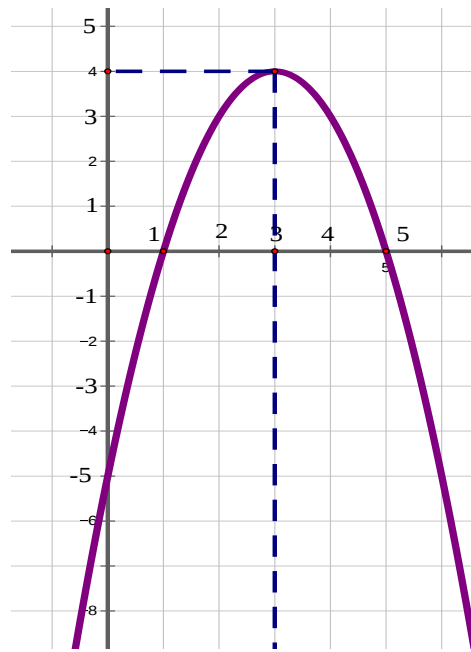
4. (α) Αν ισχύει η ισότητα $\frac{\eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(180^\circ + \theta)}{\eta\mu(90^\circ - \theta) \cdot \sigma\phi(90^\circ + \theta)} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ να υπολογίσετε την τιμή της γωνιάς θ , όπου $0^\circ < \theta < 90^\circ$.

(β) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $\varepsilon\phi\chi + \frac{\sigma\upsilon\nu\chi}{1 + \eta\mu\chi} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu\chi}$

5. Να λυθεί η ανίσωση $(\chi - 5)(\chi^2 - 4\chi + 4)(\chi^2 - 1)(-\chi^2 + 7\chi - 12) \leq 0$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, ($a \neq 0$). Με τη βοήθεια του σχήματος, να βρεθούν:

- (α) το πεδίο ορισμού της και το πεδίο τιμών της.
 (β) η εξίσωση του άξονα συμμετρίας της.
 (γ) η τιμή του γ και οι ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + bx + \gamma = 0$.
 (δ) οι συντεταγμένες της κορυφής.
 (ε) η τιμή του a και η τιμή του b .



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ιωσήφ Αντρέας



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Α'

Χρόνος: 2,5 ώρες

Ημερομηνία: 3 Ιουνίου 2014

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

Τα θέματα του εξεταστικού δοκιμίου είναι γραμμένα στις σελίδες 2-5.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, Α' και Β'.

ΜΕΡΟΣ Α' – Αποτελείται από δεκαπέντε (15) ερωτήσεις. Να απαντηθούν μόνο οι δώδεκα (12). Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

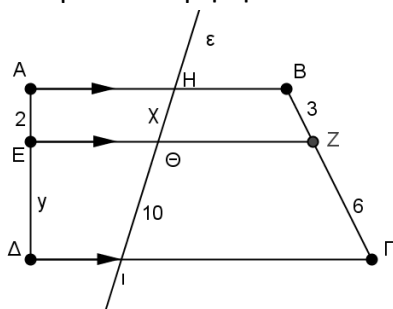
ΜΕΡΟΣ Β' – Αποτελείται από έξι (6) ερωτήσεις. Να απαντηθούν μόνο οι τέσσερις (4). Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Θα διορθώνονται οι πρώτες ερωτήσεις που ικανοποιούν το ζητούμενο αριθμό από κάθε μέρος. Οι υπόλοιπες θα αγνοούνται.

- Να γράφετε μόνο με πένα μαύρη ή μπλε.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου .
- Τα διαγράμματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στο φύλλο απαντήσεων.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις δεκαπέντε (15) ερωτήσεις να απαντηθούν μόνο οι δώδεκα (12).

- 1) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{3}{\sqrt{6}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.
- 2) Δίνεται κύβος με όγκο 27m^3 . Να βρείτε την ακμή της βάσης του.
- 3) Δίνονται κύκλοι με κέντρο (K, 6cm) και (N, χ). Η διάκεντρος KN= 13cm. Να υπολογίσετε την τιμή του χ ώστε οι κύκλοι να εφάπτονται εξωτερικά.
- 4) Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $3\chi^2 + 5\chi - 2 = 0$ για τις διάφορες τιμές του $\chi \in \mathbb{R}$.
- 5) Να υπολογίσετε τα μήκη $\text{H}\Theta = x$ και $\text{E}\Delta = y$ στο πιο κάτω σχήμα.

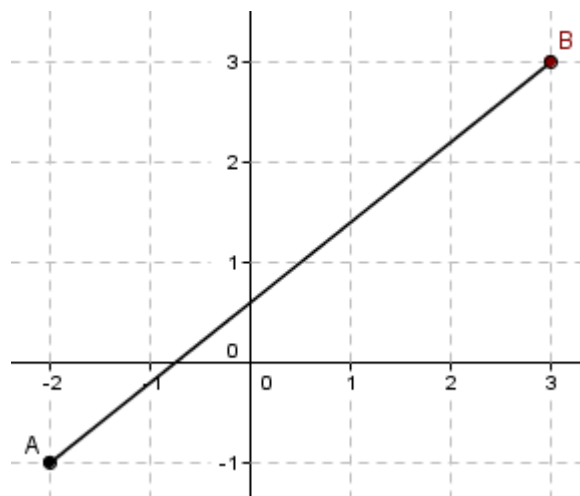


- 6) Αν $-5 < x < -3$ και $1 < y < 7$, να βρείτε ποιες τιμές παίρνει η παράσταση $x + y$.
- 7) Να βρείτε για ποια τιμή του κ η εξίσωση $(\kappa^2 - 4)\chi = \kappa + 2$ είναι αδύνατη.
- 8) Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{aligned} \chi + 2y - \omega &= -6 \\ -2\chi + y + 2\omega &= 2 \\ \chi - y + 2\omega &= 9 \end{aligned}$$

- 9) Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

- α) την απόσταση AB,
- β) τη γωνία που σχηματίζει η ευθεία AB με τον άξονα των τετμημένων (με ακρίβεια ακεραίου).



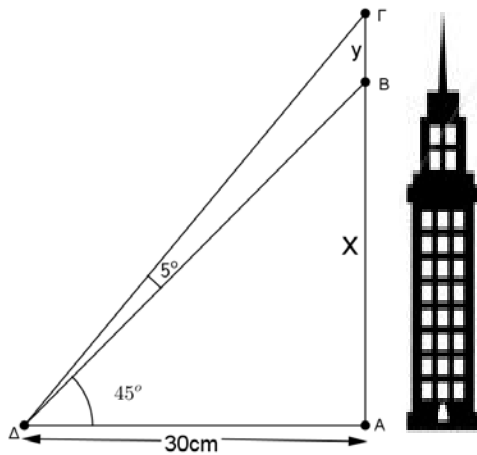
- 10) Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$. Φέρουμε τα ύψη $\text{A}\Delta$ και BE , τα οποία τέμνονται στο σημείο H. Να αποδείξετε τη σχέση $(\text{A}\text{H}) \cdot (\text{H}\Delta) = (\text{H}\text{E}) \cdot (\text{H}\text{B})$.

11) Η βαθμολογία στο μάθημα των μαθηματικών εξαρτάται από την συνολική επίδοση του μαθητή.
Δηλαδή:

- την συμμετοχή του, με βαρύτητα 30% ,
- τα απροειδοποίητα διαγωνίσματα 20% και
- τα προειδοποιημένα 50% .

Μαθητής έχει βαθμό συμμετοχής 17, στα δύο απροειδοποίητα διαγωνίσματα πήρε 10 και 16 και στα προειδοποιημένα 17 και 15. Τι βαθμό θα πάρει στο μάθημα των μαθηματικών το Α τετράμηνο;

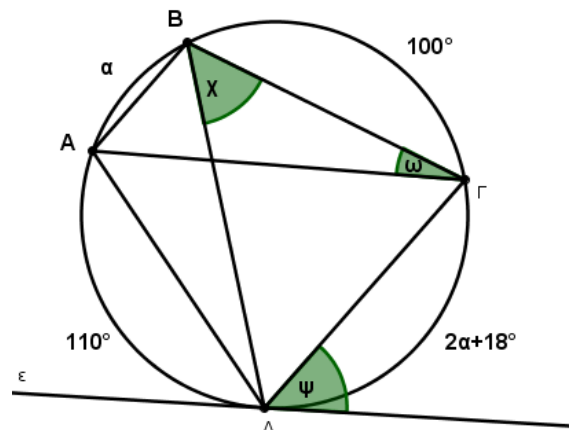
12) Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y στο πιο κάτω σχήμα (με ακρίβεια ακεραίου) που αντιστοιχούν στο ύψος του κτιρίου και στο ύψος του αλεξικέραυνου αντίστοιχα.



13) Με χρήση ταυτοτήτων να υπολογίσετε την τιμή της παράσταση $A = 26\eta\mu\theta + 15\sigma\phi\theta - 12\tau\epsilon\mu\theta$, αν

$$\epsilon\phi\theta = -\frac{5}{12} \text{ και } 270^\circ < \theta < 360^\circ.$$

14) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ευθεία που εφάπτεται του κύκλου στο Δ. Να βρείτε το μέτρο του τόξου α και τις άγνωστες γωνίες χ , ψ , ω .



15) Δίνεται η συνάρτηση $f(\chi) = -\chi^2 + 2(\mu - 2)\chi + \mu - 6$, $\mu \in \mathbb{R}$. Να βρείτε τις τιμές του μ , ώστε η γραφική παράσταση της $f(\chi)$ να έχει μέγιστη τιμή 2.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις έξι (6) ερωτήσεις να απαντηθούν μόνο οι τέσσερις (4).

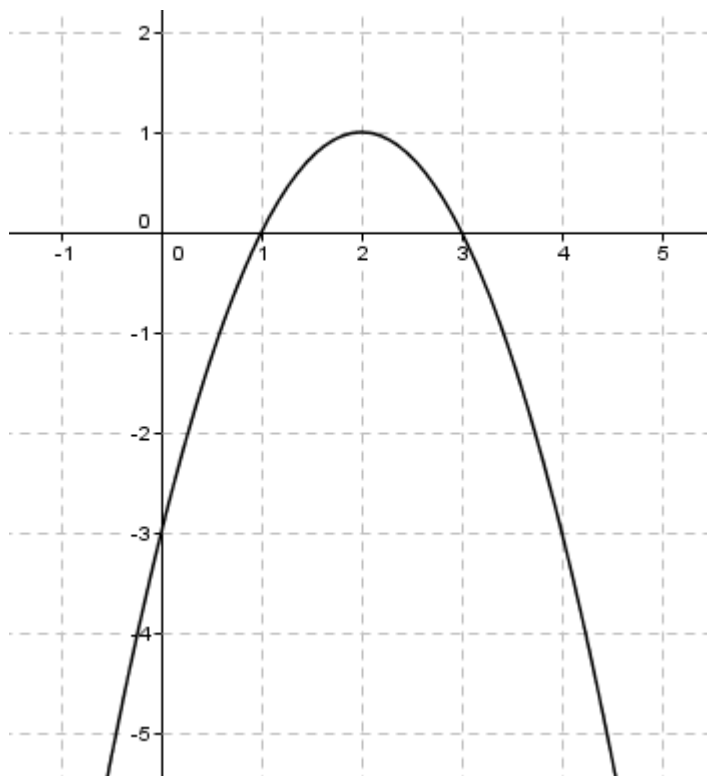
1) Να βρείτε την τιμή του $\kappa \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση $\chi^2 - (2\kappa - 1)\chi + \kappa^2 - 3 = 0$ να έχει:

- α) ρίζες αντίθετες,
- β) ρίζες αντίστροφες,
- γ) μια ρίζα τον αριθμό 0,
- δ) μια ρίζα διπλή.

2) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της $f(\chi) = \alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma$.

Να βρείτε:

- α) το πεδίο τιμών της,
- β) τις λύσεις της εξίσωσης $f(\chi) = 0$,
- γ) τις λύσεις της ανίσωσης $f(\chi) < 0$,
- δ) την τιμή του μέγιστου,
- ε) την τιμή της παράστασης $S - 2P + \Delta$.



3) α) Αν $\frac{\eta\mu(180^\circ + \omega) \cdot \epsilon\phi(270^\circ - \omega)}{\eta\mu(90^\circ - \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(360^\circ - \omega) - \eta\mu(-\omega) \cdot \sigma\upsilon\nu(90^\circ - \omega)} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ και $0^\circ < \omega < 90^\circ$, να βρείτε τη γωνία ω .

β) Αν $\chi = \sigma\upsilon\nu\omega$, $\gamma = \eta\mu\phi\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\zeta = \sigma\upsilon\nu\phi\eta\mu\omega$ να αποδείξετε ότι $\chi^2 - \gamma^2 + \zeta^2 = \sigma\upsilon\nu^2\phi$.

4) α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\gamma = \sqrt{\frac{\chi^2 - 3\chi + 2}{\chi(\chi^2 - 9)}}$

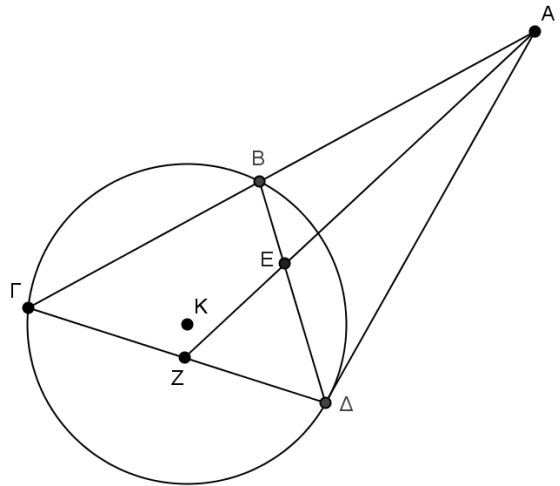
β) Αν χ_1, χ_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2\chi^2 - 5\chi + 8 = 0$, να κατασκευάσετε εξίσωση β' βαθμού που να έχει ρίζες $\rho_1 = \frac{1 + \chi_2}{\chi_1}$ και $\rho_2 = \frac{1 + \chi_1}{\chi_2}$.

5) Στο διπλανό σχήμα δίνονται:

- ΑΔ εφαπτομένη του κύκλου (Κ,Ρ),
- ΑΒΓ τέμνουσα του κύκλου και
- ΑΖ διχοτόμος της γωνίας $\widehat{\Gamma\Delta\Delta}$.

Να αποδείξετε ότι:

- α) τα τρίγωνα $\triangle A\Gamma\Delta$ και $\triangle A\Delta\Gamma$ είναι όμοια,
 β) $(A\Delta)^2 = (AB)(A\Gamma)$.



6) Να αποδείξετε ότι:

α) Αν $\alpha = \sqrt{4 + \sqrt{8 + \sqrt{15}}}$, $\beta = \sqrt{4 - \sqrt{8 + \sqrt{15}}}$ και $\gamma = \sqrt{8 + \sqrt{15}}$ τότε $\alpha\beta\gamma = 7$

β) Αν $x, y, z > 0$ τότε $\sqrt[3]{\frac{x^2}{yz}} + \sqrt[3]{\frac{y^2}{zx}} + \sqrt[3]{\frac{z^2}{yx}} = (x + y + z)(xyz)^{-\frac{1}{3}}$

Ο Διευθυντής

Αντρέας Λοΐζου

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράψετε μόνο με **μπλε ή μαύρο** μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο** τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες -5 και 8 .
2. Η επίδοση ενός μαθητή στα Μαθηματικά στο Α΄ τετράμηνο ήταν 14 και στο Β΄ τετράμηνο 16.
Αν στις τελικές εξετάσεις γράψει 13, ποιός θα είναι ο γενικός βαθμός του στα Μαθηματικά ,
δεδομένου ότι κάθε τετράμηνο έχει συντελεστή στάθμισης 35% και οι εξετάσεις 30% ;
3. Η κυρτή επιφάνεια κυλίνδρου είναι $40\pi \text{ cm}^2$ και η ακτίνα της βάσης του είναι 5cm.
Να υπολογίσετε τον όγκο του κυλίνδρου.
4. Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - 5x + 4 = 0$, με ρίζες x_1 και x_2 . Χωρίς να την λύσετε , να βρείτε την τιμή των παραστάσεων:

α) $x_1 + x_2$

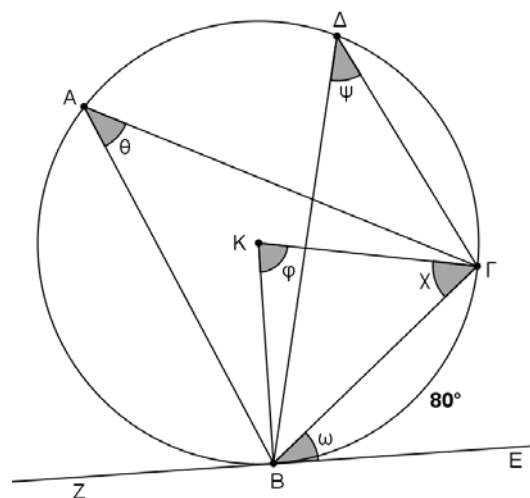
β) $x_1 \cdot x_2$

γ) $4x_1 - x_1 \cdot x_2 + 4x_2$

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: ΕΒΖ εφαπτομένη του κύκλου (Κ,Ρ) στο Β και το τόξο ΒΓ = 80° .

Να υπολογίσετε τις γωνίες : $\varphi, \chi, \psi, \theta, \omega$.

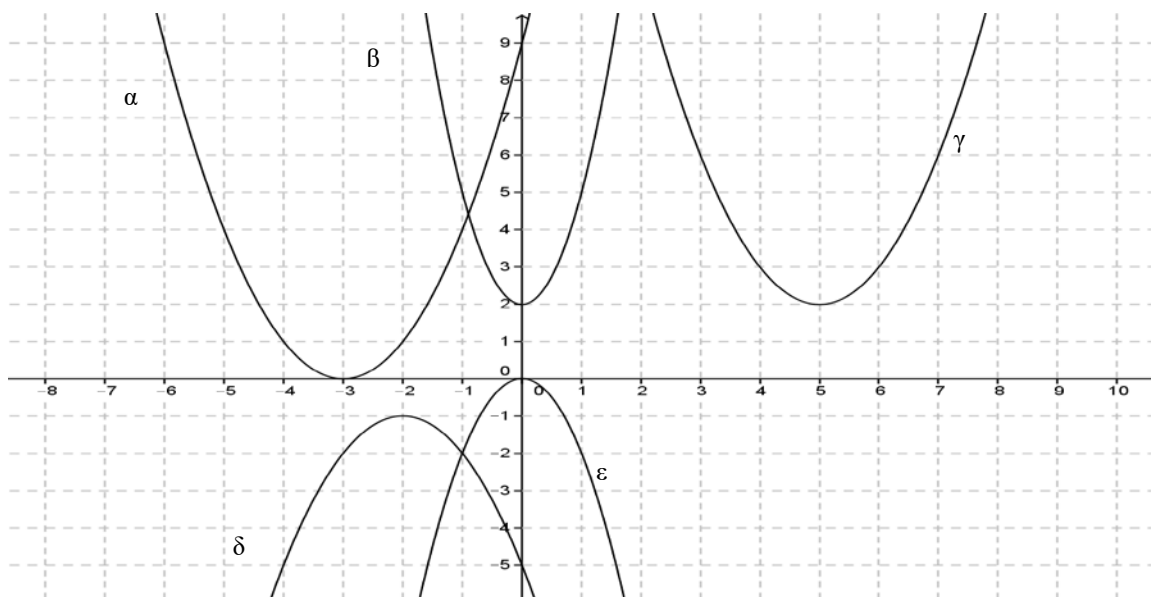
(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



6. Δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

u) $y = -2x^2$ ii) $y = 3x^2 + 2$ iii) $y = -(x+2)^2 - 1$ iv) $y = (x+3)^2$ v) $y = x^2 - 10x + 27$.

Να αντιστοιχίσετε σε κάθε τύπο μια μόνο γραφική παράσταση.



7. Χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής

α) να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \sqrt[3]{27} + \sqrt{50} : \sqrt{2} - \sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{4}$

β) να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{11}{4-\sqrt{5}}$ σε ισοδύναμο με ρητό παρονομαστή.

8. Αν το σύστημα:
$$\left. \begin{array}{l} \psi - x = 1 \\ 3\psi + 2x = 8 \\ \kappa^2 x + 2\kappa\psi = 5 \end{array} \right\} \text{είναι συμβιβάσιμο, να βρείτε τις τιμές του } \kappa.$$

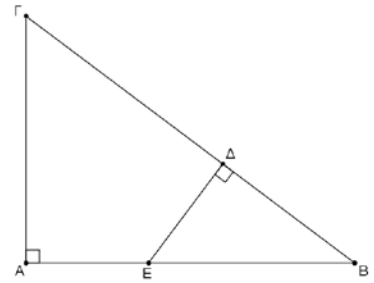
9. Αν $4 < \alpha < 7$ και $-3 < \beta < -1$ να υπολογίσετε την τιμή κάθε παράστασης:

1) $2a + \beta$
 2) $\frac{a}{\beta}$

10. Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\frac{\eta\mu\chi}{1-\sigma\nu\chi\chi}-\sigma\tau\epsilon\mu\chi=\sigma\varphi\chi$

11. Να υπολογίσετε το $\lambda \in R$ ώστε οι ευθείες $y = \lambda^2 x - 2$
 $4x - y = \lambda^2 - \lambda$ να συμπίπτουν.

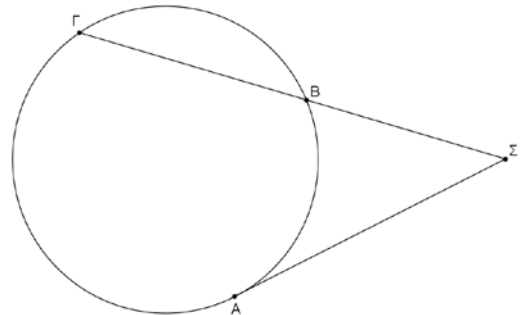
12. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AG=6\text{cm}$, $B\Gamma=10\text{cm}$ και $ED \perp B\Gamma$.
- α) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\sin\Gamma$ και $\epsilon\phi\Gamma$.
- β) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $EB\Delta$ είναι όμοια.
- γ) Αν $\Delta E=3\text{cm}$, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς BE .



13. Αν $\sin\omega = \frac{3}{5}$ και $270^\circ < \omega < 360^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{6\sigma\phi(270^\circ - \omega) - 5\eta\mu(180^\circ + \omega)}{8\epsilon\phi(90^\circ - \omega) + 4\sigma\tau\epsilon\mu(-\omega)}$$

14. Στο διπλανό σχήμα η ΣA είναι εφαπτομένη του κύκλου (K, R) . Αν B είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $\Sigma\Gamma$ με $\Gamma(-2, -6)$ και $\Sigma(4, 2)$, να αποδείξετε ότι $(\Sigma A) = 5\sqrt{2}\text{cm}$.

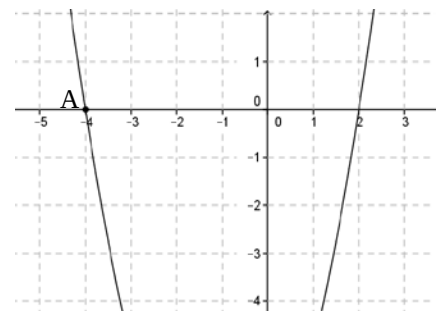


15. α) Να λύσετε την εξίσωση: $x^4 + 3x^2 - 4 = 0$

β) Να λύσετε τη ανίσωση:
$$\frac{(x^4 + 3x^2 - 4) \cdot (1 - x) \cdot (3x^2 + 1)}{x + 3} \leq 0$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.
Από τη γραφική παράσταση να βρείτε:



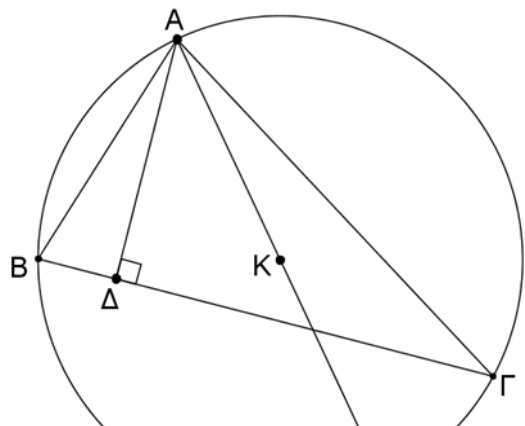
- (α) το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της
- (β) το πρόσημο του α
- (γ) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας
- (δ) τις συντεταγμένες και το είδος της κορυφής
- (ε) τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$
- (στ) τις τιμές των α, β, γ
- (ζ) την εξίσωση της ευθείας που περνά από το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ και σχηματίζει γωνία 45° και τον άξονα των χ.

2. α) (ι) Δίνεται η εξίσωση $(\alpha^2 - 3\alpha)x = 2\alpha - 6$. Για ποια τιμή του α η εξίσωση είναι αδύνατη;
 (ιι) Η ευθεία $y = (\alpha^2 - 3\alpha)x - 2\alpha + 6$ συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων. Να βρείτε την τιμή του α.
 β) Για ποιες τιμές του x η παράσταση $B = 8 - 3x$ είναι :
 (i) από -1 μέχρι 12
 (ii) τουλάχιστον 17.

3. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - (\lambda - 3)x + 3\lambda - 2 = 0$ με ρίζες τους αριθμούς x_1 και x_2 . Να βρείτε τις πραγματικές τιμές της παραμέτρου λ ώστε η πιο πάνω εξίσωση να έχει:
 α) Μία ρίζα της τον αριθμό -3
 β) Ρίζες αντίστροφες
 γ) Ρίζες πραγματικές
 δ) Αν $\lambda = 2$, να σχηματίσετε εξίσωση β' βαθμού με ρίζες $\rho_1 = \frac{x_1}{x_2}$ και $\rho_2 = \frac{x_2}{x_1}$.

4. Το άθροισμα των διαστάσεων ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι 14cm. Το μήκος του είναι διπλάσιο από το πλάτος του και το ύψος είναι κατά 2cm μικρότερο από το πλάτος του.
 α) Να υπολογίσετε τις διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.
 β) Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.
 γ) Να βρείτε την ακμή κύβου που έχει τον ίδιο όγκο με το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο.

5. Στο διπλανό σχήμα η ΑΕ είναι διάμετρος του κύκλου (Κ, R), ΑΔ ύψος του τριγώνου ΑΒΓ και Μ μέσο του τόξου ΒΕΓ.
 Να αποδείξετε ότι:
 α) το τρίγωνο ΒΜΓ είναι ισοσκελές.
 β) $(ΑΓ) \cdot (ΒΔ) = (ΓΕ) \cdot (ΑΔ)$
 γ) ΑΜ διχοτόμος της γωνίας ΔΑΕ.



6.α) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\eta\mu\alpha\left(\sigma\varphi\alpha - \frac{\varepsilon\varphi\alpha}{1+\varepsilon\varphi^2\alpha}\right) = \sigma\upsilon\nu^3\alpha$

β) Αν $\sqrt{4\eta\mu^2\theta + 3} - 1 = 2\eta\mu\theta$, να βρείτε την τιμή της γωνίας θ με $0^\circ < \theta < 90^\circ$

ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:

Χατζηγιάννη Αγγέλα (Β.Δ.Α΄)

Καραολιά Κυπρούλα (Β.Δ.)

Δημητρίου Νίκος

Παπαφιλίππου Παναγιώτα

Πιτσιλλίδης Χaráλαμπος

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Χ. Καραμανώλης



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 04 / 06 / 2014

ΤΑΞΗ: Α΄ Ενιαίου Λυκείου

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30΄ ώρες

ΩΡΑ: 7:45΄ - 10:15΄

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- (α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.
(β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
(γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
(δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
(ε) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσης τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης τους δε θα λαμβάνονται υπόψη.
(στ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες $x_1 = -3$ και $x_2 = 7$.
2. Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας κύβου είναι 96 cm^2 . Να υπολογίσετε τον όγκο του.
3. Το σύστημα
$$\begin{cases} x + \lambda = 6 \\ 2x + 3\lambda = 16 \\ \frac{x}{\lambda} - \lambda = -2 \end{cases}$$
 είναι συμβιβαστό. Να αποδείξετε ότι: $\kappa = 2\lambda - 1$.
4. Να δείξετε ότι: $\frac{1}{\omega\theta\delta + \beta\theta\delta} = \frac{\omega\theta\delta}{\omega\theta\delta + \beta\theta\delta}$.
5. Ο βαθμός στο μάθημα της Ιστορίας ενός μαθητή της Α΄ Λυκείου το Α΄ τετράμηνο ήταν 13, το Β΄ τετράμηνο ήταν 12 και στις τελικές γραπτές εξετάσεις ο μαθητής βαθμολογήθηκε με 9. Να βρείτε το μέσο όρο του στο μάθημα της Ιστορίας εάν γνωρίζετε ότι το κάθε τετράμηνο λαμβάνει βαρύτητα 35% και οι τελικές γραπτές εξετάσεις λαμβάνουν το 30% της συνολικής βαθμολογίας.
6. Αν x_1, x_2 είναι οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - 5x - 3 = 0$, χωρίς να τη λύσετε να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή των παραστάσεων:

(α) $\Delta = 4x_1^2x_2 + 4x_1x_2^2$

και

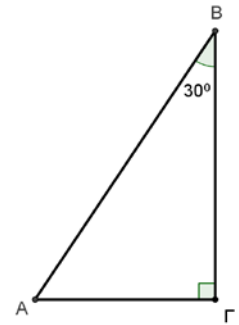
(β) $B = \frac{2}{x_1} + \frac{2}{x_2}$.

7. Αν $\alpha = -\frac{3}{5}$ και $180^\circ < \alpha < 270^\circ$, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της

παράστασης : $\alpha = \frac{15}{\alpha + 4} - \frac{5}{\alpha}$.

8. Δίνεται κύκλος με κέντρο $K(2, 2)$. Αν $B(1, 5)$ είναι σημείο του κύκλου, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο B .

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$, και $\alpha = 2\sqrt{3}$ cm. Να βρείτε την περίμετρο του τριγώνου $AB\Gamma$.

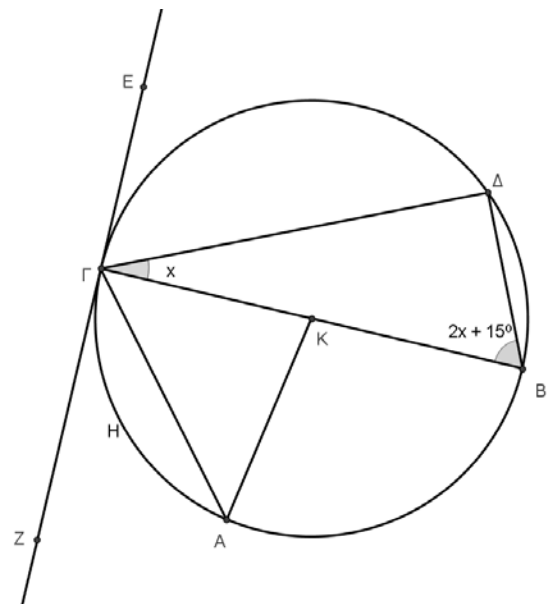


10. Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} x - \alpha = -1 \\ x^2 - \alpha x + \alpha = 7 \end{cases}$$

11. Από την κορυφή A του παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ φέρουμε ευθεία (ϵ) που τέμνει την $B\Gamma$ στο E και την προέκταση της $\Delta\Gamma$ στο Z . Να δείξετε ότι: $(BE)(\Delta Z) = (AB)(A\Delta)$.

12. Αν $3 < x < 4$ και $-2 < \alpha < -1$ να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις : $A = x + \alpha$ και $B = 5x_\alpha$.

13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (K, R) , $\hat{A} = x$ και $\hat{B} = 2x + 15^\circ$. Η ευθεία EZ είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο του Γ και το τόξο $A\Gamma$ έχει μέτρο 80° . Να βρείτε τις γωνίες $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

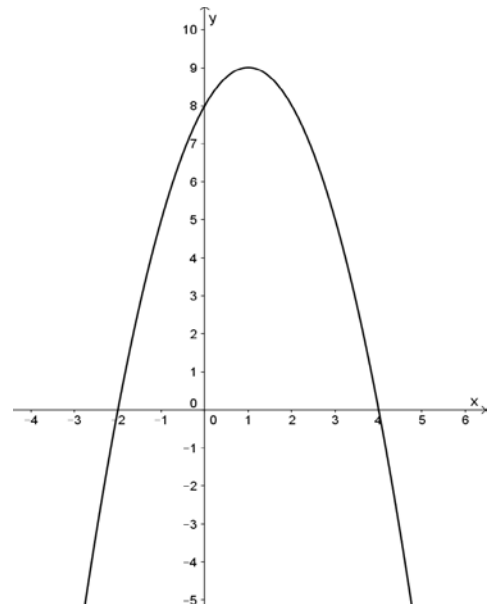


14. Να λύσετε την ανίσωση:
$$\frac{(x-1)^2(9-x)}{(x^2-9)(x^2+1)} \geq 0.$$

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης με τύπο $f(x) = \alpha x^2 + \frac{\omega}{x} + \gamma$, με $\alpha \neq 0$.

Δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας, να βρείτε:

- (α) Το πεδίο τιμών της $f(x)$.
- (β) Το πρόσημο του α και την τιμή του γ .
- (γ) Το πρόσημο της διακρίνουσας της εξίσωσης $f(x)=0$.
- (δ) Τις συντεταγμένες της κορυφής της παραβολής.
- (ε) Τις τιμές του x , για τις οποίες $f(x) \leq 0$.



ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (2\mu - 2)x + \mu - 1 = 0$. Να βρείτε τις πραγματικές τιμές του μ για τις οποίες η εξίσωση έχει:
 - (α) Ρίζες αντίστροφες.
 - (β) Το άθροισμα των ριζών της από το 3 μέχρι και το 8.
 - (γ) Δύο ρίζες πραγματικές και ίσες.
2. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με κορυφές Α(-2,3), Β(4,5) και Γ(3,8).
 - (α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο στο Β.
 - (β) Να βρείτε το μήκος της υποτείνουσας ΑΓ.
 - (γ) Την εξίσωση της διαμέσου ΓΜ.
 - (δ) Τις πραγματικές τιμές του μ και του ν , ώστε η ευθεία (ε_2) : $\psi = (\mu^2 - \mu)x + \nu - 1$, να είναι παράλληλη με τη διάμεσο ΓΜ του τριγώνου ΑΒΓ.
3. Από σημείο Ο εκτός του κύκλου (Κ, R) φέρουμε την εφαπτόμενη ΟΑ και την τέμνουσα ΟΒΓ. Η τέμνουσα ΟΒΓ δεν περνά από το κέντρο του κύκλου και $(OB) < (OG)$. Να αποδείξετε ότι :
 - (α) Τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΑΟΓ είναι όμοια και
 - (β) $\frac{(\text{OA})^2}{(\text{OB})^2} = \frac{\text{OA}}{\text{OG}}$.

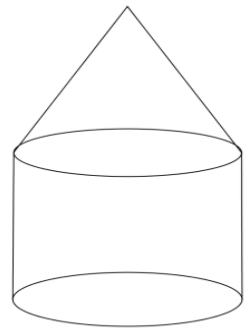
4. (α) Να δείξετε ότι: $\frac{\sin(90^\circ - x)}{1 - \sin(-x)} + \frac{1 + \sin(180^\circ + x)}{\eta\mu(180^\circ - x)} = 2 \sigma\tau\epsilon\mu x$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση: $\sqrt[3]{(x+1)^2} + 2 = 3$.

5. (α) Να λύσετε και να διερευνήσετε την εξίσωση: $\sqrt[3]{x} + 4(\sqrt[3]{-x}) = 2 + \sqrt[3]{5}$ για τις διάφορες πραγματικές τιμές της παραμέτρου λ.

(β) Να βρείτε για ποια πραγματική τιμή του κ η ευθεία (ε): $\exists = \left(\frac{x}{2} + \right) + +$ συμπίπτει με τον άξονα των τετμημένων.

6. (α) Στο διπλανό σχήμα το ύψος του κυλίνδρου είναι 8 cm και το ύψος του κώνου είναι 8 cm. Αν ο όγκος του στερεού είναι $384\pi \text{ cm}^3$, να βρείτε την ακτίνα του κυλίνδρου και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού.



(β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{\sqrt[3]{38} - 14 + 8}{\sqrt[3]{38} - 14 - 2\sqrt[3]{5}}$

ΤΕΛΟΣ

Ο Διευθυντής

Σόλων Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Α Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 12 / 06 / 2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από πέντε (5) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

- 1) Να σχηματίσετε εξίσωση δευτέρου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς -5 και 3 .
- 2) Να λύσετε την ανίσωση : $x^2 - 9 \leq 0$
- 3) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 5x - 3 = 0$ με ρίζες x_1, x_2 . Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων:
 - i) $x_1 + x_2 =$
 - ii) $x_1 \cdot x_2 =$
 - iii) $(3x_1 - 1) \cdot (3x_2 - 1) =$
- 4) Να αποδείξετε την ταυτότητα : $\eta\mu^2 \omega \cdot \sigma\varphi^2 \omega + \frac{1}{\sigma\tau\epsilon\mu^2 \omega} = 1$.
- 5) Δίνονται οι παραστάσεις $A = \sqrt[3]{5 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{5 + \sqrt{17}} - \sqrt{3}$ και $B = 2 + \sqrt{3}$.
Να δείξετε ότι :
 - i) $A = 2 - \sqrt{3}$
 - ii) $\frac{A}{B} = 7 - 4\sqrt{3}$

6) Δίνονται τα σημεία $K(7, 1)$ και $\Lambda(-1, 3)$. Να βρείτε την εξίσωση ευθείας η οποία διέρχεται από το μέσο M του ευθυγράμμου τμήματος $K\Lambda$ και σχηματίζει γωνία 45° με τον θετικό ημιάξονα των τετμημένων.

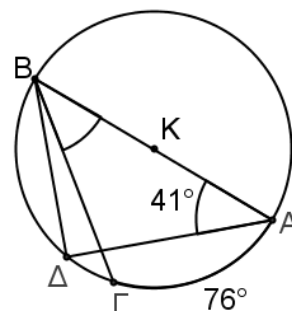
7) Η μητέρα του Νέαρχου, ενός μαθητή A' λυκείου, τον ρώτησε τι βαθμούς πήρε στα Μαθηματικά, στα Νέα Ελληνικά και στην Φυσική το β' τετράμηνο. Της απάντησε ως εξής: Το άθροισμα των βαθμών μου στα Νέα και στα Μαθηματικά είναι 34, στα Μαθηματικά και στη Φυσική είναι 37, στη Φυσική και στα Νέα είναι 33. Να βρείτε τους βαθμούς του Νέαρχου στα τρία αυτά μαθήματα.

8) Δίνεται η παραβολή $f(x) = (\mu - 3)x^2 + \mu x$, $\mu \in \mathbb{R}$.

i) Να βρείτε τις τιμές του μ ώστε η παραβολή να παρουσιάζει ελάχιστο.

ii) Αν $\mu = 6$, να βρείτε τον άξονα συμμετρίας και την κορυφή της παραβολής.

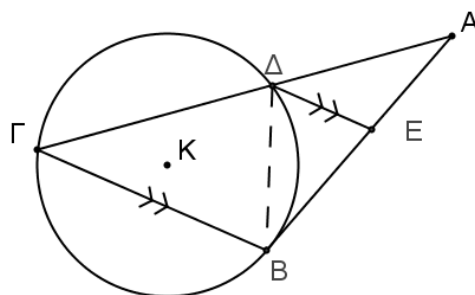
9) Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου, το τόξο $\widehat{AG}$ είναι 76° και η γωνία $\widehat{B\Delta A} = 41^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\widehat{AB\Gamma}$, $\widehat{A\Delta B}$ και το μέτρο του τόξου $\widehat{B\Delta}$.



10) Στο διπλανό σχήμα, η AB είναι εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο B και $\Delta E \parallel B\Gamma$. Να αποδείξετε ότι :

i) τα τρίγωνα $\triangle A\Delta\Gamma$ και $\triangle A\Delta B$ είναι όμοια

ii) $(A\Delta)^2 = (AB) \cdot (AE)$



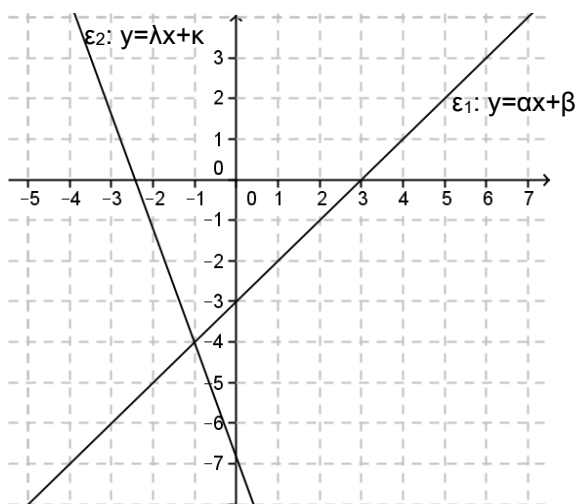
- 11) Στο διπλανό σχήμα, δίνονται οι γραφικές παραστάσεις των $(\varepsilon_1): y = ax + \beta$ και $(\varepsilon_2): y = \lambda x + \kappa$.

Να βρείτε δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας :

i) τη λύση της εξίσωσης $ax + \beta = 0$

ii) τη λύση του συστήματος

$$\begin{cases} y = ax + \beta \\ y = \lambda x + \kappa \end{cases}$$



- 12) Αν $2 < x < 5$ και $-4 < y < -3$, να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών βρίσκονται οι παραστάσεις:

i) $A = x + y$

ii) $B = -y$

iii) $\Gamma = x \cdot y$

- 13) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{5}{13}$ και $180^\circ < \theta < 270^\circ$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

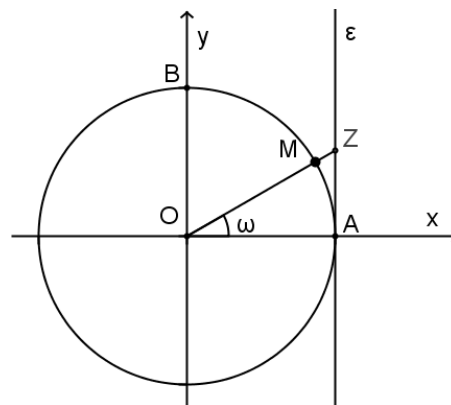
$$A = \frac{24 \cdot \varepsilon\varphi\theta + 12 \cdot \tau\epsilon\mu\theta}{13 \cdot \eta\mu\theta}$$

- 14) Δίνεται ο τριγωνομετρικός κύκλος και (ε) η εφαπτομένη του κύκλου στο A . Αν $M\left(a, \frac{1}{2}\right)$ είναι σημείο του τριγωνομετρικού κύκλου, να βρείτε:

i) τη γωνία ω

ii) την τιμή του a

iii) τις συντεταγμένες του σημείου Z



- 15) Ο Γιώργος είχε τριπλάσια χρήματα από τον Κώστα. Σε μια αγορά του, ξόδεψε 24 ευρώ και τώρα έχει λιγότερα χρήματα από τον Κώστα. Αν τα χρήματα του Κώστα είναι x ευρώ, να δείξετε ότι : $x \in [8, 12)$

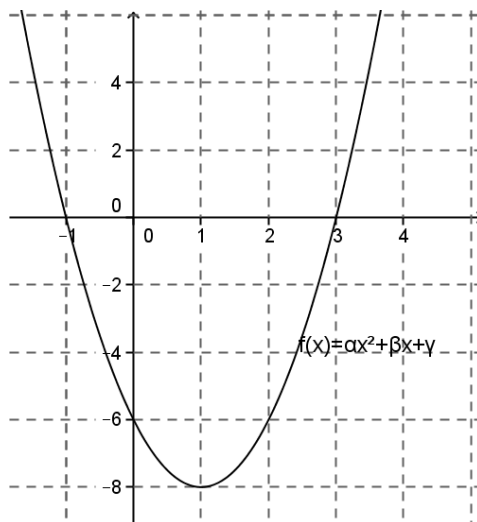
ΜΕΡΟΣ Β

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **ΜΟΝΟ** τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1) Στο διπλανό σχήμα, δίνεται η γραφική παράσταση της παραβολής $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$.

Από την γραφική παράσταση της παραβολής, να βρείτε :

- i) το πεδίο ορισμού της (Π.Ο.)
- ii) το πεδίο τιμών της (Π.Τ.)
- iii) το πρόσημο του a
- iv) τις συντεταγμένες της κορυφής της
- v) την εξίσωση του άξονα συμμετρίας της
- vi) τις ρίζες της εξίσωσης : $f(x) = 0$
- vii) τις λύσεις της ανίσωσης : $f(x) \leq 0$
- viii) τις τιμές των a, β, γ



2) i) Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{(x^2 - 3x - 4) \cdot (x^2 - 16)}{(x^2 - 12x + 27)} \geq 0$

ii) Με βάση το αποτέλεσμα του ερωτήματος (i) , ή με οποιοδήποτε άλλο τρόπο, να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης με τύπο:

$$f(x) = \sqrt{\left(x - \frac{4}{x-3}\right) \cdot \left(x - \frac{16-9x}{x-9}\right)}$$

3) Δίνονται οι κύκλοι $K(A, a)$ και $\Lambda(B, \beta)$ με κέντρα τα σημεία $A(7, -4)$ και $B(-1, 2)$.

Οι ακτίνες τους a και β είναι οι τιμές για τις οποίες το σύστημα :

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x - 2y = 12 \\ 2ax - \beta y + \beta = 40 \end{cases}$$

είναι συμβιβαστό.

- i) Να δείξετε ότι $a + \beta = 10$
- ii) Να βρείτε την θέση των δύο κύκλων.

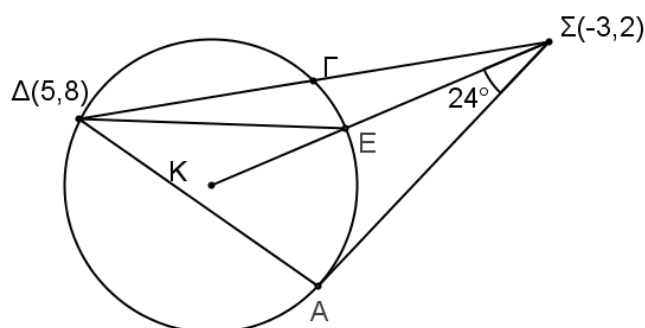
4) i) Να υπολογίσετε την τιμή του $\sin \theta$ αν ισχύει :

$$\frac{\eta\mu(180^\circ - \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(270^\circ + \theta) - \sigma\tau\epsilon\mu(180^\circ + \theta) \cdot \eta\mu(-\theta)}{\epsilon\varphi(180^\circ + \theta) \cdot \eta\mu(270^\circ - \theta) \cdot \sigma\varphi(360^\circ - \theta)} = \frac{3}{4} \quad \mu\epsilon \quad 90^\circ < \theta < 180^\circ$$

ii) Αν $\sin \theta = -\frac{3}{4}$, να δείξετε ότι η εξίσωση $3x^2 + (16\eta\mu^2 \theta - 7)x + 3\sigma\varphi \theta = 0$ έχει ρίζες αντίθετες.

5) Δίνεται κύκλος (K, R) και σημείο Σ εκτός αυτού. Φέρουμε την εφαπτομένη ΣA και την τέμνουσα $\Sigma \Gamma \Delta$ του κύκλου. Αν οι συντεταγμένες των σημείων Σ και Δ είναι $\Sigma(-3, 2)$ και $\Delta(5, 8)$, Γ μέσο της $\Sigma \Delta$ και η γωνία $\widehat{A \Sigma K} = 24^\circ$, να βρείτε:

- τις συντεταγμένες του σημείου Γ
- τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων $\Sigma \Delta$ και $\Sigma \Gamma$
- το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος ΣA
- την γωνία $\widehat{A \Delta E}$



6) Δίνονται οι παραβολές $f(x) = 2(x - \lambda - 2\mu)^2 + 11$ και $g(x) = -x^2 + 10x + \lambda^2 - 3\mu - 9$ με $\mu, \lambda \in \mathbb{R}$.

- Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών τους συναρτήσει των λ και μ .
- Να βρείτε τις τιμές των λ και μ , αν οι κορυφές τους συμπίπτουν.

-ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ-

Οι Διδάσκοντες

Κουρουζίδου Δ.
Πασκοπή Σ.
Μιχαήλ Δ.
Κάρμιος Σ.
Ζαχαρικός Γ.
Φωτιάδου Κ.
Λοϊζιάς Σ.

Ο Συντονιστής

Έλληνας Π.

Ο Διευθυντής

Σκαλιάς Γεώργιος