

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ

Ημερομηνία : 05/06/14

ΤΑΞΗ : Β΄

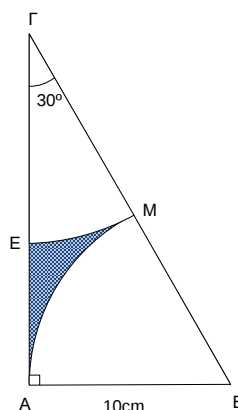
Διάρκεια 2.30΄ ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R=7m$. Να υπολογίσετε :
(α) το εμβαδόν και
(β) το μήκος του κύκλου.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $2^{3x} = 8$ (β) $\log_3 x = 2$
3. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €2400 αν τοκιστούν με επιτόκιο 6% για 5 χρόνια με απλό τόκο.
4. Δίνεται η πρόοδος 5, 9, 13, 17 Να βρείτε:
(α) το είδος της προόδου
(β) τον εντέκατο όρο της
5. Σε χάρτη με κλίμακα 1:1000000 η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 5cm. Να βρείτε την πραγματική απόσταση των δύο πόλεων σε km.
6. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x+2$, $3x-2$, $4x-3$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
7. Αριθμητική πρόοδος έχει πρώτο όρο $a_1 = -6$ και έκτο όρο $a_6 = 4$.
Να βρείτε: (α) τη διαφορά δ της προόδου,
(β) το άθροισμα των 50 πρώτων όρων της.
8. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\beta = 3cm$, $a = 3\sqrt{3}cm$ και $\hat{A} = 60^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες Β, Γ την πλευρά γ και το εμβαδόν του τριγώνου.
9. Κάποιος πούλησε ένα αυτοκίνητο €8500 και ζήμιωσε 15%. Να βρείτε την αρχική αξία του αυτοκινήτου.

10. Να λύσετε την εξίσωση $25^x - 4.5^x - 5 = 0$
11. Το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 150° είναι $60\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.
12. Ένας πατέρας μοίρασε 6000 ευρώ στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 2, 5 και 8 χρόνων. Να βρείτε πόσα ευρώ θα πάρει το κάθε παιδί.
13. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\sum = 2 - 4 + 8 - 16 + \dots - 256$
14. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \cdot \eta\mu\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu A - 2R \cdot \eta\mu^2 B = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
15. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) με $AB = 10\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Με κέντρο το B και ακτίνα AB γράψαμε το τόξο AM και με κέντρο το Γ και ακτίνα την ΓM γράψαμε το τόξο ME . Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου χωρίου.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- (α) Ένας βιβλιοπώλης αγόρασε 75 βιβλία προς €6 το ένα. Τα πούλησε όλα και πήρε από την πώληση €630. Να βρείτε το ποσοστό (%) κέρδους του.
(β) Τα χρήματα που εισέπραξε από την πώληση τα κατάθεσε στην τράπεζα για 2,5 χρόνια και πήρε τόκο €126. Να βρείτε πόσο ήταν το επιτόκιο.
- Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ($\lambda > 0$), ο $8^{\text{ος}}$ όρος είναι τετραπλάσιος του $10^{\text{ου}}$ όρου και ο $9^{\text{ος}}$ όρος είναι ίσος με τον λόγο της προόδου. Να βρείτε: (α) την πρόοδο
(β) το άθροισμα των άπειρων όρων της πρόοδου.

3. Εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα αξίας €20000. Πλήρωσε επιπλέον μεταφορικά έξοδα 12% πάνω στην αξία των εμπορευμάτων. Στη συνέχεια πώλησε τα εμπορεύματα προς €33488. Στη τιμή πώλησης συμπεριλαμβάνεται 15% Φ.Π.Α. Να υπολογίσετε:

- (α) το συνολικό κόστος των εμπορευμάτων για τον εισαγωγέα.
- (β) το Φ.Π.Α. που πλήρωσε.
- (γ) το κέρδος του εισαγωγέα.
- (δ) το ποσοστό κέρδους του εισαγωγέα.

4. (α) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $E = 2R^2 \eta\mu A \cdot \eta\mu B \cdot \eta\mu \Gamma$

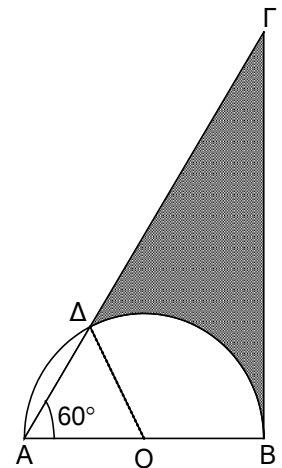
- (β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu \Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

5. Να λύσετε την εξίσωση: $4(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots) \log \sqrt{x} = (\log x)^2 + 4$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με ,

$\hat{B} = 90^\circ$, $\hat{A} = 60^\circ$ και $AG = 12\text{cm}$. Αν $A\Delta$ τόξο του κύκλου με διάμετρο την AB και κέντρο O , να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους,
- (β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



Η Διευθύντρια

.....

Μυρτώ Πουαγκαρέ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, 23/05/2014

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις δώδεκα (12).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

- 1) Ο κύριος Ηλίας αγόρασε μια τηλεόραση και πλήρωσε συνολικά μαζί με το Φ.Π.Α. €708. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 18%, να υπολογίσετε την αξία της τηλεόρασης χωρίς το Φ.Π.Α.
- 2) Να βρείτε το κεφάλαιο που τοκίζεται προς 5% με απλό τόκο για 3 χρόνια και δίνει τόκο €534.
- 3) Να βρείτε την τιμή του x , αν οι αριθμοί $x-1$, $2x$, $4x+3$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
- 4) Σε αριθμητική πρόοδο ο πρώτος όρος είναι 3 και ο εικοστός όρος είναι 79.
Να βρείτε: (α) τη διαφορά της προόδου
(β) το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της.
- 5) Να λύσετε την εξίσωση $\log(6x-2) = \log(x+3) + \log 4$.
- 6) Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\log_3 2$ β) $32^{x-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3x}$
- 7) Η γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι τετραπλάσια της κεντρικής του γωνίας. Να βρείτε το πλήθος των πλευρών του.

8) Ο λόγος των περιμέτρων δύο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{3}{5}$. Η περίμετρος του ενός είναι κατά 8 cm μεγαλύτερη από την περίμετρο του άλλου. Να βρείτε τις περιμέτρους των δύο πολυγώνων.

9) Σε ένα αρχιτεκτονικό σχέδιο το μήκος ενός ορθογώνιου δωματίου είναι 3 cm και το πλάτος του 4 cm. Αν το πραγματικό μήκος του δωματίου είναι 6 m, να βρείτε:

- α) την κλίμακα του αρχιτεκτονικού σχεδίου
- β) το πραγματικό εμβαδόν του δωματίου σε m^2 .

10) Τρίγωνο $\triangle ABC$ έχει πλευρές $a=1$ cm, $b=\sqrt{3}$ cm και $\hat{A}=30^\circ$. Να βρείτε τη γωνία $\hat{C}$ ($^\circ$) και την πλευρά β του τριγώνου.

11) Φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος έχει $u_1 = \frac{3}{2}$ και $u_4 = \frac{3}{16}$. Να βρείτε:

- α) το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της
- β) το άθροισμα των απείρων όρων της.

12) Το εμβαδόν κυκλικού τομέα σε κύκλο με ακτίνα 3 m είναι $3\pi m^2$. Να βρείτε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

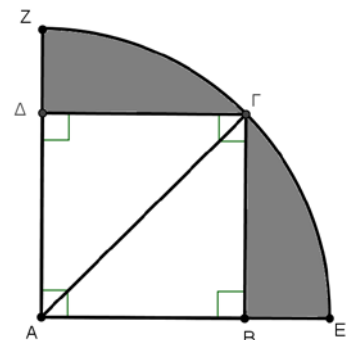
13) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει η σχέση:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

14) Να δείξετε την πιο κάτω ισότητα (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής):

$$\frac{5 \times 10^2 - 1}{2} = \frac{5}{2}$$

15) Στο διπλανό σχήμα δίνονται $AG = 6$ cm, AZE κυκλικός τομέας και το τετράγωνο $ABGD$ είναι εγγεγραμμένο στον κυκλικό τομέα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



ΜΕΡΟΣ Β': Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις τέσσερις (4).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1) Κατατέθηκαν στην Κεντρική Συνεργατική Τράπεζα δύο ποσά (αρχικά κεφάλαια) που διαφέρουν κατά €2000. Το μικρότερο από τα δύο ποσά τοκίστηκε προς 3% και το άλλο προς 4% με απλό τόκο. Μετά από δύο χρόνια τα δύο κεφάλαια έδωσαν συνολικά τόκο €650. Να υπολογίσετε τα δύο αρχικά κεφάλαια.

2) Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log_2 - \quad -$

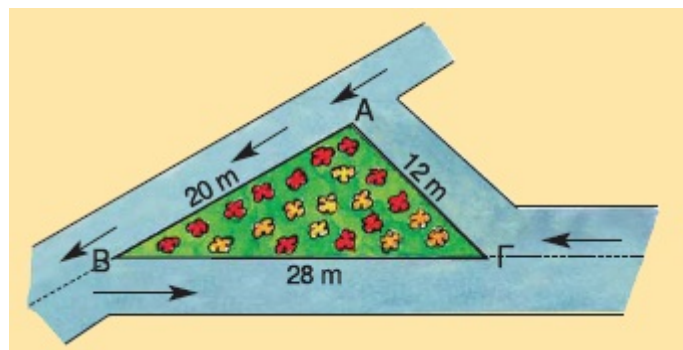
β) $\log(x -)$.

3) Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του 2^{ου} και του 8^{ου} όρου της είναι 28 και ο 11^{ος} όρος της είναι τετραπλάσιος του 3^{ου} όρου της.

α) Να δείξετε ότι $a_1 = 2$ και $\delta = 3$.

β) Μεταξύ των όρων a_1 και a_{43} της πιο πάνω αριθμητικής προόδου, να παρεμβάλετε 5 αριθμούς έτσι ώστε να προκύψουν διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

4) α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}$ και το εμβαδόν του κήπου ΑΒΓ του πιο κάτω σχήματος.



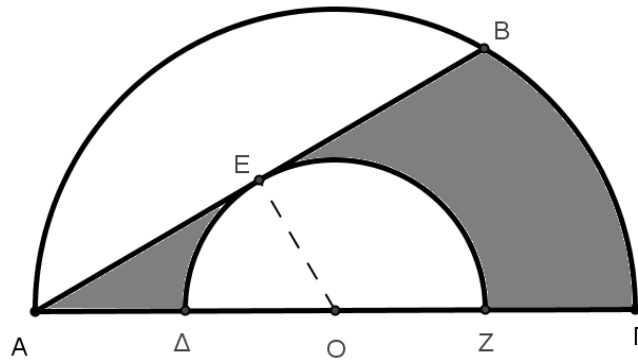
β) Αν σε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει η σχέση $\frac{1}{a} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

5) Κάποιος αγόρασε ένα αυτοκίνητο και πλήρωσε €17000. Μετά από ένα χρόνο το πώλησε 14% πιο κάτω από την τιμή που το αγόρασε. Τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων που πήρε από την πώληση του αυτοκινήτου, τα μοίρασε στα δύο παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 19 και 24 χρονών και τα υπόλοιπα τα κατάθεσε στην τράπεζα με σύνθετο τόκο με ετήσιο επιτόκιο 4%.

α) Πόσα χρήματα πήρε κάθε παιδί;

β) Πόσο τόκο πήρε μετά από 5 χρόνια;

6) Δίνεται ημικύκλιο ΑΒΓ με διάμετρο ΑΓ=20 cm και ένα άλλο ημικύκλιο ΔΕΖ με διάμετρο ΔΖ=10 cm. Η χορδή ΑΒ εφάπτεται του ημικυκλίου ΔΕΖ. Αφού πρώτα δείξετε ότι η χορδή ΑΒ=λ₃, να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



Η Διευθύντρια

Ελένη Αντωνίου Τσιελεπή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

HMEPOMHNIA: 20/05/2014

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
(β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
(γ) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
(δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στις κόλλες (όπου χρειάζεται).
(ε) Το γραπτό αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Δίνεται η πρόοδος 5, 9, 13, 17,... . Να βρείτε το είδος της προόδου και τον 31° όρο της.
- Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
α) $3^{2x+1} = 27$ β) $\log_x 16 = 2$
- Αν x-2, x, x+1 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να υπολογίσετε την τιμή του x.
- Κύκλος έχει εμβαδόν $64\pi \text{ m}^2$. Να υπολογίσετε το μήκος της περιφέρειάς του.
- Πόσο τόκο δίνουν €4000, τοκιζόμενα προς 6%, σε τρία χρόνια και 6 μήνες;
- Να βρείτε την τιμή του x στις πιο κάτω λογαριθμικές εξισώσεις.

$$\text{(}\alpha\text{)} \quad \lambda o\gamma_5 125 = x \qquad \text{(}\beta\text{)} \quad \lambda o\gamma_x 9 = \frac{1}{2}$$

$$(\beta) \lambda o \gamma_x 9 = \frac{1}{2}$$

7. Να αποδείξετε ότι:
- $$\frac{2\log 3 - \frac{1}{2}\log 36 + \log 6}{\log 12 - \log 4} = 2$$

8. Τηλεόραση, αξίας €1000, πωλείται με κέρδος 15% πάνω στην αξία της. Να βρείτε την τιμή πώλησης της τηλεόρασης, αν ο αγοραστής πληρώνει επιπλέον 17% Φ.Π.Α.
9. Μεταξύ των αριθμών 5 και 160 να παρεμβάλετε 4 αριθμούς, ώστε να σχηματίζουν όλοι γεωμετρική πρόοδο.
10. Αν $\eta\mu 30^\circ$, συν χ , $\frac{1}{2} \log_\alpha \alpha^3$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου, να υπολογίσετε την τιμή του χ .
11. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 3 + 8 + 13 + 18 + \dots + 98$
12. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(\chi - 3) + \log(\chi - 2) = 1 - \log 5$
13. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\beta = 3\text{cm}$, $\gamma = 3\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο, αν $\hat{B} < 90^\circ$.
14. Να λύσετε την εξίσωση: $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.
15. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $4R^2 \cdot \eta\mu A \cdot \eta\mu B - \beta^2 = 0$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

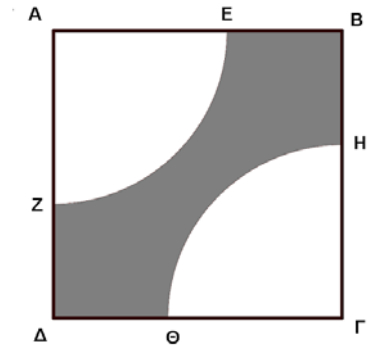
1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του $7^{\text{ου}}$ και του $10^{\text{ου}}$ όρου της είναι ίσο με 49 και ο $9^{\text{ος}}$ όρος της είναι κατά 15 μεγαλύτερος από τον $4^{\text{ο}}$ της όρο.

Να υπολογίσετε:

- α) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου.
- β) Το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της προόδου.

2.

Σε τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά $a = 10\sqrt{2}$ cm, γράφονται δύο τεταρτοκύκλια με κέντρα τις κορυφές Α και Γ και με ακτίνα 8cm. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



3. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $2^{x+2} + 2^{x-1} = 36$

β) $\log^2 x - 3\log x + 2 = 0$.

4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται $E = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$, $\beta = 2 \text{ cm}$, $\gamma = \sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{A} < 90^\circ$.

Να βρείτε: α) τη γωνία Α
β) την πλευρά α
γ) τη γωνία Β του τριγώνου.

5. Ο κος Γιάννης πούλησε εμπόρευμα και είσπραξε συνολικά μαζί με το Φ.Π.Α. €397800. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α., που ήταν 17%, κατέθεσε στην τράπεζα τα υπόλοιπα χρήματα ως εξής: τα $\frac{3}{5}$ του ποσού προς 5% και τα υπόλοιπα προς 8%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα, ώστε να πάρει συνολικά τόκο €84320;

6. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\log x}{\log 2} + \frac{\log x}{\log 2^2} + \frac{\log x}{\log 2^4} + \frac{\log x}{\log 2^8} + \dots = \frac{\log 25}{\log 2}$$

Ο Διευθυντής

Νεόφυτος Παπαϊωάννου

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β' (Κοινού Κορμού)

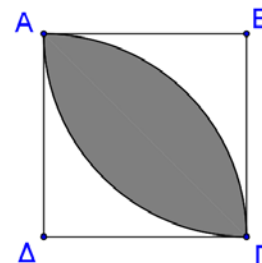
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26/05/2014
ΩΡΑ: 7:45 π.μ.
ΧΡΟΝΟΣ: 2.30'

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
 β) Να γράφετε μόνο με μπλέ ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Από τα 15 θέματα να λύσετε **ΜΟΝΟ** τα 12.
 Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες από τα 100.

- 1) Να βρείτε το εμβαδόν κύκλου που έχει διάμετρο 16cm
- 2) Σε Αριθμητική Πρόοδο δίνονται: $\alpha_1 = 3$ και $\delta = 4$.
 (α) Να γράψετε τους 5 πρώτους όρους της Α.Π.
 (β) Να βρείτε τον εικοστό όρο της.
- 3) Κάποιος αγόρασε είδη αξίας €6400 για τα οποία ο συντελεστής Φ.Π.Α ήταν 17% .Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.
- 4) Να λύσετε τις εξισώσεις:
 α) $4^{x-1} = 8^x$
 β) $\log_x 8 = -3$
- 5) Αν η ακτίνα ενός κύκλου είναι 6cm να υπολογίσετε συναρτήσει του π:
 (α) το εμβαδόν του κύκλου
 (β) το μήκος τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 120° .
- 6) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\alpha = 4cm$, $\beta = 2\sqrt{2}cm$ και $\hat{B} = 45^\circ$.
 Να βρείτε τη γωνία Α και τη γωνία Γ.
- 7) Να αποδείξετε ότι: $(2\log_x 4 + \log_x 2) \cdot \log_y y = 5\log_x 2$

- 8) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ αν δίνονται $A=60^\circ$, $\beta=7\text{cm}$, $\gamma=8\text{cm}$.
- 9) Να βρείτε το κεφάλαιο που όταν τοκιστεί με επιτόκιο 4% για 2 χρόνια γίνεται μαζί με τους τόκους €12960.
- 10) Να υπολογίσετε το άθροισμα $5+8+11+\dots+152$.
- 11) Να λύσετε την εξίσωση: $2\log^2 x - \log x - 1 = 0$.
- 12) Σε φθίνουσα Γ.Π το άθροισμα των απείρων όρων είναι τριπλάσιο του πρώτου όρου της και ο τρίτος όρος της είναι 4. Να γράψετε τους πρώτους τέσσερις όρους της προόδου.
- 13) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: $E = 6\sqrt{3}\text{cm}^2$, $\alpha = 4\sqrt{3}\text{cm}$ και $\beta = 6\text{cm}$
 Να υπολογίσετε:
 (α) τη γωνία $\hat{\Gamma}$ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$)
 (β) την πλευρά γ .
- 14) Σε γεωμετρική πρόοδο δίνεται: $\alpha_3 = -24$ και $\alpha_6 = 192$.
 Να υπολογίσετε το άθροισμα των 5 πρώτων όρων της.
- 15) Αν το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς 10cm και τα τόξα γράφτηκαν με κέντρα τα Β και Δ, να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

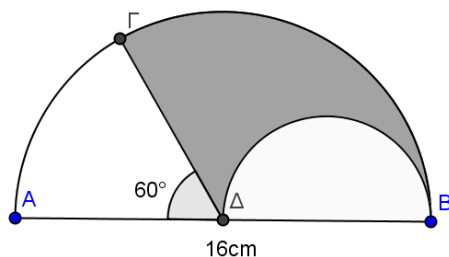


ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες από τα εκατό.

- 1) Αγόρασα ένα σπίτι για €180000. Για την επιδιόρθωση πλήρωσα €60000. Μετά από 2 χρόνια το πούλησα με κέρδος 20%.
 - α) Πόσα το πούλησα;
 - β) Πόσα πλήρωσε συνολικά ο αγοραστής αν επιπλέον πλήρωσε 15% Φ.Π.Α;
- 2) Σε αριθμητική πρόοδος ο $16^{\text{ος}}$ όρος είναι τριπλάσιος του $4^{\text{ου}}$ όρου και το άθροισμα του $4^{\text{ου}}$ όρου και του $16^{\text{ου}}$ όρου είναι 48. Γεωμετρική πρόοδος έχει ίδιο πρώτο όρο a_1 με την Α.Π. και λόγο $\lambda = \delta$ όπου δ η διαφορά της Α.Π. Να βρείτε τη γεωμετρική πρόοδο.
- 3) Τη φετινή σχολική χρονιά 1080 υποψήφιοι διεκδικούν 54 θέσεις στις στρατιωτικές σχολές.
 - α) Να βρείτε το ποσοστό των υποψηφίων που θα εισαχθεί.
 - β) Αν οι θέσεις φέτος είναι αυξημένες κατά 8%, να βρείτε πόσες ήταν οι θέσεις πέρυσι.
- 4) Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - α) $\log(x-1) + \log(x+2) = 1$
 - β) $4^x - 2^{x+1} - 8 = 0$
- 5) α) Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ αν $\alpha = 3\text{cm}$, $\gamma = 3\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B} = 30^\circ$.
β) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\beta \sin \Gamma + \gamma \sin B = 2R$. Να δείξετε ότι είναι ορθογώνιο.

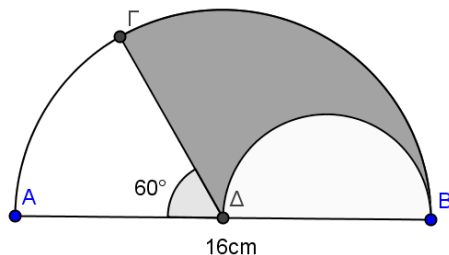
- 6) Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται τα ημικύκλια διαμέτρων AB και ΔB , όπου Δ μέσο του AB . Αν $AB=16\text{cm}$ και γωνία $\angle A\Delta\Gamma=60^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



Η Διευθύντρια

Σωτηρούλα Κωνσταντίνου

- 6) Στο πιο κάτω σχήμα φαίνονται τα ημικύκλια διαμέτρων AB και ΔB , όπου Δ μέσο του AB . Αν $AB=16\text{cm}$ και γωνία $\text{A}\Delta\Gamma=60^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



Ο Εισηγητής

Συντονιστής Β.Δ

Η Διευθύντρια

Χαραλάμπους Χάρης

Βασιλειάδης Κυριάκος

Σωτηρούλα Κωνσταντίνου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Τάξη: Β ' Ενιαίου Λυκείου (κοινός κορμός)

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 29 / 05/ 2014

Χρόνος εξέτασης: 2.30' (δύο ώρες και τριάντα λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 05 σελίδες (συμπεριλαμβανομένης και της 1^{ης} σελίδας)
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη. Από το πρώτο μέρος να λυθούν μόνο τα 12 θέματα, ενώ από το δεύτερο μέρος μόνο τα 4 θέματα.
- Κάθε ερώτηση του πρώτου μέρους βαθμολογείται με 5(πέντε) μονάδες, ενώ του δεύτερου μέρους με 10 (δέκα) μονάδες.
- Οι λύσεις των θεμάτων να γραφούν στα καθαρά φύλλα με γραμμές τα οποία θα δοθούν πριν την εξέτασή σας.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικών υλικών.
- Γράφετε μόνο με μελάνι, μπλε ή μαύρου χρώματος. Τα σχήματα μπορούν να σχεδιαστούν με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένη από το σχολείο.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τα 15 θέματα να λύσετε μόνο τα 12. Κάθε θέμα βαθμολογείται με **5 μονάδες**.

1. Δίνεται η πρόοδος **3,7,11,15,...**. Να βρείτε:

- I. το είδος της προόδου
- II. τον δωδέκατο όρο της.

2. Η περίμετρος ενός κύκλου είναι 8π cm. Να υπολογίσετε:

- I. την ακτίνα του κύκλου
- II. το εμβαδόν του κύκλου.

3. Κάποιος αγόρασε προϊόντα αξίας €400 και πλήρωσε επί πλέον 19% Φ.Π.Α. Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.

4. Έμπορος πούλησε εμπόρευμα με κέρδος 30% πάνω στην αξία του εμπορεύματος και εισέπραξε €7800. Ποια ήταν η αξία του εμπορεύματος;

5. Να λυθούν οι εξισώσεις:

I. $2^{x-1} = 16$

II. $\log_5 X = 3$

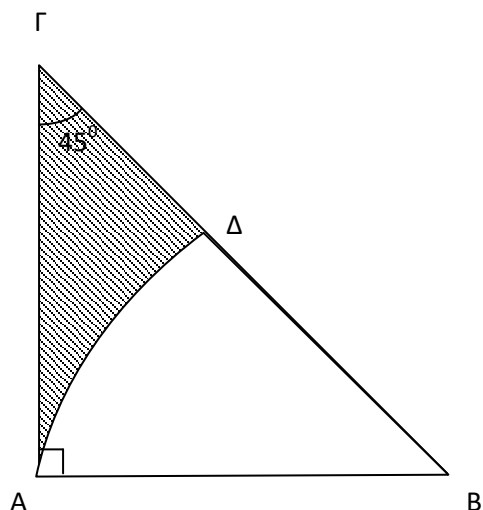
6. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x+2$, x , $2x-3$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

7. Να υπολογίσετε το άθροισμα :

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \dots$$

8. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$.

9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου αν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A}=90^\circ$, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και $B\Gamma=5\sqrt{2}$ cm (το τόξο ΑΔ γράφτηκε με κέντρο το Β).



10. Σε χάρτη με κλίμακα $\alpha = 1:500\,000$ η απόσταση δύο χωριών είναι 30 cm . Να βρείτε την πραγματική τους απόσταση σε Km .

11. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει : $\frac{\alpha + \gamma}{\beta} = \frac{\eta\mu A + \eta\mu \Gamma}{\eta\mu B}$.

12. Να λυθεί η εξίσωση : $\log(x-3) + \log 3 = \log(x+1)$.

13. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $\alpha = 14\text{ cm}$ $\beta = 10\text{ cm}$ και $\gamma = 6\text{ cm}$.
Να βρείτε: α) την γωνία $\hat{A}$.
β) το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.

14. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = 3 + 6 + 9 + \dots + 150$

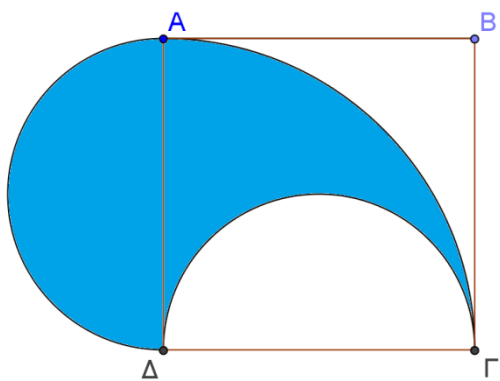
15. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\log 27 + \log 3}{4\log 9 - \log 81} = 1$

ΜΕΡΟΣ Β: Από τα 6 θέματα να λύσετε μόνο τα 4. Κάθε θέμα βαθμολογείται με **10 μονάδες**.

1. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο με επιτόκιο 5% για 3 χρόνια δίνει τον ίδιο τόκο που δίνει κεφάλαιο €5000 τοκίζόμενο με επιτόκιο 6% για 4 χρόνια;
2. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο, ο 8^{ος} όρος είναι τετραπλάσιος του 10^{ου} όρου και ο 9^{ος} όρος είναι ίσος με τον λόγο της προόδου. Να βρείτε:
 - I. Την πρόοδο και
 - II. Το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου.
3. Τρίγωνο ABΓ έχει $\alpha = 6 \text{ m}$, $\beta = 6\sqrt{3} \text{ m}$ και εμβαδόν $E = 9\sqrt{3} \text{ m}^2$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του αν $\hat{\Gamma} < 90^\circ$ και την πλευρά του γ.
4. Ένας παντοπώλης αγόρασε 260 κιλά μήλα προς 180 Σεντ το κιλό και 250 κιλά σταφύλι προς 90 Σεντ το κιλό. Πώλησε τα μήλα με ζημιιά 15% και το σταφύλι με κέρδος 30%. Να βρείτε το ποσό των χρημάτων που κέρδισε ή ζήτησε.
5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $5^{2x+1} - 6 \cdot 5^x + 1 = 0$

(β) $\log(\log(3x + 1)) = 0$
6. Το ABΓΔ είναι τετράγωνο με πλευρά 8cm. Με κέντρο το Δ και ακτίνα το μήκος της πλευράς του τετραγώνου γράφουμε το τόξο $\widehat{AT}$. Με διαμέτρους την ΔΓ και ΑΔ γράφουμε τα ημικύκλια $\widehat{AT}$ και $\widehat{AD}$ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Χριστοδουλίδης Ανδρέας

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

Τάξη: Β' Ενιαίου Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28 / 05 /2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2.30'

ΟΔΗΓΙΕΣ:

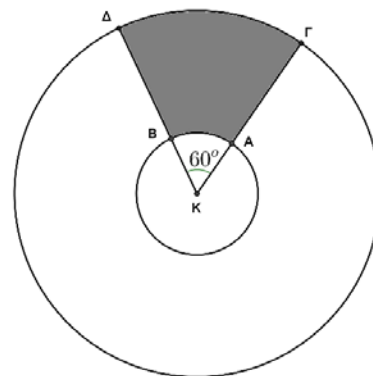
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Να γράφετε με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Το δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες στις 100.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{3x-2} = 81$.
2. Πόσο τόκο δίνουν €3000 προς 4% για 6 μήνες;
3. Δίνεται η πρόοδος 2, 5, 8,Να βρείτε:
α) το είδος της προόδου και
β) τον δέκατο όρο της προόδου.
4. Η τιμή ενός κινητού τηλεφώνου είναι €500 χωρίς Φ.Π.Α. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 19% να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του τηλεφώνου συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α.
5. Κύκλος έχει μήκος 20π cm. Να βρείτε:
α) την ακτίνα και
β) το εμβαδόν του κύκλου αυτού.
6. Να δείξετε ότι: $\frac{3\log 2 + \log 4}{\log 8 - \log 4} = 5$
7. Αν οι αριθμοί $2x - 3, x, x + 2$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να υπολογίσετε την τιμή του x .
8. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $a = 10$ cm, $\gamma = 5\sqrt{3}$ cm και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

9. Σε κύκλο με εμβαδόν $36\pi \text{ cm}^2$, τόξο έχει μήκος $4\pi \text{ cm}$. Να βρείτε:
 α) την ακτίνα του κύκλου αυτού,
 β) την αντίστοιχη επίκεντρη γωνιά του πιο πάνω τόξου.
10. Αν σε τρίγωνο ισχύει η σχέση $\frac{\eta\mu B}{\eta\mu \Gamma} = 2\sigma\upsilon\nu A$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
11. Δίνεται Γ.Π. με $\alpha_4 = -24$ και $\alpha_7 = 192$.
 α) να αποδείξετε ότι ο λόγος της προόδου είναι $\lambda = -2$ και
 β) να υπολογίσετε το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της.
12. Να λύσετε την εξίσωση $2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$.
13. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma + \gamma\sigma\upsilon\nu B = 2R$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
14. Τρεις φίλοι συμμετείχαν από κοινού σ' ένα ποδοσφαιρικό στοίχημα. Ο Α έβαλε €10, ο Β €8 και ο Γ €6. Κέρδισαν €48000 και αφού πλήρωσαν φόρο 10 % επί των κερδών, μοιράστηκαν το ποσό που απέμεινε ανάλογα με το ποσό που έβαλε ο καθένας. Πόσα χρήματα πήρε ο καθένας ;
15. Στο διπλανό σχήμα δίνονται δυο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο Κ και ακτίνες $KA = 4 \text{ cm}$ και $K\Gamma = 12 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου χωρίου.

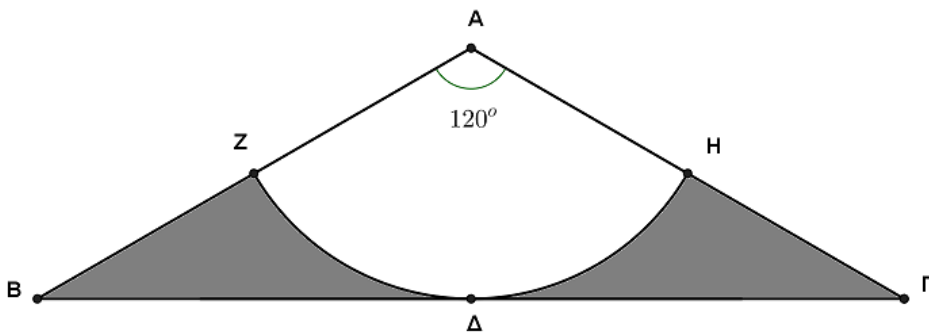


ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες στις 100.

- Υπάλληλος καταστήματος πούλησε ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή προς €765. Ο ιδιοκτήτης του καταστήματος αντιλήφθηκε ότι είχε κάνει λάθος ο υπάλληλος του και ότι από την πώληση αυτή ζήμιωσε 15%. Πόσα θα έπρεπε να πωλήσει τον ηλεκτρονικό υπολογιστή για να έχει κέρδος 15% ;
- Σε Α.Π. το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της ισούται με 29 και ο ένατος όρος είναι εφταπλάσιος του πρώτου. Να σχηματίσετε την Α.Π.

3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$. Αν η πλευρά $\beta = 5 \text{ cm}$, $\hat{A} = 60^\circ$ και η πλευρά γ είναι κατά 1 cm μεγαλύτερη από την πλευρά α να υπολογίσετε:
 α) τις πλευρές α και γ
 β) το εμβαδόν του τριγώνου.
4. α) Να λύσετε την εξίσωση: $(\log x)^2 - 3\log x + 2 = 0$
 β) Αν οι ρίζες της πιο πάνω εξίσωσης είναι οι δυο πρώτοι όροι φθίνουσας Γ.Π. να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα Σ_∞ των απείρων όρων της
5. Κάποιος τόκισε δυο κεφάλαια για τέσσερα χρόνια ως εξής:
 Το πρώτο προς 5% και το δεύτερο κεφάλαιο που ήταν τριπλάσιο του πρώτου προς 4%. Αν πήρε συνολικά τόκο €3400, να βρείτε τα δυο κεφάλαια.
6. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma = 20 \text{ cm}$ και $\hat{A} = 120^\circ$. Με κέντρο το A και ακτίνα AD γράφεται τόξο $Z\Delta H$ (Δ μέσο της $B\Gamma$). Να υπολογίσετε:
 α) το εμβαδόν και
 β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους του τριγώνου.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....

Παντελής Ιωάννου



ΕΜΠΟΡΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΜΙΤΣΗ ΛΕΜΥΘΟΥ

4844 Λεμύθου,
Τηλ: 25462052, Fax: 25462400, E-mail: gym-lemithou-lem@schools.ac.cy

ΣΧΟΛ. ΧΡΟΝΙΑ: 2013 - 2014

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ημερομηνία: 23/ 5 / 2014

ΤΑΞΗ: Β' κοινού κορμού

Διάρκεια: 2.30'

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **3 σελίδες**.

ΜΕΡΟΣ Α' (60 μονάδες): Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 12**.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες

- 1) Δίνεται η πρόοδος 4, 7, 10, 13, ... Να βρείτε:
α) το είδος της προόδου
β) τον 11° όρο της.
- 2) Να υπολογίσετε το μήκος περιφέρειας και το εμβαδόν κύκλου ακτίνας $R = 7 \text{ cm}$.
- 3) Να υπολογίσετε τον τόκο κεφαλαίου €8500 το οποίο τοκίζεται για 5 χρόνια με απλό τόκο και με επιτόκιο 4%.
- 4) Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή αξίας € 400 αν προστεθεί ο Φ.Π.Α (Φόρος προστιθέμενης αξίας) με συντελεστή Φ.Π.Α 19%.
- 5) Να λύσετε τις εξισώσεις :

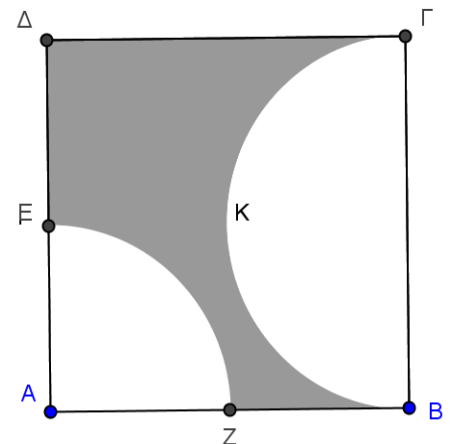
α) $5^{4x-5} = 125$

β) $\log(5x) = 2$
- 6) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\alpha = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 2 \text{ cm}$, γωνία $\hat{\Gamma} = 30^{\circ}$. Να υπολογίσετε την πλευρά β και τις γωνίες Α και Β.
- 7) Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της ακολουθίας $8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \dots$
- 8) Αυτοκίνητο πωλήθηκε με έκπτωση 15% για €6800. Να βρείτε την αρχική του τιμή.

- 9) Να αποδείξετε ότι ισχύει η ισότητα: $\frac{\log 12 + \log 3}{\log 30 - \log 5} = 2$ (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής)
- 10) Αν $7-x$, $x+1$, $x+5$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και x , ψ , $4x$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να βρείτε τις τιμές των x και ψ .
- 11) Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\beta = 2\gamma \sin A$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- 12) Ένας πατέρας άφησε €112.500 στα τρία παιδιά του ηλικίας 13, 15, 17 χρονών. Αφού πλήρωσαν 20% στο φόρο, τα υπόλοιπα τα μοίρασαν ανάλογα με τις ηλικίες τους. Να βρείτε πόσα πήρε το κάθε παιδί.
- 13) Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3x - 4) + \log 4 = \log(15x + 4) - \log 2$
- 14) Σε γεωμετρική πρόοδο ο δεύτερος όρος ισούται με 8 και ο πέμπτος με 64. Να σχηματίσετε την πρόοδο αυτή.
- 15) Ισόπλευρο τρίγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο μήκους περιφέρειας 62,8 cm. Να βρείτε την πλευρά λ_3 του τριγώνου και το εμβαδόν E_3 του τριγώνου.

ΜΕΡΟΣ Β' (40 μονάδες): Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Δίνεται τετράγωνο ABΓΔ πλευράς 16cm, τόξο EZ του κύκλου (A, AE) όπου E μέσο της ΑΔ και ημικύκλιο ΒΚΓ με διάμετρο ΒΓ. Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του τετραγώνου.



- 2) Το άθροισμα του $2^{\text{ου}}$ και του $5^{\text{ου}}$ όρου αριθμητικής προόδου είναι 16, ενώ το άθροισμα του $3^{\text{ου}}$ και του $6^{\text{ου}}$ όρου είναι 20.
 (α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 (β) Να βρείτε το άθροισμα των τριάντα πρώτων όρων της.
- 3) Κάποιος τόκισε με απλό τόκο για 3 χρόνια τα $\frac{3}{5}$ ενός κεφαλαίου με επιτόκιο 6% και το υπόλοιπο προς 7%. Αν πήρε συνολικά τόκο €2304 να βρείτε το κεφάλαιο.

4) Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log^2 x - 2\log x - 3 = 0$

(β) $4^x - 2^x - 12 = 0$

5) (α) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \sin \Gamma - \gamma \sin B = \frac{\beta^2 - \gamma^2}{\alpha}$

(β) Να βρείτε τις γωνίες τριγώνου $AB\Gamma$ όταν δίνονται: $\beta = 2\text{m}$, $\gamma = \sqrt{3}\text{m}$ και $E = \frac{\sqrt{3}}{2}\text{m}^2$

$\left(\hat{A} < 90^\circ \right)$.

6) Εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα αξίας €25000. Πλήρωσε επιπλέον μεταφορικά έξοδα 12% πάνω στην αξία των εμπορευμάτων. Στη συνέχεια πώλησε τα εμπορεύματα προς €39984. Στην τιμή πώλησης συμπεριλαμβάνεται 19% Φ.Π.Α. Να υπολογίσετε:

(α) Το συνολικό κόστος των εμπορευμάτων για τον εισαγωγέα.

(β) Τον Φ.Π.Α.

(γ) Το ποσοστό του κέρδους του εισαγωγέα.

Ο Διευθυντής

.....
Αλέξανδρος Σπανός

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ : Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03 / 6/ 2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2½ ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράφετε μόνο με μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

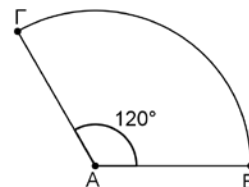
1. Να λύσετε την εξίσωση: $5^{3x-5} = 625$
2. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο € 2000 τοκίζόμενο με απλό τόκο προς 4% για 5 χρόνια.
3. Να βρείτε το μήκος περιφέρειας κύκλου με διάμετρο 16cm.
4. Δίνεται η πρόοδος 5, 9, 13, 17, ... Να βρείτε:
 - (α) το είδος της προόδου
 - (β) τον εικοστό πρώτο όρο της.
5. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\alpha = 6\text{cm}$, $\hat{B} = 120^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τη γωνία Α και τις πλευρές β και γ του τριγώνου.
6. Κατάστημα πωλεί ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή στην τιμή των €575 με κέρδος 15% πάνω στην αξία του. Να βρείτε την αξία του ηλεκτρονικού υπολογιστή.

7. Να υπολογίσετε την τιμή του x , στις πιο κάτω ισότητες:

(α) $\log_x 64 = 3$

(β) $\frac{\log x + \log 5}{\log 12 - \log 6} = 1$

8. Κυκλικός τομέας 120° έχει εμβαδόν $27\pi\text{cm}^2$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του κυκλικού τομέα συναρτήσει του π .



9. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: $\widehat{B} = 30^\circ$, $a = 20\text{cm}$ και $\gamma = 10\sqrt{3}\text{cm}$. Να υπολογίσετε την πλευρά β και το εμβαδόν του τριγώνου.

10. Να λύσετε την εξίσωση $\log^2 x + 2\log x = 3$.

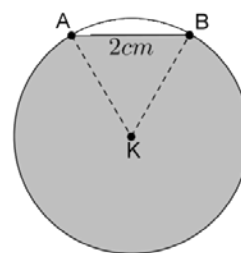
11. Σε χάρτη με κλίμακα $1 : 50000$ η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 50cm . Να βρείτε την πραγματική απόσταση σε Km των δύο πόλεων.

12. Σε αριθμητική πρόοδο με $d \neq 0$, ο πρώτος όρος της είναι $a_1 = 4$ και ο $3^{\text{ος}}$, ο $5^{\text{ος}}$ και ο $8^{\text{ος}}$ όρος της αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε τη διαφορά d της προόδου.

13. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \sin \Gamma - \gamma \sin B = a$, να δείξετε ότι αυτό είναι ορθογώνιο.

14. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο, με $\lambda > 0$, το άθροισμα των απείρων όρων της είναι ίσο με 16 και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι ίσο με 12. Να βρείτε την πρόοδο.

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος με κέντρο K , ακτίνα $R = 2\text{cm}$ και η χορδή $AB = 2\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου κυκλικού τμήματος.



ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τα έξι (6) θέματα να λύσετε μόνο τα τέσσερα (4). Κάθε θέμα βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $2\log x = \log(x - 2) + \log(x + 4)$

(β) $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$

2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δευτέρου και του έκτου όρου είναι 18 και ο έβδομος όρος της είναι τριπλάσιος του δευτέρου.

(α) Να δείξετε ότι : $\alpha_1 = 3$ και $\delta = 2$

(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των εκατό πρώτων όρων της

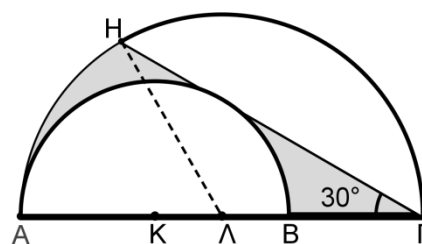
(γ) Να υπολογίσετε το πλήθος των όρων της αριθμητικής προόδου έτσι ώστε το άθροισμα τους να είναι ίσο με 120.

3. Ένα διαμέρισμα αξίας €220000 πωλείται με κέρδος 15% πάνω στην αξία του. Στην τελική τιμή πώλησης θα συμπεριληφθεί και ο Φόρος Προστιθέμενης Αξίας (Φ.Π.Α) 19%. Ο κύριος Γιώργος αποφάσισε να αγοράσει το συγκεκριμένο διαμέρισμα. Διαθέτει όμως μόνο το 70% των χρημάτων . Γι αυτό θα δανειστεί με απλό τόκο το υπόλοιπο ποσό με επιτόκιο 4% και θα το εξοφλήσει σε 10 χρόνια. Να βρείτε :

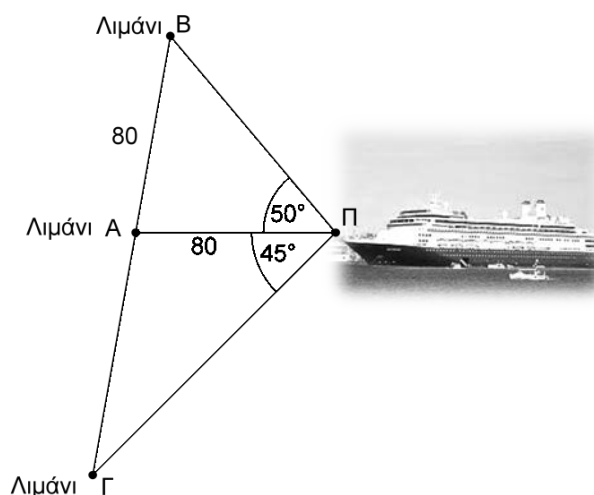
(α) Την τελική τιμή πώλησης του διαμερίσματος

(β) Τον τόκο που θα πληρώσει για το δανειζόμενο ποσό.

4. Στο διπλανό σχήμα δίνονται δύο ημικύκλια με κέντρα Κ, Λ και διαμέτρους $AB = 6\text{cm}$, $AG = 9\text{cm}$ αντίστοιχα. Αν η γωνία $A\hat{\Gamma}H = 30^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



5. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων του με επιτόκιο 3% για ένα χρόνο και 3 μήνες και τα υπόλοιπα με επιτόκιο 4% για δύο χρόνια. Αν πήρε συνολικά τόκους € 3150 να υπολογίσετε πόσο ήταν το αρχικό του κεφάλαιο.
6. Ένα πλοίο Π απέχει 80 ναυτικά μίλια από ένα λιμάνι Α. Βόρεια και νότια του λιμανιού Α βρίσκονται δύο άλλα λιμάνια Β και Γ αντίστοιχα. Το λιμάνι Β απέχει 80 ναυτικά μίλια από το λιμάνι Α. Με τη βοήθεια των ραντάρ του πλοίου, μετρήθηκαν οι γωνίες $\widehat{A\Gamma B}$ και $\widehat{A\Gamma \Gamma}$ και βρέθηκε ότι $\widehat{A\Gamma B} = 50^\circ$ και $\widehat{A\Gamma \Gamma} = 45^\circ$. Να υπολογίσετε πόσα ναυτικά μίλια απέχει το πλοίο Π από τα λιμάνια Β και Γ.



Οι διδάσκοντες :

Παπαδάκη Λίνα, Β.Δ.
Γεωργίου Ελένη
Ζαμπακίδης Πόλυς
Σκούρας Ηλίας

Ο Διευθυντής

Ταλιαδώρας Δημήτρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 06/06/2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Όνομα: Τμήμα: Αριθμός:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

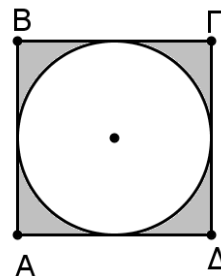
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου, όπως προνοούν οι κανονισμοί.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας τύπου tipp-ex.
- Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσης. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α:

Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις δώδεκα (12). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο $a_1=16$ και λόγο $\lambda=\frac{1}{2}$. Να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της.
2. Να υπολογίσετε το εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ με $\hat{A}=30^\circ$, $\beta=4\text{cm}$, $\gamma=7\text{cm}$.
3. Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $2^{x-1}=32$
(β) $\log_2 x=3$
4. Ένα χωράφι αξίας €105 000 πωλήθηκε προς €112 875. Να βρείτε πόσα % ήταν το κέρδος.
5. Σε χάρτη με κλίμακα 1: 125 000, η απόσταση δύο πόλεων είναι 40cm. Να βρείτε την πραγματική τους απόσταση σε Km.
6. Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{4}{9}$. Η περίμετρος του μικρότερου είναι ίση με 24cm. Να βρείτε την περίμετρο του μεγαλύτερου.
7. Δίνεται η πρόοδος: 5, 7, 9, 11, ... Να βρείτε το άθροισμα των 15 πρώτων όρων της.
8. Ποσό €9000 μοιράστηκε στους 3 πρώτους νικητές ενός τηλεοπτικού διαγωνισμού ανάλογα με τα τηλεφωνήματα – ψήφους που πήρε ο καθένας στην τηλεψηφοφορία. Αν για τον Α έγιναν 18000 τηλεφωνήματα, για τον Β έγιναν 15000 τηλεφωνήματα και για τον Γ έγιναν 12000 τηλεφωνήματα, να υπολογίσετε το ποσό που πήρε ο καθένας.

9. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $a=7\text{ cm}$, $\beta=3\text{ cm}$ και $\gamma=5\text{ cm}$.
Να υπολογίσετε τη γωνία Α του τριγώνου.
10. Οι αριθμοί $6x$, $3x+5$, $4x-10$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι αριθμητικής πρόοδου. Να βρείτε:
(α) το x
(β) τον έβδομο όρο της προόδου.
11. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x+1)-\log(x-2)=\log 2+\log 3$
12. Η περιφέρεια ενός κύκλου είναι ίση με $18\pi\text{ m}$. Να βρείτε:
(α) την ακτίνα του κύκλου
(β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα του γωνίας 120° .
13. Να λύσετε την εξίσωση: $9^x-24\cdot 3^x-81=0$
14. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί σε τόξο 90° σε κύκλο με ακτίνα 8 cm .
15. Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος είναι εγγεγραμμένος στο τετράγωνο ABΓΔ και έχει ακτίνα 5 cm .
Να υπολογίσετε:
(α) το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής
(β) την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β:

Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4). Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο τέταρτος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 26, ενώ ο πέμπτος και ο δέκατος όρος έχουν άθροισμα 32.
(α) Να υπολογίσετε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου.
(β) Αν ο πρώτος όρος της πιο πάνω πρόοδου είναι το 3 και η διαφορά της το 2, να υπολογίσετε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να πάρουμε άθροισμα 483.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $3\cdot 5^x-180=20-5^{x+1}$
(β) $\log[\log(3x-2)]=0$
3. Ένας έμπορος πώλησε διάφορα εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά μαζί με τον φόρο προστιθέμενης αξίας (Φ.Π.Α) €47600. Αφού πλήρωσε στο κράτος τον Φ.Π.Α (συντελεστής Φ.Π.Α. 19%) κατέθεσε στην τράπεζα τα υπόλοιπα χρήματα, με απλό τόκο, ως εξής: τα $\frac{5}{8}$ του ποσού με επιτόκιο 4% και τα υπόλοιπα με επιτόκιο 5%. Να υπολογίσετε:
(α) το συνολικό ποσό που κατάθεσε στην τράπεζα
(β) για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα, ώστε ο έμπορος να εισπράξει συνολικά τόκο €5250.

4. Να επιλύσετε τρίγωνο ABΓ με $a=10\text{cm}$, $\hat{B}=60^\circ$ και εμβαδόν $E=\frac{25\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$.

5. Ο κύριος Γεωργίου σχεδιάζει να τοποθετήσει τεχνητό γρασίδι σε μια περιοχή μπροστά από την πισίνα του σπιτιού του. Η περιοχή αυτή έχει σχήμα κυκλικού τομέα γωνίας 60° και ακτίνας 6m. Έχει πάρει προσφορές από δύο εταιρείες εφαρμογής τεχνητού γρασιδιού, όπως φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα:

Προσφορά της εταιρείας A		Προσφορά της εταιρείας B	
Υπηρεσία	Χρέωση	Υπηρεσία	Χρέωση
Αγορά	2,85 €/m ²	Αγορά	3,50 €/m ²
Εφαρμογή	2,10 €/m ²	Εφαρμογή	2,20 €/m ²
Μεταφορά	60€	Μεταφορά	65€
Σημείωση	+ 19% ΦΠΑ σε όλα τα πιο πάνω	Σημείωση	το ΦΠΑ συμπεριλαμβάνεται σε όλα τα πιο πάνω

Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της περιοχής, όπου θα τοποθετηθεί το γρασίδι με ακρίβεια 2 δεκαδικών ψηφίων (να θεωρήσετε $\pi=3,14$)

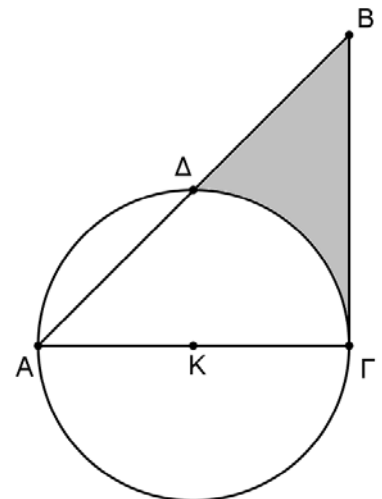
(β) ποια εταιρεία συμφέρει στον κύριο Γεωργίου να επιλέξει (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα 5cm και τρίγωνο ABΓ. Η πλευρά BΓ είναι κάθετη στη διάμετρο ΑΓ και η χορδή $AD=\lambda_4$.

Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής

(β) την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



Η Διευθύντρια

Παναγιώτα Χρυσοχού - Αναστασιάδου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΥΝ. ΣΕΛ.: 3

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 23-5-2014
ΩΡΑ: 8:00 π.μ.
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε πένα.
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

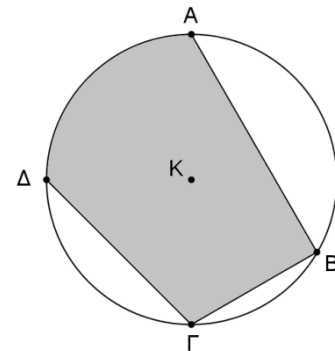
ΜΕΡΟΣ Α': Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να βρείτε τον εικοστό όρο της αριθμητικής προόδου 2,5,8,11,...
2. Το εμβαδόν κύκλου είναι $121\pi\text{cm}^2$. Να υπολογίσετε την ακτίνα και το μήκος του κύκλου.
3. Οι αριθμοί $x+6$, $3x$, $x+2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να υπολογίσετε την τιμή του x και τη διαφορά της προόδου.
4. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €8000 τοκίζόμενα με απλό τόκο για 9 μήνες, με επιτόκιο 4%.
5. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
α) $4^{2x-1} = 64$ β) $\log_2 x = 5$
6. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\beta = \alpha\mu\beta$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.
7. Να λύσετε την εξίσωση $\log(3-x) + \log(4-x) = 2\log 4 - \log 8$
8. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $\alpha = \sqrt{2}\text{cm}$, $\gamma = 1\text{cm}$ και $\hat{B} = 45^\circ$. Να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν του τριγώνου
β) την πλευρά β και τις γωνίες Α και Γ του τριγώνου.
9. Οι πραγματικές διαστάσεις ενός γηπέδου ποδοσφαίρου είναι 60m και 100m. Να βρείτε τις διαστάσεις του γηπέδου σε αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:2000 (Να δώσετε την απάντησή σας σε cm).
10. Να υπολογίσετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής, την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{(2\log 8 - \log 4)\log 36}{(\log 3 + \log 2)\log 8 + \log 1}$$

11. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος ισούται με 8 και ο έκτος όρος με 1. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε:
 α) το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
 β) το άθροισμα των απείρων όρων της.
12. Οι πλευρές ενός τριγώνου είναι 8cm, 12cm και 16cm. Να βρείτε:
 α) τις πλευρές ενός όμοιου με αυτό τριγώνου, που έχει περίμετρο 54cm
 β) το λόγο των εμβαδών των δύο τριγώνων.
13. Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο της οποίας το άθροισμα των δύο πρώτων όρων είναι 36 και το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων είναι 45.
14. Ο Κώστας αγόρασε ένα διαμέρισμα αξίας €64000. Πλήρωσε επιπλέον 15% πάνω στην αξία του διαμερίσματος, για να το ανακαινίσει. Σε δύο χρόνια, λόγω της οικονομικής κρίσης, αναγκάστηκε να πουλήσει το διαμέρισμα με ζημιά 20% πάνω στο συνολικό του κόστος. Να βρείτε πόσα χρήματα πήρε ο Κώστας από την πώληση του διαμερίσματος.

15. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Κ και ακτίνα $R = 8\text{cm}$. Στην περιφέρειά του παίρνουμε διαδοχικά τόξα $\widehat{AB} = 120^\circ$, $\widehat{BG} = 60^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 90^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του σκιασμένου μικτόγραμμου σχήματος ΑΒΓΔ.



ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε μια αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του πέμπτου όρου της είναι ίσο με 20 και το άθροισμα του όγδοου και του δέκατου όρου της είναι ίσο με 50.
 α) να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο
 β) να υπολογίσετε το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της και
 γ) να βρείτε πόσους όρους της αριθμητικής προόδου πρέπει να προσθέσουμε έτσι ώστε να έχουμε άθροισμα 210.
2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
 α) $\log x \cdot (\log x - 2) = 3$
 β) $4^x - 4 \cdot 2^{x+1} + 7 = 0$
3. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\frac{\alpha \mu B}{\gamma - \alpha \sigma \nu B} = \epsilon \phi A$

4. Τα $\frac{3}{4}$ ενός κεφαλαίου τοκίστηκαν προς 4% και το υπόλοιπο κεφάλαιο προς 8% (με απλό τόκο). Σε 5 χρόνια το κεφάλαιο έγινε μαζί με τους τόκους του €15500. Να βρείτε το κεφάλαιο.

5. Ένας έμπορος καθορίζει την τιμή πώλησης ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή, έτσι ώστε να έχει κέρδος 40% πάνω στο συνολικό του κόστος. Την περίοδο των εκπτώσεων μειώνει τις τιμές κατά 15% πάνω στη τιμή πώλησης. Σε κάποιο πελάτη έγινε έκπτωση €105 για την αγορά ενός υπολογιστή. Να βρείτε:

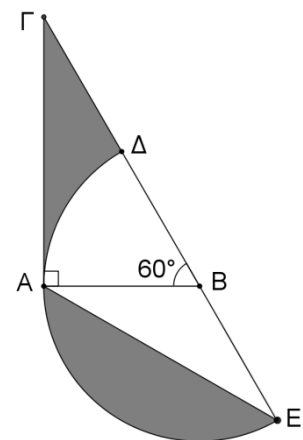
α) πόσα πλήρωσε ο πελάτης

β) πόσα κέρδισε τελικά ο έμπορος

6. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με $B\Gamma = 8\text{cm}$ και $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Το τόξο $\widehat{AE}$ είναι ημικύκλιο με κέντρο το B και ακτίνα την BA . Να υπολογίσετε:

α) το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας

β) την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας



Οι Εισηγητές

Ο Συντονιστής

Η Διευθύντρια

Ελένη Φωτίου

Ανδρέας Στυλιανού

Ελένη Δημητρίου

Κώστας Χατζησάββας

Κούλα Μενελάου

Λούκας Χριστοδουλίδης

Χρύσω Τρύφωνος

Πέτρος Κωνσταντίνου

TAΞΗ : Β΄

Χρόνος : 2,5 ώρες

■ Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες. ■

1. Να υπολογίσετε το εμβαδό κύκλου ακτίνας 6 cm.
2. Σε αριθμητική πρόοδο δίνονται ο πρώτος όρος $a_1=3$ και η διαφορά $\delta=4$. Να βρείτε τον εικοστόν πέμπτο όρο της.
3. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκίσει κάποιος 6500 ευρώ με επιτόκιο 4% για να πάρει τόκους 1300 ευρώ.
4. Αν $2x$, $4-x$, $3x+1$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου να υπολογίσετε το x .
5. Να λύσετε τις εξισώσεις :
α) $2^{x+5} = 8$ β) $\log_x 64 = 3$
6. Κανονικό πολύγωνο έχει γωνιά $\omega_v = 165^\circ$. Να βρείτε την κεντρική γωνιά και το πλήθος των πλευρών του.
7. Να βρείτε το μήκος τόξου 80° σε κύκλο με εμβαδόν $9\pi \text{ cm}^2$.

8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(\chi - 1) + \log(\chi + 2) = 2\log 2$
9. Η πλευρά κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι 3cm. Να βρείτε το απόστημα και το εμβαδό του.
10. Ορθογώνιο έχει περίμετρο 36 cm. Αν η το μήκος του είναι διπλάσιο από το πλάτος του, να υπολογίσετε:
α) Τις διαστάσεις του.
β) Το εμβαδόν του.
11. Να επιλύσετε το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, αν δίνονται $\alpha = 1\text{cm}$, $\beta = 2\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$.
12. Δίνεται χάρτης με κλίμακα 1:200. Αν το εμβαδόν ενός οικοπέδου στον χάρτη είναι 125 cm^2 , να βρείτε το πραγματικό εμβαδόν του οικοπέδου σε m^2 .
13. Να δείξετε (χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής) ότι: $\frac{\log_4 16 + \log_{0,04} 0,04}{\log_6 1 + \log_5 25} = \log 2$.
14. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της ισούται με $\frac{1}{2}$ και το άθροισμα του πρώτου και του δεύτερου όρου της ισούται με $\frac{4}{9}$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της προόδου.
15. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί σε τόξο 120° σε κύκλο με περίμετρο $12\pi\text{ cm}$.

ΜΕΡΟΣ Β': α) Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
β) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 (δέκα) μονάδες.

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα του έβδομου και του δέκατου όρου είναι ίσο με 49, ενώ ο ένατος όρος είναι κατά 15 μεγαλύτερος από τον τέταρτο.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
β) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 155.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις :
α) $\log[\log(2\chi - 6)] = 0$
β) $\log(4^\chi + 6) = \log 5 + \chi \log 2$
3. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο προς 6% για 2 χρόνια και 4 μήνες και ένα άλλο κεφάλαιο τετραπλάσιο του πρώτου προς 5% για 4 χρόνια. Πήρε και από τα δυο κεφάλαια τόκο €4700. Να υπολογίσετε τα δυο κεφάλαια.

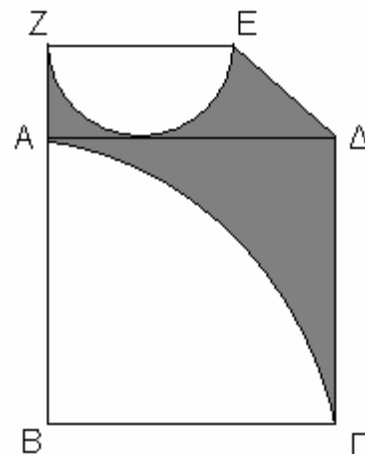
4. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση : $\frac{\alpha}{\gamma} + \frac{\eta\mu\Gamma}{\eta\mu\alpha} = 2$

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Αν επιπλέον τα α , 3β , 16γ αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου, να αποδείξετε ότι : $\alpha = \frac{3}{4}\beta$.

5. Ένας έμπορος εισάγει προϊόντα αξίας €30000 και πληρώνει φόρους εισαγωγής 30%. Επιπλέον πληρώνει €1000 έξοδα μεταφοράς. Ο εισαγωγέας υπολογίζει το κέρδος του πάνω στο συνολικό κόστος και τα πωλεί χρεώνοντας και 19% Φ.Π.Α . Αν τα προϊόντα πωλήθηκαν τελικά €59500 , ποιο είναι το ποσοστό του κέρδους του εμπόρου πάνω στο συνολικό κόστος των προϊόντων;

6. Το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με πλευρά 6cm και ΖΒ = 8cm . Αν ΕΖ // ΔΑ και $\angle \widehat{A\Delta E} = 45^\circ$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους .



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Ματσικάρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2014
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:.....

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 10 σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να γράψετε αριθμούς στα τετραγωνάκια, ώστε να σχηματιστεί το είδος της προόδου που σημειώνεται δίπλα.

α) 2 , , 8, 11, Α.Π.

β) 40, -20, , Γ.Π.

2. Κύκλος έχει ακτίνα 7 cm . Να υπολογίσετε:

- α) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου.
- β) το εμβαδόν του κύκλου.

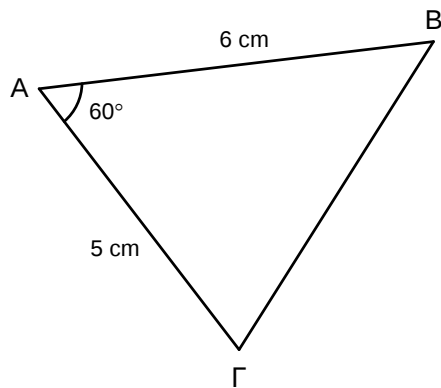
3. Ένα κατάστημα προσφέρει έκπτωση 30% σε όλα του τα προϊόντα. Πόσα θα πληρώσουμε για να αγοράσουμε ένα παντελόνι που η κανονική τιμή του είναι €60;

4. Να βρείτε το x στις πιο κάτω ισότητες:

α) $\log_2 x = 5$

β) $3^{2x-1} = 27$

5. Η απόσταση μεταξύ Λευκωσίας και Νήσου είναι 20 Km. Πόση θα είναι η απόσταση τους σε χάρτη με κλίμακα 1:200 000;
6. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

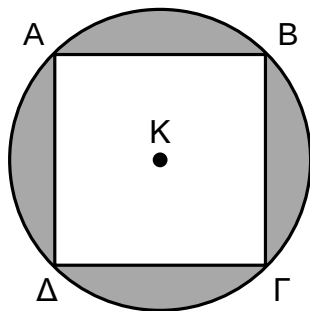


7. Να σχηματίσετε αριθμητική πρόοδο της οποίας το άθροισμα του πρώτου και έκτου όρου είναι 17 και ο τρίτος όρος είναι 6.
8. Τρεις φίλοι αγόρασαν ένα λαχείο αξίας €20 και κέρδισαν €6000. Αποφάσισαν να μοιράσουν τα κέρδη ανάλογα με τα λεφτά που έβαλαν για να αγοράσουν το λαχείο. Αν ο πρώτος έβαλε €12, ο δεύτερος €5 και ο τρίτος €3 πόσα πρέπει να πάρει ο καθένας;

9. Να δείξετε ότι: $\frac{\log 2 + \log 8}{\log 32 - 2\log 2} = \frac{4}{3}$.

10. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha - \beta}{R} = 2 \cdot (\eta\mu A - \eta\mu B)$.

11. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά $5\sqrt{2}$ cm, εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο το Κ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



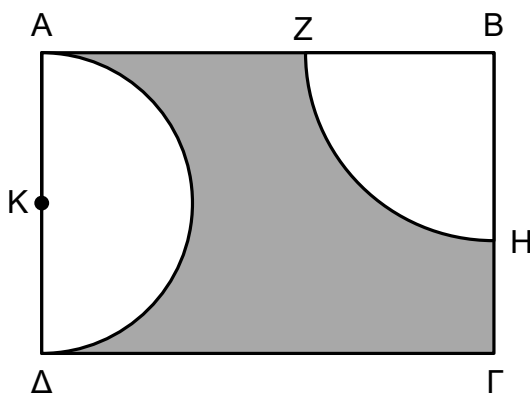
12. Να λύσετε την εξίσωση: $3 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$.
13. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\beta \cdot \sin A = \alpha \cdot \sin B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
14. Το εμβαδόν ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι $27\sqrt{3}$ cm². Να βρείτε:
- την ακτίνα του κύκλου.
 - το μήκος του τόξου που αντιστοιχεί σε μια κεντρική γωνιά του ισόπλευρου τριγώνου.

15. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $A = 3 - 2 + \frac{4}{3} - \frac{8}{9} + \frac{16}{27} + \dots$

ΜΕΡΟΣ Β : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Οι αριθμοί $3x$, x , $x - 4$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι μιας Γεωμετρικής Προόδου (Γ.Π.).
 α) Να δείξετε ότι $x = 6$.
 β) Να βρείτε τον λόγο της.
 γ) Να εξετάσετε αν είναι απόλυτα αύξουσα ή απόλυτα φθίνουσα Γ.Π..
 δ) Να βρείτε τον έκτο όρο της.
 ε) Να βρείτε το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της.
- Κανονικό εξάγωνο και τετράγωνο είναι εγγεγραμμένα στον ίδιο κύκλο. Αν $\frac{\lambda_4^2}{\lambda_6} = 8 \text{ cm}$, να βρείτε:
 α) την ακτίνα του κύκλου.
 β) το εμβαδόν του εξαγώνου.
- Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν έχει πλευρές $\alpha = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, $\beta = \sqrt{3} \text{ cm}$ και $\gamma = 3 \text{ cm}$.
- α) Να λύσετε την εξίσωση $2\log^2 x - 5\log x - 3 = 0$.
 β) Να υπολογίσετε τη τιμή της παράστασης $B = \log_a a^5 - 6\log_a \sqrt{a} + \log_a \frac{1}{a}$.
- Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο. Αν $A\Delta = 4 \text{ cm}$, $AZ = 5 \text{ cm}$ και $\Gamma\Delta = 8 \text{ cm}$, να υπολογίσετε την **περίμετρο** και το **εμβαδόν** της σκιασμένης περιοχής.



6. Ο Κυριάκος θέλει να αγοράσει καινούργιο αυτοκίνητο και έχει μπροστά του δύο προσφορές για το ίδιο αυτοκίνητο.
- α) Αν ο Κυριάκος είναι υποχρεωμένος να πληρώσει Φ.Π.Α., ποια από τις δύο προσφορές είναι η πιο συμφέρουσα; (να δικαιολογήσετε την απάντησή σας).
- β) Αν θα δώσει €8000 προκαταβολή και τα υπόλοιπα λεφτά που θα χρειαστεί θα τα δανειστεί από την τράπεζα με επιτόκιο 8% για 5 χρόνια, πόσο τόκο θα πληρώσει στην τράπεζα;

ΠΡΟΣΦΟΡΑ 1



€12 300*

* στην τιμή περιλαμβάνεται 19% Φ.Π.Α.

ΠΡΟΣΦΟΡΑ 2



€10 600*

* στην τιμή **δεν** περιλαμβάνεται Φ.Π.Α.
(συντελεστής Φ.Π.Α. 19%)

Η Διευθύντρια

Αχεριώτου Σοφούλα

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ:** Β΄ Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 5 Ιουνίου 2014**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρες**ΟΔΗΓΙΕΣ**

- Γράφετε με πένα μπλε. Τα σχήματα αν θέλετε με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης** υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε **μόνο 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες στις 100.

1. Δίνεται η πρόοδος 2, 8, 14, 20,.... . Να βρείτε:

(α) το είδος της προόδου.

(β) τον 31^ο όρο της.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $2^{5x-1} = 16$

(β) $\log_5 25 = x$

3. Το εμβαδόν ενός κύκλου (Ο, R) είναι $64\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:

(α) την ακτίνα του κύκλου.

(β) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου.

4. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €12000, αν τοκιστούν για 4 χρόνια με επιτόκιο 9%.

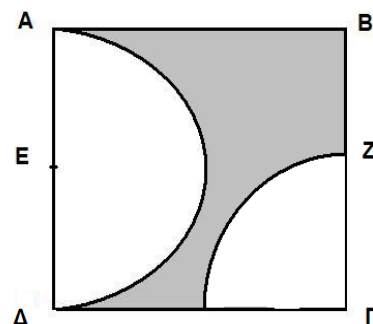
5. Να λύσετε την εξίσωση $\log x - \log(x - 3) = 1$.

6. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται $a = 7\text{cm}$, $\gamma = 7\sqrt{3}\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.

7. Τετράγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (Κ, R) και έχει πλευρά $\lambda_4 = 5\sqrt{2}\text{cm}$. Να υπολογίσετε την ακτίνα R και το εμβαδόν του τετραγώνου.

8. Να βρείτε το άθροισμα: $S = 3 + 6 + 12 + \dots + 3072$.
9. Να βρείτε το x , αν οι αριθμοί $x - 2$, $3x - 1$, $4x$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι αριθμητικής προόδου. Στη συνέχεια να υπολογίσετε τον δωδέκατο όρο της προόδου.
10. Να λύσετε την εξίσωση: $4^{x+1} - 4 \cdot 2^x - 8 = 0$.
11. Αν σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $2\gamma \sin B = \alpha$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές
12. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος της είναι ίσος με 8 και το άθροισμα των απείρων όρων της ίσο με 12. Να βρείτε:
- (α) τον λόγο της.
(β) τον πέμπτο όρο της προόδου.
13. Ο κύριος Ανδρέας κέρδισε στο λαχείο €20000. Αφού πλήρωσε το 10% για χρέη που είχε, δώρισε τα υπόλοιπα στα δύο παιδιά του, Πέτρο και Μάριο, ανάλογα προς τους αριθμούς 8 και 10, αντίστοιχα. Πόσα θα πάρει ο Πέτρος και πόσα ο Μάριος;

14. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ στο διπλανό σχήμα είναι τετράγωνο με πλευρά 6cm. Τα σημεία E και Z είναι τα μέσα των πλευρών AD και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Με κέντρο το E και ακτίνα EA χαράσσουμε ημικύκλιο μέσα στο τετράγωνο. Με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓZ χαράσσουμε τεταρτοκύκλιο μέσα στο τετράγωνο. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους



15. Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ δίνονται: $\hat{B} = 30^\circ$, $\alpha = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\gamma = 4 \text{ cm}$.

Να βρείτε: (α) Την πλευρά β του τριγώνου.
(β) Το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε **μόνο 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες στις 100.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και ένατου όρου της είναι ίσο με 20, ενώ ο όγδοος όρος της είναι κατά 6 μεγαλύτερος από τον πέμπτο όρο της.

Να υπολογίσετε: (α) Τον πρώτο όρο και την διαφορά
(β) Το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

2. Να επιλύσετε τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{B} < 90^\circ$) με πλευρές $\alpha = \sqrt{3} \text{ cm}$, $\gamma = 1 \text{ cm}$ και $E = \frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$.

3. Ο κ. Γιάννης πήρε €55000, από την πώληση ενός χωραφιού του. Αφού έδωσε το 15% των χρημάτων που πήρε σε φιλανθρωπικό ίδρυμα, κατάθεσε τα υπόλοιπα στην τράπεζα ως εξής: τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων προς 4% και τα υπόλοιπα προς 6%.

Πόσα χρόνια πρέπει να περάσουν ώστε να πάρει συνολικό τόκο €12155;

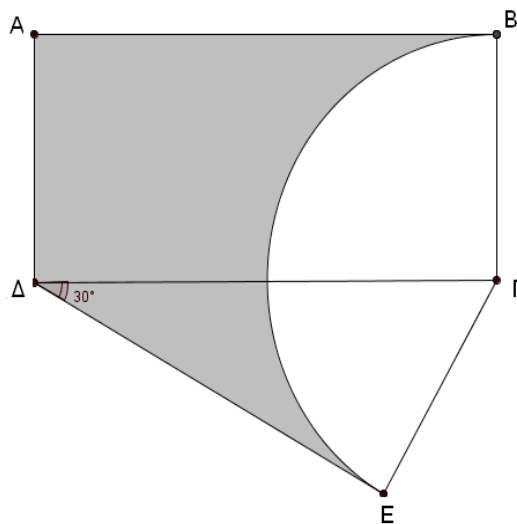
4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ΑΒΓΔ ορθογώνιο, ΓΕΔ ορθογώνιο τρίγωνο

με $\hat{E} = 90^\circ$, $\widehat{\Gamma\Delta E} = 30^\circ$ και

$\Delta E = 8\sqrt{3} \text{ cm}$. Επίσης, ΓΒΕ κυκλικός τομέας με κέντρο Γ.

(α) Να δείξετε ότι η ακτίνα του κυκλικού τομέα είναι 8 cm .

(β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



5. Να βρείτε τις τιμές του x ώστε οι αριθμοί: $\log x$, 2 , $(\log x + 3)$ να αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.

6. Εργολάβος οικοδομών κτίζει διαμερίσματα που κοστίζουν €1000 το m^2 και πωλεί με κέρδος 30% πάνω στην τιμή κόστους. Ένα διαμέρισμα το πώλησε στην αδελφή του, κάνοντας της έκπτωση 15% πάνω στην τιμή πώλησης. Το διαμέρισμα που αγόρασε η αδελφή του είναι 120 m^2 . Να βρείτε:

(α) Πόσα πουλήθηκε το διαμέρισμα.

(β) Ποιο είναι το τελικό ποσοστό(%) κέρδους του εργολάβου πάνω στην τιμή κόστους;

Ο Διευθυντής

.....
Κυριάκος Μπαρής

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ

ΤΑΞΗ: Β΄

Ημερομηνία: 2 / 6 / 2014

Διάρκεια: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Να γράφετε με μελάνι μπλε (μόνο τα σχήματα με μολύβι).

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 (μία) μονάδα.

- Δίνεται κύκλος με διάμετρο 10cm. Να βρείτε: α) το μήκος του κύκλου.
β) το εμβαδόν του.
- Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €7000 τοκίζόμενο για 2 χρόνια με επιτόκιο 5%.
- Μια εταιρεία πωλεί εμπορεύματα αξίας €55000 με κέρδος 30% πάνω στην αξία τους.
Να υπολογίσετε πόσα θα εισπράξει η εταιρεία από την πώληση των εμπορευμάτων της.
- Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $3^{2x+8} = 81$
β) $\log(x-2) + 2\log 2 = \log(3x-1)$
- Δίνεται η πρόοδος: 32, 16, 8, 4, ...
Να βρείτε : α) το είδος της προόδου
β) το άθροισμα των απείρων όρων της.
- Έμπορος πώλησε αυτοκίνητο με κέρδος 25% πάνω στην αξία του και είσπραξε €40000.
Να βρείτε την αξία του αυτοκινήτου.
- Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x^2 + 3$, $x+2$, $1-3x$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

8. Ποσοστό 12 % των δέντρων που υπάρχουν σε ένα περιβόλι είναι πορτοκαλιές και το 30 % των υπόλοιπων δέντρων είναι λεμονιές.

Αν οι πορτοκαλιές είναι 60 να βρείτε: α) πόσα είναι όλα τα δέντρα

β) πόσες είναι οι λεμονιές.

9. Η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 60 Km. Να βρείτε την απόστασή τους σε χάρτη με κλίμακα 1: 500000

10. Σε κύκλο ακτίνας R δίνεται κυκλικός τομέας με αντίστοιχη επίκεντρη γωνία 150° .

Αν το εμβαδόν του κυκλικού τομέα είναι $15\pi \text{ cm}^2$, να βρείτε την ακτίνα R και να υπολογίσετε την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

11. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $\beta = \sqrt{3}\text{cm}$, $\gamma = 1\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$

Να βρείτε τις γωνίες A και B, την πλευρά α και να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.

12. Σε γεωμετρική πρόοδο (α_n) δίνεται ο πέμπτος όρος $\alpha_5 = 32$ και ο όγδοος όρος $\alpha_8 = 256$.

Να βρείτε: α) τον πρώτο όρο και το λόγο της προόδου

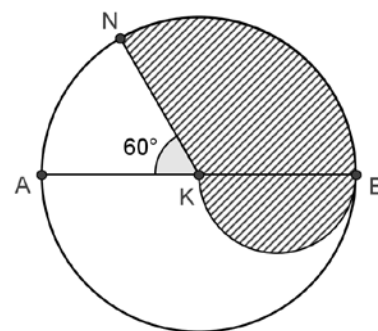
β) το άθροισμα των επτά πρώτων όρων της.

13. Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\beta - 2\alpha \sin \Gamma = 0$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

14. Να λύσετε την εξίσωση: $\log^2 x + 2\log x - 3 = 0$

15. Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα $R = 10\text{cm}$. Με διάμετρο την ακτίνα KB κατασκευάζουμε ημικύκλιο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Αν η γωνία $\hat{AKN} = 60^\circ$ να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



ΜΕΡΟΣ Β': Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2(δύο) μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\log_2(2^{x-2})=3$

β) $25^x - 4 \cdot 5^x - 5 = 0$

2. Σε αριθμητική πρόοδο (a_n) το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου της είναι 29, ενώ το άθροισμα του δεύτερου και ένατου όρου της είναι 35.

Να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα (Σ_{25}) των 25 πρώτων όρων της

3. Κεφάλαιο Κ τοκίστηκε ως εξής : Τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου με επιτόκιο 6% για 4 χρόνια και 2

μήνες, ενώ το υπόλοιπο κεφάλαιο με επιτόκιο 8% για 3 χρόνια.

Αν ο τόκος που αποδόθηκε και από τα δύο μέρη του κεφαλαίου είναι συνολικά €3660, να βρείτε το κεφάλαιο Κ.

4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $\beta = 4\text{cm}$, $\gamma = 6\text{cm}$ και εμβαδόν $E = 6\sqrt{3}\text{cm}^2$.

α) Να βρείτε την γωνιά $\hat{A}$ ($\hat{A} < 90^\circ$)

β) Να δείξετε ότι η πλευρά $\alpha = 2\sqrt{7}$

γ) Να βρείτε το $\sin B$

δ) Να υπολογίσετε το ύψος ΒΔ του τριγώνου

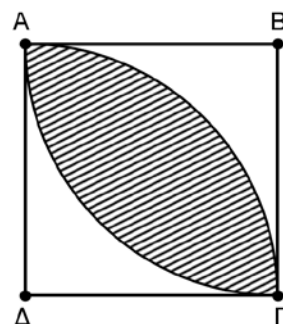
5. Μια εταιρεία εισάγει εμπορεύματα αξίας €30000. Η εταιρεία έχει επιπλέον έξοδα μεταφοράς 10% πάνω στην αξία των εμπορευμάτων και €2000 έξοδα αποθήκευσης.

Αν το εμπόρευμα πωλήθηκε προς €48300 συμπεριλαμβανομένου και Φ.Π.Α 20%, να βρείτε το ποσοστό κέρδους (πάνω στο συνολικό κόστος) της εταιρείας.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά $\alpha = 6\text{cm}$.

Μέσα στο τετράγωνο κατασκευάζουμε τόξα που ανήκουν στους κύκλους με κέντρα τις κορυφές Β και Δ και ακτίνα α .

Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



Ο Διευθυντής

Όμηρος Ομήρου

Οι Εισηγητές/τριες

Τ. Δημητρίου

Τ. Συμεού

Α. Ηρακλέους

Ε. Νεοκλέους

Μ. Κυπριανίδου

Π. Τρύφωνος

Α. Ευαγόρου

Ο Διευθυντής

Όμηρος Ομήρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Β΄ κοινού κορμού

Ημερομηνία: 30/05/14

Διάρκεια: 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

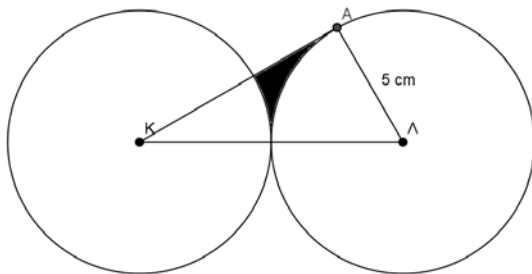
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1.** Δίνεται κύκλος με διάμετρο 20 m. Να βρείτε το εμβαδόν και το μήκος της περιφέρειας του. (Οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν συναρτήσει του π).
- A2.** Να λύσετε τις εξισώσεις:
 $\alpha)$ $3^{x-4} = 81$
 $\beta)$ $\log_5 a = 0$
- A3.** Να βρείτε τον γεωμετρικό μέσο των αριθμών 2 και 8.
- A4.** Να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της φθίνουσας Γ.Π 16, 8, 4, 2,..... .
- A5.** Δίνεται τρίγωνο ABΓ με πλευρές $\beta = 8 \text{ cm}$, $\alpha = 5 \text{ cm}$ και γωνία $\hat{F} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
- A6.** Η περίμετρος τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας R είναι $\Pi_4 = 8\sqrt{2} \text{ cm}$. Να υπολογίσετε την ακτίνα R του κύκλου και το εμβαδόν E_4 του τετραγώνου.
- A7.** Δίνεται Γ.Π. με λόγο $\lambda > 0$, ο δεύτερος όρος είναι 12 ($a_2 = 12$) και ο τέταρτος όρος είναι 192 ($a_4 = 192$). Να σχηματίσετε την Γ.Π.
- A8.** Δίνεται κυκλικός τομέας τόξου 60° σε κύκλο ακτίνας 12 cm. Να βρείτε την περίμετρο του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στον τομέα αυτό. (Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).
- A9.** Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο προς 6% για 2 χρόνια και 4 μήνες και ένα άλλο κεφάλαιο τετραπλάσιο του πρώτου προς 5% για 4 χρόνια. Να υπολογίσετε το κεφάλαιο που τοκίστηκε προς 6%, αν πήρε συνολικά τόκο €470.
- A10.** Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $E = \frac{\beta^2 \cdot \eta\mu A \cdot \eta\mu \Gamma}{2 \cdot \eta\mu B}$.
- A11.** Σε ένα αμφιθέατρο με 17 σειρές, το πλήθος των θέσεων από σειρά σε σειρά διαφέρει κατά σταθερό πλήθος θέσεων. Αν η μεσαία σειρά έχει 35 θέσεις να βρείτε το συνολικό πλήθος των θέσεων.
- A12.** Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma_v = -5 -11 -17 - 23 \dots \dots \dots - 59$.

A13. Να βρείτε τις τιμές του x ($x > 0$ και $x \neq 1$) έτσι ώστε να ισχύει $2(\log_x 8)^2 + \log_x 64 - 9\log_x 8 + 3 = 0$.

A14. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση : $(\beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2) \cdot \varepsilon\varphi A = 4E$.

A15.



Δύο ίσοι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα και η KA είναι εφαπτομένη του κύκλου $(\Lambda, 5 \text{ cm})$ στο σημείο A . Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής. (Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).

ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Σε Α.Π. το άθροισμα του δεύτερου και του έβδομου όρου είναι 25 και το άθροισμα του τέταρτου και του όγδοου όρου είναι 34.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο,
β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της προόδου.

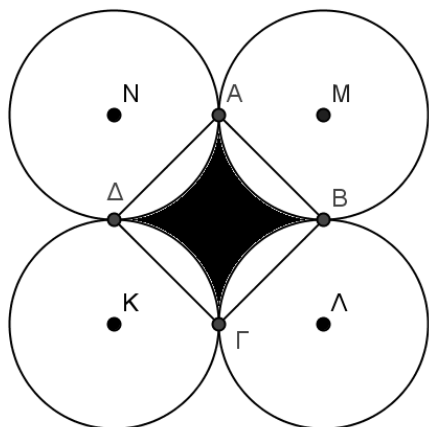
B2. α) Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:
 $6^x - 4 - \frac{12}{6^x} = 0$
β) Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί $\log 2$, $\log(2^x - 1)$, $\log(2^x + 3)$, με την σειρά που δίνονται να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.

B3. Δύο συνέταιροι ο κύριος Αντώνης και ο κύριος Γιάννης μοίρασαν €40000, σε μέρη ανάλογα των αριθμών 3 και 5 αντίστοιχα. Ο κύριος Αντώνης, κατάθεσε τα χρήματα που πήρε στην τράπεζα με επιτόκιο 6% για 5 χρόνια, ενώ ο κύριος Γιάννης αγόρασε ένα αυτοκίνητο το οποίο πώλησε μετά από 5 χρόνια με ζημιά 25%. Να βρείτε πόσα χρήματα έχει ο καθένας τους στο τέλος των 5 χρόνων.

B4. α) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν δίνονται: $\alpha = 6 \text{ cm}$, $\beta = 3\sqrt{3} \text{ cm}$, $R = 3 \text{ cm}$ και $\hat{B} < 90^\circ$.
β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\gamma(\sin A + \sin B) = \alpha + \beta$, να αποδείξετε ότι $\hat{\Gamma} = 90^\circ$.

B5. α) Δίνεται κύκλος με εμβαδόν ίσο με $36\pi \text{ cm}^2$. Στην περιφέρεια του κύκλου παίρνουμε διαδοχικά τόξα $AB = 120^\circ$, $B\Gamma = 60^\circ$ και $\Gamma\Delta = 90^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.
β) Να λύσετε την εξίσωση $\log(x + 1) + \log 5x = 2$

B6.



Τέσσερις ίσοι κύκλοι ακτίνας R εφάπτονται εξωτερικά ανά δύο στα σημεία A, B, Γ και Δ όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς $12\sqrt{2} \text{ cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής. (Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).

———— ΤΕΛΟΣ ————

Εισηγητές :

Μιχαήλ Χ.
Ηλιάδου Μ.
Χριστοφή Α.

Η Συντονίστρια,

Χατζηχρίστου Χ.

Ο Διευθυντής,

Ζαχαριάδης Σπύρος

ΛΥΚΕΙΟ ΑΚΡΟΠΟΛΕΩΣ	ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2013-2014
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014	
ΤΑΞΗ Β΄	<u>ΒΑΘΜΟΣ</u>
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ	ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΩΣ:
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03/06/2014	ΟΛΟΓΡΑΦΩΣ:
ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά	ΥΠΟΓΡΑΦΗ:
ΩΡΑ: 7:45 – 10:15	

ΟΝΟΜΑ:	ΤΜΗΜΑ:	ΑΡ.:
--------------	--------------	------------

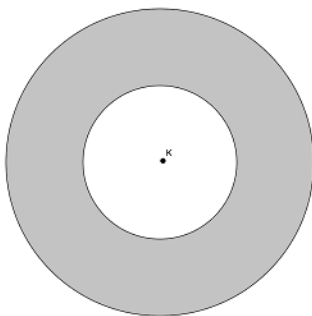
ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 14 σελίδες.
- Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μελάνι μαύρο ή μπλε (για τα σχήματα επιτρέπεται η χρήση μολυβιού).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Δίνεται η πρόοδος $-5, -2, 1, 4, \dots$
Να βρείτε : α) το είδος της προόδου
β) τον 65° όρο της (a_{65}).
- Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνουν €12000 μετά από 9 μήνες με επιτόκιο 8%.
- Κύκλος έχει διάμετρο 6 cm .
Να βρείτε: α) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου
β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα του κύκλου με επίκεντρη γωνία 120° .
- Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $\hat{A} = 60^{\circ}$, $\beta = 4\text{cm}$ και $\gamma = 2\sqrt{3}\text{cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ.
- Οικόπεδο πωλήθηκε €59500 συμπεριλαμβανομένου το 19% του Φ.Π.Α. Να βρείτε την αξία του οικοπέδου χωρίς το Φ.Π.Α.
- Ένας επιχειρηματίας αγοράζει αυτοκίνητα προς €6000 το ένα από το εξωτερικό. Πληρώνει δασμό 45% πάνω στην τιμή αγοράς και έχει επιπλέον έξοδα €500 για την μεταφορά του κάθε αυτοκινήτου. Να βρείτε το συνολικό κόστος του αυτοκινήτου.

7. Σ' ένα τοπογραφικό σχέδιο με κλίμακα 1:2000 ένα οικοπέδο έχει εμβαδόν 4cm^2 και περίμετρο 12cm . Να βρείτε το πραγματικό εμβαδόν του οικοπέδου σε m^2 και την πραγματική περίμετρο του οικοπέδου σε m .
8. Σε αριθμητική πρόοδο ο $4^{\text{ος}}$ όρος είναι τετραπλάσιος του $1^{\text{ου}}$ και το άθροισμα του $9^{\text{ου}}$ και του $11^{\text{ου}}$ όρου είναι 100. Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο.
9. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 α) $\log 4 + \log x - \log(x-3) = \log 7$
 β) $\left(\frac{9}{4}\right)^{2x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5x-4}$.
10. Ο λόγος ομοιότητας δύο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{2}{3}$ και το άθροισμα των εμβαδών τους είναι 26cm^2 . Να βρείτε το εμβαδόν του μικρότερου πολυγώνου.
11. Οι αριθμοί $x+1$, $2x$, $5x-3$ αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους γεωμετρικής προόδου με $x < 0$. Να βρείτε:
 α) την τιμή του x
 β) το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της γεωμετρικής προόδου.
12. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα $\frac{\log[(\log 100 + \log_3 27)^2]}{\log 10 - \log 2} = \log_{\sqrt{2}} 2$.
13. Να βρείτε το άθροισμα των πρώτων είκοσι φυσικών περιττών αριθμών.
14. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο το σημείο Κ. Η ακτίνα του μεγάλου κύκλου είναι διπλάσια από την ακτίνα του μικρού. Το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής είναι $12\pi\text{m}^2$. Να υπολογίσετε την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



15. Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu\text{B}\sigma\upsilon\text{nA} - \eta\mu\Gamma = 0$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $4^x - 4 \cdot 2^x + 4 = 0$

β) $\log x (\log x - 3) + 2 = 0$

2. α) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $6 + 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots$

β) Το άθροισμα των πρώτων τεσσάρων όρων Α.Π ισούται με το άθροισμα του 5^{ου} και του 6^{ου}.
Ο αριθμητικός μέσος των τριών πρώτων όρων είναι το 5. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

3. Δύο φίλοι ο Νίκος και ο Πέτρος κέρδισαν €80000 στο λαχείο και μοίρασαν τα χρήματα αυτά σε μέρη ανάλογα των αριθμών 3 και 5 αντίστοιχα. Ο Νίκος κατάθεσε τα χρήματα που πήρε στην τράπεζα με επιτόκιο 5% για 6 χρόνια. Ο Πέτρος με τα χρήματα που πήρε αγόρασε ένα σκάφος το οποίο όμως πούλησε μετά από 6 χρόνια με ζημιά 10%. Να βρείτε ποιος από τους δύο φίλους θα έχει τα λιγότερα χρήματα μετά από τα 6 χρόνια.

4. α) Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ που έχει $\beta = 8\sqrt{3}cm$, $\gamma = 8cm$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $\hat{B} > 90^\circ$.

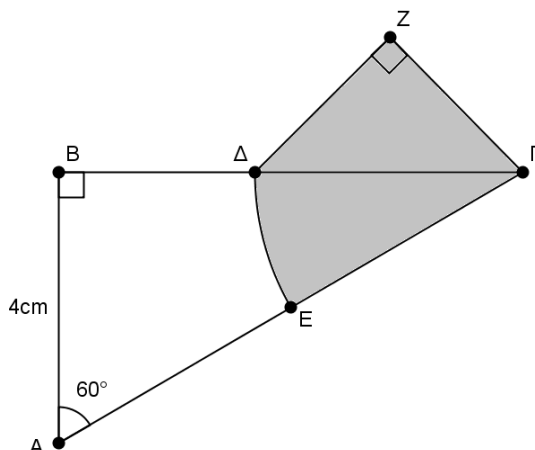
β) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu\Gamma \cdot \sigma\upsilon\nu B$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ισοσκελές.

5. Δίνεται κύκλος με ακτίνα 4 cm. Στην περιφέρειά του παίρνουμε διαδοχικά τόξα $AB = 60^\circ$, $B\Gamma = 120^\circ$ και $\Gamma\Delta = 90^\circ$.

α) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μέρους του κύκλου που βρίσκεται έξω από το τετράπλευρο ΑΒΓΔ.

6. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 60^\circ$, το σημείο Ε είναι το μέσο της ΑΓ και το τρίγωνο ΔΓΖ είναι ορθογώνιο και ισοσκελές. Το τόξο ΔΕ γράφτηκε με κέντρο το σημείο Γ και ακτίνα ΓΕ. Να βρείτε το εμβαδόν και τη περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μαθηματικά

Τάξη Β'

Ημερομηνία: 30/5/2014

Ώρα: 10.30-13.00

Ημέρα: Παρασκευή

Χρόνος: 2 ώρες και 30 λεπτά

Οδηγίες:

1. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου
3. Δεν επιτρέπεται να γράφετε με μολύβι παρά μόνο με μπλε πένα
4. Δεν επιτρέπεται να δανείζετε οτιδήποτε από συμμαθητές σας
5. Κατοχή κινητού τηλεφώνου = δολίευση
6. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται συνολικά από 4 σελίδες
8. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι
9. Να δικαιολογείτε τις απαντήσεις όπου χρειάζεται.

ΜΕΡΟΣ Α':

Να λύσετε ΜΟΝΟ 12 από τα 15 θέματα.

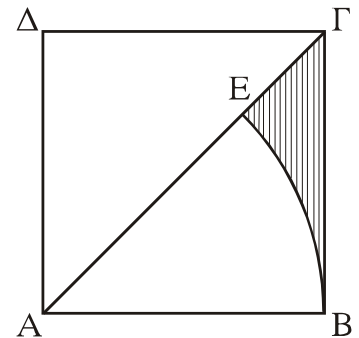
Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με πέντε ($\frac{5}{100}$) μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος: 2, 5, 8, 11, ...
Να βρείτε το είδος της προόδου και τον 15^{ον} όρο της.
2. Να λύσετε την εξίσωση $\log_x 9 = 2$,
3. Να υπολογίσετε το μήκος και το εμβαδόν κύκλου, ακτίνας 8 cm.
(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).
4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με α=3cm, γ=6cm και $\hat{B} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
5. Να λύσετε την εξίσωση $\log(\chi + 3) + \log \chi = 1$
6. Να βρείτε τον τόκο κεφαλαίου €3600 τοκίζόμενο με επιτόκιο 5% για 4 μήνες.
7. Να λύσετε την εξίσωση $4^{2\chi-3} = 8^{\chi+2}$
8. Ποσό € 900 μοιράστηκε στους 3 πρώτους νικητές ενός διαγωνισμού ανάλογα με τις σωστές απαντήσεις που έδωσαν. Αν ο πρώτος έδωσε 18 σωστές απαντήσεις, ο δεύτερος 15 και ο τρίτος 12, να βρείτε πόσα λεφτά πήρε ο καθένας.

9. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας 30° , κύκλου ακτίνας 6cm. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

10. Αυτοκίνητο που κοστίζει €8000, πωλείται με έκπτωση 20%. Να βρείτε πόσο πρέπει να πουληθεί μαζί με το Φ.Π.Α, αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α είναι 19 %.

11. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο, του οποίου το μήκος της διαγωνίου $A\Gamma$ είναι $6\sqrt{2}$ cm. Με κέντρο την κορυφή A και ακτίνα AB γράφουμε τόξο που τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο E . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μεικτόγραμμου τριγώνου $EB\Gamma$. (Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).



12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση

$$2R\eta\mu B - 2\alpha\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{\gamma^2 - \alpha^2}{\beta}$$

13. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των απείρων όρων της είναι διπλάσιο του πρώτου όρου της και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 9. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

14. Έμπορας αγόρασε μηχανήματα αξίας €3000 και πλήρωσε επιπλέον κόστος μεταφοράς 12% πάνω στην αξία των μηχανημάτων.

Να υπολογίσετε:

α) Το κόστος μεταφοράς.

β) Πόσα πρέπει να πωλήσει τα μηχανήματα για να έχει κέρδος 15% πάνω στο συνολικό κόστος.

15. Να υπολογίσετε το άθροισμα $2+6+18+\dots+1458$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε ΜΟΝΟ 4 από τα 6 θέματα.

Κάθε σωστό θέμα βαθμολογείται με δέκα ($\frac{10}{100}$) μονάδες.

1. Ένας έμπορας πούλησε εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά με το Φ.Π.Α €28560 . Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α με συντελεστή 19% κατάθεσε τα υπόλοιπα χρήματα του. στη τράπεζα ως εξής. Τα $\frac{3}{8}$ των χρημάτων του προς 5% και τα υπόλοιπα προς 8%. Πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα του ώστε να πάρει συνολικά τόκο €6600.

2. Σε αύξουσα αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της είναι 50 και η διαφορά του τρίτου από τον έβδομο όρο της είναι 8.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\alpha_{31} + \alpha_{32} + \dots + \alpha_{50}$

3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 90^\circ$

$A\Gamma = 4\alpha$ cm, $\hat{\Gamma} = 45^\circ$ και $A\Delta$ τόξο

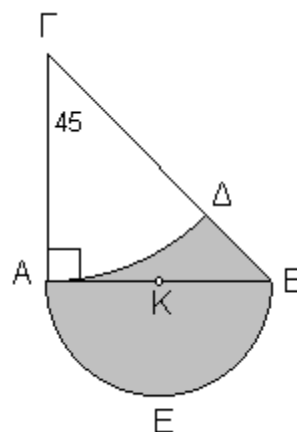
με κέντρο Γ και ακτίνα ΓA .

Να υπολογίσετε:

α) Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής $AEB\Delta$ συναρτήσκει του α .

β) Την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης περιοχής $AEB\Delta$ συναρτήσκει του α .

(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσκει του π).



4. α) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $\hat{\Gamma} = 120^\circ$ και εμβαδόν $E = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές του τριγώνου.

β) Να αποδείξετε ότι αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση

$$\gamma^2 - 2\beta\gamma\sin A = 4R^2(1 - \sin\Gamma)(1 + \sin\Gamma)$$

τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

5. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ($\lambda > 0$), το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι ίσο με 128 και το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της είναι ίσο με 120.
- α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.
- β) Να βρείτε 6 αριθμούς τους οποίους αν παρεμβάλετε μεταξύ του πρώτου και του έβδομου όρου της γεωμετρικής προόδου, να αποτελούν όλοι μαζί διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.
6. α) Αν $2, \log x, 4 + \log x$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου, να υπολογίσετε το x .
- β) Να λύσετε την εξίσωση $\log x^2 + \log x^5 + \log x^8 + \dots + \log x^{32} = 561$

Οι Εισηγητές:

Ο Διευθυντής

.....
Τάσος Τάσου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03/06/2014

ΤΑΞΗ: Β' Κοινού Κορμού

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

Οδηγίες: α) Να γράφετε με πένα μπλε ή μαύρη (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).

β) Επιτρέπεται η χρήση εγκεκριμένης από το σχολείο υπολογιστικής μηχανής.

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο δώδεκα (12).

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

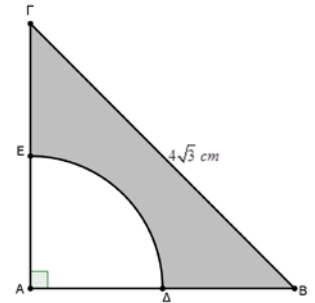
- Δίνεται η αριθμητική πρόοδος: 2, 6, 10, 14,Να υπολογίσετε:
 - τον δέκατον όρο της προόδου
 - το άθροισμα των δώδεκα πρώτων όρων της.
- Δημητριακά ολικής αλέσεως περιέχουν 3,5% λιπαρά. Να βρείτε πόσα γραμμάρια λιπαρών περιέχονται σε μια συσκευασία 500 γραμμαρίων δημητριακών ολικής αλέσεως.
- Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 4cm$.Να βρείτε:
 - το μήκος της περιφέρειας του και
 - το εμβαδόν του.
- Να λύσετε τις εξισώσεις :
 - $3^{2x-1} = 27$
 - $\log_2(3x-4) = 3$
- Να υπολογίσετε πόσο απλό τόκο θα αποδώσει κεφάλαιο €1700, που θα τοκιστεί για 2 χρόνια και 4 μήνες με επιτόκιο 5%.
- Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{144}{25}$. Αν μια πλευρά του μικρότερου πολυγώνου είναι 21 cm να υπολογίσετε την ομόλογη πλευρά του μεγαλύτερου πολυγώνου.
- Να υπολογίσετε την παράσταση : $A = 2\log_a 5 + \log_a 4 - 2\log_a 10 + 4\log_a 1$.
- Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με: $(ΑΓ) = β = 4cm$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε :
 - τα μήκη α και γ των πλευρών του και
 - το εμβαδόν του τριγώνου.

9. Να υπολογίσετε το x ώστε οι αριθμοί $3, 2\log x, \log^2 x$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

10. Αν σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma - \gamma\sigma\upsilon\nu B = \alpha$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

11. Να βρείτε το λόγο Γ.Π. της οποίας το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι εννιάπλάσιο της διαφοράς του δευτέρου από τον πρώτο όρο της.

12. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$, ισοσκελές με $AB = A\Gamma$ και $B\Gamma = 4\sqrt{3} \text{ cm}$. Το τόξο ED γράφτηκε με κέντρο το A και ακτίνα AE , όπου E το μέσο της $A\Gamma$. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου σχήματος.



13. Εργολάβος καλείται να δώσει προσφορά με βάση αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:100 για την τοποθέτηση ορθογώνιου πατώματος σε μία αποθήκη διαστάσεων 5cm και 8cm. Η προσφορά του περιλαμβάνει, την αγορά και την τοποθέτηση των κεραμικών, την αμοιβή του καθώς επίσης και το Φ.Π.Α το οποίο είναι 19%. Ο εργολάβος αγοράζει πάντα 10 % περισσότερα κεραμικά από όσα χρειάζεται για τυχόν απώλειες. Τα πλακάκια κοστίζουν €12 το τετραγωνικό μέτρο χωρίς το Φ.Π.Α και η αμοιβή του ανέρχεται στα €35 το τετραγωνικό μέτρο. Να βρείτε το συνολικό ποσό της προσφοράς του εργολάβου μαζί με το Φ.Π.Α.

14. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 4a \text{ cm}$. Στην περιφέρεια του κύκλου παίρνουμε τόξα $\widehat{AB} = 60^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 90^\circ$, $\widehat{\Gamma\Delta} = 120^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του μικτόγραμμου τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

15. Να λύσετε την εξίσωση: $\log_x 256 + \log_x 16 + \log_x 4 + \log_x 2 + \dots = 8$.

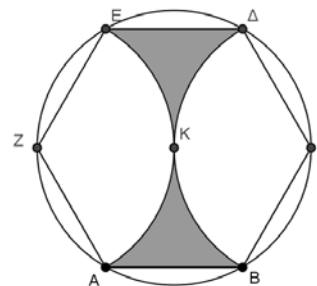
ΜΕΡΟΣ Β'

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4).

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του 7^{ου} και του 10^{ου} όρου της είναι ίσο με 49, ενώ ο 9^{ος} όρος είναι κατά 15 μεγαλύτερος από τον 4^ο όρο. Να υπολογίσετε:
 1. Τον πρώτο όρο και τη διαφορά της
 2. Πόσους όρους της πρέπει να προσθέσουμε ώστε να έχουμε άθροισμα 392.
2. Κάποιος τόκισε με απλό τόκο 2 κεφάλαια ως εξής : Το πρώτο κεφάλαιο προς 6% και το δεύτερο προς 5%. Το δεύτερο κεφάλαιο ισούται, με τα $\frac{2}{3}$ του πρώτου κεφαλαίου. Μετά από 2 χρόνια και 6 μήνες πήρε συνολικά €45600. Να βρείτε τα δυο κεφάλαια.
3. Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι (K,R) και (K,r) με $R > r$. Αν το εμβαδόν του δακτυλίου που σχηματίζεται είναι ίσο με $108\pi \text{ cm}^2$ και αποτελεί το 75% του εμβαδού του μεγάλου κύκλου να υπολογίσετε τις ακτίνες των δύο κύκλων.

4. Να λύσετε τις εξισώσεις :
- $9 \cdot 9^x + 8 \cdot 3^x - 1 = 0$
 - $\log \left[\log_4 (x^2 + x - 2) \right] = 0$
5. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $\alpha = 2\gamma$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$.
- Να υπολογίσετε τις γωνίες A, B του τριγώνου.
 - Να δείξετε ότι $E = \frac{\alpha^2}{8} \sqrt{3} \text{ cm}^2$.
 - Αν η περίμετρος του τριγώνου είναι ίση με $(12 + 4\sqrt{3}) \text{ cm}$ να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου.
6. Στο διπλανό σχήμα το ABΓΔΕΖ είναι κανονικό εξάγωνο εγγεγραμμένο στον κύκλο (Κ, 4cm). Τα τόξα ΕΚΑ και ΔΚΒ γράφτηκαν με κέντρα Ζ και Γ αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος.



Οι εισηγήτριες

Μαρία Παρασκευά

.....

Ευρούλα Ευριπίδου

.....

Ρηγίνα Τσιήρτου

.....

Η συντονίστρια

Μαργαρίτα Μαρκίδου (Β.Δ.)

.....

Η διευθύντρια

Μαρία Θεοφάνους

.....

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' Κοινού Κορμού

Ημερομηνία: 23/05/14

Ονοματεπώνυμο Μαθητή /τριας: _____ Βαθμός: _____

Τμήμα: _____ Βαθμός Ολογράφως: _____

Διάρκεια: 2 ώρες και 30 λεπτά. Υπογραφή Καθηγητή/τριας: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ:

α) Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν

και με μολύβι).

β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Το δοκίμιο αποτελείται από 13 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε ΜΟΝΟ 12 από τις 15 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με μία μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $2^x = 8$

2. Να βρείτε το εμβαδόν κύκλου με ακτίνα $R = 4 \text{ cm}$.

3. Αυτοκίνητο αξίας €9800 πουλήθηκε με κέρδος 8% πάνω στην αξία του. Να βρείτε την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου.

-
4. Οι αριθμοί $x-1$, $5x$, $x+9$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να υπολογίσετε το x .

-
5. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 3, 9, 15, 21, Να βρείτε:
- α) τη διαφορά της
 - β) τον δέκατο τρίτο όρο της (με τύπο)
 - γ) το άθροισμα των δεκαέξι πρώτων όρων της (με τύπο).

6. Σε χάρτη με κλίμακα $1 : 200\,000$ η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 20 cm. Να υπολογίσετε την πραγματική τους απόσταση σε χιλιόμετρα.

-
7. Ένας καταναλωτής αγόρασε μια τηλεόραση και πλήρωσε Φ.Π.Α. €60,80. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 19%, να βρείτε πόσα λεφτά πλήρωσε συνολικά.

-
8. Ένας πατέρας μοίρασε €23000 στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 13, 15 και 18 χρονών. Να βρείτε πόσα λεφτά πήρε το κάθε παιδί.

-
9. Να βρείτε το κεφάλαιο που όταν τοκιστεί προς 3% για 100 μέρες, δίνει τόκο, ίσο με τον τόκο που δίνουν €5250 προς 4% για 4 χρόνια.

-
10. Αν το μήκος κύκλου είναι 12π cm, να βρείτε συναρτήσει του π :
- α) το εμβαδόν κυκλικού τομέα του, γωνίας 60°
 - β) την περίμετρο του κυκλικού τομέα.

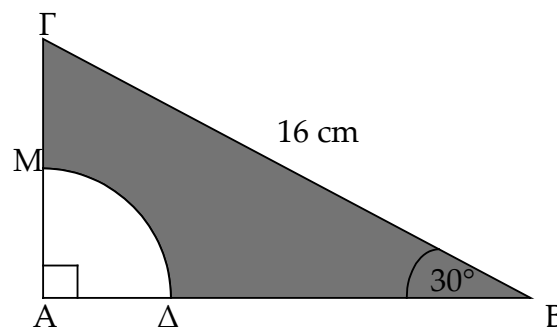
-
11. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 + \gamma^2} = \frac{\eta\mu^2 A - \eta\mu^2 B}{\eta\mu^2 A + \eta\mu^2 \Gamma}$

-
12. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{\log_{\alpha} \alpha^5 - 4 \log_{\alpha} \sqrt{\alpha}}{\log_{\alpha} 1 - \log_{\alpha} \frac{1}{\alpha^3}}$

13. Να παρεμβάλετε 6 αριθμούς μεταξύ των αριθμών 384 και 3, ώστε να σχηματίζουν όλοι μαζί φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο. Στη συνέχεια να βρείτε το άθροισμα των άπειρων όρων της.

14. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $E = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\gamma = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

15. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle B\Gamma\Delta$ ($\hat{A} = 90^\circ$), με $B\Gamma = 16 \text{ cm}$ και $\hat{B} = 30^\circ$. Με κέντρο το A και ακτίνα AM , M μέσο του $A\Gamma$, γράφουμε τόξο $M\Delta$ μέσα στο τρίγωνο. Να υπολογίσετε, συναρτήσει του π , το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δύο μονάδες.

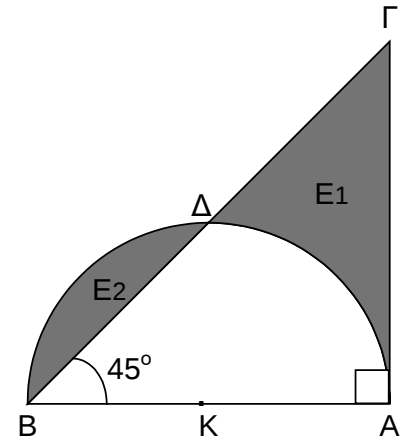
1. Σε γεωμετρική πρόοδο ο ένατος όρος είναι ίσος με το διπλάσιο του όγδοου και η διαφορά του πέμπτου από τον έβδομο όρο είναι ίσο με 24 .
- α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο
- β) Να βρείτε το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της (με τύπο).

2. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3^{2x+1} - 17) = 1 + \log(3^x - 2)$

-
3. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της είναι 150 ενώ ο τρίτος και ο πέμπτος όρος έχουν άθροισμα 24.
- α) Να σχηματίσετε την πρόοδο
- β) Να βρείτε πόσους όρους της αριθμητικής προόδου πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 500.

4. Ο κ. Αθανασιάδης τόκισε ένα κεφάλαιο για 10 χρόνια ως εξής: τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου προς 4,25% και το υπόλοιπο προς 3,5%.
- α) Να υπολογίσετε το κεφάλαιο αν πήρε συνολικά τόκους €7600
- β) Ο κ. Αθανασιάδης πήρε το αρχικό κεφάλαιο μαζί με τους τόκους και τα επένδυσε σε μετοχές. Μετά από κάποιο διάστημα, πούλησε τις μετοχές και εισέπραξε €23460. Να βρείτε το ποσοστό(%) κέρδους ή ζημιάς, που είχε από την επένδυση σε μετοχές.

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $AB = 10 \text{ cm}$. Η AG είναι εφαπτόμενη του κύκλου στο A και $\widehat{GBA} = 45^\circ$.
- α) Αν E_1 το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου $AG\Delta$ και E_2 το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος, να δείξετε ότι: $E_1 + E_2 = 25 \text{ cm}^2$.
- β) Να βρείτε, συναρτήσει του π , την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου $AG\Delta$.



6. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A \cdot \sigma\upsilon\nu A - \eta\mu B \cdot \sigma\upsilon\nu B = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο ή ισοσκελές.

Η Διευθύντρια:

Μαργερίδου Έλση

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2014

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ κ.κ.

ΗΜΕΡΟΜ.: 28 / 5 /2014
ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες

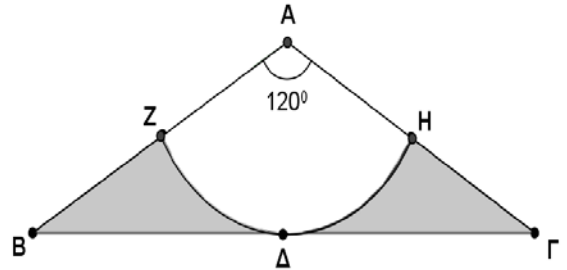
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
 2. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α'

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €4800 αν τοκιστούν προς 6% για 5 μήνες.
2. Να βρείτε το μήκος του κύκλου του οποίου η ακτίνα είναι 8cm.
3. Να λύσετε την εξίσωση: $\left(\frac{3}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{3}{5}\right)^{2-2x}$.
4. Η αξία ενός αυτοκινήτου είναι €10000. Πόσα θα πληρώσει για ΦΠΑ ο αγοραστής αν το ΦΠΑ είναι 15% ;
5. Αν $2x - 1$, x , $x + 3$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου να βρείτε την τιμή του x και την διαφορά της προόδου.
6. Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση: $\frac{\log 32 - \log 2}{\log 4 + \log 8} = \frac{4}{5}$.
7. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x - 7 \cdot 2^x + 10 = 0$.
8. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται οι πλευρές $a = 4\text{cm}$, $b = 2\text{cm}$ και η γωνιά $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε την πλευρά γ.
9. Τόξο κύκλου 40° έχει μήκος $2\pi \text{ cm}$. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του κύκλου στον οποίο ανήκει το τόξο,
β) το εμβαδόν του κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί στο τόξο αυτό.

10. Ένα οικόπεδο έχει σχήμα τετραγώνου με πλευρά 15m. Ένας αρχιτέκτονας το σχεδίασε με πλευρά 15 cm. Ποια είναι η κλίμακα του σχεδίου;
11. Κάποιος κέρδισε €12000. Αφού πλήρωσε τα χρέη του που ήταν το 25% του ποσού, τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 12, 15 και 18 χρονών αντίστοιχα. Πόσα χρήματα πήρε το κάθε παιδί;
12. Αν σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\alpha \cdot \eta\mu A + \beta \cdot \eta\mu B = 2R \cdot \eta\mu^2 \Gamma$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
13. Η αξία ενός αυτοκινήτου μειώθηκε φέτος κατά 20% και είναι τώρα €6800. Ποιά θα ήταν η τελική τιμή του αυτοκινήτου αν η μείωση ήταν μόνο 15% ;
14. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ ισχύουν : $\alpha_1 + \alpha_2 = 48$ και $\alpha_2 + \alpha_3 = 16$. Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου.
15. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $AB = AG = 10\text{cm}$ και γωνία $\hat{A} = 120^\circ$. Με κέντρο το A και ακτίνα AΔ γράφετε τόξο ZΔΗ (Δ μέσο της BΓ)
Να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους,
β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος -3, -1, 1, 3, ...
α) Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της
β) Πόσους όρους πρέπει να πάρουμε για να έχουμε άθροισμα 2300 ;
2. Να λύσετε τις εξισώσεις :
- α) $\log(x^2 + 6) - \log x = \log 5$
- β) $3^{x+1} - \frac{9}{3^x} = 6$

3. Εισαγωγέας αγόρασε εμπορεύματα και πλήρωσε €20000 . Αν είχε επιπλέον μεταφορικά έξοδα 12% του κόστους των εμπορευμάτων, να βρείτε το συνολικό κόστος των εμπορευμάτων για τον εισαγωγέα.

Αν το εμπόρευμα πωλήθηκε προς €33488 και σε αυτή την τιμή συμπεριλαμβάνεται και το ΦΠΑ προς 15%, πόσο ήταν το ποσοστό κέρδους του εισαγωγέα;

4. Κάποιος τόκισε €10000 προς 5% με απλό τόκο για 6 μήνες. Στο τέλος της περιόδου αυτής χρειάστηκε τις €2000 , καθώς και τους τόκους της δμηνίας.

Το υπόλοιπο ποσό το κατέθεσε πάλι προς 6% για 2 χρόνια με απλό τόκο.

Να βρείτε πόσα συνολικά πήρε από τους τόκους στην περίοδο των 2,5 χρόνων.

5. (α) Να λύσετε την εξίσωση : $25^{\log x} - 6 \cdot 5^{\log x} + 5 = 0$

(β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση:

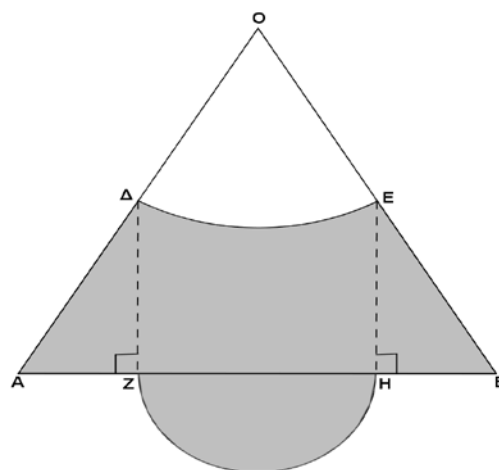
$$8R^2 \sin A \cdot \eta\mu B \cdot \eta\mu \Gamma = \beta^2 + \gamma^2 - \alpha^2$$

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο AOB πλευράς 16cm. Από τα μέσα Δ και Ε των πλευρών OA και OB αντίστοιχα, φέρουμε κάθετες ΔΖ και ΕΗ πάνω στην ΑΒ.

Με κέντρο Ο και ακτίνα ΟΔ γράφουμε τόξο ΔΕ, ενώ με διάμετρο την ΖΗ γράφουμε ημικύκλιο έξω από το τρίγωνο.

Να υπολογίσετε:

- α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους,
β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



Διευθυντής:

.....

Παπαμιτιάδου Δημήτρης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26 / 05 / 2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

ΟΔΗΓΙΕΣ:

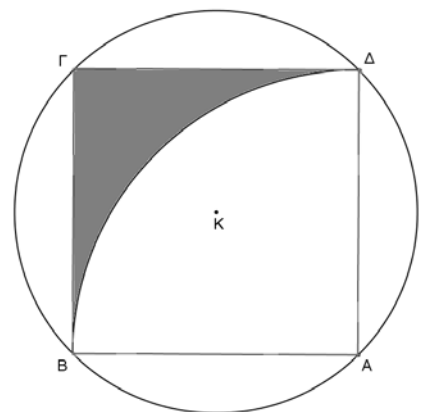
- α) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
- β) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- γ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που να φέρει την σφραγίδα του σχολείου.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τις **15** ασκήσεις να λύσετε **μόνο τις 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε (5) μονάδες**.

1. Κύκλος έχει διάμετρο 16 cm. Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $\log_2 x = -4$ (β) $7^{2x-1} = 49$.
3. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €7000 μετά από 3 χρόνια και 3 μήνες με επιτόκιο 9%.
4. Δίνεται η πρόοδος 1, 4, 7, 10... . Να βρείτε τον δωδέκατο όρο και το άθροισμα των δεκαέξι πρώτων όρων της.
5. Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ αν δίνονται: AB = 2 cm, ΒΓ = 3 cm και η γωνία $\hat{A} = 60^\circ$.
6. Η αρχική τιμή ενός φορητού ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι €1300. Αν επιπλέον εισπράττεται 15% Φ.Π.Α., πόσα στοιχίζει ο ηλεκτρονικός υπολογιστής στον αγοραστή;
7. Η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων Α και Β είναι 80 km. Να βρείτε την κλίμακα ενός χάρτη στον οποίο οι δύο πόλεις απέχουν μεταξύ τους 16 cm.
8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x-2) = 1 + \log 5 - \log(x+3)$.

9. Οι αριθμοί $x-2$, x , $2x+3$ είναι τρεις διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
- (α) Να βρείτε τις τιμές του x .
- (β) Για ποια τιμή του x η γεωμετρική πρόοδος είναι φθίνουσα και να βρείτε το λόγο της.
10. (α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \log_3\left(\frac{1}{9}\right) + \log_5 5\sqrt{5} - \log_2 64$
- (β) Αν $\sigma \in \mathbb{R}$ και $\log(x+3) = \frac{2}{5}(\log \sigma + \log \dots)$ να υπολογίσετε το x .
11. Κάποιος αγόρασε ένα διαμέρισμα και αφού ξόδεψε €5000 για επιδιορθώσεις το πώλησε €44,000, κερδίζοντας έτσι 30% πάνω στην τιμή αγοράς. Να βρείτε:
- (α) Την τιμή αγοράς του διαμερίσματος.
- (β) Πόσα θα έπρεπε να πωλήσει το διαμέρισμα για να έχει κέρδος 30% πάνω στο συνολικό του κόστος;
12. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος, το άθροισμα των απείρων όρων της είναι τριπλάσιο του πρώτου όρου της. Αν ο πρώτος όρος είναι τριπλάσιος του λόγου της, να βρείτε τον τέταρτο όρο της.
13. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha \cos \frac{\gamma}{2} = \dots$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Αν επιπλέον ισχύει η σχέση $\dots$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι και ορθογώνιο.
14. (α) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ αν δίνονται: $\sigma, \dots, \sqrt{\dots}, \dots$.
- (β) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\frac{\dots}{\sigma \cos \frac{\gamma}{2}} = \dots$.
15. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο εγγεγραμμένο σε κύκλο και το τόξο $B\Delta$ γράφτηκε με κέντρο το A . Αν η ακτίνα του κύκλου με κέντρο K ισούται με 8 cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου χωρίου.

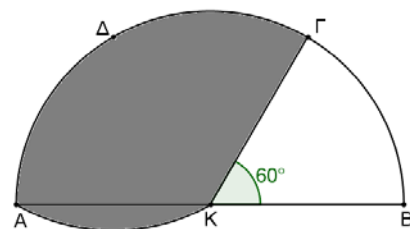


ΜΕΡΟΣ Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **δέκα (10) μονάδες**.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $5^{2x+1} + 3 \cdot 5^{x+2} = 80$ (β) $\log x (\log x^2 - 5) = 3$
2. Δίνεται αριθμητική πρόοδος της οποίας το άθροισμα του δεύτερου και του τέταρτου όρου της είναι 20, ενώ ο πέμπτος όρος της είναι τετραπλάσιος του πρώτου.
(α) Να βρείτε την αριθμητική πρόοδο.
(β) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να πάρουμε άθροισμα 91.
(γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 15 όρων που ακολουθούν τον δέκατο όρο.
3. (α) Να βρείτε το λόγο γεωμετρικής προόδου, της οποίας ο πέμπτος όρος είναι κατά 125 μεγαλύτερος από τον τέταρτο όρο και κατά 225 μεγαλύτερος από τον τρίτο όρο.
(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $3 + 6 + 12 + \dots + 192$.
4. (α) Σε τρίγωνο ABΓ, $\alpha = 12 \text{ cm}$, $\gamma = 6 \text{ cm}$ και $E = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να βρείτε την οξεία γωνία Β και την πλευρά β.
(β) Αν σε τρίγωνο ABΓ με γωνία $\hat{A} = 120^\circ$, να δείξετε ότι: $(\beta + \gamma + \alpha)(\beta + \gamma - \alpha) = 3\beta\gamma$.
5. Κάποιος τόκισε με απλό τόκο τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων του στην τράπεζα Α με επιτόκιο 6,5%, το $\frac{1}{4}$ των υπολοίπων χρημάτων στην τράπεζα Β με επιτόκιο 4% και τα χρήματα που του απέμειναν τα τόκισε στην τράπεζα Γ με επιτόκιο 5%. Αν σε δύο χρόνια πήρε και από τις τρεις τράπεζες συνολικό τόκο €5680, να βρείτε πόσα χρήματα είχε.

6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $\overline{AB}$, Κ μέσο του $\overline{AB}$ και η γωνία $\hat{AKB} = 60^\circ$. Το τόξο ΑΚ γράφτηκε με κέντρο το σημείο Δ (Δ μέσο του τόξου $\widehat{AG}$) και ακτίνα ΑΔ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Γεωργίου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

MAΘHMA: MAΘHMATIKA K.K

ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

HMEPOMHNIA: 04 / 06 / 2014

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΩΡΑ: 07 : 45 - 10 : 15

ΒΑΘΜΟΣ

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

ΥΠΟΓΡΑΦΗ:

Ονοματεπώνυμο μαθητή/τριας :Τμήμα..... ΑΡ.

Το εξεταστικό Δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

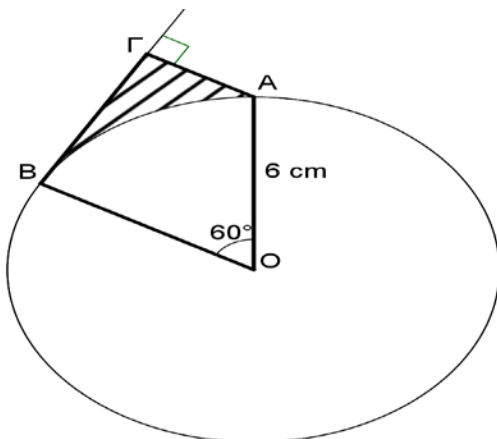
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Αν οι αριθμοί χ , $2\chi + 1$, $4\chi - 3$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου, να υπολογίσετε το χ .
2. Να λύσετε τις εξισώσεις :
α) $\log \chi = 2$ β) $3^{2\chi-1} = 81$
3. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 8π cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
4. Για πόσους μήνες πρέπει να τοκίσουμε κεφάλαιο € 1800 με ετήσιο επιτόκιο 7% , για να δώσει τόκο € 84;
5. Η απόσταση Μόρφου – Λευκωσίας είναι 40 km. Να βρείτε την απόσταση των δύο πόλεων σε χάρτη κλίμακας 1 : 1000000 .
6. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ, ισχύει η σχέση $E = 2R^2 \eta \mu A \eta \mu B \eta \mu \Gamma$.
7. Να λύσετε την εξίσωση : $\log [\log (22x - 1)] = 0$.
8. Σε φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο ο πρώτος όρος της (α_1) είναι διπλάσιος του λόγου της (λ) και το άθροισμα των απείρων όρων της (Σ_∞) ισούται με 2.
Να βρείτε τους 4 πρώτους όρους της προόδου.

9. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ είναι όμοια και οι ομόλογες πλευρές των AB και $A\Gamma$ είναι οι ΔE και ΔZ αντίστοιχα. Αν $AB = 10 \text{ cm}$, $B\Gamma = 12 \text{ cm}$ και $A\Gamma = 14 \text{ cm}$ και η περίμετρος του ΔEZ είναι 108 cm , να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου ΔEZ .
10. Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο δεύτερος όρος (α_2) της ισούται με 4 και ο έβδομος όρος (α_7) ισούται με $\frac{1}{8}$. Να βρείτε :
 α) το λόγο της Γ.Π.
 β) τους πέντε πρώτους όρους της Γ.Π.
 γ) το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
11. Σε κύκλο (K, R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο και κανονικό εξάγωνο. Αν $E_3 = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$, να υπολογίσετε την ακτίνα R του κύκλου, την πλευρά του ισόπλευρου τριγώνου (λ_3) και το απόστημα του κανονικού εξαγώνου (α_6).
12. α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{\log_{\alpha} 16 + 4 \log_{\alpha} \sqrt{2}}{\log_{\alpha} 16 - 3 \log_{\alpha} 2 + \log_{\alpha} 1}$.
 β) Να λύσετε την εξίσωση $\log^2(x-3) - \log(x-3) - 2 = 0$.
13. Σε κύκλο (K, R) παίρνουμε διαδοχικά τόξα $\widehat{AB} = 90^\circ$, $\widehat{B\Gamma} = 60^\circ$ και $\widehat{\Gamma\Delta} = 120^\circ$.
 Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ συναρτήσει της ακτίνας R του κύκλου.
14. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται οι πλευρές $a = 10 \text{ cm}$, $\gamma = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ και η γωνία $\Gamma = 60^\circ$.
 Να βρείτε τη γωνία A , την πλευρά β και το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
15. Δίνονται οι ισότητες : $\log_3(\chi - 3\psi) = -1$ και $2^{\chi+\psi} = \sqrt[3]{32}$.
 α) Να υπολογίσετε τις τιμές των χ και ψ .
 β) Αν χ, ω, ψ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου να υπολογίσετε το ω .

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο ο δεύτερος και ο όγδοος όρος της έχουν άθροισμα 28, ενώ ο τρίτος και ο πέμπτος όρος της έχουν άθροισμα 24.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο .
β) Να βρείτε τον εικοστό τρίτο όρο της.
γ) Πόσους όρους της προόδου πρέπει να προσθέσουμε, για να έχουμε άθροισμα 500;
2. α) Να λύσετε την εξίσωση $\log(4^{x+1} + 2) = \log 9 + x \log 2$.
β) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $2a \sin \Gamma - 4 R^2 \eta \mu^2 A = 0$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
3. α) Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 15 + 17 + 19 + \dots + 95$.
β) Ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Αν $a = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\beta = 4 \text{ cm}$ να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου και το μήκος της πλευράς γ.
4. Ο πρώτος όρος (α_1) Γεωμετρικής Προόδου ισούται με τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης $2x^2 - 15x - 8 = 0$ και ο λόγος λ της Γ. Π. ισούται με τη μικρότερη της ρίζα της εξίσωσης.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο .
β) Να αποδείξετε ότι ισχύει $\alpha_{2\nu} = -2^{4-2\nu}$.
5. Στο πιο κάτω σχήμα η ΒΓ είναι εφαπτόμενη του κύκλου (Ο, 6 cm) στο σημείο Β, η ΑΓ είναι κάθετη στην εφαπτόμενη και η $\widehat{AOB} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



6. Ο Κώστας πούλησε μερικά εμπορεύματα και εισέπραξε μαζί με το Φ.Π.Α € 29500.
Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α, που ήταν 18 %, κατέθεσε στην τράπεζα το υπόλοιπο ποσό ως εξής: τα $\frac{3}{5}$ του ποσού προς 5 % και τα υπόλοιπα προς 8 %.
Σε πόσα χρόνια θα πάρει συνολικά τόκο € 4650;

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Χριστίνα Δ. Καρατζιά

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ(3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).

Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας τύπου Tippo-Ex.

Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις, χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης, δε θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να λύσετε την εξίσωση $3^{2x+5} = 27^{x+1}$.
2. Αν $x-1$, $3x$, $x+9$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε το x .
3. Να δείξετε ότι : $\frac{\log 4 + 3\log 2}{\log 12 - \log 6} = 5$.
4. Ο λόγος των περιμέτρων δύο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{2}{5}$. Αν η μια πλευρά του μεγαλύτερου πολυγώνου είναι 30 cm, να υπολογίσετε την ομόλογη πλευρά του μικρότερου πολυγώνου.
5. Τόξο κύκλου 40° έχει μήκος 2π cm. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του κύκλου στον οποίο ανήκει το τόξο
β) το εμβαδόν του κύκλου αυτού
6. Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνουν €15000 αν τοκισθούν για 4 χρόνια με επιτόκιο 6%.
7. Να βρείτε το εμβαδόν τριγώνου ABΓ με $\beta = 6m$, $\gamma = 4m$ και $\hat{A} = 30^\circ$.

8. Σε χάρτη με κλίμακα 1:250 το μήκος μιας βάρκας είναι 6cm. Να βρείτε το πραγματικό μήκος της βάρκας σε m.
9. Ένας καταναλωτής αγόρασε μια τηλεόραση και πλήρωσε μαζί με το Φ.Π.Α €708. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α είναι 18% να υπολογίσετε την τιμή της τηλεόρασης χωρίς το Φ.Π.Α.
10. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται οι πλευρές $\alpha = 1\text{cm}$, $\beta = 2\text{cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τη γωνία B και την πλευρά γ του τριγώνου.
11. Να λύσετε την εξίσωση: $2\log(3\sqrt{2}) = \log x + \log(x - 3)$.
12. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έβδομου όρου της είναι 14 ενώ ο έκτος όρος της είναι 10. Να υπολογίσετε το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
13. Αυτοκίνητο κοστίζει σε εισαγωγή €6000. Το πουλά με κέρδος 25%.Πόσο θα μας κοστίσει τελικά το αυτοκίνητο αν το αγοράσουμε πληρώνοντας επιπλέον Φ.Π.Α 18% στην τιμή αγοράς;
14. Σε φθίνουσα Γ.Π ο πρώτος όρος της είναι τριπλάσιος του λόγου της. Αν το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\frac{3}{2}$ να σχηματίσετε την πρόοδο.
15. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $2a\gamma\sigma\upsilon\nu B = 8R^2\eta\mu^2 A$, να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$.

ΜΕΡΟΣ Β΄

**Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 2 μονάδες.**

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $4^x \cdot 2^{1-x} = \frac{1}{8}$

β) $9^{\lambda\sigma\gamma x} + 4 \cdot 3^{\lambda\sigma\gamma x} - 5 = 0$

2. Σε Γ.Π με $\lambda > 0$, ο τρίτος όρος της είναι τετραπλάσιος του πρώτου όρου της. Αν το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων της είναι ίσο με 225, να βρείτε τους τέσσερις πρώτους όρους της.

3. Τόκισε κάποιος τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου του προς 6% για 4 χρόνια και το υπόλοιπο κεφάλαιο προς 8% για τρία χρόνια και πήρε συνολικά €93000. Να βρείτε ποιο ποσό τόκισε προς 8%.
4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $AB = 4\text{cm}$. Αν $\widehat{AD} = 2 \times \widehat{GB}$ και $\widehat{DOG} = 90^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής.
5. Μια εταιρεία αγόρασε ένα κτίριο για το οποίο πλήρωσε 18% Φ.Π.Α και επιπλέον €1000 έξοδα. Σε ένα χρόνο αποφάσισε να το πωλήσει αλλά με ζημιά 8% στο συνολικό κόστος και εισέπραξε €272320. Ποια ήταν η αρχική τιμή αγοράς;
6. Οι πλευρές α , γ , β ενός τριγώνου $AB\Gamma$ αποτελούν διαδοχικούς όρους Γ.Π. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $E = R \cdot \gamma \cdot \eta\mu^2\Gamma$.

Εισηγητές

Δημήτρης Γαβαλάς
Φρύνη Μαυρονικόλα
Ανδρέας Τσαγκάρης

Ο Διευθυντής

Θεοχάρης Μασούρας.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

HMEPOMHNIA: 30/05/2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ μαθητή/τριας:.....

ΟΔΗΓΙΕΣ:

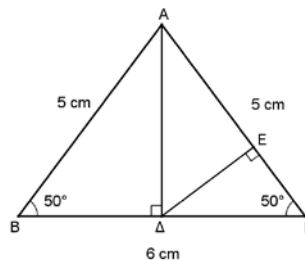
1. Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι.
2. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **3** σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τις 15 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 12**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

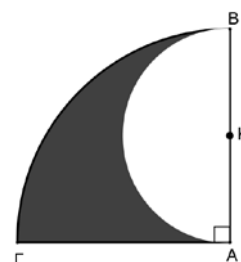
1. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 5 \text{ cm}$.
Να υπολογίσετε: α) το μήκος της περιφέρειας του.
β) το εμβαδόν του.
2. Αριθμητική πρόοδος έχει $a_2 = 6$ και $\delta = 2$. Να υπολογίσετε το a_1 και το a_{30} .
3. Να υπολογίσετε το κεφάλαιο που τοκίστηκε προς 7% για 5 χρόνια και δίνει τόκο €126.
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $\log_x 16 = 4$ β) $\left(\frac{2}{7}\right)^{x-1} = \frac{4}{49}$
5. Ένα ψυγείο κοστίζει €250. Κατά την περίοδο των εκπτώσεων το ψυγείο πωλείται με έκπτωση 30%. Να βρείτε την τιμή πώλησής του.
6. Η περίμετρος ενός τριγώνου είναι 56 cm. Να βρείτε τις πλευρές του, αν είναι γνωστό ότι οι πλευρές είναι ανάλογες με τους αριθμούς 3, 5, 6.
7. Σ' ένα αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:100 η κουζίνα έχει εμβαδόν 32 cm^2 .
Να υπολογίσετε το πραγματικό εμβαδόν της κουζίνας σε m^2 .
8. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ που έχει $a = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 8 \text{ cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται, $AD \perp BG$, $DE \perp AG$,
 $AB = AG = 5 \text{ cm}$, $BG = 6 \text{ cm}$ και $\hat{B} = \hat{G} = 50^\circ$.
 α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABD και EDG είναι όμοια.
 β) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς GE .



10. Να λύσετε την εξίσωση: $4^x - 7 \cdot 2^x - 8 = 0$
11. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 3 + 7 + 11 + \dots + 47$.
12. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABG ισχύει η σχέση: $\frac{\gamma^2 + \alpha^2 - \beta^2}{\gamma^2 + \beta^2 - \alpha^2} = \frac{\varepsilon\varphi A}{\varepsilon\varphi B}$
13. Να βρείτε την τιμή του α ($\alpha > 0$, $\alpha \neq 1$) από την πιο κάτω ισότητα:

$$\log_{\alpha} 5 + 3 \log_{\alpha} 2 - \log_{\alpha} 10 - \frac{1}{2} \log_{\alpha} 64 = -1$$
14. Οι αριθμοί 12, x , y είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, ενώ οι αριθμοί x , y , 4 είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να υπολογίσετε τους αριθμούς x και y .
15. Δίνεται τεταρτοκύκλιο με κέντρο το σημείο A , ακτίνες $AB = AG = 12 \text{ cm}$ και ημικύκλιο με διάμετρο AB μέσα στο τεταρτοκύκλιο. Να υπολογίσετε την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.

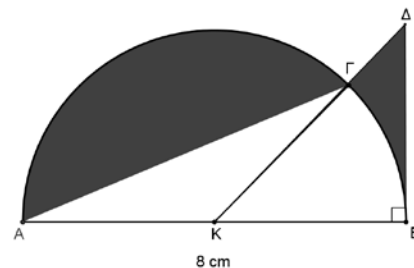


Μέρος Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις **να λύσετε μόνο τις 4**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ένας έμπορος αγόρασε 50 πλυντήρια για €6 500. Να υπολογίσετε:
 α) την τιμή αγοράς κάθε πλυντηρίου, και το ποσοστό (%) κέρδους ή ζημιάς που θα έχει αν πωλεί το κάθε πλυντήριο €195.
 β) την τελική τιμή ενός πλυντηρίου αν προστεθεί επιπλέον Φ.Π.Α. 18%.
2. Τρίγωνο ABG έχει πλευρές $\beta = 5 \text{ cm}$, $\gamma = 3 \text{ cm}$ και εμβαδόν $E = \frac{15\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$.
 Να υπολογίσετε:
 α) τη γωνία A ($\hat{A} < 90^\circ$).
 β) την πλευρά α .

3. Το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι ίσο με 65, ενώ το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι ίσο με 81. Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο αν $\lambda < 0$.
4. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
 α) $\lambda \log(x+1) + 2\lambda \log \sqrt{5} = 2$
 β) $3^{x-1} + 2^x = 3^{x+1} - 2^{x+3}$
5. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{3}$ ενός κεφαλαίου με επιτόκιο 6% για 5 χρόνια και το υπόλοιπο του κεφαλαίου το τόκισε προς 4% για 10 μήνες. Αν πήρε συνολικά τόκο €950, να υπολογίσετε το κεφάλαιο.
6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ημικύκλιο με κέντρο K, διάμετρο AB = 8 cm και KBD ορθογώνιο ισοσκελές τρίγωνο ($\hat{B} = 90^\circ$). Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

Αριστείδης Τίρκας, Β.Δ.
 Χριστίνα Κυπριανού
 Νίκος Μουγής
 Έλενα Τσίγκη
 Μιχάλης Κοντοβούρκης

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

Βασιλική Πιπτάτζη – Φάνου Β.Δ.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Πέτρος Λοϊζίδης

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29/5/2014

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2.30΄ ώρες

- Οδηγίες:
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.
 - Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
 - Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.

Όλες οι απαντήσεις να δοθούν σε σφραγισμένες κόλλες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις δεκαπέντε (15) ασκήσεις να λύσετε μόνο δώδεκα (12).

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες (5/100).

1. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{4x-5} = 27$
2. Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων μια τηλεόραση αξίας €450 πωλήθηκε με έκπτωση 20%.
Να βρείτε τη τιμή πώλησης της τηλεόρασης.
3. Να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της προόδου: 7, 10, 13, ...
4. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x+1) + \log(x-1) = \log 3$
5. Να βρείτε με ποιο επιτόκιο τοκίστηκαν €6000 για έξι μήνες και έγιναν μαζί με τον τόκο €6120.
6. Να βρείτε το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 60° , σε κύκλο με περίμετρο 18π cm.
7. Να βρείτε το λόγο φθίνουσας γεωμετρικής προόδου, αν οι $2x-2$, $x+3$, x είναι διαδοχικοί όροι της.
8. Να επιλύσετε το τρίγωνο: 3 cm $3\sqrt{3}$ cm

9. Κανονικό πολύγωνο έχει γωνία 165° .

Να βρείτε: α) την κεντρική γωνία του

β) το πλήθος των πλευρών του

10. Να λύσετε την εξίσωση: $3^{2x+1} - 26 \cdot 3^x - 9 = 0$

11. Κανονικό εξάγωνο και ισόπλευρο τρίγωνο είναι εγγεγραμμένα σε κύκλο με ακτίνα 10 cm. Να βρείτε το εμβαδόν του χώρου που βρίσκεται μεταξύ τους.

12. Αν οι όροι $\log a$, $\log b$ και $\log c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}^+$) είναι ο πέμπτος, ο έκτος και ο έβδομος όρος αριθμητικής προόδου αντίστοιχα, να δείξετε ότι οι όροι a , b , c είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

13. Ο Διευθυντής μιας εταιρείας αποφάσισε να επιβραβεύσει τους τέσσερις υπαλλήλους του με τις λιγότερες απουσίες κατά τη διάρκεια της χρονιάς. Θέλησε να τους μοιράσει το ποσό των €3800 σύμφωνα με τις μέρες απουσίας τους που ήταν 2, 2, 3 και 4 μέρες αντίστοιχα. Να βρείτε το ποσό που θα πάρει ο καθένας.

14. Δίνεται αμβλυγώνιο τρίγωνο με εμβαδόν $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και πλευρές $b = 4 \text{ cm}$, $c = 4\sqrt{3} \text{ cm}$.

Να υπολογίσετε τη γωνία A , ($A > 90^\circ$) και την πλευρά a του τριγώνου.

15. Ο Γιάννης αγόρασε ένα οικόπεδο €60000 και το πούλησε με κέρδος 20%. Με τα χρήματα που πήρε αγόρασε ένα άλλο. Αναγκάστηκε όμως να το πουλήσει με ζημιά 20%. Να βρείτε τελικά αν ζήμιωσε ή κέρδισε και πόσα.

ΜΕΡΟΣ Β': Από τις έξι (6) ασκήσεις να λύσετε μόνο τις τέσσερις (4).
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες (10/100).

1. Κάποιος κέρδισε στο λαχείο €14000. Τόκισε ένα μέρος των χρημάτων του προς 8% για 4 χρόνια και το υπόλοιπο προς 9% για 5 χρόνια. Αν πήρε συνολικά €5520 τόκους να βρείτε πόσα χρήματα τόκισε προς 8% και πόσα προς 9%.

2. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(2^x + 1) - \log(3 - 2^{-x}) = 0$

3. Σε φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο οι δύο πρώτοι όροι έχουν άθροισμα 108 και το άθροισμα των απείρων όρων της είναι $\frac{243}{2}$. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
4. α) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει:
- i) $\beta \sin \Gamma + \gamma \sin B = \alpha$
- ii) $\beta \sin \Gamma - \gamma \sin B = \frac{\beta^2 - \gamma^2}{\alpha}$
- β) Αν επιπλέον ισχύει ότι: $\beta^2 \sin^2 \Gamma - \gamma^2 \sin^2 B = \alpha^2$ και $\frac{\eta_{\mu B}}{\eta_{\mu A}} = \frac{\beta}{\gamma}$ να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.
5. Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά ίση με την πλευρά κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο (Κ, R), όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Αν η περίμετρος του μικτόγραμμου τριγώνου ΑΔΕ είναι $(36+8\pi)$ cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτόγραμμου τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.
6. Κάποιος αγόρασε εμπόρευμα αξίας €7700 και συμφώνησε να το αποπληρώσει με δόσεις, έτσι ώστε η πρώτη δόση να είναι €200, η δεύτερη €300, η τρίτη €400 και ούτω καθ'εξής..
Να βρείτε:
- α) σε πόσες δόσεις θα το αποπληρώσει
- β) πόσα θα πρέπει να πληρώσει για να ξοφλήσει τις τέσσερις τελευταίες δόσεις μαζί
- γ) πόσα θα στοιχίσει συνολικά το εμπόρευμα, αν πληρώσει φόρο 30%
- δ) το ποσοστό κέρδους του, αν πωλήσει το εμπόρευμα και εισπράξει €12012

Οι Εισηγήτριες

Η Συντονίστρια

Η Διευθύντρια

Αντρη Χριστοδούλου

Μαρία Πολυκάρπου Β.Δ.

Σωτηρούλα Μενοίκου

Αιμιλία Ζαντή

Μαρία Παπαπέτρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2014

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 07:45 π.μ.

- **ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.**
- **Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.**
- **Να γράφετε μόνο με πένα χρώματος μπλε. (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν και με μολύβι.)**
- **Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το Σχολείο.**

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12 .
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος: 15, 21, 27, ...
Να βρείτε: α) το είδος της προόδου
β) τον 17° όρο της προόδου
2. Δίνεται κύκλος με ακτίνα $R = 4 \text{ cm}$.
Να υπολογίσετε: α) το μήκος του κύκλου
β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα του, κεντρικής γωνίας 120°
3. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{4x} = 8^{2x-4}$
4. Τηλεόραση αξίας €800 πωλείται με έκπτωση 15% πάνω στην αξία της.
Να υπολογίσετε την τιμή πώλησής της.
5. Να δείξετε ότι: $\log 125 + 3\log 2 = 3$

6. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: $\alpha = 4\text{ m}$, $\gamma = 8\text{ m}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να βρείτε την πλευρά β και τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου.
7. Να υπολογίσετε την τιμή του x έτσι ώστε οι αριθμοί $x+3$, x , $x-1$ να είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου.
8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x+38) - \log x = 1 + \log 2$
9. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο σε 5 χρόνια τοκίζόμενο με απλό τόκο και με επιτόκιο 8% γίνεται μαζί με τους τόκους του €4200.
10. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $\Sigma = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{2}{9} - \frac{4}{27} + \dots$
11. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha\beta\eta\mu\Gamma}{\gamma} - \beta\eta\mu A = 0$
12. Δίνεται κύκλος με εμβαδόν $64\pi\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν κυκλικού τμήματός του γωνίας 45° .
13. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής: $A = \log_3 81 - \log 0,001 + \log_3 9\sqrt{3} + \log 100$
14. Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{2}{7}$.
 α) Να βρείτε το λόγο των εμβαδών τους.
 β) Αν η περίμετρος του μικρότερου είναι 10 cm, να βρείτε τη περίμετρο του μεγαλύτερου.
15. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κοινού μέρους δύο ίσων κύκλων με ακτίνα $R = 3\text{ cm}$, των οποίων η απόσταση των κέντρων τους είναι ίση με την ακτίνα τους.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Αριθμητικής Προόδου το άθροισμα του δεύτερου και πέμπτου όρου της είναι 23, ενώ το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της είναι 175.
 α) Να σχηματίσετε την Αριθμητική Πρόοδο.
 β) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 650.

2. Κάποιος τόκισε με απλό τόκο ένα κεφάλαιο προς 5% και ένα άλλο τριπλάσιο τού πρώτου προς 6% και σε 18 μήνες πήρε συνολικά τόκο €4140. Να βρείτε τα δύο κεφάλαια.
3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $\log^2 x = \log x^3 + 10$
β) $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$
4. Εισαγωγέας αγόρασε από εργοστάσιο 50 ηλεκτρονικούς υπολογιστές και πλήρωσε συνολικά €20000. Πλήρωσε επιπλέον 25% της αξίας τους για έξοδα μεταφοράς. Ο εισαγωγέας πωλεί τους ηλεκτρονικούς υπολογιστές με κέρδος 20% πάνω στο συνολικό κόστος.
Να υπολογίσετε πόσα πρέπει να πωλεί τον κάθε ηλεκτρονικό υπολογιστή, αν στην τιμή πώλησης συμπεριλαμβάνεται και 15% Φ.Π.Α..

5. Στο διπλανό σχήμα:

Το $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $AB=16$ cm και $B\Gamma = 8$ cm.

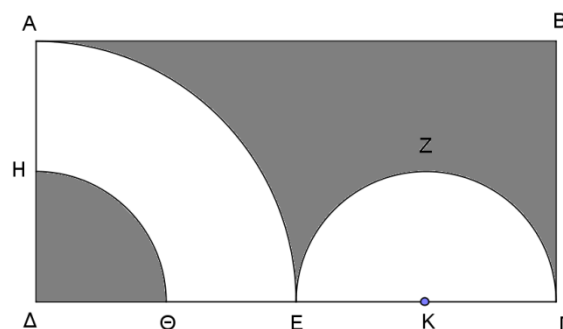
Το $\triangle A\Theta$ είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο το Δ .

Το $E\Gamma$ είναι ημικύκλιο με κέντρο το K .

Τα σημεία H και Θ είναι τα μέσα των $A\Delta$ και ΔE αντίστοιχα.

Το $\triangle H\Theta$ είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο το Δ .

Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας του σχήματος.



6. α) Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\hat{A} = 30^\circ$ και $\gamma = 2\alpha$. Να υπολογίσετε τις γωνίες

$\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου και να δείξετε ότι $E = \frac{\alpha^2 \sqrt{3}}{2}$, όπου E το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.

- β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sigma\upsilon\upsilon\eta \Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

Ο Διευθυντής

Νίκος Πρωτοπαπάς

Μάθημα: **Μαθηματικά Β' Κοινού Κορμού**

Ημερομηνία: **20.05.2014**

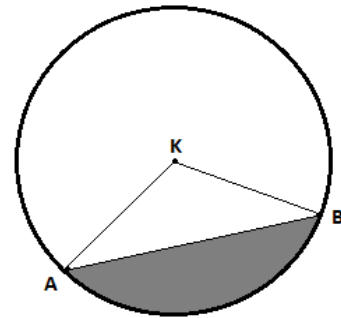
1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
2. Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε μονάδες από τις **εκατό**.

9. Να βρείτε τη γωνία A ($A < 90^\circ$) τριγώνου $AB\Gamma$ αν δίνονται :
 $\beta = 7\text{cm}$, $\gamma = 4\text{ cm}$ και $E = 7\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

10. Κάποιος κέρδισε €12000 και αφού πλήρωσε τα χρέη του που ήταν το 25 % αυτού του ποσού, τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα τρία του παιδιά ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 12, 15 και 18 χρονών αντίστοιχα. Πόσα χρήματα πήρε το κάθε παιδί;

11. Στο διπλανό σχήμα αν $R=10$ cm και $\hat{AKB} = 150^\circ$
Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

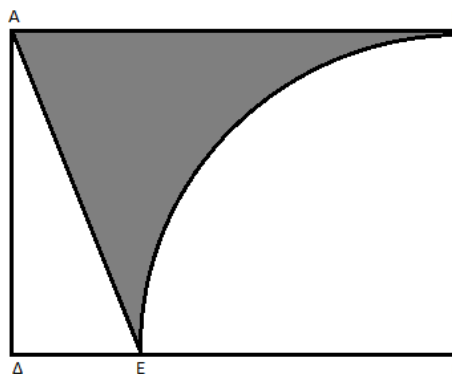


12. Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο πρώτος όρος είναι 9 και ο τέταρτος όρος είναι 72.
Να σχηματίσετε την πρόοδο.

13. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $a-2\gamma\sigma\upsilon\nu B=0$ να δείξετε ότι είναι ισοσκελές.

14. Οι αριθμοί $2a, 3a, 5a-4$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου και οι αριθμοί $3b-a, b+2, a+4$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου. Να βρείτε τα a και b .

15. Στο πιο κάτω σχήμα το ABΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές $AB = 17$ cm, $AD = 12$ cm και το BE είναι τόξο του κύκλου με κέντρο Γ και ακτίνα ΓΒ.
Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



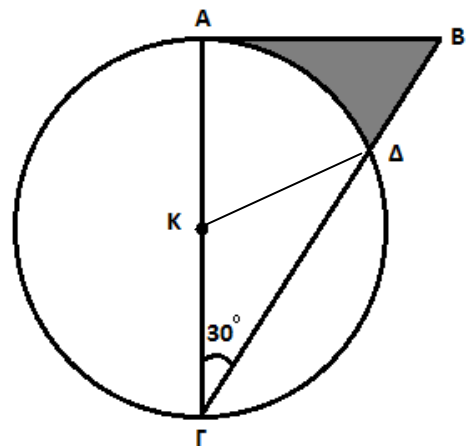
ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε **ΜΟΝΟ** 4 από τις 6 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα μονάδες από τις εκατό.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $4^x - 3 \cdot 2^x + 2 = 0$

$$\beta) 2\log x(\log x + 1) = 7\log x - 2$$

2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δευτέρου και του πέμπτου όρου της είναι 26 και το άθροισμα του τέταρτου και του έκτου όρου της είναι 38.
 α) Να σχηματίσετε την πρόοδο αυτή.
 β) Να βρείτε τον εκατοστό όρο της.
 γ) Να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
3. Έμπορος εισήγαγε εμπορεύματα αξίας €32 000 και πλήρωσε φόρο εισαγωγής 30 %. Επιπλέον πλήρωσε € 1000 μεταφορικά. Ο έμπορος υπολόγισε το κέρδος του πάνω στο συνολικό κόστος και πώλησε τα εμπορεύματα για € 51 120. Να βρείτε το ποσοστό κέρδους του.
4. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sin \Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές. Στη συνέχεια, αν $\beta = 12 \text{ cm}$ και $\alpha = 12\sqrt{3} \text{ cm}$ να υπολογίσετε τη γωνία Γ.
5. Το άθροισμα των απείρων όρων μιας Γ.Π. είναι 16, ενώ το άθροισμα του πρώτου και του δεύτερου όρου της είναι 12. Αν ο λόγος της $\lambda > 0$,
 α) να σχηματίσετε την πρόοδο,
 β) να βρείτε τον πέμπτο όρο της,
 γ) να βρείτε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.
6. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα $R = 3 \text{ cm}$. Η AB είναι εφαπτομένη του κύκλου και η BΓ τέμνουσα, η οποία σχηματίζει με την διάμετρο ΑΓ γωνία 30° .
 Να υπολογίσετε :
 α) το εμβαδόν του τριγώνου ΓΚΔ,
 β) την πλευρά AB
 γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΒΑΓ
 δ) το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

**Οι Διδάσκοντες:****Η Συντονίστρια:****Η Διευθύντρια:**

Θούλα Ιερειδου Β.Δ.
 Μοσφίλη Κυπρούλα
 Κώστας Σταματόπουλος
 Ελένη Γεωργιάδου

Θούλα Ιερειδου Β.Δ.

Κωνσταντία Καλογήρου

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2012

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ : Β' Κοινού κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:30/05/2012
ΧΡΟΝΟΣ: 2.30´
ΩΡΑ: 7.45 – 10:15

ΟΔΗΓΙΕΣ:

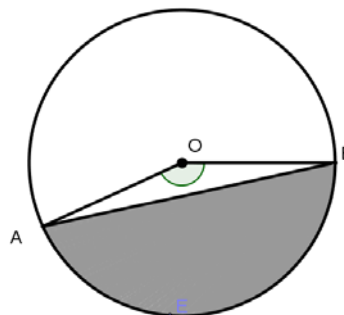
1. Επιτρέπεται η χρήση προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
2. Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τα 15 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 12.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 1 μονάδα.

1. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν € 2000, αν τοκιστούν προς 4% για 3 χρόνια.
2. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 4,7,10,13... Να βρείτε τον εικοστό τρίτο όρο της.
3. Κύκλος έχει ακτίνα 5m. Να υπολογίσετε το μήκος της περιφέρειας και το εμβαδόν του.
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $2^{x+3} = 32$
β) $\log_4 x = 2$
5. Ο κ. Σάββας αγόρασε ένα αυτοκίνητο και πλήρωσε €20000. Πώλησε το αυτοκίνητο με ζημιά 12%. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου.
6. Σε χάρτη, με κλίμακα 1:100000, η απόσταση δύο πόλεων είναι 6cm. Να βρείτε την πραγματική απόσταση των πόλεων σε km.
7. Αν $x-8$, $6-x$, $15-2x$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε την τιμή του x .
8. Ο λόγος ομοιότητας δύο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{2}{3}$ και το εμβαδόν του μεγαλύτερου πολυγώνου είναι 36 cm^2 . Να βρείτε το εμβαδόν του μικρότερου πολυγώνου.
9. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται : $\hat{\alpha} = 60^\circ$, $a = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\alpha = 6\sqrt{3} \text{ cm}$. Να βρείτε την οξεία γωνία Α.
10. Να βρείτε απόλυτα φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο με άθροισμα απείρων όρων ίσο με 6 και λόγο ίσο με $\frac{1}{2}$.
11. Ένα τρίγωνο ABΓ έχει $E = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $\beta = 5 \text{ cm}$ και $\gamma = 4 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε
(α) τη γωνία Α, αν $\hat{A} < 90^\circ$,
(β) την πλευρά α του τριγώνου.
12. Να λύσετε την εξίσωση: $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$.

13. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, R) και τόξο $AB = 150^\circ$.

Αν η ακτίνα $R = 6 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου κυκλικού τμήματος.

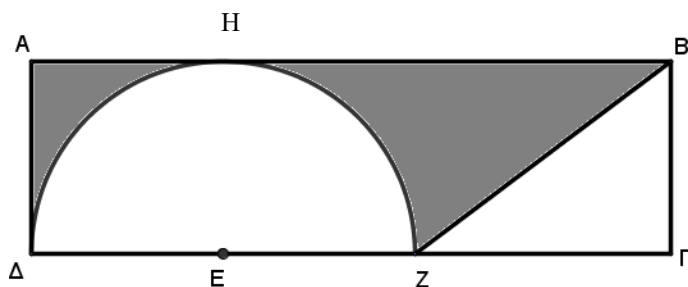


14. Αν οι αριθμοί $\log \chi$ είναι διαδοχικοί όροι Γ.Π., να βρείτε το χ .

15. Ένας έμπορος αγόρασε εμπόρευμα αξίας €8000 και το πώλησε με κέρδος 20% επί της αξίας του. Τα χρήματα που πήρε τα τόκισε για 3 χρόνια και 8 μήνες με απλό τόκο και πήρε τόκο €1760. Να βρείτε το επιτόκιο με το οποίο τοκίστηκαν τα χρήματα του;

ΜΕΡΟΣ Β': Από τα 6 θέματα να λύσετε ΜΟΝΟ τα 4.
Κάθε θέμα βαθμολογείται με 2 μονάδες.

- Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και του έκτου όρου της είναι 48 και ο όγδοος όρος της είναι πενταπλάσιος του δεύτερου.
 - Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο.
 - Πόσους όρους της πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 400;
- Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρές $AB = 10 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 3 \text{ cm}$. Δίνεται ημικύκλιο $\Delta H Z$ με κέντρο E . Να υπολογίσετε:
 - το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.
 - την σκιασμένης περιοχής.



- Τη φετινή σχολική χρονιά 1080 υποψήφιοι διεκδικούν 54 θέσεις στις πολυτεχνικές σχολές.
 - Να βρείτε το ποσοστό των υποψηφίων που θα εισαχθεί.
 - Αν οι θέσεις φέτος είναι αυξημένες κατά 8%, να βρείτε πόσες ήταν οι θέσεις πέρυσι.
 - Οι 54 θέσεις θα μοιραστούν σε τρεις πολυτεχνικές σχολές σε μέρη ανάλογα των αριθμών 4, 3, 2. Να υπολογίσετε πόσες θέσεις θα δοθούν σε κάθε σχολή.

Ιωάννης Ορφανίδης

ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΕΩΣ ΧΡΥΣΟΧΟΥΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ : 2013 – 2014

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014 .

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κορμού

ΤΑΞΗ : Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 3/6/2014

ΧΡΟΝΟΣ : 2.30΄

Οδηγίες: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x+3$, $2x-1$, $2x+5$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
2. Να υπολογίσετε τον 6^ο όρο της γεωμετρικής προόδου: 1, 3, 9, ...
3. Να υπολογίσετε το x στις πιο κάτω εξισώσεις:

$$(α) \log_3 x = 4$$

$$(β) \log_x 8 = 3$$

4. Να λύσετε την εξίσωση: $\log x - \log(x-1) = \log 5$
5. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{x+2} = 64$
6. Ένας καταστηματούχος κερδίζει 15% πάνω στην αξία των εμπορευμάτων που πωλεί. Αν θα πωλήσει εμπορεύματα αξίας €18500, πόσα θα κερδίσει;
7. Να μεριστεί ο αριθμός 390 σε μέρη ανάλογα των αριθμών 3, 4 και 6.

8. Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο προς 6% για 8 μήνες δίνει τόκο ίσο με τον τόκο που δίνουν €4200 προς 5% για 4 χρόνια;
9. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{\log 2 + \log 4}{\log 32 - 2 \cdot \log 4}$$
10. Ο Γιάννης θα αγοράσει ένα ηλεκτρονικό υπολογιστή αξίας €1250. Αν ο συντελεστής του ΦΠΑ είναι 18%, να υπολογίσετε το ποσό που θα πληρώσει συνολικά.
11. Να βρείτε το εμβαδόν που βρίσκεται μεταξύ δύο ομόκεντρων κύκλων με ακτίνες $R = 7 \text{ cm}$ και $r = 4 \text{ cm}$.
12. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:
$$\frac{\beta + 2\gamma}{2R} = \eta\mu B + 2\eta\mu \Gamma$$
13. Σε ένα χάρτη η απόσταση μεταξύ δύο χωριών είναι 6 cm. Αν η πραγματική τους απόσταση είναι 9 km, να βρείτε την κλίμακα του χάρτη.
14. Σε κύκλο με ακτίνα R είναι εγγεγραμμένο ένα ισόπλευρο τρίγωνο. Αν το απόστημα του τριγώνου είναι 18 m να υπολογίσετε την πλευρά και το εμβαδόν του τριγώνου.
15. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $a = 6 \text{ cm}$, $\gamma = 3 \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Να βρείτε:
Την πλευρά β , τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{B}$ και το εμβαδόν του τριγώνου.

Μέρος Β΄:

Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Αυτοκίνητο στοιχίζει στον εισαγωγέα €8000. Το πουλά με κέρδος 20% πάνω στην τιμή κόστους.
Πόσο θα μας κοστίσει τελικά αν το αγοράσουμε πληρώνοντας επιπλέον Φ.Π.Α. 19% στη τιμή πώλησης;
2. Φθίνουσας γεωμετρικής προόδου δίνονται: $a_2 = 40$ και $a_5 = 5$.
(α) Να βρείτε την πρόοδο.
(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της προόδου.

3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $(\log x)^2 - 3 \cdot \log x + 2 = 0$

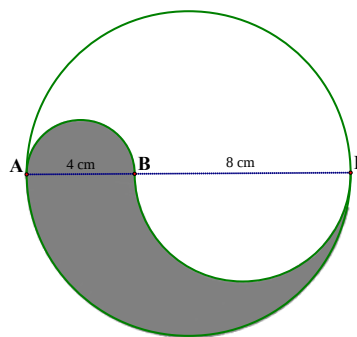
(β) $(5^{x-5})^{(x-6)} = 25$

4. Ο Περικλής τόκισε €20000 με απλό τόκο προς 7% για 2 χρόνια.

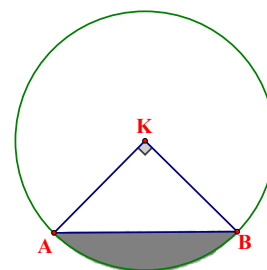
Η Ασπασία τόκισε το ίδιο ποσό με ανατοκισμό προς 6% για το ίδιο χρονικό διάστημα.

Ποιος θα πάρει περισσότερα σε τόκους και πόσα;

5. (α) Στο διπλανό σχήμα να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους αν $AB = 4 \text{ cm}$ και $B\Gamma = 8 \text{ cm}$.



(β) Να βρείτε το εμβαδόν κυκλικού τμήματος τόξου 90° σε κύκλο με ακτίνα 20 cm.



6. (α) Να δείξετε ότι σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $E = 2R^2 \cdot \eta\mu A \cdot \eta\mu B \cdot \eta\mu \Gamma$

(β) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\beta \cdot \sigma\upsilon\nu A = \alpha \cdot \sigma\upsilon\nu B$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Ιωσήφ Αντρέας

ΛΥΚΕΙΟ ΣΟΛΕΑΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2013-2014



Βαθμός

Ολογράφως

Υπογραφή

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μάθημα: Μαθηματικά Κ.Κ.

Τάξη: Β'

Χρόνος: 2,5 ώρες

Ημερομηνία: 20 Μαΐου 2014

Ονοματεπώνυμο:

Τμήμα: Αριθμός:

ΟΔΗΓΙΕΣ

Τα θέματα του εξεταστικού δοκιμίου είναι γραμμένα στις σελίδες 2-4.

ΜΕΡΟΣ Α' – Αποτελείται από δεκαπέντε (15) ασκήσεις. Να απαντηθούν μόνο οι δώδεκα (12). Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

ΜΕΡΟΣ Β' – Αποτελείται από έξι (6) ασκήσεις. Να απαντηθούν μόνο οι τέσσερις (4). Κάθε σωστή απάντηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

Θα διορθώνονται οι πρώτες ερωτήσεις που ικανοποιούν το ζητούμενο αριθμό από κάθε μέρος. Οι υπόλοιπες θα αγνοούνται.

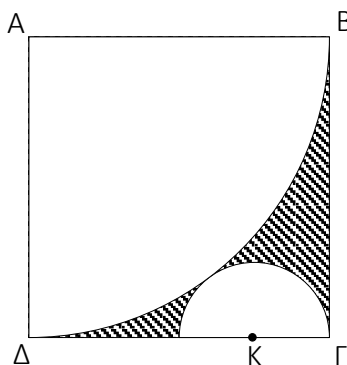
- Να γράφετε μόνο με μαύρο ή μπλε μελάνι.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού (TIPEX).
- Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με (5) πέντε μονάδες.

- 1) Δίνεται Γεωμετρική Πρόοδος με $\alpha_1 = 4$ και $\lambda = 3$.
 - α) Να γράψετε τους 4 πρώτους όρους της Γ.Π.
 - β) Να βρείτε τον 10° όρο της.
- 2) Δίνεται κύκλος με ακτίνα 12 cm. Να υπολογίσετε συναρτήσει του π :
 - α) την περίμετρό του και
 - β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 130° .
- 3) Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - α) $3^{3x+1} = 81$,
 - β) $\log_5 x = 6$.
- 4) Βιβλιοπωλείο εισάγει λεξικά προς €60 το κάθε ένα και θέλει να κερδίζει 30% πάνω στο κόστος τους. Πόσο πρέπει να πωλεί και ποιο θα είναι το κέρδος του από κάθε λεξικό;
- 5) Οι αριθμοί 3ω , 4ω , $\omega + 8$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να υπολογίσετε το ω .
- 6) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται $\beta = 3\text{cm}$, $\gamma = 6\text{cm}$ και $\hat{A} = 60^{\circ}$. Να υπολογίσετε:
 - α) το εμβαδόν του και
 - β) το μήκος της πλευράς α .
- 7) Να βρείτε τον απλό τόκο που δίνουν €14000 με επιτόκιο 6% για 2 χρόνια και 10 μήνες.
- 8) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{\log 125 - 2\log 5}{2\log 25 - \log 5}$.
- 9) Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου $-15, -3, -\frac{3}{5}, \dots$.
- 10) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu^2 A = \eta\mu^2 \Gamma - \eta\mu^2 B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και να προσδιορίσετε ποια είναι η ορθή του γωνία.
- 11) Κάποιος έχει ετήσιο εισόδημα €49000 και πληρώνει για ασφαλιστική κάλυψη €5000 το χρόνο. Με βάση τον πιο κάτω πίνακα να υπολογίσετε πόσο φόρο θα πληρώσει στο τέλος του έτους. Η ασφαλιστική κάλυψη αφαιρείται από το φορολογητέο ποσό.

Εισόδημα σε ευρώ	Ποσοστό φορολογίας
€0 - €20000	0%
€20001 - €25000	20%
€25001 - €30000	25%
€30001 και άνω	30%

- 12) Ένα ποδήλατο Ιταλικής κατασκευής κοστίζει στον εισαγωγέα €780. Την περίοδο των εκπτώσεων το πωλεί 30% φθηνότερα. Πόσο θα μας κοστίσει τελικά, αν το αγοράσουμε την περίοδο των εκπτώσεων πληρώνοντας Φ.Π.Α. 19% στην τιμή αγοράς;
- 13) Μεταξύ των αριθμών 13 και 89 παρεμβάλλονται 18 όροι. Όλοι μαζί οι όροι αποτελούν αριθμητική πρόοδο.
 α) Να υπολογίσετε το άθροισμα και των είκοσι πρώτων όρων.
 β) Να βρείτε τον πεντηκοστό όρο της προόδου.
- 14) Στο πιο κάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με πλευρά a cm. Με κορυφή το Α φέρουμε τεταρτοκύκλιο με ακτίνα όσο και η πλευρά του τετραγώνου. Με κέντρο το Κ φέρουμε ημικύκλιο που εφάπτεται του τεταρτοκυκλίου. Αν η ακτίνα του ημικυκλίου είναι το $\frac{1}{8}$ της ακτίνας του τεταρτοκυκλίου, να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.

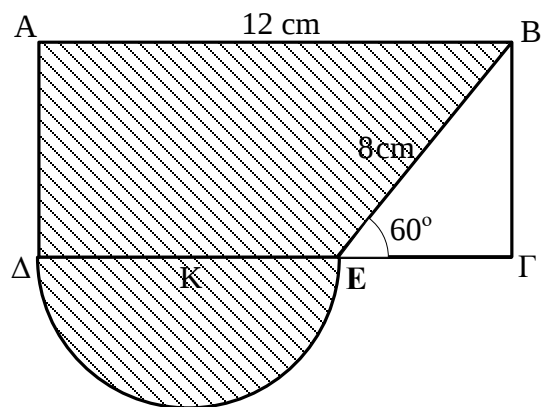


- 15) Τρεις συνέταιροι δημιούργησαν μια επιχείρηση κατασκευής ηλεκτρονικών συσκευών. Ο κ. Μηνάς συνεισέφερε το $\frac{1}{4}$ του ποσού που συνεισέφερε ο κ. Στέφανος και ο κ. Αλέξανδρος το τριπλάσιο του ποσού του κ. Μηνά. Το συνολικό κεφάλαιο που επένδυσαν ήταν €2000000. Αν στο τέλος της χρονιάς η επιχείρηση είχε κέρδος €100000, να υπολογίσετε το ποσό που αναλογεί στον καθένα.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με (10) δέκα μονάδες.

- 1) Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $2\log^2 x - \log x - 10 = 0$.
 β) $9^{\log x} - 2 \cdot 3^{\log x} = -1$.
- 2) Κάποιος αγόρασε ένα κτίριο για €320000. Ξόδεψε για τη συντήρηση του κτιρίου €80000. Μετά από 4 χρόνια το πώλησε με ζημιά 20% λόγω της οικονομικής κρίσης.
 α) Πόσο το πώλησε;
 β) Πόσο ήταν το συνολικό ποσό που πλήρωσε ο αγοραστής αν πλήρωσε επιπλέον 19% Φ.Π.Α.;

- 3) α) Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ αν $\beta = 6 \text{ cm}$, $\gamma = 6 \text{ cm}$ και $\hat{A} = 120^\circ$.
 β) Η απόσταση Αθήνας – Λευκωσίας είναι 900 Km. Να βρείτε την απόσταση των δύο πόλεων στο χάρτη με κλίμακα 1:400000. Η απόσταση να δοθεί σε εκατοστά του μέτρου.
- 4) Ένας επιχειρηματίας τόκισε για 3 χρόνια, τα $\frac{3}{7}$ των κερδών από την επιχείρησή του προς 4% και τα υπόλοιπα προς 6%. Να βρείτε πόσα ήταν τα κέρδη, αν μαζί με τους τόκους έγιναν €161600.
- 5) Σε αριθμητική πρόοδο ο 2^{ος} όρος της και το τριπλάσιο του 6^{ου} όρου της έχουν άθροισμα 68, σε γεωμετρική πρόοδο ο 5^{ος} όρος της ισούται με το οκταπλάσιο του 2^{ου} όρου της, η διαφορά της αριθμητικής προόδου είναι τριπλάσια του λόγου της γεωμετρικής προόδου και ο 3^{ος} όρος της αριθμητικής προόδου είναι κατά ένα μεγαλύτερος από τον 2^ο όρο της γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε τις προόδους.
- 6) Στο διπλανό σχήμα το ABΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με $AB = 12 \text{ cm}$, το BΓΕ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $BE = 8 \text{ cm}$. Το Κ είναι το κέντρο του ημικυκλίου.
 Για το γραμμοσκιασμένο σχήμα, να βρείτε:
 α) Το εμβαδόν του.
 β) Την περίμετρό του.



Ο Διευθυντής

Ανδρέας Λοΐζου

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι (μόνο τα σχήματα με μολύβι).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **3 σελίδες**.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $\log_2 x = 5$

β) $3^{x-3} = 27$

2. Έμπορος πώλησε μια τηλεόραση αξίας 400€ με κέρδος 15%. Να βρείτε την τιμή πώλησής της.

3. Αν το εμβαδόν κύκλου είναι $144\pi \text{ cm}^2$, να υπολογίσετε:

α) το μήκος της περιφέρειάς του.

β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 85° .

4. Οι αριθμοί $2x$, $5x - 1$, $x + 19$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να βρείτε το x και τη διαφορά της προόδου.

5. Να βρείτε για πόσα χρόνια πρέπει να τοκίσουμε κεφάλαιο 6000€ προς 2% για να δώσει τόκο 360€.

6. Να αποδείξετε ότι: $2\log 5 + \log 12 - \frac{1}{2}\log 9 = 2$.

7. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\alpha = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $\beta = 12\text{cm}$, $\hat{B} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

8. Ο πρώτος όρος φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι τετραπλάσιος του λόγου της. Αν το άθροισμα των απείρων όρων της ισούται με 4, να σχηματίσετε την γεωμετρική πρόοδο.

9. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(27x-1)-1=\log(x+5)$

10. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$, δίνεται ότι $\hat{\Gamma}=30^\circ$. Να δείξετε ότι: $\frac{3\alpha-4\beta}{2\gamma}=3\eta\mu A-4\eta\mu B$.

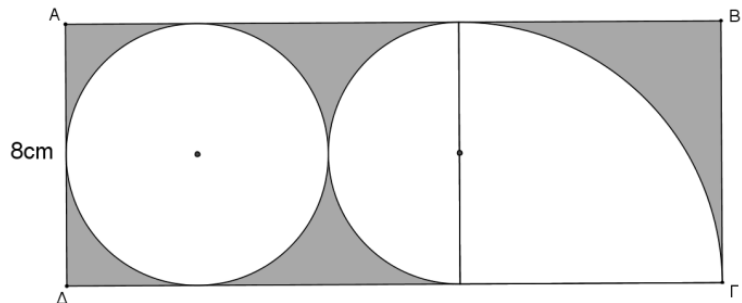
11. Να βρείτε το εμβαδόν κυκλικού τμήματος τόξου 45° σε κύκλο ακτίνας 8cm.

12. Να σχηματίσετε γεωμετρική πρόοδο με $\lambda > 0$, που έχει τρίτο όρο 12 και πέμπτο όρο 48. Στη συνέχεια να υπολογίσετε το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της.

13. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma-\gamma\sigma\upsilon\nu B=\alpha$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

14. Ο κύριος Αναστασίου αγόρασε αυτοκίνητο και το πούλησε με κέρδος 20% πάνω στην αξία του. Αν η τιμή πώλησης που ήταν 22848€ περιλαμβάνει και Φ.Π.Α. 19%, να υπολογίσετε την αρχική αξία του αυτοκινήτου.

15. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $A\Delta=8\text{cm}$. Να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4 .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του έκτου όρου ισούται με 20 και ο έβδομος όρος είναι τριπλάσιος του δευτέρου όρου της.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο

β) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 120;

2. α) Να λύσετε την εξίσωση: $2\log^2 x - 7\log x + 3 = 0$

β) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$), αν $\alpha = 6\text{cm}$, $\beta = 6\sqrt{3}\text{cm}$ και $E = 9\sqrt{3}\text{cm}^2$.

3. Κάποιος τόκισε τα $\frac{4}{10}$ ενός κεφαλαίου προς 5%, τα $\frac{5}{10}$ του κεφαλαίου προς 7% και το υπόλοιπο προς 3%. Σε δύο χρόνια πήρε συνολικά 580€ τόκο.
 α) Να βρείτε το αρχικό κεφάλαιο.
 β) Το κεφάλαιο και τους τόκους θα τα μοιράσει στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους. Αν τα παιδιά του είναι 15, 20 και 25 χρονών, πόσα χρήματα θα πάρει το κάθε παιδί;

4. α) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση: $\frac{\gamma - \alpha \sin B}{\beta} = \sin A$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $25^x + 20 \cdot 5^{x-1} - 5 = 0$

5. Ο κ. Γιώργος κληρονόμησε 200000€ και τα επένδυσε ως εξής:

- i) τόκισε τις 90000€ προς 3% με απλό τόκο.
 ii) αγόρασε ένα χωράφι προς 80000€.
 iii) επένδυσε τα υπόλοιπα αγοράζοντας μετοχές.

Μετά από 5 χρόνια απέσυρε τα χρήματα του από την τράπεζα μαζί με τους τόκους, πώλησε το χωράφι με κέρδος 40% πάνω στην τιμή αγοράς του και πώλησε τις μετοχές του.

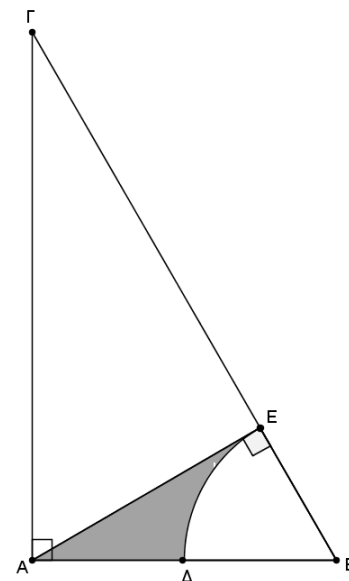
Εισέπραξε συνολικά 249100€.

- α) Να βρείτε το κέρδος (σε €) από την κάθε επένδυση του κ. Γιώργου.
 β) Πόσα % κέρδισε από την πώληση των μετοχών πάνω στο ποσό που επένδυσε σ' αυτές;

6. Δίνονται: $\triangle AB\Gamma$ ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$)

ΑΕ ύψος, $B\Gamma = 12\text{cm}$, $\hat{\Gamma} = 30^\circ$

- α) Να αποδείξετε ότι $AE = 3\sqrt{3}\text{cm}$.
 β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ
 Ν. Δημητρίου
 Α. Πετρίδης
 Χ. Πιτσιλλίδης

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ
 Χ. Καραμανώλης



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 28/5/2014
ΧΡΟΝΟΣ : 2.30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- α) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο σελίδες.
- β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει την σφραγίδα του σχολείου.
- γ) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- δ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- ε) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους.
- στ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Από τις 15 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 12.

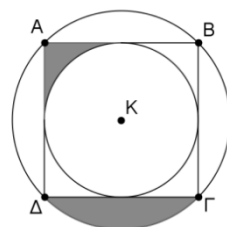
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος: 2, 8, 14, 20, Να βρείτε το είδος της προόδου και τον εικοστό πέμπτο όρο της .
2. Δίνεται κύκλος με εμβαδό $81\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:
(α) την ακτίνα του και
(β) το μήκος της περιφέρειας του.
3. Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $\log_3 x = 4$, (β) $2^{2x+1} = 8$.
4. Η απόσταση δύο πόλεων είναι 900Km. Να βρείτε σε cm, την απόσταση τους σε χάρτη με κλίμακα 1:2500000.
5. Να βρείτε το κεφάλαιο που όταν τοκιστεί για 3 χρόνια με επιτόκιο 6% μας δίνει τόκο €900.
6. Να υπολογίσετε χωρίς την χρήση υπολογιστικής μηχανής την τιμή της παράστασης:
$$A = \frac{\log 9 + \log 4}{\log 18 - \log 3}$$
 .
7. Σε τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία $A = 30^\circ$. Να δείξετε ότι ισχύει: $\frac{\beta + \gamma}{2\alpha} = \eta\mu B + \eta\mu \Gamma$.
8. Ένας υπολογιστής αξίας €600 την περίοδο των εκπώσεων πωλείται 20% φθηνότερα. Πόσο θα μας κοστίσει τελικά, αν τον αγοράσουμε την περίοδο των εκπώσεων πληρώνοντας Φ.Π.Α 15% στην τιμή αγοράς;
9. Κυκλικός τομέας γωνίας 135° έχει εμβαδόν $6\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:
(α) την ακτίνα του,
(β) την περίμετρο του.
10. Να επιλύσετε το τρίγωνο ΑΒΓ όταν δίνονται: $\hat{\Gamma} = 60^\circ$, $\alpha = 4\text{cm}$ και $\beta = 2\text{cm}$.
11. Να υπολογίσετε το άθροισμα: $1 + 4 + 7 + \dots + 46$.

12. Σε γεωμετρική πρόοδος το άθροισμα των απείρων όρων της είναι διπλάσιο του πρώτου όρου της και ο πέμπτος όρος της είναι ίσος με 1. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των 5 πρώτων όρων της.
13. Κάποιος κατέθεσε €6000 με σύνθετο τόκο για 10 χρόνια. Να βρείτε το επιτόκιο αν τα χρήματα γίνουν €12953,55.
14. Να λύσετε την εξίσωση: $\log[\log(x^2 - 3x)] = 0$.
15. Ισοσκελές τρίγωνο ABΓ (AB=ΑΓ) έχει εμβαδό $E=16\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Αν η γωνία $A=120^\circ$, να υπολογίσετε τις πλευρές του.

ΜΕΡΟΣ Β' : Από τις 6 ασκήσεις να λύσετε μόνο τις 4.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε μια Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα των πρώτων τεσσάρων όρων της είναι **-12** και η διαφορά του 4^{ου} όρου της από τον 9^ο είναι 20.
(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
(β) Να βρείτε το πλήθος n των πρώτων όρων της προόδου αυτής που δίνουν άθροισμα 90.
2. α) Να λύσετε την εξίσωση: $4 \cdot 9^{x-1} - 3^{x+1} - 9 = 0$
β) Να βρείτε την τιμή του x ώστε οι αριθμοί: $\log 2$, $\log x$, $\log(12 - x)$ να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π.
3. α) Ο λόγος δύο ομόλογων πλευρών δύο ομοίων πολυγώνων είναι $\frac{2}{3}$. Αν η περίμετρος του ενός είναι 18 cm μικρότερη από την περίμετρο του άλλου, να υπολογίσετε τις δύο περιμέτρους.
β) Σε ένα τρίγωνο ισχύει η σχέση: $\eta\mu B = 2\eta\mu\Gamma \sin A$. Να δείξετε ότι είναι ισοσκελές.
4. Τα $\frac{3}{4}$ ενός κεφαλαίου τοκίστηκαν προς 5% για 3 χρόνια και έγιναν μαζί με τους τόκους €3450. Προς ποιο επιτόκιο πρέπει να τοκιστεί ολόκληρο το κεφάλαιο για 30 μήνες ώστε να δώσει τόκο €200 περισσότερο από τον προηγούμενο τόκο;
5. Ένας έμπορος αγόρασε εμπόρευμα και το πώλησε με κέρδος 12%. Με τα χρήματα που εισέπραξε αγόρασε άλλο εμπόρευμα που το πώλησε με ζημιά €3920. Τελικά από τις δυο πωλήσεις κέρδισε €2080.
(α) Πόσο είχε αγοράσει το αρχικό εμπόρευμα;
(β) Το κέρδος το μοίρασε στα τρία παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν έξι, οκτώ, και δώδεκα χρονών. Να βρείτε το ποσό που πήρε το κάθε παιδί.
6. Στο σχήμα τετράγωνο ABΓΔ είναι εγγεγραμμένο στον κύκλο (Κ, R) και περιγεγραμμένο στον κύκλο (Κ, ρ). Αν η περίμετρος του τετραγώνου είναι 8cm να βρείτε:
α) τις ακτίνες των δύο κύκλων
β) το εμβαδόν των σκιασμένων χωρίων.



Ο Διευθυντής

Σόλων Χαραλάμπους

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21 / 05 / 2014

ΤΑΞΗ: Β'

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ : α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής που φέρει σφραγίδα δημοσίου σχολείου.

β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

γ) Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.

δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Από τις 15 ασκήσεις, να λύσετε μόνο τις 12.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος 2, 6, 18, 54, Να βρεθεί:

(α) ο όγδοος όρος της (με τη χρήση του τύπου)

(β) το άθροισμα των οκτώ πρώτων όρων της (με τη χρήση του τύπου)

2. Να βρεθεί το κεφάλαιο που δίνει τόκο €80 μετά από 8 μήνες με επιτόκιο 5 %.

3. Να υπολογισθεί το x στις πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $\left(\frac{27}{8}\right)^x = \frac{9}{4}$

(β) $\log_2 x = -1$

4. Ο Κώστας αγόρασε μια τηλεόραση και στη συνέχεια την πούλησε στο Γιάννη προς €391 με κέρδος 15 % πάνω στην τιμή αγοράς. Να βρεθεί πόσα αγόρασε την τηλεόραση ο Κώστας.

5. Το εμβαδόν κύκλου είναι $36\pi \text{ cm}^2$. Να βρεθεί το μήκος της περιφέρειάς του.

6. Να υπολογισθεί η γωνία $\hat{B}$ ($\hat{B} < 90^\circ$) του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ που έχει $\beta = 2\sqrt{6} \text{ cm}$, $\gamma = 4 \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 45^\circ$.

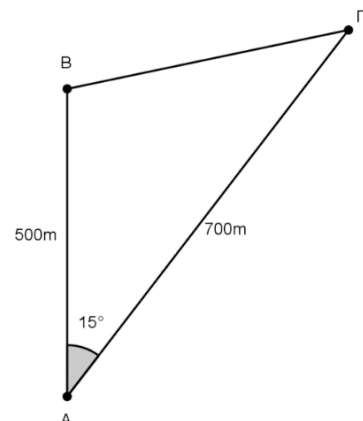
7. Να βρεθεί το x έτσι ώστε οι αριθμοί $\log x, \frac{1}{2}, \log(x-3)$ να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

8. Τρεις αθλητές του στίβου έριξαν ακόντιο. Το ακόντιο του πρώτου έφτασε στα 58 m μακριά από το σημείο βολής, του δεύτερου στα 60 m και του τρίτου στα 52 m . Αν θα μοιραστούν το ποσό των $\text{€}1700$ ανάλογα με τα μέτρα που έφτασαν τα ακόντιά τους, να βρεθεί πόσα θα πάρει ο καθένας.

9. Σε τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$, η γωνία $\hat{A}$ είναι 60° . Ναδειχθεί ότι ισχύει η σχέση: $\alpha^2 + \beta\gamma = \beta^2 + \gamma^2$

10. Σε αριθμητική πρόοδο ο ένατος όρος είναι 15 ($a_9 = 15$) και το άθροισμα των δώδεκα πρώτων όρων της είναι 165 ($\Sigma_{12} = 165$). Να βρεθεί ο έβδομος όρος (a_7) της προόδου.

11. Τρία κρουαζιερόπλοια A, B και Γ ταξιδεύουν και υπό κανονικές συνθήκες βρίσκονται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το κρουαζιερόπλοιο B απέχει 500 m από το A και το κρουαζιερόπλοιο Γ απέχει 700 m από το A. Αν η γωνία $\hat{A}$ είναι 15° , να βρεθεί το μήκος του BΓ.



12. Οι αριθμοί $9x, x, 1$ είναι οι τρεις πρώτοι όροι μιας απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου. Να βρεθεί:

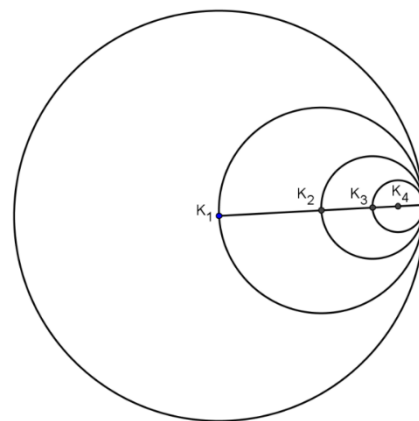
- (α) το x
- (β) η πρόοδος
- (γ) το Σ_∞

13. Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης:

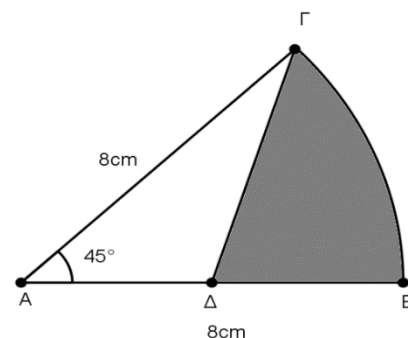
$$\log_x(x^2) - \log_y\left(\frac{y^5}{y^2}\right) + \log 1000 - \log 0,0001$$

14. Στο διπλανό σχήμα, ο κύκλος με κέντρο το K_1 έχει ακτίνα $R=1\text{ m}$ και η ακτίνα οποιουδήποτε άλλου κύκλου είναι ίση με το μισό της ακτίνας του αμέσως μεγαλύτερου.

- (α) Να βρεθούν οι ακτίνες του 2^{ου}, 3^{ου} και 4^{ου} κύκλου.
- (β) Να αποδειχθεί ότι τα μήκη των ακτινών αποτελούν γεωμετρική πρόοδο.
- (γ) Αν η διαδικασία αυτή συνεχιστεί επ' άπειρον, να βρεθεί το άθροισμα των εμβαδών των κύκλων.



15. Κυκλικός τομέας $\widehat{AB\Gamma}$ έχει ακτίνα $A\Gamma=8\text{ cm}$ και γωνία $\widehat{A}=45^\circ$. Το σημείο Δ είναι το μέσο του AB . Να υπολογισθεί το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Από τις 6 ασκήσεις, να λύσετε μόνο τις 4.

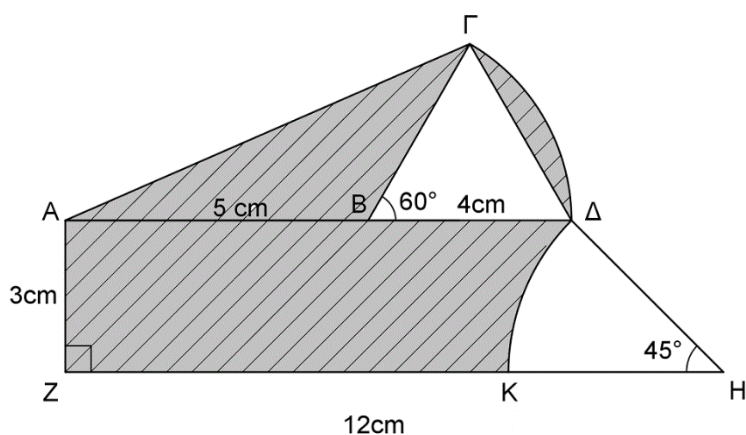
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

- Ο κ. Γιώργος πώλησε ένα χωράφι. Από τα χρήματα που πήρε κατέθεσε στην τράπεζα Α €5000 με επιτόκιο 4% και τα υπόλοιπα στην τράπεζα Β προς 5% (ο τοκισμός έγινε και στις δυο περιπτώσεις με απλό τόκο). Μετά από 4 χρόνια, ο τόκος που πήρε από την τράπεζα Α ήταν κατά €600 λιγότερος από τον τόκο που πήρε από την τράπεζα Β. Να βρεθεί πόσα χρήματα πήρε ο κ. Γιώργος από την πώληση του χωραφιού του.
- Να λυθούν οι πιο κάτω εξισώσεις:

(α) $2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x = 0$

(β) $5^{(\log_2 x)^2} = 25^{\log_2 x + 4}$
- Αριθμητική πρόοδος και απολύτως φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος έχουν ίσους πρώτους όρους. Ο λόγος της Γ.Π. είναι ίσος με το $\frac{1}{6}$ της διαφοράς της Α.Π. Το άθροισμα των απείρων όρων της Γ.Π. είναι 4 και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της Α.Π. είναι 155. Να σχηματιστούν οι δύο πρόοδοι.

4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο ΑΖΗΔ με $AZ = 3\text{ cm}$, $AD = 9\text{ cm}$ και $ZH = 12\text{ cm}$. Με κέντρο το σημείο Β και ακτίνα $BD = 4\text{ cm}$ γράφουμε τόξο $\widehat{AD} = 60^\circ$. Με κέντρο το Η και ακτίνα HD γράφουμε τόξο $\widehat{KH} = 45^\circ$. Να βρεθεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου.



5. Οι λύσεις των εξισώσεων:

$$5^{x^2-4x+7} = 125 \text{ και } \log y - \log(y+1) = \log\left(\frac{1}{3}\right)$$

αποτελούν τον πρώτο όρο και το λόγο μιας απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου αντίστοιχα. Να βρεθεί το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.

6. Τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ έχει πλευρές $\alpha = 6\text{ cm}$, $\beta = 6\sqrt{3}\text{ cm}$ και εμβαδόν $E_1 = 9\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

Τρίγωνο $\triangle EZ$ έχει πλευρές $\zeta = 3\text{ cm}$, $\varepsilon = 4\text{ cm}$ και εμβαδόν E_2 . Αν ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle EZ$ είναι $\frac{E_1}{E_2} = 3$, να υπολογισθεί:

(α) η γωνία $\hat{\Gamma}$ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$)

(β) η γωνία $\hat{\Delta}$ ($\hat{\Delta} < 90^\circ$)

(γ) η πλευρά γ

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

ΟΙ ΔΙΔΑΣΚΟΝΤΕΣ

Μιχαήλ Δ.

Κάρμιος Σ.

Φωτιάδου Κ.

Λοϊζιάς Σ.

Ο ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΗΣ

Έλληνας Π. , ΒΔ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

Σκαλιάς Γεώργιος