

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά
ΤΑΞΗ: Β' Κοινού Κορμού
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 03/06/2015
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 Ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλέ ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

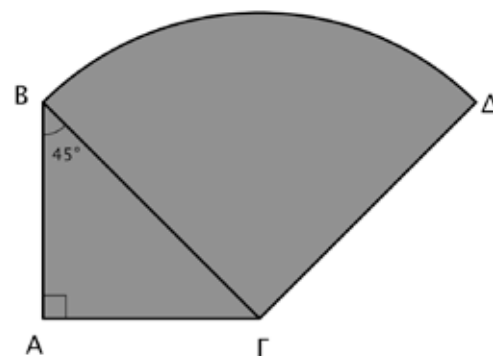
ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ
--

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος 3, 7, 11, 15, Να βρείτε:
α. το είδος της προόδου,
β. τον εικοστό τρίτο όρο της.
2. Κύκλος έχει ακτίνα $R = 4 \text{ cm}$. Να βρείτε:
α. το εμβαδόν του,
β. το μήκος τόξου του, γωνίας 60° .
3. Ένας καταστηματάρχης πώλησε ένα υπολογιστή για €960. Αν ο καταστηματάρχης έχει κέρδος 20% πάνω στην τιμή κόστους, να βρείτε την τιμή κόστους του υπολογιστή αυτού.
4. α. Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία κανονικού πενταγώνου.
β. Ποιου κανονικού πολυγώνου η γωνία του είναι 160° ;
5. Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\beta - 2\gamma \cdot \sin A = 0$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

6. Κεφάλαιο €3 500 τοκίστηκε για 4 χρόνια με επιτόκιο 6%.
 α. Να υπολογίσετε τον τόκο που θα δώσει.
 β. Σε πόσους μήνες θα δώσει τον ίδιο τόκο αν τοκιστεί προς 4,5% ;
7. Σε Γεωμετρική Πρόοδο ο 3^{ος} όρος της είναι 96 και ο 6^{ος} όρος της είναι 12.
 α. Να σχηματίσετε τη Γεωμετρική Πρόοδο.
 β. Να βρείτε τη διαφορά του αθροίσματος των 15 πρώτων όρων της από το άθροισμα των απείρων όρων της.
8. Να λύσετε την εξίσωση $2/\log^2 x + 2 = 5/\log x$

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με $\angle A = 90^\circ$. Με κέντρο το σημείο Γ και ακτίνα ΒΓ γράφουμε τεταρτοκύκλιο ΒΓΔ. Αν $\angle B = 45^\circ$ και $B\Gamma = 10 \text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο, της σκιασμένης περιοχής.



10. Αν $(k - 2) \text{ cm}$, $k \text{ cm}$, $(k + 2) \text{ cm}$, $k > 2$ είναι τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου που έχει μια γωνία 120° , να υπολογίσετε το μήκος της μεγαλύτερης πλευράς του τριγώνου.

ΜΕΡΟΣ Β' Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

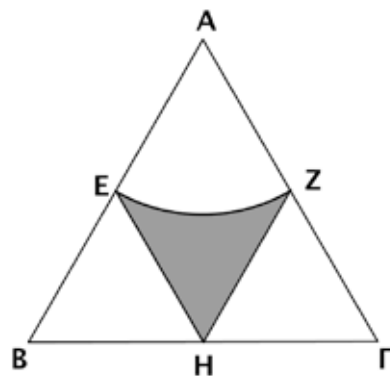
1. Σε Αριθμητική Πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και του έκτου όρου της είναι 30 και το άθροισμα του πέμπτου και του όγδοου όρου της είναι 50.
 α. Να σχηματίσετε την Αριθμητική Πρόοδο.
 β. Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε έτσι ώστε το άθροισμα να είναι ίσο με 528.
2. α. Να λύσετε την εξίσωση $1/\log(x - 3) + 1/\log(x - 2) = 1 - 1/\log 5$
- β. Να λύσετε την εξίσωση $25^x - 2 \times 5^x = 3$

3. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε ένα διαμέρισμα αξίας €100 000. Το πώλησε με κέρδος 10%. Στη συνέχεια κατέθεσε τα χρήματα που πήρε σε δύο τράπεζες. Στην πρώτη τράπεζα κατέθεσε τα $\frac{2}{5}$ προς 4% και στη δεύτερη τράπεζα κατέθεσε τα υπόλοιπα προς 5%. Να υπολογίσετε σε πόσα χρόνια θα πάρει συνολικά τόκους €15 180.

4. α. Σε τρίγωνο ABΓ, όπου $\angle A < 90^\circ$, δίνονται $E = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $b = 5 \text{ cm}$ και $g = 4 \text{ cm}$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

β. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\frac{a - g}{2b} = \frac{h\eta\alpha - h\eta\beta}{2h\eta\beta}$

5. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισόπλευρο με πλευρά 6 cm και E, Z και H είναι τα μέσα των πλευρών AB, AΓ και BΓ αντίστοιχα. Το EZ είναι τόξο κύκλου με κέντρο το A και ακτίνα AE. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτογράμμου σκιασμένου τριγώνου EZH.



ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ

.....
Γ. Παρισινός

.....
Χ. Χαραλάμπους

Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΡΙΑ

.....
Ε. Πολυκάρπου

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

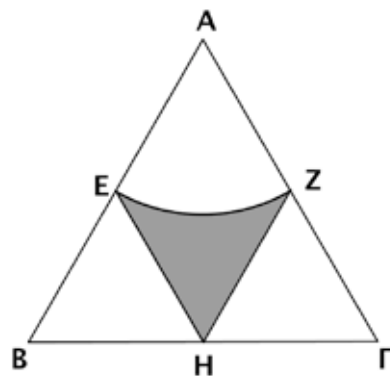
.....
Σ. Φλουρής

3. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε ένα διαμέρισμα αξίας €100 000. Το πώλησε με κέρδος 10%. Στη συνέχεια κατέθεσε τα χρήματα που πήρε σε δύο τράπεζες. Στην πρώτη τράπεζα κατέθεσε τα $\frac{2}{5}$ προς 4% και στη δεύτερη τράπεζα κατέθεσε τα υπόλοιπα προς 5%. Να υπολογίσετε σε πόσα χρόνια θα πάρει συνολικά τόκους €15 180.

4. α. Σε τρίγωνο ABΓ, όπου $\angle A < 90^\circ$, δίνονται $E = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $b = 5 \text{ cm}$ και $g = 4 \text{ cm}$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

β. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\frac{a - g}{2b} = \frac{h \sin A - h \sin B}{2h \sin B}$

5. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ είναι ισόπλευρο με πλευρά 6 cm και E, Z και H είναι τα μέσα των πλευρών AB, AΓ και BΓ αντίστοιχα. Το EZ είναι τόξο κύκλου με κέντρο το A και ακτίνα AE. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του μικτογράμμου σκιασμένου τριγώνου EZH.



Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

.....
Σ. Φλουρής

Κεφάλαιο			Μέρος Α	Μέρος Β	Σύνολο	
	Περίοδοι	Ποσοστό			Μονάδες	Ποσοστό
Προόδοι	12	19%	1, 8	1	20	
Λογαρίθμοι-Εκθετικές Εξισώσεις	10	16%	7	2	15	
Προβλήματα Καταναλωτή	10	16%	3, 6	3	20	
Τριγωνομετρία	14	22%	5, 9	4	20	
Γεωμετρία	16	27%	2,4,10	5	25	
Σύνολο	62	100%			100	0%

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22/05/2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

Οδηγίες: α) Να γράφετε με πένα μπλε ή μαύρη (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

1. Το μήκος ενός κύκλου είναι $10\pi\text{ cm}$. Να βρείτε:
 1. Την ακτίνα του κύκλου.
 2. Το εμβαδόν του κύκλου.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 1. $2^{2x-5} = 32$
 2. $\log_x 1000 = 3$
3. Η απόσταση μεταξύ Λεμεσού – Λευκωσίας είναι 90 km. Να υπολογίσετε την απόσταση τους σε cm σε χάρτη κλίμακας 1 : 1500000.
4. Να επιλύσετε το τρίγωνο $\triangle AB\hat{C}$ ($\hat{C} < 90^\circ$) αν δίνονται οι πλευρές του $b = \sqrt{3}\text{ cm}$, $c = 1\text{ cm}$ και η γωνία του $\hat{B} = 60^\circ$.
5. Τρεις συνέταιροι ίδρυσαν μια επιχείρηση. Ο πρώτος κατέθεσε κεφάλαιο €4000, ο δεύτερος € 6000 και ο τρίτος €5000. Στο τέλος του χρόνου η επιχείρηση απέφερε κέρδη €75000. Μοιράστηκαν το κέρδος ανάλογα με το κεφάλαιο που είχε καταθέσει ο καθένας. Να βρείτε το κέρδος του καθενός.
6. Να αποδείξετε ότι ισχύει η σχέση :
$$\frac{\log 4 - \frac{1}{2} \log 16 + 2 \log 3}{\log 9 - \log 3} = 2$$

7. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση : $\frac{a^2 - b^2}{g} = a \sin B - b \sin A$.
8. Τηλεόραση αξίας € 1000, πωλείται με κέρδος 15% πάνω στην αξία της. Να βρείτε την τιμή πώλησης της τηλεόρασης αν ο αγοραστής πληρώνει επιπλέον 17% Φ.Π.Α.
9. Σε αριθμητική πρόοδο ο 7^{ος} όρος της είναι ίσος με 41 και το άθροισμα των 16 πρώτων όρων της είναι ίσο με 800. Να υπολογίσετε :
1. Τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου.
 2. Τον 13^ο όρο της.
10. Δίνεται κύκλος (Κ, R) με ακτίνα $R = 6\text{cm}$. Αν $AB = \frac{1}{3}$ είναι χορδή του κύκλου .
Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στο μικρό τόξο $\widehat{AB}$.

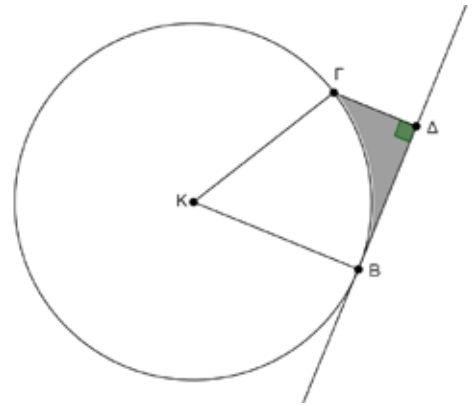
ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

1. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{5}$ ενός κεφαλαίου για 4 χρόνια με επιτόκιο 1,5% και το υπόλοιπο για 3 χρόνια με επιτόκιο 2%. Αν πήρε συνολικά τόκο €1344, να υπολογίσετε το κεφάλαιο.
2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
 1. $\log(c-3) + \log(c-2) = 1 - \log 5$
 2. $9^{x+1} - 30 \times 3^{x-1} + 1 = 0$
3. Οι αριθμοί $2x-1$, $2x+3$, $4x+1$ αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους μιας αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί $2x-3$, y , $x+y+3$ αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους μιας γεωμετρικής προόδου.
 1. Να βρείτε τις τιμές των x και y .
 2. Να σχηματίσετε τις δύο προόδους όπου $y > 0$.
 3. Να βρείτε το πλήθος των όρων που χρειάζεται να πάρουμε στην αριθμητική πρόοδο ώστε να έχουν άθροισμα ίσο με 860.
4. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $2\eta\Gamma \sin A = \eta\eta B$
 1. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
 2. Αν επιπλέον $\hat{B} = 120^\circ$ και $E = 9\sqrt{3}\text{cm}^2$, να υπολογίσετε τις τρεις πλευρές του.

5. Δίνεται κύκλος $(K, 8\text{cm})$ και $\widehat{BG} = 60^\circ$. Στο σημείο B του κύκλου φέρουμε την εφαπτομένη του και από το σημείο Γ την $\Gamma\Delta$ κάθετη σ' αυτήν, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Να υπολογίσετε:

1. Το εμβαδόν του σκιασμένου σχήματος.
2. Την περίμετρο του σκιασμένου σχήματος.



ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29 / 5 / 2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 Ώρες (7:45-10:15)

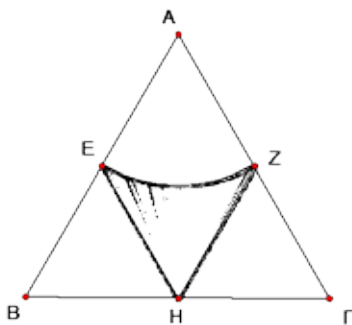
ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις . Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Δίνεται η πρόοδος: 1, 2, 4, 8, ...
Να βρείτε:
(α) το είδος της προόδου
(β) το δέκατο όρο της.
- Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €5000 μετά από 3 χρόνια με επιτόκιο 5% .
- Δίνεται κύκλος μήκους $12\rho\ m$. Να βρείτε την ακτίνα και το εμβαδόν του κύκλου.
- Σε ένα χάρτη, που σχεδιάστηκε με κλίμακα 1:100 000, δύο πόλεις απέχουν μεταξύ τους 6 cm .
Να υπολογίσετε σε χιλιόμετρα (km) την πραγματική τους απόσταση.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $5^{2x-4} = 25^2$
(β) $\log_3(x - 2) = 2$
- Εργολάβος οικοδομών κτίζει διαμερίσματα με κόστος €148 000 το καθένα. Έχει κέρδος 30% από την πώληση του κάθε διαμερίσματος.
(α) Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του κάθε διαμερίσματος.
(β) Να βρείτε το ποσοστό της έκπτωσης, αν ο κ. Χρίστου αγοράσει ένα διαμέρισμα, προς €163 540.
- Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με εμβαδόν $E = \frac{9\sqrt{3}}{2} cm^2$ και πλευρές $a = 6 cm$ και $b = 3 cm$.
Να υπολογίσετε την γωνία $\hat{G}$ και την πλευρά g του τριγώνου αν $\hat{G} < 90^\circ$.

8. Να υπολογίσετε το άθροισμα $\Sigma = 3 + 8 + 13 + 18 + \dots + 98$
9. Αν σε ένα τρίγωνο ABG ισχύει η σχέση $\text{ασυν}\Gamma - R\eta\mu B = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
10. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο ABG είναι ισόπλευρο με πλευρά 8cm και τα σημεία E, Z και H είναι τα μέσα των πλευρών AB, AG και BG αντίστοιχα. Το $\widehat{EZ}$ είναι τόξο κύκλου με κέντρο το A και ακτίνα AE . Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μικτογράμμου τριγώνου EZH .
(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του ρ)



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

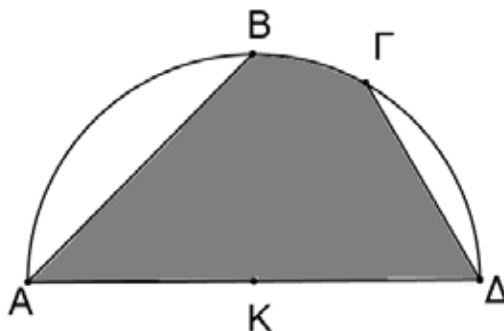
- Σε αριθμητική πρόοδο ο πέμπτος και ο ένατος όρος έχουν άθροισμα 30, ενώ ο έβδομος όρος είναι τριπλάσιος του δεύτερου όρου.
Να βρείτε:
(α) τους πέντε πρώτους όρους της προόδου.
(β) το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της.
(γ) πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 960;
- Δίνεται παραλληλόγραμμο $ABGD$ και E τυχαίο σημείο πάνω στην AB . Η προέκταση της GB συναντά την προέκταση της DE στο Z .
(α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ADE και DZG είναι όμοια.
(β) Να υπολογίσετε την πλευρά AD , αν δίνονται οι γωνίες $\hat{AED} = 30^\circ$, $\hat{ADE} = 45^\circ$ και η πλευρά $AE = 5\text{cm}$.
(γ) Αν ο λόγος ομοιότητας του μικρότερου τριγώνου ADE προς το μεγαλύτερο τρίγωνο DZG είναι $\frac{1}{2}$, να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου DZG .
- Ο πρώτος όρος μιας απολύτως φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι η λύση της εξίσωσης $2^{2c} - 4 \times 2^{c+1} + 16 = 0$ και ο λόγος (λ) της προόδου είναι η τιμή της παράστασης $A = \frac{\log 81 - \log 9}{\log 27 + \log 3}$.
Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της γεωμετρικής προόδου.
- Ο κύριος Πέτρος έχει κατάστημα με ηλεκτρονικά είδη. Πουλώνοντας μερικά εμπορεύματα του, εισέπραξε συνολικά μαζί με το Φ.Π.Α. €23000. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α. που ήταν 15%, κατάθεσε στην τράπεζα τα υπόλοιπα χρήματα ως εξής: τα $\frac{4}{5}$ του ποσού προς 5% και τα υπόλοιπα προς 6%. Να βρείτε για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικά τόκο €3120.

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ημικύκλιο με κέντρο K , διάμετρο $AD=2R$ και χορδές $AB = \frac{1}{4}$, $GD = \frac{1}{6}$.

Να βρείτε συναρτήσει της ακτίνας R και του ρ :

(α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους $AB\Gamma\Delta A$

(β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους $AB\Gamma\Delta A$.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ – Τάξη: Β΄ Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19 ΜΑΙΟΥ 2015

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2:30΄

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΜΕΡΟΣ Α΄:Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**1)** Σε Αριθμητική Πρόοδο δίνονται $a_2 = -7$ και $a_6 = 9$. Να υπολογίσετε:

(α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο

(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των πρώτων 9 όρων της.

2) Δίνεται η Γεωμετρική πρόοδος: 64, 32, 16, 8, ...

Να υπολογίσετε τον λόγο της και το άθροισμα των απείρων όρων της.

3) Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log_{10} 10^{2x-1} = 5$

(β) $\frac{2 \cdot 8^x}{3 \cdot 8} = \frac{81}{16}$

4) Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\log 0,01 + \log_6 18 - \log_6 3}{3 \log_4 16 - \log_3 27 + \log_5 1}$$

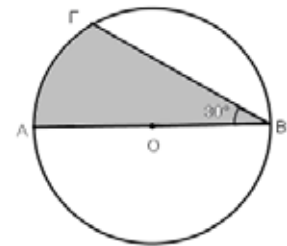
$$B = \frac{\log 8 - \log 2}{\log 4 - 3 \log \frac{1}{2}}$$

5) Ο Μενέλαος αγόρασε φορητό υπολογιστή αξίας €420 με έκπτωση 15%.

(α) Πόσα πλήρωσε αν επιπλέον έπρεπε να πληρώσει 19% ΦΠΑ;

(β) Ο Μενέλαος αποφασίζει να πληρώσει το ποσό με 6 μηνιαίες δόσεις των €75. Πόσο επιπλέον θα πληρώσει με αυτόν τον τρόπο;.

- 6) Αν σε τρίγωνο ισχύσει η σχέση $4R^2 \cdot \sin A \cdot \sin B = b^2$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- 7) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ισχύει η σχέση $b \sin A + a \sin B = g$
- 8) Στο σχέδιο ενός αυτοκινήτου το παράθυρο του οδηγού είναι τετράγωνο με εμβαδόν 9cm^2 . Αν το σχέδιο έγινε με κλίμακα 1:200 να υπολογίσετε τις πραγματικές διαστάσεις και το πραγματικό εμβαδόν του παραθύρου.
- 9) Κύκλος έχει μήκος περιφέρειας $18\pi\text{ cm}$. Να υπολογίσετε
 (α) την ακτίνα του και το εμβαδόν του
 (β) το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τομέα του γωνίας 60° .
- 10) Αν η ακτίνα του κύκλου το διπλανό σχήμα είναι 5 cm να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.

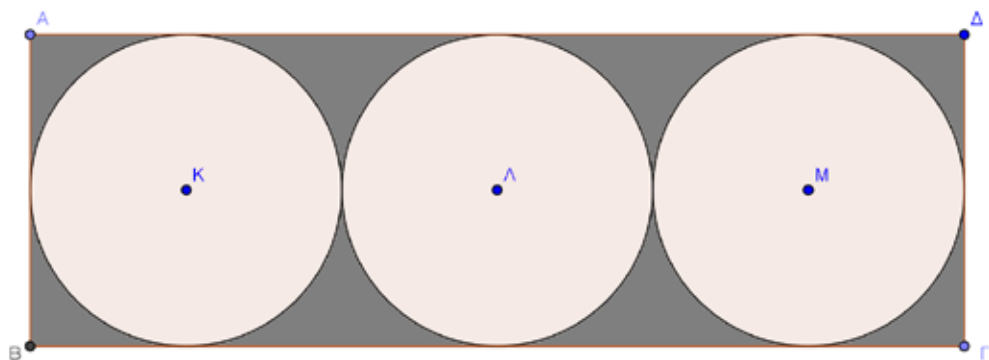


ΜΕΡΟΣ Β΄:

Να λύσετε **ΟΛΕΣ** τις ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Ο $2^{\text{ος}}$, $3^{\text{ος}}$ και $6^{\text{ος}}$ όρος αριθμητικής προόδου (Α.Π.) αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου (Γ.Π), και ο $5^{\text{ος}}$ όρος της Α.Π. είναι ίσος με 7.
 (α) Να σχηματίσετε την Α.Π.
 (β) Αν ο $1^{\text{ος}}$ όρος της Γ.Π. είναι ίσος με δύο $\frac{1}{9}$, να υπολογίσετε το άθροισμα των πρώτων 10 όρων της.
- 2) Να λύσετε τις εξισώσεις
 (α) $4^{x+1} - 4 \times 2^x - 8 = 0$
 (β) $\log c + \log(c+2) = \log(3c+20)$
- 3) Κάποιος τόκισε €8000 ως εξής: Τα $\frac{3}{4}$ του κεφαλαίου με απλό τόκο προς 4% και το υπόλοιπο με ανατοκισμό προς 3%. Να βρείτε τους συνολικούς τόκους και το συνολικό ποσό που πήρε μετά από 5 χρόνια.
- 4) Σε τρίγωνο ABΓ δίνεται ότι $a = 10\text{cm}$, $g = 5\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{G} = 60^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο και να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

- 5) Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται ορθογώνιο με μήκος 24 cm και μέσα τρεις κύκλοι που εφάπτονται μεταξύ τους και με το ορθογώνιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ Ενιαίου Λυκείου – Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2015

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2½ ώρες

Ονοματεπώνυμο: _____ Βαθμός: _____

Τμήμα: _____ Αριθμός: _____ Βαθμός ολογράφως : _____

Υπογραφή καθηγητή: _____

ΟΔΗΓΙΕΣ :

- (α) Να γράψετε μόνο με **μπλε** μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
- (β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (γ) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από οκτώ (8) σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 8, 12, 16,.... Να βρείτε:
- α) τον 40^ο όρο της,
- β) το άθροισμα των 40 πρώτων όρων της.

2. Κύκλος έχει εμβαδό $100\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
(α) την ακτίνα του κύκλου,
(β) το μήκος της περιφέρειάς του.
3. Τηλεόραση με αρχική τιμή πώλησης €600 πωλείται με έκπτωση 30%. Να βρείτε πόσα θα πληρώσει ο καταναλωτής πληρώνοντας επιπλέον Φ.Π.Α. 19% πάνω στην τιμή αγοράς.
4. Ο πρώτος όρος γεωμετρικής προόδου είναι ίσος με 6 και ο έκτος όρος είναι ίσος με 192. Να σχηματίσετε την πρόοδο αυτή.

5. Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{4}{5}$. Αν η περίμετρος του μεγάλου πολυγώνου είναι 125 cm να βρείτε την περίμετρο του μικρού πολυγώνου.
6. Σε κύκλο με ακτίνα $R=8\text{ cm}$ είναι εγγεγραμμένο κανονικό εξάγωνο. Να βρείτε:
- α) την πλευρά του (λ_6),
 - β) το απόστημα του (α_6),
 - γ) το εμβαδό του (E_6).

7. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log_3(x + 1) = 2$

β) $\log(x - 1) + \log(5x) = 1$

8. Τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει πλευρές $\alpha = 2\sqrt{3} \text{ cm}$, $\beta = 2 \text{ cm}$ και γωνία $\hat{\Gamma} = 30^\circ$. Να βρείτε:

α) το εμβαδό του,

β) τις γωνίες $\hat{A}$ και $\hat{B}$.

9. Αν τοκίσουμε το $\frac{1}{3}$ ενός κεφαλαίου προς 6% για 4 χρόνια και το υπόλοιπο μέρος του κεφαλαίου προς 8% για 5 χρόνια , θα πάρουμε συνολικό τόκο €2080. Να βρείτε το κεφάλαιο.
10. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sigma\upsilon\nu\Gamma$, να δείξετε ότι είναι ισοσκελές.

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

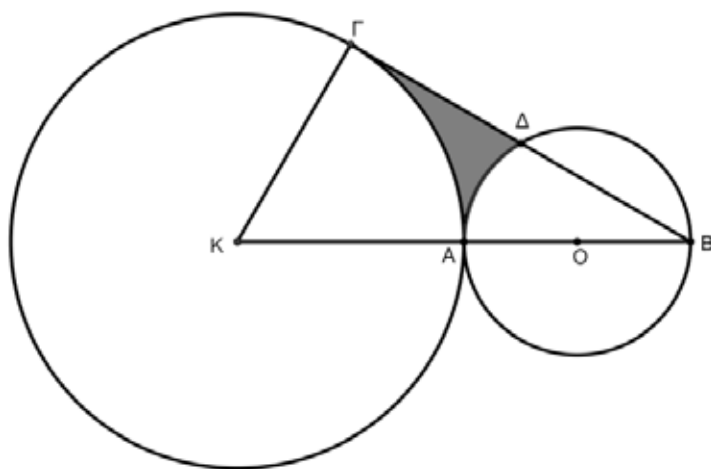
- 6 -

3. Η λύση της εξίσωσης $16^x - 15 \cdot 4^x - 16 = 0$ αποτελεί τον πρώτο όρο φθίνουσας γεωμετρικής προόδου ενώ η λύση της εξίσωσης

$5^{2x+8} = \left(\frac{1}{25}\right)^{3x-6}$ αποτελεί το λόγο της προόδου αυτής. Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της προόδου.

4. Κάποιος εργάζεται ως αρχιτέκτονας σ' ένα αρχιτεκτονικό γραφείο με τη συμφωνία να παίρνει βασικό μηνιαίο μισθό €600 και επιπλέον προμήθεια επί των εισπράξεων για την ετοιμασία των αρχιτεκτονικών σχεδίων ως εξής: για τα πρώτα €1200 να μην παίρνει προμήθεια, ενώ για το υπόλοιπο ποσό πέραν των €1200 να παίρνει προμήθεια 10% . Αν ο μισθός για το μήνα Μάρτιο ήταν €1360, να υπολογίσετε τις εισπράξεις από την ετοιμασία αρχιτεκτονικών σχεδίων.

5. Οι κύκλοι $(K, 4\text{ cm})$ και $(O, 2\text{ cm})$ εφάπτονται εξωτερικά στο σημείο A . Η $B\Gamma$ είναι εφαπτομένη του κύκλου $(K, 4\text{ cm})$ στο σημείο Γ . Να βρείτε το εμβαδό του σκιασμένου μέρους.



ΛΥΚΕΙΟ ΑΓΙΟΥ ΙΩΑΝΝΗ ΛΕΜΕΣΟΥ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ 2014-2015

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΤΑΞΗ: Β' Λυκείου

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 29/05/2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΩΡΑ: 7:45 – 10:15

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα με μολύβι.
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση σφραγισμένης υπολογιστικής μηχανής.
4. Το γραπτό αποτελείται από τρεις σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α' (50 μονάδες)**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.****A1.** Δίνεται η πρόοδος 3, 6, 12, $\times\times\times$. Να βρείτε:

(α) Το είδος της προόδου

(μονάδες 1)

(β) Να βρείτε τον ενδέκατο όρο (a_{11}) της προόδου.

(μονάδες 4)

A2. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $144\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:

(α) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου

(μονάδες 2,5)

(β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 60° .

(μονάδες 2,5)

A3. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €6000 τοκίζόμενο με απλό τόκο προς 7% για ένα χρόνο και 3 μήνες.**A4.** Να λύσετε τις εξισώσεις: (α) $2_1^{\times} = 32$

(μονάδες 2,5)

(β) $\angle O_3 =$.

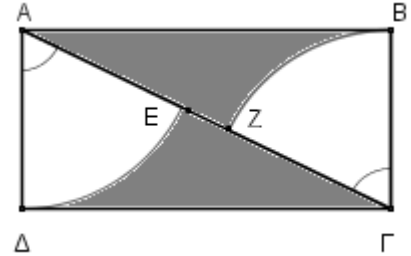
(μονάδες 2,5)

A5. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $4R^2 \eta \mu A \eta \mu B - \beta^2 = 0$, να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.**A6.** Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται $a = 10\text{cm}$, $b = 5\sqrt{3}\text{cm}$ και $\overset{\cup}{B} = 60^\circ$. Να βρείτε τη γωνία A και την πλευρά γ.**A7.** Δίνεται χάρτης με κλίμακα 1:200. Αν το εμβαδόν ενός οικοπέδου στο χάρτη είναι 125 cm^2 , να βρείτε το πραγματικό εμβαδόν του οικοπέδου σε m^2 .

A8. Έμπορας πούλησε εμπόρευμα με κέρδος 35% πάνω στην αξία του και είσπραξε €27000. Ποια ήταν η αξία του εμπορεύματος;

A9. Να λύσετε την εξίσωση $2\log(x - 2) = \log(x + 1) + \log(x - 4)$.

A10. Στο σχήμα το μήκος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι διπλάσιο του πλάτους του και το εμβαδόν του είναι 72 cm^2 . Το ΑΕΔ είναι κυκλικός τομέας με κέντρο Α και ακτίνα ΑΔ με επίκεντρη γωνία 70° , το ΒΓΖ είναι κυκλικός τομέας με κέντρο Γ και ακτίνα ΓΒ με επίκεντρη γωνία 70° .
(α) Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας του σχήματος.



(μονάδες 3)

(β) Ποιο είναι το ποσοστό της σκιασμένης επιφάνειας ως προς το εμβαδόν του ΑΒΓΔ.

(μονάδες 2)

ΜΕΡΟΣ Β' (50 μονάδες)

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Σε αριθμητική πρόοδο ο δεύτερος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 28 ενώ ο τρίτος και ο πέμπτος όρος έχουν άθροισμα 24.

(α) Να γράψετε τους τρεις πρώτους όρους της προόδου.

(μονάδες 6)

(β) Πόσους διαδοχικούς όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 546;

(μονάδες 4)

B2. Κάποιος πώλησε εμπόρευμα και εισέπραξε συνολικά μαζί με το Φ.Π.Α. €2185.

Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α. με συντελεστή 15%, κατέθεσε στην τράπεζα

τα υπόλοιπα χρήματα ως εξής: τα $\frac{3}{10}$ του ποσού προς 5% και τα υπόλοιπα προς 8%

στο ίδιο χρονικό διάστημα. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα ώστε να πάρει συνολικά τόκο €2698;

B3. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο. Φέρουμε τη διχοτόμο της γωνίας A η οποία τέμνει την πλευρά $B\Gamma$ στο Δ και τον κύκλο στο E .

Να αποδείξετε ότι: (α) τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Gamma E$ είναι όμοια

(μονάδες 7)

(β) $(AB)(A\Gamma) = (A\Delta)(AE)$

(μονάδες 3)

B4. (α) Να δείξετε ότι η λύση της εξίσωσης $3^{2c+1} - 18 \times 3^c - 81 = 0$ είναι $\chi=2$. (μονάδες 5)

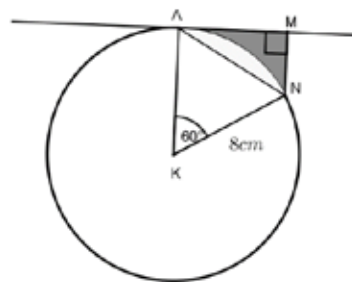
(β) Χρησιμοποιώντας τη λύση της πιο πάνω εξίσωσης, να βρείτε την τιμή του a , ώστε οι αριθμοί $4, \lg(ac), [\lg(ac) - 1]$, να αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου.

(μονάδες 5)

B5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος $(K, 8\text{cm})$,

$\angle K\hat{N} = 60^\circ$, η AM είναι εφαπτομένη του κύκλου

και $NM \perp AM$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και τη περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



(μονάδες 6+4)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: $2\frac{1}{2}$ ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Β΄ Κοινού Κορμού

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2015

ΟΔΗΓΙΕΣ: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού και διορθωτικής ταινίας.

Να γράψετε μόνο με μπλε ή μαύρη πένα. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

Το γραπτό αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- A1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 5, 8, 11, Να υπολογίσετε:
- α. τη διαφορά της,
 - β. τον εικοστό πέμπτο όρο της.
- A2. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €6000 μετά από 9 μήνες με επιτόκιο 4%.
- A3. Να λύσετε τις εξισώσεις:
- α. $5^{3x-1} = 25^{2-x}$
 - β. $\log_2(3-x) = 3$.
- A4. Να βρείτε τη γωνιά A του τριγώνου ABΓ αν $\hat{A} < 90^\circ$, $E = 2\sqrt{3}\text{cm}^2$, $\beta = 4\text{cm}$ και $\gamma = 2\sqrt{3}\text{cm}$.
- A5. Δίνεται κύκλος με ακτίνα 5cm. Στην περιφέρεια του κύκλου παίρνουμε διαδοχικά τόξα $AB = 60^\circ$, $B\Gamma = 60^\circ$ και $\Gamma\Delta = 120^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου ABΓΔ.
- A6. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\beta\sigma\upsilon\nu A = \alpha\sigma\upsilon\nu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές .
- A7. Τρεις έμποροι δημιούργησαν μια επιχείρηση και διέθεσαν συνολικά €25000. Ο Α΄ διέθεσε €10000, ο Β΄ 10% λιγότερα από τον πρώτο και ο Γ΄ τα υπόλοιπα. Η επιχείρηση αυτή σε ένα χρόνο είχε συνολικά κέρδη €7500 τα οποία θα μοιραστούν ανάλογα με το κεφάλαιο που επένδυσε ο καθένας. Τι ποσό θα εισπράξει ο καθένας.

A8. Αν $\log_{\alpha} x = A$ και $\log_{\alpha} x^3 = B$ να δείξετε ότι $\frac{A+2B}{14} = \log_{\alpha} \sqrt{x}$.

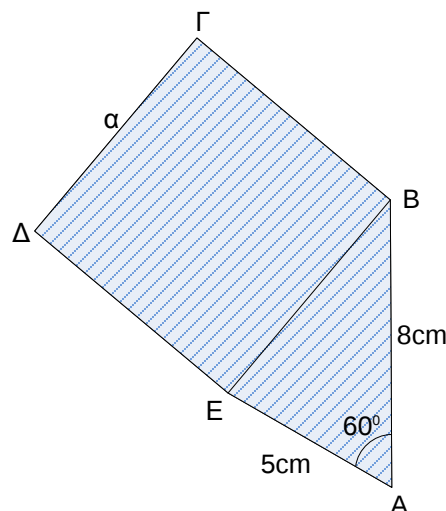
A9. Ένας μαθητής στις 12 εβδομάδες των καλοκαιρινών διακοπών θα δουλέψει σε μια πιτσαρία. Ο ιδιοκτήτης του δίνει 2 επιλογές. Στην πρώτη επιλογή ο αρχικός μισθός του την πρώτη εβδομάδα να είναι €100 και κάθε επόμενη εβδομάδα να παίρνει €10 αύξηση. Στη δεύτερη επιλογή ο αρχικός του μισθός να είναι €1 και κάθε εβδομάδα να του διπλασιάζει τον μισθό. Ποια επιλογή συμφέρει τον μαθητή;

A10. Δυο ορθογώνια τρίγωνα είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $\frac{1}{3}$. Αν οι κάθετες πλευρές του μεγαλύτερου τριγώνου είναι 12cm και 18cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του μικρότερου τριγώνου.

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Να βρείτε την αριθμητική τιμή του x ώστε οι αριθμοί $2x$, $3x + 1$, $5x - 1$ να είναι διαδοχικοί όροι Α.Π. Αν ο $5x - 1$ είναι ο έκτος όρος της Α.Π, να γράψετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της.

B2. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τετράγωνο ΒΓΔΕ πλευράς a . Από τις κορυφές Β και Ε φέρουμε ευθείες ΒΑ και ΕΑ που τέμνονται στο σημείο Α (εξωτερικά του τετραγώνου). Αν $\widehat{BAE} = 60^\circ$, $AB = 8\text{cm}$ και $AE = 5\text{cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του πιο κάτω σχήματος.



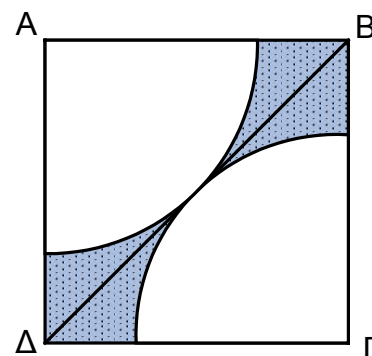
B3. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $4^x - 4 \cdot 2^{x+1} + 12 = 0$

β. $\log x \cdot (\log x - 3) = 4$.

B4. Ένας εισαγωγέας αυτοκινήτων κάνει εισαγωγή ενός αυτοκινήτου για κάποιο πελάτη του. Η αξία του αυτοκινήτου από το εργοστάσιο είναι €20000. Ο εισαγωγέας πληρώνει φόρο εισαγωγής 30% και έξοδα μεταφοράς €1000. Πάνω στο συνολικό κόστος του ο έμπορος υπολογίζει το κέρδος του και χρεώνοντας και Φ.Π.Α 10% πωλεί το αυτοκίνητο στον πελάτη του €35640. Να βρείτε το κέρδος του εισαγωγέα.

B5. Στο διπλανό σχήμα, το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο πλευράς 10cm. Δύο τεταρτοκύκλια με κέντρα το Α και Γ εφάπτονται της διαγωνίου ΒΔ. Να βρείτε το εμβαδόν και τη περίμετρο του γραμμοσκιασμένου χώρου.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2015

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22 / 5 / 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ½ ώρες

ΑΡ. ΣΕΛΙΔΩΝ: 3

-
- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 2. Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
-

ΜΕΡΟΣ Α'

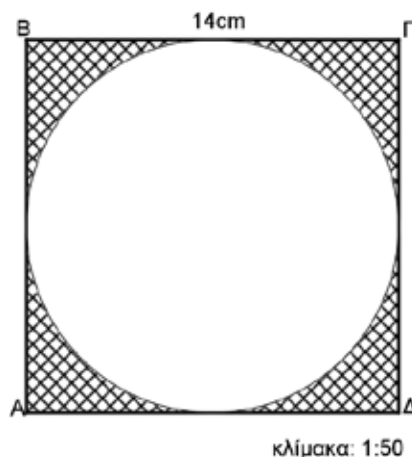
Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100.

1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 5,9,13,17,...
Να υπολογίσετε:
(α) τη διαφορά της προόδου,
(β) το άθροισμα των είκοσι πέντε πρώτων όρων της.
2. Κάποιος αγόρασε ένα ψυγείο προς €714, συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α. Αν ο συντελεστής Φ.Π.Α είναι 19%, να υπολογίσετε την αξία του ψυγείου χωρίς Φ.Π.Α.
3. Το μήκος κύκλου είναι 18π cm. Να υπολογίσετε:
(α) την ακτίνα του κύκλου ,
(β) το εμβαδόν του κύκλου. (οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν και συναρτήσει του π)
4. Να λύσετε την εξίσωση : $\log(2x - 3) + \log 3 = \log(x + 4) - \log 2$
5. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος της οποίας ο πέμπτος όρος ισούται με 48 και ο δεύτερος με 6 .
(α) Να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.
(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 6 πρώτων όρων της.
6. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο τοκίζεται προς 6% για 5 μήνες γίνεται μαζί με τους τόκους του €4100 .
7. Να λύσετε τις εξισώσεις : (α) $3^{x-1} = 27^{2x+1}$
(β) $\log_5 \sqrt{5} = x$

8. Σε τρίγωνο $\triangle ABC$ δίνεται $a = 8\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$ και $\hat{C} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε την πλευρά c και το εμβαδόν του τριγώνου.
9. Σε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει η σχέση: $4R^2 \sin A - 2a^2 \sin B = 2a^2$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle ABC$ είναι ορθογώνιο.

10. Το διπλανό αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:50 παριστάνει τον τετραγωνικό χώρο $AB\Gamma\Delta$ πλευράς 14cm, οποίο κατασκευάστηκε μια κυκλική πισίνα. Γύρω από την τοποθετήθηκε πλακόστρωτο όπως φαίνεται στο σχήμα. υπολογίστε το πραγματικό εμβαδό του πλακόστρωτου σε (Να αντικαταστήσετε το $\rho = \frac{22}{7}$)

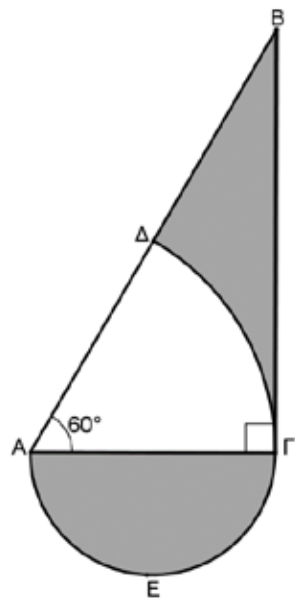


στον
πισίνα
Να
 m^2 .

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 .

- Σε αριθμητική πρόοδο ο δεύτερος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 28 ενώ ο τρίτος και ο πέμπτος έχουν άθροισμα 24.
(α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
(β) Να βρείτε το 23^ο όρο της.
(γ) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 500.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $\log[\log(4x - 2)] = 0$
(β) $9^x - 10 \times 3^x + 9 = 0$
- Κάποιος πωλητής αυτοκινήτων αγόρασε ένα αυτοκίνητο προς €20000. Ξόδεψε €1500 για κάποιες επισκευές και το πώλησε με κέρδος 20% πάνω στο συνολικό κόστος. Τα χρήματα που πήρε από την πώληση, τα έβαλε στην τράπεζα για 2 χρόνια με επιτόκιο 4%.
(α) Πόσους τόκους εισπράξε μετά από 2 χρόνια;
(β) Με το ποσό των τόκων πλήρωσε τους τρεις υπαλλήλους του, ανάλογα με τον αριθμό των ημερών που εργάστηκαν. Αν ο πρώτος εργάστηκε 21 μέρες, ο δεύτερος 15 μέρες και ο τρίτος 12 μέρες, να υπολογίσετε πόσα πληρώθηκε ο καθένας.
- Να επιλύσετε το τρίγωνο $\triangle ABC$ αν δίνονται: $a = 8\text{cm}$, $c = 8\sqrt{3}\text{cm}$, $\hat{A} = 30^\circ$ και $\hat{C} = 90^\circ$.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($\angle \Gamma = 90^\circ$) με $AB = 8\text{cm}$ και $\angle A = 60^\circ$. Με διάμετρο $A\Gamma$ γράφουμε ημικύκλιο $A\Gamma E$ και με κέντρο το A γράφουμε τόξο $\widehat{AD\Gamma}$. Να υπολογίσετε:
- (α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους ,
- (β) την περίμετρο του κυκλικού τομέα $A\Delta\Gamma$.
- (Οι απαντήσεις μπορούν να δοθούν και συναρτήσει του π).



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΚΟΙΝΟΣ ΚΟΡΜΟΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Ημερομηνία: 26/5/2015

Χρόνος: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

β) Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (Τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).

γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

δ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1) Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 14π cm .

Να βρείτε: α) την ακτίνα του

β) το εμβαδόν του.

2) Κατά την διάρκεια των εκπτώσεων ένας εκτυπωτής αξίας €120 πωλήθηκε €90. Να βρείτε το ποσοστό της έκπτωσης.

3) Να λύσετε την εξίσωση: $3^{x+1} = \frac{1}{27}$

4) Κεφάλαιο €4800 τοκίζεται με απλό τόκο με επιτόκιο 4% για 3 χρόνια και 4μήνες.

Να βρείτε τον τόκο που θα αποδώσει.

5) Οι αριθμοί x , 4, $x+6$ αποτελούν τους τρεις πρώτους όρους μίας γεωμετρικής προόδου που έχει όλους τους όρους θετικούς.

Να βρείτε: α) την τιμή του x

β) τον έκτο όρο (a_6).

6) Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{2}{5}$ και το εμβαδόν του μικρότερου πολυγώνου είναι 16 cm^2 . Να βρείτε το εμβαδόν του άλλου πολυγώνου.

7) Σε τρίγωνο $\overset{D}{ABG}$ δίνονται: $a = 10 \text{ cm}$, $g = 5\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{G} = 60^\circ$.

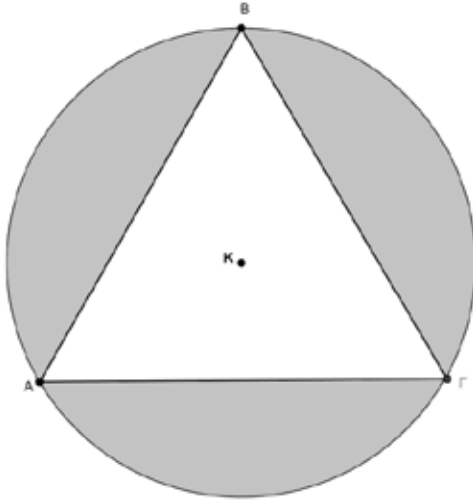
Να βρείτε: α) τη γωνία $\hat{A}$

β) το εμβαδόν του τριγώνου $\overset{D}{ABG}$.

8) Να δείξετε ότι :
$$\frac{\log_3(8 + \log_4 4) + \log_3 9}{(\log_2 20 - \log_2 5)^2} = 2015^0$$

9) Αν σε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει η σχέση $a \sin B - b \sin A = g$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

10) Στο πιο κάτω σχήμα το ισόπλευρο τρίγωνο $\triangle ABC$ έχει περίμετρο $9\sqrt{3}$ cm και είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (K,R). Να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $\log[\log(3x - 2)] = 0$

β) $4^x - 6 \times 2^x + 8 = 0$

2) Σε αριθμητική πρόοδο με πρώτο όρο το a_1 και διαφορά $d \neq 0$, το άθροισμα των τεσσάρων πρώτων όρων είναι ίσο με τον δέκατο όρο. Το γινόμενο του πρώτου και του δεύτερου όρου είναι ίσο με 200.

α) Να δείξετε ότι $a_1 = d$

β) Να σχηματίσετε τη αριθμητική πρόοδο.

γ) Να παρεμβάλετε 3 αριθμούς μεταξύ του πρώτου και του δέκατου έκτου όρου της πιο πάνω αριθμητικής προόδου ώστε να σχηματίζουν όλοι μαζί γεωμετρική πρόοδο.

3) Εργολάβος οικοδομών κατασκεύασε ένα σπίτι το οποίο στοίχισε €200,000 και το πούλησε με κέρδος 20%. Το 25 % του ποσού που πήρε από την πώληση του σπιτιού το μοίρασε στα τρία του παιδιά Αντρέα, Βασίλη και Γιώργο ανάλογα με τις σημερινές τους ηλικίες. Το υπόλοιπο ποσό το κατάθεσε στην τράπεζα για 4 χρόνια και πήρε συνολικά €201,600. Ο Αντρέας και ο Βασίλης γεννήθηκαν το 2006 και ο Γιώργος το 2003.

α) Να βρείτε την τιμή πώλησης του σπιτιού.

β) Να βρείτε το ποσό των χρημάτων που πήρε το κάθε ένα από τα τρία παιδιά.

γ) Να βρείτε το επιτόκιο με το οποίο τοκίστηκαν τα χρήματα στην τράπεζα.

4) Δίνεται τρίγωνο $\overset{D}{\triangle} AB\Gamma$ με $\hat{A} = 60^\circ$. Η πλευρά AB είναι κατά 2cm μικρότερη από την πλευρά $A\Gamma$ και το εμβαδόν του τριγώνου είναι ίσο με $6\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

α) Να δείξετε ότι $A\Gamma = 6\text{cm}$.

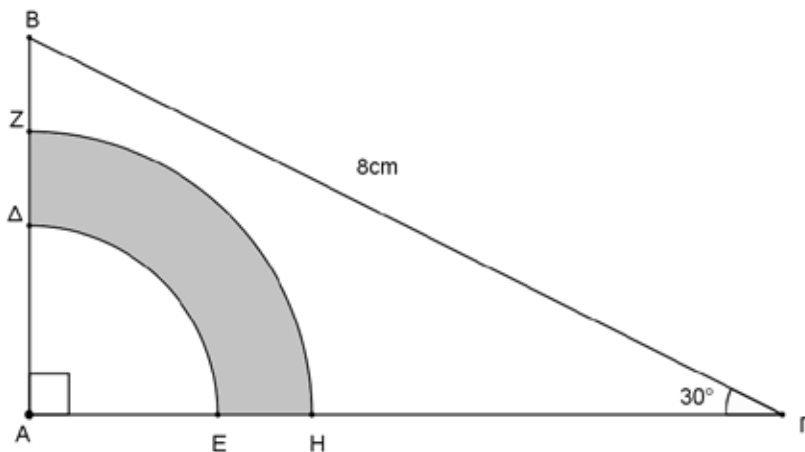
β) Να βρείτε τη περίμετρο του τριγώνου $\overset{D}{\triangle} AB\Gamma$.

5) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $\overset{D}{\triangle} AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{G} = 30^\circ$. Η υποτείνουσα του τριγώνου $\overset{D}{\triangle} AB\Gamma$ έχει μήκος 8cm. Το Δ είναι το μέσο της AB και το Z το μέσο της ΔB . Με κέντρο το σημείο A γράφουμε τα τόξα $\widehat{\Delta E}$ και $\widehat{ZH}$ μέσα στο τρίγωνο.

α) Να δείξετε ότι $AB = 4\text{cm}$

β) Να εξετάσετε αν τα τρίγωνα $\triangle A\Delta E$ και $\triangle AZH$ είναι όμοια.

γ) Να βρείτε τη περίμετρο και το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΤΕΛΟΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα: Μαθηματικά
Τάξη: Β' Κοινού Κορμού
Ημερομηνία: 29 Μαΐου 2015

Ώρα έναρξης: 7.45 π.μ.
Διάρκεια: 2. 30'

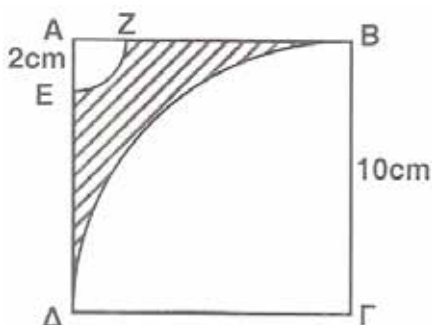
- Οδηγίες:**
- (α) Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο. Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι.
 - (β) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
 - (γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
 - (δ) Τα σχήματα να μεταφέρονται στις κόλλες.
 - (ε) Το γραπτό αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος: 2, 8, 14, 20, Να υπολογίσετε:
 - α) το είδος της προόδου.
 - β) τον εικοστό πέμπτο όρο της.
2. Κύκλος έχει ακτίνα 5m. Να υπολογίσετε:
 - α) το μήκος της περιφέρειας του κύκλου.
 - β) το εμβαδόν του κύκλου.
3. Κατά την διάρκεια των εκπτώσεων μια φωτοτυπική μηχανή αξίας €1500 πωλήθηκε προς €1200. Πόσο τοις εκατόν (%) ήταν η έκπτωση;
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - α) $\log_2(3c - 4) = 3$
 - β) $7^{2c-1} = 49$
5. Δίνεται τρίγωνο ABG με: $(AG) = b = 4cm$, $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{G} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε :
 - α) τα μήκη α και γ των πλευρών του.
 - β) το εμβαδόν του τριγώνου.

6. Σε γεωμετρική πρόοδο δίνεται ο πέμπτος όρος $a_5 = 32$ και ο όγδοος όρος $a_8 = 256$
 Να υπολογίσετε :
 α) τον πρώτο όρο και το λόγο λ της προόδου.
 β) το άθροισμα των επτά πρώτων όρων της.
7. Σε σχέδιο με κλίμακα 1:1000 ένα οικοπέδο έχει εμβαδόν 14 cm^2 και περίμετρο 12 cm . Να βρείτε το πραγματικό εμβαδόν και την πραγματική περίμετρο του οικοπέδου.
8. Οι αριθμοί $\chi-2$, χ , $2\chi+3$ είναι τρεις διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
 α) να βρείτε τις τιμές του χ
 β) για ποια τιμή του χ η γεωμετρική πρόοδος είναι φθίνουσα;
 γ) να βρείτε το λόγο της και το άθροισμα των απείρων όρων της.
9. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

$$hm^2 A + hm^2 B - hm^2 G = 2hnA \cdot hnB \cdot \sin G$$
10. Στο πιο κάτω τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά 10 cm γράφονται δύο τεταρτοκύκλια. Το ένα με κέντρο το A και ακτίνα 2 cm και το άλλο με κέντρο το Γ .
 Να υπολογίσετε :
 α) το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.
 β) την περίμετρο της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του έβδομου και του δέκατου όρου της είναι ίσο με 49, ενώ ο ένατος όρος είναι κατά 15 μεγαλύτερος από τον τέταρτο όρο. Να υπολογίσετε:
 α) τον πρώτο όρο και τη διαφορά της.
 β) πόσους όρους της πρέπει να προσθέσουμε ώστε να έχουμε άθροισμα 392.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $4^c - 4 \times 2^c + 4 = 0$

β) $\log(\log - 3) + 2 = 0$

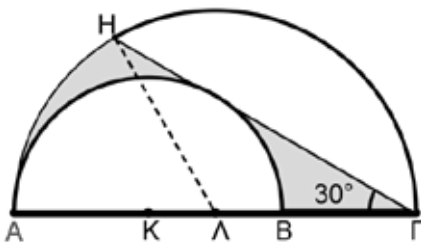
3. Ο κ. Χριστόφορος πήρε €55000 από την πώληση ενός χωραφιού του. Αφού έδωσε το 15% των χρημάτων που πήρε σε φιλανθρωπικό ίδρυμα, κατάθεσε τα υπόλοιπα στην τράπεζα ως εξής: τα $\frac{2}{5}$ των χρημάτων προς 4% και τα υπόλοιπα προς 6%. Πόσα χρόνια πρέπει να περάσουν ώστε να πάρει συνολικό τόκο €12155;

4. α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές $a = 12 \text{ cm}$, $\gamma = 6 \text{ cm}$ και $E = 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$

Να βρείτε την οξεία γωνία Β και την πλευρά β.

β) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με γωνία $\hat{A} = 60^\circ$, να δείξετε ότι: $(\beta + \gamma + a)(\beta + \gamma - a) = 3\beta\gamma$

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται δύο ημικύκλια με κέντρα Κ, Λ και διαμέτρους $AB = 6 \text{ cm}$, $AG = 9 \text{ cm}$ αντίστοιχα. Αν η γωνία $\hat{A}GH = 30^\circ$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: ΤΕΤΑΡΤΗ, 27/05/2015

ΧΡΟΝΟΣ : 2 ΩΡΕΣ ΚΑΙ 30 ΛΕΠΤΑ

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) σελίδες.
- Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.
- Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας (όπου είναι αναγκαίο).
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

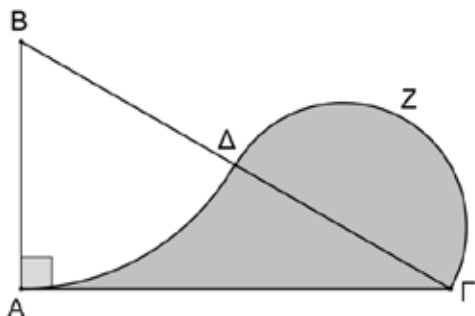
**ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος 2,8,32,128,...
Να υπολογίσετε: α) το λόγο της προόδου,
β) το δέκατο όρο της.
2. Ο κ. Κώστας αγόρασε ένα αυτοκίνητο € 7500. Μετά από ένα χρόνο το πούλησε με ζημιά 6 %.
Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του αυτοκινήτου.
3. Το μήκος κύκλου είναι 18π cm . Να υπολογίσετε
α) την ακτίνα του κύκλου,
β) το εμβαδόν του κύκλου.
4. Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία και τη γωνία κανονικού οκταγώνου.
5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 60^\circ$, $b = 4\text{ cm}$ και $g = 2\sqrt{3}\text{ cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς a του τριγώνου.
6. Οι αριθμοί 2, $2c - 3$, $3c - 5$ αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου. Να υπολογίσετε την τιμή του c και να σχηματίσετε την πρόοδο.
7. Να υπολογίσετε την τιμή του x αν $25^{c-2} = 5^{c+1}$
8. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο κυκλικού τμήματος τόξου 60° σε κύκλο με ακτίνα 10 cm .
9. Να δείξετε ότι ισχύει η ισότητα $\frac{|\log 4 + 2|\log 6|}{|\log 24 - |\log 2|} = 2$, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής.

10. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρά $AB = 20\text{cm}$ και $B\Gamma = 15\text{cm}$. Από σημείο E της πλευράς $B\Gamma$ τέτοιο ώστε $BE = 9\text{cm}$ φέρουμε ευθεία παράλληλη προς την πλευρά AG που τέμνει την πλευρά AB στο σημείο Z .
- α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και BEZ είναι όμοια.
 β) Να υπολογίσετε το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AZ .

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ο δεύτερος όρος γεωμετρικής προόδου ισούται με 4 και ο έβδομος όρος ισούται με $\frac{1}{8}$.
 Να υπολογίσετε: α) το λόγο και τον πρώτο όρο της προόδου,
 β) το άθροισμα των απείρων όρων της.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 α) $\log(9^\circ - 3^\circ - 5) = 0$
 β) $\log(2\log + 3) = 2$
3. Τρεις υπάλληλοι κατάθεσαν μαζί €1200. Ύστερα από 8 χρόνια μοιράστηκαν το ποσό που προέκυψε με τους τόκους του (απλός τόκος) και πήραν: Ο πρώτος €792, ο δεύτερος €528 και ο τρίτος €264. Ζητείται το επιτόκιο και πόσα κατάθεσε ο καθένας.
4. α) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ που έχει $a = 8\sqrt{3}\text{cm}$, $b = 8\text{cm}$, $\hat{G} = 60^\circ$ και να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
 β) Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu G \times \sin B$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{BAG} = 90^\circ$, $\hat{AGB} = 30^\circ$, $B\Gamma = 8\text{cm}$, $AB = 4\text{cm}$. Το τόξο AD ανήκει σε κύκλο κέντρου B και ακτίνας AB . Το ημικύκλιο $\Gamma Z\Delta$ κατασκευάστηκε με διάμετρο $\Gamma\Delta$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Β΄

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22/05/2015

ΩΡΑ: 10:45 - 13:15

Οδηγίες:

- Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Να λύσετε και τις δέκα ασκήσεις .

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε μονάδες.

1. Δίνεται Αριθμητική Πρόοδος με πρώτο όρο $a_1 = 7$ και διαφορά $\delta = -3$. Να βρείτε τον δέκατο τρίτο (a_{13}) όρο της .
2. Κατάστημα εισάγει παπούτσια προς €45 το ζευγάρι. Θέλει να κερδίζει 35% πάνω στο κόστος του. Να βρείτε πόσα πρέπει να πωλεί το κάθε ζευγάρι παπουτσιών.
3. Η ακτίνα ενός κύκλου είναι 11 cm . Να υπολογίσετε
α) το μήκος της περιφέρειας του και
β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 90° .
4. Τρίγωνο ΑΒΓ έχει πλευρές $\alpha=3\sqrt{3}$ cm, $\beta=3$ cm και $\hat{A}=60^\circ$. Να υπολογίσετε την γωνία Β και την πλευρά γ .
5. Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $9^{3x-2} = 81$ β) $\log_3(2x) = 4$.
6. Σε αρχιτεκτονικό σχέδιο που έγινε με κλίμακα 1: 300 το μήκος ενός διαδρόμου είναι 1,4 cm και το εμβαδόν ενός δωματίου είναι 6 cm^2 . Να βρείτε:
α) το πραγματικό μήκος του διαδρόμου
β) το πραγματικό εμβαδόν του δωματίου.

7. Αν οι όροι $\log x$, $\log \psi$ και $\log z$, ($x, y, z > 0$) είναι ο πέμπτος, ο έκτος και ο έβδομος όρος αριθμητικής προόδου αντίστοιχα, να δείξετε ότι οι όροι x , ψ , z είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
8. Ισόπλευρο τρίγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο με εμβαδόν 314 cm^2 . Να βρείτε την πλευρά λ_3 και το εμβαδόν E_3 του τριγώνου. ($\pi=3,14$)
9. Ο πρώτος όρος γεωμετρικής προόδου είναι 192 και ο έκτος όρος της 6. Να υπολογίσετε το λόγο και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της.
10. Να υπολογίσετε πόσο κεφάλαιο πρέπει να τοκιστεί για τρία χρόνια, με απλό τόκο και με επιτόκιο 3% για να γίνει μαζί με τους τόκους του €1090.

ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις πέντε ασκήσεις.

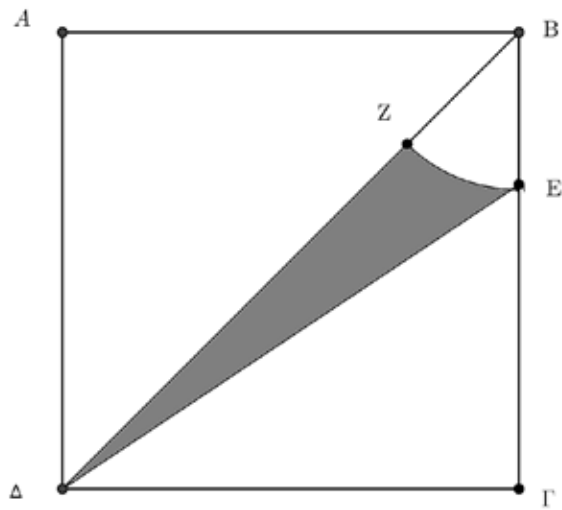
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο πρώτος και ο τρίτος όρος έχουν άθροισμα 32, ενώ ο δεύτερος και ο έκτος όρος έχουν άθροισμα 44.
 - α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
 - β) Να βρείτε τον εικοστό πρώτο όρο της.
 - γ) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσετε για να βρείτε άθροισμα 693;
2. α. Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των λογαρίθμων να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{2 / \log 3 + / \log 4 - \frac{1}{2} / \log 36}{/ \log 12 + / \log 1 - / \log 2} \quad (\text{Χωρίς χρήση υπολογιστικής μηχανής})$$

β. Να λύσετε την εξίσωση: $2^x + 2^{-x} - 2 = 0$
3. α. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{G} = 120^\circ$ και εμβαδόν $E = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε όλες τις πλευρές του τριγώνου.
 β. Να αποδείξετε ότι αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\gamma^2 - 2\beta\gamma \sin A = 4R^2 \eta \mu^2 G$ τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
4. Η κυρία Ελένη κέρδισε το λαχείο. Κράτησε για τον εαυτό της €150 000 και τα υπόλοιπα τα μοίρασε στα 3 παιδιά της ανάλογα με τις ηλικίες τους. Το μεγαλύτερο παιδί ήταν 24 ετών, το δεύτερο ήταν 20 ετών και το τρίτο 16 ετών.
 - α) Αν το τρίτο παιδί πήρε €24 000, να υπολογίσετε πόσα πήραν τα άλλα δύο παιδιά.
 - β) Πόσα κέρδισε στο λαχείο η κυρία Ελένη;
 - γ) Η κυρία Ελένη με τα χρήματα που κράτησε για τον εαυτό της αγόρασε ένα αυτοκίνητο που κόστιζε €24000. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 19% να υπολογίσετε πόσα πλήρωσε τελικά.
 - δ) Τα υπόλοιπα χρήματα της αποφάσισε να τα καταθέσει στην τράπεζα. Με ποιο επιτόκιο πρέπει να τα τοκίσει για πέντε χρόνια ώστε να πάρει τόκο €19734.

5. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά 6 cm, ΒΔ διαγώνιος του και Ε σημείο της ΒΓ τέτοιο ώστε $\widehat{GDE} = 30^\circ$. Με κέντρο το σημείο Β και ακτίνα ΒΕ γράφουμε τόξο εντός του τετραγώνου που τέμνει τη διαγώνιο ΒΔ στο σημείο Ζ. Να υπολογίσετε:
- α) το εμβαδόν και
 - β) την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου ΔΕΖ.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ–ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**ΜΑΘΗΜΑ:** Μαθηματικά Κοινού Κορμού**ΤΑΞΗ:** Β΄ Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** 8 / 6 / 2015**ΧΡΟΝΟΣ:** 2 ώρες και 30 λεπτά**ΩΡΑ:** 7:45 – 10:15**ΒΑΘΜΟΣ**

Αριθμητικώς:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αρ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 10 ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α΄:** Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $5^{x+1} = 125$

β) $\log_4 x = 3$

2. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 5, 8, 11, 14, ...

α) Να υπολογίσετε τη διαφορά ,

β) τον δωδέκατο όρο της προόδου.

3. Κύκλος έχει μήκος 18π cm. Να υπολογίσετε :

α) την ακτίνα του κύκλου,

β) το εμβαδόν του κύκλου.

4. Σε ένα αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1 : 2000 το μήκος ενός οικοπέδου είναι 12 cm .
Να υπολογίσετε το πραγματικό μήκος του οικοπέδου σε μέτρα.

5. Η τιμή μιας τηλεόρασης μετά από έκπτωση είναι €640. Αν η έκπτωση είναι 20%, να βρείτε την αρχική τιμή της τηλεόρασης.

6. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται : $\hat{B} = 30^\circ$, $b = 6 \text{ cm}$ και $a = 6\sqrt{3} \text{ cm}$.
Να βρείτε την γωνία A ($A < 90^\circ$).

7. Να λύσετε την εξίσωση : $\log[\log(2x + 14)] = 0$.

8. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση : $\frac{b \sin G + g \sin B}{a} = 1$

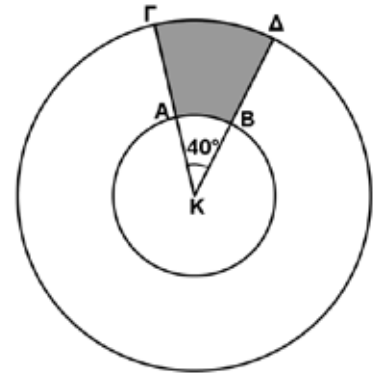
9. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των άπειρων όρων της ,ισούται με το διπλάσιο του πρώτου όρου της. Αν το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 30,
α) να βρείτε τον πρώτο όρο και το λόγο της,

β) να υπολογίσετε το άθροισμα των 10 πρώτων όρων της.

10. Στο διπλανό σχήμα δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο K και ακτίνες 4 cm και 12 cm .

Να υπολογίσετε:

α) το **εμβαδόν** της σκιασμένης επιφάνειας,



β) την **περίμετρο** της σκιασμένης επιφάνειας.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Κάποιος τόκισε το $\frac{1}{3}$ ενός κεφαλαίου προς 2% και το υπόλοιπο προς 3%.

Σε πέντε χρόνια πήρε συνολικά τόκους €8000. Να βρείτε το ποσό που τοκίστηκε προς 2%.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $\lg x \times (2 \lg x - 5) - 3 = 0$

β) $4^x - 4 \times 2^{x+1} + 7 = 0$

3. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και του έκτου όρου της είναι 48 και ο όγδοος όρος της είναι πενταπλάσιος του δεύτερου.

α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο.

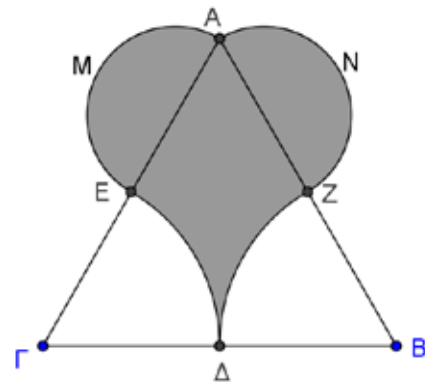
β) Να υπολογίσετε πόσους όρους της προόδου πρέπει να προσθέσουμε, για να έχουμε άθροισμα 400.

4. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$.

α) Αν ισχύει η σχέση $h\eta B = 2h\eta A \sin G$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

β) Αν επιπλέον για το πιο πάνω τρίγωνο δίνονται η γωνία $\hat{B} = 120^\circ$ και το εμβαδόν του $E = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$, να επιλύσετε το τρίγωνο.

5. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο τρίγωνο με περίμετρο 18 cm. Τα σημεία E, Z, Δ είναι τα μέσα των πλευρών AG, AB και $B\Gamma$ αντίστοιχα και τα AME και ANZ είναι ημικύκλια. Ο κυκλικός τομέας $E\Gamma\Delta$ έχει κέντρο το σημείο Γ και ο κυκλικός τομέας ΔBZ έχει κέντρο το σημείο B .
Να υπολογίσετε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** της σκιασμένης επιφάνειας.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : *Μαθηματικά*

ΤΑΞΗ : *Β΄ Κοινού Κορμού*

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 05 / 06 / 2015

ΧΡΟΝΟΣ : 2,5 Ώρες

ΓΕΝΙΚΕΣ ΟΔΗΓΙΕΣ :

1. Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
2. Να γράφετε μόνο με **μπλε** μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
4. Να **μη**ν απαντηθεί καμία ερώτηση πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $3^{x+1} = 27$

β) $\log_2 \left(\frac{1}{2} \right) = x$

2. Σε Αριθμητική Πρόοδο (Α.Π.) ο πρώτος όρος είναι 7 και ο πέμπτος όρος 23.

Να βρείτε: α) τη διαφορά της Α.Π.

β) τον όρο a_{25} .

3. Κάποιος αγόρασε μια τηλεόραση αξίας € 600 και πλήρωσε επιπλέον 19% Φ.Π.Α..

Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.

4. Το μήκος ενός κύκλου είναι 12π cm. Να υπολογίσετε συναρτήσει του π:

α) Το εμβαδόν του κύκλου.

β) Το μήκος τόξου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 40°.

5. Σε Γεωμετρική Πρόοδο (Γ.Π.) ο τρίτος όρος είναι $\frac{9}{4}$ και ο τέταρτος όρος είναι $\frac{27}{16}$.

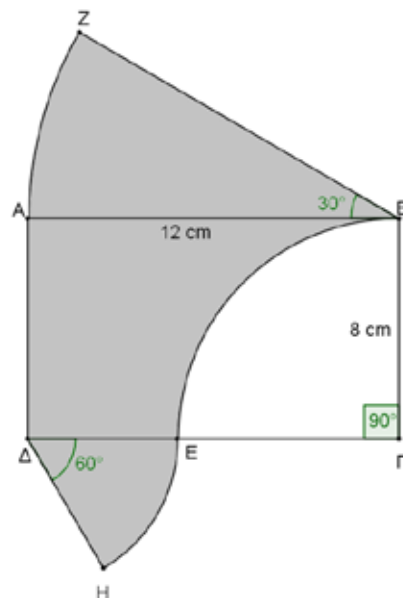
Να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της.

6. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $\angle A = 30^\circ$ και $AB = 2\sqrt{3}$ cm. Να βρείτε το εμβαδόν του.

7. Αν οι αριθμοί $(x-1)$, (x) , $(x+1)$ είναι τρεις διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή του x.

8. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{4\Delta}{a^2 + b^2 + c^2} = \cos A + \cos B + \cos \Gamma$.

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο ABΓΔ με πλευρές AB = 12 cm και BΓ = 8 cm. Με κέντρο το B και ακτίνα BZ κατασκευάζουμε τόξο AZ = 30°, με κέντρο το Δ και ακτίνα ΔΕ κατασκευάζουμε τόξο EH = 60° έξω από το ορθογώνιο και με κέντρο το Γ και ακτίνα ΕΓ κατασκευάζουμε τόξο BE μέσα στο ορθογώνιο. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.
(Οι απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει του π.)



10. α) Σε ένα χάρτη που σχεδιάστηκε με κλίμακα 1: 300 000, δύο πόλεις απέχουν μεταξύ τους 6 cm. Να υπολογίσετε την πραγματική τους απόσταση σε χιλιόμετρα (Km).

β) Ο λόγος των περιμέτρων δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{2}{7}$. Η περίμετρος του ενός είναι 15 m μικρότερη από την περίμετρο του άλλου.

i) Να βρείτε τις περιμέτρους των δύο πολυγώνων.

ii) Αν το εμβαδόν του μικρότερου πολυγώνου είναι 16 m², να βρείτε το εμβαδόν του μεγαλύτερου.

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΜΕΡΟΣ Β΄ : Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. α) Να λύσετε την εξίσωση : $\log(3 - x) + \log(4 - x) = 4\log 2 - \log 8 + \log 1$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $3^{2x+1} - 10 \times 3^x + 3 = 0$.

2. α) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\sqrt{3}$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

β) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\frac{1}{a} = \frac{\cos A}{b \cos B}$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

3. Ο κύριος Αντωνίου αγόρασε ένα σπίτι και το πώλησε με κέρδος 20%. Εισέπραξε € 180 000. Τα χρήματα που κέρδισε από την πώληση τα κατέθεσε στην Τράπεζα Α με απλό τόκο, για 3 χρόνια και 2 μήνες με επιτόκιο 6%. Στο τέλος των 3 χρόνων και 2 μηνών, πήρε τα χρήματα από τους τόκους και τα μοίρασε στα δύο παιδιά του, ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 12 και 18 χρονών.

Το 30% των χρημάτων που είχε αγοράσει το σπίτι, το κατέθεσε στην Τράπεζα Β με σύνθετο τόκο (ανατοκισμό) για 5 χρόνια και επιτόκιο 8%. Να υπολογίσετε:

α) Το ποσό που είχε αγοράσει το σπίτι και το κέρδος που είχε από την πώλησή του.

β) Τα χρήματα που πήρε το κάθε παιδί.

γ) Τα χρήματα που πήρε στο τέλος των 5 χρόνων από την Τράπεζα Β.

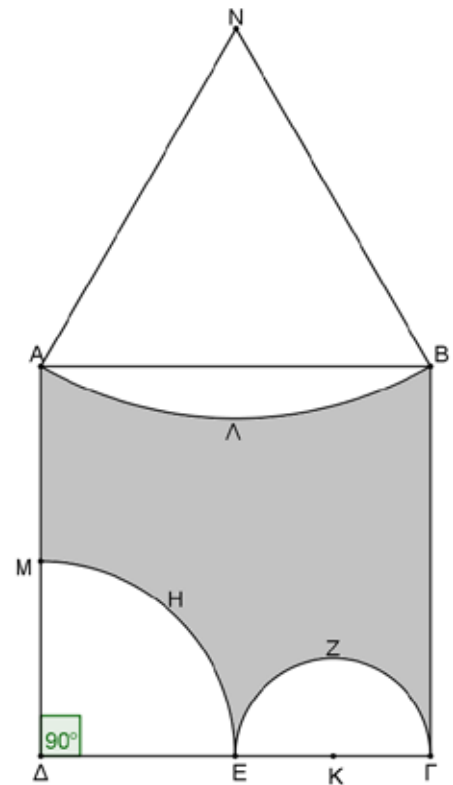
4. Σε μια Φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο το άθροισμα του πρώτου και του τρίτου όρου είναι 90, ενώ το άθροισμα του δεύτερου και τέταρτου όρου της είναι 30.

α) Να σχηματίσετε τη Φθίνουσα Γεωμετρική Πρόοδο.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της και το άθροισμα των άπειρων όρων της.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ με πλευρά 8 cm και ισόπλευρο τρίγωνο ABN . Με κέντρο το Δ και ακτίνα τη μισή πλευρά κατασκευάζουμε τόξο MHE , με κέντρο το μέσο της ΓE και ακτίνα $K\Gamma$ κατασκευάζουμε τόξο $EZ\Gamma$ και με κέντρο το N και ακτίνα AN κατασκευάζουμε τόξο $A\Lambda B$ μέσα στο τετράγωνο.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας. (Οι απαντήσεις να δοθούν συναρτήσει του π).



ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Β΄

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ΩΡΕΣ

ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2015

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **3** σελίδες.
 2. Να γράφετε μόνο με **μπλε** μελάνι. (Τα σχήματα με μολύβι)
 3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
 4. Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 5. Τα σχήματα του φυλλαδίου να μεταφέρονται στη θέση που λύεται η άσκηση.

ΜΕΡΟΣ Α (50 ΜΟΝΑΔΕΣ)**Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (5) μονάδες.****A1.** Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο κύκλου που έχει ακτίνα 5cm.**A2.** Να λύσετε την εξίσωση: $3^{x-2} = 3^{2x+1}$.**A3.** Να υπολογίσετε το x αν $\log_3(2x-1) = 2$.**A4.** Σε αριθμητική πρόοδο δίνονται ο πρώτος όρος $a_1 = 5$ και διαφορά $\delta = 4$. Να βρείτε τον ενδέκατο όρο (a_{11}) της προόδου.**A5.** Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €2000 αν τοκιστούν για 3 χρόνια και 4 μήνες με συνολικό επιτόκιο 5%.**A6.** Ένα αυτοκίνητο μαζί με το ΦΠΑ στοιχίζει €14160. Να υπολογίσετε την αξία του αυτοκινήτου αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 18%.**A7.** Κυκλικός τομέας έχει ακτίνα 3cm και επίκεντρη γωνία ίση με 30° . Να βρείτε την περίμετρο και το εμβαδόν του κυκλικού τομέα.**A8.** Να δείξετε ότι:
$$\frac{\log\sqrt{125} + \log\sqrt{27} - \log\sqrt{8}}{\log 15 - \log 2} = \frac{3}{2}.$$

A9. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί $x - 2$, $2x - 2$, $4x + 4$ να είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου (Γ.Π.).

A10. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύουν (R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου):

(α) $b \sin A + a \sin B + g \sin G = \frac{2ab + g^2}{2R}$

(β) $E = gRh \sin B \sin A$

ΜΕΡΟΣ Β' (50 ΜΟΝΑΔΕΣ)

Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

B1. Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{3}$ του κεφαλαίου του προς 6% και το υπόλοιπο προς 7%. Σε 1 χρόνο το κεφάλαιο έγινε μαζί με τους τόκους €9570. Να βρείτε ποιο ήταν το κεφάλαιο.

B2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου, του τέταρτου και του δωδέκατου όρου είναι ίσο με 10 και ο δέκατος τρίτος όρος είναι τριπλάσιος από τον όγδοο όρο.

(α) Να αποδείξετε ότι $d = 4$ και $a_1 = -18$.

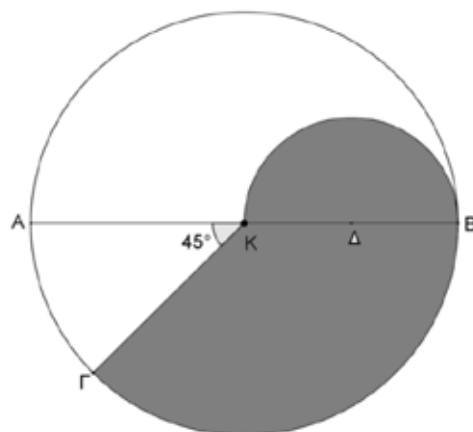
(β) Να βρείτε τον νιοστό όρο a_n , της πιο πάνω προόδου, για τον οποίο ισχύει $a_n = 2n$.

B3. Ένας πωλητής αυτοκινήτων έχει βασικό μηνιαίο μισθό €400. Επιπλέον παίρνει προμήθεια 10% για το σύνολο των πωλήσεων που κάνει. Κατά τη φετινή χρονιά είχε συνολικές πωλήσεις €50000. Αν ο εργοδότης του κράτησε το 5% των ετήσιων απολαβών του ως εισφορά για το ταμείο προνοίας και τις κοινωνικές ασφαλίσεις, να βρείτε τις καθαρές απολαβές του πωλητή τη φετινή χρονιά.

B4. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος $(K, 6)$ με διάμετρο AB . Με κέντρο το μέσο Δ του KB γράφουμε ημικύκλιο. Αν η γωνία $\widehat{AKG} = 45^\circ$ να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους και

(β) την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



B5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $4^c - 2^{c+1} - 8 = 0$

(β) $\log c + \log(c+2) = \log(3c+20)$

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΤΑΞΗ : Β΄ κοινός κορμός****Ημερομηνία: 29 / 5 / 2015****Χρόνος : 2,5 ώρες****ΟΔΗΓΙΕΣ:**

- § Επιτρέπεται η χρήση ΜΗ προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- § Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται και με μολύβι).
- § Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- § Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

- 1) Δίνεται η πρόοδος 3,8,13,18,... .
 - α) Να βρείτε το είδος της προόδου.
 - β) Να βρείτε τον τριακοστό όρο της (a_{30}).
- 2) Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 12ρ cm .
 - α) Να βρείτε το μήκος της ακτίνας του.
 - β) Το εμβαδόν του κύκλου.
- 3) Ποσό €112 ,πρόκειται να μοιραστεί σε τρία αδέλφια ανάλογα με την ηλικία τους που είναι 13,9 και 6 χρονών. Πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας;
- 4) Ένας ηλεκτρονικός υπολογιστής αξίας €440 πωλείται με ζημιά 15%. Να βρείτε την τιμή πώλησής του.
- 5) Να βρείτε το x ώστε να ισχύουν οι ισότητες
 - α) $2^{x-2} = 16$
 - β) $\log_2(x-1) = 3$

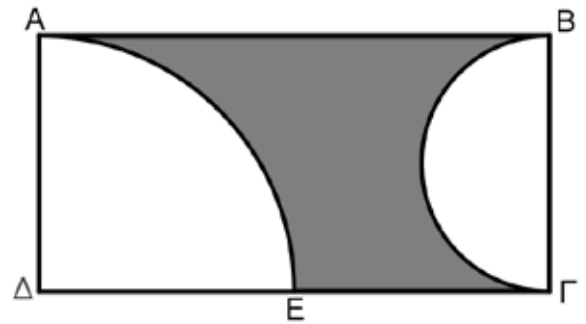
6) Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με

$AB = 8 \text{ cm}$. Το τεταρτοκύκλιο γράφτηκε με κέντρο

το Δ και ακτίνα ίση με το μισό της AB .

Το ημικύκλιο γράφτηκε με διάμετρο τη $B\Gamma$.

Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



7) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} < 90^\circ$) αν δίνονται $\alpha = 3 \text{ m}$, $\beta = 3\sqrt{3} \text{ m}$ και $\hat{B} = 60^\circ$.

8) Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων κανονικών εξαγώνων είναι $\frac{4}{9}$. Αν τα μήκη των

πλευρών τους διαφέρουν κατά 4 cm , να υπολογίσετε τις περιμέτρους τους.

9) Αν $\log x$, 2 , $\log x - 3$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να βρείτε το x .

10) Σε απολύτως φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο, το άθροισμα των άπειρων όρων

της είναι τετραπλάσιο από τον δεύτερο όρο της και ο τέταρτος όρος της είναι ίσος με 8 .

Να σχηματίσετε την πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1) Σε αριθμητική πρόοδο ο τρίτος και ο πέμπτος όρος της έχουν άθροισμα 4 , ενώ ο έκτος είναι τετραπλάσιος του τέταρτου όρου της.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

β) Να βρείτε το άθροισμα των 25 πρώτων όρων της.

2) Να λύσετε τις εξισώσεις

α) $\log(3x+2) + \log 2 = \log(45x+70) - 1$

β) $3^{2x+1} + 2 \times 3^x - 1 = 0$

3) α) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\alpha = 5 \text{ cm}$, $\beta = 8 \text{ cm}$. Αν το εμβαδόν του είναι ίσο

με $E = 10\sqrt{3} \text{ cm}^2$, να βρείτε τη γωνία Γ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$) και την πλευρά γ .

β) Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A \times \sigma\upsilon\nu\Gamma = \eta\mu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

4) α) Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο προς 3% και ένα άλλο κεφάλαιο κατά €1800 λιγότερο από το πρώτο προς 4%. Αν σε πέντε χρόνια πήρε και από τα δύο κεφάλαια συνολικά €8040 τόκους, να βρείτε τα δύο κεφάλαια.

β) Ακολούθως, από το ποσό των €8040 που πήρε, κράτησε €200 και με τα υπόλοιπα αγόρασε ένα μεταχειρισμένο αυτοκίνητο. Αν στη τιμή πώλησης του αυτοκινήτου συμπεριλαμβανόταν 12% κέρδος του πωλητή, να βρείτε την αξία του αυτοκινήτου.

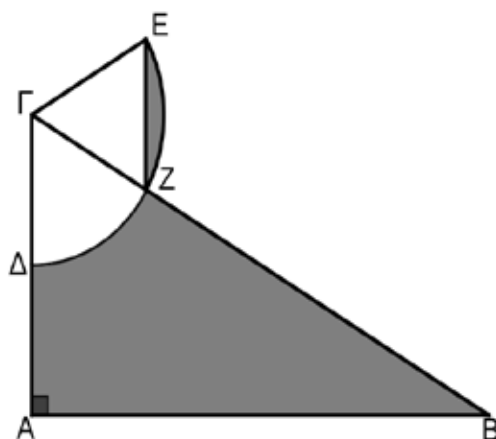
5) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο

τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 30^\circ$ και $B\Gamma = 8 \text{ cm}$.

Το τόξο ΔΖΕ γράφτηκε με κέντρο το Γ και ακτίνα

$\Gamma\Delta$ όπου Δ το μέσο της ΑΓ. Αν $\hat{E}\hat{\Gamma}\hat{Z} = 60^\circ$, να

υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΜΑΪΟΥ/ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Τάξη: Β' Λυκείου Κοινού Κορμού

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 08/06/2015

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- (α) Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (στα σχήματα επιτρέπεται μολύβι).
- (β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- (γ) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- (δ) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- (ε) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Η ακτίνα ενός κύκλου είναι 7 cm. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του.
2. Να βρείτε το x στις πιο κάτω περιπτώσεις:
 - (α) $\log_5(3x + 2) = 1$
 - (β) $6^x = 36^{5-2x}$
3. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 5,8,11,14, Να υπολογίσετε:
 - (α) την διαφορά της
 - (β) τον εικοστό τέταρτο όρο της, a_{24}
4. Να επιλύσετε τρίγωνο ΑΒΓ για το οποίο ισχύει: $b = \sqrt{3}$ cm, $\gamma = 1$ cm και $\hat{B} = 60^\circ$.
5. Ένας υπολογιστής αξίας €560 πωλήθηκε με κέρδος 20%. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησής του.
6. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης (χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής)

$$A = \frac{\log 10 + \log_3 9 + \log_{2015} 1}{\log_2 8 + 2\log_2 \sqrt{2}}$$

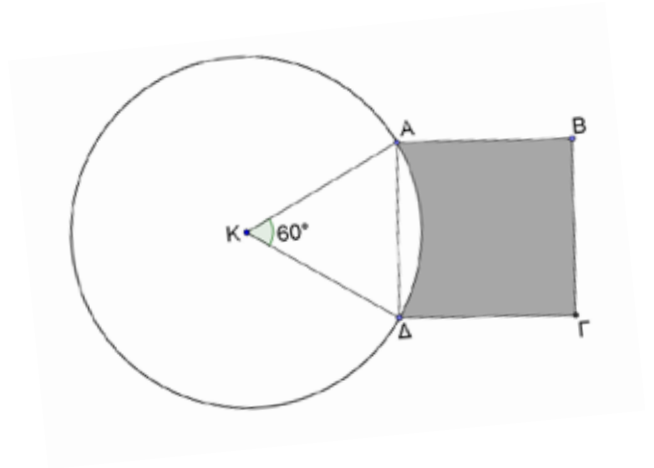
7. Να βρείτε το κεφάλαιο που τοκίζεται προς 5% για 2 χρόνια και 6 μήνες δίνει τόκο €620.
8. Δίνεται κύκλος (K, R). Αν το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 120° είναι $27\pi \text{ cm}^2$ να υπολογίσετε:
 - (α) την ακτίνα του
 - (β) την περίμετρο του κυκλικού τομέα
9. Να σχηματίσετε τη Γεωμετρική Πρόοδο που έχει $a_3 = 56$ και $a_6 = 448$. Ακολούθως να βρείτε το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της.
10. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\beta \times \sigma\upsilon\nu\Gamma - \gamma \times \sigma\upsilon\nu\text{B} = \alpha$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Έπαυλη πουλήθηκε σε 3 άτομα προς €150000. Οι ιδιοκτήτες Α, Β και Γ μοιράστηκαν τα χρήματα σε μέρη ανάλογα των αριθμών 2,3 και 7 αντίστοιχα. Ο ιδιοκτήτης Γ πλήρωσε τα χρέη του, που ήταν €50000, και τα υπόλοιπα τα τόκισε προς 5% για 3 χρόνια. Πόσα θα είναι τα χρήματά του μετά από 3 χρόνια μαζί με τους τόκους του;
2. Οι αριθμοί $y - 4$, y , $2y$ είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου ($y \neq 0$) και οι αριθμοί x , y , $x + 6$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου. Να υπολογίσετε τα x και y . Αν x είναι ο πρώτος όρος της Αριθμητικής Προόδου, να βρείτε το άθροισμα των 25 πρώτων όρων της.
3. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - (α) $\log^2 x - \log x = 6$
 - (β) $9^{x+1} - 7 \times 3^{x+1} - 18 = 0$
4. (α) Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται οι πλευρές του $a = 5 \text{ cm}$, $\beta = 7 \text{ cm}$ και $\gamma = 8 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη γωνία Β και το εμβαδόν του.
 (β) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $E = 2R^2 \eta\mu\text{A} \times \eta\mu\text{B} \times \eta\mu\text{C}$, όπου E το εμβαδό του τριγώνου ABΓ και R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου.

5. Στο σχήμα δίνεται κύκλος (K,R) με ακτίνα $R=10\text{cm}$ και $\widehat{AK\Delta} = 60^\circ$. Το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο.
Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του σκιασμένου μέρους.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Τάξη: Β' Λυκείου Κοινού Κορμού

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 26 / 05 / 2015

Αρ. σελίδων: 3

Χρόνος εξέτασης: 2:30 (δύο ώρες και τριάντα λεπτά)

ΟΔΗΓΙΕΣ

- § Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από **3 σελίδες** (συμπεριλαμβανομένης και της 1^{ης} σελίδας)
- § Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το **ΜΕΡΟΣ Α'** και το **ΜΕΡΟΣ Β'**.
Το ΜΕΡΟΣ Α' περιλαμβάνει **10** θέματα και το ΜΕΡΟΣ Β' περιλαμβάνει **5** θέματα.
Κάθε θέμα του ΜΕΡΟΥΣ Α' βαθμολογείται με **5** μονάδες ενώ κάθε θέμα του ΜΕΡΟΥΣ Β' βαθμολογείται με **10** μονάδες. Πρέπει να λύσετε και τα **15** θέματα.
- § Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.
- § Η δολίευση τιμωρείται αυστηρά.
- § Να συμμορφώνεστε πρόθυμα με τις οδηγίες των επιτηρητών.
- § Επιτρέπεται η χρήση **μη** προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- § **Δεν επιτρέπεται** η χρήση διορθωτικών υλικών.
- § Γράφετε μόνο με μελάνι, μπλε ή μαύρου χρώματος.
- § Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

ΜΕΡΟΣ Α΄ :

A1. Δίνεται η πρόοδος 4, 11, 18, 25,Να βρείτε:

(α) Το είδος της προόδου.

(β) Τον 50^ο όρο της.

A2. Να βρείτε το μήκος και το εμβαδόν κύκλου με ακτίνα ίση με 5 cm .

(Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του π).

A3. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €12350 μετά από 5 χρόνια με επιτόκιο 2%.

A4. Δίνεται τρίγωνο ABΓ με $a = 10\text{ cm}$, $\gamma = 5\sqrt{3}\text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να βρείτε την γωνία Α του τριγώνου ABΓ.

A5. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $2^{2x+1} = 32$

(β) $\log_5 x = 1$

A6. Η Φωτεινή η αισθητικός χρέωνε τους πελάτες της €50 για καθαρισμό προσώπου.

Μετά την οικονομική κρίση αποφάσισε να μειώσει τις τιμές της κατά 15%.

Πόσα πρέπει να χρεώσει τώρα τον καθαρισμό προσώπου;

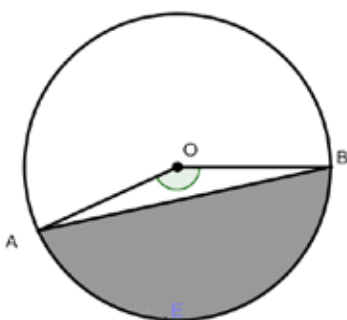
A7. Αν $x - 8$, $6 - x$, $15 - 2x$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, να βρείτε την τιμή του x .

A8. Να δείξετε ότι $\frac{\log 8 + 2\log 3 - 2\log \sqrt{18}}{\log 16 - \log 8} = 2$

A9. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος ισούται με 8 και ο έκτος όρος με 1.

Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της.

A10. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος (O,R) και τόξο $AB = 150^\circ$. Αν η ακτίνα $R = 6\text{ cm}$, να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου κυκλικού τμήματος.



ΜΕΡΟΣ Β' :

B1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log(x-3) + \log(x-2) = 1 - \log 5$

(β) $25^x - 6 \times 5^x + 5 = 0$

B2. Σε αριθμητική πρόοδο ο τέταρτος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 26, ενώ ο πέμπτος και ο δέκατος όρος έχουν άθροισμα 32.

(α) Να υπολογίσετε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου.

(β) Αν ο πρώτος όρος της πιο πάνω προόδου είναι το 3 και η διαφορά της το 2, να υπολογίσετε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να πάρουμε άθροισμα 483.

B3. Ένας έμπορας πούλησε εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά με το Φ.Π.Α €28560 .

Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α με συντελεστή 19% κατέθεσε τα υπόλοιπα

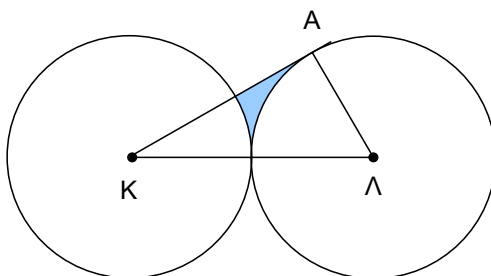
χρήματα του στη τράπεζα ως εξής: Τα $\frac{3}{8}$ των χρημάτων του προς 5% και τα

υπόλοιπα προς 8% για το ίδιο χρονικό διάστημα. Πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα του ώστε να πάρει συνολικά τόκο €6600.

B4. (α) Σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\eta\mu B}{\eta\mu \Gamma} = \sin A$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

(β) Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $a = 4 \text{ cm}$, $\hat{B} = 30^\circ$ και $E = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

B5. Στο πιο κάτω σχήμα οι κύκλοι (Κ, R) και (Λ, R) είναι ίσοι, με ακτίνα $R = 4 \text{ cm}$ και η ΚΑ είναι εφαπτομένη στον κύκλο (Λ, R). Να υπολογίσετε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** του γραμμοσκιασμένου μέρους.



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ

ΑΝΤΡΕΑΣ ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΙΔΗΣ

.....

ΜΕΡΟΣ Β' :

B1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $\log(x-3) + \log(x-2) = 1 - \log 5$

(β) $25^x - 6 \times 5^x + 5 = 0$

B2. Σε αριθμητική πρόοδο ο τέταρτος και ο όγδοος όρος έχουν άθροισμα 26, ενώ ο πέμπτος και ο δέκατος όρος έχουν άθροισμα 32.

(α) Να υπολογίσετε τον πρώτο όρο και τη διαφορά της προόδου.

(β) Αν ο πρώτος όρος της πιο πάνω προόδου είναι το 3 και η διαφορά της το 2, να υπολογίσετε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να πάρουμε άθροισμα 483.

B3. Ένας έμπορας πούλησε εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά με το Φ.Π.Α €28560 .

Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α με συντελεστή 19% κατέθεσε τα υπόλοιπα

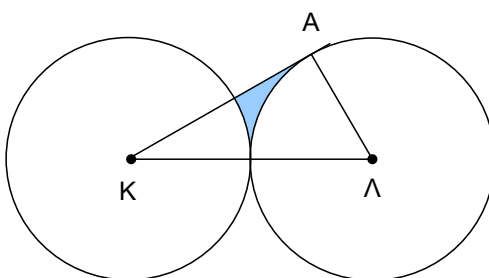
χρήματα του στη τράπεζα ως εξής: Τα $\frac{3}{8}$ των χρημάτων του προς 5% και τα

υπόλοιπα προς 8% για το ίδιο χρονικό διάστημα. Πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα του ώστε να πάρει συνολικά τόκο €6600.

B4. (α) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\eta\mu B}{\eta\mu \Gamma} = \sin A$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

(β) Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: $a = 4 \text{ cm}$, $\hat{B} = 30^\circ$ και $E = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να επιλύσετε το τρίγωνο.

B5. Στο πιο κάτω σχήμα οι κύκλοι (Κ, R) και (Λ, R) είναι ίσοι, με ακτίνα $R = 4 \text{ cm}$ και η ΚΑ είναι εφαπτομένη στον κύκλο (Λ, R). Να υπολογίσετε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** του γραμμοσκιασμένου μέρους.



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΤΑΞΗ: Β' ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 22 / 05 / 2015
ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ώρες

Βαθμός:

Ολογράφως:

Υπογραφή:

Ονοματεπώνυμο: Τμήμα: Αριθ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να γράψετε τις απαντήσεις σας πάνω στο εξεταστικό δοκίμιο.
2. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
3. Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΝΝΕΑ (9) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος - 3, 1, 5, 9, K . Να βρείτε:
 - α) Τη διαφορά της.
 - β) Τον δέκατο όρο της.
2. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 8π cm . Να βρείτε:
 - α) Την ακτίνα.
 - β) Το εμβαδόν του.

3. Το 12% των μαθητών ενός τμήματος έχουν βαθμό 20 στα Μαθηματικά. Αν όλοι οι μαθητές του τμήματος είναι 25, πόσοι έχουν βαθμό 20;

4. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:

α) $\log_2 x = 3$

β) $3^{2x-1} = 27$

5. Σ' ένα αρχιτεκτονικό σχέδιο, με κλίμακα 1:100, ένα δωμάτιο έχει μήκος 5cm και πλάτος 3cm. Να υπολογίσετε το πραγματικό εμβαδόν του δωματίου σε τετραγωνικά μέτρα (m^2).

6. Να δείξετε ότι: $\frac{4\log 2 + 2\log \sqrt{2}}{\log 12 - \log 6} = 5$

7. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $a\sin\Gamma - R\eta\mu B = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

8. Η περίμετρος κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο είναι 18 cm . Να βρείτε:
- α) Την ακτίνα του κύκλου.
 - β) Το εμβαδόν του κανονικού εξαγώνου.

9. Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $E = 18\text{ cm}^2$, $\alpha = 6\sqrt{2}\text{ cm}$ και $\beta = 6\text{ cm}$. Να βρείτε:
- α) Τη γωνία Γ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$) του τριγώνου.
 - β) Την πλευρά γ του τριγώνου.

10. Σε απόλυτα φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι 4 και ο δεύτερος όρος της $-\frac{5}{4}$.
- α) Να βρείτε τον λόγο της.
- β) Να σχηματίσετε την πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

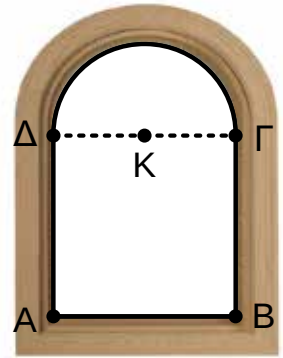
1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log x + \log(x + 1) = \log(3x - 1)$

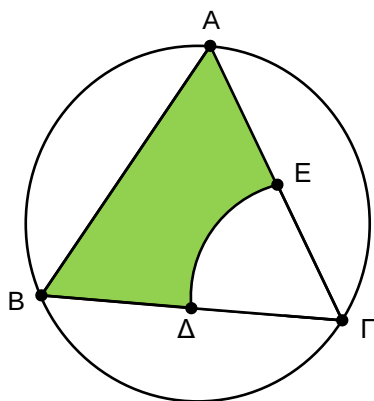
β) $2 \times 5^{2x} - 9 \times 5^x - 5 = 0$

2. Το παράθυρο στο διπλανό σχήμα, αποτελείται από ένα τετράγωνο που έχει στο πάνω μέρος του ένα ημικύκλιο. Στο παράθυρο πρόκειται να τοποθετήσουμε καθρέφτη. Αν το τετράγωνο $AB\Gamma\Delta$ έχει πλευρά 2 m , να βρείτε:

- α) Το εμβαδόν του καθρέφτη που θα χρειαστεί.
β) Πόσα θα πληρώσουμε για τον καθρέφτη, αν στοιχίζει €28 το τετραγωνικό μέτρο.



3. Στο πιο κάτω σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισόπλευρο εγγεγραμμένο σε κύκλο με ακτίνα 4 cm . Αν το σημείο Δ είναι το μέσο της $B\Gamma$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



4. α) Να γράψετε πότε μια ακολουθία αριθμών ονομάζεται αριθμητική πρόοδος.
- β) Να υπολογίσετε το άθροισμα: $A = 12 + 15 + 18 + K + 60$.
- γ) Ο Ανδρέας θέλει να αγοράσει έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή αξίας €850. Το κατάστημα τού προσφέρει έκπτωση 28% και το υπόλοιπο θα το πληρώσει με δόσεις. Συμφώνησε να πληρώσει τον πρώτο μήνα €12, τον δεύτερο μήνα €15, τον τρίτο μήνα €18 και να συνεχίσει να πληρώνει με αυτόν τον τρόπο μηνιαίες δόσεις μέχρι να εξοφλήσει. Σε πόσους μήνες θα εξοφλήσει τον υπολογιστή;

5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Αν $\gamma = 4\sqrt{3}\text{ cm}$, $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ και η πλευρά α είναι διπλάσια από την πλευρά β. Να βρείτε:
- α) Τις πλευρές α και β.
 - β) Το εμβαδόν του τριγώνου.

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κοινού Κορμού**

ΤΑΞΗ: **Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: **2,5 ΩΡΕΣ**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **03 ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**

- ΟΔΗΓΙΕΣ:** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
 β) Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
 γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Σε αριθμητική πρόοδο (α_n) δίνονται: $\alpha_1 = 5$ και $\delta = 2$.
 α) Να γράψετε τους 4 πρώτους όρους της Α.Π.
 β) Να βρείτε το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της.
- Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €5000 τοκίζόμενο με επιτόκιο 4% για 3 χρόνια.
- Δίνεται κύκλος ακτίνας $R = 3\text{cm}$. Να υπολογίσετε :
 α) Το εμβαδόν και την περίμετρό του
 β) Το μήκος τόξου 60° .
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
 α) $3^{x-2} = 81$
 β) $\log_5(x+1) = 2$
- Η Μαρία αγόρασε φορητό υπολογιστή την περίοδο των εκπτώσεων. Αν η αρχική του τιμή ήταν €520 και η έκπτωση ήταν 20% πάνω στην αξία του, να βρείτε πόσα πλήρωσε τελικά η Μαρία τον υπολογιστή της.
- Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται $a = 8\text{cm}$, $b = 4\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε την πλευρά γ και το εμβαδόν του τριγώνου.

7. Σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ να δείξετε ότι ισχύει η σχέση $\frac{a - g}{b} = \frac{h\pi A - h\pi B}{h\pi B}$.

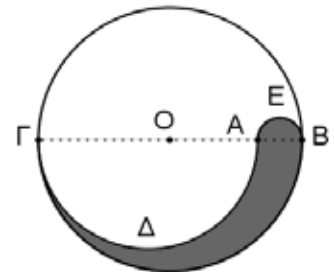
8. Δίνεται φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος με λόγο $l = \frac{1}{3}$. Αν το άθροισμα των απείρων όρων της $S_{\infty} = \frac{27}{2}$, να βρείτε:

- α) τον πρώτο όρο της και
- β) να σχηματίσετε τη γεωμετρική πρόοδο.

9. Να δείξετε ότι για κάθε $a > 0$ ισχύει η ταυτότητα

$$\frac{\log_2 a^4 + 4\log_2 \sqrt{a} + \log_{2015} 1}{\log_2 (8a) - \log_2 a} = 2\log_2 a$$

10. Στο διπλανό σχήμα το τόξο $AD\Gamma$ είναι ημικύκλιο με διάμετρο $A\Gamma = 20\text{cm}$ και το τόξο AEB είναι ημικύκλιο με διάμετρο $AB = 4\text{cm}$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

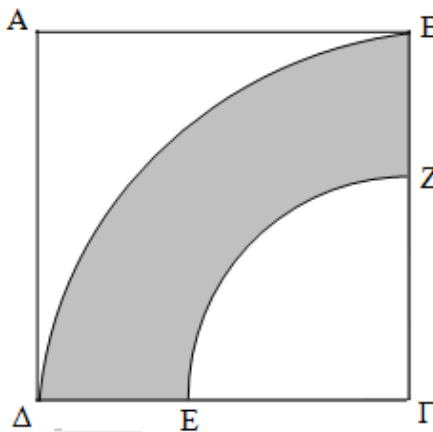
1. Δίνεται Γ.Π. όπου ο τρίτος όρος της είναι 56 και ο έκτος 448.

- α) Να βρείτε τον πρώτο όρο και το λόγο της Γ.Π.
- β) Να σχηματίσετε την πρόοδο.
- γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 8 πρώτων όρων της.

2. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε εμπορεύματα αξίας €35000. Είχε έξοδα μεταφοράς 8% πάνω στην τιμή αγοράς και επιπλέον έξοδα αποθήκευσης 300 ευρώ. Στη συνέχεια πώλησε τα $\frac{2}{3}$ των εμπορευμάτων με κέρδος 75% πάνω στο κόστος και τα υπόλοιπα με κέρδος 125% πάνω στο κόστος των εμπορευμάτων. Στην τιμή πώλησης περιλαμβάνεται και 19% Φ.Π.Α. Να υπολογίσετε:

- α) πόσο κόστισαν τα εμπορεύματα στον επιχειρηματία,
- β) το συνολικό κέρδος του επιχειρηματία από τη πώληση όλου του εμπορεύματος,
- γ) το Φ.Π.Α που εισέπραξε ο καταστηματάρχης κατά την πώληση.

3. Οι αριθμοί $\log x$, $\log \sqrt{3}$, $\log(x-2)$ είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου (Α.Π.)
 α) Να βρείτε τη τιμή του x .
 β) Να βρείτε τον ένατο όρο της Α.Π.
4. α) Να λύσετε την εξίσωση $4^x - 3 \times 2^x - 4 = 0$.
 β) Στο τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται οι πλευρές $a = 2\sqrt{3} \text{ m}$, $b = 6 \text{ m}$ και η γωνία $\hat{B} = 120^\circ$. Να βρείτε τη πλευρά γ και τις γωνίες του Α και Γ του τριγώνου ΑΒΓ.
5. Στο πιο κάτω σχήμα με κλίμακα 1: 1000 παρουσιάζεται η αυλή του σχολείου. Τα παιδιά θέλοντας να διαμορφώσουν την αυλή σε ένα όμορφο κήπο έφτιαξαν το πιο κάτω σχέδιο. Με κέντρο Γ και ακτίνες ΓΔ και ΓΕ έγραψαν τόξα ΒΔ και ΖΕ αντίστοιχα. Τη σκιασμένη περιοχή θα την κάνουν πλακόστρωτο και στην υπόλοιπη θα φυτέψουν γρασίδι. Το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με μήκη σχεδίου ΑΒ= 5cm και ΒΖ= 3cm .
 Να βρείτε:
 α) Τα πραγματικά μήκη των ΑΒ, ΒΖ σε m (μέτρα).
 β) Το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης περιοχής (πλακόστρωτο) προσέγγιση ακεραίου.
 γ) Πόσα θα κοστίσει η αγορά του σπόρου για το γρασίδι αν ο σπόρος στοιχίζει 4,25 ευρώ το κιλό και με κάθε κιλό φυτεύονται 50 m^2 .



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΤΑΞΗ: Β΄ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 28/05/2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

Ονοματεπώνυμο:.....Τμήμα: Αριθ.:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

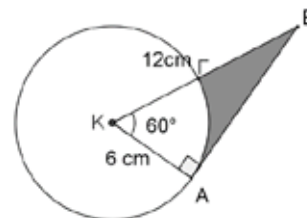
1. Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
2. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
3. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΥΟ (2) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η αριθμητική πρόοδος 4, 8, 12, 16, Να βρείτε:
α) τη διαφορά της, (μονάδες 2)
β) τον ενδέκατο όρο της. (μονάδες 3)
2. Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνουν €6 700 μετά από 10 χρόνια με επιτόκιο 2%.
3. Κύκλος έχει ακτίνα $R = 12$ m. Να υπολογίσετε το μήκος της περιφέρειας του (συναρτήσει του π).
4. Ένας φορητός υπολογιστής αξίας €940 πωλήθηκε με έκπτωση 15%. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησής του φορητού υπολογιστή.
5. Να λύσετε την εξίσωση: $2^{x+1} = 8^x$
6. Τρίγωνο $\overset{D}{A}B\overset{D}{G}$ έχει πλευρές $a = 5$ cm, $b = 6$ cm, $g = 3$ cm και είναι όμοιο με τρίγωνο $\overset{D}{D}E\overset{D}{Z}$ που έχει περίμετρο 42 cm. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του $\overset{D}{D}E\overset{D}{Z}$.
7. Να βρείτε το x , ώστε οι αριθμοί 5, x^2 , $4x+1$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
8. Σ' ένα τοπογραφικό σχέδιο με κλίμακα 1:1000 ένα οικόπεδο έχει εμβαδόν 6 cm². Να υπολογίσετε το πραγματικό εμβαδόν του οικοπέδου σε m².

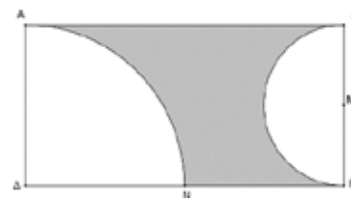
9. Σε κύκλο με κέντρο K και με ακτίνα $R = 6 \text{ cm}$ φέρουμε το BA εφαπτόμενο τμήμα του κύκλου στο σημείο A .
Αν $BK = 12 \text{ cm}$, $\angle BKA = 60^\circ$ και Γ είναι το σημείο τομής του ευθύγραμμου τμήματος BK με τον κύκλο, να υπολογίσετε το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου $AB\Gamma$.



10. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABC ισχύει η σχέση: $\sin B \cdot \sin C = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$

Μέρος Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Σε Γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι ίσος με 9 και ο έκτος όρος ίσος με 243.
α) Να σχηματίσετε την πρόοδο. (μονάδες 7)
β) Να βρείτε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της. (μονάδες 3)
- Να επιλύσετε το τρίγωνο ABC ($A < 90^\circ$) αν δίνονται οι πλευρές $b = 2 \text{ cm}$, $c = \sqrt{3} \text{ cm}$ και το εμβαδόν $E = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$.
- Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
α) $\log(2x - 3) + \log 3 = \log(x + 4) - \log 2$
β) $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$
- Ένας έμπορος πούλησε διάφορα εμπορεύματα και εισέπραξε συνολικά €47 200 συμπεριλαμβανομένου του Φ.Π.Α. που ήταν 18%. Αφού πλήρωσε στο κράτος το Φ.Π.Α, κατέθεσε τα υπόλοιπα λεφτά στην τράπεζα ως εξής: τα $\frac{3}{4}$ του ποσού προς 7% και τα υπόλοιπα προς 4%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν, με απλό τόκο, τα πιο πάνω ποσά ώστε να πάρει συνολικά τόκο €15 000;
- Στο διπλανό σχήμα το $ABCD$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο του οποίου το μήκος είναι διπλάσιο από το πλάτος. Το τόξο AN γράφηκε με κέντρο το D και ακτίνα την DA (το N είναι σημείο της DC), ενώ το τόξο BM γράφηκε με κέντρο το μέσο M της πλευράς BC και ακτίνα τη MB . Αν το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου ισούται με $(32 - 6\pi) \text{ τ.μ.}$, να υπολογίσετε τις διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΣΕΙΡΑ: Α΄

ΤΑΞΗ: Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 27/05/2015

ΧΡΟΝΟΣ: 8:00 π.μ.-10:30΄ π.μ.

Οδηγίες:

- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο (2) μέρη.
 - Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τέσσερις (4) σελίδες.
 - Να γράφετε μόνο με μπλε μελάνι (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
 - Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής σφραγισμένης από το σχολείο.
 - Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.
 - Όλες οι απαντήσεις να δοθούν σε σφραγισμένες κόλλες.
-

ΜΕΡΟΣ Α΄: (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες (5/100).

1. Δίνεται η πρόοδος 3, 5, 7, . . . Να βρείτε:

- α) το είδος της προόδου
- β) το 15^ο όρο της

2. Η αξία ενός ψυγείου είναι €500 και πωλείται με κέρδος 25%. Να βρείτε:

- α) την τιμή πώλησης του ψυγείου
- β) το κέρδος από την πώλησή του

3. Να λύσετε την εξίσωση : $5^{-2x+4} = 25^{3x-6}$

4. Σε χάρτη με κλίμακα 1 : 2 000 000, η απόσταση ΚΟΡΙΝΘΟΣ-ΑΘΗΝΑ είναι 6 cm.

Να βρείτε την πραγματική απόσταση των δύο πόλεων σε Km.

5. Το εμβαδόν κύκλου (O, ρ) είναι $81\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος της περιφέρειάς του

β) το εμβαδόν κυκλικού τομέα γωνίας 30°

6. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο σε δύο χρόνια με επιτόκιο 5% γίνεται μαζί με το τόκο του €2200.

7. Οι αριθμοί $x - 2$, x , $2x + 3$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου. Να υπολογίσετε:

α) τις τιμές του x

β) το λόγο της προόδου για $x = 3$

8. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται οι πλευρές $a = 1\text{ m}$, $\gamma = \sqrt{3}\text{ m}$ και η γωνιά $\hat{\Gamma} = 60^\circ$.

α) να επιλύσετε το τρίγωνο

β) να υπολογίσετε το εμβαδόν του

9. Να αποδείξετε τις παρακάτω ισότητες, κάνοντας αναλυτικά τις πράξεις, έτσι ώστε να φαίνονται οι ιδιότητες που χρησιμοποιείτε:

α) $\log_{\alpha} \alpha^2 + \log_{\alpha} \alpha^3 = 5$

β) $3 \log_3 2 + 2 \log_3 6 - \log_3 32 = 2$

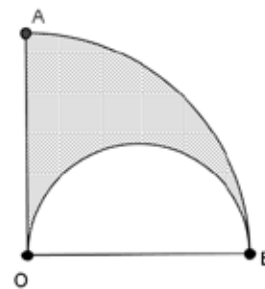
10. Δίνεται τεταρτοκύκλιο AOB , ακτίνας $\rho = 4\text{ cm}$ και

ημικύκλιο διαμέτρου OB στο εσωτερικό του

(όπως φαίνεται στο σχήμα).

Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο

του μiktόγραμμου τριγώνου OAB .



ΜΕΡΟΣ Β΄: (Μονάδες 50) Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες (10/100).

1. Σε αριθμητική πρόοδο ο $2^{\text{ος}}$ και ο $5^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 5 ενώ ο $3^{\text{ος}}$ και ο $8^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 17.

α) να σχηματίσετε την πρόοδο (μον.5)

β) να υπολογίσετε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων της προόδου (μον.5)

2. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:

α) $\alpha(\eta\mu\beta - \eta\mu\Gamma) + \beta(\eta\mu\Gamma - \eta\mu\alpha) = \frac{\gamma}{2R}(\beta - \alpha),$

όπου R η ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου (μον.5)

β) $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 4E\sigma\phi\alpha$ (μον.5)

3.α) Ένας έμπορος εισέπραξε από πώληση εμπορευμάτων €10000. Από αυτά έδωσε το 20%

για εξόφληση Φ.Π.Α. Να υπολογίσετε τα χρήματα που του έμειναν. (μον.3)

β) Τα χρήματα που έμειναν τα κατέθεσε σε τράπεζα ως εξής:

Ένα μέρος των χρημάτων το κατέθεσε με επιτόκιο 3% για δύο χρόνια και το υπόλοιπο με επιτόκιο 6% για πέντε χρόνια. Αν ο τόκος της δεύτερης κατάθεσης ήταν τριπλάσιος από τον τόκο της πρώτης, να βρείτε πόσο ήταν το κεφάλαιο της πρώτης κατάθεσης και πόσο το κεφάλαιο της δεύτερης.

(μον.7)

4. α) Να σχηματίσετε γεωμετρική πρόοδο με πρώτο όρο τη λύση της εξίσωσης ,

$\log(x-2) + 1 = \log 5 + \log(x+6)$ και λόγω τη λύση της εξίσωσης: $4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ (μον.4)

β) Να βρείτε το άθροισμα των 15 πρώτων όρων της παραπάνω Γ.Π. (μον.3)

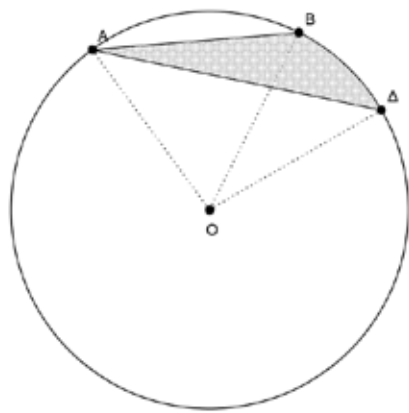
γ) Είναι δυνατόν να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της παραπάνω Γ.Π.;

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (μον.3)

5. Δίνεται κύκλος (O , 4cm) και δύο χορδές του AB και AD .

Η AB αντιστοιχεί σε πλευρά κανονικού εξαγώνου και
η AD σε πλευρά τετραγώνου.

Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του
μικτόγραμμου τριγώνου που σχηματίζεται
από τις χορδές AB , AD και το τόξο $\widehat{BD}$.



(μον.10)

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ : Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 19/05/2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30'

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής
 - β) Να γράφετε μόνο με ξηρό μπλε μελάνι (τα σχήματα και με μολύβι).
 - γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

Το δοκίμιο αποτελείται από 2 σελίδες

Μέρος Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Σε κύκλο ακτίνας R , κυκλικός τομέας 40° έχει εμβαδόν $4\pi cm^2$. Να υπολογίσετε την ακτίνα R του κύκλου.
2. Να λύσετε την εξίσωση $2\log(\kappa + 1) + \log(\kappa + 1) = 3$.
3. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει ότι $2R\alpha\eta\mu A + 2R\beta\eta\mu B = \gamma^2$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
4. Να υπολογίσετε το κεφάλαιο, που τοκίστηκε προς 3% για 2 χρόνια και 2 μήνες και έδωσε τόκο 169€.
5. Να δείξετε ότι $\log_6 9 + 2\log_6 2 - \log_6 \beta^2 + 5\log 1 = 0$
6. Αν $\kappa - 1, 3\kappa - 2, 4$ κείναι οι όροι $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ αριθμητικής προόδου να υπολογίσετε τον α_{100} .
7. Η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 6km. Ποια η απόστασή τους σε χάρτη με κλίμακα 1:150000; (Η απάντηση να δοθεί σε cm).
8. Κανονικό τρίγωνο με περίμετρο $12\sqrt{3}cm$ είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας R . Να υπολογίσετε: α) την ακτίνα R του κύκλου και β) το εμβαδόν του τριγώνου.
9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\alpha = 3\sqrt{3}cm, \beta = 3cm$ και γωνία $A = 120^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.
10. Δίνεται γεωμετρική πρόοδος με $\alpha_7 = 1$ και $\alpha_{10} = 8$. Να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα των 12 πρώτων όρων της.

Μέρος Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

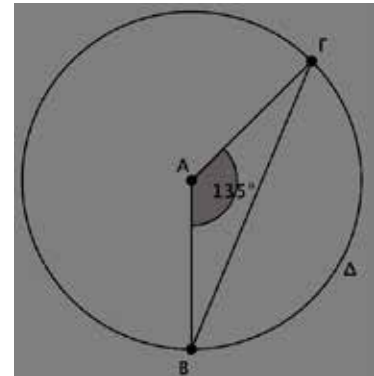
1. Δίνεται φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος. Το άθροισμα του πρώτου της όρου και του διπλασίου του τρίτου της όρου είναι ίσο με το το τριπλάσιο του δευτέρου της όρου. Αν το άθροισμα των άπειρων όρων της είναι 128, να υπολογίσετε το άθροισμα των 6 πρώτων όρων της.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log k + \log(k - 3) = \log 4$

β) $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$

3. Στο διπλανό σχήμα το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ ισούται με $4\sqrt{2} \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε: α) το εμβαδόν και β) την περίμετρο του κυκλικού τμήματος ΒΓΔ.



4. α) Για τον καθορισμό της τιμής των καυσίμων γνωρίζουμε τα παρακάτω.

-Η εταιρεία εισάγει καύσιμα κόστους 61 σέντ το λίτρο.

-Κάθε λίτρο καυσίμου επιβαρύνεται με φόρο 49 σεντ.

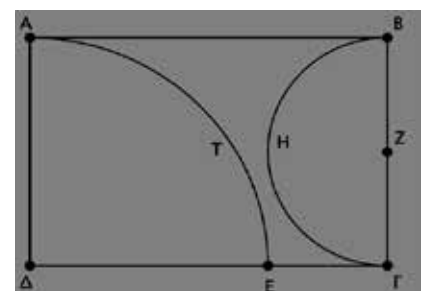
-Ο πρατηριούχος κερδίζει 3%

-Ο φόρος προστιθέμενης αξίας είναι 20%.

Ποια η τιμή πώλησης ενός λίτρου καυσίμου από τον πρατηριούχο;

β) Για τη δημιουργία μιας εταιρείας, ο Κώστας επένδυσε 12000€, ο Λάκης 13000€ και η Μαρία 15000€. Όταν η εταιρεία παρουσίασε κέρδος 24000€, το μοιράστηκαν ανάλογα με το ποσό που επένδυσε ο καθένας. Πόσα πήρε ο κάθε επενδυτής;

5. Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές $AB = 12 \text{ cm}$ και $BΓ = 8 \text{ cm}$. Το ΑΕΔ είναι τεταρτοκύκλιο με κέντρο το Δ και το ΒΗΓ ημικύκλιο με κέντρο το Ζ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μεικτογράμμου ΑΒΗΓΕΤ.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥΜΑΘΗΜΑ: **ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ: **Β΄**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: **09/06/2015**ΧΡΟΝΟΣ: **2,5 ΩΡΕΣ**

ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡ.:

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 2 σελίδες.**ΟΔΗΓΙΕΣ**

- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας τύπου Tippi-Ex.
- Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσής τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης δεν θα λαμβάνονται υπόψη.

ΜΕΡΟΣ Α΄**Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

- A1.** Δίνεται η πρόοδος 5, 8, 11, 14, Να υπολογίσετε:
α) τον εικοστό όρο της
β) το άθροισμα των είκοσι πρώτων όρων της.
- A2.** Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $2^{3x-10} = 4$ β) $\log_x 36 = 2$
- A3.** Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνουν €8000 προς 6% για 2 χρόνια.
- A4.** Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 12π cm . Να βρείτε:
α) την ακτίνα του
β) το εμβαδόν του.
- A5.** Να βρείτε το x αν οι αριθμοί $x-1$, x , $x+2$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.
- A6.** Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ αν $\beta=3\text{cm}$, $\gamma=\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B}=60^\circ$.
- A7.** Τηλεόραση αξίας €400 πωλείται με κέρδος 15% πάνω στην αξία της. Να υπολογίσετε τη τιμή πώλησης της τηλεόρασης, αν ο αγοραστής θα πληρώσει επιπλέον Φ.Π.Α 19%.
- A8.** Ο λόγος ομοιότητας δύο όμοιων πολυγώνων είναι $\frac{2}{5}$. Να βρείτε
α) τον λόγο των εμβαδών τους.
β) την περίμετρο του μεγαλύτερου πολυγώνου αν η περίμετρος του μικρότερου είναι 10 cm.

A9. Να αποδείξετε ότι:
$$\frac{2 \log 3 - \frac{1}{2} \log 36 + \log 6}{\log 12 - \log 4} = 2$$

A10. Δίνεται χάρτης με κλίμακα 1:200. Αν το εμβαδόν ενός οικοπέδου στον χάρτη είναι 250 cm^2 , να υπολογίσετε το πραγματικό εμβαδόν του οικοπέδου σε m^2 .

ΜΕΡΟΣ Β'

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

B1. Σε αριθμητική πρόοδο ο έκτος όρος είναι 17 και ο έβδομος όρος της είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου. Να υπολογίσετε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου που έχει ίδιο πρώτο όρο με την αριθμητική πρόοδο και λόγο $\lambda = -\delta$, όπου δ η διαφορά της Α.Π.

B2. Να υπολογίσετε το κεφάλαιο το οποίο όταν τοκιστεί με επιτόκιο 8% για ένα χρόνο και 3 μήνες γίνεται μαζί με τον τόκο του €15400.

B3. α) Να λύσετε την εξίσωση $\log(4^x + 6) = \log 5 + x \log 2$

β) Να σχηματίσετε γεωμετρική πρόοδο της οποίας ο πρώτος όρος είναι η ακέραια ρίζα της πιο πάνω εξίσωσης και $r = \frac{1}{3}$. Στη συνέχεια να υπολογίσετε το άθροισμα των απείρων όρων της.

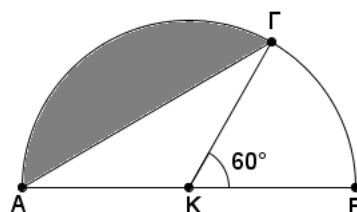
B4. α) Το τρίγωνο ABΓ έχει εμβαδόν $E = 5\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και πλευρές $\beta = 5 \text{ cm}$ και $\gamma = 4 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη γωνία Α (με $\hat{A} < 90^\circ$) και την πλευρά α του τριγώνου.

β). Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{b \sin A + a \sin B}{R \sin C} = 2$

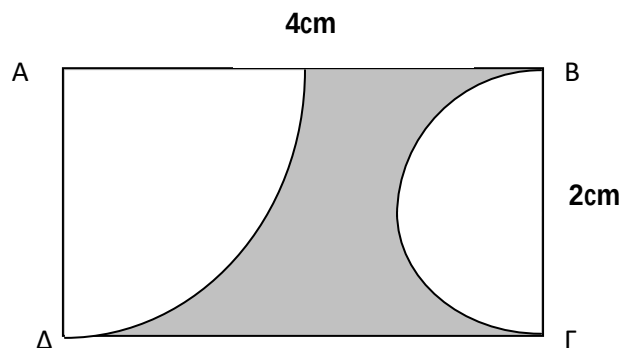
B5. Δίνεται ημικύκλιο ABΓ με κέντρο Κ,

ακτίνα 3 cm και $\hat{BKG} = 60^\circ$.

Να υπολογίσετε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** του γραμμοσκιασμένου μέρους..



- 6) Σε Γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι ίσος με 45 και ο πέμπτος όρος ίσος με 405 . Να υπολογίσετε:
 α) Τον πρώτο όρο και το λόγο λ της προόδου.
 β) Το άθροισμα των πρώτων 10 όρων της αν $\lambda < 0$.
- 7) Αν οι πλευρές α, β, γ , ενός τριγώνου $AB\Gamma$, είναι διαδοχικοί όροι Γ.Π. να δείξετε ότι ισχύει: $\eta\mu^2 B = \eta\mu A \cdot \eta\mu \Gamma$
- 8) Ένα τραπέζι έχει σχήμα τετραγώνου. Αν το σχεδιάσουμε σε κλίμακα **3:20** η πλευρά του είναι 12cm, να βρεθεί το πραγματικό εμβαδό του τραπεζιού.
- 9) Το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο με $AB=4\text{cm}$, $B\Gamma=2\text{cm}$. Το τεταρτοκύκλιο γράφτηκε με κέντρο το A και ακτίνα AΔ και το ημικύκλιο με διάμετρο BΓ . Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.

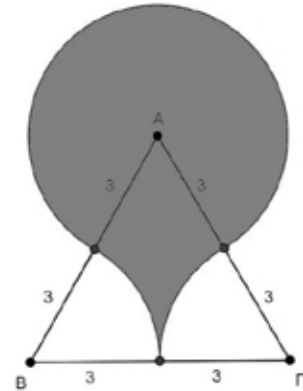


- 10) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2 \cdot \eta\mu C \cdot \sin B$ να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές .

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10μονάδες.

- 1) Κάποιος τόκισε τα $\frac{2}{3}$ του κεφαλαίου του προς 8% και το υπόλοιπο προς 9%. Σε 5 χρόνια πήρε συνολικό τόκο €12750. Να βρείτε πόσα χρήματα τόκισε προς 8%.
- 2) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$ (όλες οι γωνίες και όλες οι πλευρές, αν δίνονται:
 $a = 1\text{cm}$, $b = \sqrt{3}\text{cm}$ και $B = 60^\circ$
- 3) Εισαγωγέας αυτοκινήτων εισήγαγε αυτοκίνητο και πλήρωσε εισαγωγικό δασμό 95% πάνω στην τιμήν αγοράς. Το πώλησε με κέρδος €4680. και πήρε €20280. Να υπολογίσετε:
 α) Την τιμή αγοράς του αυτοκινήτου.
 β) Τον εισαγωγικό δασμό .
 γ) Πόσα τοις εκατό ήταν το κέρδος του εισαγωγέα.

- 4) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής του διπλανού σχήματος. (μονάδα μέτρησης cm)



- 5) α) Να λυθεί η εξίσωση: $(\log x)^2 - 3\log x + 2 = 0$
β) Αν οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης είναι οι δυο πρώτοι όροι φθίνουσας γεωμετρικής προόδου να σχηματίσετε την πρόοδο και να υπολογίσετε το άθροισμα Σ_{∞} των απείρων όρων της.

... ΤΕΛΟΣ ...

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

HMEPOMHNIA: 22 / 05 / 2015

ΤΑΞΗ: Β' ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΩΡΑ: 8.00 π.μ.

ΣΥΝ. ΣΕΛ.: 3

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΔΗΓΙΕΣ: Να γράφετε μόνο με μπλε πένα (με μολύβι μόνο τα σχήματα).
Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

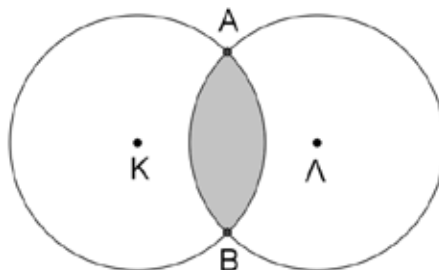
- Να υπολογίσετε τον εικοστό όρο της αριθμητικής προόδου: -3,1,5,9,...
- Δίνεται κύκλος με εμβαδόν $E = 25\pi \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε:
α) Την ακτίνα του κύκλου.
β) Το μήκος της περιφέρειάς του.
- Να λύσετε τις εξισώσεις:
α) $3^{5x-1} = 27$ β) $\log_3 x = 4$
- Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο €5700, τοκιζόμενο με απλό τόκο για 8 μήνες με επιτόκιο 2,5%.
- Ένα αυτοκίνητο αγοράστηκε στην τιμή των €15232. Αν σε αυτή την τιμή συμπεριλαμβάνεται Φ.Π.Α. με συντελεστή 19%, να υπολογίσετε την αρχική αξία του αυτοκινήτου.
- Να λύσετε την εξίσωση: $\log x + \log(x - 7) = 3\log 2$
- Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: $E = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2$, $a = 8 \text{ cm}$, $b = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{\Gamma} < 90^\circ$.
Να επιλύσετε το τρίγωνο.
- Να λύσετε την εξίσωση: $2 \cdot 9^{x+1} - 3^{x+1} - 1 = 0$

9. Δίνονται δύο όμοια πολύγωνα με λόγο ομοιότητας $\lambda = \frac{3}{7}$.

α) Να βρείτε τον λόγο των περιμέτρων και τον λόγο των εμβαδών των δύο πολυγώνων.

β) Αν μία πλευρά του μεγαλύτερου πολυγώνου είναι κατά 20cm μεγαλύτερη της ομόλογης της πλευράς του άλλου πολυγώνου, να υπολογίσετε τα μήκη των πιο πάνω πλευρών.

10. Στο διπλανό σχήμα δίνονται δύο ίσοι κύκλοι (K,R) και (Λ,R). Αν η κοινή χορδή τους $AB = \lambda_4$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας, συναρτήσει της ακτίνας R.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και του πέμπτου όρου της είναι 34 και ο ένατος όρος είναι εξαπλάσιος του δεύτερου όρου.

α) Να σχηματίσετε την αριθμητική πρόοδο.

β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 30 πρώτων όρων της (με χρήση τύπου).

2. Δύο συνέταιροι, οι κύριοι Ανδρέας και Βαγγέλης, μοιράστηκαν κέρδη €48000 σε μέρη ανάλογα των αριθμών 3 και 5 αντίστοιχα. Ο κ. Ανδρέας με τα χρήματα που πήρε αγόρασε ένα αυτοκίνητο το οποίο πώλησε μετά από 4 χρόνια με ζημιά 28%. Τα χρήματα που πήρε ο κ. Βαγγέλης τα κατέθεσε στην τράπεζα με επιτόκιο 6% για 4 χρόνια (απλό τόκο). Να υπολογίσετε πόσα χρήματα θα έχει ο καθένας, στο τέλος των 4 χρόνων.

3. α) Δίνονται $\chi = \frac{\log_5 125 - \log 100}{\log_{\omega} \omega \sqrt{\omega}}$ και $2^{\psi-12} = \frac{1}{8}$.

Χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, να δείξετε ότι $\chi = \frac{2}{3}$ και $\psi = 9$.

β) Να βρείτε τον όγδοο όρο και το άθροισμα των άπειρων όρων της γεωμετρικής προόδου, που έχει λόγο το χ και πρώτο όρο το ψ .

γ) Να βρείτε πόσους όρους της πιο πάνω γεωμετρικής προόδου πρέπει να προσθέσουμε, έτσι ώστε να έχουμε άθροισμα $\frac{211}{9}$.

4. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\alpha \sigma \upsilon \nu \Gamma}{\gamma} + \sigma \upsilon \nu A = 1$

α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.

β) Αν επιπλέον ισχύει η σχέση $\alpha = \gamma\sqrt{2} \text{ cm}$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

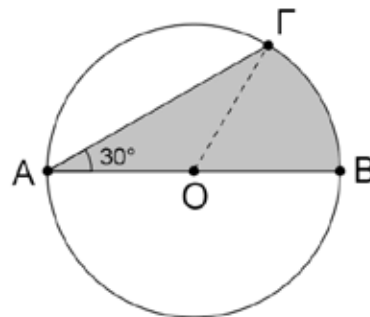
5. Στο διπλανό σχήμα, δίνεται κύκλος (O, R) με

διάμετρο $AB = 12 \text{ cm}$ και $\hat{A} = 30^\circ$.

Να υπολογίσετε (συναρτήσει του π):

α) Το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας

β) Την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 27/5/2015

ΤΑΞΗ: Β'

ΧΡΟΝΟΣ: 2 ώρες και 30 λεπτά

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: _____

ΤΜΗΜΑ: _____ ΑΡ.: _____

- ΟΔΗΓΙΕΣ:**
1. Οι απαντήσεις δίνονται μόνο με **μπλε μελάνι**.
 2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού (υγρού ή ταινίας/Tipp Ex).
 3. Τα σχήματα μπορούν να σχεδιαστούν με μολύβι.
 4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής με σφραγίδα του σχολείου.

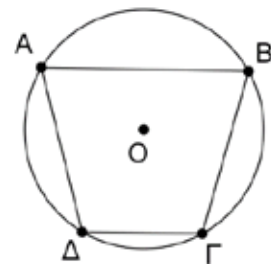
ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (03) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ **ΟΛΑ** ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ

ΜΕΡΟΣ Α': Περιλαμβάνει 10 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο ο πρώτος όρος είναι ίσος με 18 και ο $a_{65} = 210$. Να γράψετε τους οκτώ πρώτους όρους της Προόδου.
2. Να υπολογίσετε το μήκος τόξου γωνίας 160° σε κύκλο με ακτίνα 18 cm.
3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $4^{x+2} = 256$ β) $\log_3 x = 4$
4. Να υπολογίσετε πόσα χρήματα πρέπει να τοκίσει κάποιος για 18 μήνες, με επιτόκιο 2%, για να πάρει τόκο ίσο με €300.
5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με ακτίνα ίση με 8 cm και γωνίες $\hat{A}\hat{O}B = 120^\circ$, $\hat{B}\hat{O}\Gamma = 90^\circ$, $\hat{\Gamma}\hat{O}\Delta = 60^\circ$. Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου ABGD.



6. Δίνεται τρίγωνο ABG με $\hat{A} = 120^\circ$, $\hat{B} = 30^\circ$ και $\beta = 7\sqrt{3}$ cm. Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς α .

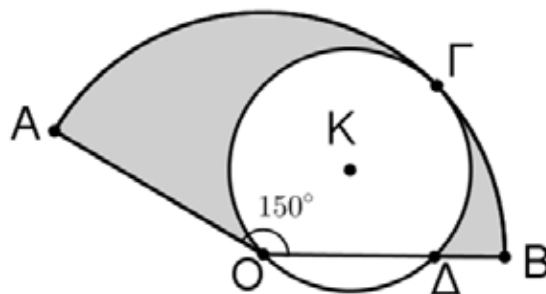
7. Ο κύριος Μιχάλης αγόρασε φρούτα και πλήρωσε €7,14. Στην τιμή περιλαμβάνεται και ο Φ.Π.Α., που έχει συντελεστή 19%. Να υπολογίσετε την αξία των φρούτων χωρίς τον Φ.Π.Α.
8. Να λύσετε την εξίσωση $\log(x + 47) - \log(x - 2) = \log 5 + 1$
9. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε εμπορεύματα αξίας €194000. Πλήρωσε επιπλέον 11% πάνω στην τιμή αγοράς ως μεταφορικά. Να υπολογίσετε πόσα πρέπει να εισπράξει από την πώληση των εμπορευμάτων, για να έχει κέρδος 20%.
10. Οι αριθμοί $3x$, x , 4 είναι οι τρεις πρώτοι όροι Γεωμετρικής Προόδου. Αν $x > 0$, να υπολογίσετε το άθροισμα των άπειρων όρων της Προόδου.

ΜΕΡΟΣ Β': Περιλαμβάνει 5 θέματα.

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε Αριθμητική Πρόοδο ο τέταρτος και ο έβδομος όρος έχουν άθροισμα 55, ενώ ο δέκατος όρος είναι πενταπλάσιος του δεύτερου. Αν οι όροι a_2 , a_6 , a_{18} της Αριθμητικής Προόδου είναι οι τρεις πρώτοι όροι Γεωμετρικής Προόδου, να υπολογίσετε το άθροισμα των 50 πρώτων όρων της Αριθμητικής Προόδου και τον δέκατο όρο της Γεωμετρικής Προόδου.
2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} > 90^\circ$) δίνονται $\beta = 2 \text{ cm}$, $\gamma = 6\sqrt{3} \text{ cm}$ και εμβαδόν $E = 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε τη γωνία A , την πλευρά a και την περίμετρο του τριγώνου.
3. Στο διπλανό σχήμα δίνεται κυκλικός τομέας με κέντρο O και κύκλος με κέντρο K , που εφάπτονται εσωτερικά σε σημείο Γ . Ο κυκλικός τομέας AOB έχει ακτίνα $OA = 8 \text{ cm}$ και $\hat{AOB} = 150^\circ$.

Ο κύκλος με κέντρο K και διάμετρο $O\Gamma$ τέμνει την OB στο σημείο Δ . Αν η χορδή $O\Delta$ είναι πλευρά τετραγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο με κέντρο K , να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



Να μεταφέρετε το σχήμα στις κόλλες των απαντήσεών σας.

4. Να λύσετε τις εξισώσεις:

1) $16^x + 5 \times 4^x - 6 = 0$

2) $\log_3 \log_3(3x - 8) = 0$

5. Ο κ. Χρίστος κληρονόμησε €160000. Του αποκόπηκε φόρος 3% από την κληρονομιά και μετά εξόφλησε χρέος του, που ήταν €11200. Αποφάσισε να μοιράσει στα τρία παιδιά του το $\frac{1}{4}$ των χρημάτων που του απέμειναν, ανάλογα με την ηλικία τους, που ήταν 10, 12, 18 ετών. Κατέθεσε τα υπόλοιπα χρήματά του σε δύο τράπεζες ως εξής:

Κατέθεσε το $\frac{1}{5}$ των χρημάτων στην Α τράπεζα, για 2 χρόνια προς 4% και το υπόλοιπο ποσό στη Β τράπεζα, για 6 χρόνια προς 5%.

Να υπολογίσετε

- 1) Πόσα χρήματα έδωσε ο κ. Χρίστος στο καθένα από τα παιδιά του.
- 2) Πόσο τόκο πήρε συνολικά ο κ. Χρίστος από τις δύο τράπεζες.

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2015**ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά****ΤΑΞΗ: Β' Κοινού Κορμού****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21 / 5 / 2015****ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 Ώρες**

ΟΔΗΓΙΕΣ: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ
--

ΜΕΡΟΣ Α' Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- Δίνεται η πρόοδος α με $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 5, \alpha_3 = 9, \dots$
 - Να βρείτε το είδος της προόδου.
 - Να υπολογίσετε τον δέκατο πέμπτο όρο της (α_{15}).
- Να λύσετε την εξίσωση: $4^{x+1} = 2^{3x-3}$
- Αν το εμβαδόν κύκλου είναι $25\pi \text{ cm}^2$. Να βρείτε:
 - την ακτίνα του κύκλου
 - το μήκος του κύκλου
- Να βρείτε για ποιες τιμές του x οι όροι: $x + 4, x, 2$
είναι διαδοχικοί Γεωμετρικής Προόδου.
- Ποιο κεφάλαιο τοκίζόμενο με απλό τόκο για τέσσερα χρόνια με επιτόκιο 7% γίνεται μαζί με τους τόκους 2560 ευρώ;

6. Να λύσετε την πιο κάτω εξίσωση:
 $\log^2 x - 4 \cdot \log x + 3 = 0$

7. Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται :

$$\alpha = 4 \text{ cm} , \beta = 5 \text{ cm} \text{ και γωνία } A = 30^\circ$$

Να βρείτε: (α) τη γωνιά B (B < 0)

(β) την πλευρά γ

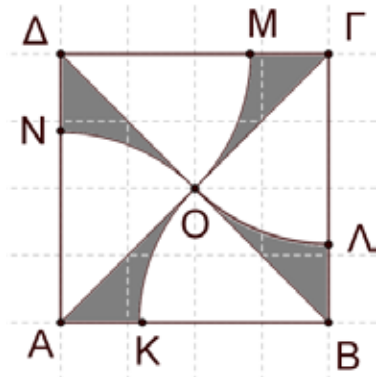
8. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση:

$$E = \frac{\alpha^2 \eta \mu B \eta \mu \Gamma}{2 \eta \mu A}$$

9. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: ABΓΔ τετράγωνο

πλευράς $4\sqrt{2}$ cm , Ο κέντρο του τετραγώνου, το κέντρο
 οποιουδήποτε από τα τόξα OK,ΟΛ,ΟΜ,ΟΝ είναι κορυφή
 του τετραγώνου.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής .



10. Σε φθίνουσα Γ.Π. το άθροισμα των απείρων όρων της είναι τριπλάσιο του πρώτου όρου και το άθροισμα των δυο πρώτων όρων της είναι 6. Να βρείτε την πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε μια γνησίως αύξουσα αριθμητική πρόοδο (α) ο $4^{ος}$ και ο $8^{ος}$ όρος διαφέρουν κατά 8 και το άθροισμα του $10^{ου}$ και του $7^{ου}$ όρου είναι 40.

Να δείξετε ότι:

(α) $a_1 \cdot a_5 \cdot a_{14} = 2015$

(β) το άθροισμα των όρων της που βρίσκονται μεταξύ του $6^{ου}$ και του $16^{ου}$ όρου της είναι ίσο με $(a_6)^2$.

2. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις :

α) $4^x - 9 \cdot 2^x + 8 = 0$

β) $\log(x+2) + \log(x-3) = 1 + \log 5$

3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: $\alpha = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, $\beta = 8 \text{ cm}$ και γωνία $\Gamma = 30^\circ$.

(α) Να επιλύσετε το τρίγωνο.

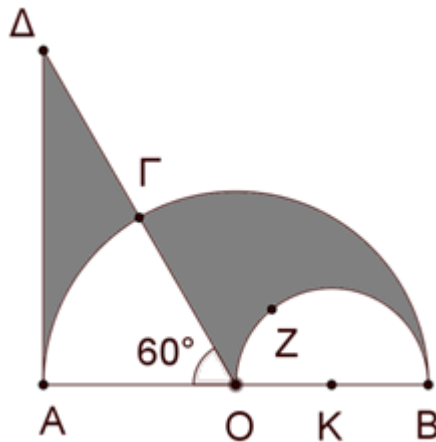
(β) Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου και το εμβαδό του περιγεγραμμένου στο τρίγωνο κύκλου.

4. Ένας έμπορος αγόρασε εμπόρευμα. Είχε έξοδα 10% (πάνω στη τιμή αγοράς) και το πούλησε με κέρδος 20% (πάνω στο συνολικό κόστος) και είσπραξε €92400. Το κέρδος από την πώληση το μοίρασε στα δύο παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν τότε 12 και 13 χρόνων. Να βρείτε πόσα χρήματα :

(α) πλήρωσε ο έμπορος για να αγοράσει το εμπόρευμα;

(β) πήρε το κάθε παιδί;

5. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται : $\Delta\Gamma B$ ημικύκλιο με κέντρο O και διάμετρο $AB = 8 \text{ cm}$, OZB ημικύκλιο με κέντρο το K , γωνία $O\Delta A = 90^\circ$ και γωνία $\Gamma O A = 60^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής .



ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ****ΤΑΞΗ: Β'****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21 / 05 / 2015****ΧΡΟΝΟΣ: 2,5 ΩΡΕΣ**

- ΟΔΗΓΙΕΣ :** α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής που φέρει σφραγίδα δημόσιου σχολείου.
- β) Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- γ) Να γράφετε με μελάνι μπλε ή μαύρο (τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι).
- δ) Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Αποτελείται από 10 ασκήσεις.

Να λύσετε ΟΛΕΣ τις ασκήσεις.

Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Δίνεται αριθμητική πρόοδος που έχει πρώτο όρο $\alpha_1 = 8$ και διαφορά $\delta = 3$. Να υπολογίσετε:
α. τον 12^ο όρο της
β. το άθροισμα των 12 πρώτων όρων της.
- 2) Κάποιος αγόρασε έναν υπολογιστή αξίας €1200 και πλήρωσε επιπλέον 19% Φ.Π.Α. Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.
- 3) α. Ποιου κανονικού πολυγώνου η κεντρική γωνία είναι 120° ;
β. Να βρείτε την πλευρά κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας $R = 2 \text{ cm}$.
- 4) Σε κύκλο με κέντρο K , ακτίνα $R = 4 \text{ cm}$ δίνεται τόξο $\widehat{AB} = 45^\circ$. Να υπολογίσετε:
α. το μήκος του τόξου $\widehat{AB}$
β. το εμβαδόν του κυκλικού τομέα AKB .
- 5) Να υπολογίσετε τη γωνιά $\hat{\Gamma}$ ($\hat{\Gamma} < 90^\circ$) τριγώνου $AB\Gamma$ που έχει $E = 6 \text{ cm}^2$, $\alpha = 4 \text{ cm}$ και $\beta = 6 \text{ cm}$.
- 6) Να λύσετε τις εξισώσεις:
α. $2^{5x-6} = 4^x$
β. $\log_x 9 = 2$

- 7) Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\sigma\upsilon\nu\Gamma \times \eta\mu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
- 8) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $B = \log_{\alpha} \alpha^3 - 4\log_{\alpha} \sqrt{\alpha} + \log_{\alpha} \frac{1}{\alpha}$.
- 9) Τοποθετούμε δοχεία διαφορετικού όγκου σε μια σειρά και τα γεμίζουμε με νερό. Αν το πρώτο δοχείο έχει όγκο 64 cm^3 και κάθε επόμενο δοχείο έχει όγκο ίσο με το $\frac{1}{2}$ του προηγούμενου δοχείου, να βρείτε:
 α. πόσο νερό χωρεί το 6^ο δοχείο στη σειρά
 β. πόσο νερό θα χρειαστεί για να γεμίσουν τα πρώτα 10 δοχεία.
- 10) Ένα κεφάλαιο τοκίζεται με απλό τόκο για δύο χρόνια ως εξής: τα $\frac{3}{7}$ του κεφαλαίου προς 5% και το υπόλοιπο μέρος του κεφαλαίου προς 4%. Αν ο συνολικός τόκος που θα αποδώσει το κεφάλαιο σε δύο χρόνια είναι €620, να βρείτε το κεφάλαιο.

ΜΕΡΟΣ Β': Αποτελείται από 5 ασκήσεις.

Να λύσετε ΟΛΕΣ τις ασκήσεις.

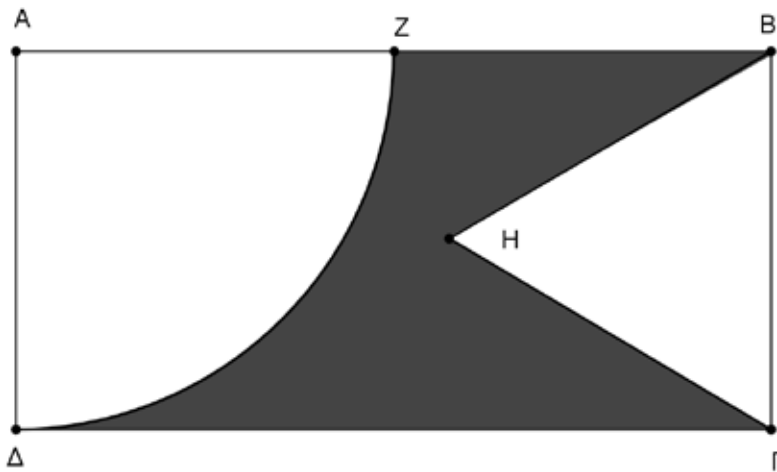
Η κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Σε αύξουσα αριθμητική πρόοδο ο έβδομος όρος είναι δεκαεπτά και η διαφορά του τέταρτου όρου από τον έκτο όρο είναι τέσσερα ($\alpha_6 - \alpha_4 = 4$). Σε γεωμετρική πρόοδο ο πέμπτος όρος είναι δύο και ο όγδοος όρος της είναι χίλια είκοσι τέσσερα. Να δείξετε ότι η διαφορά της αριθμητικής προόδου, ο πρώτος όρος της αριθμητικής προόδου και ο λόγος της γεωμετρικής προόδου αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.
- 2) Μια φιλανθρωπική οργάνωση έχει μοιράσει για τις γιορτές του Πάσχα €1440 σε τρεις οικογένειες ανάλογα με τον αριθμό των παιδιών που έχει η κάθε μια. Αν η οικογένεια που διαμένει στην Αραδίππου έχει έξι παιδιά, στο Τερσεφάνου πέντε παιδιά και στα Λιβάδια τέσσερα παιδιά. Να βρείτε:
 α. πόσα θα πάρει η κάθε οικογένεια
 β. πόσο % πρέπει να είναι η έκπτωση ενός αυτοκινήτου αρχικής αξίας €600, για να μπορέσει να το αγοράσει η οικογένεια στο Τερσεφάνου αν έχει πάρει €480.
- 3) α. Ένα παραλληλόγραμμο ABΓΔ έχει πλευρά $AD = 5\text{ cm}$ και διαγώνιο $AG = 8\text{ cm}$. Αν η γωνιά ΔΑΓ είναι 60° να βρείτε την περίμετρο του παραλληλογράμμου.
 β. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση:

$$\frac{\eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma - \eta\mu^2 A}{2\eta\mu B \times \eta\mu \Gamma} = \sigma\upsilon\nu A$$

4) Ο πρώτος όρος μιας φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι η λύση της εξίσωσης $\log(\chi - 3) + \log(\chi - 2) = 1 - \log 5$. Ο λόγος λ της γεωμετρικής προόδου είναι το αντίστροφο της λύσης της εξίσωσης $4^x - 3 \times 2^x - 4 = 0$. Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων της πιο πάνω προόδου.

- 5) Το πιο κάτω σχήμα παρουσιάζει τον κήπο ενός σπιτιού. Δίνεται:
ΑΒΓΔ ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με $AB = 12$ m, $B\Gamma = 6$ m και ΒΓΗ ισόπλευρο τρίγωνο.
Με κέντρο Α γράφουμε τόξο ΔΖ.
Το σκιασμένο μέρος έχει φυτεμένο γρασίδι.
α. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χώρου που είναι φυτεμένο με γρασίδι (με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων).
β. Ο πιο κάτω κήπος θα σχεδιαστεί σε αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:10. Να βρείτε το εμβαδόν του γρασιδιού στο σχέδιο σε cm^2 .



- ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ -

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα: **Μαθηματικά Β' Κοινού Κορμού**Διάρκεια: **2,5 ώρες**Ημερομηνία: **26.05.2015****Οδηγίες:**

1. Να γράφετε μόνο με μελάνι μπλε ή μαύρο (για τα σχήματα μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι).
2. Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.
3. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
4. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
5. Το δοκίμιο αποτελείται από 4 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α': Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με **πέντε** μονάδες από τις **εκατό**.

1. Να βρείτε τον εικοστό πρώτο όρο (a_{21}) της αριθμητικής προόδου 5, 8, 11, 14,
2. Να βρείτε το εμβαδόν κύκλου που έχει μήκος περιφέρειας 8π cm.
3. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $2^x = 16$ β) $\log(2015 - x) = 3$
4. Η τιμή πώλησης ενός ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι €714 και σ' αυτή συμπεριλαμβάνεται και το 19% του Φ.Π.Α. Ποια θα ήταν η τιμή πώλησης του ηλεκτρονικού υπολογιστή αν σ' αυτή δεν συμπεριλαμβανόταν ο Φ.Π.Α. ;
5. Δίνεται η πρόοδος: 24, 12, 6, 3, ...
Να βρείτε: α) το λόγο της προόδου,
 β) το άθροισμα των άπειρων όρων της.

6. Να δείξετε, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής, ότι ισχύει η ισότητα:

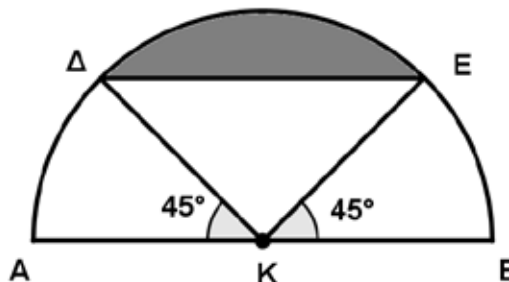
$$\frac{\log 9 + 2 \log 2}{\log \sqrt{6} - 5 \log 1} = 4$$

7. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sin \Gamma$, να δείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι ισοσκελές.

8. Ο Πέτρος από την πώληση ενός κτήματος εισέπραξε €350000. Κατέθεσε τα χρήματα αυτά με απλό τόκο στη τράπεζα και με επιτόκιο 3% για 5 χρόνια. Στη συνέχεια αποφάσισε να μοιράσει τους τόκους που πήρε στα τρία του παιδιά, ανάλογα με το μέσο όρο βαθμολογίας που θα είχαν στο λύκειο. Εάν ο μέσος όρος βαθμολογίας των παιδιών ήταν 19, 16.5 και 14.5 αντίστοιχα, να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει το κάθε παιδί.

9. Αν $\chi, \chi+2\psi, \chi+5\psi$ διαδοχικοί όροι Γ.Π. και $\chi^2 - 4\chi + 4 = 0$, να βρείτε το χ και το ψ και στη συνέχεια να σχηματίσετε την Γ.Π..

10. Δίνεται ημικύκλιο με διάμετρο $AB=8\text{cm}$ και κέντρο Κ. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του κυκλικού τμήματος στο διπλανό σχήμα.



ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α'
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα μονάδες από τις εκατό.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

β) $\log x + \log(2x + 1) = 1$

2. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ αν $\beta = 4\sqrt{3}\text{cm}$, $\gamma = 8\text{cm}$ και $E = 8\sqrt{3}\text{cm}^2$ ($\hat{A} < 90^\circ$).

3. Ένας εισαγωγέας αυτοκινήτων αγόρασε ένα αυτοκίνητο και πλήρωσε €7500. Πλήρωσε επιπλέον 25%, πάνω στην τιμή αγοράς, για έξοδα μεταφοράς. Η αρχική τιμή πώλησης του αυτοκινήτου συμπεριλαμβάνει και κέρδος 20%, πάνω στο συνολικό κόστος. Ο εισαγωγέας πούλησε τελικά το αυτοκίνητο σ' ένα φίλο του κάνοντας του έκπτωση 10% πάνω στην αρχική τιμή πώλησης.

α) Ποιά ήταν η αρχική τιμή πώλησης;

β) Σε ποιά τιμή πωλήθηκε τελικά το αυτοκίνητο;

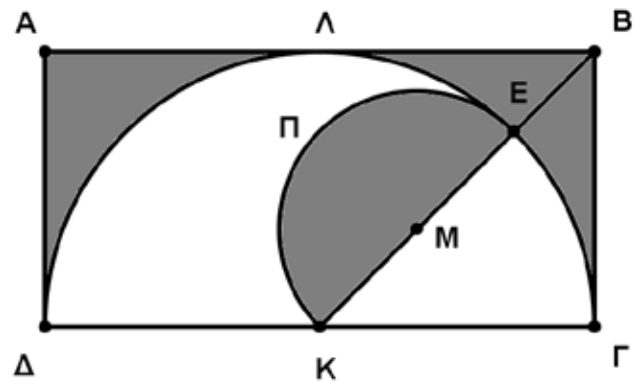
γ) Πόσο τοις εκατό κέρδισε ο εισαγωγέας;

4. Σε αριθμητική πρόοδο δίνεται ότι το άθροισμα του τρίτου όρου και του έβδομου όρου είναι 34 και ο έκτος όρος είναι τετραπλάσιος του πρώτου.

α) Να σχηματίσετε την πρόοδο,

β) Να βρείτε πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 670.

5. Δίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ΑΒΓΔ$ με $ΔΓ=2α$ cm. Το ημικύκλιο $\square ΔΛΓ$ είναι εγγεγραμμένο στο $ΑΒΓΔ$ και γράφτηκε με κέντρο το $Κ$ και ακτίνα $ΚΓ$. Το ημικύκλιο $\square ΚΠΕ$ γράφτηκε με κέντρο το $Μ$ και ακτίνα $ΜΕ$. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας, συναρτήσει του $α$.



ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να γράψετε με μελάνι μπλε ή μαύρο.
- Τα σχήματα επιτρέπεται να είναι με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματισμένης υπολογιστικής μηχανής.
- Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε το εμβαδό και το μήκος κύκλου που έχει ακτίνα 12 cm .
2. Δίνεται η πρόοδος $3, 6, 9, \dots$
 - α) Να βρείτε το είδος της προόδου
 - β) Να βρείτε τον δέκατον όρο της.
3. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο € 6000 το οποίο τοκίζεται για 2 χρόνια με επιτόκιο 4%.
4. Έμπορας πωλεί προϊόντα αξίας € 37000 με κέρδος 30% πάνω στην αξία τους.
Να υπολογίσετε πόσα συνολικά θα εισπράξει ο έμπορας αν πωλήσει όλα τα προϊόντα.
5. Η απόσταση από την Πάφο στη Μόρφου είναι 140 Km. Πόση θα είναι η απόσταση των δύο πόλεων σε χάρτη κλίμακας 1:2000000;

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $4^x = 2^{3x-4}$

β) $\log_3(2x+1) = 2$

7. Να βρείτε το x ώστε οι αριθμοί x , $x-1$, $2x-2$, να είναι διαδοχικοί όροι Γεωμετρικής Προόδου.

8. Να λύσετε την εξίσωση: $9^x - 8 \cdot 3^x - 9 = 0$

9. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{G} = 30^\circ$, $g = 2 \text{ cm}$ και $b = 4 \text{ cm}$.

α) Να επιλύσετε το τρίγωνο $AB\Gamma$

β) Να βρείτε το εμβαδόν του.

10. Το άθροισμα των απείρων όρων φθίνουσας γεωμετρικής προόδου είναι $\hat{a}_\infty = 8$ και ο πρώτος όρος της είναι 4. Να υπολογίσετε:

α) Το λόγο της (λ).

β) Το άθροισμα των πέντε πρώτων όρων της.

ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β`.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(x-1) + \log(5x) = 1$

2. Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του δεύτερου και του πέμπτου όρου της είναι 22 και το άθροισμα του τέταρτου και του έβδομου όρου της είναι 38.

α) Να βρείτε την πρόοδο.

β) Πόσους όρους πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 120 ;

3. Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $b \sin G - g \sin B = \frac{b^2 - g^2}{a}$

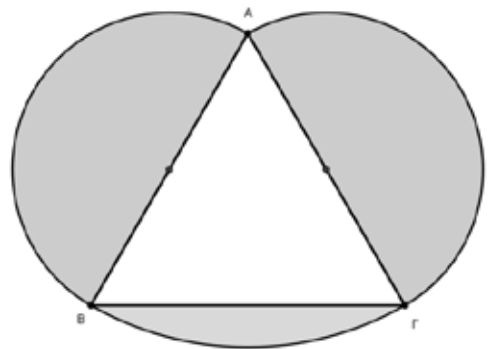
4. Κάποιος τόκισε με απλό τόκο τα $\frac{3}{4}$ ενός κεφαλαίου προς 5% και το υπόλοιπο προς 8%.

Σε έξι μήνες πήρε συνολικά € 575 τόκο.

α) Να βρείτε το αρχικό κεφάλαιο.

β) Στη συνέχεια επένδυσε τα λεφτά που είσπραξε (το κεφάλαιο μαζί με τον τόκο) σε μια εταιρεία. Από αυτή την επένδυση πήρε συνολικά € 24690. Να βρείτε το ποσοστό κέρδους (πάνω στα λεφτά που επένδυσε) που πήρε από την εταιρεία.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ΑΒΓ ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς 6 cm. Με κέντρο τα μέσα των πλευρών ΑΒ και ΑΓ και ακτίνα ίση με το μισό της πλευράς, φέρνουμε ημικύκλια εκτός του τριγώνου. Με κέντρο την κορυφή Α και ακτίνα την πλευρά του τριγώνου φέρνουμε το τόξο ΒΓ. Να βρείτε το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.





ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Κ.Κ

ΤΑΞΗ: Β' Λυκείου

Ημερομηνία: 19/5/2015

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30 ΩΡΕΣ

Ωρα: 08:00-10:30

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- Ø Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 2 σελίδες.
- Ø Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη.
- Ø Το μέρος Α' αποτελείται από δέκα (10) ερωτήσεις. Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.
- Ø Το μέρος Β' αποτελείται από πέντε (5) ερωτήσεις . Κάθε ερώτηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.
- Ø Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- Ø Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού (Tirerex).
- Ø Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι.

- 1.** Κύκλος έχει εμβαδόν $25\pi \text{ m}^2$. Να υπολογίσετε το μήκος της περιφέρειάς του.
- 2.** Δίνεται η πρόοδος 4, 7, 10, 13,... . Να βρείτε το είδος της προόδου και τον 31° όρο της.
- 3.** Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
α) $2^{2x+1} = 32$ β) $\log_x 27 = 3$
- 4.** Να υπολογίσετε τον τόκο που δίνει ποσό €4000, τοκίζόμενο με απλο τόκο με επιτόκιο 6%, και περίοδο 4 χρόνων
- 5.** Αυτοκίνητο αξίας €6000, πωλείται με κέρδος 15% πάνω στην αξία του. Να βρείτε την τιμή πώλησης του αν ο αγοραστής θα πληρώσει επιπλέον 17% Φ.Π.Α.
- 6.** Σε τρίγωνο ABΓ δίνονται: α=4 cm, γ=2 cm, γωνία $\hat{G}=30^\circ$. Να υπολογίσετε την πλευρά β και τις γωνίες Α και Β.
- 7.** Να λύσετε τις εξισώσεις : α) $25^x - 6 \times 5^x + 5 = 0$

β) $\log(x-3) + \log(x-2) = 1 - \log 5$
- 8.** Αν **7-x, x+1, x+5** είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και x , ψ , 4x είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου, να βρείτε τις τιμές των x και ψ.
- 9.** Σε τρίγωνο ABΓ η πλευρά α=5cm , $\hat{G}=60^\circ$ και η πλευρά β είναι κατά 1cm μεγαλύτερη από την πλευρά γ. Να υπολογίσετε τις πλευρές β και γ .
- 10.** Τόκισε κάποιος τα $\frac{2}{5}$ του κεφαλαίου του προς 6% για 2 χρόνια και το υπόλοιπο κεφάλαιο προς 5% για 4 χρόνια και πήρε συνολικό τόκο €5840. Να βρείτε το αρχικό κεφάλαιο .

ΜΕΡΟΣ Β'

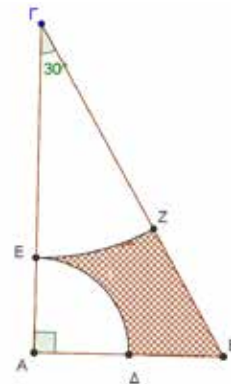
Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- Ένας καταστηματάρχης πλήρωσε € 690 για την αγορά τηλεόρασης από κάποιο εισαγωγέα. Η τηλεόραση επωλήθη από τον καταστηματάρχη €920. (Στην τιμή αγοράς και πώλησης συμπεριλαμβάνεται και Φ.Π.Α 15%). Να υπολογίσετε :
 - πόσο Φ.Π.Α πλήρωσε ο καταστηματάρχης κατά την αγορά
 - πόσο Φ.Π.Α εισέπραξε ο καταστηματάρχης κατά την πώληση
 - πόσο Φ.Π.Α θα πληρώσει στο κράτος
 - πόσο κέρδισε από την πώληση της τηλεόρασης ο καταστηματάρχης .
- Σε αριθμητική πρόοδο με $\delta \neq 0$, ο πρώτος όρος της είναι $a_1 = 3$ και ο 1ος, ο 3ος και ο 9ος όρος της αποτελούν διαδοχικούς όρους γεωμετρικής προόδου. Να βρείτε τη διαφορά δ της αριθμητικής προόδου και τους 3 πρώτους όρους της.
- Σε τρίγωνο ABΓ δίνεται $E = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$, $\beta = 2 \text{ cm}$, $\gamma = \sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{A} < 90^\circ$.
Να βρείτε: α) τη γωνία Α
β) την πλευρά α
γ) τη γωνία Β του τριγώνου.
- Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{\log x}{\log 3} + \frac{\log x}{\log 3^2} + \frac{\log x}{\log 3^4} + \frac{\log x}{\log 3^8} + \dots = \frac{\log 25}{\log 3}$$

- Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$). Αν BΓ= 8cm, $\hat{G} = 30^\circ$ και Δ μέσο της AB να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

(Το τόξο EZ ανήκει στο κύκλο με κέντρο την κορυφή Γ και ακτίνα ΓΕ και το τόξο ΕΔ ανήκει στο κύκλο με κέντρο την κορυφή Α και ακτίνα ΑΔ)





ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 26 / 05 / 2015

ΤΑΞΗ: Β΄ κοινού κορμού

ΧΡΟΝΟΣ: 2:30΄ ώρες

ΩΡΑ: 7:45΄ - 10:15΄

ΟΔΗΓΙΕΣ : (α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.

(β) Να γράψετε μόνο με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι).

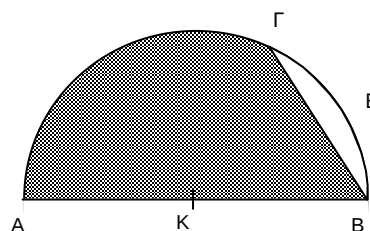
(γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.

(δ) Σε όλες τις ασκήσεις να φαίνεται ο τρόπος επίλυσης τους. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της επίλυσης τους δε θα λαμβάνονται υπόψη.

(ε) Τα σχήματα των ασκήσεων να μεταφέρονται στο γραπτό σας.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΥΟ (2) ΣΕΛΙΔΕΣ**ΜΕΡΟΣ Α΄ : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να βρείτε το x , ώστε οι αριθμοί $2x + 3$, $1 - x$, $x + 9$ να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
2. Να λύσετε τις εξισώσεις:
(α) $7^{x-3} = 49$ (β) $\log_3 x = 4$
3. Να υπολογίσετε την τελική αξία κεφαλαίου €10000 που ανατοκίζεται για 10 χρόνια προς 3%.
4. Η απόσταση δύο πόλεων είναι 80km. Να βρείτε την κλίμακα ενός χάρτη στον οποίο οι δύο πόλεις απέχουν μεταξύ τους 20cm.
5. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(3x+1) - \log(x-2) = 1$.
6. Να επιλύσετε το τρίγωνο ABΓ, αν δίνονται: $\beta = 8\text{cm}$, $\gamma = 8\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{G} = 60^\circ$.
7. Σε γεωμετρική πρόοδο ο τρίτος όρος είναι 20 και ο έκτος όρος είναι -160 . Να σχηματίσετε την πρόοδο και να βρείτε το άθροισμα των επτά πρώτων όρων της.
8. Μια τηλεόραση πωλείται προς €1428. Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται Φ.Π.Α. 19%. Ποια είναι η τιμή της τηλεόρασης χωρίς το Φ.Π.Α.;
9. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση: $\frac{\gamma \times \sigma\upsilon\nu\alpha + \alpha \times \sigma\upsilon\nu\gamma}{\beta} = 1$.
10. Δίνεται ημικύκλιο ακτίνας 4cm. Αν η χορδή ΒΓ είναι ίση με την πλευρά κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο να βρείτε το εμβαδό της σκιασμένης επιφάνειας.



ΜΕΡΟΣ Β' : Να λύσετε όλες τις ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1.(α) Σε αριθμητική πρόοδο το άθροισμα του τρίτου και έκτου όρου της ισούται με 29 και το άθροισμα των δέκα πρώτων όρων της ισούται με 175. Να σχηματίσετε την πρόοδο.

(β) Ένας έμπορος αγόρασε εμπορεύματα και πλήρωσε €82000. Είχε έξοδα 12% πάνω στην τιμή αγοράς και αργότερα πώλησε τα εμπορεύματα με κέρδος 15% . Ποια ήταν τιμή πώλησης του εμπορεύματος;

2.Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $4^x - 2^{x+1} - 15 = 0$

(β) $\log x \times (\log x - 3) = 10$

3.Κάποιος τόκισε με απλό τόκο τα $\frac{2}{3}$ των χρημάτων του στην τράπεζα Α με επιτόκιο 6%, το $\frac{1}{4}$ των χρημάτων στην τράπεζα Β με επιτόκιο 4% και τα χρήματα που του έμειναν τα τόκισε στην τράπεζα Γ με επιτόκιο 5%. Σε τρία χρόνια πήρε και από τις τρεις τράπεζες συνολικά €13950. Να βρείτε πόσα χρήματα τόκισε με επιτόκιο 4%.

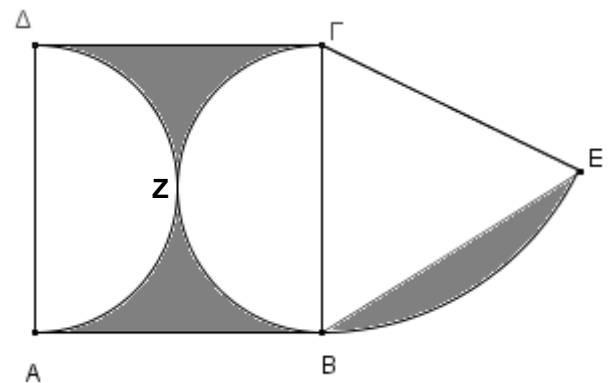
4. (α) Τρίγωνο ΑΒΓ έχει εμβαδόν $5\sqrt{3} \text{ cm}^2$ και πλευρές $\beta = 5\text{cm}$ και $\gamma = 4\text{cm}$.

Να υπολογίσετε τη γωνία Α ($\hat{A} < 90^\circ$) και την πλευρά α του τριγώνου.

(β) Σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση: $\eta\mu A = 2\eta\mu B \sin \Gamma$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

5. Στο σχήμα δίνονται: ΑΒΓΔ τετράγωνο, ΑΖΔ και ΒΖΓ ημικύκλια διαμέτρου ΑΔ και ΒΓ αντίστοιχα, ΒΓΕ ισόπλευρο τρίγωνο και ΒΕ τόξο με κέντρο το Γ. Αν το μήκος τόξου ΒΕ ισούται με $4\pi \text{ cm}$, να υπολογίσετε:

- α) Το μήκος της πλευράς του ισοπλεύρου τριγώνου.
- β) Το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.
- γ) Την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.



ΤΕΛΟΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ

ΤΑΞΗ: Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: 21/05/2015

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 2,5 ώρες

ΩΡΑ ΕΝΑΡΞΗΣ: 07:45 π.μ.

- **ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.**
- **Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υλικού.**
- **Να γράφετε μόνο με μπλε ή μαύρο μελάνι. (Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν και με μολύβι.)**
- **Τα σχήματα να μεταφέρονται στη θέση που λύνεται η άσκηση.**
- **Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής, σφραγισμένης από το Σχολείο.**

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις δέκα (10) ασκήσεις του Μέρους Α΄.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

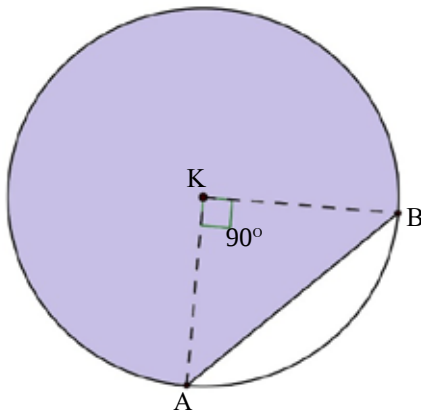
1. Δίνεται Αριθμητική Προόδος με $a_1 = 3$ και $\delta = 4$. Να βρείτε τον εικοστό όρο της.
2. Το 40% των μαθητών ενός σχολείου είναι αγόρια. Αν όλοι οι μαθητές είναι 510, πόσα είναι τα αγόρια;
3. Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου είναι 16π cm. Να βρείτε:
α) την ακτίνα του κύκλου
β) το μήκος τόξου γωνίας 90°
4. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €3600 τοκίζόμενα με απλό τόκο, για 6 μήνες, με επιτόκιο 4%.
5. Να λύσετε την εξίσωση: $\log 2 + \log(x+1) = \log 12 - \log 3$

6. Σε τρίγωνο $\triangle ABC$ δίνονται: $\beta = 4 \text{ cm}$, $\gamma = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ και $\hat{C} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε:
- τη γωνία $\hat{B}$
 - το εμβαδόν του τριγώνου

7. Σε ένα αρχιτεκτονικό σχέδιο ένα δωμάτιο έχει εμβαδόν 40 cm^2 . Πόσα τετραγωνικά μέτρα είναι το πραγματικό εμβαδόν του δωματίου, αν το αρχιτεκτονικό σχέδιο σχεδιάστηκε με κλίμακα 1:50;

8. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $\triangle ABC$ ισχύει η σχέση: $\frac{4E}{a^2 + b^2 - c^2} = \tan C$

9. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο K , χορδή $AB = 6\sqrt{2} \text{ cm}$ και $\angle AKB = 90^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους του σχήματος.



10. Να υπολογίσετε την τιμή του x στην πιο κάτω εξίσωση:
 $-3 - 1 + 1 + 3 + \dots + 95 = 5(4x + 20)$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις πέντε (5) ασκήσεις του Μέρους Β'.
 Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.

1. Σε Απόλυτα Φθίνουσα Γεωμετρική Προόδo, δίνονται: $a_1 = 32$ και $a_4 = 4$
 Να υπολογίσετε τα πιο κάτω:
- τον λόγο της προόδου
 - τον όγδοο όρο της προόδου
 - το άθροισμα των έξι πρώτων όρων της προόδου
 - το άθροισμα των άπειρων όρων της προόδου

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $25^x - 6 \times 5^x + 5 = 0$

β) $6^{\log^2 x - 2 \log x} = 1$

3. α) Αν οι πλευρές α , β και γ ενός τριγώνου ABG είναι διαδοχικοί όροι Αριθμητικής Προόδου, να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $2\eta\mu B = \eta\mu A + \eta\mu G$

β) Αν σε τρίγωνο ABG ισχύει η σχέση $\eta\mu A \sin \Gamma + \eta\mu G \sin A = 1$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

4. Ένας πατέρας αγόρασε από το εξωτερικό ένα αυτοκίνητο πολυτελείας και το μεταπώλησε με κέρδος 20%, εισπράττοντας €45000. Ολόκληρο το χρηματικό ποσό που εισέπραξε το μοίρασε στα τρία παιδιά του, ηλικιών 10, 15 και 20 χρόνων, ανάλογα με τις ηλικίες τους.

α) Να βρείτε τα πιο κάτω:

i) την τιμή αγοράς του αυτοκινήτου

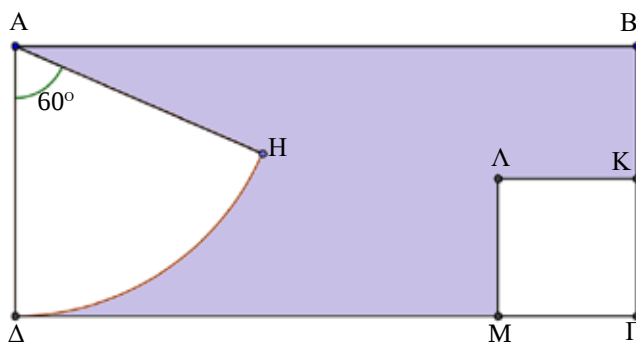
ii) το ποσό που πήρε το κάθε παιδί

β) Αν ο πατέρας κατέθετε το καθαρό κέρδος από την πώληση του αυτοκινήτου σε λογαριασμό με απλό τόκο και επιτόκιο 5%, να βρείτε σε πόσα χρόνια το ποσό που κατέθεσε θα γινόταν μαζί με τους τόκους του €11250.

5. Στο πιο κάτω σχήμα, το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ αντιπροσωπεύει την αυλή ενός εξοχικού σπιτιού. Η αυλή έχει εμβαδόν 64 m^2 και το μήκος της είναι τετραπλάσιο από το πλάτος της. Ο κυκλικός τομέας τόξου $\widehat{\Delta H}$ και ακτίνας ίσης με το πλάτος της αυλής, αντιπροσωπεύει μια πισίνα. Το τετράγωνο $\Gamma\text{K}\Lambda\text{M}$ με πλευρά ίση με το μισό του πλάτους της αυλής, αντιπροσωπεύει ένα μικρό αποθηκευτικό χώρο.

α) Αν η σκιασμένη περιοχή αντιπροσωπεύει το χώρο με γρασίδι στην αυλή, να υπολογίσετε πόσα τετραγωνικά μέτρα γρασίδι έχει η αυλή.

β) Θα γίνει διακοσμητική περίφραξη του χώρου με το γρασίδι. Το υλικό περίφραξης στοιχίζει €10 το μέτρο. Να υπολογίσετε το συνολικό κόστος της περίφραξης.



Βαθμός	
Ολογράφως	
Υπογραφή	

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα: Μαθηματικά

Τάξη: Β Κοινού Κορμού

Ημερομηνία: 22/5/2015

Ώρα: 7:45 π.μ

Ημέρα: Παρασκευή

Χρόνος: 2:30 ώρες

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: ΤΜΗΜΑ: ΑΡΙΘΜΟΣ:

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται συνολικά από 3 σελίδες
2. Κατοχή κινητού τηλεφώνου = Δολίευση
3. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού
4. Δεν επιτρέπεται να γράφετε με μολύβι παρά μόνο με μπλε πένα
5. Δεν επιτρέπεται να δανείτε οτιδήποτε από συμμαθητές σας
6. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου
7. Τα σχήματα μπορούν να γίνουν με μολύβι

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

- 1) Δίνεται η γεωμετρική πρόοδος 4,8,16.... Να υπολογίσετε:
(α) τον λόγο της
(β) τον έκτο όρο της.
- 2) Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου είναι 8π cm. Να υπολογίσετε:
(α) την ακτίνα του κύκλου.
(β) το εμβαδόν του κύκλου.

3) Να λύσετε τις εξισώσεις:

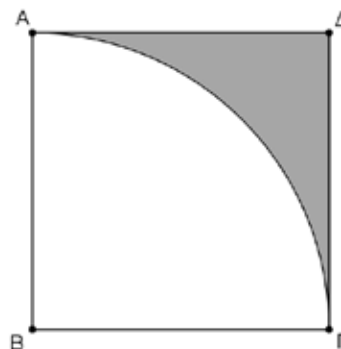
α) $3^{x+5} = 9$

β) $\log_{\chi} 25 = 2$

4) Η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 5 Km. Ποιά θα είναι η απόσταση σε χάρτη με κλίμακα 1:100000

5) Δίνεται Α.Π. με $a_1 = 5$ και $a_{20} = 43$. Να υπολογίσετε το άθροισμα των πρώτων 20 όρων της.

6) Στο διπλανό σχήμα δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ με πλευρά ίση με 5cm. Με κέντρο το σημείο Β και ακτίνα ΒΓ γράφουμε τόξο ΑΓ. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



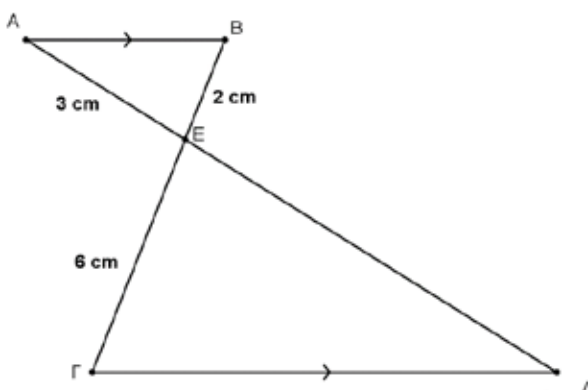
7) Τρία αδέρφια αγόρασαν ένα οικόπεδο προς €60.000 και το πούλησαν αργότερα με κέρδος 30%. Μοίρασαν τα χρήματα που πήραν ανάλογα προς τους αριθμούς 4, 5 και 6. Πόσα πήρε ο καθένας;

8) Δίνεται τρίγωνο με πλευρές $a = 2 \text{ cm}$, $\gamma = 2\sqrt{3} \text{ cm}$ και γωνία $\hat{A} = 30^\circ$. Να επιλύσετε το τρίγωνο. (Να βρείτε όλες τις πλευρές και όλες τις γωνίες του τριγώνου)

9) Στο διπλανό σχήμα τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΔ και ΒΓ τέμνονται στο σημείο Ε. Αν $AB \parallel \Gamma\Delta$, $AE=3\text{cm}$, $BE=2\text{cm}$ και $\Gamma E=6\text{cm}$

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΕ και ΓΕΔ είναι όμοια

β) Να υπολογίσετε την πλευρά ΔΕ.

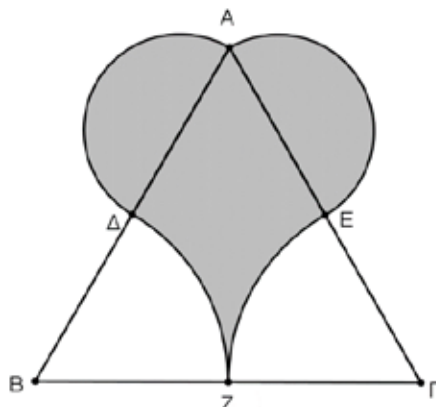


10) Σε φθίνουσα Γ.Π. το άθροισμα των απείρων όρων της είναι τριπλάσιο του πρώτου όρου και το άθροισμα των δύο πρώτων όρων της είναι 5. Να βρείτε την πρόοδο.

ΜΕΡΟΣ Β' Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β'.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

- 1) Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$
β) $\log x (\log x - 2) + 1 = 0$
- 2) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\gamma = 5\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Αν η πλευρά α του τριγώνου είναι κατά 1 cm μεγαλύτερη από την πλευρά β , να βρείτε τις πλευρές α και β του τριγώνου.
- 3) α) Σε Α.Π. ο $4^{\text{ος}}$ και $11^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 32 και ο $5^{\text{ος}}$ και $19^{\text{ος}}$ έχουν άθροισμα 50. Να σχηματίσετε την πρόοδο.
β) Να αποδείξετε ότι για κάθε $x, \psi \in \mathbb{R}$ οι αριθμοί $(x + \psi)^2$, $x^2 + \psi^2$ και $(x - \psi)^2$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.
- 4) Ένας καταστηματάρχης καθορίζει την τιμή των εμπορευμάτων του έτσι ώστε να έχει κέρδος 40% πάνω στην τιμή κόστους. Κατά την διάρκεια των εκπτώσεων προσφέρει 20% έκπτωση σε όλα τα προϊόντα. Αν κάποιος πελάτης αγόρασε ένα υπολογιστή και του έγινε έκπτωση €252, να βρείτε πόσα πλήρωσε ο πελάτης και πόσα κέρδισε ο καταστηματάρχης από αυτή την πώληση.
- 5) Στο διπλανό σχήμα δίνεται $AB\Gamma$ ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά $AB = 5\text{cm}$ και τα Δ, E, Z τα μέσα των πλευρών AB , $A\Gamma$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Το τόξο $\widehat{BZ}$ γράφτηκε με κέντρο το B και ακτίνα BZ και το τόξο $\widehat{ZE}$ γράφτηκε με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓZ . Με διαμέτρους $A\Delta$ και $A\Gamma$ έχουν εγγραφεί ημικύκλια. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ****ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 03/06/2015****ΤΑΞΗ : Β΄ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ****ΔΙΑΡΚΕΙΑ : 2:30΄****ΩΡΑ : 7:45 – 10:15 π.μ.****Οδηγίες :**

- α)** Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- β)** Να γράφετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα μπορείτε να τα κάνετε με μολύβι).
- γ)** Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή διορθωτικής ταινίας.
- δ)** Τα σχήματα να μεταφέρονται στο γραπτό σας.
- ε)** Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία. Ορθές απαντήσεις χωρίς την παρουσίαση της απαιτούμενης εργασίας δε θα λαμβάνονται υπόψη.
- στ)** Να συμμορφώνεστε πρόθυμα με τις οδηγίες των επιτηρητών.
- ζ) Η ΔΟΛΙΕΥΣΗ ΤΙΜΩΡΕΙΤΑΙ ΑΥΣΤΗΡΑ.**

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από δύο μέρη, το ΜΕΡΟΣ Α΄ και το ΜΕΡΟΣ Β΄.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Α΄ μέρους.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5/100 μονάδες.

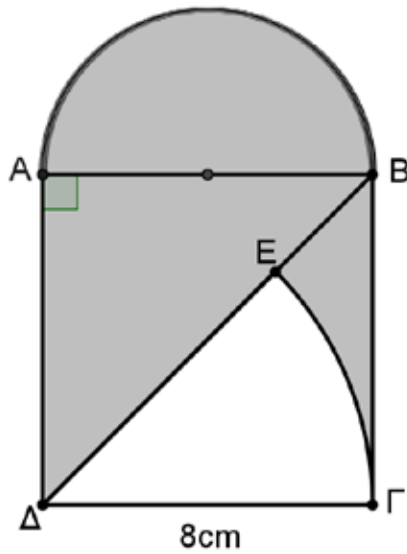
1. Πόσο τόκο δίνει κεφάλαιο €2000 τοκίζόμενο με απλό τόκο για 5 χρόνια και επιτόκιο 4%.
2. Να λύσετε την εξίσωση $2^{x+3} = 2^7$
3. Κύκλος έχει ακτίνα $R = 5\text{cm}$. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του.
4. Ένα παντελόνι αξίας €80 πωλήθηκε με έκπτωση 30% . Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης του παντελονιού.
5. Η απόσταση μεταξύ δύο πόλεων είναι 60 km. Πόση θα είναι η απόσταση τους σε cm, σε χάρτη με κλίμακα 1 : 200 000.
6. Οι πλευρές ενός τριγώνου ABΓ είναι $a = 8\text{cm}$, $\gamma = 4\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.

7. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδος ο πρώτος όρος είναι $\alpha_1 = 81$ και ο λόγος $\lambda = \frac{1}{3}$. Να βρείτε:
- τον πέμπτο όρο (α_5)
 - το άθροισμα των απείρων όρων της (Σ_{∞}).
8. Οι όροι $\log x$, $\log 2\sqrt{3}$, $\log(x+1)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου. Να βρείτε το x .
9. Δίνεται κύκλος ακτίνας 3m. Να βρείτε:
- την κεντρική γωνία και τη γωνία κανονικού εξαγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο,
 - την περίμετρο κυκλικού τομέα με κεντρική γωνία 60° .
10. Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\frac{\alpha\eta\mu A + \beta\eta\mu B - \gamma\eta\mu\Gamma}{2\alpha\beta\sigma\upsilon\nu\Gamma} = \frac{1}{2R}$

ΜΕΡΟΣ Β': Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10/100 μονάδες.

- Σε αριθμητική πρόοδος ο πέμπτος και ο δέκατος όρος έχουν άθροισμα 30 και ο όγδοος όρος είναι διπλάσιος του τέταρτου όρου.
Να βρείτε:
 - την αριθμητική πρόοδο,
 - τον 31° όρο της προόδου,
 - πόσους όρους της πιο πάνω αριθμητικής προόδου πρέπει να προσθέσουμε για να έχουμε άθροισμα 600; - Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
- (α) $9^x - 8 \times 3^x - 9 = 0$
- (β) $\log[\log(x^2 - 3x)] = 0$
- Να επιλύσετε τρίγωνο ABΓ με $\alpha = 3\text{cm}$, $\beta = 3\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{B} = 60^\circ$.
 - Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\gamma - 2\alpha\sigma\upsilon\nu B = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ισοσκελές.
 - Εργολάβος κατασκεύασε ένα σπίτι το οποίο του στοίχισε €150 000. Το πούλησε με κέρδος 20%. Κατόπιν κατάθεσε τα χρήματα από την πώληση στην τράπεζα ως εξής:
Το $\frac{1}{6}$ του ποσού προς 5% και τα υπόλοιπα προς 8%. Για πόσα χρόνια πρέπει να τοκιστούν τα χρήματα του ώστε να πάρει συνολικά τόκους €27 000;

5. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο με πλευρά 8cm . Με κέντρο την κορυφή Δ και ακτίνα $\Delta\Gamma$ φέρουμε το τόξο ΓE . Με διάμετρο AB γράφουμε ημικύκλιο έξω από το τετράγωνο. Να βρείτε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους.



..... ΤΕΛΟΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

Μάθημα: Μαθηματικά

Ημερομηνία: 27/05/2015

Τάξη: Β' κοινού κορμού

Χρόνος: 2,5 Ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
- β) Να γράψετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
- γ) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του ΜΕΡΟΥΣ Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

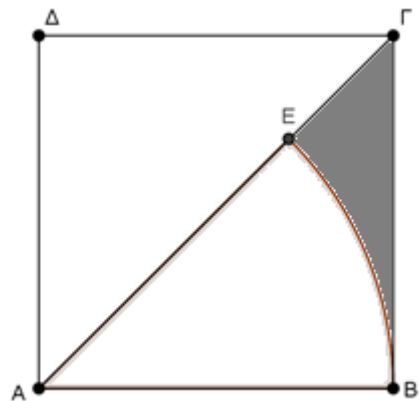
1. Το μήκος της περιφέρειας κύκλου είναι 20π cm . Να υπολογίσετε:
 - α) την ακτίνα του
 - β) το εμβαδόν του.
2. Δίνεται η πρόοδος 9,6,3,0,-3,... Να βρείτε:
 - α) το είδος της
 - β) τον εικοστό πέμπτο όρο της.
3. Ένα πουκάμισο πωλείται €40. Την περίοδο των εκπτώσεων πωλείται €30.
Να βρείτε πόσο % είναι η έκπτωση πάνω στην αξία του.
4. Να λύσετε τις εξισώσεις:
 - α) $3^{x+1} = 27^{x-3}$
 - β) $\log_x 16 = 4$

5. Σε γεωμετρική πρόοδο ο πρώτος όρος της είναι 9 και ο έκτος όρος της είναι $\frac{1}{9}$.
 Να υπολογίσετε :
 α) το λόγο της
 β) το άθροισμα των άπειρων όρων της.
6. Αν σε τρίγωνο ABΓ ισχύει η σχέση $\beta = 2\gamma \sin A$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
7. Να βρείτε το κεφάλαιο το οποίο όταν τοκιστεί προς 3% για 100 μέρες, δίνει τόκο, ίσο με τον τόκο που δίνουν €5250 προς 4% για 4 χρόνια.
8. Ένα πλυντήριο πωλείται προς €714. Στην τιμή αυτή περιλαμβάνεται και 19% Φ.Π.Α.
 Να υπολογίσετε την τιμή του πλυντηρίου χωρίς το Φ.Π.Α.
9. Δίνεται χάρτης με κλίμακα 1:200. Αν το εμβαδόν ενός οικοπέδου στον χάρτη είναι 125 cm^2 , να βρείτε το πραγματικό εμβαδόν του οικοπέδου σε m^2 .
10. Στο διπλανό σχήμα το ABΓΔ είναι τετράγωνο, του οποίου το μήκος της διαγωνίου ΑΓ είναι $7\sqrt{2} \text{ cm}$. Με κέντρο την κορυφή Α και ακτίνα ΑΒ γράφουμε τόξο που τέμνει την ΑΓ στο σημείο Ε. Να υπολογίσετε:

α) το μήκος του τόξου ΒΕ

β) το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου ΕΒΓ.

(Η απάντηση μπορεί να δοθεί συναρτήσει του π).



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του ΜΕΡΟΥΣ Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $\log[\log(2x - 6)] = 0$

β) $\log(4^x + 6) = \log 5 + x \log 2$

2. Σε αριθμητική πρόοδο ο έκτος όρος είναι 17 και ο έβδομος όρος της είναι τετραπλάσιος του δεύτερου όρου.

α) Να αποδείξετε ότι ο πρώτος όρος της ισούται με 2.

β) Να βρείτε το άθροισμα των έξι πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου που έχει ίδιο πρώτο όρο με την αριθμητική πρόοδο και λόγο $\lambda = -\delta$, όπου δ η διαφορά της Α.Π.

3. Εισαγωγέας αγόρασε ηλεκτρονικούς υπολογιστές αξίας €25000. Πλήρωσε επιπλέον 20% της αξίας τους για έξοδα μεταφοράς. Ο εισαγωγέας σκοπεύει να βγάλει κέρδος 25% πάνω στο συνολικό κόστος. Να υπολογίσετε την τιμή πώλησης των ηλεκτρονικών υπολογιστών αν στην τιμή πώλησης συμπεριλαμβάνεται 19% Φ.Π.Α.

4. α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ με $\hat{A} < 90^\circ$ όταν δίνονται

$$b = 2 \text{ m}, g = \sqrt{3} \text{ m} \text{ και } E = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m}^2.$$

β) Να δείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση:

$$(\alpha^2 - \beta^2)(\eta\mu^2 A + \eta\mu^2 \Gamma) = (\alpha^2 + \gamma^2)(\eta\mu^2 A - \eta\mu^2 B).$$

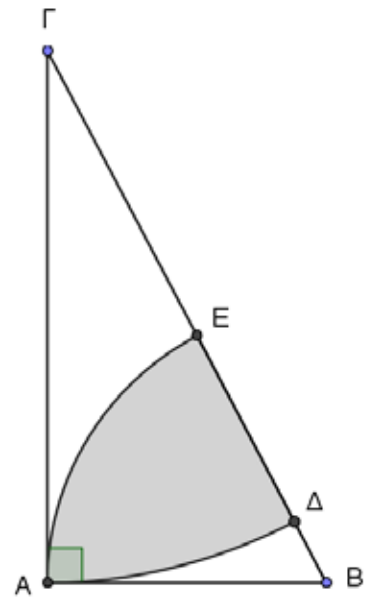
5. Στο διπλανό σχήμα δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με πλευρές $\gamma = 1 \text{ cm}$ και $\beta = \sqrt{3} \text{ cm}$. Με κέντρο το Γ και ακτίνα ΓA γράφουμε τόξο $A\Delta$, με κέντρο το B και ακτίνα BA γράφουμε τόξο AE . Να υπολογίσετε:

α) τις γωνίες $\hat{B}$ και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$

β) το εμβαδόν των κυκλικών τομέων BAE και $\Gamma A\Delta$

γ) το εμβαδόν του μικτόγραμμου τριγώνου $A\epsilon\Delta$

δ) την περίμετρο του μικτόγραμμου τριγώνου $A\epsilon\Delta$.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015**ΜΑΘΗΜΑ:** ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ**ΤΑΞΗ:** Β΄ Λυκείου**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:** Πέμπτη, 4 Ιουνίου 2015**ΔΙΑΡΚΕΙΑ:** 2,5 ώρες**ΟΔΗΓΙΕΣ**

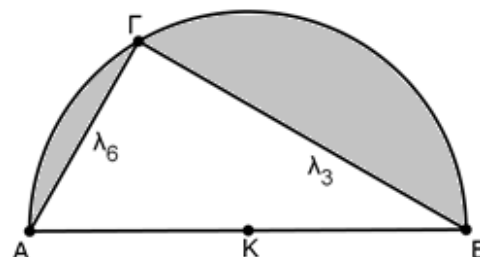
- Γράφετε με πένα μπλε. Τα σχήματα αν θέλετε με μολύβι.
- Επιτρέπεται η χρήση **μη προγραμματιζόμενης** υπολογιστικής μηχανής.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
- Γράφετε καθαρά και ευανάγνωστα γράμματα.
- Να φαίνονται όλες οι ενέργειες που κάνετε.
- Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 3 σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄

Να λύσετε και τις **10 ασκήσεις**. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες στις 100.

1. Δίνεται η Αριθμητική πρόοδος : 2 , 5 , 8 , 11 , ... Να βρείτε τον δέκατο όρο της (a_{10}) .
2. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν κύκλου ακτίνας $R = 4 \text{ cm}$.
3. Να βρείτε τον τόκο που δίνει κεφάλαιο € 8000 τοκίζόμενο για 3 χρόνια με επιτόκιο 4%.
4. Να λύσετε τις εξισώσεις
α) $3^{2x-1} = 27$
β) $\log_3(x + 1) = 2$
5. Κατά τη διάρκεια των εκπτώσεων μια τηλεόραση αξίας € 450 πωλήθηκε € 360. Πόσο τοις εκατό (%) ήταν η έκπτωση ;
6. Να λύσετε την εξίσωση : $\log(x - 2) + \log 3 = \log(7x + 1) - \log 4$
7. Σε φθίνουσα γεωμετρική πρόοδο με πρώτο όρο $a_1 = 4$ και έκτο όρο $a_6 = -\frac{1}{8}$,
να υπολογίσετε τον λόγο λ και το άθροισμα των απείρων όρων της.

8. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\alpha - 2\beta \sin \Gamma = 0$, να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
9. Να λύσετε την εξίσωση $4^{x+1} - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$
10. Στο διπλανό σχήμα στο ημικύκλιο με κέντρο K και ακτίνα 5cm γράφουμε διαδοχικές χορδές $A\Gamma = \lambda_6$ και $\Gamma B = \lambda_3$. Να βρείτε το εμβαδό του σκιασμένου μέρους.

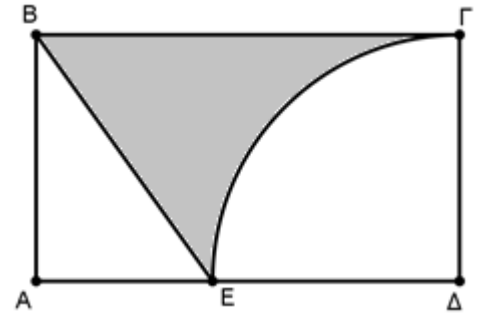


ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες στις 100.

- Να σχηματίσετε την **αριθμητική πρόοδο** στην οποία ο $3^{\text{ος}}$ και ο $7^{\text{ος}}$ όρος έχουν άθροισμα 34 και ο $6^{\text{ος}}$ όρος είναι τετραπλάσιος του $1^{\text{ου}}$.
- Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, $\alpha = 8\sqrt{3}\text{cm}$ και $\beta = 12\text{cm}$
Να υπολογίσετε:
α) το εμβαδόν του τριγώνου,
β) την πλευρά γ ,
γ) τις γωνίες $\hat{A}$, $\hat{B}$ και
δ) την περίμετρο του τριγώνου.
- Να λύσετε την εξίσωση: $\log(9^x + 10 \cdot 3^x - 1) = 1 + \log(2 \cdot 3^x - 1)$.
- Ένας εισαγωγέας πώλησε εμπορεύματα αξίας €30,000 με κέρδος 20%. Τα **συνολικά** λεφτά που πήρε από την πώληση αυτή τα κατάθεσε στην τράπεζα με επιτόκιο 5% για 8 μήνες.
α) Να υπολογίσετε πόσο τόκο θα εισπράξει.
β) Οι τόκοι φορολογούνται με 10%. Να υπολογίσετε πόσα θα πληρώσει για φόρο.
γ) Αποφάσισε ο εισαγωγέας πως τα καθαρά έσοδα από τον τόκο θα τα μερίσει στα 3 παιδιά του ανάλογα με τις ηλικίες τους που είναι 16, 18 και 20 χρόνων αντίστοιχα. Να υπολογίσετε πόσα θα πάρει το κάθε παιδί.

5. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο και ΓE τόξο του κύκλου με κέντρο Δ και ακτίνα ΔE . Αν $AE = 5\text{ cm}$ και το μήκος του τόξου $\widehat{\Gamma E} = 6\pi\text{ cm}$, να υπολογίσετε το **εμβαδόν** και την **περίμετρο** του μικτόγραμμου τριγώνου $B\Gamma E$ (της σκιασμένης επιφάνειας).



ΛΥΚΕΙΟ ΚΑΙ ΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΕΩΣ ΧΡΥΣΟΧΟΥΣ

ΣΧΟΛΙΚΗ ΧΡΟΝΙΑ : 2014 – 2015

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2015 .

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κορμού

ΤΑΞΗ : Β΄

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 26 /5 /2014

ΧΡΟΝΟΣ : 2.30΄

Οδηγίες: Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.

Να γράψετε με μπλε μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).

Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.

Το γραπτό αποτελείται από 4 σελίδες

ΜΕΡΟΣ Α΄:

Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Δίνεται η πρόοδος 2, 5, 8, 11, ... Να βρείτε το είδος της προόδου και το 13^ο όρο της.

2. Να λύσετε τις εξισώσεις:

(α) $3^{3x-1} = 9$

(β) $\log(2x) = 1$

3. Πόσο τόκο θα εισπράξει κάποιος αν τοκίσει € 4000 προς 5% για 18 μήνες;

4. Ο Αντρέας αγόρασε προϊόντα αξίας € 600 και πλήρωσε για αυτά Φ.Π.Α. 19%. Να υπολογίσετε το ποσό που πλήρωσε συνολικά.

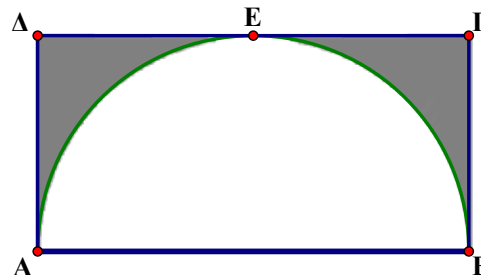
5. Τρίγωνο $\overset{D}{ABG}$ έχει πλευρές $a = 2cm$, $b = 4cm$ και $g = 5cm$. Να υπολογίσετε το συνημίτονο της γωνίας Β.

6. Ο πρώτος όρος μιας γεωμετρικής προόδου είναι 2 και ο τέταρτος όρος της είναι 54.

(α) Να βρείτε το λόγο της προόδου.

(β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των 6 πρώτων όρων της.

7. Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο και το ημικύκλιο ΑΒΕ έχει ακτίνα $R = 4\text{cm}$. Να βρείτε τις διαστάσεις του ορθογωνίου και το εμβαδό της σκιασμένης περιοχής.



8. Το απόστημα ενός τετραγώνου είναι $a_4 = 7\text{cm}$. Να βρείτε το μήκος της πλευράς του τετραγώνου και το εμβαδόν του τετραγώνου. $(l_4 \text{ και } E_4)$

9. Οι αριθμοί $y, 2y - 1, y + 4$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου και οι αριθμοί $y, x, x + 6$ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου.

Να υπολογίσετε τις τιμές των x και y .

10. Οι ομόλογες πλευρές δύο όμοιων τριγώνων είναι 6cm και 4cm. Η περίμετρος του ενός είναι 9cm μεγαλύτερη από την περίμετρο του άλλου. Να βρείτε τις περιμέτρους των δύο τριγώνων.

Μέρος Β΄:

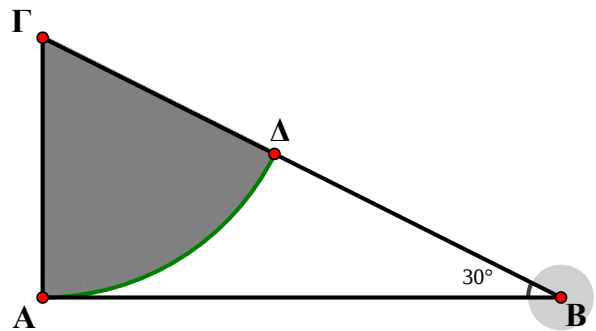
Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. (α) Να δείξετε ότι $\frac{\log 24 - \log 3}{\log 16 - \log 8} = 3$.

(β) Να λύσετε την εξίσωση $\log^2 x - 3\log x + 2 = 0$.

2. Έμπορος εισάγει προϊόντα αξίας € 20000 και πληρώνει φόρους εισαγωγής 20%. Επιπλέον πληρώνει € 1500 έξοδα μεταφοράς. Ο εισαγωγέας υπολογίζει το κέρδος του πάνω στο συνολικό κόστος και τα πωλεί € 33150. Να υπολογίσετε το ποσοστό του κέρδους.

3. Η λύση της εξίσωσης $4^x - 3 \times 2^x - 4 = 0$ είναι ο πρώτος όρος a_1 μιας φθίνουσας γεωμετρικής προόδου της οποίας το άθροισμα των απείρων όρων της ισούται με 3. Να βρείτε τον έβδομο όρο της Γ.Π.
4. (α) Τρίγωνο $\overset{D}{A}B\overset{D}{G}$ έχει $a = 8 \text{ cm}$, $b = 4\sqrt{2} \text{ cm}$ και $\overset{D}{B} = 45^\circ$. Να βρείτε το μήκος της πλευράς g και τις γωνίες $\overset{D}{A}$ και $\overset{D}{B}$ του τριγώνου.
- (β) Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $hmG = 2hmB \times \sin A$ να δείξετε ότι το $\overset{D}{A}B\overset{D}{G}$ είναι ισοσκελές.
5. Το διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο έχει $\overset{D}{A} = 90^\circ$, $\overset{D}{B} = 30^\circ$ και $(BG) = 18 \text{ cm}$.
- (α) Να βρείτε το μήκος του τόξου $A\Delta$.
- (β) Να υπολογίσετε το σκιασμένο εμβαδό.



ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2015

ΜΑΘΗΜΑ: Μαθηματικά Κοινού Κορμού

ΤΑΞΗ: Β΄ Λυκείου

ΩΡΑ: 7:45-10:15

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: Παρασκευή 5/ 6 /2015

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 2,5 ώρες

ΟΔΗΓΙΕΣ:

- 1) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής που φέρει τη σφραγίδα του σχολείου.
- 2) Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υλικού.
- 3) Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (Μόνο τα σχήματα επιτρέπεται να γίνουν με μολύβι).
- 4) Τα σχήματα των ασκήσεων να αντιγράφονται στο φύλλο των λύσεών σας.

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.**ΜΕΡΟΣ Α΄****Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.****Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να υπολογίσετε τον δέκατο όρο της προόδου 2, 5, 8, . . .
2. Να βρείτε τον τόκο που δίνουν €1000 μετά από 8 χρόνια με επιτόκιο 4%.
3. Κύκλος έχει ακτίνα 6cm. Να βρείτε:
α) Το μήκος της περιφέρειας του κύκλου.
β) Το μήκος τόξου 90° .
4. Σε αρχιτεκτονικό σχέδιο με κλίμακα 1:200 το μήκος ενός φράκτη είναι 5cm. Να βρείτε το πραγματικό μήκος του φράκτη σε m.
5. Να λύσετε τις εξισώσεις:
1) $2^{x+1} = 16$
2) $\log(\chi - 2) = 1$.
6. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $\alpha = 2\text{cm}$, $\beta = 2\sqrt{3}\text{cm}$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$.
1) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου.
2) Να επιλύσετε το τρίγωνο.

7. Ένας τόκος πετρελαίου θέρμανσης μιας εταιρείας πετρελαιοειδών, πωλείται στον καταναλωτή €1071. Στην τιμή αυτή συμπεριλαμβάνεται ο Φ.Π.Α. που είναι 19%.
- 1) Να βρείτε την τιμή ενός τόνου πετρελαίου θέρμανσης χωρίς τον Φ.Π.Α.
 - 2) Εάν η εταιρεία πουλούσε τον τόνο πετρελαίου θέρμανσης με κέρδος 20% πάνω στην τιμή αγοράς του από κάποιο προμηθευτή (χωρίς το ΦΠΑ), να βρείτε πόσα τον αγόρασε η εταιρεία από τον προμηθευτή.
8. Να λύσετε την εξίσωση: $\log(\chi + 1) + \log(\chi - 2) = 1$.
9. Γεωμετρική πρόοδος έχει δεύτερο όρο ίσο με 4 και έβδομο όρο ίσο με $\frac{1}{8}$. Να βρείτε την πρόοδο.
10. Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $\frac{\eta\mu\beta - \eta\mu\alpha}{\eta\mu\gamma - \eta\mu\beta} = 1$, να δείξετε ότι οι πλευρές του αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής πρόοδου.

ΜΕΡΟΣ Β΄

Να λύσετε και τις 5.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να λύσετε τις εξισώσεις:
- α) $4^x - 7 \times 2^x + 12 = 0$
 - β) $\log(\chi + 3) - \log(1 - 2\chi) = 1$.
2. Σε αριθμητική πρόοδο (Α.Π) ο δεύτερος όρος και ο όγδοος όρος της έχουν άθροισμα 38, ενώ ο δέκατος τέταρτος όρος είναι πενταπλάσιος του τρίτου όρου της.
- 1) Να αποδείξετε ότι η Α.Π είναι η ακολουθία: 3, 7, 11, . . .
 - 2) Να βρείτε το άθροισμα των απείρων όρων γεωμετρικής πρόοδου η οποία έχει πρώτο όρο ίσο με 5 και λόγο $\lambda = \frac{1}{\delta}$, όπου δ είναι η διαφορά της πιο πάνω Α.Π.
3. Κάποιος τόκισε ένα κεφάλαιο για 6 χρόνια ως εξής: Το $\frac{1}{3}$ του κεφαλαίου προς 5% και το υπόλοιπο προς 4%. Το πιο πάνω κεφάλαιο μαζί με τους τόκους του έγινε €63000.
- 1) Να βρείτε το κεφάλαιο που επένδυσε.
 - 2) Αν πάνω στο συνολικό τόκο που κέρδισε, πλήρωσε φόρο 15%, να βρείτε το φόρο που πλήρωσε στο κράτος.

4. Σε οξυγώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση:

$$(\alpha + \beta)\eta\mu\Gamma - (\beta + \gamma)\eta\mu A = 2R(\eta\mu^2\Gamma - \eta\mu A\eta\mu B).$$

1) Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.

2) Αν επιπρόσθετα ισχύει $E = \frac{\beta^2}{4}$, να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.

5. Στο διπλανό σχήμα δίνονται: το ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 90^\circ$, $B\Gamma = 12\text{cm}$, Δ μέσο της $A\Gamma$ και το ισόπλευρο τρίγωνο $A\Delta Z$ με πλευρά 3cm . Το τόξο ΔE γράφεται με κέντρο Γ και ακτίνα $\Gamma\Delta$ ενώ το τόξο ΔZ γράφεται με κέντρο A και ακτίνα $A\Delta$.

1) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\widehat{B} = 30^\circ$.

2) Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο της σκιασμένης επιφάνειας.

