

Επιμέλεια - Μάριος Νάνη

Σχολική Χρονιά: 2021 – 2022

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

Ώρα Εξέτασης: 7: 45 – 9: 15

Τάξη: Α ΛΥΚΕΙΟΥ

Ημερομηνία Εξέτασης: 21/01/2022

**ΟΔΗΓΙΕΣ:**

1. Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
2. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού ή ταινίας τύπου TIPP-EX.
3. Να γράφετε μόνο με πένα χρώματος μπλε. Τα σχήματα επιτρέπεται να γίνονται με μολύβι.

**ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Α' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ**

ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ

**ΜΕΡΟΣ Α':** Να λύσετε και τις έξι (6) ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με πέντε (5) μονάδες.

**A1.** Να υπολογίσετε το μήκος της διακέντρου των κύκλων  $(K, 6\text{cm})$  και  $(\Lambda, 2\text{cm})$ , ώστε οι κύκλοι να εφάπτονται εξωτερικά.

**A2.** Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$  και  $\vec{\beta} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ . Να βρείτε:

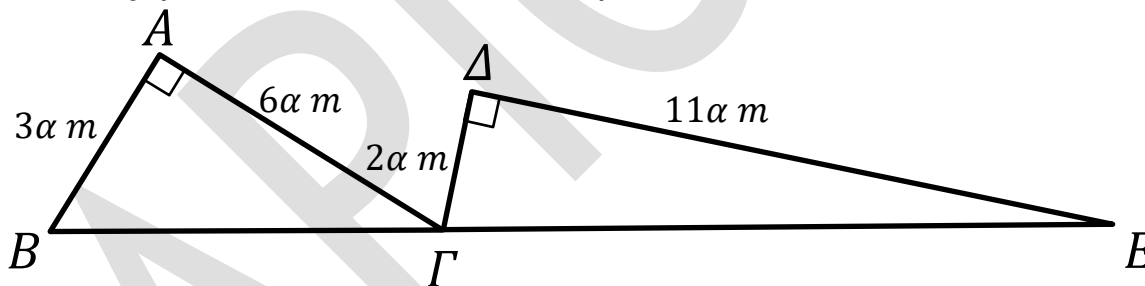
(α) Το μέτρο του διανύσματος  $\vec{\alpha}$

(β) Τις συντεταγμένες του διανύσματος  $\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$

**A3.** Αν  $\eta\mu x = \frac{4}{5}$ ,  $90^\circ < x < 180^\circ$ , να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της πιο κάτω παράστασης, χρησιμοποιώντας τριγωνομετρικές ταυτότητες:

$$A = \frac{15\sigma\upsilon\nu x}{\sigma\tau\epsilon\mu x + \epsilon\phi x}$$

**A4.** Ένας τοπογράφος έκανε τις παρακάτω μετρήσεις σε ένα αγροτεμάχιο  $AB\Gamma\Delta E$  όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Αν  $\alpha > 0$ , χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των ριζών:

(α) Να δείξετε ότι το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος  $BE$  είναι  $8\sqrt{5}\alpha\text{ m}$

(β) Αν  $\alpha = \sqrt[4]{\sqrt[3]{45^{11}}} : \sqrt[6]{45^5}$ , να βρείτε την αριθμητική τιμή του  $BE$

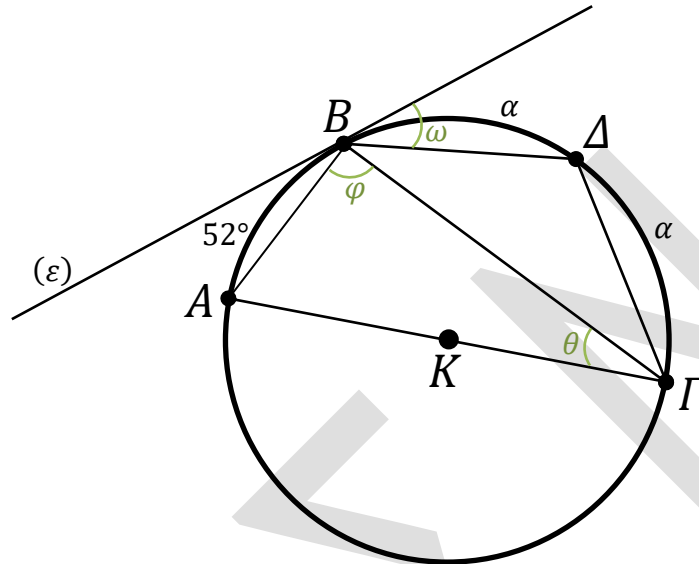
**A5.** Να αποδείξετε την ταυτότητα :  $\tau\epsilon\mu\theta - \epsilon\phi\theta + \frac{\sigma\upsilon\nu\theta}{1-\eta\mu\theta} = 2\tau\epsilon\mu\theta$

**A6.** Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται κύκλος  $(K, R)$ . Η  $AG$  είναι διάμετρος του κύκλου, η ευθεία  $(\varepsilon)$ , εφαπτομένη του κύκλου στο σημείο  $B$ ,  $AB = 52^\circ$  και  $B\Gamma = \Gamma\Delta = \alpha$ .

(α) Να υπολογίσετε την τιμή του  $\alpha$ .

(β) Αν  $\alpha = 64^\circ$ , να υπολογίσετε το μέτρο των γωνιών  $\theta, \varphi$  και  $\omega$ .

Να δικαιολογήσετε πλήρως τις απαντήσεις σας.



ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

**ΜΕΡΟΣ Β: Να λύσετε και τις τρεις (3) ασκήσεις.**

**Κάθε άσκηση βαθμολογείται με δέκα (10) μονάδες.**

**B1. (α)** Να λύσετε τις εξισώσεις:  $x^3 - 27 = 0$  και  $\sqrt{y+14} = 6 - y$ .

**(β)** Αν  $x = 3$  και  $y = 2$

**(i)** Να αποδείξετε ότι  $\frac{7}{\sqrt{y+x}} - \frac{7}{\sqrt{y-x}} = 6$

**(ii)** Να συγκρίνετε τους αριθμούς  $\sqrt[4]{y}$  και  $\sqrt[6]{x}$ .

**B2.** Δίνονται τα σημεία  $A(-4,6)$  και  $B(-14,10)$ .

**(α)** Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος  $\overrightarrow{AB}$ .

**(β)** Να βρείτε τη διανυσματική ακτίνα του μέσου  $M$  του διανύσματος  $\overrightarrow{AB}$ .

**(γ)** Να βρείτε μοναδιαίο διάνυσμα παράλληλο με το διάνυσμα  $\overrightarrow{AM}$ .

**(δ)** Δίνεται το σημείο  $K(3,9)$ . Να βρείτε την τετμημένη του σημείου  $T(x,11)$ , έτσι ώστε τα διανύσματα  $\overrightarrow{MB}$  και  $\overrightarrow{KT}$  να είναι παράλληλα.

**B3. (α)** Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{\sigma\phi(\pi + \omega) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right) \cdot \epsilon\phi(2\pi + \omega)}{\eta\mu(\pi - \omega) \cdot \sigma\tau\epsilon\mu(-\omega)} \text{ και } B = \tau\epsilon\mu\omega - \frac{\epsilon\phi^2\omega}{\tau\epsilon\mu\omega}$$

**(i)** Να αποδείξετε ότι  $A = \eta\mu\omega$  και  $B = \sigma\upsilon\nu\omega$

**(ii)** Να υπολογίσετε τη γωνιά  $\omega$ , αν:  $\sqrt{2} \cdot \eta\mu\omega = A^2 + B^2$ ,  $\omega \in (0, \pi)$

**(β)** Δίνεται η παράσταση:  $\Gamma = 9 - 2\sigma\upsilon\nu\theta$ ,  $\theta \in \mathbb{R}$ . Να δείξετε ότι  $7 \leq \Gamma \leq 11$ .

**ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ**