

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΙΔΡΥΜΑΤΑ (Τ.Ε.Ι.)

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Τ.Ε.Ι.

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Τρίτη, 22 Ιουνίου 2004
7.30 π.μ. -10.00 π.μ.**

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 5 ΣΕΛΙΔΕΣ

**Από τις 16 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 10.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

**Σημείωση: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Χορηγείται τυπολόγιο Μαθηματικών.**

1. α) Να δείξετε ότι:

$$\frac{\sin 2\alpha - \sin 4\alpha}{\sin 2\alpha + \sin 4\alpha} = \epsilon\phi 3\alpha \cdot \epsilon\phi \alpha$$

β) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης:

$$\epsilon\phi^2 2\chi - 3 = 0$$

2. α) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης :

$$\eta\mu(2\chi + 60^\circ) = \sin(90^\circ + \chi)$$

που βρίσκονται στο διάστημα $[0^\circ, 360^\circ)$

β) Αν $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ και ισχύει $5\eta\mu^2\alpha + 3\sin\alpha - 5 = 0$, να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = \eta\mu 2\alpha + \sin 2\alpha$.

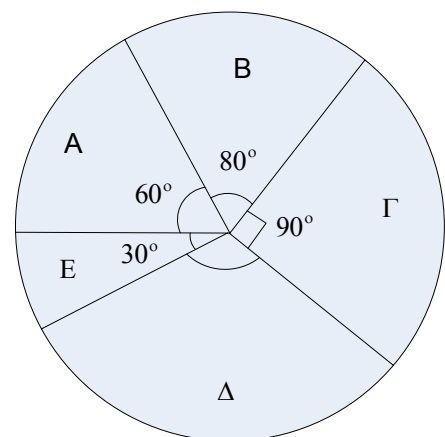
3. Να δείξετε ότι :

$$\sin^2(\alpha + \beta) + \sin^2(\alpha - \beta) - \sin 2\alpha \cdot \sin 2\beta = 1$$

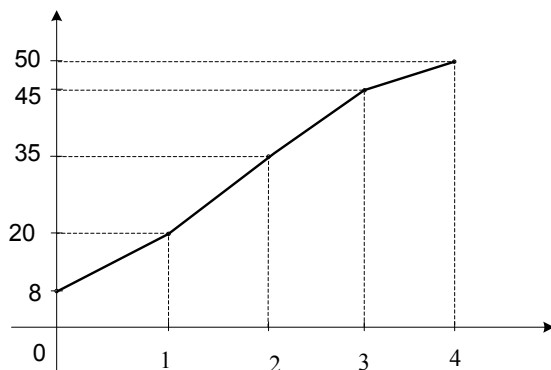
4. α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της λέξης $E \Xi E T A \Sigma E I \Sigma$.
- β) Να βρείτε πόσοι από τους αναγραμματισμούς του ερωτήματος (α) αρχίζουν με το γράμμα E και τελειώνουν με το γράμμα E .
- γ) Να βρείτε πόσοι από τους αναγραμματισμούς του ερωτήματος (α) έχουν τα δύο Σ συνεχόμενα.
5. Τρία κορίτσια και δύο αγόρια πρόκειται να καθήσουν σε ένα παγκάκι .
Να βρείτε :
- α) Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός.
- β) Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό αν τα αγόρια πρέπει να κάθονται σε συνεχόμενες θέσεις.
- γ) Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτό αν τα αγόρια πρέπει να κάθονται σε συνεχόμενες θέσεις και τα κορίτσια να κάθονται επίσης σε συνεχόμενες θέσεις.
6. Από μια ομάδα 5 ανδρών και 3 γυναικών θα επιλεγεί μια επιτροπή τεσσάρων ατόμων . Να βρείτε την πιθανότητα των πιο κάτω ενδεχομένων :
- A : Στην επιτροπή συμμετέχουν 3 γυναίκες.
- B : Στην επιτροπή συμμετέχουν 2 γυναίκες και 2 άνδρες.
- Γ : Στην επιτροπή συμμετέχει τουλάχιστον 1 γυναίκα .

7. Το διπλανό κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζει τους βαθμούς των μαθητών ενός Γυμνασίου στο μάθημα των Μαθηματικών για το πρώτο τρίμηνο. Ο αριθμός των μαθητών που πήραν βαθμό Δ είναι 200.

- α) Να βρείτε :
- i) Τον αριθμό όλων των μαθητών του Γυμνασίου.
- ii) Τον αριθμό των μαθητών που πήραν βαθμό A.
- β) Αφού κάνετε τον πίνακα συχνοτήτων , να κατασκευάσετε το αντίστοιχο ραβδόγραμμα.



8. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων για τον αριθμό των παιδιών των 50 οικογενειών ενός χωριού.



- α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα συχνοτήτων.
- β) Να κατασκευάσετε το πολύγωνο συχνοτήτων.
- γ) Να βρείτε πόσες οικογένειες έχουν 2 παιδιά.
- δ) Να βρείτε πόσες οικογένειες έχουν το πολύ 2 παιδιά.
- ε) Να βρείτε το επί τοις εκατόν ποσοστό (%) των οικογενειών που έχουν 3 παιδιά.
9. α) Σε ένα τμήμα ενός Λυκείου υπάρχουν 12 κορίτσια και 10 αγόρια. Η μέση τιμή των βαθμών του τμήματος σε ένα διαγώνισμα των Μαθηματικών είναι 15. Αν η μέση τιμή των βαθμών των κοριτσιών είναι 16, να βρείτε τη μέση τιμή των βαθμών των αγοριών.
- β) Δίνονται οι αριθμοί χ , ψ , 10, 11 με $\chi < \psi < 10$. Αν η διάμεσος των τεσσάρων αριθμών είναι 9 και η μέση τιμή τους είναι ψ , να βρείτε :
- i) Τους αριθμούς χ και ψ .
- ii) Την τυπική τους απόκλιση, δίνοντας την απάντησή σας με δύο δεκαδικά ψηφία.
10. Ο όγκος ενός κύβου είναι 64 m^3 . Ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 4 m και πλάτος 3 m. Αν το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι διπλάσιο του εμβαδού της ολικής επιφάνειας του κύβου, να βρείτε :
- α) Το ύψος του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.
- β) Τον όγκο του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου.

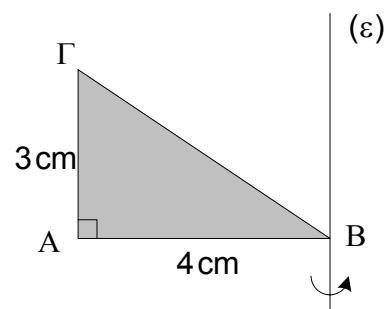
11. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει όγκο $V = 48 \text{ cm}^3$ και το ύψος της είναι ίσο με τα $\frac{2}{3}$ της πλευράς της βάσης της . Να βρείτε :

- α) Το μήκος της πλευράς της βάσης της πυραμίδας.
- β) Το μήκος του ύψους της πυραμίδας.
- γ) Το εμβαδόν της βάσης της πυραμίδας.
- δ) Το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.

12. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ($\hat{A} = 90^\circ$) , $(AB) = 4 \text{ cm}$, $(A\Gamma) = 3 \text{ cm}$ και η ευθεία (ε) είναι κάθετη στην πλευρά AB στο σημείο B .

Το τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ κάνει μια πλήρη περιστροφή γύρω από την ευθεία (ε) .

Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



13. Αν E είναι το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ενός κυλίνδρου , R η ακτίνα του , $υ$ το ύψος του και V ο όγκος του , να δείξετε ότι ισχύει :

$$\frac{R \cdot υ \cdot E}{2(R + υ)} = V$$

14. Να βρείτε τα πιο κάτω ολοκληρώματα :

α) $\int \left(\frac{1}{9} - \sqrt{\chi} + \frac{1}{\chi^3} \right) d\chi$, $\chi > 0$

β) $\int 2 \eta \mu 5\chi \cdot \sigma \upsilon \nu 3\chi d\chi$

γ) $\int \eta \mu^2 \chi \cdot \sigma \upsilon \nu^3 \chi d\chi$

15. Δίνεται η καμπύλη (κ) με εξίσωση $\psi = 4\chi - \chi^2$.
- α) Να βρείτε τα σημεία τομής της καμπύλης (κ) με τους άξονες των συντεταγμένων .
 - β) Να βρείτε το ακρότατο της καμπύλης και να το χαρακτηρίσετε (μέγιστο ή ελάχιστο) .
 - γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της καμπύλης (κ) .
 - δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη (κ) , τον άξονα των χ και τις ευθείες $\chi = 1$ και $\chi = 3$.
16. Δίνεται η καμπύλη (κ) με εξίσωση $\psi = \chi^2 - 3\chi + 2$ και το σημείο $A(3,2)$.
- α) Να δείξετε ότι το σημείο A βρίσκεται πάνω στην καμπύλη (κ) .
 - β) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτόμενης και την εξίσωση της κάθετης της καμπύλης (κ) στο σημείο A .
 - γ) Η εφαπτόμενη και η κάθετη της καμπύλης (κ) στο σημείο A τέμνουν τον άξονα των χ στα σημεία B και Γ αντίστοιχα . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $\overset{\Delta}{AB\Gamma}$.

.....ΤΕΛΟΣ.....