

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

**ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΓΙΑ ΤΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΑ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΑ ΙΔΡΥΜΑΤΑ (Τ.Ε.Ι.)**

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Τ.Ε.Ι.

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Τρίτη, 24 Ιουνίου 2003
7.30 π.μ. – 10.00 π.μ.**

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ 6 ΣΕΛΙΔΕΣ

**Από τις 16 ασκήσεις να λύσετε ΜΟΝΟ τις 10.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

**Σημείωση: α) Επιτρέπεται η χρήση μη προγραμματιζόμενης υπολογιστικής μηχανής.
β) Χορηγείται τυπολόγιο Μαθηματικών.**

1. α) Να δείξετε ότι:

$$\frac{\sin 3\alpha \sin \alpha - \eta \mu 5\alpha \eta \mu \alpha}{\sin^2 \alpha - \eta \mu^2 \alpha} = \sin 4\alpha$$

β) Να βρείτε τις λύσεις της εξίσωσης:

$$\frac{\sin 3\chi \sin \chi - \eta \mu 5\chi \eta \mu \chi}{\sin^2 \chi - \eta \mu^2 \chi} = \sin(2\chi - 72^\circ)$$

που βρίσκονται στο διάστημα $[0^\circ, 180^\circ]$.

2. α) Να δείξετε ότι: $\frac{1 - \sin 2\omega}{1 + \sin 2\omega} = \epsilon \phi^2 \omega$.

β) Αν $0^\circ < \omega < 90^\circ$ και η $\epsilon \phi \omega$ είναι λύση της εξίσωσης $\chi^2 - \chi - 6 = 0$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = 10 \eta \mu 2\omega - 15 \sin 2\omega - 4 \epsilon \phi 2\omega$$

3. α) Να δείξετε ότι: $\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\eta \mu^2 \theta} = \frac{1}{\sin^2 \theta \cdot \eta \mu^2 \theta}$

β) Να βρείτε τη γενική λύση της εξίσωσης:

$$\frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\eta \mu^2 \theta} = 8$$

4. α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της λέξης ΑΕΤΟΣ.

β) Πόσοι από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς έχουν τα σύμφωνα συνεχόμενα.

γ) Να βρείτε πόσες λέξεις μπορούμε να σχηματίσουμε (όχι κατ' ανάγκη με νόημα) αν πάρουμε τρία από τα γράμματα της λέξης ΑΕΤΟΣ.

5. α) Χρησιμοποιώντας τα ψηφία 0, 2, 2, 3, 3, 3 να βρείτε πόσους εξαψήφιους αριθμούς μπορούμε να σχηματίσουμε.

β) Δίνονται τα ψηφία 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Να βρείτε πόσους περιττούς τετραψήφιους αριθμούς μπορούμε να σχηματίσουμε χρησιμοποιώντας τα ψηφία αυτά, αν δεν επιτρέπεται επανάληψη ψηφίου. Πόσοι από αυτούς είναι μεγαλύτεροι του 5000;

6. Σε μια πόλη κυκλοφορούν οι εφημερίδες Α και Β. Το 25% των κατοίκων της πόλης διαβάζει την εφημερίδα Α, το 85% δεν διαβάζει την εφημερίδα Β και το 2% διαβάζει και τις δύο εφημερίδες.
Αν πάρουμε στην τύχη ένα κάτοικο Κ της πόλης να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

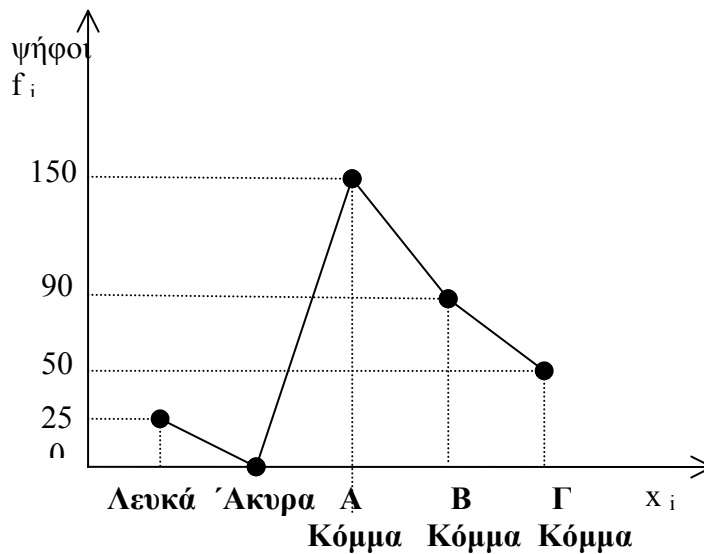
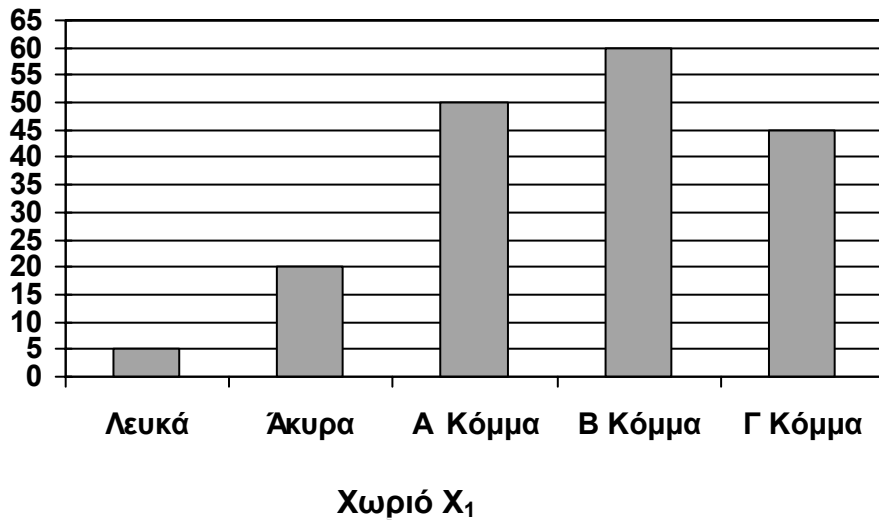
Γ: ο κάτοικος Κ διαβάζει τουλάχιστον μια από τις δύο εφημερίδες.

Δ: ο κάτοικος Κ δεν διαβάζει καμιά από τις δύο εφημερίδες.

Ε: ο κάτοικος Κ διαβάζει μόνο την εφημερίδα Α.

7. Σε κάποιες βουλευτικές εκλογές πήραν μέρος τα κόμματα Α, Β και Γ. Τα πιο κάτω διαγράμματα παρουσιάζουν τα αποτελέσματα των εκλογών στα χωριά X_1 και X_2 .

Ψήφοι



- α) Να βρείτε:
- Ποιο κόμμα πήρε τις περισσότερες ψήφους στο χωριό X_1 και πόσες ήταν αυτές
 - Ποιο χωριό υπερείχε σε προσέλευση και κατά πόσους ψηφοφόρους.
 - Το σύνολο των λευκών ψηφοδελτίων και στα δυο χωριά.
- β) Να κάμετε κυκλικό διάγραμμα το οποίο να παρουσιάζει τα αποτελέσματα των εκλογών στο χωριό X_1 .

.../4...

8. Σε μια αθλητική διοργάνωση οι μαθητές ενός σχολείου κλήθηκαν από τη Διεύθυνση να δηλώσουν, αν επιθυμούν, συμμετοχή σε πέντε το πολύ αγωνίσματα στίβου. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει τις δηλώσεις των μαθητών.

Αριθμός Αγωνισμάτων	Αριθμός Μαθητών
0	10
το πολύ 1	25
το πολύ 2	45
το πολύ 3	70
το πολύ 4	90
το πολύ 5	100

- (α) Να βρείτε πόσοι μαθητές δήλωσαν συμμετοχή και στα πέντε αγωνίσματα.
- (β) Να κάμετε τον πίνακα συχνοτήτων της κατανομής.
- (γ) Να βρείτε τον αριθμητικό μέσο, την επικρατούσα τιμή και την τυπική απόκλιση της κατανομής.
9. Οι ηλικίες 6 παιδιών είναι :
- α, β, 7, 5, 6, 12

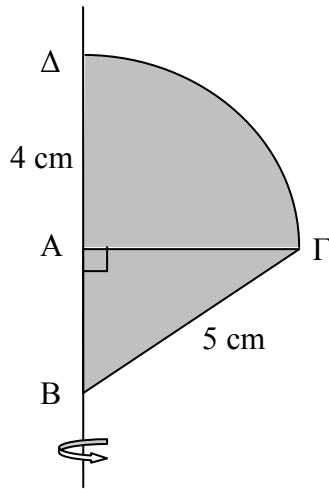
Αν η μέση τιμή των ηλικιών είναι $\bar{x} = 6$ και η τυπική απόκλισή τους είναι

$$\sigma = \sqrt{\frac{29}{3}} \quad \text{να βρείτε τις τιμές των } \alpha \text{ και } \beta.$$

10. Το ύψος κυλίνδρου είναι διπλάσιο της ακτίνας του. Αν το εμβαδόν της κυρτής του επιφάνειας είναι ίσο με $100 \pi \text{ m}^2$ να βρείτε:
- (α) την ακτίνα του κυλίνδρου
- (β) τον όγκο του κυλίνδρου
11. Κλειστό κυβικό δοχείο Α είναι γεμάτο με λάδι και ένα άλλο κλειστό δοχείο Β που είναι ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις 6 cm, 12 cm και 20 cm είναι άδειο. Τα εμβαδά των ολικών επιφανειών των δύο δοχείων είναι ίσα.
Ανοίγουμε τα δοχεία και από το δοχείο Α αδειάζουμε λάδι στο δοχείο Β μέχρι αυτό να γεμίσει. Να βρείτε το ύψος της στάθμης του λαδιού που απέμεινε στο δοχείο Α.

.../5...

12.



Στο σχήμα είναι $AG \perp B\Delta$. Με κέντρο το σημείο A και ακτίνα AΓ γράψαμε το τόξο ΓΔ.

Το γραμμοσκιασμένο σχήμα κάνει μια πλήρη περιστροφή γύρω από την ευθεία BΔ.

Αν $(B\Gamma) = 5 \text{ cm}$ και $(A\Delta) = 4 \text{ cm}$ να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.

13. Το παράπλευρο ύψος μιας κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας σχηματίζει με τη βάση της γωνία 60° και η παράπλευρη ακμή της είναι ίση με $3\sqrt{5} \text{ cm}$.

- (α) Να δείξετε ότι η πλευρά της βάσης της πυραμίδας είναι ίση με 6 cm .
- (β) Να βρείτε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας.
- (γ) Να βρείτε τον όγκο της πυραμίδας.

14. Δίνεται η καμπύλη (κ) με εξίσωση

$$y = x^2 + \beta x + \gamma$$

- (α) Αν το σημείο $A \left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{4} \right)$ είναι ακρότατο της καμπύλης να δείξετε ότι $\beta = -5$ και $\gamma = 4$.
- (β) Αφού βρείτε και τα σημεία τομής της καμπύλης με τους άξονες των συντεταγμένων, να κάμετε τη γραφική της παράσταση.
- (γ) Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την καμπύλη και τον άξονα των x .

15.(α) Να βρείτε το $\int (3 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \eta\mu^2 x) dx$

(β) Δίνεται η καμπύλη (c) με εξίσωση:

$$y = x^3 - 3x + 2$$

- (i) Να βρείτε και να χαρακτηρίσετε τα ακρότατά της (μέγιστα, ελάχιστα)
- (ii) Να βρείτε το σημείο A στο οποίο η καμπύλη (c) τέμνει τον άξονα των y .
- (iii) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης (c) στο σημείο A.

16.(α) Να βρείτε το $\int \sigma\upsilon\nu^3 5x dx$

(β) Αν $y = x \cdot \sigma\upsilon\nu 2x$ να δείξετε ότι :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y + 4\eta\mu 2x = 0$$

.....ΤΕΛΟΣ.....

ΟΔΗΓΙΕΣ ΒΑΘΜΟΛΟΓΗΣΗΣ ΓΡΑΠΤΩΝ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2003

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Τ.Ε.Ι.

1. α)	$\frac{\sin 3\alpha \sin \alpha - \eta \mu 5\alpha \eta \mu \alpha}{\sin^2 \alpha - \eta \mu^2 \alpha} =$ $\frac{\frac{1}{2} [\sin 2\alpha + \sin 4\alpha - \sin 4\alpha + \sin 6\alpha]}{\sin 2\alpha} =$ $\frac{\frac{1}{2} (\sin 2\alpha + \sin 6\alpha)}{\sin 2\alpha} =$ $\frac{\frac{1}{2} \cdot 2 \sin 2\alpha \sin 4\alpha}{\sin 2\alpha} = \sin 4\alpha$	
β)	$\sin 4\chi = \sin(2\chi - 72)$ ι) $4\chi = 360\kappa + 2\chi - 72 \Rightarrow 2\chi = 360\kappa - 72$ $\Rightarrow \chi = 180\kappa - 36 \quad \kappa = 1 \Rightarrow \chi = 144^\circ$ ιι) $4\chi = 360\kappa - 2\chi + 72 \Rightarrow 6\chi = 360\kappa + 72 \Rightarrow \chi = 60\kappa + 12$ $\kappa = 0 \Rightarrow \chi = 12^\circ$ $\kappa = 1 \Rightarrow \chi = 72^\circ$ $\kappa = 2 \Rightarrow \chi = 132^\circ$	

2. α)	$\frac{1-\sigma\upsilon\nu 2\omega}{1+\sigma\upsilon\nu 2\omega} = \frac{1-1+2\eta\mu^2\omega}{1+2\sigma\upsilon\nu^2\omega-1} = \frac{\eta\mu^2\omega}{\sigma\upsilon\nu^2\omega} = \varepsilon\varphi^2\omega \quad (1)$	
β)	$x^2-x-6=0 \Rightarrow x=3, x=-2$ Επειδή $0^0 \angle \omega \angle 90^0 \Rightarrow \varepsilon\varphi\omega=3 \Rightarrow \varepsilon\varphi^2\omega=9 \Rightarrow \frac{1-\sigma\upsilon\nu 2\omega}{1+\sigma\upsilon\nu 2\omega}=9$ $\Rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\omega = -\frac{4}{5}$ $\left. \begin{aligned} \eta\mu^2 2\omega &= 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \\ 0^0 \angle 2\omega \angle 180^0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \eta\mu 2\omega = \frac{3}{5}$ $\varepsilon\varphi 2\omega = \frac{\eta\mu 2\omega}{\sigma\upsilon\nu 2\omega} = -\frac{3}{4}$ $A = 10\left(+\frac{3}{5}\right) - 15\left(-\frac{4}{5}\right) - 4\left(-\frac{3}{4}\right) = 21.$	

3. α)	$\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\theta} + \frac{1}{\eta\mu^2\theta} = \frac{\eta\mu^2\theta + \sigma\upsilon\nu^2\theta}{\sigma\upsilon\nu^2\theta \cdot \eta\mu^2\theta} = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\theta \cdot \eta\mu^2\theta}$	
β)	$\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\theta} + \frac{1}{\eta\mu^2\theta} = 8 \Rightarrow \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\theta \cdot \eta\mu^2\theta} = 8 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2\theta \cdot \eta\mu^2\theta = \frac{1}{8}$ $\Rightarrow 4 \sigma\upsilon\nu^2\theta \cdot \eta\mu^2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu 2\theta = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ i) $\eta\mu 2\theta = \eta\mu 45^0 \Rightarrow 2\theta = 360\kappa + 45^0 \text{ ή } 2\theta = 360\kappa + 135^0 \quad \kappa \in \mathbb{Z}$ $\theta = 180\kappa + 22,5^0 \text{ ή } \theta = 180\kappa + 67,5^0 \quad \kappa \in \mathbb{Z}$ ii) $\eta\mu 2\theta = \eta\mu(-45^0) \Rightarrow 2\theta = 360\kappa - 45^0 \text{ ή } 2\theta = 360\kappa + 225^0 \quad \kappa \in \mathbb{Z}$ $\theta = 180\kappa - 22,5^0 \text{ ή } \theta = 180\kappa + 112,5^0 \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	
4. (α)	$5! = 120$	
(β)	$4!2! = 48$	
(γ)	$\Delta_3^5 = \frac{5!}{2!} = 60$	

5. (α)	$\frac{6!}{3!2!} - \frac{5!}{3!2!} = \frac{720 - 120}{12} = 50$					
(β)	<table border="1"><tr><td>6</td><td>5</td><td>4</td><td>4</td></tr></table> = 480	6	5	4	4	
6	5	4	4			
	<table border="1"><tr><td>3</td><td>5</td><td>4</td><td>3</td></tr></table> = 180	3	5	4	3	
3	5	4	3			
	<table border="1"><tr><td>2</td><td>5</td><td>4</td><td>4</td></tr></table> = $\frac{160}{340}$ + 340 μεγαλύτεροι του 5000	2	5	4	4	
2	5	4	4			

6.	$P(A) = \frac{25}{100}, \quad P(B') = \frac{85}{100}, \quad P(A \cap B) = \frac{2}{100}$ $P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{85}{100} = \frac{15}{100}$ α) $P(\Gamma) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$ $\frac{25}{100} + \frac{15}{100} - \frac{2}{100} = \frac{19}{50}$ β) $P(\Delta) = P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{19}{50} = \frac{31}{50}$ γ) $P(E) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) = \frac{25}{100} - \frac{2}{100} = \frac{23}{100}$	
----	---	--

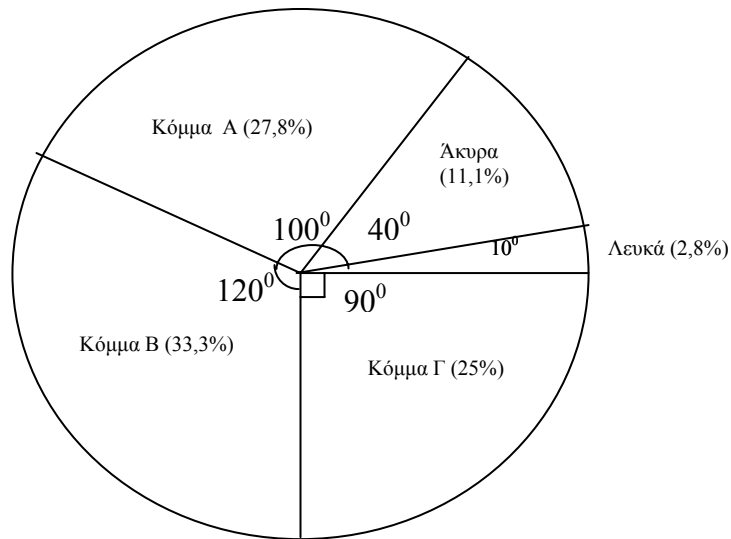
7.

α) i) Το κόμμα Β (60 ψήφους)

ii) Στο X_1 ψήφισαν 180Στο X_2 ψήφισαν 315Υπερείχε το χωριό X_2 κατά 135 ψήφους

iii) 30 λευκά

β)

 $\mu^0 = 2f_i$. Άρα $\mu_A = 100^0$, $\mu_B = 120^0$, $\mu_\Gamma = 90^0$, $\mu_{\text{ακ.}} = 40^0$ και $\mu_{\text{λευκά}} = 10^0$ ποσοστά : $\chi = 5\mu^0/18$. Άρα : $\chi_A = 27,8\%$, $\chi_B = 33,3\%$, $\chi_\Gamma = 25\%$, $\chi_{\text{ακ.}} = 11,1\%$ και $\chi_{\text{λευκά}} = 2,8\%$

8.

α) $100-90=10$ δήλωσαν συμμετοχή και στα πέντε αγωνίσματα.

Αριθμός αγωνισμάτων x_i	Αριθμός f_i
0	10
1	15
2	20
3	25
4	20
5	10

β) Επικρατούσα τιμή $x_{\epsilon}=3$

$$\gamma) \bar{x} = \frac{10 \cdot 0 + 15 \cdot 1 + 20 \cdot 2 + 25 \cdot 3 + 20 \cdot 4 + 10 \cdot 5}{100} =$$

$$= \frac{15 + 40 + 75 + 80 + 50}{100} = \frac{260}{100} = 2,6$$

$$\delta) \sigma = \sqrt{\frac{10(0-2,6)^2 + 15(1-2,6)^2 + 20(2-2,6)^2 + 25(3-2,6)^2 + 20(4-2,6)^2 + 10(5-2,6)^2}{100}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{214}{100}}$$

$$\sigma = \sqrt{2,14} = 1,46$$

9.

 $\alpha, \beta, 7, 5, 6, 12$

$$\bar{x} = 6 \Rightarrow \frac{\alpha + \beta + 7 + 5 + 6 + 12}{6} = 6$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta + 30 = 36 \Rightarrow \alpha + \beta = 6 \Rightarrow \alpha = 6 - \beta \quad (1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{29}{3}} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{29}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{(\alpha - 6)^2 + (\beta - 6)^2 + (7 - 6)^2 + (5 - 6)^2 + (6 - 6)^2 + (12 - 6)^2}{6} = \frac{29}{3}$$

$$(1) \Rightarrow (6 - \beta - 6)^2 + \beta^2 - 12\beta + 36 + 1 + 1 + 0 + 36 = 58$$

$$2\beta^2 - 12\beta + 16 = 0 \Rightarrow \beta^2 - 6\beta + 8 = 0 \Rightarrow (\beta - 2)(\beta - 4) = 0 \Rightarrow$$

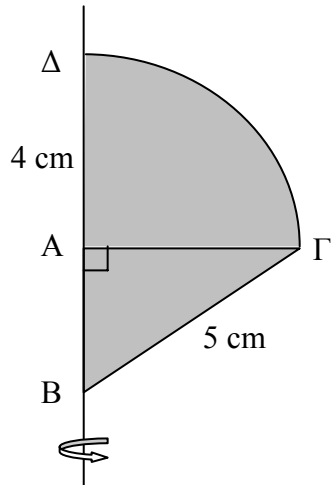
$$\beta_1 = 2 \Rightarrow \alpha_1 = 4$$

$$\beta_2 = 4 \Rightarrow \alpha_2 = 2$$

10.	$u=2R$ $\alpha) E_k=100\pi$ $2\pi Ru=100\pi$ $2R \cdot 2R=100$ $R^2=25$ $R=5\text{m και } u=10\text{m}$ $\beta) V=\pi R^2 \cdot u$ $V=\pi 5^2 \cdot 10 \text{ m}^3$ $V=250\pi \text{ m}^3$	
-----	--	--

11.	$E_A=E_B \Rightarrow 6\alpha^2=2(12 \cdot 6+12 \cdot 20+6 \cdot 20) \Rightarrow \alpha^2=144 \Rightarrow \alpha=12\text{cm}$ $V_B=12 \cdot 20 \cdot 6 \text{ cm}^3$ $V_B=1440 \text{ cm}^3$ $\text{'Αρα } V_A=12^3 \text{ cm}^3 =1728 \text{ cm}^3$ $V_A-V_B=288 \text{ cm}^3 \Rightarrow \alpha^2 \cdot x=288 \Rightarrow 144x=288 \Rightarrow x=2 \text{ cm}$	
-----	---	--

12.



$$A\Gamma = A\Delta = 4 \text{ cm}$$

$$(AB)^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow AB = 3 \text{ cm}$$

$$E_{\text{ολ}} = E_{\text{ημισφ.}} + E_{\text{κ.κώνου}}$$

$$= (2\pi \cdot 4^2 + \pi \cdot 4 \cdot 5) \text{ cm}^2$$

$$= (32\pi + 20\pi) \text{ cm}^2$$

$$= 52\pi \text{ cm}^2$$

$$V = V_{\text{κώνου}} + V_{\text{ημισφ.}}$$

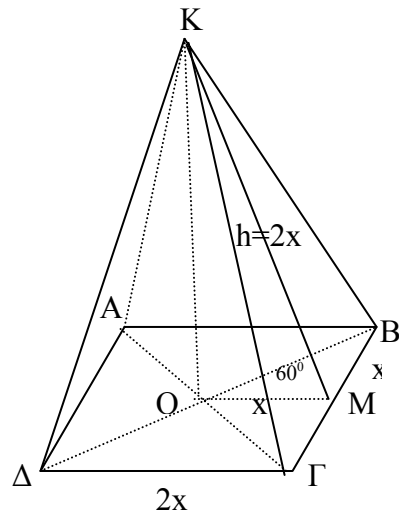
$$V = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot 4^3 + \frac{1}{3} \pi \cdot 4^2 \cdot 3 \right) \text{ cm}^3$$

$$= \left(\frac{128\pi}{3} + \frac{48\pi}{3} \right) \text{ cm}^3$$

$$= \frac{176\pi}{3} \text{ cm}^3$$

--	--	--

13



Γωνία OKM=30° $\Rightarrow$ KM=h=2x

Από το ορθογώνιο τρίγωνο KMB $\Rightarrow (2x)^2 + x^2 = (3\sqrt{5})^2$

$$\Rightarrow 5x^2 = 45$$

$$\Rightarrow x = 3\text{cm}$$

$$\Gamma\Delta = 2x = 6\text{ cm}$$

$$E_{\text{ολ}} = 6^2 + \frac{24 \cdot 6}{2} = 108\text{cm}^2$$

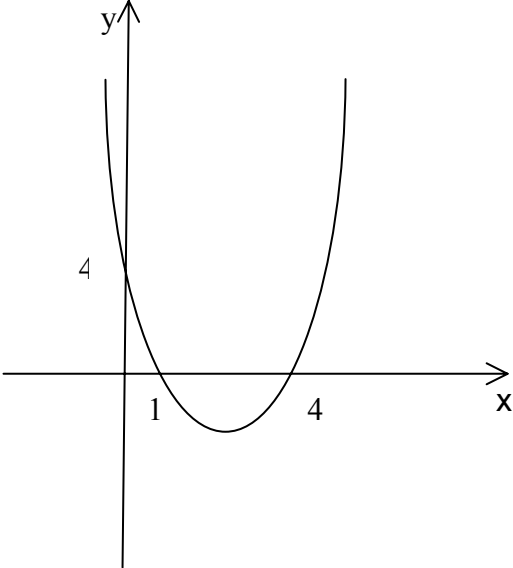
$$OK = u = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 3\sqrt{3} = 36\sqrt{3}\text{ cm}^3$$

14. (α)

$$y = x^2 + \beta x + \gamma$$

$A\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{4}\right)$ ακρότατο

(β)	$\frac{dy}{dx} \Big _{x=\frac{5}{2}} = 0 \Rightarrow 2x + \beta \Big _{x=\frac{5}{2}} = 0 \Rightarrow 2 \cdot \frac{5}{2} + \beta = 0 \Rightarrow \beta = -5$ $-\frac{9}{4} = \frac{25}{4} - \frac{25}{2} + \gamma \Rightarrow \gamma = 4$ $y = x^2 - 5x + 4 = (x-1)(x-4)$ για $x=0 \Rightarrow y=4 \Rightarrow (0,4)$ για $y=0 \Rightarrow x=1$ ή $x=4 \Rightarrow (1,0), (4,0)$	
	 $E = - \int_1^4 (x^2 - 5x + 4) dx = - \left[\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 4x \right]_1^4$ $= - \left[\frac{64}{3} - \frac{80}{2} + 16 - \left(\frac{1}{3} - \frac{5}{2} + 4 \right) \right] = \frac{9}{2} \text{ τ.μ.}$	

15. (α)	$\int \left(3 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \eta\mu^2 dx\right) = 3x + 2\sqrt{x} - \int \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2x}{2} dx =$ $3x + 2\sqrt{x} - \frac{1}{2} \left(x - \frac{1}{2} \eta\mu 2x\right) + c = 3x + 2\sqrt{x} - \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \eta\mu 2x + c =$ $\frac{5x}{2} + 2\sqrt{x} + \frac{1}{4} \eta\mu 2x + c$																
(β)	$y = x^3 - 3x + 2$ $y' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$ <table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>○</td><td>○</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>↗</td><td></td><td></td><td>↗</td></tr></table> max (-1, 4) min (1, 0) ii) Για $x=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow A(0,2)$ iii) $\lambda_{\epsilon\phi} = 3 \cdot 0^2 - 3 = -3$ $y - 2 = -3(x - 0) \Rightarrow 3x + y - 2 = 0$	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	+	○	○	+	y	↗			↗	
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
y'	+	○	○	+													
y	↗			↗													
16. (α)	$\int \sigma\upsilon\nu^3 5x dx = \frac{1}{5} \int \sigma\upsilon\nu^2 5x d(\eta\mu 5x) = \frac{1}{5} \int (1 - \eta\mu^2 5x) d(\eta\mu 5x) =$ $\frac{1}{5} \int d(\eta\mu 5x) - \frac{1}{5} \int \eta\mu^2 5x d(\eta\mu 5x) = \frac{1}{5} \eta\mu 5x - \frac{1}{5} \cdot \frac{\eta\mu^3 5x}{3} + c =$ $\frac{1}{5} \eta\mu 5x - \frac{\eta\mu^3 5x}{15} + c$																
(β)	$y = x\sigma\upsilon\nu 2x$ $\frac{dy}{dx} = \sigma\upsilon\nu 2x - 2x\eta\mu 2x$ $\frac{d^2y}{dx^2} = -2\eta\mu 2x - 2\eta\mu 2x - 4x\sigma\upsilon\nu 2x = -4\eta\mu 2x - 4x\sigma\upsilon\nu 2x$ Άρα $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y + 4\eta\mu 2x = -4\eta\mu 2x - 4x\sigma\upsilon\nu 2x + 4x\sigma\upsilon\nu 2x + 4\eta\mu 2x = 0$																