

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

**Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Δευτέρα, 21 Μαΐου 2012
11:00 – 14:00**

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Οι βαθμοί ενός μαθητή στο πρώτο τετράμηνο είναι:

18	17	20	16	16	19	15	20	19	20
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Να υπολογίσετε το μέσο όρο της βαθμολογίας του μαθητή για το πρώτο τετράμηνο.

ΛΥΣΗ:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{18 + 17 + 20 + 16 + 16 + 19 + 15 + 20 + 19 + 20}{10} = \frac{180}{10} = 18$$

2. Δίνεται κύβος με ακμή 10 cm. Να βρείτε:

α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του, και

β) τον όγκο του.

ΛΥΣΗ:

$$\alpha) E_{\text{ολ}} = 6a^2 = 6 \cdot 10^2 = 6 \cdot 100 = 600 \text{ cm}^2$$

$$\beta) V = a^3 = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

3. Ορθό πρίσμα έχει ύψος 4m και η βάση του είναι τετράγωνο με πλευρά μήκους 5m. Να υπολογίσετε τον όγκο του.

ΛΥΣΗ:

$$E_{\beta} = a^2 = 5^2 = 25 \text{ m}^2$$

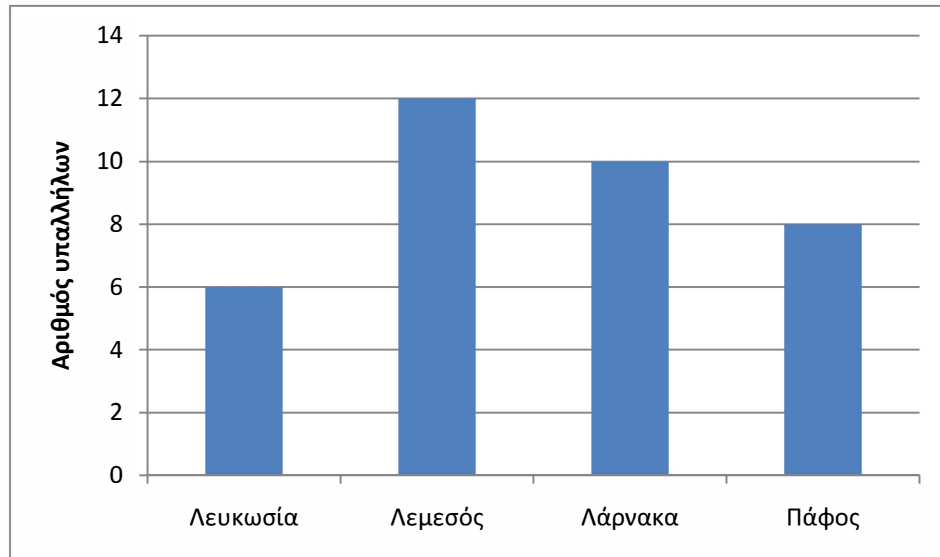
$$V = E_{\beta} \cdot u = 25 \cdot 4 = 100 \text{ m}^3$$

ή

$$\alpha = \beta = 5 \text{ m} \quad \text{και} \quad \gamma = 4 \text{ m}$$

$$V = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma = 5 \cdot 5 \cdot 4 = 100 \text{ m}^3$$

4. Στο πιο κάτω διάγραμμα, φαίνεται ο αριθμός των υπαλλήλων μιας τουριστικής εταιρείας, που δραστηριοποιείται σε όλες τις ελεύθερες πόλεις της Κύπρου.



- α) Να βρείτε σε ποια πόλη εργάζονται οι πιο πολλοί υπάλληλοι της εταιρείας.
β) Να υπολογίσετε πόσοι είναι όλοι οι υπάλληλοι της εταιρείας.

ΛΥΣΗ:

α) Οι πιο πολλοί υπάλληλοι εργάζονται στην Λεμεσό.

β) $6 + 12 + 8 + 10 = 36$

Όλοι οι υπάλληλοι της εταιρείας είναι 36.

5. Κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης 4 cm και ύψος 8 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο και το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς του.

ΛΥΣΗ:

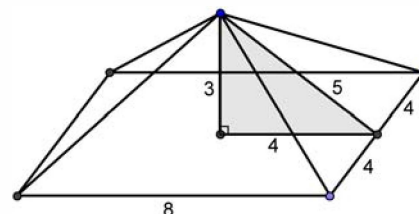
$$V = \pi R^2 u = \pi \cdot 4^2 \cdot 8 = \pi \cdot 16 \cdot 8 = 128\pi \text{ cm}^3$$

$$E_{\text{ολ}} = 2\pi R u + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 4 \cdot 8 + 2\pi \cdot 4^2 = 64\pi + 32\pi = 96\pi \text{ cm}^2$$

6. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει παράπλευρο ύψος 5 cm και εμβαδόν βάσης 64 cm². Να βρείτε:
- το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας, και
 - τον όγκο της πυραμίδας.

ΛΥΣΗ:

$$E_{\beta} = 64 \text{ cm}^2 \Leftrightarrow \alpha^2 = 64 \text{ cm}^2 \Leftrightarrow \alpha = 8 \text{ cm}$$



$$\text{Π.Θ. } 5^2 = 4^2 + u^2 \Leftrightarrow u^2 = 25 - 16 = 9 \Leftrightarrow u = 3 \text{ cm}$$

$$\Pi_{\beta} = 4 \cdot 8 = 32 \text{ cm}$$

$$E_{\pi} = \frac{\Pi_{\beta} \cdot h}{2} = \frac{32 \cdot 5}{2} = 80 \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{E_{\beta} \cdot u}{3} = \frac{64 \cdot 3}{3} = 64 \text{ cm}^3.$$

7. Τα εισιτήρια ενός ποδοσφαιρικού αγώνα του Πρωταθλήματος Πρωταθλητριών Ευρώπης, πωλούνται προς € 80 το ένα, για την Ανατολική κερκίδα. Τα εισιτήρια για τη Δυτική κερκίδα είναι 25% πιο ακριβά από τα εισιτήρια για την Ανατολική κερκίδα. Να βρείτε πόσο πωλείται το κάθε εισιτήριο για τη Δυτική κερκίδα.

ΛΥΣΗ:

$$x = \frac{125}{100} \cdot 80 = 100, \quad \text{Απ: Πωλούνται προς € 100 το ένα.}$$

ή

$$\frac{25}{100} \cdot 80 = 20 \quad 80 + 20 = 100$$

8. Ένα μηχάνημα αξίας € 42000 πωλείται με έκπτωση 30% πάνω στην αξία του. Να βρείτε την τελική τιμή πώλησης του μηχανήματος αν ο αγοραστής θα πληρώσει επιπλέον Φ.Π.Α. 17%.

ΛΥΣΗ:

$$\text{ΤΙΜΗ ΜΕ ΕΚΠΤΩΣΗ} = 42000 \cdot \frac{70}{100} = € 29400.$$

$$\text{ΤΙΜΗ ΜΕ ΦΠΑ} = 29400 \cdot \frac{117}{100} = € 34398.$$

Απ.: Ο αγοραστής θα πληρώσει τελικά € 34398.

9. Το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας ενός κολουρου κώνου είναι $143\pi \text{ cm}^2$ και οι ακτίνες των βάσεων του 3 cm και 8 cm. Να υπολογίσετε τον όγκο του κολουρου κώνου.

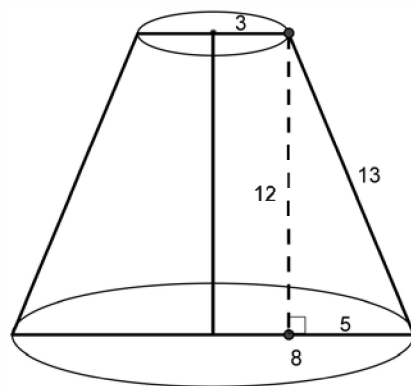
ΛΥΣΗ:

$$E_k = 143\pi \text{ cm}^2 \Leftrightarrow \pi(R + \rho)\lambda = 143\pi$$

$$\Leftrightarrow 11\lambda = 143 \Leftrightarrow \lambda = 13 \text{ cm}$$

$$\text{Π.Θ. } 13^2 = 5^2 + u^2 \Leftrightarrow u^2 = 169 - 25$$

$$\Leftrightarrow u^2 = 144 \Rightarrow u = 12 \text{ cm}$$



$$V = \frac{\pi \cdot u}{3}(R^2 + R\rho + \rho^2) = \frac{\pi \cdot 12}{3}(64 + 24 + 9) = 388\pi \text{ cm}^3$$

10. Η μέση τιμή του βάρους των 20 μαθητών μιας τάξης είναι 68 Kg. Αν η μέση τιμή του βάρους των 12 αγοριών της τάξης είναι 74 Kg, να υπολογίσετε τη μέση τιμή του βάρους των κοριτσιών της τάξης.

ΛΥΣΗ:

$$\bar{X}_{20} = 68 \Rightarrow \Sigma_{20} = 20 \cdot 68 = 1360$$

$$\bar{X}_{12} = 74 \Rightarrow \Sigma_{12} = 12 \cdot 74 = 888,$$

$$20 - 12 = 8$$

$$\Sigma_8 = 1360 - 888 = 472$$

$$\bar{X}_8 = \frac{\Sigma_8}{8} = \frac{472}{8} = 59 \text{ kg}$$

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Στον διπλανό πίνακα, παρουσιάζονται οι μέγιστες θερμοκρασίες που παρατηρήθηκαν στο Τρόοδος το μήνα Νοέμβριο. Να υπολογίσετε:

- α) την επικρατούσα τιμή (x_ε),
β) τη μέση τιμή ($\bar{x}$), και
γ) την τυπική απόκλιση (σ) των θερμοκρασιών αυτών.

Θερμοκρασία x_i	Ημέρες f_i
0	1
1	4
3	6
6	5
8	10
12	4

ΛΥΣΗ:

x_i	f_i	$f_i \cdot x_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$
0	1	0	36	36
1	4	4	25	100
3	6	18	9	54
6	5	30	0	0
8	10	80	4	40
12	4	48	36	144
$\sum f_i = 30$		$\sum f_i \cdot x_i = 180$		$\sum f_i (x_i - \bar{x})^2 = 374$

$$x_\varepsilon = 8$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{\sum f_i} = \frac{180}{30} = 6$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2}{\sum f_i}} = \sqrt{\frac{374}{30}} = \sqrt{12,467} = 3,53$$

2. Ένας επιχειρηματίας αγόρασε πλυντήρια αξίας € 60000. Πλήρωσε για τελωνιακούς δασμούς 20% της αξίας των πλυντηρίων και για μεταφορικά € 800.

α) Να υπολογίσετε πόσα κόστισαν στον επιχειρηματία τα πλυντήρια.

β) Αν πώλησε τα πλυντήρια για € 87360, να βρείτε το ποσοστό του κέρδους του επιχειρηματία.

ΛΥΣΗ:

α)

<i>Αξία</i>	<i>Δασμός</i>	<i>Αξία + Δασμός</i>
100	20	120
60000		X

$$X = \frac{60000 \cdot 120}{100} = 72000 \text{ €}$$

$$\text{Κόστος} = (\text{Αξία} + \text{Δασμός}) + \text{Μεταφορικά} = 72000 + 800 = \text{€ } 72800$$

β)

<i>Αξία</i>	<i>Τιμή Πώλησης</i>	<i>Κέρδος</i>
72800	87360	14560
100		X

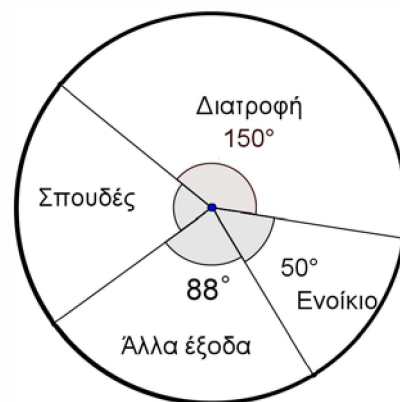
$$X = \frac{14560 \cdot 100}{72800} = 20$$

$$\text{ποσοστό κέρδους} = 20\%$$

3. Τα μηνιαία έσοδα μιας οικογένειας είναι €6000, από τα οποία 10% αποταμιεύονται. Στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα, φαίνεται πως ξοδεύονται τα υπόλοιπα χρήματα της οικογένειας.

Να υπολογίσετε:

- τα χρήματα που ξοδεύει η οικογένεια σε κάθε κατηγορία εξόδων, και
- το ποσοστό των χρημάτων που ξοδεύονται για σπουδές, σε σχέση με το σύνολο των εξόδων.



ΛΥΣΗ:

$$6000 \cdot \frac{90}{100} = €5400$$

$$\text{Διατροφή: } 5400 \cdot \frac{150^\circ}{360^\circ} = €2250$$

$$\text{Ενοίκιο: } 5400 \cdot \frac{50^\circ}{360^\circ} = €750$$

$$\text{Άλλα έξοδα: } 5400 \cdot \frac{88^\circ}{360^\circ} = €1320$$

$$\text{Σπουδές: } 5400 - (2250 + 750 + 1320) = €1080$$

$$\frac{1080}{5400} \cdot 100\% = 20\%$$

ή

$$\text{Επίκεντρη γωνία κυκλικού τομέα σπουδών: } 360^\circ - (150^\circ + 50^\circ + 88^\circ) = 72^\circ$$

$$\text{Σπουδές: } 5400 \cdot \frac{72^\circ}{360^\circ} = €1080$$

$$\frac{72}{360} \cdot 100\% = 20\%$$

4. Μια πισίνα με σχήμα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει μήκος 10 m, πλάτος 6 m και βάθος 2 m. Η εσωτερική επιφάνεια της πισίνας θα επιστρωθεί με πλακάκια, η αγορά και η τοποθέτηση των οποίων στοιχίζει συνολικά € 30 το τετραγωνικό μέτρο.

α) Να βρείτε το κόστος της επίστρωσης της πισίνας με πλακάκια.

β) Αν ο ιδιοκτήτης θα πληρώσει επιπλέον Φ.Π.Α. 17%, να βρείτε το τελικό ποσό που θα πληρώσει για την επίστρωση.

γ) Η πισίνα θα γεμίσει με νερό μέχρι το ύψος του 1 m και 90 cm. Να βρείτε πόσα κυβικά μέτρα νερού θα χρειαστούν.

ΛΥΣΗ:

$$(α) E = αβ + 2αγ + 2βγ = 6 \cdot 10 + 2 \cdot 2 \cdot 10 + 2 \cdot 2 \cdot 6 = 60 + 40 + 24 = 124 \text{ m}^2$$

$$\text{Κόστος} = 124 \cdot 30 = € 3720$$

$$(β) \text{ Τελική Τιμή} = \frac{117 \cdot 3720}{100} = € 4352,40$$

$$(γ) V = α \cdot β \cdot γ = 10 \cdot 6 \cdot 1,9 = 114 \text{ m}^3$$

5. Στο διπλανό σχήμα, το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο με $AB = 4\text{ cm}$ και το ΔΓΕ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $ΓΕ = 3\text{ cm}$. Το σχήμα ΑΒΕΔ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $χ'χ$. Να υπολογίσετε:

- α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας, και
β) τον όγκο του στερεού που παράγεται.

ΛΥΣΗ:

$$R = 4\text{ cm}, u = 7\text{ cm}, u_{\kappa\omega\nu} = 3\text{ cm}$$

(α) Π.Θ. $\lambda^2 = 4^2 + 3^2 \Rightarrow \lambda^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow \lambda = 5\text{ cm}$

$$E_{AB} = \pi R^2 = \pi \cdot 4^2 = 16\pi\text{ cm}^2$$

$$E_{B\Gamma} = 2\pi R u = 2\pi \cdot 4 \cdot 7 = 56\pi\text{ cm}^2$$

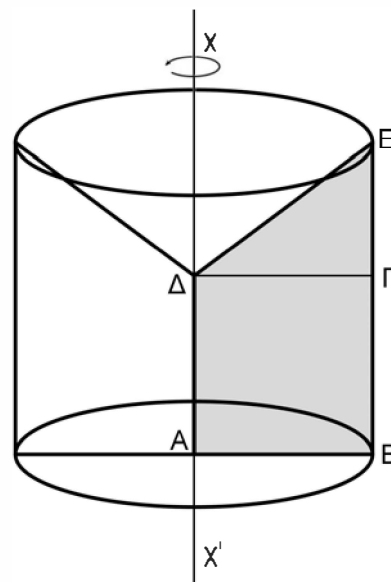
$$E_{\Gamma\Delta} = \pi R \lambda = \pi \cdot 4 \cdot 5 = 20\pi\text{ cm}^2$$

$$E = E_{AB} + E_{B\Gamma} + E_{\Gamma\Delta} = 16\pi + 56\pi + 20\pi = 92\pi\text{ cm}^2$$

(β) $V_{\kappa\upsilon\lambda\iota\nu\delta\rho\upsilon} = \pi R^2 u = \pi \cdot 4^2 \cdot 7 = 112\pi\text{ cm}^3$

$$V_{\kappa\omega\nu} = \frac{\pi R^2 u_{\kappa\omega\nu}}{3} = \frac{\pi \cdot 4^2 \cdot 3}{3} = 16\pi\text{ cm}^3$$

$$V = V_{\kappa\upsilon\lambda\iota\nu\delta\rho\upsilon} - V_{\kappa\omega\nu} = 112\pi - 16\pi = 96\pi\text{ cm}^3$$



.....ΤΕΛΟΣ