

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

**Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Δευτέρα, 23 Μαΐου 2011
11:00 – 14:00**

**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο που αποτελείται από
δύο (2) σελίδες.**

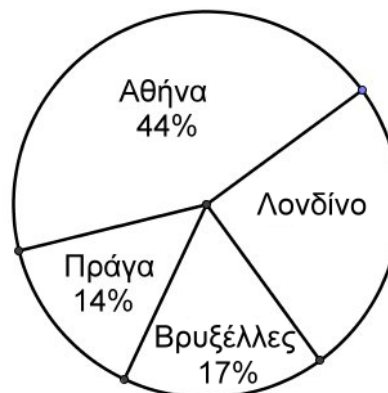
**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.**

1. Να βρείτε τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 4cm, 5cm και 6cm.
2. Οι κρατήσεις σε ένα παραλιακό ξενοδοχείο τους τελευταίους έξι μήνες ήταν:

280	240	320	300	250	350
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των μηνιαίων κρατήσεων.

3. Κώνος έχει ακτίνα βάσης 6cm και εμβαδόν κυρτής επιφάνειας $60\pi\text{cm}^2$. Να βρείτε τον όγκο του.
4. Στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα φαίνονται οι προορισμοί των πτήσεων που αναχώρησαν από το διεθνές αεροδρόμιο Λάρνακας τον τελευταίο μήνα.
 - a) Να υπολογίσετε το ποσοστό των πτήσεων που αναχώρησαν για το Λονδίνο.
 - b) Να βρείτε ποιός ήταν ο δημοφιλέστερος προορισμός τον τελευταίο μήνα.



5. Να βρείτε το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας κυλίνδρου που έχει ακτίνα βάσης 3cm και ύψος 7cm.
6. Κανονική τετραγωνική πυραμίδα έχει ύψος 12cm και εμβαδόν βάσης 100cm^2 . Να υπολογίσετε:
 - a) το παράπλευρο ύψος της, και
 - b) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειάς της.
7. Μια τηλεόραση αξίας €2300, πωλήθηκε με έκπτωση 20%. Να βρείτε πόσο πωλήθηκε η τηλεόραση.
8. Το μέσο βάρος οκτώ ατόμων που είναι σε μια βάρκα είναι 68kg. Μπήκαν στη βάρκα ένα αγόρι με τον πατέρα του. Το βάρος του πατέρα είναι τριπλάσιο από το βάρος του γιού του. Αν το μέσο βάρος έγινε 64kg, να βρείτε πόσο είναι το βάρος του πατέρα και πόσο είναι το βάρος του γιού του.
9. Μια μοδίστρα αγόρασε ένα κομμάτι ύφασμα αξίας €450 με έκπτωση 12% και ένα άλλο κομμάτι ύφασμα αξίας €400 με έκπτωση 15%. Αν ο συντελεστής του Φ.Π.Α. είναι 15%, να βρείτε πόσα πλήρωσε συνολικά η μοδίστρα.
10. Ένας έμπορος αγόρασε 2000 κιλά καρπούζια προς 35 σεντ το κιλό και πλήρωσε 2 σεντ το κιλό για μεταφορικά και €60 έξοδα αποθήκευσης. Καταστράφηκαν 5% των καρπουζιών και πώλησε τα υπόλοιπα προς 50 σεντ το κιλό. Να βρείτε πόσα τοις εκατό (%) ζήμιωσε ή κέρδισε ο έμπορος.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ένα κυλινδρικό δοχείο με ακτίνα βάσης 6cm και ύψος 21cm είναι γεμάτο κρασί. Θα σερβίρουμε το κρασί σε ποτήρια που έχουν σχήμα κολουρου κώνου με ακτίνα μεγάλης βάσης 4cm, ακτίνα μικρής βάσης 2cm και ύψος 6cm. Αν τα ποτήρια θα γεμίσουν με κρασί κατά το 75% της χωρητικότητάς τους, να βρείτε πόσα τέτοια ποτήρια θα χρειαστούμε για να σερβίρουμε όλο το κρασί του δοχείου.

2. Ρίξαμε ένα ζάρι 30 φορές και καταγράψαμε τα αποτελέσματα στον πιο κάτω πίνακα:

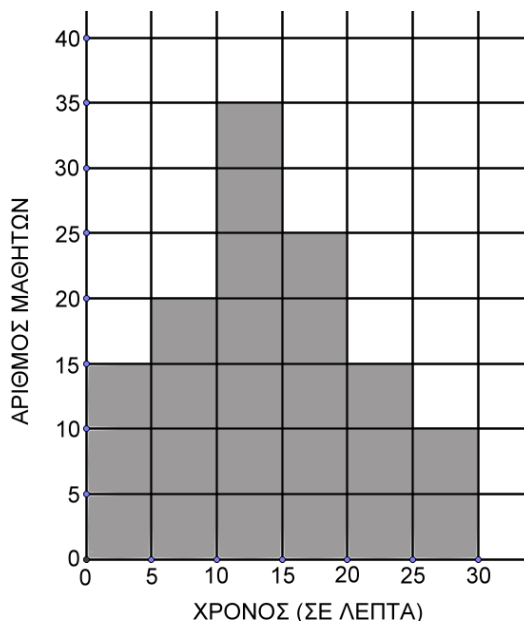
Ένδειξη ζαριού	Αριθμός εμφανίσεων
1	8
2	4
3	7
4	5
5	3
6	3

Να υπολογίσετε:

- την επικρατούσα τιμή,
- τη μέση τιμή του αριθμού των εμφανίσεων, και
- την τυπική απόκλιση του αριθμού των εμφανίσεων.

3. Στο ιστόγραμμα του διπλανού διαγράμματος, φαίνεται ο χρόνος (σε λεπτά) που είχαν μιλήσει στο τηλέφωνό τους οι μαθητές μιας Τεχνικής Σχολής, μια συγκεκριμένη μέρα. Να υπολογίσετε:

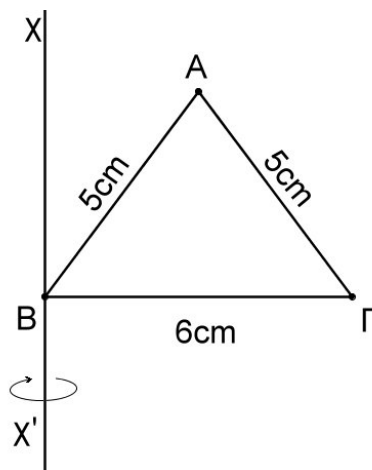
- πόσοι είναι οι μαθητές της Τεχνικής Σχολής αυτής,
- πόσοι μαθητές μίλησαν περισσότερο από δέκα λεπτά,
- ποιο είναι το ποσοστό (%) των μαθητών που μίλησαν από 20 μέχρι 25 λεπτά.



4. Ένας επιπλοποιός έκανε εισαγωγή ξυλείας αξίας €15.000 και πλήρωσε φόρους 20% πάνω στην αξία της ξυλείας. Με τη ξυλεία που εισήγαγε κατασκεύασε 60 ερμάρια και έκανε κατασκευαστικά έξοδα 15% πάνω στο συνολικό κόστος της ξυλείας. Να βρείτε:
- Πόσα του κόστισε το κάθε ερμάρι;
 - Πόσα πρέπει να πωλεί το κάθε ερμάρι, για να έχει κέρδος 35%;
 - Πόσα θα κοστίσει στον καταναλωτή ένα ερμάρι, αν θα πληρώσει και 15% Φ.Π.Α.;

5. Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές τρίγωνο με $AB = A\Gamma = 5\text{cm}$, $B\Gamma = 6\text{cm}$ και $B\Gamma \perp \chi\chi'$. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $\chi\chi'$. Να υπολογίσετε:

- a) την ολική επιφάνεια του στερεού που παράγεται, και
- b) τον όγκο του.



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2}{v}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{v} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου } v = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sin B \pm \sin A \eta\mu B, \quad \sin(A \pm B) = \sin A \sin B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \sin\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sin\alpha \sin\beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \eta\mu\beta = \sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sin\alpha, \quad \sin 2\alpha = \sin^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \quad \sin^2\alpha = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sin 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \varepsilon\phi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sin \frac{A+B}{2}$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \quad \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu\chi = \eta\mu\alpha$	$\chi = 360^\circ\kappa + \alpha \quad \text{ή}$ $\chi = 360^\circ\kappa + 180^\circ - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = 2\kappa\pi + \alpha \quad \text{ή}$ $\chi = 2\kappa\pi + \pi - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sin\chi = \sin\alpha$	$\chi = 360^\circ\kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = 2\kappa\pi \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\varepsilon\phi\chi = \varepsilon\phi\alpha$	$\chi = 180^\circ\kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = \kappa\pi + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό Πρίσμα	$E_\pi = \Pi_\beta \cdot u$	$V = E_\beta \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_\pi = \frac{1}{2} \Pi_\beta \cdot h$	$V = \frac{E_\beta \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_\kappa = 2\pi R u$	$V = \pi R^2 u$
Κώνος	$E_\kappa = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 u}{3}$
Κόλινδρος Κώνος	$E_\kappa = \pi (R + \rho) \lambda$	$V = \frac{\pi u}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση δυο σημείων $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (\psi_2 - \psi_1)^2}$

Απόσταση σημείου $A(x_1, \psi_1)$ από ευθεία $Ax + B\psi + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + B\psi_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$ Εστίες $(\pm \gamma, 0)$, Διευθετούσες $\chi = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$,

Εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{d\psi}{d\chi} = \frac{d\psi}{du} \cdot \frac{du}{d\chi}$$

$$(\eta\mu\chi)' = \sigma\upsilon\nu\chi, \quad (\sigma\upsilon\nu\chi)' = -\eta\mu\chi, \quad (\varepsilon\varphi\chi)' = \tau\epsilon\mu^2\chi, \quad (\ln\chi)' = \frac{1}{\chi}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau\epsilon\mu\chi d\chi = \ln|\tau\epsilon\mu\chi + \varepsilon\varphi\chi| + c \quad \int \sigma\tau\epsilon\mu\chi d\chi = \ln\left|\varepsilon\varphi\frac{\chi}{2}\right| + c$$

$$\int \frac{d\chi}{\sqrt{\alpha^2 - \chi^2}} = \tau\omicron\xi\eta\mu\frac{\chi}{\alpha} + c \quad \int \frac{d\chi}{\alpha^2 + \chi^2} = \frac{1}{\alpha} \tau\omicron\xi\varepsilon\varphi\frac{\chi}{\alpha} + c$$

$$7. \text{ Απλός τόκος: } T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$