

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2013

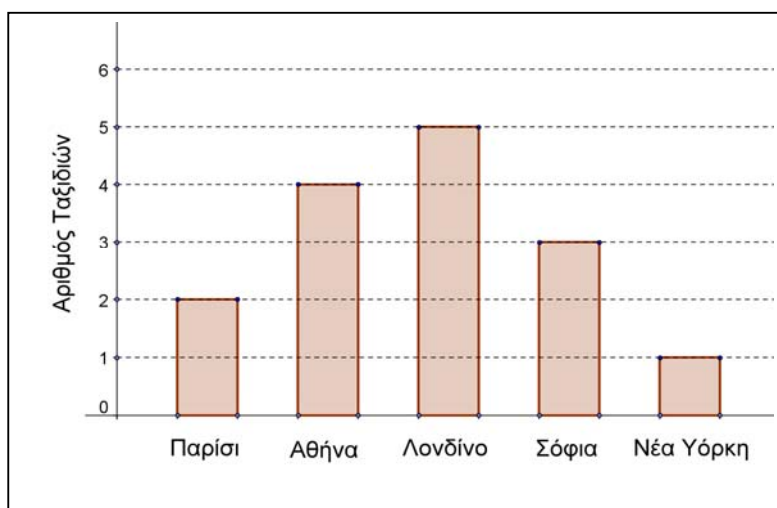
Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: ΔΕΥΤΕΡΑ 20/5/2013
11:00 – 14:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΕΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο που αποτελείται από
δυο (2) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα φαίνεται ο αριθμός των ταξιδιών που έχει κάνει η κα. Ελένη σε διάφορες πόλεις.



Να βρείτε:

- a) Πόσα ταξίδια έχει κάνει στη Νέα Υόρκη.
- b) Σε ποια πόλη έχει κάνει τα περισσότερα ταξίδια.
- c) Πόσα ταξίδια έχει κάνει συνολικά.

2. Να βρείτε τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου που έχει μήκος 7 cm, πλάτος 5 cm και ύψος 4 cm.
3. Σε ένα κατάστημα κινητής τηλεφωνίας, η τιμή ενός κινητού τηλεφώνου είναι €350 χωρίς Φ.Π.Α. Πόσα θα πληρώσει για το κινητό τηλέφωνο ένας αγοραστής που θα πληρώσει επιπλέον και 18% Φ.Π.Α.;
4. Το βάρος (σε κιλά) πέντε παιδιών είναι: 80, 60, 55, 65, 90. Να βρείτε το μέσο όρο του βάρους τους.
5. Η ακτίνα της βάσης κώνου είναι 12cm και η γενέτειρα του 13cm .
Να βρείτε:
a) το εμβαδόν της κυρτής επιφάνειας του, και
b) τον όγκο του.
6. Η περίμετρος της βάσης κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας είναι 64cm και το ύψος της είναι 6cm. Να βρείτε:
a) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας, και
b) τον όγκο της πυραμίδας.
7. Ένα άρωμα πωλείται σε δύο διαφορετικές συσκευασίες στην ίδια τιμή. Η μια συσκευασία είναι σε μπουκάλι σχήματος κύβου με ακμή 4cm και η άλλη σε μπουκάλι σχήματος τετραγωνικού πρίσματος με πλευρά βάσης 3cm και ύψος 7cm. Να βρείτε ποια συσκευασία μας συμφέρει να αγοράσουμε και να δικαιολογήσετε.
8. Το εμβαδόν της βάσης κυλίνδρου είναι $25\pi \text{ m}^2$ και το ύψος του 10 m. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κυλίνδρου.
9. Μια φρουταρία αγόρασε 260 κιλά κεράσια προς €1,80 το κιλό και 250 κιλά μέσπιλα προς €0,90 το κιλό. Πώλησε τα κεράσια με ζημία 15% και τα μέσπιλα με κέρδος 30%. Να βρείτε το κέρδος ή τη ζημία (σε ευρώ) της φρουταρίας.
10. Ο μέσος εβδομαδιαίος μισθός 5 υπαλλήλων είναι €140. Προστέθηκαν σε αυτούς ακόμη τρεις υπάλληλοι με μισθούς €180, €176 και €160. Να υπολογίσετε το μέσο όρο των μισθών των 8 υπαλλήλων.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Έμπορος αγόρασε από εργοστάσιο 50 τηλεοράσεις για €20000. Πλήρωσε για μεταφορικά 15% πάνω στο κόστος των τηλεοράσεων. Να βρείτε:

- πόσα πρέπει να πωλεί ο έμπορος την κάθε τηλεόραση, ώστε να κερδίζει 20% επί του ολικού κόστους.
- πόσα θα κοστίσει μια τηλεόραση στον καταναλωτή που θα πληρώσει επιπλέον και 18% Φ.Π.Α.

2. Η αστυνομία κατέγραψε στην είσοδο μιας πόλης, τον αριθμό των ατόμων που επέβαιναν σε 100 αυτοκίνητα. Τα αποτελέσματα της καταγραφής φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

Αρ. Ατόμων (χ_i)	1	2	3	4	5
Αρ. Αυτοκινήτων (f_i)	44	30	15	4	7

- Να βρείτε την επικρατούσα τιμή (χ_e) και τη διάμεσο (χ_d).
 - Να υπολογίσετε τη μέση τιμή ($\bar{\chi}$) και την τυπική απόκλιση (σ) του αριθμού των ατόμων με προσέγγιση 2 δεκαδικών ψηφίων.
3. Μια εταιρεία πετρελαιοειδών ζητά προσφορές για την κατασκευή 20 μεταλλικών ντεποζιτών. Κάθε ντεποζίτο θα πρέπει να έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με μήκος 6 m, πλάτος 4 m, ύψος 3 m και θα πρέπει να είναι ανοικτό στο πάνω μέρος του. Το υλικό κατασκευής στοιχίζει €15 το τετραγωνικό μέτρο και τα εργατικά €8 το τετραγωνικό μέτρο. Να βρείτε ποια θα είναι η προσφορά (σε ευρώ) που πρέπει να κάνει ένας κατασκευαστής, ώστε να έχει κέρδος 25% επί του συνολικού κόστους.

4. Στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα φαίνεται η κατανομή των 630 μαθητών μιας Τεχνικής Σχολής σε κλάδους.

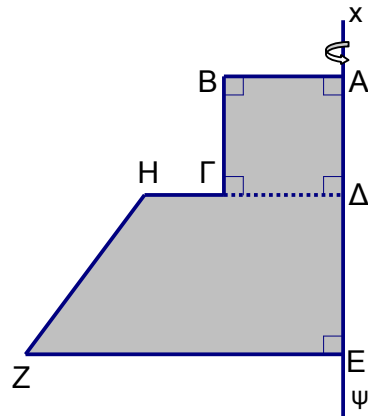
Να υπολογίσετε:

- τον αριθμό των μαθητών που επέλεξαν Μηχανολογία,
- τον αριθμό των μαθητών που επέλεξαν Ξενοδοχειακά, και
- το ποσοστό (%) των μαθητών που επέλεξαν Κομμωτική.



5. Στο διπλανό σχήμα το τετράπλευρο $ΑΒΓΔ$ είναι τετράγωνο με πλευρά 3 cm και το τετράπλευρο $ΔΗΖΕ$ ορθογώνιο τραπέζιο ($\hat{Δ} = \hat{Ε} = 90^\circ$), με $ΔΕ = 4$ cm, $ΕΖ = 8$ cm και $ΗΓ = 2$ cm.

Το σκιασμένο σχήμα περιστρέφεται πλήρη στροφή γύρω από τον άξονα $χψ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας και τον όγκο του στερεού που παράγεται.



ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2}{v}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{v} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου} \quad v = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sin B \pm \sin A \eta\mu B, \quad \sin(A \pm B) = \sin A \sin B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \sin\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sin\alpha \sin\beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \eta\mu\beta = \sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sin\alpha, \quad \sin 2\alpha = \sin^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \quad \sin^2\alpha = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sin 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \varepsilon\varphi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sin \frac{A+B}{2}$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} \quad \sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu\chi = \eta\mu\alpha$	$\chi = 360^\circ\kappa + \alpha \quad \text{ή}$ $\chi = 360^\circ\kappa + 180^\circ - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = 2\kappa\pi + \alpha \quad \text{ή}$ $\chi = 2\kappa\pi + \pi - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sin\chi = \sin\alpha$	$\chi = 360^\circ\kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = 2\kappa\pi \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\varepsilon\varphi\chi = \varepsilon\varphi\alpha$	$\chi = 180^\circ\kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = \kappa\pi + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό Πρίσμα	$E_\pi = \Pi_\beta \cdot u$	$V = E_\beta \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_\pi = \frac{1}{2} \Pi_\beta \cdot h$	$V = \frac{E_\beta \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_\kappa = 2\pi R u$	$V = \pi R^2 u$
Κώνος	$E_\kappa = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 u}{3}$
Κόλινδρος Κώνος	$E_\kappa = \pi (R + \rho) \lambda$	$V = \frac{\pi u}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση δυο σημείων $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (\psi_2 - \psi_1)^2}$

Απόσταση σημείου $\Sigma(x_1, \psi_1)$ από ευθεία $Ax + B\psi + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + B\psi_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη: $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$ Εστίες: $(\pm\gamma, 0)$, Διευθετούσες: $\chi = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$,

Εκκεντρότητα: $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{d\psi}{d\chi} = \frac{d\psi}{du} \cdot \frac{du}{d\chi}$$

$$(\eta\mu\chi)' = \sigma\upsilon\nu\chi, \quad (\sigma\upsilon\nu\chi)' = -\eta\mu\chi, \quad (\varepsilon\phi\chi)' = \tau\epsilon\mu^2\chi, \quad (\ln\chi)' = \frac{1}{\chi}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau\epsilon\mu\chi \, d\chi = \ln|\tau\epsilon\mu\chi + \varepsilon\phi\chi| + c \quad \int \sigma\tau\epsilon\mu\chi \, d\chi = \ln\left|\varepsilon\phi\frac{\chi}{2}\right| + c$$

$$\int \frac{d\chi}{\sqrt{\alpha^2 - \chi^2}} = \tau\omicron\xi\eta\mu \frac{\chi}{\alpha} + c \quad \int \frac{d\chi}{\alpha^2 + \chi^2} = \frac{1}{\alpha} \tau\omicron\xi\varepsilon\phi \frac{\chi}{\alpha} + c$$

$$7. \text{ Απλός τόκος: } T = \frac{K \cdot E \cdot \chi}{100}$$