

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2017

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
2-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 01/06/2017

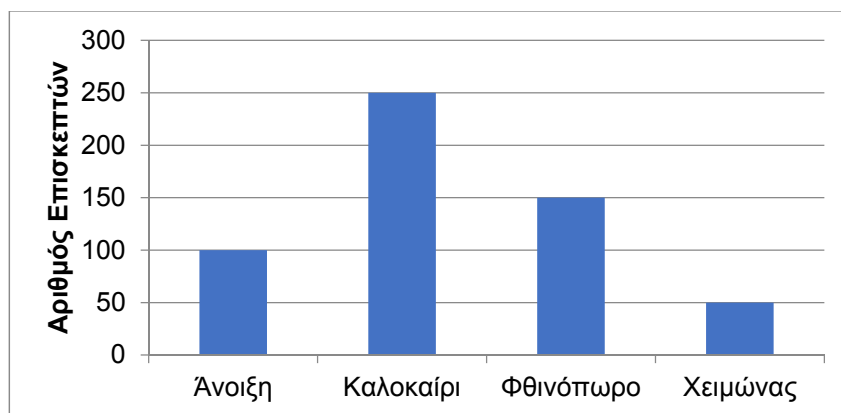
8:00 – 11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4) ΣΕΛΙΔΕΣ
Στο τέλος του εξεταστικού δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο
που αποτελείται από δύο (2) σελίδες.
Στη λύση των ασκήσεων πρέπει να φαίνεται όλη η αναγκαία εργασία.

ΜΕΡΟΣ Α΄ Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις του Μέρους Α΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Να υπολογίσετε τον όγκο ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις 4 m, 8 m και 5 m.
2. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα συχνοτήτων φαίνεται ο αριθμός των επισκεπτών ανά εποχή σε ένα ηλιακό πάρκο το έτος 2016.



Να βρείτε πόσοι ήταν οι επισκέπτες του πάρκου:

(α) το Φθινόπωρο του 2016

(2 μονάδες)

(β) το έτος 2016

(3 μονάδες)

3. Ο αριθμός των πτήσεων που αναχώρησαν από το Διεθνές Αεροδρόμιο Πάφου προς ευρωπαϊκούς προορισμούς σε μια συγκεκριμένη εβδομάδα ήταν:

9	8	10	9	7	6	14
---	---	----	---	---	---	----

Να υπολογίσετε τη μέση τιμή του αριθμού των πτήσεων προς ευρωπαϊκούς προορισμούς την εβδομάδα αυτή.

4. Η ακμή της βάσης ορθού τετραγωνικού πρίσματος είναι 5 cm και το ύψος του είναι 7 cm. Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας του πρίσματος **(2,5 μονάδες)**
(β) τον όγκο του πρίσματος **(2,5 μονάδες)**

5. Μία κομμώτρια θέλει να αγοράσει ένα ψαλίδι, του οποίου η τιμή χωρίς ΦΠΑ είναι €250. Πόσα θα πληρώσει για το ψαλίδι, αν ο συντελεστής του ΦΠΑ είναι 19%;

6. Η ακτίνα της βάσης ενός κώνου είναι 6 cm και το ύψος του είναι 8 cm.

Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του κώνου **(3 μονάδες)**
(β) τον όγκο του κώνου **(2 μονάδες)**

7. Ένας επιπλοποιός πώλησε μια τραπεζαρία με ζημιά 4% πάνω στο κόστος κατασκευής της και εισέπραξε €624.

(α) Να βρείτε το κόστος κατασκευής της τραπεζαρίας. **(2,5 μονάδες)**
(β) Πόσα χρήματα θα εισέπραττε ο επιπλοποιός, αν πωλούσε την τραπεζαρία με κέρδος 8% πάνω στο κόστος κατασκευής της; **(2,5 μονάδες)**

8. Το ύψος ενός κυλίνδρου είναι διπλάσιο από την ακτίνα της βάσης του. Αν ο όγκος του είναι $54\pi \text{ cm}^3$, να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

9. Σε μια βάρκα επιβαίνουν 8 άτομα με μέση μάζα 63 kg. Η βάρκα κατασκευάστηκε για να μεταφέρει άτομα, των οποίων η συνολική μάζα να μην υπερβαίνει τα 800 kg. Στη βάρκα θα επιβιβαστούν άλλα 4 άτομα. Ποια είναι η μέγιστη δυνατή μέση μάζα των 4 ατόμων που θα επιβιβαστούν;

10. Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας κανονικής τετραγωνικής πυραμίδας είναι 260 cm^2 και το παράπλευρο ύψος της είναι 13 cm. Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας της πυραμίδας **(2,5 μονάδες)**
(β) τον όγκο της πυραμίδας **(2,5 μονάδες)**

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄

ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄ Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις του Μέρους Β΄.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ένα κείμενο υπαγορεύτηκε σε 80 μαθητές και τα ορθογραφικά λάθη που έγιναν από κάθε μαθητή φαίνονται στον πιο κάτω πίνακα.

Αριθμός Λαθών (x_i)	0	1	2	3	4	5	8
Αριθμός Μαθητών (f_i)	10	22	23	15	6	3	1

Να υπολογίσετε:

- (α) την επικρατούσα τιμή των πιο πάνω παρατηρήσεων **(2 μονάδες)**
(β) τη μέση τιμή των πιο πάνω παρατηρήσεων **(3 μονάδες)**
(γ) την τυπική απόκλιση των πιο πάνω παρατηρήσεων
(με ακρίβεια δύο δεκαδικών ψηφίων) **(3 μονάδες)**
(δ) το ποσοστό επί τοις εκατόν των μαθητών που
έκαναν μέχρι και 2 ορθογραφικά λάθη **(2 μονάδες)**
2. Ένα δοχείο σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει μήκος 9 cm, πλάτος 6 cm και ύψος 15 cm. Μέσα στο δοχείο υπάρχουν δύο κύβοι ακμής a και ποσότητα νερού, το οποίο καλύπτει πλήρως και τους δύο κύβους. Αν αφαιρεθούν από το δοχείο και οι δύο κύβοι, η στάθμη του νερού θα κατέβει 1 cm. Να υπολογίσετε το μήκος της ακμής του κύβου.
3. Στο πιο κάτω κυκλικό διάγραμμα φαίνεται η κατανομή των 1440 κρατήσεων σε ένα τουριστικό κατάλυμα για τους μήνες Ιούνιο, Ιούλιο, Αύγουστο και Σεπτέμβριο. Οι κρατήσεις για τον μήνα Σεπτέμβριο είναι 20 λιγότερες από τις κρατήσεις για τον μήνα Αύγουστο.



Να υπολογίσετε:

- (α) τον αριθμό των κρατήσεων για τον μήνα Ιούνιο **(4 μονάδες)**
(β) τον αριθμό των κρατήσεων για τον μήνα Αύγουστο **(6 μονάδες)**

4. Ένας φρουτέμπορος αγόρασε 1200 κιλά ροδάκινα προς €2 το κιλό. Κατά τη μεταφορά σάπισαν μερικά. Ο φρουτέμπορος κράτησε 60 κιλά ροδάκινα για την οικογένειά του και τα υπόλοιπα τα πώλησε προς €4 το κιλό. Αν το ποσοστό κέρδους του φρουτέμπορου ήταν 60% πάνω στο κόστος της αγοράς των ροδάκινων, να υπολογίσετε το ποσοστό επί τοις εκατόν των ροδάκινων που σάπισαν.

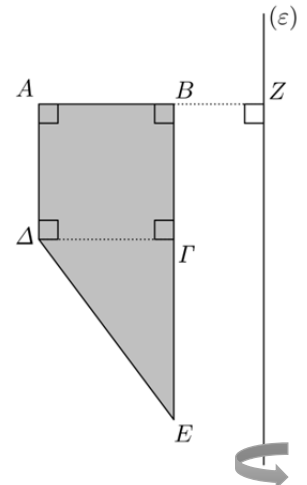
5. Στο διπλανό σχήμα το $ABΓΔ$ είναι τετράγωνο με $AB = 3$ cm και το $ΔΓΕ$ είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{\Gamma} = 90^\circ$ και $ΔΕ = 5$ cm. Το τετράπλευρο $ABEΔ$ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία $(ε)$, που είναι παράλληλη προς την BE και απέχει από αυτήν απόσταση $BZ = 2$ cm.

Να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας
του παραγόμενου στερεού
(β) τον όγκο του παραγόμενου στερεού

(5 μονάδες)

(5 μονάδες)



----- Τ Ε Λ Ο Σ Ε Ξ Ε Τ Α Σ Η Σ -----

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου } n = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία:

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sigma\upsilon\nu B \pm \sigma\upsilon\nu A \eta\mu B \quad \sigma\upsilon\nu(A \pm B) = \sigma\upsilon\nu A \sigma\upsilon\nu B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta) \quad 2\sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) + \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \eta\mu\beta = \sigma\upsilon\nu(\alpha - \beta) - \sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta)$$

$$\eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\alpha \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2} \quad \sigma\upsilon\nu^2\alpha = \frac{1 + \sigma\upsilon\nu 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1 + t^2} \quad \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \quad t = \varepsilon\varphi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2} \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu A + \sigma\upsilon\nu B = 2\sigma\upsilon\nu \frac{A+B}{2} \sigma\upsilon\nu \frac{A-B}{2} \quad \sigma\upsilon\nu A - \sigma\upsilon\nu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \eta\mu \frac{B-A}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu\alpha$	$x = 360^\circ\kappa + \alpha \quad \text{ή}$ $x = 360^\circ\kappa + 180^\circ - \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\kappa\pi + \alpha \quad \text{ή}$ $x = 2\kappa\pi + \pi - \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu\alpha$	$x = 360^\circ\kappa \pm \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\kappa\pi \pm \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$
$\varepsilon\varphi x = \varepsilon\varphi\alpha$	$x = 180^\circ\kappa + \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \kappa\pi + \alpha, \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία:

Ορθό Πρίσμα	$E_\pi = \Pi_\beta \cdot \upsilon$	$V = E_\beta \cdot \upsilon$
Κανονική Πυραμίδα	$E_\pi = \frac{1}{2} \Pi_\beta \cdot h$	$V = \frac{E_\beta \cdot \upsilon}{3}$
Κύλινδρος	$E_\kappa = 2\pi R \upsilon$	$V = \pi R^2 \upsilon$
Κώνος	$E_\kappa = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \cdot \upsilon}{3}$
Κόλινδρος Κώνος	$E_\kappa = \pi(R + \rho)\lambda$	$V = \frac{\pi \cdot \upsilon}{3} (R^2 + R \cdot \rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία:

Απόσταση δύο σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση σημείου $\Sigma(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{a^2 - b^2}$, $a > b$, Εστίες $(\pm\gamma, 0)$,

Διευθετούσες $x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$ Εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{a}$

5. Παράγωγοι:

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x, \quad (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x, \quad (\varepsilon\varphi x)' = \tau\varepsilon\mu^2 x, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα:

$$\int \tau\varepsilon\mu x \, dx = \ln|\tau\varepsilon\mu x + \varepsilon\varphi x| + c \quad \int \sigma\tau\varepsilon\mu x \, dx = \ln\left|\varepsilon\varphi \frac{x}{2}\right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \tau\omicron\xi\eta\mu \frac{x}{a} + c \quad \int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tau\omicron\xi\varepsilon\varphi \frac{x}{a} + c$$

7. Απλός τόκος:

$$T = \frac{K \cdot E \cdot X}{100}$$