

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2011

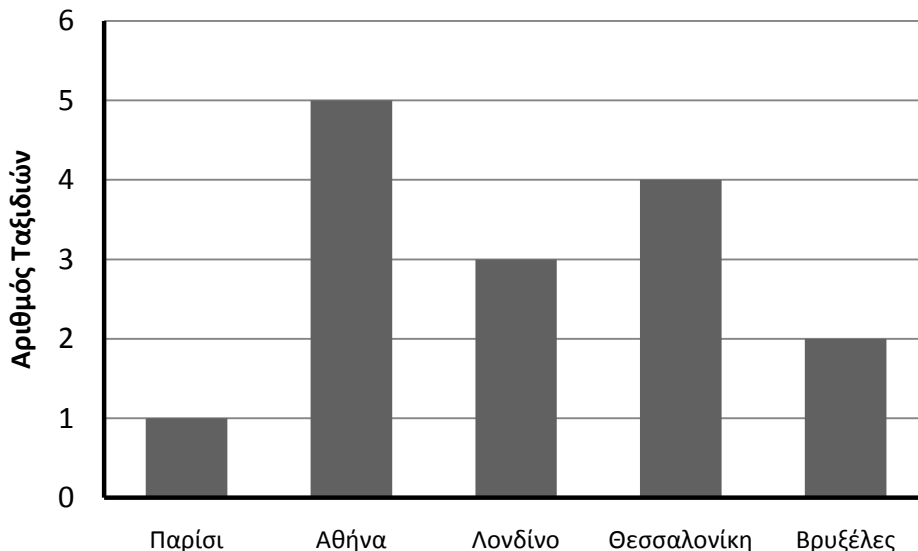
**Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 26 Μαΐου 2011
7:30 – 10:30**

**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο, το οποίο αποτελείται από
δύο (2) σελίδες.**

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται
με 5 μονάδες.**

1. Να βρείτε τη μέση τιμή των αριθμών: 7, 9, 7, 5, 4, 5, 3, 8
2. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ της συνάρτησης $y = x^2 - 4x + 7$
3. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα φαίνεται ο αριθμός των ταξιδιών που έχει κάνει ο Αβραάμ σε διάφορες Ευρωπαϊκές πόλεις.



Να βρείτε:

- (α) Πόσα ταξίδια έχει κάνει στο Λονδίνο.
- (β) Σε ποια πόλη έχει κάνει τα περισσότερα ταξίδια.
- (γ) Πόσα ταξίδια έχει κάνει συνολικά.

4. Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου και το μήκος της ακτίνας του κύκλου με εξίσωση $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$
5. Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της λέξης **ΕΛΕΥΘΕΡΙΑ**.
6. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$
7. Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^2 3x^2 dx$
8. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ της συνάρτησης $y = x \cdot \sin x$
9. Αν $y = x + \eta\mu 2x$ να δείξετε ότι $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y - 4x = 0$
10. Τα A και B είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$
- (α) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:
- $P(A')$
 - $P(A \cup B)$
- (β) Να δείξετε ότι τα ενδεχόμενα A και B είναι ανεξάρτητα.

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει το ημερομίσθιο σε ευρώ των υπαλλήλων ενός εργοστασίου.

Ημερομίσθιο (x_i)	40	45	50	55	70	85
Αριθμός υπαλλήλων (f_i)	3	6	3	5	2	1

Να βρείτε:

- Την επικρατούσα τιμή (x_ϵ).
- Τη μέση τιμή ($\bar{x}$).
- Την τυπική απόκλιση (σ).

2. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα, τις ασύμπτωτες της συνάρτησης και στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά.

3. Από ένα δοχείο που περιέχει 6 άσπρες και 4 κίτρινες μπάλες παίρνουμε τυχαία 2 μπάλες.

Να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:

A: «και οι δύο μπάλες είναι άσπρες»

B: «η μία μπάλα είναι άσπρη και η άλλη κίτρινη»

Γ: «το πολύ μία μπάλα είναι κίτρινη»

4. Η συνάρτηση με τύπο $y = x^3 + \alpha x + 10$ έχει τοπικό ακρότατο στο $x = 2$

(α) Να υπολογίσετε την τιμή της σταθεράς α

(β) Αν $\alpha = -12$ να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης της συνάρτησης στο σημείο της με $x = 3$

5. Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $u = \sqrt{x-3}$ ή με οποιονδήποτε

άλλο τρόπο, να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int 2x\sqrt{x-3} dx$

.....Τ Ε Λ Ο Σ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2}{v}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{v} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου } v = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sin B \pm \sin A \eta\mu B, \quad \sin(A \pm B) = \sin A \sin B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha\sin\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sin\alpha\sin\beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha\eta\mu\beta = \sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sin\alpha, \quad \sin 2\alpha = \sin^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \quad \sin^2\alpha = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sin 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \epsilon\phi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sin \frac{A+B}{2}$$

$$\sin A + \sin B = 2\sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \sin A - \sin B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu \alpha$	$x = 360^\circ \kappa + \alpha$ ή $x = 360^\circ \kappa + 180^\circ - \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi \kappa + \alpha$ ή $x = 2\pi \kappa + \pi - \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$
$\sin x = \sin \alpha$	$x = 360^\circ \kappa \pm \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi \kappa \pm \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$
$\epsilon\phi x = \epsilon\phi \alpha$	$x = 180^\circ \kappa + \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \pi \kappa + \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot u$	$V = E_{\beta} \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{\Pi_{\beta} \cdot h}{2}$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R \cdot u$	$V = \pi R^2 \cdot u$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \cdot u}{3}$
Κόλινδρος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi (R + \rho) \lambda$	$V = \frac{\pi u}{3} (R^2 + R \cdot \rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση του σημείου $A(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$ Εστίες $(\pm \gamma, 0)$, Διευθετούσες $x = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$,

Εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta \mu x)' = \sigma \upsilon \nu x, \quad (\sigma \upsilon \nu x)' = -\eta \mu x, \quad (\epsilon \varphi x)' = \tau \epsilon \mu^2 x, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau \epsilon \mu x dx = \ln |\tau \epsilon \mu x + \epsilon \varphi x| + c$$

$$\int \sigma \tau \epsilon \mu x dx = \ln \left| \epsilon \varphi \frac{x}{2} \right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau \omicron \xi \eta \mu \frac{x}{\alpha} + c$$

$$\int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau \omicron \xi \epsilon \varphi \frac{x}{\alpha} + c$$

$$7. \text{ Απλός τόκος: } T = \frac{KEX}{100}$$
