

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Πέμπτη, 24 Μαΐου 2012

7:30 – 10:30

**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο, το οποίο αποτελείται από
δύο (2) σελίδες.**

**ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται
με 5 μονάδες.**

1. Η κυρία Αναστασία έχει 8 παιδιά με ηλικίες 16, 14, 11, 10, 8, 6, 4 και 3 χρονών. Να βρείτε τη μέση τιμή των ηλικιών των 8 παιδιών της.
2. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ της συνάρτησης $y = x^3 + 5x^2 + 2$
3. Να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int \left(x^2 + \frac{2}{x^4} \right) dx$
4. Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου και το μήκος της ακτίνας του κύκλου με εξίσωση $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$
5. Να υπολογίσετε το πλήθος των αναγραμματισμών της λέξης **ΠΡΟΣΒΑΣΗ**.
Να υπολογίσετε πόσοι από αυτούς έχουν τα γράμματα Π και Β συνεχόμενα.

6. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5+2x}{x^2+6x}$

7. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ της συνάρτησης $y = x \cdot \sqrt{x^2+2}$

8. Τα A και B είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B') = \frac{1}{3} \text{ και } P(A \cup B) = \frac{5}{6}.$$

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

(α) $P(B)$

(β) $P(A \cap B)$

(γ) $P(A - B)$

9. Αν $y = 3\sin 2x - 5\eta\mu 2x$, να δείξετε ότι $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 0$

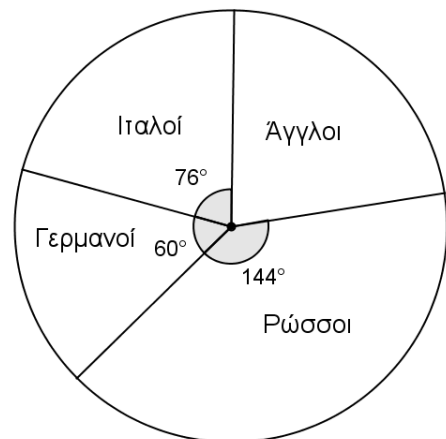
10. Το κυκλικό διάγραμμα του διπλανού σχήματος παρουσιάζει την εθνικότητα των 540 επιβατών ενός κρουαζιερόπλοιου, που κατέπλευσε στη Λεμεσό.

Να βρείτε:

(α) Τον αριθμό των Γερμανών επιβατών.

(β) Τον αριθμό των Άγγλων επιβατών.

(γ) Τι ποσοστό (%) των επιβατών αποτελούν οι Ρώσσοι επιβάτες.



ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x + 1}$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα, τις ασύμπτωτες της συνάρτησης και στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά.

2. Ο πιο κάτω πίνακας, παρουσιάζει τον αριθμό των ταξιδιών που πραγματοποίησαν στο εξωτερικό, τα 20 μέλη μιας επιτροπής της Βουλής των Αντιπροσώπων της Κύπρου κατά τη διάρκεια του 2011.

Αριθμός ταξιδιών (x_i)	0	1	2	3	4	5
Αριθμός βουλευτών (f_i)	1	3	4	3	5	4

Να βρείτε:

- (α) Την επικρατούσα τιμή (x_e) των παρατηρήσεων.
 (β) Τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των παρατηρήσεων.
 (γ) Την τυπική απόκλιση (σ) των παρατηρήσεων.

3. Από μια ομάδα 4 ανδρών και 5 γυναικών πρόκειται να σχηματιστεί μια τριμελής επιτροπή, η οποία θα λάβει μέρος σε ένα συνέδριο.
- (α) Να βρείτε πόσες διαφορετικές επιτροπές μπορούν να σχηματιστούν, αν δεν υπάρχει κανένας περιορισμός.
 (β) Αν επιλεγεί τυχαία μια επιτροπή, να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων:
 Α: η επιτροπή να αποτελείται μόνο από γυναίκες.
 Β: η επιτροπή να αποτελείται από 2 τουλάχιστον άνδρες.

4. Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $u = x + 1$ ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^1 x(x + 1)^3 dx$

5. Δίνεται η συνάρτηση $y = x^3 + \alpha x^2 + \beta x + 1$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
- (α) Να βρείτε τις τιμές των α και β , αν η συνάρτηση έχει σημείο καμπής για $x = 1$ και τοπικό ακρότατο για $x = 3$.
 (β) Αν $\alpha = -3$ και $\beta = -9$, να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της με τετμημένη $x = 0$.

.....Τ Ε Λ Ο Σ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2}{v}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{v} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου } v = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sin B \pm \sin A \eta\mu B, \quad \sin(A \pm B) = \sin A \sin B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha\sin\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sin\alpha\sin\beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha\eta\mu\beta = \sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sin\alpha, \quad \sin 2\alpha = \sin^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \quad \sin^2\alpha = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sin 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \epsilon\phi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sin \frac{A+B}{2}$$

$$\sin A + \sin B = 2\sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \sin A - \sin B = 2\eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu x = \eta\mu \alpha$	$x = 360^\circ \kappa + \alpha$ ή $x = 360^\circ \kappa + 180^\circ - \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi \kappa + \alpha$ ή $x = 2\pi \kappa + \pi - \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$
$\sin x = \sin \alpha$	$x = 360^\circ \kappa \pm \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi \kappa \pm \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$
$\epsilon\phi x = \epsilon\phi \alpha$	$x = 180^\circ \kappa + \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$	$x = \pi \kappa + \alpha$, $\kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό πρίσμα	$E_{\pi} = \Pi_{\beta} \cdot u$	$V = E_{\beta} \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_{\pi} = \frac{\Pi_{\beta} \cdot h}{2}$	$V = \frac{E_{\beta} \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_{\kappa} = 2\pi R \cdot u$	$V = \pi R^2 \cdot u$
Κώνος	$E_{\kappa} = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 \cdot u}{3}$
Κόλινος Κώνος	$E_{\kappa} = \pi (R + \rho) \lambda$	$V = \frac{\pi u}{3} (R^2 + R \cdot \rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Απόσταση του σημείου $\Sigma(x_1, y_1)$ από την ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$: $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$ Εστίες $(\pm \gamma, 0)$, Διευθετούσες $x = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$,

Εκκεντρότητα $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$(\eta \mu x)' = \sigma \upsilon \nu x, \quad (\sigma \upsilon \nu x)' = -\eta \mu x, \quad (\epsilon \varphi x)' = \tau \epsilon \mu^2 x, \quad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau \epsilon \mu x dx = \ln |\tau \epsilon \mu x + \epsilon \varphi x| + c$$

$$\int \sigma \tau \epsilon \mu x dx = \ln \left| \epsilon \varphi \frac{x}{2} \right| + c$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{\alpha^2 - x^2}} = \tau \omicron \xi \eta \mu \frac{x}{\alpha} + c$$

$$\int \frac{dx}{\alpha^2 + x^2} = \frac{1}{\alpha} \tau \omicron \xi \epsilon \varphi \frac{x}{\alpha} + c$$

$$7. \text{ Απλός τόκος: } T = \frac{KEX}{100}$$
