

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

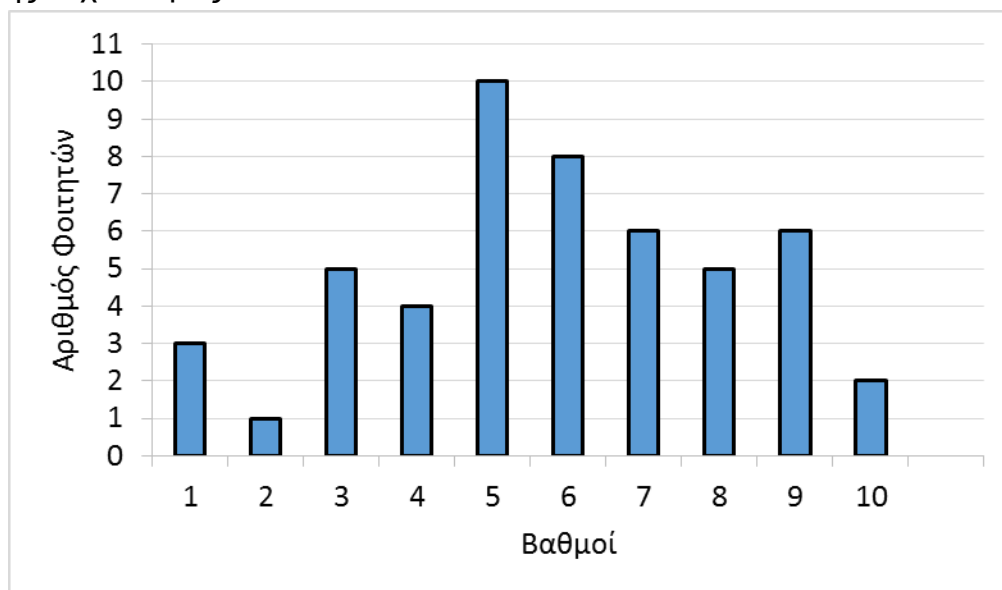
**Μάθημα : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
4-ΩΡΟ ΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΧΟΛΩΝ**

**Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Τρίτη, 24 Μαΐου 2016
8:00 – 11:00**

**ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΤΡΕΙΣ (3) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο, το οποίο αποτελείται από
δύο (2) σελίδες.**

ΜΕΡΟΣ Α΄: Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

1. Στο πιο κάτω ραβδόγραμμα παρουσιάζονται οι βαθμοί, σε ακέραιες μονάδες, που πήραν οι φοιτητές ενός τμήματος του ΤΕΠΑΚ, στην εξέταση του μαθήματος της Τεχνολογίας.



Με βάση το πιο πάνω ραβδόγραμμα:

- (α) Να βρείτε πόσοι φοιτητές πήραν βαθμό 9.
- (β) Να βρείτε τον συνολικό αριθμό των φοιτητών που παρακάθισαν στην εξέταση.
- (γ) Αν ένας φοιτητής για να περάσει το μάθημα πρέπει να πάρει στην εξέταση βαθμό τουλάχιστον 5, να βρείτε πόσοι φοιτητές πέρασαν το μάθημα.

2. Να βρείτε την παράγωγο $\frac{dy}{dx}$ της συνάρτησης $y = x^5 + 5x^2 - 1$ όπου $x \in \mathbb{R}$.
3. Ένας μαθητής της Θεωρητικής Κατεύθυνσης, στο μάθημα των Μαθηματικών, πήρε σε πέντε διαγωνίσματα τους εξής βαθμούς: 15, 17, 14, 18 και 16. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή των βαθμών του.
4. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 5}$
5. Δίνεται η λέξη **ΜΕΤΑΝΑΣΤΗΣ**. Να βρείτε:
 - (α) Το πλήθος των αναγραμματισμών της.
 - (β) Το πλήθος των αναγραμματισμών που αρχίζουν και τελειώνουν σε **A**.
6. Να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int (\sin x - 2x) dx$
7. Να βρείτε τις συντεταγμένες του κέντρου και το μήκος της ακτίνας του κύκλου που έχει εξίσωση $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$
8. Η συνάρτηση $f(x) = ax^2 + 8x + 11$ όπου $x \in \mathbb{R}$, παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $(-2, \beta)$. Να βρείτε τις τιμές των α και β .
9. Τα A και B είναι ενδεχόμενα του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με $P(A) = \frac{5}{12}$, $P(B) = \frac{3}{4}$ και $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:
 - (α) $P(B')$
 - (β) $P(A \cup B)$
 - (γ) $P(A - B)$
 - (δ) $P(A/B)$
10. Δίνεται η καμπύλη με εξίσωση $3x^2 - y^2 = 1$. Να δείξετε ότι:
 - (α) $\frac{dy}{dx} = \frac{3x}{y}$
 - (β) $y^3 \frac{d^2y}{dx^2} - y \frac{dy}{dx} + 3(x+1) = 0$

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $y = \frac{1-x^2}{x^2-4}$

Να βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα τοπικά ακρότατα, τις ασύμπτωτες της συνάρτησης και στη συνέχεια να την παραστήσετε γραφικά.

2. Ο πιο κάτω πίνακας παρουσιάζει την κατανομή των 56 βουλευτικών εδρών που κατέχουν 8 πολιτικές παρατάξεις του Κοινοβουλίου μιας Ευρωπαϊκής χώρας.

Αριθμός εδρών (x_i)	2	3	9	16	18
Αριθμός πολιτικών παρατάξεων (f_i)	2	3	1	1	1

Να βρείτε:

(α) Την επικρατούσα τιμή (x_e) των εδρών.

(β) Τη μέση τιμή ($\bar{x}$) των εδρών.

(γ) Την τυπική απόκλιση (σ) των εδρών.

3. Δίνεται η καμπύλη $f(x) = x^2 + ax + b$. Να βρείτε τις τιμές των σταθερών a και b , αν η εφαπτομένη της καμπύλης στο σημείο $\Sigma(0,1)$ είναι κάθετη στην ευθεία με εξίσωση (ϵ): $x - 3y + 1 = 0$.

4. Από τους 12 μαθητές ενός τμήματος μιας Τεχνικής Σχολής, οι 4 επέλεξαν Ελεύθερο Σχέδιο και οι υπόλοιποι Διακόσμηση Εσωτερικού Χώρου. Επιλέγουμε τυχαία 2 από τους μαθητές αυτούς.

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: «Και οι δύο μαθητές να έχουν επιλέξει Ελεύθερο Σχέδιο».

B: «Μόνο ένας μαθητής να έχει επιλέξει Ελεύθερο Σχέδιο».

Γ: «Τουλάχιστον ένας μαθητής να έχει επιλέξει Διακόσμηση Εσωτερικού Χώρου».

5. Χρησιμοποιώντας την αντικατάσταση $u = \sqrt{x^2 + 16}$, ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^3 \frac{8x^3}{\sqrt{x^2 + 16}} dx$

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΙΑ ΤΙΣ ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

1. Στατιστική

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^v (x_i - \bar{x})^2}{v}} \quad \text{ή} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2}{v}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k f_i x_i^2}{v} - \bar{x}^2}, \quad \text{όπου} \quad v = \sum_{i=1}^k f_i$$

2. Τριγωνομετρία

$$\eta\mu(A \pm B) = \eta\mu A \sin B \pm \sin A \eta\mu B, \quad \sin(A \pm B) = \sin A \sin B \mp \eta\mu A \eta\mu B$$

$$2\eta\mu\alpha \sin\beta = \eta\mu(\alpha - \beta) + \eta\mu(\alpha + \beta), \quad 2\sin\alpha \sin\beta = \sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)$$

$$2\eta\mu\alpha \eta\mu\beta = \sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta), \quad \eta\mu 2\alpha = 2\eta\mu\alpha \cdot \sin\alpha, \quad \sin 2\alpha = \sin^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$$

$$\eta\mu^2\alpha = \frac{1 - \sin 2\alpha}{2}, \quad \sin^2\alpha = \frac{1 + \sin 2\alpha}{2}$$

$$\eta\mu 2\alpha = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \sin 2\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad t = \epsilon\phi\alpha$$

$$\eta\mu A + \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \eta\mu A - \eta\mu B = 2\eta\mu \frac{A-B}{2} \sin \frac{A+B}{2}$$

$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2} \quad \sin A - \sin B = 2 \eta\mu \frac{B-A}{2} \eta\mu \frac{A+B}{2}$$

Λύση τριγωνομετρικών εξισώσεων:

	Σε μοίρες	Σε ακτίνια
$\eta\mu\chi = \eta\mu\alpha$	$\chi = 360^\circ\kappa + \alpha \quad \text{ή}$ $\chi = 360^\circ\kappa + 180^\circ - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = 2\kappa\pi + \alpha \quad \text{ή}$ $\chi = 2\kappa\pi + \pi - \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\sin\chi = \sin\alpha$	$\chi = 360^\circ\kappa \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = 2\kappa\pi \pm \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$
$\epsilon\phi\chi = \epsilon\phi\alpha$	$\chi = 180^\circ\kappa + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$	$\chi = \kappa\pi + \alpha, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$

3. Γεωμετρία

Ορθό Πρίσμα	$E_\pi = \Pi_\beta \cdot u$	$V = E_\beta \cdot u$
Κανονική Πυραμίδα	$E_\pi = \frac{1}{2} \Pi_\beta \cdot h$	$V = \frac{E_\beta \cdot u}{3}$
Κύλινδρος	$E_\kappa = 2\pi R u$	$V = \pi R^2 u$
Κώνος	$E_\kappa = \pi R \lambda$	$V = \frac{\pi R^2 u}{3}$
Κόλινδρος Κώνος	$E_\kappa = \pi (R + \rho) \lambda$	$V = \frac{\pi u}{3} (R^2 + R\rho + \rho^2)$

4. Αναλυτική Γεωμετρία

Απόσταση δυο σημείων $A(\chi_1, \psi_1)$ και $B(\chi_2, \psi_2)$: $d = \sqrt{(\chi_2 - \chi_1)^2 + (\psi_2 - \psi_1)^2}$

Απόσταση σημείου $\Sigma(\chi_1, \psi_1)$ από ευθεία $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$: $d = \frac{|A\chi_1 + B\psi_1 + \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

Έλλειψη: $\frac{\chi^2}{\alpha^2} + \frac{\psi^2}{\beta^2} = 1$, $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$, $\alpha > \beta$ Εστίες: $(\pm\gamma, 0)$, Διευθετούσες: $\chi = \pm \frac{\alpha}{\varepsilon}$,

Εκκεντρότητα: $\varepsilon = \frac{\gamma}{\alpha}$

5. Παράγωγοι

$$(u \cdot v)' = u' \cdot v + u \cdot v', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}, \quad \frac{d\psi}{d\chi} = \frac{d\psi}{du} \cdot \frac{du}{d\chi}$$

$$(\eta\mu\chi)' = \sigma\upsilon\nu\chi, \quad (\sigma\upsilon\nu\chi)' = -\eta\mu\chi, \quad (\varepsilon\phi\chi)' = \tau\epsilon\mu^2\chi, \quad (\ln\chi)' = \frac{1}{\chi}$$

6. Ολοκληρώματα

$$\int \tau\epsilon\mu\chi \, d\chi = \ln|\tau\epsilon\mu\chi + \varepsilon\phi\chi| + c \quad \int \sigma\tau\epsilon\mu\chi \, d\chi = \ln\left|\varepsilon\phi\frac{\chi}{2}\right| + c$$

$$\int \frac{d\chi}{\sqrt{\alpha^2 - \chi^2}} = \tau\omicron\xi\eta\mu \frac{\chi}{\alpha} + c \quad \int \frac{d\chi}{\alpha^2 + \chi^2} = \frac{1}{\alpha} \tau\omicron\xi\varepsilon\phi \frac{\chi}{\alpha} + c$$

$$7. \text{ Απλός τόκος: } T = \frac{K \cdot E \cdot \chi}{100}$$