

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Μέτρηση είναι μια διαδικασία σύγκρισης του φυσικού μεγέθους που πρόκειται να μετρηθεί, με μια μονάδα μέτρησης που καθορίστηκε από πριν.

Έτσι σε μια κλίμακα εκατοστών, το εκατοστό είναι το πρότυπο σύγκρισης. Μια ράβδος 10,5 cm είναι 10,5 φορές μακρύτερη από το εκατοστό.

Στο αποτέλεσμα της μέτρησης πρέπει να αναφέρεται πάντα και η μονάδα μέτρησης, διαφορετικά το αποτέλεσμα δεν έχει καμία αξία. Δεν έχει για παράδειγμα κανένα νόημα να πούμε ότι μετρήσαμε την απόσταση που διένυσε ένα κινητό και βρήκαμε ότι είναι $s=10.....$ 10 τι; cm, m, km.

Το σύστημα μονάδων που χρησιμοποιείται κατά κόρον από τους επιστήμονες διεθνώς είναι το **Διεθνές Σύστημα Μονάδων** ή **SI**, γνωστό από το 1960.

Κάθε μέτρηση, όσο προσεκτικά και αν έχει γίνει, περιέχει κάποια αβεβαιότητα.

Η ανάλυση σφαλμάτων είναι η μελέτη και ο υπολογισμός αυτής της αβεβαιότητας στη μέτρηση.

Οι δύο κύριοι λόγοι για τους οποίους χρειάζεται η ανάλυση των σφαλμάτων είναι:

1. Να επιτρέψει στο μαθητή να εκτιμήσει πόσο μεγάλη είναι η αβεβαιότητα στη μέτρηση.
2. Να του επιτρέψει να την ελαχιστοποιήσει, ώστε να του δώσει τη δυνατότητα να καταλήξει σε συμπέρασμα

Στη Φυσική, η λέξη σφάλμα δεν έχει τη συνηθισμένη έννοια του λάθους που χρησιμοποιούμε στην καθημερινή μας ζωή.

Σφάλμα σε μια επιστημονική μέτρηση σημαίνει την αβεβαιότητα που συνοδεύει κάθε μέτρηση. Τέτοια σφάλματα δεν είναι λάθη, δεν μπορείς να τα αποφύγεις όσο προσεκτικός και να είσαι. Το καλύτερο που μπορεί κάποιος να κάνει είναι να βεβαιωθεί ότι η αβεβαιότητα στη μέτρησή του είναι όσο το δυνατό πιο μικρή και να έχει μια καλή εκτίμηση για το πόσο μεγάλη είναι αυτή η αβεβαιότητα.

Όλες οι μετρήσεις επηρεάζονται μέχρι ενός ορισμένου βαθμού από πειραματικά σφάλματα εξ' αιτίας:

1. Τα **συστηματικά σφάλματα** εμφανίζονται, όταν μια μέτρηση δίνει αποτελέσματα συστηματικά μεγαλύτερα (ή μικρότερα) από την αληθινή τιμή του μετρούμενου μεγέθους.
 - Κακή βαθμονόμηση οργάνου.
 - Συνθήκες περιβάλλοντος (πχ μαγνητικά πεδία).

Τα συστηματικά σφάλματα έχουν σχέση με το όργανο ή τη μέθοδο μέτρησης που χρησιμοποιείται.

Δεν υπάρχουν γενικοί κανόνες για την αποφυγή των συστηματικών σφαλμάτων. Επαφίεται στη δεξιοτεχνία και πείρα του ατόμου που πειραματίζεται να βρίσκει τα συστηματικά σφάλματα και να τα αποφεύγει ή να τα διορθώνει.

Παράδειγμα 1: Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα βιβλίο 23cm. Μετρούμε το ύψος του βάζοντας μια ρίγα πάνω του με το ένα άκρο της στο πάνω μέρος του βιβλίου. Αν το πρώτο εκατοστό έχει αποκοπεί, τότε η ρίγα θα δείχνει ότι το βιβλίο είναι 24cm. Αυτό είναι ένα συστηματικό σφάλμα.

Παράδειγμα 2: Αν βυθίσουμε ένα θερμόμετρο σε νερό που βράζει σε κανονική πίεση και αυτό δείχνει 102°C, τότε αυτό σημαίνει ότι το θερμόμετρο είναι λάθος βαθμολογημένο. Παίρνοντας μετρήσεις με το θερμόμετρο αυτό, εισάγουμε συστηματικό σφάλμα στο πείραμα μας.

Παράδειγμα 3: Αν η ζυγαριά δεν παίρνει κανονικά τη θέση του μηδενός, τότε έχουμε συστηματικό σφάλμα.

2. Σφάλματα που επιδρούν σε μια μέτρηση με τυχαίο τρόπο, ονομάζονται **τυχαία** ή **στατιστικά σφάλματα**. Η μέτρηση ενός μεγέθους μπορεί να δώσει τιμή μεγαλύτερη της αληθινής, ενώ η επανάληψη της μέτρησης να δώσει τιμή μικρότερη.

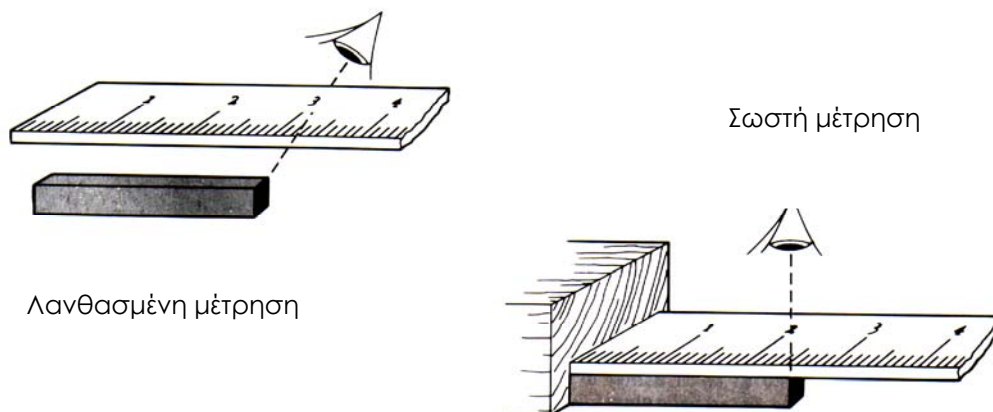
Μπορεί να οφείλονται στον παρατηρητή και στο περιβάλλον, πχ άνεμος ή και στους περιορισμούς που μας επιβάλλουν οι αισθήσεις μας (ακοή, όραση), στην καταγραφή των μετρήσεων.

Τα τυχαία σφάλματα, μπορεί να οφείλονται σε ένα αριθμό απρόβλεπτων και άγνωστων μεταβολών στη πειραματική διαδικασία.

Μπορεί να προκληθούν από λάθη στη κρίση του πειραματιζόμενου, πχ στον κακό υπολογισμό των μικρότερων δεκάτων της κλίμακας, ή να οφείλονται στους περιορισμούς των αισθήσεων ή του χρόνου αντίδρασης του.

Άλλοι λόγοι μπορεί να είναι απρόβλεπτες αλλαγές στις συνθήκες του πειράματος. Πχ. της θερμοκρασίας, του φωτισμού, διαφοράς δυναμικού ή μηχανικές ταλαντώσεις των οργάνων που μπορεί να προκληθούν από οποιοδήποτε λόγο.

Υπάρχει και τρίτη κατηγορία σφαλμάτων, που στη πραγματικότητα δεν είναι σφάλματα, αλλά απροσεξίες. Αυτά είναι λάθη στην καταγραφή των αριθμών, όταν διαβάζουμε λάθος τα όργανα ή κάνουμε λάθος στην αριθμητική. Αυτά πρέπει οπωσδήποτε να αποφεύγονται, διότι τέτοιου είδους λάθη δεν έχουν θέση στην εργασία ενός προσεκτικού ατόμου που πειραματίζεται.



Αν επαναλάβουμε μια συγκεκριμένη μέτρηση, συνήθως δεν παίρνουμε ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα, επειδή η κάθε μέτρηση υπόκειται σε πειραματικό σφάλμα. Οι μετρημένες τιμές διαφέρουν μεταξύ τους.

Ας υποθέσουμε ότι εκτελούμε μια σειρά από τις ίδιες μετρήσεις μιας ποσότητας.

Ο όρος **Επαναληψιμότητα** χρησιμοποιείται για να δείξουμε πόσο κοντά μεταξύ τους είναι οι μετρήσεις.

Ο όρος **Ακρίβεια**, μας δείχνει πόσο κοντά είναι το αποτέλεσμα της μέτρησης μας προς την αληθινή τιμή του μεγέθους.

Μετρήσεις με ψηλή επαναληψιμότητα είναι συνήθως ακριβείς. Είναι όμως πιθανό να έχουμε στις μετρήσεις κάποιο συστηματικό σφάλμα.

Ας υποθέσουμε ότι κατά τη βαθμονόμηση ενός χάρακα, το πρώτο εκατοστόμετρο χαράχτηκε κατά λάθος 0,1 cm μικρότερο από το κανονικό. Έτσι μολονότι οι μετρήσεις μήκους με τον χάρακα αυτό εξακολουθούν να χαρακτηρίζονται από επαναληψιμότητα, ακρίβεια τους περιορίζεται.

Στο σχήμα η κεντρική γραμμή είναι η αληθινή τιμή του μεγέθους που μετρούμε. Οι κουκκίδες, παριστάνουν τις μετρήσεις που κάνουμε.



Μετρήσεις και σφάλματα - Η έννοια της μέτρησης

Η διαδικασία της μέτρησης έχει πρωταρχική σημασία στην φυσική και γενικά στις θετικές επιστήμες. Η ακριβής περιγραφή των γεγονότων που παρατηρούμε, ο ακριβής προσδιορισμός τους, αποτελεί τη βάση όλων των μετρήσεων.

Η μέτρηση ως διαδικασία, χαρακτηρίζει όλες τις λεγόμενες ακριβείς επιστήμες, όπως είναι οι φυσικές επιστήμες, στις οποίες η επιβεβαίωση μίας θεωρίας επιτυγχάνεται με το πείραμα.

Διακρίνει κανείς μεταξύ μίας ποιοτικής και μίας ποσοτικής περιγραφής.

φυσικό μέγεθος	ποιοτική περιγραφή	ποσοτική περιγραφή
ταχύτητα	γρήγορος	$3.5 \cdot 10^6 \text{ m s}^{-1}$
μάζα	βαρύς	98 Kg
μήκος κύματος (χρώμα)	κόκκινος	650 nm

Στις θετικές επιστήμες προσπαθούμε στο βαθμό που είναι δυνατόν, να περιγράψουμε με ποσοτικό τρόπο τα αποτελέσματα του πειράματος/φαινομένου, έτσι ώστε ένας άλλος πειραματιζόμενος, κάποια άλλη στιγμή και σε άλλον τόπο να είναι σε θέση να αναπαραγάγει τα ίδια αποτελέσματα κάτω από τις ίδιες συνθήκες.

Μετρήσεις - Διαδικασία μετρήσεων

Η μέτρηση μιας οποιασδήποτε φυσικής ποσότητας ή μεγέθους είναι μία διαδικασία σύγκρισης του προς μέτρηση μεγέθους με κάποιο πρότυπο. Αυτό γίνεται με τη βοήθεια ενός οργάνου μέτρησης κατάλληλα βαθμονομημένου.

Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι ένας αριθμός που συνοδεύεται από την μονάδα μέτρησης, σε δεδομένο σύστημα μονάδων. Κατά προτίμηση στο σύστημα S.I.

Μέτρηση του βάρους (**ζύγιση**) σώματος: Το βάρος ανθρώπου (**φυσικό μέγεθος**) προσδιορίζεται μετρικά με μία ζυγαριά (**όργανο μέτρησης**). Στην κλίμακα της διαβάζεται μία τιμή (**τιμή μέτρησης**). Κατά την διάρκεια της μέτρησης ο άνθρωπος πρέπει να παραμένει ακίνητος (**συνθήκες μέτρησης**). Η ζυγαριά έχει προηγουμένα συγκριθεί με ένα πρότυπο μέγεθος (**βαθμονόμηση**).

Η αξιοπιστία μιας μέτρησης εξαρτάται από την ακρίβειά της. Η δε ακρίβεια περιορίζεται από πολλούς παράγοντες που όλοι μαζί συνεργούν ώστε να δίνουν ένα συνολικό και αναπόφευκτο σφάλμα.

Δεν υπάρχει μέτρηση απόλυτης βεβαιότητας, απόλυτης ακρίβειας, που να γίνεται χωρίς την ύπαρξη σφάλματος.

Σημαντικά ψηφία μιας μέτρησης είναι ο αριθμός των βέβαιων ψηφίων σε μια μετρούμενη τιμή (ή σε ένα αριθμητικό αποτέλεσμα που προέκυψε από υπολογισμούς με μετρούμενες τιμές), για τα οποία ο πειραματιστής έχει εμπιστοσύνη ότι είναι ακριβή, συν ένα τελικό ψηφίο το οποίο χαρακτηρίζεται από κάποια αβεβαιότητα.

Τα σημαντικά ψηφία είναι αριθμοί ικανοποιητικά γνωστοί, από τους οποίους ο τελευταίος- το λιγότερο σημαντικό ψηφίο- καταγράφεται με κάποια αβεβαιότητα.

Θεωρούνται όλα όσα μπορούμε να διαβάσουμε με απόλυτη βεβαιότητα συν το τελευταίο που είναι πάντα αβέβαιο.

Για παράδειγμα αν κατά τη μέτρηση του μήκους ενός μολυβιού με μια ρίγα που έχει ακρίβεια χιλιοστού, γράψαμε το αποτέλεσμα

$85,00\text{mm}=8,500\text{cm}$, θα ήταν λάθος, διότι είναι σαν να λέμε ότι μετρήσαμε

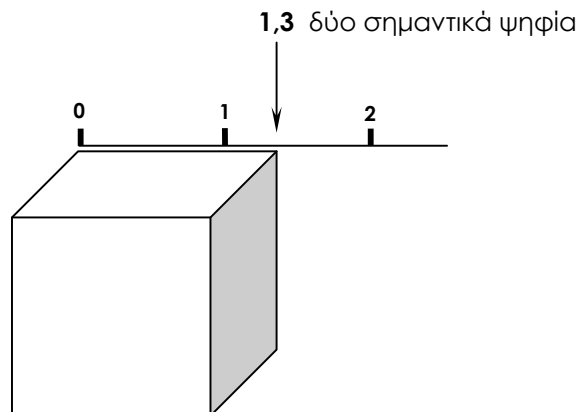
το μήκος με ακρίβεια εκατοστού του χιλιοστού, πράγμα που δεν είναι αλήθεια.



Ας μετρήσουμε την ακμή του διπλανού κύβου, με χάρακα που φαίνονται μόνο τα εκατοστά. Η εκτίμηση είναι 1,3cm.

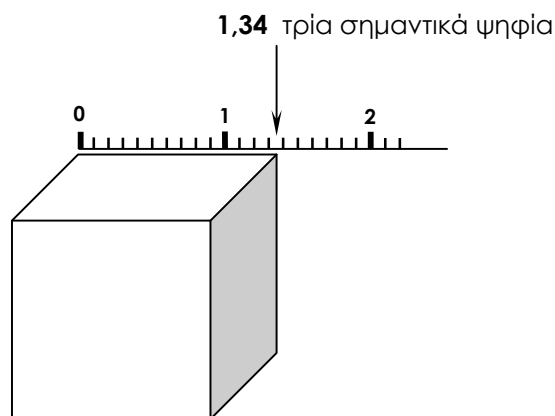
Θα ήταν ανακριβές να πούμε ότι η ακμή είναι 1,30cm, επειδή αυτό θα σήμαινε ότι το τελευταίο ψηφίο (0) έχει κάποια αβεβαιότητα, όμως τα άλλα ψηφία 1,3 είναι βέβαια, πράγμα που δεν είναι αλήθεια.

Το μόνο που μπορούμε να πούμε με σιγουριά είναι ότι τη ακμή του κύβου είναι κάπου ανάμεσα στα 1cm και 2cm.



Ας μετρήσουμε την ακμή του κύβου, με χάρακα που φαίνονται τώρα και τα χιλιοστά. Η εκτίμηση τώρα είναι 1,34cm.

Το μόνο που μπορούμε να πούμε με σιγουριά είναι ότι τη ακμή του κύβου είναι κάπου ανάμεσα στα 1,3cm και 1,4cm.



Κανόνες Καθορισμού Σημαντικών Ψηφίων

1. Όλα τα ψηφία είναι σημαντικά, εκτός από τα μηδενικά στην αρχή του αριθμού.
Έτσι οι τιμές 9,12cm, 0,912cm, 0,00912cm έχουν όλες τρία σημαντικά ψηφία.
2. Τα μηδενικά στο τέλος των δεκαδικών ψηφίων ενός δεκαδικού αριθμού, είναι σημαντικά.
Έτσι οι τιμές 9,00cm, 9,10cm, 90,0cm έχουν όλες τρία σημαντικά ψηφία.
3. Τα μηδενικά στο τέλος ενός ακέραιου αριθμού, μπορεί να είναι ή μπορεί να μην είναι σημαντικά.
Αν μας δοθεί η μέτρηση 900cm, δεν μπορούμε να ξέρουμε πόσα σημαντικά ψηφία πρέπει να λάβουμε υπ' όψιν (ένα, δυο ή τρία). Αν όμως μας δοθεί η μέτρηση 900, cm τότε τα μηδενικά είναι σημαντικά.

Όταν δεν υπάρχει υποδιαστολή, σαν σημαντικά μετρούν από το πρώτο αριστερά μέχρι το τελευταίο μη μηδενικό.
Πχ. 15 (2 σημ. ψηφία) - 15000 (2 σημ. ψηφία) - 15050 (4 σημ. ψηφία)

Γενικά σε τέτοιες περιπτώσεις για να είμαστε σίγουροι για τον αριθμό σημαντικών ψηφίων, γράφουμε το αποτέλεσμα με τον Επιστημονικό Συμβολισμό.

Επιστημονικός ή Εκθετικός Συμβολισμός

Ένας αριθμός μπορεί να εκφραστεί στη μορφή **$a \times 10^n$** .

Όπου $1 < a < 10$ και το **n** ακέραιος αριθμός.

Σύμφωνα με τον επιστημονικό συμβολισμό, η μέτρηση 900cm, δοσμένη με δυο σημαντικά ψηφία γράφεται $9,0 \times 10^2 \text{cm}$, με τρία σημαντικά $9,00 \times 10^2 \text{cm}$ κλπ.

Ο συμβολισμός αυτός διευκολύνει τη γραφή πολύ μεγάλων ή πολύ μικρών ποσοτήτων. Για παράδειγμα είναι ευκολότερο σε υπολογισμούς να γράψουμε την ταχύτητα φωτός $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ αντί 300.000.000 m/s

Παράδειγμα

Ο αριθμός 2,4m μπορεί να γραφτεί και με τη μορφή 0,0024km

ή με τη μορφή $24 \times 10^{-4} \text{km}$

ή με τη μορφή $2,4 \times 10^3 \text{mm}$

διότι όλες οι προηγούμενες μορφές έχουν 2 σημαντικά ψηφία.

ΟΧΙ όμως με τη μορφή 2400mm διότι έχει 4 σημαντικά ψηφία

ούτε με τη μορφή 0,00240km διότι έχει 3 σημαντικά ψηφία.

Σημαντικά Ψηφία σε Υπολογισμούς

Οι μετρήσεις που παίρνουμε, συχνά χρησιμοποιούνται για διάφορους υπολογισμούς. Πως θα προσδιορίσουμε το σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων, για να εκφράσουμε το αποτέλεσμα του υπολογισμού;

Εδώ ακολουθούμε τους πιο κάτω κανόνες.

1. **Πολλαπλασιασμός και Διάρθρωση.** Όταν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε ποσότητες που μετρήσαμε, το αποτέλεσμα θα πρέπει να δοθεί με τόσα σημαντικά ψηφία όσα έχει η μέτρηση με τα λιγότερα σημαντικά ψηφία.

Πχ. $3,21 \times 0,02 = 0,06$ και όχι $0,0642$
 $100,0 \times 0,0634 \div 25,31 = 0,250$ και όχι $0,2504938759$

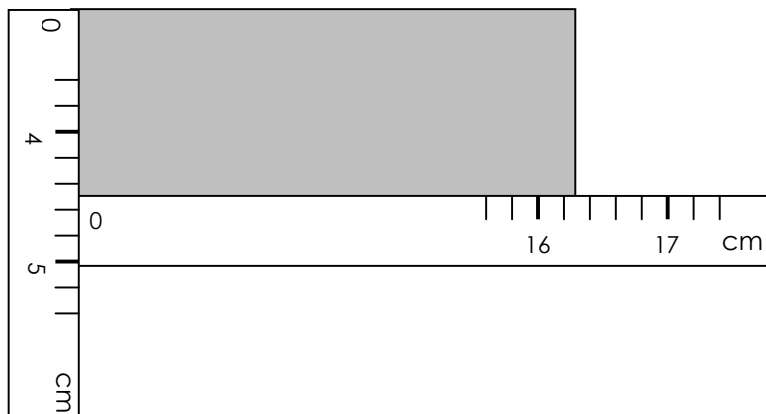
2. **Πρόσθεση και Αφαίρεση.** Όταν προσθέτουμε ή αφαιρούμε ποσότητες που μετρήσαμε, το αποτέλεσμα θα πρέπει να δοθεί με τόσα δεκαδικά ψηφία όσα έχει η μέτρηση με τα λιγότερα δεκαδικά ψηφία.

Πχ. $123 + 5,35$ σωστή απάντηση είναι 128 και όχι 128,35
 $2,37 + 1,2 = 3,6$ και όχι 3,57
 $1,002 - 0,998 = 0,004$ το αποτέλεσμα έχει τρία δεκαδικά ψηφία, αλλά ένα σημαντικό.

3. **Ακριβείς Αριθμοί.** Μέχρι εδώ αναφερθήκαμε σε αριθμούς που έχουν αβεβαιότητα. υπάρχουν όμως και οι ακριβείς αριθμοί, που προκύπτουν από την καταμέτρηση πραγμάτων ή από τον ορισμό μονάδων.

Πχ. Μετρούμε 9 κέρματα. Εννοούμε ακριβώς 9 και όχι 8,9 ή 9,1.
 Λέμε ότι 1 πόδι, έχει 12 ίντσες. Και εννοούμε ακριβώς 12.
 Μια ίντσα είναι εξ ορισμού 2,54 εκατοστά.

Έτσι το 2,54 δεν πρέπει να λαμβάνεται σαν αποτέλεσμα μέτρησης με τρία σημαντικά ψηφία. Στους υπολογισμούς μας πρέπει να αναγνωρίζουμε τους ακριβείς αριθμούς και να τους εξαιρούμε από τον προσδιορισμό των σημαντικών ψηφίων.

Παράδειγμα

Ας υποθέσουμε ότι μας ζητούν να βρούμε το εμβαδόν μιας ορθογώνιας πλάκας, χρησιμοποιώντας το χάρακα που φαίνεται στο σχήμα. Για να το κάνουμε, πρέπει να μετρήσουμε το μήκος και το πλάτος της πλάκας.

Μετρούμε το μήκος και βρίσκουμε ότι είναι 16,3cm. Το μόνο που μπορούμε να πούμε με σιγουριά είναι ότι το μήκος της πλάκας είναι κάπου ανάμεσα στα 16,2cm και 16,4cm. Η μέτ-

ρηση μας έχει ακρίβεια τριών σημαντικών ψηφίων.

Μετρούμε το πλάτος της πλάκας και βρίσκουμε 4,5cm. Η πραγματική τιμή βρίσκεται κάπου μεταξύ στα 4,4cm και 4,6cm. Αυτή η μέτρηση έχει ακρίβεια δυο σημαντικών ψηφίων. Λέμε ότι οι τιμές που μετρήθηκαν είναι $16,3 \pm 0,1$ cm και $4,5 \pm 0,1$ cm

Η επιφάνεια της πλάκας, θα βρεθεί αν πολλαπλασιάσουμε τις δυο διαστάσεις της.

$$E = (\text{μήκος}) \times (\text{πλάτος}) = (16,3\text{cm}) \times (4,5\text{cm}) = 73,35\text{cm}^2.$$

Η πιο πάνω απάντηση όμως έχει τέσσερα σημαντικά ψηφία, δηλαδή μεγαλύτερο αριθμό σημαντικών ψηφίων από τη μέτρηση των διαστάσεων μήκος και πλάτος.

Δεν μπορεί να έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια στον υπολογισμό του εμβαδού απ' ότι στη μέτρηση των γραμμικών διαστάσεων της πλάκας.

Σύμφωνα με τον κανόνα, όταν πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε δυο αριθμούς, κρατούμε στο αποτέλεσμα τόσα σημαντικά ψηφία, όσα ο αριθμός με τα λιγότερα σημαντικά ψηφία. Ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων στην απάντηση πρέπει να είναι ο ίδιος με τον αριθμό των σημαντικών ψηφίων στην χειρότερα μετρημένη ποσότητα, δηλαδή αυτή με τον μικρότερο αριθμό σημαντικών ψηφίων, στη περίπτωση μας δυο.

Έτσι η πλάκα έχει επιφάνεια 73cm^2 , εννοώντας ότι η τιμή της κυμαίνεται ανάμεσα στο

$$(16,2\text{cm}) \times (4,4\text{cm}) = 71\text{cm}^2 \text{ και } (16,4\text{cm}) \times (4,6\text{cm}) = 75\text{cm}^2.$$

Στρογγύλεμα

Είναι η διαδικασία παράλειψης ψηφίων σε ένα αποτέλεσμα υπολογισμών που δεν είναι σημαντικά και η τροποποίηση του τελευταίου ψηφίου.

Ένας αριθμός στρογγυλοποιείται στον επιθυμητό αριθμό σημαντικών ψηφίων, αν παραλείψουμε ένα ή περισσότερα ψηφία από τα δεξιά.

1. Αν το πρώτο ψηφίο που παραλείπεται, είναι μεγαλύτερο του 5, τότε προσθέτουμε μια μονάδα στο ψηφίο που προηγείται και απορρίπτουμε όλα τα άλλα ψηφία που βρίσκονται δεξιά του.

Έτσι το στρογγύλεμα του 1,2181 σε τρία σημαντικά ψηφία, δίνει 1,2181→1,22.

το στρογγύλεμα του 4,7664 σε τρία σημαντικά ψηφία, δίνει 4,7664→4,77.

το στρογγύλεμα του 56,7132 σε δυο σημαντικά ψηφία, δίνει 56,7132→57.

2. Αν το πρώτο ψηφίο που παραλείπεται είναι μικρότερο του 5, τότε απλά το απορρίπτουμε με όλα τα άλλα ψηφία που βρίσκονται δεξιά του, χωρίς να κάνουμε κάτι άλλο.

Έτσι το στρογγύλεμα του 1,2143 σε τρία σημαντικά ψηφία, δίνει 1,2143→1,21.

το στρογγύλεμα του 4,7644 σε τρία σημαντικά ψηφία, δίνει 4,7644→4,76.

το στρογγύλεμα του 590,4154 σε τέσσερα σημαντικά ψηφία, δίνει 590,4154→590,4.

3. Αν το πρώτο ψηφίο που παραλείπεται είναι 5, τότε προσθέτουμε μια μονάδα στο ψηφίο που προηγείται αν είναι περιττός αριθμός, διαφορετικά μένει ως έχει.

Έτσι το στρογγύλεμα του 23,75 σε τρία σημαντικά ψηφία, δίνει 23,75→23,8.

το στρογγύλεμα του 40,765 σε τέσσερα σημαντικά ψηφία, δίνει 40,765→40,76.

το στρογγύλεμα του 12,7541 σε τρία σημαντικά ψηφία, δίνει 12,7541→12,8.

το στρογγύλεμα του 8,72564 σε τρία σημαντικά ψηφία, δίνει 8,72564→8,72.

Προσοχή

Σε υπολογισμούς δυο ή περισσότερων σταδίων, θα πρέπει να διατηρούμε τα μη σημαντικά ψηφία των ενδιάμεσων αποτελεσμάτων. **Να στρογγυλεύουμε το τελικό αποτέλεσμα.**

Παραδείγματα

Να γίνουν οι πράξεις και το αποτέλεσμα να στρογγυλοποιηθεί στο σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων.

(α) $39,54 \times 2,88 = 113,8752$ το αποτέλεσμα πρέπει να έχει τρία σημαντικά ψηφία. Το πρώτο ψηφίο που πρέπει να απορριφθεί από αριστερά είναι το 8. Είναι μεγαλύτερο του 5 και άρα θα πρέπει να προσθέσουμε μονάδα στο προηγούμενο. Άρα το αποτέλεσμα μας είναι 114.

$$= 114$$

(β) $4,18 - 58,16 \times (3,38 - 3,01) =$

$$= 4,18 - 58,16 \times 0,37 =$$

$$= 4,18 - 21,5192 =$$

$$= -17,3392 =$$

$$= -17$$

Είναι χρήσιμο να γράφουμε τα ενδιάμεσα αποτελέσματα, υπογραμμίζοντας κάθε φορά το τελευταίο σημαντικό ψηφίο.

Ασκήσεις

1. Να βρεθεί ο αριθμός των δεκαδικών και των σημαντικών ψηφίων στους πιο κάτω αριθμούς.

α) 2542 = δεκαδικά ψηφία και σημαντικά ψηφία

β) 213,63 = δεκαδικά ψηφία και σημαντικά ψηφία

γ) 0,00978 = δεκαδικά ψηφία και σημαντικά ψηφία

δ) 327,40 = δεκαδικά ψηφία και σημαντικά ψηφία

ε) 40,503 = δεκαδικά ψηφία και σημαντικά ψηφία

2. Να γραφούν με επιστημονική μορφή οι παρακάτω αριθμοί.

α) 230.000.000 = β) 136.800.023 =

γ) 0,007891 = δ) 3175,46 =

3. Να κάνετε τις παρακάτω πράξεις.

α) $23,064 + (5,12 \times 10,32) + (0,53 \times 6,23) =$ β) $102,391 \times 42,2 \times 0,578 =$

Π Ε Ι Ρ Α Μ Α

Ερχόμαστε στο εργαστήριο, γνωρίζοντας εκ των προτέρων το πείραμα που θα κάνουμε. Πρέπει να είμαστε σίγουροι ότι κατέχουμε καλά τη θεωρία πάνω στην οποία στηρίζεται το πείραμα.

Αρχίζουμε το πείραμα στήνοντας πρώτα τα όργανα/συσσκευές. Στη συνέχεια σε ένα πρόχειρο κάνουμε πίνακα με τις μετρήσεις που πρόκειται να πάρουμε και γράφουμε τον τρόπο υπολογισμού (τύπο) που θα χρησιμοποιήσουμε.

Καταγραφή του πειράματος

Κάθε πείραμα καταγράφεται σε ειδικά τετράδια εργαστηρίου. Όσοι από τους μαθητές επιθυμούν, μπορούν να καταγράφουν την αναφορά του πειράματος σε ΗΥ.

Χωρίζουμε το πείραμα στα εξής τμήματα:

1. **Αριθμός πειράματος – Τίτλος Πειράματος – Ημερομηνία – Όνομα του Μαθητή**
2. **Σχεδιάγραμμα της Πειραματικής Διάταξης.** Σχεδιάζουμε την πειραματική διάταξη με τα όργανα και γράφουμε τις ονομασίες τους.
3. **Θεωρία.** Μια σύντομη περίληψη της θεωρίας πάνω στην οποία στηρίζεται το πείραμα.
4. **Εκτέλεση του πειράματος.**
 - (i) **Υλικά – όργανα.** Καταγράφουμε υλικά και όργανα που θα χρησιμοποιήσουμε.
 - (ii) **Μέθοδος.** Περιγραφή του τρόπου που γίνεται το πείραμα, του τρόπου που παίρνονται οι μετρήσεις και τυχόν προφυλάξεις που πάρθηκαν.
5. **Μετρήσεις.** Να καταγράφονται όλες οι μετρήσεις όπως παίρνονται σε κατάλληλους πίνακες. Κάντε τις μετρήσεις σας με όσο πιο μεγάλη ακρίβεια μπορείτε. Το αποτέλεσμα των υπολογισμών όμως που μπορείτε να κάνετε με βάση αυτές τις μετρήσεις δεν πρέπει να εκφράζεται με μεγαλύτερη ακρίβεια από αυτή που μπορεί να δώσει το όργανο μέτρησης.

Π.χ. ας υποθέσουμε ότι τρεις μαθητές μετρούν το μήκος ενός τραπεζιού και βρίσκουν 3,856m, 3,853m και 3,855m. Η μέση τιμή 3,85466666666m θα πρέπει κανονικά να προσεγγίζει περισσότερο την πραγματική τιμή. Δεν θα είχε νόημα να γράψουμε περισσότερα από τρία δεκαδικά ψηφία, αφού καμιά από τις μετρήσεις δεν ήταν τόσο ακριβής. Γι' αυτό στρογγυλεύουμε την τιμή στα 3,855m.
6. **Τρόπος υπολογισμού – Επεξεργασία μετρήσεων.** Να αναγράφεται ο τύπος και να φαίνεται πως βγαίνει το αποτέλεσμα από τις μετρήσεις.

7. **Γραφική παράσταση.** Για τις γραφικές παραστάσεις, χρησιμοποιείται κατάλληλη κλίμακα, ώστε να χρησιμοποιηθεί το μεγαλύτερο μέρος του χαρτιού. Σημειώνουμε καθαρά τα σημεία για να είναι ευδιάκριτα.
Οι γραφικές παραστάσεις μπορούν να γίνουν με software γραφικών παραστάσεων (πχ. microsoft excel).
8. **Αποτελέσματα – Συμπεράσματα – Τρόποι βελτίωσης των μετρήσεων .** Το τελικό αποτέλεσμα πρέπει να τοποθετείται μέσα σε πλαίσιο, π.χ. $m=2\text{ kg}$, να δίνεται με τον σωστό αριθμό σημαντικών/δεκαδικών ψηφίων που καθορίζεται από τους κανόνες που είδαμε πιο πάνω και όχι με δέκαπέντε δεκαδικά ψηφία. Πρέπει πάντα να αναγράφονται στο αποτέλεσμα και οι μονάδες μέτρησης του μεγέθους.
Στη συνέχεια γίνεται σύγκριση του αποτελέσματος με την αναμενόμενη τιμή.
9. **Σφάλματα.** Γίνεται αναφορά με λεπτομέρεια στα τυχαία και συστηματικά σφάλματα που έγιναν κατά την εκτέλεση του πειράματος και σχολιάζονται οι ανακρίβειες. Με την αναφορά στα σφάλματα, δίνεται η δικαιολογία της διαφοράς μεταξύ της αναμενόμενης και πειραματικής τιμής του φυσικού μεγέθους.
Υπολογίζουμε το % σφάλμα (επί τοις εκατό σφάλμα) με τον πιο κάτω τύπο:

$$\% \text{ σφάλμα} = \left(\frac{\text{πραγματική τιμή} - \text{πειραματική τιμή}}{\text{πραγματική τιμή}} \right) \times 100$$

Εάν το % σφάλμα είναι μικρότερο από 10%, το αποτέλεσμα του πειράματος σας είναι ικανοποιητικό.