

Επαναληπτικές ασκήσεις Γ' Γυμνασίου

Πράξεις Ρητών αλγεβρικών παραστάσεων και κλασματικές εξισώσεις

1. Να εξετάσετε αν οι πιο κάτω ισότητες είναι σωστές (Σ) ή λάθος (Λ).

a) $\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \cdot \frac{\alpha + \beta}{\beta - \alpha} = 1$

b) $\frac{\alpha}{\chi} - \frac{\alpha + 2}{\chi} = \frac{2}{\chi}$

c) $\frac{\chi}{\chi + 1} + \frac{1}{\chi + 1} = 1$

d) $\frac{1}{\chi} + \frac{1}{\psi} = \frac{2}{\chi + \psi}$

e) $\frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta} + \frac{\alpha + \beta}{\beta - \alpha} = 0$

f) $\frac{2\chi\psi - 2\psi^2}{\chi^2 - \psi^2} \div \frac{\psi(\chi - \psi)}{\chi + \psi} = \frac{2}{\chi - \psi}$

2. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

a) $\frac{\chi}{\chi + 6} + \dots = 0$

b) $\frac{\chi}{\chi + 6} + \dots = 1$

c) $\frac{\chi}{\chi + 1} + \dots = 1$

d) $\dots - \frac{5}{\chi + 2} = 1$

e) $\frac{3\chi + 8}{\chi} - \dots = 3$

f) $\frac{\chi}{\chi + 1} + \dots = \frac{2\chi}{\chi + 1}$

3. Να κάμετε τους πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις:

a) $\frac{3\chi - 6}{\chi^3} \cdot \frac{\chi^2}{\chi - 2} =$

b) $\frac{2\chi + 3\psi}{\chi - \psi} \cdot \frac{\psi^2 - \chi^2}{9\psi^2 - 4\chi^2} =$

c) $\frac{\chi^2 - 7\chi}{3\chi - 15} \div \frac{\chi^2 - 49}{\chi^2 - 10\chi + 25} =$

d) $\frac{9\chi^2 - 4}{4\chi^2 - 4\chi + 1} \div \frac{3\chi^2 - 2\chi}{8\chi^3 - 1} =$

$$\begin{aligned} & \frac{2a^2}{\chi} = \\ \text{e) } & \frac{\chi}{4a} = \\ & \frac{\chi^2}{a^2 - \chi^2} = \\ \text{f) } & \frac{a^2}{2a + 2\chi} = \\ & a \end{aligned}$$

4. Να κάμετε τις πράξεις:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{3\chi}{\chi-2} + \frac{2\chi-1}{\chi-2} - \frac{\chi+7}{\chi-2} = \\ \text{b) } & \frac{\chi-1}{(\chi+1)(\chi+2)} + \frac{1}{\chi+2} = \\ \text{c) } & \frac{1}{3\chi^2-3\chi} + \frac{\chi+1}{6\chi} - \frac{1}{3\chi-3} = \\ \text{d) } & \frac{1}{2\chi+6} + \frac{\chi-1}{3\chi-\chi^2} - \frac{\chi}{\chi^2-9} = \\ \text{e) } & \frac{1}{\psi^2-3\psi+2} + \frac{3}{\psi^2+\psi-2} - \frac{1}{4-\psi^2} = \\ \text{f) } & \left(\frac{\chi+1}{2\chi-2} + \frac{6}{2\chi^2-2} - \frac{\chi+3}{2\chi+2} \right) \div \frac{3}{\chi^2-4} = \\ \text{g) } & \left[\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha\beta} \right) \cdot (\alpha + \beta - 1) \right] \div (\alpha^2 + 2\alpha\beta - 1 + \beta^2) = \end{aligned}$$

5. Να αποδείξετε ότι: $\frac{\chi^3 - \psi^3}{\chi - \psi} + \chi\psi = (\chi + \psi)^2$

Στηριζόμενη στο πιο πάνω, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\frac{56^3 - 44^3}{12} + 56 \cdot 44 =$$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{\chi}{\chi-2} + \frac{4}{\chi-2} = \frac{5}{\chi-2} \\ \text{b) } & \frac{\chi}{\chi+3} - \frac{2}{\chi-3} = \frac{-\chi-9}{\chi^2-9} \\ \text{c) } & \frac{2\chi^2-8\chi}{\chi^2-4\chi+4} - \frac{4}{2-\chi} = \frac{\chi}{\chi-2} \end{aligned}$$

7. Αν $A = \frac{2\chi}{\chi^2 + 1}$ και $B = \frac{\chi^2 - 1}{\chi^2 + 1}$, να αποδείξετε ότι: $A^2 + B^2 = 1$.

8. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση: $\frac{\beta}{a + \gamma} - \frac{\gamma}{a + \beta} = 0$ να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.