



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2014

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 08/11/2014

Ώρα Εξέτασης: 10:00 -12:00

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι).
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

Πρόβλημα 1

Ένας αριθμός μεταξύ 301 και 370 έχει τρία διαφορετικά ψηφία. Εάν το άθροισμα των τριών ψηφίων είναι τριπλάσιο του ψηφίου των εκατοντάδων, να βρεθεί ο μεγαλύτερος περιττός αριθμός που έχει αυτή την ιδιότητα.

Προτεινόμενη λύση

Το πρώτο ψηφίο είναι ο αριθμός 3. Αν ονομάσουμε τα άλλα 2 ψηφία x και y στην θέση των δεκάδων και μονάδων αντίστοιχα, τότε θα έχουμε τον αριθμό $3xy$.

Έχουμε: $3 + x + y = 3 \times 3$, άρα $3 + x + y = 9$ ή $x + y = 6$.

Ο μεγαλύτερος περιττός αριθμός που έχει αυτήν την ιδιότητα είναι για $x = 5$ και $y = 1$, δηλαδή ο 351.

Πρόβλημα 2

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$1 \times \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + 3 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + 5 \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + 7 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) + 9 \times \frac{1}{5}$$

Προτεινόμενη λύση

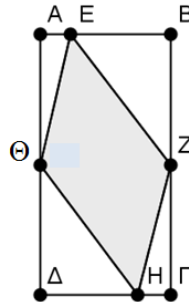
$$\begin{aligned} &1 \times 1 + 1 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{3} + 1 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{5} + 3 \times \frac{1}{2} + 3 \times \frac{1}{3} + 3 \times \frac{1}{4} + 3 \times \frac{1}{5} + 5 \times \frac{1}{3} + 5 \times \frac{1}{4} + 5 \times \frac{1}{5} \\ &+ 7 \times \frac{1}{4} + 7 \times \frac{1}{5} + 9 \times \frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \times (1 + 3) + \frac{1}{3} \times (1 + 3 + 5) + \frac{1}{4} \times (1 + 3 + 5 + 7) + \frac{1}{5} \times (1 + 3 + 5 + 7 + 9)$$

$$= 1 + \frac{1}{2} \times (4) + \frac{1}{3} \times (9) + \frac{1}{4} \times (16) + \frac{1}{5} \times (25) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

Πρόβλημα 3

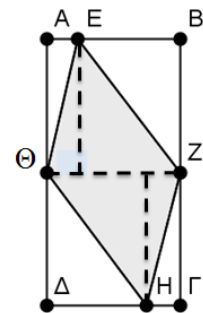
Στο πιο κάτω σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο. Το ευθύγραμμο τμήμα EB είναι τριπλάσιο του AE και το ευθύγραμμο τμήμα ΔH είναι τριπλάσιο του $H\Gamma$, τα σημεία Θ και Z είναι τα μέσα των $A\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Αν η πλευρά $AB = 4$ εκ. και η $B\Gamma = 8$ εκ, να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $EZH\Theta$.



Προτεινόμενη λύση

Αν χωρίσουμε το σχήμα όπως φαίνεται δίπλα, βλέπουμε ότι το εμβαδόν της ασκιάστης περιοχής είναι ίσο με το εμβαδόν του τετραπλεύρου $EZH\Theta$. Άρα, το εμβαδόν του τετραπλεύρου $EZH\Theta$ είναι ίσο με το μισό του εμβαδού του ορθογωνίου $AB\Gamma\Delta$.

$$E = \frac{4 \times 8}{2} = 16 \text{ cm}^2$$



Πρόβλημα 4

Ο Ανδρέας, ο Βένος και ο Γεώργιος θέλουν να αγοράσουν από ένα κινητό τηλέφωνο ίσης αξίας. Ο Ανδρέας για να το αγοράσει χρειάζεται ακόμη 27 ευρώ, ο Βένος χρειάζεται ακόμη 12 ευρώ και ο Γεώργιος χρειάζεται ακόμη 18 ευρώ. Αν δώσουν όλα τα λεφτά που έχουν και οι τρεις μαζί, τότε παίρνουν 2 κινητά τηλέφωνα και τους περισσέουν 15 ευρώ. Να βρείτε πόσα ευρώ είχε ο καθένας.

Προτεινόμενη λύση

Και οι 3 μαζί χρειάζονται ακόμη $27 + 12 + 18 = 57$ ευρώ. Αν ονομάσουμε a την αξία ενός κινητού τηλεφώνου, τότε η αξία 3 κινητών τηλεφώνων μείον 57 ευρώ ισούται με την αξία 2 κινητών τηλεφώνων συν 15 ευρώ.

Έχουμε: $a + a + a - 57 = a + a + 15$, άρα έχουμε $a = 72$ ευρώ. Έτσι:

Ανδρέας: $72 - 27 = 45$ ευρώ

Βένος: $72 - 12 = 60$ ευρώ

Γεώργιος: $72 - 18 = 54$ ευρώ