



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΕΠΑΡΧΙΑΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ 2015

ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ημερομηνία: 07/11/2015

Ώρα εξέτασης: 10:00 -12:00

ΟΔΗΓΙΕΣ:

1. Να λύσετε όλα τα θέματα, αιτιολογώντας πλήρως τις απαντήσεις σας.
2. Κάθε θέμα βαθμολογείται με 10 μονάδες.
3. Να γράφετε με μπλε ή μαύρο μελάνι (τα σχήματα επιτρέπεται με μολύβι)
4. Δεν επιτρέπεται η χρήση διορθωτικού υγρού.
5. Δεν επιτρέπεται η χρήση υπολογιστικής μηχανής.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

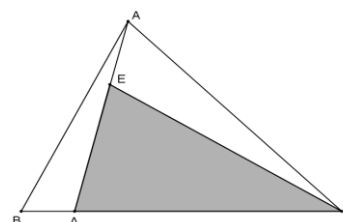
1. (α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$A = \left(2 - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(2 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(2 - \frac{4}{5}\right) \cdot \left(2 - \frac{5}{6}\right) \cdot \left(2 - \frac{6}{7}\right) \cdot \left(2 - \frac{7}{8}\right)$$

Λύση:

$$\begin{aligned} A &= \left(\frac{6}{3} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{8}{4} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{10}{5} - \frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{12}{6} - \frac{5}{6}\right) \cdot \left(\frac{14}{7} - \frac{6}{7}\right) \cdot \left(\frac{16}{8} - \frac{7}{8}\right) = \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{6}{5} \times \frac{7}{6} \times \frac{8}{7} \times \frac{9}{8} = 3 \end{aligned}$$

- (β) Το τρίγωνο του διπλανού σχήματος $AB\Gamma$ έχει εμβαδόν 30cm^2 . Γνωρίζουμε ότι $(\Delta\Gamma) = 5 \cdot (B\Delta)$ και $(\Delta E) = 2 \cdot (AE)$. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του σκιασμένου γ $\Gamma\Delta E$.



Λύση:

Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $A\Delta\Gamma$ έχουν κοινό ύψος και αφού $(\Delta\Gamma) = 5 \cdot (B\Delta)$ το εμβαδό του τριγώνου $A\Delta\Gamma$ είναι πενταπλάσιο από το εμβαδό του τριγώνου $AB\Delta$ και αφού γνωρίζουμε ότι το εμβαδό του $AB\Gamma$ είναι 30cm^2 το $A\Delta\Gamma$ θα έχει εμβαδό 25cm^2 . Τα τρίγωνα $A\Gamma\Delta$ και $E\Gamma\Delta$ έχουν κοινό ύψος (από την κορυφή Γ) και αφού $(\Delta E) = 2 \cdot (AE)$ το εμβαδό του τριγώνου $E\Delta\Gamma$ είναι διπλάσιο από το εμβαδό του τριγώνου $A\Gamma\Delta$ και αφού γνωρίζουμε ότι το εμβαδό του $A\Gamma\Delta$ είναι 25cm^2 το $\Gamma\Delta E$ έχει εμβαδό $\frac{50}{3}\text{cm}^2$.

2. Οι φυσικοί αριθμοί γράφονται όπως φαίνονται στο σχήμα. Ποιος αριθμός θα είναι στο τετράγωνο που βρίσκεται στην 28^η γραμμή και στην 14^η στήλη;
(π.χ. το 5 βρίσκεται στην 3^η γραμμή και στην 2^η στήλη και το 13 βρίσκεται στην 5^η γραμμή και στην 3^η στήλη)

1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15

Λύση:

Στην πρώτη γραμμή γράφουμε ένα αριθμό, στη δεύτερη δύο αριθμούς, στην τρίτη τρεις αριθμούς κ.ο.κ. Στην 28^η γραμμή θα γραφούν 28 αριθμοί.

Για να βρούμε ποιός είναι ο τελευταίος αριθμός της εικοστής όγδοης γραμμής αρκεί να υπολογίσουμε το άθροισμα:

$$\Sigma = 1+2+3+\dots+14+15+\dots+26+27+28.$$

Παρατηρούμε ότι : $1+28 = 2+27 = 3+26 = \dots = 14+15 = 29$ έτσι έχουμε σχηματίσει 14 ζεύγη αριθμών που το καθένα έχει άθροισμα 29, δηλαδή

$\Sigma = 14 \times 29 = 406$ που είναι ο τελευταίος αριθμός της εικοστής όγδοης γραμμής. Ο ζητούμενος αριθμός είναι $406 - 14 = 392$

3. Αν ο Ανδρέας δώσει στο Βασίλη €50, τότε θα έχουν το ίδιο ποσό χρημάτων. Αν όμως ο Βασίλης δώσει στον Ανδρέα €40, τότε ο Ανδρέας θα έχει τετραπλάσια χρήματα από το Βασίλη. Πόσα χρήματα είχε αρχικά ο καθένας;

Λύση

Αν ο Ανδρέας δώσει στο Βασίλη €50 και θα έχουν το ίδιο ποσό χρημάτων, τότε αυτό σημαίνει ότι ο Ανδρέας έχει €100 περισσότερα από το Βασίλη.

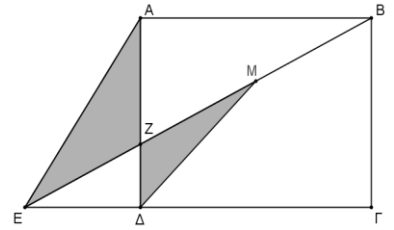
Αν τώρα ο Βασίλης δώσει στον Ανδρέα €40, σημαίνει ότι η διαφορά των δύο ποσών θα αυξηθεί και θα γίνει €180. Σ' αυτή την περίπτωση, ο Ανδρέας έχει τετραπλάσιο ποσό απ' ότι ο Βασίλης, άρα αυτό σημαίνει ότι η διαφορά των €180 είναι τριπλάσια του ποσού των χρημάτων που έχει ο Βασίλης.

Άρα ο Βασίλης κρατάει $€180 \div 3 = €60$.

Άρα αρχικά κρατούσε $€60 + €40 = €100$.

Επομένως ο Ανδρέας αφού κρατούσε αρχικά €100 περισσότερα από τον Βασίλη, τότε είχε $€100 + €100 = €200$

4. Στο διπλανό σχήμα έχουμε το ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με $\Gamma\Delta = 8\text{cm}$ και $B\Gamma = 6\text{cm}$ και το σημείο Z είναι σημείο της $A\Delta$, με $DZ=2\text{cm}$. Αν το M είναι το μέσο του BZ , να βρείτε:
 (α) το εμβαδό του τριγώνου AEZ
 (β) το λόγο εμβαδών των τριγώνων AEZ προς ΔZM



Λύση:

α) Το εμβαδό του τριγώνου AEZ ισούται με εμβαδό του τριγώνου ABE πλην το εμβαδό του τριγώνου ABZ .

$$E_{AEZ} = E_{AEB} - E_{ABZ} = \frac{8 \times 6}{2} - \frac{8 \times 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

β) Το εμβαδό του ΔZM ισούται με το μισό του εμβαδού του τριγώνου $BZ\Delta$ αφού το M είναι το μέσο της BZ έχουμε

$$E_{BZ\Delta} = \frac{(Z\Delta) \times (\Gamma\Delta)}{2} = \frac{2 \times 8}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

επομένως $E_{\Delta ZM} = 4 \text{ cm}^2$ οπότε ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων AEZ προς ΔZM είναι $\frac{8}{4} = 2$