

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΚΑΙ ΑΝΩΤΑΤΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

2010

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ Ι ΘΕΩΡΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ : ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΕΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : ΤΡΙΤΗ, 25 ΜΑΪΟΥ 2010

ΩΡΑ : 11.00 - 13.30

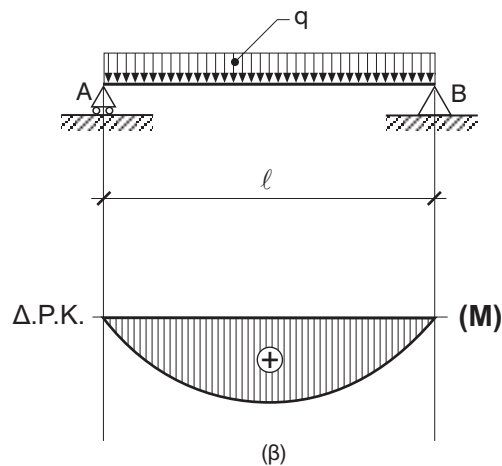
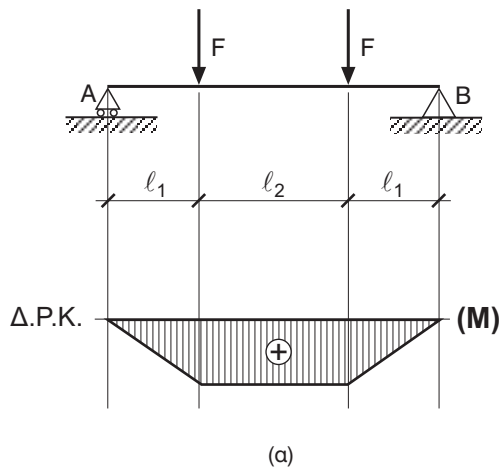
Επιτρεπόμενη διάρκεια γραπτού 2,5 ώρες (150 λεπτά)

ΛΥΣΗ ΔΟΚΙΜΙΟΥ

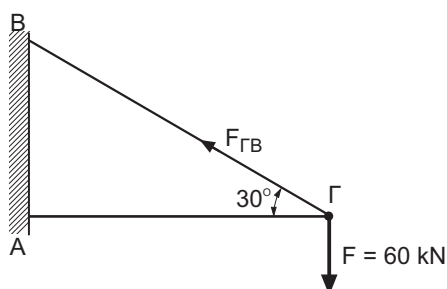
ΜΕΡΟΣ Α΄

1. (γ)

2.



3.



$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_{\Gamma B} = 60 \text{ kN} / \eta\mu 30^\circ = 120 \text{ kN (εφελκυστική)}$$

4. Η διατομή Β έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας ως προς τον κεντροβαρικό άξονα x-x, διότι:

Ροπή αδράνειας διατομής Α:

$$I_{x-x}^A = \frac{\alpha \cdot \beta^3}{12}$$

Ροπή αδράνειας διατομής Β:

$$I_{x-x}^B = \frac{\beta \cdot \alpha^3}{12}$$

Επειδή $\alpha > \beta$, $\Rightarrow I_{x-x}^B > I_{x-x}^A$

5.

$$R_A - q \cdot x = 0$$

$$53,33 - 20 \cdot x = 0$$

$$x = \frac{53,33}{20} = 2,67 \text{ m}$$

6. Η ορθή απάντηση είναι η (γ) διότι η μονάδα μέτρησης της ροπής αδράνειας είναι στην τετάρτη δύναμη.

7.

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{min}}{\ell^2} = \frac{3,14^2 \cdot 200 \text{ kN} \cdot 20\,000 \text{ mm}^4}{\text{mm}^2 \cdot 25 \cdot 10^6 \text{ mm}^2} = 1,58 \text{ kN}$$

8. $F = 100 \text{ kN}$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 6 - 100 \cdot 4 = 0$$

$$R_A = 400/6 = 66,67 \text{ kN}$$

$$R_B = 100 - R_A = 100 - 66,67 = 33,33 \text{ kN}$$

9.

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{A}} = \sqrt{\frac{1250}{150}} = 2,87 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{\ell}{i_{min}} = \frac{0,5 \cdot 400 \text{ cm}}{2,87 \text{ cm}} = 69,69$$

10. $M_A = - 50 \cdot 2 \cdot 1 - 20 \cdot 3 = - 100 - 60 = - 160 \text{ kN} \cdot \text{m}$

11. $\Sigma M_A = 0$

$$+30 + 20 \cdot 4 - R_B \cdot 3 = 0$$

$$R_B = \frac{110}{3} = 36,67 \text{ kN}$$

$\Sigma M_B = 0$

$$+30 + 20 \cdot 1 + R_A \cdot 3 = 0$$

$$+ R_A = -50/3 = -16,67 \text{ kN}$$

12. Η ορθή απάντηση είναι για το διάγραμμα τεμνουσών δυνάμεων το (α) και για το διάγραμμα ροπών το (στ).

ΜΕΡΟΣ Β΄

13.

$$\frac{M}{I} = \frac{\sigma}{y}$$

$$I_{x-x} = \frac{5 \cdot 8^3}{12} = 213,33 \text{ cm}^4$$

$$\frac{M}{213,33 \text{ cm}^4} = \frac{150 \text{ N}}{40 \text{ mm}}$$

$$\frac{M}{213,33 \cdot 10^4 \text{ mm}^4} = \frac{150 \text{ N}}{40 \text{ mm}}$$

$$M_{\Gamma} = 799,99 \cdot 10^4 \text{ N}\cdot\text{mm} = 7999,9 \text{ kN}\cdot\text{mm} = 8,00 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\Gamma} = 8,00 = R_A \cdot 2 \quad \Rightarrow \quad R_A = 4 \text{ kN}$$

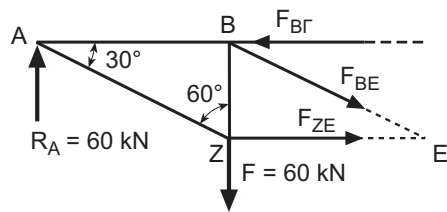
$$\Sigma M_B = 0 \quad \Rightarrow \quad R_A \cdot 6 - F \cdot 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad F = 6 \text{ kN}$$

14.

Αντιδράσεις

$$R_A = R_\Delta = 60 \text{ kN}$$

(Λόγω συμμετρίας της φόρτισης)



$$BZ = \varepsilon\varphi 30^\circ \cdot AB = 0,577 \cdot 4,0 = 2,31 \text{ m}$$

$$\Sigma M_B = 0$$

$$R_A \cdot 4 - F_{ZE} \cdot 2,31 = 0$$

$$F_{ZE} = 60 \cdot 4 / 2,31 = 69,26 \text{ kN} \quad (\text{Εφελκυστική})$$

$$\Sigma M_E = 0$$

$$R_A \cdot 8 - 60 \cdot 4 - F_{BG} \cdot 2,31 = 0$$

$$F_{BG} = \frac{60 \cdot 8 - 60 \cdot 4}{2,31} = 103,90 \text{ kN} \quad (\text{Θλιπτική})$$

15.

$$I_{\min} = \frac{35 \cdot 45^3}{12} = 265781,25 \text{ cm}^4 \quad \ell = 0,5 L$$

$$F_{\kappa\rho} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{\ell^2}$$

$$\ell^2 = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\min}}{F_{\kappa\rho}}$$

$$\ell = \pi \sqrt{\frac{E \cdot I_{\min}}{F_{\kappa\rho}}}$$

$$\ell = 3,14 \sqrt{\frac{200 \text{ kN} \cdot 265781,25 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}{\text{mm}^2 \cdot 800 \text{ kN}}}$$

$$\ell = 2,58 \text{ m} \quad \ell = 0,5 L \quad \Rightarrow \quad L = 5,16 \text{ m}$$

16.

$$(\alpha) \sigma_A = \frac{M}{I} y_A$$

$$\sigma_A = \frac{80 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot 17,5 \cdot 10 \text{ mm}}{181 \, 666,66 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}$$

$$\sigma_A = 7,7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_B = \frac{M}{I} y_B$$

$$\sigma_B = \frac{80 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot 32,5 \cdot 10 \text{ mm}}{181 \, 666,66 \cdot 10^4 \text{ mm}^4}$$

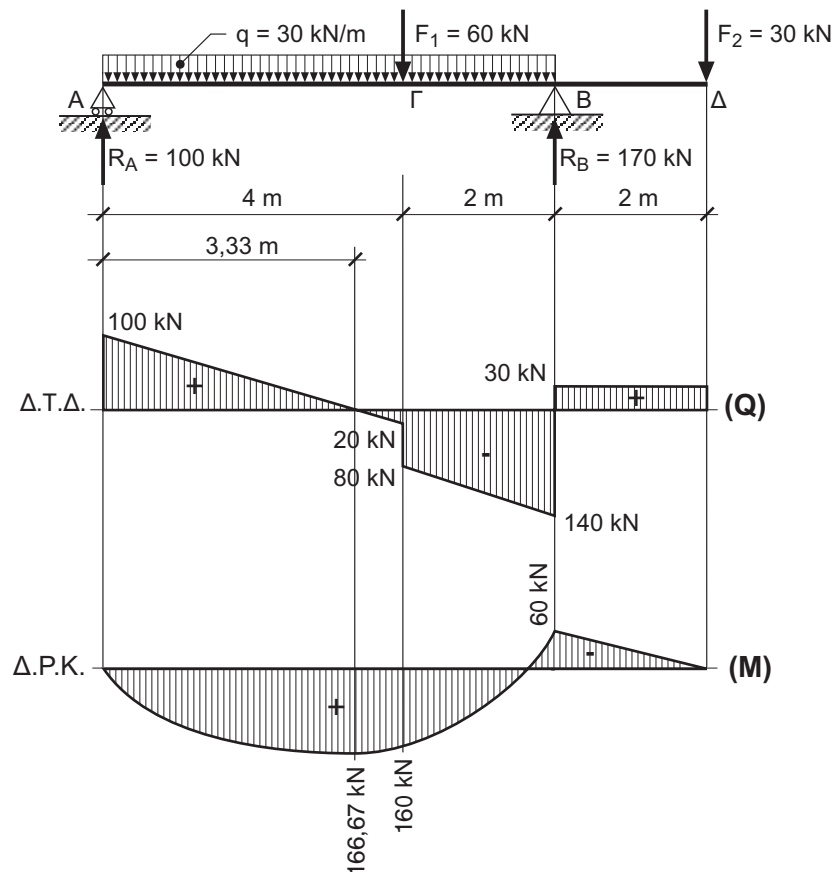
$$\sigma_B = 14,3 \text{ N/mm}^2$$

(β) $\sigma_A = 7,7 \text{ N/mm}^2$ - Εφελκύει το άνω μέρος του προβόλου

$\sigma_B = 14,3 \text{ N/mm}^2$ - Θλίβει το κάτω μέρος του προβόλου

ΜΕΡΟΣ Γ΄

17.



$$\Sigma M_A = 0 \quad \Rightarrow R_B$$

$$30 \cdot 6 \cdot 3 + 60 \cdot 4 + 30 \cdot 8 - R_B \cdot 6 = 0$$

$$R_B = (540 + 240 + 240)/6 = 170 \text{ kN}$$

$$\Sigma M_B = 0 \quad \Rightarrow R_A$$

$$-30 \cdot 6 \cdot 3 - 60 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + R_A \cdot 6 = 0$$

$$R_A = (540 + 120 - 60)/6 = 100 \text{ kN}$$

ΕΛΕΓΧΟΣ

$$100 + 170 = 30 \cdot 6 + 60 + 30$$

$$270 = 270$$

Υπολογισμός των τεμνουσών δυνάμεων (Q)

$$R_A - q \cdot x = 0$$

$$x = 100/30 = 3,33 \text{ m}$$

$$Q_{\Gamma}^{Ap} = 100 - 30 \cdot 4 = -20 \text{ kN}$$

$$Q_{\Gamma}^{\Delta\epsilon\xi} = -20 - 60 = -80 \text{ kN}$$

$$Q_B^{Ap} = 100 - 30 \cdot 6 - 60 = -140 \text{ kN}$$

$$Q_B^{\Delta\epsilon\xi} = -140 + 170 = +30 \text{ kN}$$

$$Q_{\Delta}^{\Delta\epsilon\xi} = +30 - 30 = 0 \text{ (Έλεγχος)}$$

Υπολογισμός των Ροπών κάμψης (M)

$$M_{\max} = R_A \cdot x - q \frac{x^2}{2}$$

$$M_{\max} = 100 \cdot 3,33 - 30 \frac{3,33^2}{2}$$

$$M_{\max} = 333 - 166,33 = 166,67 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{\Gamma} = 100 \cdot 4 - 30 \frac{4^2}{2} = 160 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B^{\Delta\epsilon\xi} = 100 \cdot 6 - 30 \frac{6^2}{2} - 60 \cdot 2 = 600 - 540 - 120 = -60 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_B^{Ap} = -30 \cdot 2 = -60 \text{ kN} \cdot \text{m} \text{ (Έλεγχος ορθότητας)}$$

ΤΕΛΟΣ