

Δίνονται τα σημεία A (X_A, Ψ_A) , B (X_B, Ψ_B) , Γ (X_Γ, Ψ_Γ)

1. Μήκος του AB $= \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (\Psi_B - \Psi_A)^2}$

2. Μέσο του AB M $\left(\frac{X_A + X_B}{2}, \frac{\Psi_A + \Psi_B}{2} \right)$.

3. Εξίσωση της AB: $\frac{X - X_A}{X_B - X_A} = \frac{\Psi - \Psi_A}{\Psi_B - \Psi_A}$

4. Κλίση του AB : $\lambda = \frac{\Psi_B - \Psi_A}{X_B - X_A}$

5. Συνθήκη για να είναι τα σημεία A , B , Γ συνευθειακά

$$\begin{vmatrix} X_A & \Psi_A & 1 \\ X_B & \Psi_B & 1 \\ X_\Gamma & \Psi_\Gamma & 1 \end{vmatrix} = 0$$

6. ΚΛΙΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ : (ι) $\Psi = \alpha X + \beta \Rightarrow \lambda = \alpha$
 (υ) $AX + B\Psi + \Gamma = 0 \Rightarrow \lambda = -\frac{A}{B}$

7. Παράλληλες ευθείες : $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$

8. Κάθετες ευθείες : $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2 \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$

9. Εξίσωση ευθείας που περνά από το σημείο (X_1, Ψ_1) και έχει κλίση A

$$\Psi - \Psi_1 = \lambda (X - X_1)$$

10. Γωνία δύο ευθειών : $\varepsilon\varphi\varphi = \left| \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{1 + \lambda_1 \cdot \lambda_2} \right|$

11. Απόσταση σημείου (X_1, Ψ_1) από την ευθεία $AX + B\Psi + \Gamma = 0$

$$d = \left| \frac{AX_1 + B\Psi_1 + \Gamma}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

12. Εμβαδό τριγώνου $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$: $E = \frac{1}{2} \left| \begin{vmatrix} X_A & \Psi_A & 1 \\ X_B & \Psi_B & 1 \\ X_\Gamma & \Psi_\Gamma & 1 \end{vmatrix} \right|$

A. **ΕΞΙΣΩΣΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΟΥ**

1. $(\chi - \alpha)^2 + (\psi - \beta)^2 = R^2$ παριστάνει κύκλο με κέντρο K (α, β) και ακτίνα R
2. $\chi^2 + \psi^2 = R^2$ παριστάνει κύκλο με κέντρο K (0, 0) και ακτίνα R
3. $\chi^2 + \psi^2 + 2g\chi + 2f\psi + c = 0$ είναι κύκλος με κέντρο K (-g , -f) και $R = \sqrt{g^2 + f^2 - c}$

B. **ΕΞΙΣΩΣΗ ΕΦΑΠΤΟΜΕΝΗΣ**

$$\begin{aligned} x^2 + \psi^2 = R^2 & \Rightarrow x x_1 + \psi \psi_1 = R^2 \\ x^2 + \psi^2 + 2gx + 2f\psi + c = 0 & \Rightarrow x x_1 + \psi \psi_1 + g (x + x_1) + f (\psi + \psi_1) + c = 0 \end{aligned}$$

Γ. **ΘΕΣΗ ΕΥΘΕΙΑΣ ΚΑΙ ΚΥΚΛΟΥ**

Λύω το σύστημα της ευθείας και του κύκλου από το οποίο προκύπτει μια εξίσωση 2^{ου} Βαθμού. Τότε εάν η διακρίνουσα της εξίσωσης $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$ είναι:

- i) $\Delta > 0$ η ευθεία και ο κύκλος τέμνονται.
- ii) $\Delta = 0$ η ευθεία εφάπτεται στον κύκλο.
- iii) $\Delta < 0$ η ευθεία και ο κύκλος δεν έχουν κοινά σημεία.

Δ. **ΟΡΘΟΓΩΝΙΟΙ ΚΥΚΛΟΙ**

$$(K_1) \quad x^2 + \psi^2 + 2g_1 x + 2f_1 \psi + c_1 = 0$$

$$(K_2) \quad x^2 + \psi^2 + 2g_2 x + 2f_2 \psi + c_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2g_1 g_2 + 2f_1 f_2 = c_1 + c_2$$

E. **ΠΑΡΑΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΚΙΣΩΣΕΙΣ**

$$x = R \cos \theta \quad \psi = R \sin \theta$$