ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

19η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ (ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ)

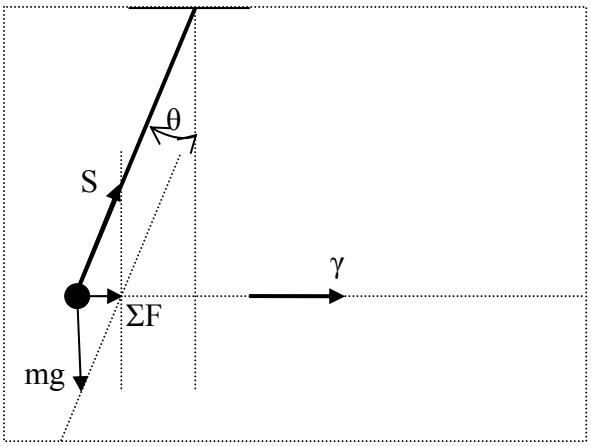
Κυριακή, 03 Απριλίου, 2005 **Ώρα: 10:00 - 13:00**

Προτεινόμενες Λύσεις

ΘΕΜΑ 1 (10 μονάδες)

Στο εκκρεμές εξασκούνται δύο δυνάμεις: το βάρος και η τάση του νήματος. Το εκκρεμές έχει την ίδια οριζόντια επιτάχυνση γ με το όχημα, ως προς το έδαφος. Ισχύει,

$$\Sigma F = m\gamma$$



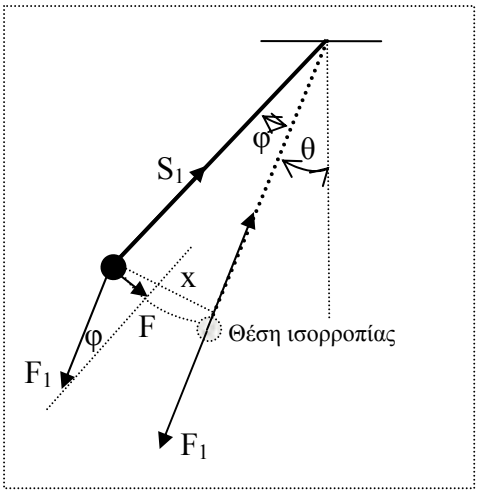
Από το σχήμα προκύπτει η σχέση:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\Sigma F}{mg}$$

Επομένως έχουμε:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\gamma}{g}$$ ***(3 μονάδες)***

Η σχέση αυτή καθορίζει τη θέση ισορροπίας του εκκρεμούς ως προς το όχημα. Θεωρούμε μια δύναμη F_1 η οποία εξασκείται στη μάζα και δικαιολογεί την ισορροπία της ως προς το όχημα. Η δύναμη αυτή είναι σταθερή και έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση:



$$F_1 = m\sqrt{\gamma^2 + g^2}$$

Έστω φ είναι η γωνιακή μετατόπιση του εκκρεμούς ως προς τη θέση ισορροπίας του ως προς το όχημα. Η δύναμη επαναφοράς F έχει μέτρο που δίνεται από τη σχέση,

$$F = F_1 \eta\mu\phi$$

Εφόσον η μετατόπιση φ είναι πολύ μικρή, μπορούμε να γράψουμε,

$\eta\mu\phi = \frac{x}{L}$, όπου L είναι το μήκος του εκκρεμούς.

Επομένως,

$F = -F_1 \frac{x}{L}$ ή

$F = -m\sqrt{\gamma^2 + g^2}\,\frac{x}{L}$. ***(3 μονάδες)***

το αρνητικό πρόσημο δηλώνει ότι η φορά της F είναι αντίθετη με τη μετατόπιση x από τη θέση ισορροπίας.

Από την τελευταία σχέση βρίσκουμε τη σταθερά ταλάντωσης:

$D = \frac{m\sqrt{\gamma^2 + g^2}}{L}$. ***(2 μονάδες)***

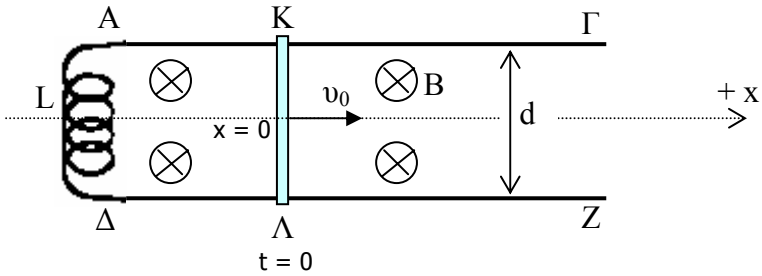
Η περίοδος του εκκρεμούς είναι:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$ ή

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{\gamma^2 + g^2}}}$. ***(2 μονάδες)***

ΘΕΜΑ 2 (15 μονάδες)

Όταν η ράβδος κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο αναπτύσσεται επαγωγική ηλεκτρεγερτική δύναμη στα άκρα της, η οποία δίνεται από τη σχέση:



$E_{\varepsilon\pi}$ = - Bud . ***(2 μονάδες)***

Στον κλειστό βρόχο ΚΑΔΛ εμφανίζεται, άρα, επαγωγικό ηλεκτρικό ρεύμα. Στο ρευματοφόρο αγωγό εξασκείται μαγνητική δύναμη η οποία μεταβάλλει το μέτρο της ταχύτητας. Αυτό σημαίνει ότι η τιμή του επαγωγικού ρεύματος δεν είναι σταθερή. Επομένως έχουμε και φαινόμενο αυτεπαγωγής. Η τάση από την αυτεπαγωγή είναι:

$E_{\alpha\upsilon\tau} = -L\dfrac{dI}{dt}$. ***(2 μονάδες)***

Εφόσον η ωμική αντίσταση στο βρόχο είναι μηδέν (R = 0), έχουμε, από τον κανόνα του Kirchhoff:

$$E_{\alpha\upsilon\tau} + \mathrm{E}_{\varepsilon\pi} = 0 \Rightarrow -L\frac{dI}{dt} - B\upsilon d = 0 \Rightarrow LdI = -(B\upsilon d)dt \Rightarrow LdI = -Bddx \Rightarrow I = -\frac{Bd}{L}x$$

(3 μονάδες)

(β) Η μαγνητική δύναμη στη ράβδο δίνεται από τη σχέση:

$F = BId$. ***(1 μονάδα)***

ή λόγω της σχέσης του ρεύματος,

$F = B(-\dfrac{Bd}{L}x)d = -(\dfrac{B^2d^2}{L})x$. ***(1 μονάδα)***

(γ) Η σχέση της δύναμης με τη θέση ικανοποιεί τη συνθήκη για αρμονική ταλάντωση. Σε αυτή την περίπτωση, η σταθερά ταλάντωσης είναι:

$D = \dfrac{B^2d^2}{L}$. ***(1 μονάδα)***

Και η κυκλική συχνότητα δίνεται από τη σχέση:

$\omega = \sqrt{\dfrac{D}{m}} = \sqrt{\dfrac{B^2d^2}{mL}} = Bd\sqrt{\dfrac{1}{mL}}$. ***(1 μονάδα)***

Το πλάτος της ταλάντωσης βρίσκεται από τη διατήρηση της ενέργειας:

$\dfrac{1}{2}m\upsilon_0^2 = \dfrac{1}{2}Dx_0^2 \Rightarrow m\upsilon_0^2 = \dfrac{\mathrm{B}^2d^2}{L}x_0^2$. ***(1 μονάδα)***

Άρα,

$x_0 = \frac{\upsilon_0}{Bd}\sqrt{mL}$. ***(1 μονάδα)***

Η θέση x ικανοποιεί την εξίσωση αρμονικής ταλάντωσης:

$x = x_0 \eta\mu(\omega t)$ ή

$x = (\frac{\upsilon_0}{Bd}\sqrt{mL})\eta\mu(\frac{Bd}{\sqrt{mL}}t)$. ***(2 μονάδες)***

ΘΕΜΑ 3 (20 μονάδες)

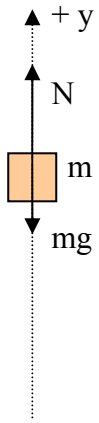
(α) Παραγωγίζοντας διαδοχικά τη συνάρτηση της θέσης, $y = y_0(1-\sigma\upsilon\nu\omega t)$, βρίσκουμε:

$\upsilon = \frac{dy}{dt} = y_0\omega\eta\mu\omega t$, ***(2 μονάδες)***

για την ταχύτητα, και

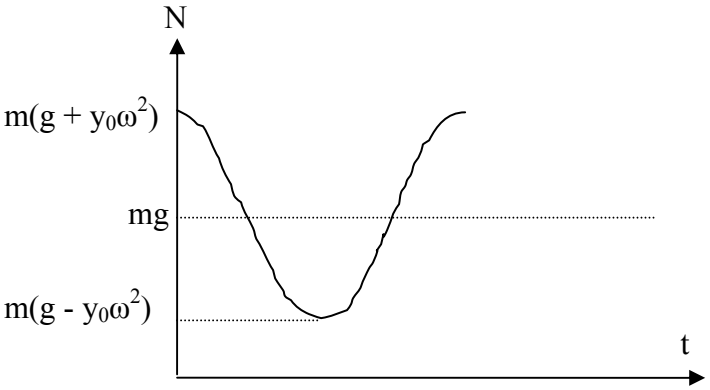
$\gamma = \frac{d\upsilon}{dt} = y_0\omega^2\sigma\upsilon\nu\omega t$, ***(2 μονάδες)***

για την επιτάχυνση.



(2 μονάδες)

Η μάζα m δέχεται δύο δυνάμεις: το βάρος mg και την κάθετη αντίδραση από τη σανίδα, N.
Από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα: ΣF = mγ. Άρα,
N – mg = mγ. Επομένως, έχουμε για τη δύναμη N,
N = m(g + γ). Ή από τη σχέση της επιτάχυνσης,
N = m(g + y_0 ω^2 συνωt). ***(2 μονάδες)***
Η αντίστοιχη γραφική παράσταση είναι: ***(2 μονάδες)***



(β) Πρέπει $|\gamma_{\max}| < g$. Άρα y_0 ω^2 < g. Άρα $y_0 < \frac{g}{\omega^2}$, για να είναι το σώμα συνέχεια σε επαφή με τη σανίδα. ***(2 μονάδες)***

(γ) Στη θέση $\frac{3y_0}{2}$, έχουμε $\frac{3y_0}{2} = y_0(1-\sigma\upsilon\nu\omega t) \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\omega t = -\frac{1}{2}$

Επίσης γ = - g, οπότε $-g = y_0\omega^2\sigma\upsilon\nu\omega t \Rightarrow y_0 = \frac{2g}{\omega^2}$.***(2 μονάδες)***

Το μέγιστο ύψος h βρίσκεται από το θεώρημα διατήρησης της μηχανικής ενέργειας.

$\frac{1}{2}m\upsilon^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{\upsilon^2}{2g}$. ***(2 μονάδες)***

Όπου η ταχύτητα βρίσκεται από τη σχέση,
$\upsilon = y_0\omega\eta\mu\omega t$, με $\sigma\upsilon\nu\omega t = -\frac{1}{2}$ στη θέση $\frac{3y_0}{2}$. Έχουμε,

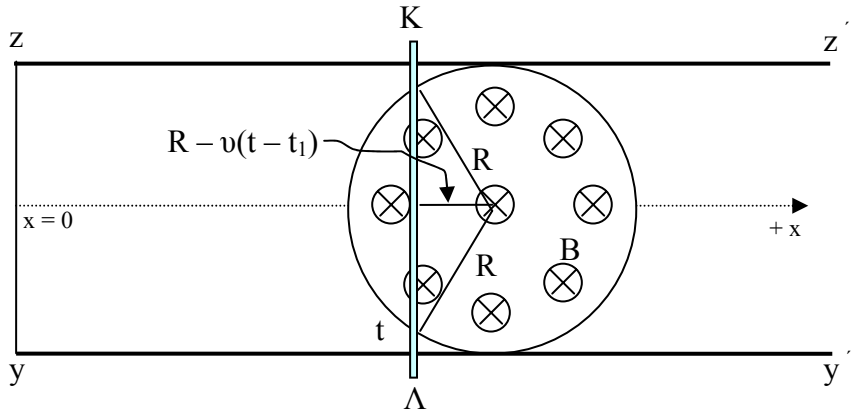
$\eta\mu\omega t = \sqrt{1-\sigma\upsilon\nu^2\omega t} = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. Άρα

$\upsilon = y_0\omega\frac{\sqrt{3}}{2}$. ***(2 μονάδες)***
Επομένως το μέγιστο ύψος, είναι

$h = \frac{\upsilon^2}{2g} = \frac{3y_0^2\omega^2}{8g}$. ***(2 μονάδες)***

ΘΕΜΑ 4 (25 μονάδες)

(α) Η απόλυτη τιμή της επαγωγικής τάσης στα άκρα της ράβδου, όταν κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο, δίνεται από τη σχέση:



$E_{\varepsilon\pi} = \mathrm{B}\upsilon d$ ***,(1 μονάδα)***

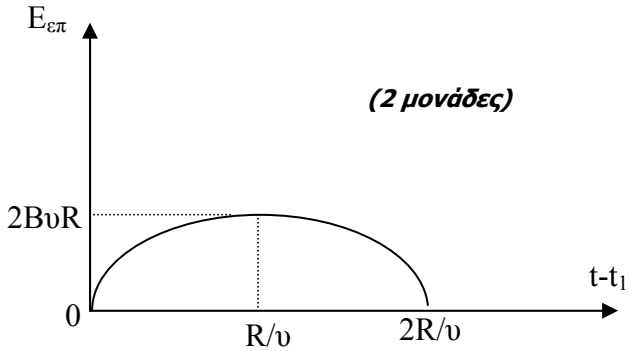
Όπου d είναι το μήκος της ράβδου που βρίσκεται μέσα στο μαγνητικό πεδίο.
Από το σχήμα έχουμε:

$$d = 2\sqrt{R^2 - (R - \upsilon(t - t_1))^2} = 2\sqrt{2R\upsilon(t - t_1) - \upsilon^2(t - t_1)^2}$$. ***(2 μονάδες)***

Άρα,

$$\mathrm{E}_{\varepsilon\pi} = 2\mathrm{B}\upsilon\sqrt{2R\upsilon(t - t_1) - \upsilon^2(t - t_1)^2}$$. ***(2 μονάδες)***

Από τη σχέση εύκολα προκύπτει η γραφική παράσταση.



(β) Το επαγωγικό ρεύμα είναι:

$I = \dfrac{E_{\varepsilon\pi}}{r_{o\lambda}}$, όπου $r_{o\lambda}$ είναι η συνολική ωμική αντίσταση στο βρόχο. ***(1 μονάδα)***

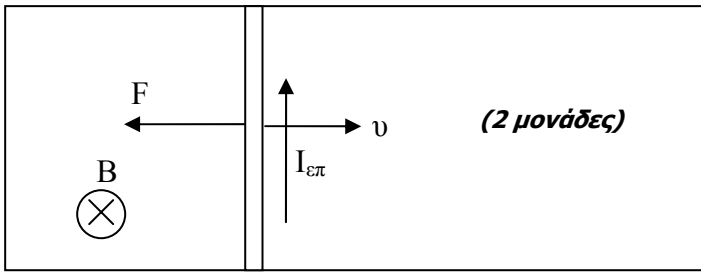
Είναι

$$r_{o\lambda} = 2rx_0 + 2r\upsilon(t - t_1) = 2r[x_0 + \upsilon(t - t_1)]$$. ***(2 μονάδες)***

Έτσι,

$$I = \frac{B\upsilon\sqrt{2R\upsilon(t - t_1) - \upsilon^2(t - t_1)^2}}{r[x_0 + \upsilon(t - t_1)]}$$, ***(2 μονάδες)***

Η φορά του επαγωγικού ρεύματος είναι τέτοια που να αντιτίθεται στην αιτία που το παράγει (κανόνας του Lenz). Η μαγνητική δύναμη είναι αντίθετη της ταχύτητας της ράβδου, έτσι ώστε για να διατηρείται σταθερή η ταχύτητα να εξασκείται εξωτερική δύναμη στην ίδια φορά, το έργο της οποίας να μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια. Η φορά του ρεύματος επομένως στη ράβδο και η φορά της δύναμης είναι όπως στο σχήμα.



(2 μονάδες)

(γ) Η δύναμη που εξασκείται στη ράβδο από το μαγνητικό πεδίο είναι:

$F = BId$. ***(1 μονάδα)***

Αντικαθιστώντας τις σχέσεις για το ρεύμα I και το μήκος d, παίρνουμε,

$$F = \frac{2B^2\upsilon^2(t-t_1)[2R-\upsilon(t-t_1)]}{r[x_0+\upsilon(t-t_1)]}.$$ ***(2 μονάδες)***

Η φορά της δύναμης φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα.

(δ) Εφόσον η ταχύτητα είναι σταθερή, το έργο της δύναμης δίνεται από τη σχέση:

$W = \overline{F}.x$. ***(2 μονάδες)***

όπου $\overline{F}$ είναι η μέση τιμή της δύναμης και x η μετατόπιση για το αντίστοιχο έργο W της δύναμης.

Δίνεται ότι $\overline{F} = \frac{3}{4}F_K$,

όπου F_K είναι η τιμή της δύναμης όταν η ράβδος βρίσκεται στο κέντρο της κυκλικής περιοχής του πεδίου. Τότε,

$t - t_1 = \frac{R}{\upsilon}$. Άρα. ***(2 μονάδες)***

$$F_K = \frac{2B^2R^2\upsilon}{r(x_0+R)}.$$ ***(2 μονάδες)***

Το έργο W της δύναμης $\overline{F}$ για μετατόπιση x ίση με 2R είναι,

$W = \frac{3}{4} F_K 2R$ ή

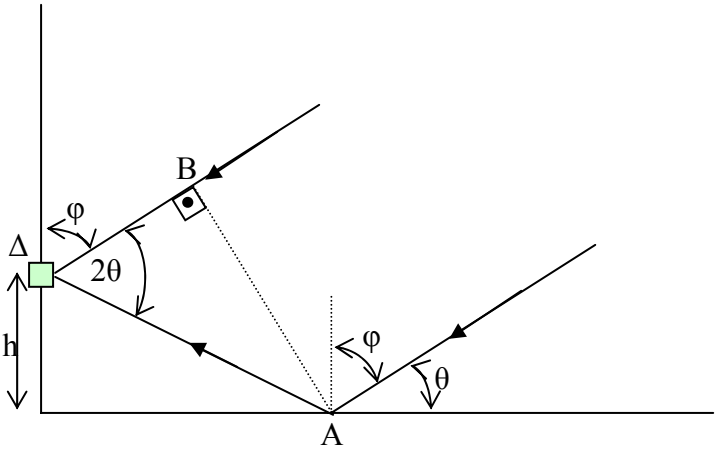
$W = \frac{3B^2 R^3 \upsilon}{r(x_0 + R)}$. ***(2 μονάδες)***

Το έργο αυτό μετατρέπεται σε ηλεκτρική ενέργεια, εφόσον δεν έχουμε άλλες μετατροπές ενέργειας.

ΘΕΜΑ 5 (30 μονάδες)

Η διαφορά της απόστασης που διανύουν τα κύματα που φτάνουν στο δέκτη είναι:

$\Delta x = A\Delta - \mathrm{B}\Delta$



Από το σχήμα παίρνουμε τις σχέσεις:

$\mathrm{A}\Delta = \frac{h}{\eta\mu\theta}$ και $\Delta\mathrm{B} = \mathrm{A}\Delta.\sigma\upsilon\nu 2\theta$.

Επομένως, έχουμε για τη διαφορά Δx

$\Delta x = \frac{h}{\eta\mu\theta}(1 - \sigma\upsilon\nu 2\theta)$ ή

$\Delta x = 2h\eta\mu\theta$. ***(2 μονάδες)***

Για μέγιστα της έντασης των κυμάτων που φτάνουν στο δέκτη θα πρέπει να ισχύει,

$\Delta x = (2K - 1)\frac{\lambda}{2}$. ***(2 μονάδες)***

$\eta\mu\theta = \frac{(2\mathrm{K} - 1)\lambda}{4h}$, ***(2 μονάδες)***

με K = 1, 2, 3 … 19.
Η μέγιστη τιμή του K είναι 19 εφόσον ημθ < 1 και λ = 0,21 m, h = 2 m.

Για τα ελάχιστα της έντασης των κυμάτων που φτάνουν στο δέκτη θα πρέπει να ισχύει,

$\Delta x = K\lambda$, ***(2 μονάδες)***

$\eta\mu\theta = \frac{\mathrm{K}\lambda}{2h}$, ***(2 μονάδες)***

με K = 0, 1, 2, …19.

(β) Αμέσως μετά την ανατολή του δορυφόρου έχουμε θ = 0, η οποία ικανοποιείται από τη συνθήκη για ελάχιστα της έντασης των κυμάτων. Επομένως το σήμα που φτάνει στο δέκτη είναι εξασθενημένο και δυναμώνει καθώς αυξάνεται το θ.
(3 μονάδες)

(γ) Όταν το σήμα στο δέκτη δυναμώνει το πλάτος των κυμάτων στο δέκτη είναι το άθροισμα των πλατών του ανακλώμενου και του προσπίπτοντος κύματος.

$E_{\max} = E_{\pi\rho} + \mathrm{E}_{\alpha\nu}$. Από τη σχέση $\frac{\mathrm{E}_{\alpha\nu}}{\mathrm{E}_{\pi\rho}} = \frac{n - \sigma\upsilon\nu\phi}{n + \sigma\upsilon\nu\phi}$ παίρνουμε,

$\mathrm{E}_{\alpha\nu} = \frac{n - \sigma\upsilon\nu\phi}{n + \sigma\upsilon\nu\phi}\mathrm{E}_{\pi\rho}$, οπότε

$\mathrm{E}_{\max} = \frac{2n}{n + \sigma\upsilon\nu\phi}\mathrm{E}_{\pi\rho}$. ***(2 μονάδες)***

Στο πρώτο μέγιστο της έντασης, K = 1, έχουμε, $\eta\mu\theta = \frac{\lambda}{4h}$. Αλλά ημθ = συνφ

Έχουμε έτσι τη σχέση

$E_{\max} = \frac{8nh}{\lambda + 4nh}E_{\pi\rho}$. ***(2 μονάδες)***

Ανάλογα όταν το σήμα στο δέκτη εξασθενεί, έχουμε

$E_{\min} = E_{\pi\rho} - \mathrm{E}_{\alpha\nu}$ ή .

$\mathrm{E}_{\min} = \frac{2\sigma\upsilon\nu\phi}{n + \sigma\upsilon\nu\phi}\mathrm{E}_{\pi\rho}$. ***(2 μονάδες)***

Στο αμέσως επόμενο ελάχιστο, K = 1, έχουμε $\eta\mu\theta = \frac{\lambda}{2h} = \sigma\upsilon\nu\phi$. Έτσι

$E_{\min} = \frac{2\lambda}{\lambda + 2nh}\mathrm{E}_{\pi\rho}$ ***(2 μονάδες)***

Η ένταση των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους. Άρα, αν J_{max} και J_{min} είναι αντίστοιχα η μέγιστη και ελάχιστη τιμή της έντασης των κυμάτων που φτάνουν στο δέκτη, έχουμε,

$\frac{J_{\max}}{J_{\min}} = \frac{E_{\max}^2}{E_{\min}^2}$. Αντικαθιστώντας τις πιο πάνω σχέσεις παίρνουμε,

$\frac{J_{\max}}{J_{\min}} = \frac{16n^2h^2(2nh + \lambda)^2}{\lambda^2(4nh + \lambda)^2}$.

Αντικαθιστούμε τα δεδομένα και έχουμε,

$$\frac{J_{\max}}{J_{\min}} = \frac{16x81x4(2x9x2+0,21)^2}{0,21^2(4x9x2+0,21)^2} = \frac{5184x1311,16}{0,0441x228,61} = 6,742x10^5$$

(4 μονάδες)

(δ) Από τις σχέσεις για τα πλάτη σε ένα μέγιστο και σε ένα ελάχιστο,

$$E_{\max} = \frac{8nh}{4nh+(2K-1)\lambda}$$

$$E_{\min} = \frac{2K\lambda}{2nh+\mathrm{K}\lambda}$$

προκύπτει ότι, καθώς ο δορυφόρος ανατέλλει, παρατηρείται αύξηση του πλάτους των ελαχίστων και ελάττωση του πλάτους των μεγίστων. Επομένως ο λόγος των εντάσεων των κυμάτων σε ένα μέγιστο και το αμέσως επόμενο ελάχιστο ελαττώνεται καθώς ο δορυφόρος ανατέλλει.

(5 μονάδες)