

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ



19^η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ – Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ Α' ΦΑΣΗ

Κυριακή, 19 Δεκεμβρίου, 2004

Ώρα: 10:00 - 13:00

Προτεινόμενες λύσεις

ΘΕΜΑ 1

(α) (i) $u_A = 0$ όταν $t = 1$ s και $u_B = 0$ όταν $t = 2$ s. (2 μονάδες)(ii) $\gamma_A = 0$ όταν $t = 0,5$ s και $\gamma_B = 0$ όταν $t = 4$ s. (2 μονάδες)

$$(β) u_{\max} = \omega \psi_0 = (2\pi/T)\psi_0. \text{ Άρα } \frac{u_{\max(A)}}{u_{\max(B)}} = \frac{\Psi_{0(A)} T_B}{\Psi_{0(B)} T_A} = \frac{12 \times 8}{6 \times 2} = \frac{8}{1} \quad (2 \text{ μονάδες})$$

$$(γ) \gamma_{\max} = \omega^2 \psi_0 = (2\pi/T)^2 \psi_0. \text{ Άρα } \frac{\gamma_{\max(A)}}{\gamma_{\max(B)}} = \frac{\Psi_{0(A)} T_B^2}{\Psi_{0(B)} T_A^2} = \frac{12 \times 64}{6 \times 4} = \frac{32}{1} \quad (2 \text{ μονάδες})$$

$$(δ) E = \frac{1}{2} m \omega^2 \psi_0^2 = 2m\pi^2 \frac{\psi_0^2}{T^2}, \text{ Άρα } \frac{E_A}{E_B} = \frac{m_A \psi_{0(A)}^2 T_B^2}{m_B \psi_{0(B)}^2 T_A^2} = \frac{0,1 \times 144 \times 64}{0,2 \times 36 \times 4} = \frac{32}{1} \quad (2 \text{ μονάδες})$$

(ε) Η δυναμική ενέργεια είναι:

$$E_A = \frac{1}{2} m \omega^2 \psi^2 = 2m\pi^2 \frac{\psi^2}{T^2} = 2 \times 0,1 \times (3,14)^2 \frac{0,03^2}{2^2} = 4,44 \times 10^{-4} \text{ J} . \quad (2 \text{ μονάδες})$$

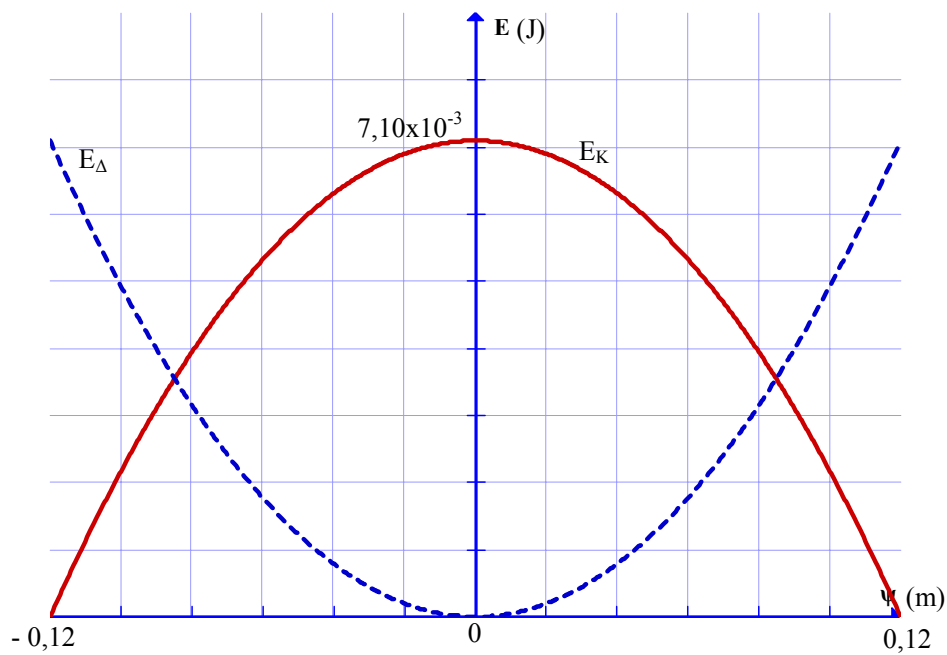
$$\text{Η ολική ενέργεια είναι: } E = \frac{1}{2} m \omega^2 \psi_0^2 = 2m\pi^2 \frac{\psi_0^2}{T^2} = 16 E_A, \text{ επειδή } \psi_0 = 4\psi$$

$$\text{Εφόσον } E = E_A + E_K, \text{ τότε } E_K = 15, \quad E_A = 6,66 \times 10^{-3} \text{ J}. \quad (2 \text{ μονάδες})$$

$$(ζ) E_K = E - E_A = \frac{2m\pi^2}{T^2} (\psi_0^2 - \psi^2) = \frac{2 \times 0,1 \times (3,14)^2}{4} (0,12^2 - \psi^2) = 0,493(0,0144 - \psi^2)$$

$$E_{\Delta} = \frac{1}{2} m \omega^2 \psi^2 = 2 m \pi^2 \frac{\psi^2}{T^2} = 2 \times 0,1 \times (3,14)^2 \frac{\psi^2}{4} = 0,493 \psi^2$$

Επομένως οι γραφικές παραστάσεις είναι όπως στο σχήμα. (3 μονάδες)



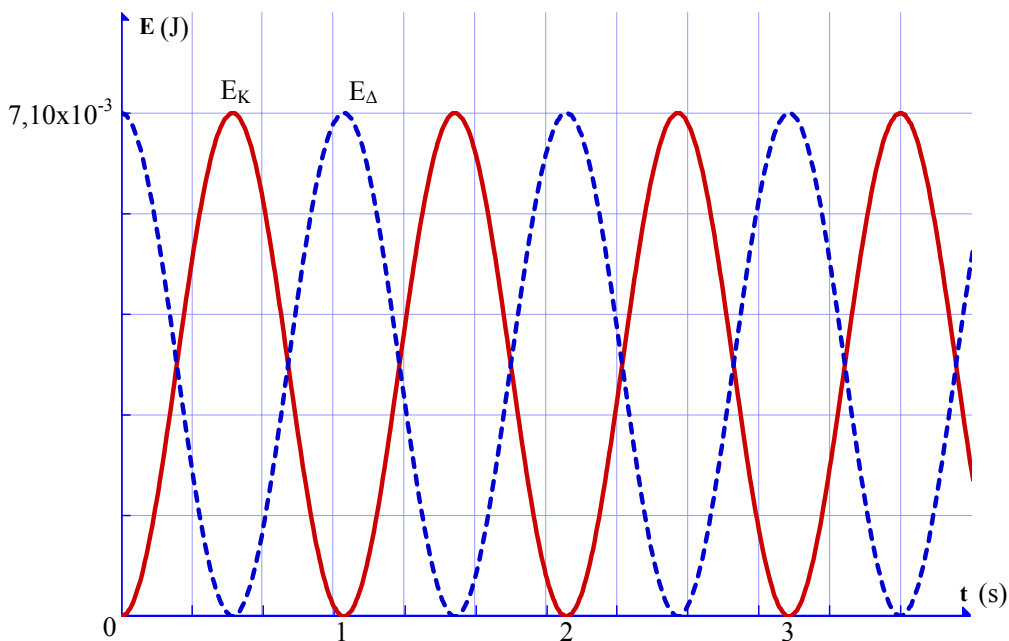
$$\text{Είναι } \psi = \psi_0 \sin[(2\pi/T)t] = 0,12 \sin 3,14t$$

Άρα,

$$E_K = 7,10 \times 10^{-3} (1 - \sin^2(3,14t))$$

$$E_{\Delta} = 7,10 \times 10^{-3} \sin^2(3,14t)$$

Επομένως οι γραφικές παραστάσεις είναι όπως στο σχήμα. (3 μονάδες)



ΘΕΜΑ 2

A. Απλή αρμονική ταλάντωση ονομάζεται η ταλάντωση ενός σώματος (περιοδική κίνηση μεταξύ δύο ακραίων θέσεων) στην οποία η θέση ως προς ένα σημείο αναφοράς είναι ημιτονοειδής ή συνημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου. (1 μονάδα)

Η συνθήκη ένα σώμα να εκτελεί αρμονική ταλάντωση είναι να υπάρχει συνισταμένη δύναμη στο σώμα ανάλογη του διανύσματος θέσης και αντίθετης φοράς. Δηλαδή $\Sigma F = -Kx$. (1 μονάδα)

B. (α) Είναι τη στιγμή $t = 0$, $y_{\max} = (2\pi/T)^2 \psi_0$. Άρα $T = 2\pi(\psi_0/y_{\max})^{1/2}$. Αντικαθιστούμε:

$$T = 2\pi(0,04/0,16)^{1/2} = \pi = 3,14 \text{ s (2 μονάδες)}$$

$$(\beta) \quad y = y_0 \eta \mu \left[\left(\frac{2\pi}{T} t + \frac{3\pi}{2} \right) \right] = -0,04 \sigma \upsilon \nu (2t) \quad (2 \text{ μονάδες})$$

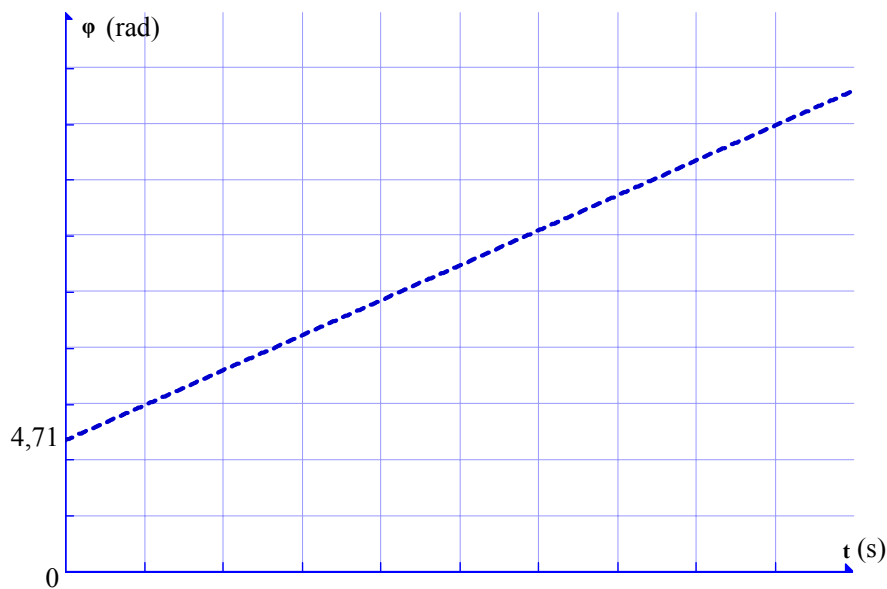
$$(\gamma) \quad \text{Στη θέση ισορροπίας: } v_{\max} = \frac{2\pi}{T} y_0 = 2 \times 0,04 = 0,08 \frac{m}{s} \quad (1 \text{ μονάδα})$$

Στη θέση $y = 0,02 \text{ m}$, η ταχύτητα έχει μέτρο:

$$v = \frac{2\pi}{T} \sqrt{y_0^2 - y^2} = 2\sqrt{0,04^2 - 0,02^2} = 0,069 \frac{m}{s} \quad (1 \text{ μονάδα})$$

(δ) (i) Η φάση της ταλάντωσης είναι: $\phi = \frac{2\pi}{T}t + \frac{3\pi}{2} = 2t + 4,71 \text{ rad}$

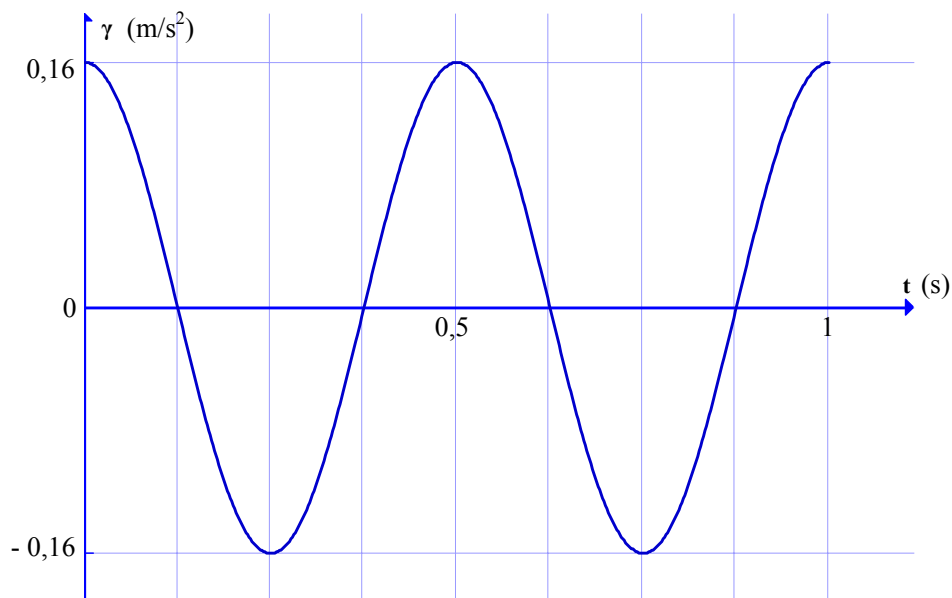
Άρα η γραφική παράσταση είναι: (2 μονάδες)



(ii) Η επιτάχυνση σε σχέση με το χρόνο είναι:

$$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} y = \frac{4\pi^2}{T^2} y_0 \sin(2t) = 0,16 \sin(2t)$$

Άρα η γραφική παράσταση για $0 \leq t \leq 2T$ είναι: (2 μονάδες)



(ε) Για $y = -0,02$ m έχουμε: $-0,02 = -0,04\sin(2t) \Rightarrow 0,5 = \sin(2t_1)$

$\Rightarrow 2t_1 = 1,047 \Rightarrow t_1 = 0,523$ s.

Για $y = 0,03$ m έχουμε: $0,03 = -0,04\sin(2t_2) \Rightarrow -0,75 = \sin(2t_2)$

$\Rightarrow 2t_2 = 2,4189 \Rightarrow t_2 = 1,209$ s.

Άρα ο χρόνος που χρειάζεται το σώμα να πάει από τη θέση $-0,02$ m στη θέση $0,03$ m είναι: $\Delta t = t_2 - t_1 = 1,209 - 0,523 = 0,686$ s (3 μονάδες)

(ζ) (i) Τη στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας και έχει την ίδια ταχύτητα με τον ανελκυστήρα. Είναι $u = (2\pi/T)y_0 = 2y_0 \Rightarrow y_0 = u/2$, όπου u είναι το μέτρο της ταχύτητας του ανελκυστήρα. Άρα $y_0 = 0,25$ m. (3 μονάδες)

(ii) Η εξίσωση για την ταλάντωση της μάζας είναι: $y = \pm 0,25\sin(2t)$ (Το θετικό ή αρνητικό πρόσημο στην εξίσωση ανάλογα αν ο ανελκυστήρας κινείται προς τα πάνω ή προς τα κάτω αντίστοιχα). (2 μονάδες)

ΘΕΜΑ 3

(α) Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος στη θέση ισορροπίας είναι μόνο κινητική. Άρα

$$E = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \Rightarrow 0,005 = 0,5 \times 0,25 v_{\max}^2 \Rightarrow 0,125 = v_{\max}^2 \Rightarrow v_{\max} = 0,354 \text{ m/s} \quad (3 \text{ μονάδες})$$

Στο πλάτος της ταλάντωσης η ενέργεια είναι μόνο δυναμική. Άρα

$$E = \frac{1}{2} K y_0^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 y_0^2 = 2 m \pi^2 \left(\frac{y_0}{T} \right)^2. \text{ Επομένως:}$$

$$y_0 = \frac{T}{\pi} \sqrt{\frac{E}{2m}} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{0,005}{2 \times 0,25}} = 0,2 \times 0,1 = 0,02 \text{ m} \quad (3 \text{ μονάδες})$$

$$(β) \text{ (i)} \quad E_{\Delta} = \frac{1}{2} K y^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 y^2 = \frac{2 m \pi^2}{T^2} y^2 = \frac{2 \times 0,25 \pi^2}{\frac{\pi^2}{25}} y^2 = 2 \times 0,25 \times 25 y^2 = 12,5 y^2$$

(4 μονάδες)

(ii) Το σώμα δέχεται τη δύναμη του βάρους B από τη γη και την κάθετη αντίδραση N από το δίσκο. Είναι για κάθε στιγμή $\Sigma F = -Ky$ ή $N - B = -Ky$, όπου $y = y_0 \sin[(2\pi/T)t] = 0,02 \sin(10t)$ και $K = m(2\pi/T)^2 = 0,25(10)^2 = 25 \text{ N/m}$. (Θεωρήσαμε τη φορά προς τα πάνω θετική).

Το βάρος του σώματος είναι $B = mg = 2,5 \text{ N}$

Άρα η σχέση $N - B = -Ky$ γίνεται: $N - 0,25 = -25 \times 0,02 \sin(10t)$ ή

$$N = 2,5 - 0,5 \sin(10t). \quad (4 \text{ μονάδες})$$

(γ) Στην οριακή περίπτωση που το σώμα μόλις χάνει επαφή, $N = 0$. Τότε από τη σχέση $N - B = -Ky$ έχουμε: $y = B/K = 0,1 \text{ m}$ που είναι το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης ώστε το σώμα μόλις και χάνει επαφή στη θέση $0,1 \text{ m}$. Η ενέργεια στην οριακή αυτή περίπτωση είναι:

$E = 1/2 K y^2 = 0,5(25)(0,1)^2 = 0,125 \text{ J}$. Επομένως το σώμα παραμένει συνεχώς σε επαφή με το δίσκο όταν έχει ενέργεια: $0 < E < 0,125 \text{ J}$. (6 μονάδες)

ΘΕΜΑ 4

(α) (i) Εγκάρσιο είναι το κύμα στο οποίο οι ταλαντώσεις των μορίων για μηχανικά κύματα ή του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου για ηλεκτρομαγνητικά κύματα γίνονται κάθετα στην ευθεία διάδοσης του κύματος. (2 μονάδες)

(ii) Στο διάμηκες κύμα, αντίστοιχα, οι ταλαντώσεις γίνονται παράλληλα με τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. (2 μονάδες)

(iii) μήκος κύματος είναι η απόσταση που διανύει το κύμα (ή που μεταφέρεται η κυματική ενέργεια) σε χρόνο ίσο με την περίοδο του κύματος. (2 μονάδες)

(β) Από την εξίσωση $y = 0,08\eta\mu\pi t$, προκύπτει ότι $\omega = \pi \text{ rad/s}$. Είναι $\omega = 2\pi/T$. Άρα

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/\pi \Rightarrow T = 2 \text{ s. (2 μονάδες)}$$

Η συχνότητα είναι $f = 1/T = 0,5 \text{ Hz}$. Η σχέση για την ταχύτητα διάδοσης: $u = \lambda f$ δίνει για το μήκος κύματος, $\lambda = u/f = 2/0,5 \Rightarrow \lambda = 4 \text{ m}$. (2 μονάδες)

(γ) Η εξίσωση του κύματος είναι: $y = 0,08\eta\mu(\pi t - 2\pi x/\lambda)$, όπου $2\pi x/\lambda$ είναι η διαφορά φάσης της πηγής (στη θέση $x = 0$) από ένα τυχαίο σημείο του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση x . Άρα,

$$y = 0,08\eta\mu(\pi t - \pi x/2) = 0,08\eta\mu[\pi(t - x/2)] \text{ (2 μονάδες)}$$

(δ) Για $x = 2 \text{ m}$ η εξίσωση του κύματος γίνεται: $y = 0,08\eta\mu[\pi(t - 1)]$

Η ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου M στη θέση 2 m είναι $\Omega = dy/dt$. Άρα

$$\Omega = 0,08\pi\sigma\upsilon\nu[\pi(t - 1)] \text{ (2 μονάδες)}$$

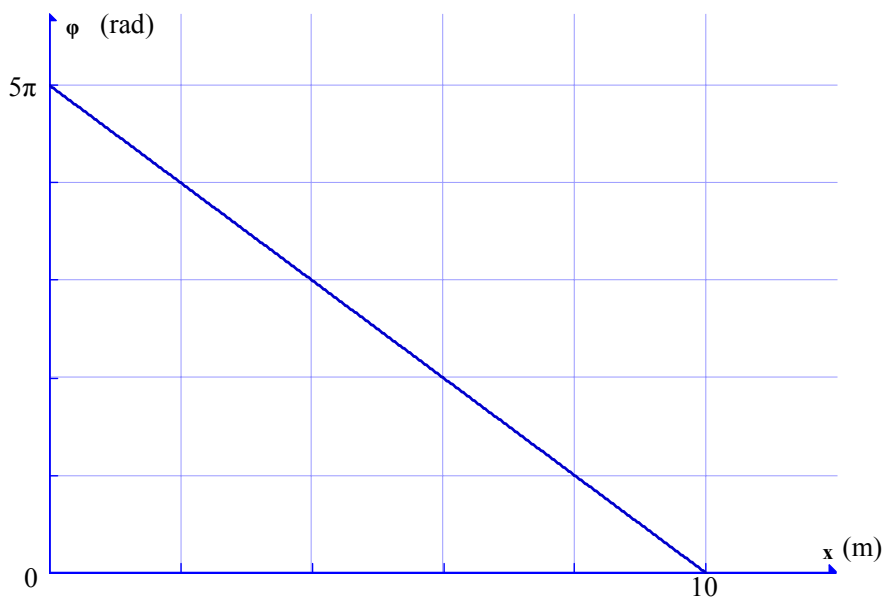
Η επιτάχυνση του σημείου M είναι: $\gamma = d\Omega/dt$. Άρα,

$$\gamma = -0,08\pi^2\eta\mu[\pi(t - 1)] \text{ (2 μονάδες)}$$

(ε) Η φάση του κύματος είναι η συνάρτηση: $\phi = \pi(t - x/2)$. Για $t = 5 \text{ s}$ έχουμε:

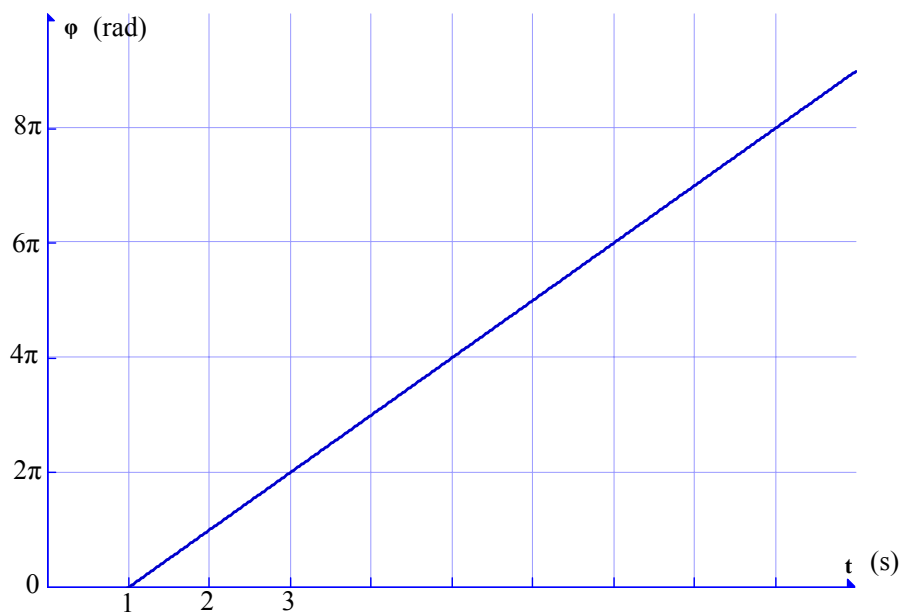
$$\phi = \pi(5 - x/2).$$

Η γραφική παράσταση φαίνεται στο επόμενο σχήμα. (2 μονάδες)



(Ζ) Για το σημείο Μ, $x = 2$ m. Άρα η εξίσωση της φάσης για το Μ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι:

$\phi = \pi(t - 1)$. Το κύμα φτάνει στο σημείο Μ τη χρονική στιγμή $t = 1$ s.
Άρα η γραφική παράσταση της $\phi = f(t)$ είναι ως εξής: (2 μονάδες)



ΘΕΜΑ 5

A. (α) Συμβολή είναι το φαινόμενο της συνάντησης δύο ή περισσότερων κυμάτων στο ίδιο σημείο του χώρου την ίδια στιγμή. (2 μονάδες)

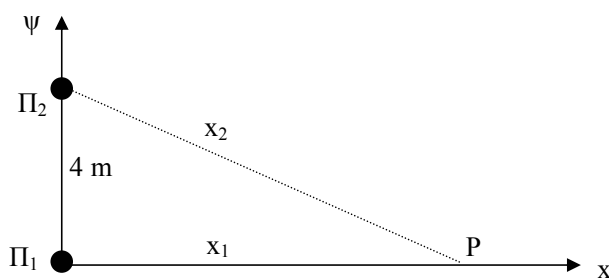
(β) Δύο πηγές κυμάτων είναι σύμφωνες αν εκπέμπουν κύματα με την ίδια συχνότητα και μήκος κύματος και η διαφορά φάσης των κυμάτων κατά την εκπομπή τους να παραμένει χρονικά σταθερή. (1 μονάδα)

Σύγχρονες πηγές είναι εκείνες που εκπέμπουν κύματα με την ίδια συχνότητα και μήκος κύματος και η διαφορά φάσης των κυμάτων κατά την εκπομπή τους είναι συνεχώς μηδέν. (1 μονάδα)

B. (α) Τα κύματα συμβάλουν σε σημεία του x άξονα κατά μήκος του οποίου κινείται ο ανιχνευτής. Αν η διαφορά δρόμου που διανύουν τα κύματα, $x_2 - x_1$, είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος τότε τα κύματα φτάνουν σε φάση και ο ανιχνευτής ανιχνεύει μέγιστο της έντασης των κυμάτων, εφόσον έχουμε ενισχυτική συμβολή.

Αν όμως η διαφορά δρόμου που διανύουν τα κύματα, $x_2 - x_1$, είναι περιττό πολλαπλάσιο του μισού μήκους κύματος τότε τα κύματα φτάνουν με αντίθετη φάση και ο ανιχνευτής ανιχνεύει ελάχιστο της έντασης των κυμάτων εφόσον έχουμε αποσβεστική συμβολή.

(2 μονάδες)



(β) Για τις θέσεις των μεγίστων της έντασης των κυμάτων λόγω συμβολής έχουμε:
 $x_2 - x_1 = K\lambda$, K = ακέραιος.

Από το σχήμα παίρνουμε τη σχέση: $x_2^2 = x_1^2 + 16$

Αντικαθιστώντας το $x_2 = x_1 + K\lambda$, παίρνουμε,

$$(x_1 + K\lambda)^2 = x_1^2 + 16 \Rightarrow 2K\lambda x_1 + K^2\lambda^2 = 16 \Rightarrow x_1 = \frac{16 - K^2\lambda^2}{2K\lambda}$$

Για $\lambda = 1$ m η σχέση αυτή γίνεται:

$$x_1 = \frac{16 - K^2}{2K}, \text{ όπου } K = 1, 2, 3.$$

Για $K = 3$, $x_1 = 1,17 \text{ m}$ (Η θέση του πλησιέστερου στην αρχή των αξόνων μεγίστου)

Για $K = 2$, $x_1 = 3 \text{ m}$ (Η θέση του δεύτερου μεγίστου)

Για $K = 1$, $7,5 \text{ m}$ (Η θέση του τρίτου μεγίστου)

(4 μονάδες)

(γ) Επειδή οι πηγές είναι σημειακές εκπέμπουν σφαιρικά κύματα τα οποία παραμένουν σφαιρικά εφόσον οι αποστάσεις που συμβάλλουν στο x άξονα είναι σχετικά μικρές, σύμφωνα με τις τιμές του προηγούμενου ερωτήματος. Στα σφαιρικά κύματα η ένταση μειώνεται αντιστρόφως ανάλογα του τετραγώνου της απόστασης από την πηγή. Επίσης η ένταση είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους των κυμάτων. Επομένως το πλάτος στα σφαιρικά κύματα μειώνεται αντιστρόφως ανάλογα με την απόσταση από την πηγή.

Κατά μήκος του x άξονα τα κύματα συμβάλλουν διανύοντας διαφορετικές αποστάσεις. Η μείωση του πλάτους επομένως για το κύμα που διανύει μικρότερη απόσταση είναι μικρότερη από τη μείωση του πλάτους του δεύτερου κύματος που διανύει μεγαλύτερη απόσταση. Αυτό σημαίνει ότι στα σημεία που φτάνουν τα κύματα με αντίθετη φάση αυτά δεν έχουν και το ίδιο ακριβώς πλάτος. Επομένως η απόσβεση δεν είναι μηδέν και άρα ούτε και η ένταση του αντίστοιχου σημείου στο οποίο συμβάλλουν τα κύματα.

(3 μονάδες)

(δ) 1. Στα στάσιμο κύμα δε μεταφέρεται ενέργεια στο χώρο ενώ στο τρέχον κύμα μεταφέρεται.

2. Στο στάσιμο κύμα υπάρχουν σημεία μόνιμα ακίνητα, ενώ στο τρέχον κύμα δεν υπάρχουν τέτοια σημεία.

3. Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων στο στάσιμο κύμα εξαρτάται από τη σχετική θέση τους, ενώ στο τρέχον κύμα όλα τα σημεία, αν δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας, εκτελούν ταλάντωση με το ίδιο πλάτος.

(3 μονάδες)

(ε) Κατά μήκος του ψ άξονα και μεταξύ των δύο πηγών τα κύματα συμβάλλουν και δημιουργούν στάσιμο κύμα με τα χαρακτηριστικά που αναφέραμε πιο πάνω.

(2 μονάδες)

(ζ) Το πλάτος ταλάντωσης των σημείων κατά μήκος των δύο πηγών δίνεται από την απόλυτη τιμή του A στη σχέση:

$$A = 2y_0 \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Αντικαθιστούμε:

$$A = 2y_0 \sin\left(\frac{2 \times \pi \times 0,3}{1}\right) = -0,618y_0, \text{ όπου } y_0 \text{ είναι το πλάτος των κυμάτων που}$$

συμβάλλουν.

Άρα το πλάτος ταλάντωσης του σημείου είναι $0,618y_0$ (2 μονάδες)