

ΕΝΩΣΗ ΚΥΠΡΙΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ

21^Η ΠΑΓΚΥΠΡΙΑ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ ΦΥΣΙΚΗΣ – Β' ΛΥΚΕΙΟΥ



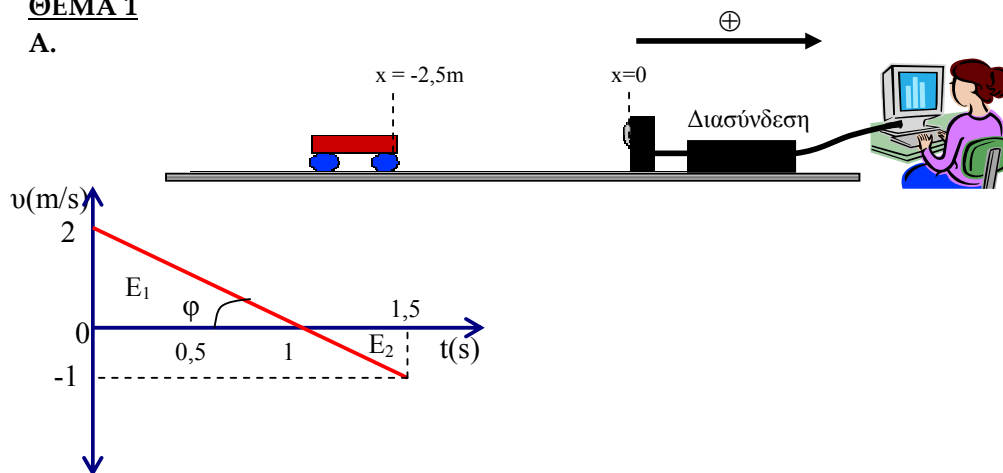
Σάββατο, 21 Απριλίου, 2007

Ωρα: 10:00 - 13:00

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1

A.



α) Επειδή η θετική φορά είναι προς τα δεξιά και η ταχύτητα μέχρι τη χρονική στιγμή $t=1s$ είναι θετική σημαίνει το αυτοκινητάκι προσεγγίζει τον αισθητήρα. Σε αυτό το χρονικό διάστημα το αυτοκινητάκι διανύει απόσταση ίση με το εμβαδό E_1 που περικλείεται στην γραφική παράσταση.

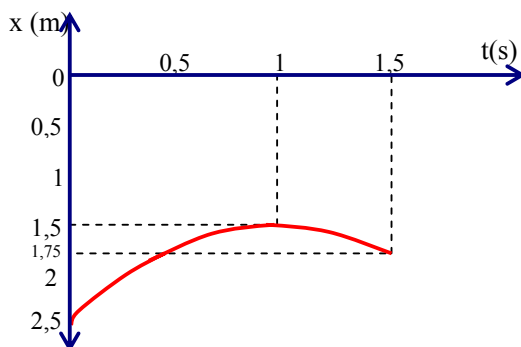
$$E_1 = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1 \Rightarrow \underline{s_1 = 1m}$$

Έτσι τη χρονική στιγμή $t=1s$ το αυτοκινητάκι θα βρίσκεται σε απόσταση $x = 2,5 - 1 \Rightarrow s = 1,5m$

Από τη χρονική στιγμή $t=1s$ μέχρι τη χρονική $t=1,5s$ η ταχύτητα είναι αρνητική πράγμα το οποίο σημαίνει ότι το αυτοκινητάκι απομακρύνεται από τον αισθητήρα. Η απόσταση που διανύει το αυτοκινητάκι είναι ίσο με το εμβαδό E_2

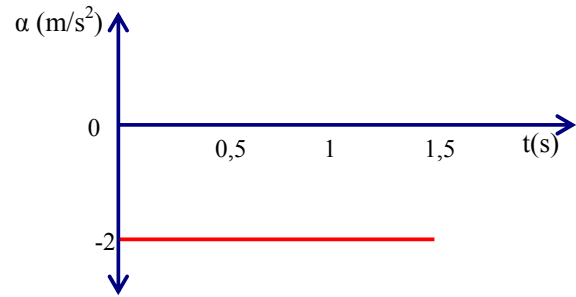
$$E_2 = \frac{0,5 \cdot 1}{2} = 0,25 \Rightarrow \underline{s_2 = 0,25m}$$

Έτσι τη χρονική στιγμή $t=1,5s$ η θέση του αυτοκινήτου θα είναι $s = 1,5 + 0,25 \Rightarrow \underline{x = 1,75m}$



(μον. 3)

β) Η επιτάχυνση βρίσκεται από την κλίση. Για όλη τη διάρκεια της κίνησης η κλίση είναι ίδια. Από τη γραφική παράσταση $v=f(t)$ παρατηρούμε ότι το διάνυσμα της επιτάχυνσης είναι αντίρροπο με το διάνυσμα της ταχύτητας μέχρι το 1s δηλαδή είναι προς τα αριστερά, ενώ από το 1s μέχρι το 1,5s είναι ομόρροπα δηλαδή και πάλι είναι προς τα αριστερά.



$$\epsilon\phi\phi = \frac{2}{1} \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

(μον. 3)

γ) Το αυτοκινητάκι αρχικά βρίσκεται σε απόσταση 2,5m από τον αισθητήρα κίνησης, και έχει αρχική ταχύτητα $v=2\text{m/s}$, πάνω στο αυτοκινητάκι ασκείται σταθερή δύναμη αντίρροπη με την ταχύτητα του, οπότε η ταχύτητα του αυτοκινήτου μειώνεται, μέχρις ότου γίνει ίση με μηδέν, και το αυτοκίνητο προσεγγίζει τον αισθητήρα. Η δύναμη αυτή εξακολουθεί να ασκείται πάνω του οπότε η ταχύτητα του αυτοκινήτου αυξάνεται, αλλά προς την αντίθετη φορά και το αυτοκινητάκι απομακρύνεται από τον αισθητήρα.

(μον. 3)

B.



α) Ο μαθητής πριν ο σκύλος αποφασίσει να καταδιώξει το μαθητή, έχει διανύσει απόσταση

$$x_{0\mu} = v_{\mu} \cdot t = 4 \cdot 1 \Rightarrow x_{0\mu} = 4 \text{ m}$$

Όταν ο σκύλος αρχίζει να καταδιώκει τον μαθητή, 1 δευτερόλεπτο αργότερα για το μαθητή έχουμε: $v_{\mu} = 4 \text{ m/s}$, $x_{0\mu} = 4 \text{ m}$.

ενώ για το σκύλο έχουμε: $v_{0\sigma\kappa} = 0 \text{ m/s}$, $x_{0\sigma\kappa} = 0 \text{ m}$ και $a_{\sigma\kappa} = 1,5 \text{ m/s}^2$.

Όταν ο σκύλος φτάνει το μαθητή, οι θέσεις τους στον ίδιο χρόνο πρέπει να είναι ίσες.

Η θέση του μαθητή θα είναι: $x_{\mu} = x_{0\mu} + v_{\mu} \cdot t$

Η θέση του σκύλου θα είναι: $x_{\sigma\kappa} = x_{0\sigma\kappa} + v_{0\sigma\kappa} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{\sigma\kappa} \cdot t^2$

Ο σκύλος συναντά το μαθητή όταν $x_{\mu} = x_{\sigma\kappa}$

$$\Rightarrow x_{0\mu} + v_{\mu} \cdot t = x_{0\sigma\kappa} + v_{0\sigma\kappa} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_{\sigma\kappa} \cdot t^2 \Rightarrow 4 + 4 \cdot t = 0 + 0 + \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot t^2 \Rightarrow 3t^2 - 16t - 16 = 0$$

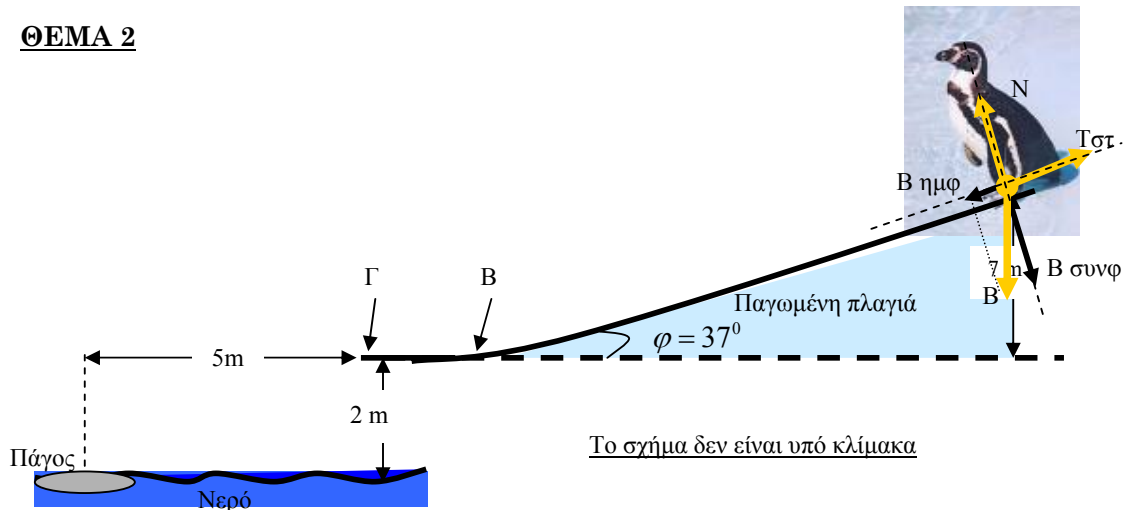
$$\Rightarrow t_{1,2} = \frac{-(-16) \pm \sqrt{16^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-16)}}{2 \cdot 3} = \frac{16 \pm 21,17}{6} \Rightarrow t_1 = 6,19 \text{ s}, t_2 = -0,86 \text{ s} \text{ (απορ)}$$

Άρα ο χρόνος που χρειάζεται ο σκύλος να φτάσει το μαθητή είναι $t = 6,19 \text{ s}$ (μον. 4)

β) Η απόσταση από το σημείο που ήταν ξαπλωμένος ο σκύλος που διάνυσε ο μαθητής, όταν τον έφτασε ο σκύλος ισούται με

$$x_{\mu} = x_{0\mu} + v_{\mu} \cdot t \Rightarrow x_{\mu} = 4 + 4 \cdot 6,19 \Rightarrow x_{\mu} = 28,7 \text{ m} \quad (\text{μον. 2})$$

ΘΕΜΑ 2



α) Οι δυνάμεις και η ανάλυσή τους φαίνονται στο σχήμα. (μον. 2,5)

β) $B = m \cdot g = 85.9,8 \Rightarrow B_{\Pi} = 833N$ (μον. 1)

Επειδή ο πιγκουίνος ισορροπεί η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκείται πάνω του είναι μηδέν.

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases}$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow B\eta\mu\varphi = T_{\sigma\tau} \Rightarrow 833 \cdot \eta\mu 37^\circ = T_{\sigma\tau} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 499,8N \quad (\text{μον. 1})$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow N = 833 \cdot \sigma\upsilon\nu 37^\circ \Rightarrow N = 666,4N \quad (\text{μον. 1})$$

γ) Για αρχίζει να κινείται ο πιγκουίνος πρέπει $T_{\sigma\tau} = 499,8N$. (μον. 1)

$$\text{Όμως } T_{\sigma\tau} = \mu_{\sigma\tau} N \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} N = 499,8 \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} = \frac{T_{\sigma\tau}}{N} = \frac{499,8}{666,4} \Rightarrow \mu_{\sigma\tau} = 0,75 \Rightarrow \mu_{\sigma\tau\min} = 0,75 \quad (\text{μον. 1})$$

δ) Όταν ο πιγκουίνος κινείται:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = B\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow N = m \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi$$

$$\Sigma F_x = m \cdot a \Rightarrow B\eta\mu\varphi - T_{\kappa} = m \cdot a \quad \text{όμως } T_{\kappa} = \mu_{\kappa} \cdot N$$

$$B\eta\mu\varphi - \mu_{\kappa} \cdot N = m \cdot a \Rightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - \mu_{\kappa} \cdot \cancel{m} \cdot g \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi = \cancel{m} \cdot a \Rightarrow a = g(\eta\mu\varphi - \mu_{\kappa} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi)$$

$$a = 9,8 \cdot (0,6 - 0,08 \cdot 0,8) \Rightarrow a = 5,25m/s^2 \quad (\text{μον. 2})$$

$$\eta\mu 37^\circ = \frac{7}{d} \Rightarrow d = \frac{7}{\eta\mu 37^\circ} = \frac{7}{0,6} \Rightarrow d = 11,67m \quad (\text{μον. 1})$$

Α' Τρόπος

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ v &= a \cdot t \end{aligned} \right\} \Rightarrow d = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{a} \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot d \cdot a} = \sqrt{2 \cdot 11,67 \cdot 5,25} \Rightarrow v = 11,07m/s \quad (\text{μον. 1})$$

2)

ή Β' Τρόπος

Από το Θεώρημα Έργου - Ενέργειας

$$\Delta E_K = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot v^2 = \cancel{m} \cdot g \cdot d \cdot \eta\mu\varphi - \mu_{\kappa} \cdot \cancel{m} \cdot g \cdot d \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot d \cdot (\eta\mu\varphi - \mu_{\kappa} \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi)}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 11,67 \cdot (0,6 - 0,08 \cdot 0,8)} \Rightarrow v = 11,07m/s$$

ε) Ο πιγκουίνος από το σημείο Γ και μετά εκτελεί Οριζόντια Βολή. Οι εξισώσεις κίνησης του είναι:

Οριζόντιος άξονας O _x		Κατακόρυφος άξονας O _y	
1	$x = v_x \cdot t = v_0 \cdot t$	$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$	4
2	$v_x = v_0 = c$	$v_y = g \cdot t$	5
3	$a_x = 0$	$a_y = g$	6

Η κατακόρυφη απόσταση που θα διανύσει ο πιγκουίνος μέχρι να πέσει στη θάλασσα είναι 2m, άρα από την (4)

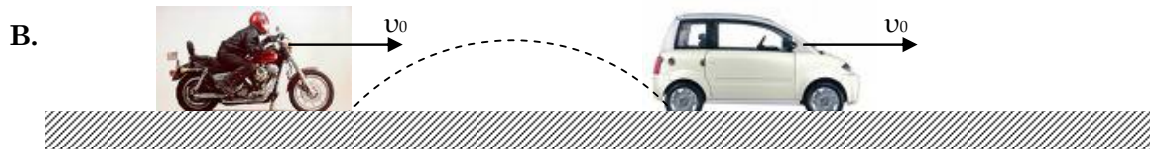
$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot y}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{9,8}} \Rightarrow t = 0,64 \text{ s} \text{ είναι ο χρόνος πτήσης του πιγκουίνου μέχρι να πέσει στο νερό.} \quad (\text{μον. 1,5})$$

Μέσα σε αυτό το χρόνο διανύει οριζόντια απόσταση

$$x = 11,07 \cdot 0,64 \Rightarrow x = 7,09 \text{ m} \quad (\text{μον. 1})$$

1)

Αφού η απόσταση από το κατακόρυφο επίπεδο που περνά από το σημείο Γ μέχρι το κομμάτι πάγου είναι 5 m, ο πιγκουίνος θα πέσει στο νερό. (μον. 1)



Η πέτρα συμμετέχει στην οριζόντια κίνηση με ταχύτητα v_0 που έχει το αυτοκίνητο και έτσι στο χρόνο βολής της η πέτρα και το αυτοκίνητο θα μετατοπιστούν κατά το ίδιο οριζόντια διάστημα. Συνεπώς η απόσταση ασφαλείας που πρέπει να πρέπει να ισούται με το μέγιστο βεληνεκές της πέτρας με αρχική ταχύτητα v_0 . (μον. 2)

Η πέτρα εκτελεί πλάγια βολή και οι εξισώσεις κίνησης της είναι:

Οριζόντιος άξονας o _x		Κατακόρυφος άξονας o _y	
(1)	$a_x = 0$	$a_y = g$	(4)
(2)	$v_x = v_0 \sin \varphi = c$	$v_y = v_0 \cdot \eta \mu \varphi - g \cdot t$	(5)
(3)	$x = v_x \cdot t = v_0 \sin \varphi \cdot t$	$y = v_0 \cdot \eta \mu \varphi \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$	(6)

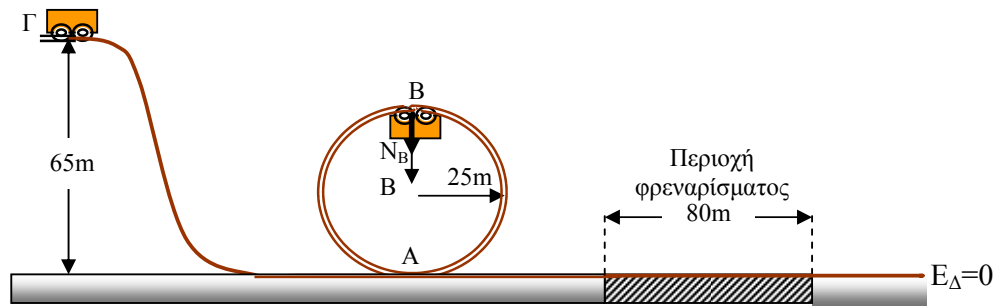
Όταν θα πέσει στο έδαφος η πέτρα

$$y = 0 \Rightarrow v_0 \cdot \eta \mu \varphi \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 = 0 \Rightarrow t(v_0 \cdot \eta \mu \varphi - \frac{1}{2} g \cdot t) = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{2 \cdot v_0 \cdot \eta \mu \varphi}{g}, \quad t_2 = 0 \text{ απορ}$$

Η οριζόντια απόσταση (βεληνεκές) τότε

$$\stackrel{(3)}{\Rightarrow} x = v_0 \sin \varphi \cdot \frac{2 \cdot v_0 \cdot \eta \mu \varphi}{g} = \frac{v_0 \cdot 2 \cdot \eta \mu \varphi \cdot \sin \varphi}{g} \Rightarrow x = \frac{v_0^2 \cdot \eta \mu 2 \varphi}{g}.$$

Το μέγιστο βεληνεκές είναι $x_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$ (μον. 2)

ΘΕΜΑ 3

α) Επειδή κατά την κίνηση του αυτοκινήτου από το Γ στο Α δεν έχει τριβή και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα ισχύει το Θεώρημα Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας. (μον 1)

Εφαρμόζοντας το Θ.Δ.Μ.Ε. για τις Θέσεις Γ και Α έχουμε:

$$E_{M_\Gamma} = E_{M_A} \Rightarrow E_{\Delta_\Gamma} + E_{K_\Gamma}^0 = E_{\Delta_A}^0 + E_{K_A} \Rightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot h_\Gamma = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_\Gamma}$$

$$\Rightarrow v_A = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 65} = \sqrt{1274} \Rightarrow \boxed{v_A = 35,7 \text{ m/s}} \quad (\text{μον. 2})$$

β) Οι δυνάμεις που ασκούνται στο αυτοκίνητάκι στη θέση Β είναι η Κάθετη Αντίδραση N_B της τροχιάς στο αυτοκίνητάκι και το Βάρος του Β. (μον 1)

Στη Θέση Β ισχύει:

$$\Sigma F = F_{K_B} \Rightarrow N_B + B = \frac{m \cdot v_B^2}{R} \Rightarrow N_B = \frac{m \cdot v_B^2}{R} - m \cdot g \quad (\text{μον 1})$$

Για να υπολογισθεί η Κάθετη Δύναμη που ασκείται πάνω στο αυτοκίνητο από την τροχιά στην ανώτατη θέση (σημείο Β) της κυκλικής τροχιάς πρέπει να υπολογισθεί η ταχύτητα στη θέση αυτή.

Εφαρμόζοντας το Θ.Δ.Μ.Ε. Για τις Θέσεις Γ και Β έχουμε:

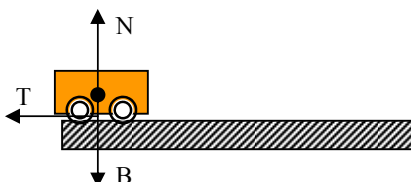
$$E_{M_\Gamma} = E_{M_A} \Rightarrow E_{\Delta_\Gamma} + E_{K_\Gamma}^0 = E_{\Delta_B} + E_{K_B} \Rightarrow \cancel{m} \cdot g \cdot h_\Gamma = \cancel{m} \cdot g \cdot 2R + \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_B^2 \Rightarrow 2 \cdot g \cdot h = 4 \cdot g \cdot R + v_B^2$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_\Gamma - 2 \cdot R)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot (65 - 2 \cdot 25)} \Rightarrow v_B = \sqrt{294} = 17,14 \text{ m/s} \quad (\text{μον 1})$$

$$\text{Άρα } N_B = \frac{m \cdot v_B^2}{R} - m \cdot g = \frac{250 \cdot 294}{25} - 250 \cdot 9,8 \Rightarrow \boxed{N_B = 490 \text{ N}} \quad (\text{μον 1})$$

γ) Επειδή κατά την κίνηση του αυτοκινήτου από το Γ μέχρι την περιοχή του φρεναρίσματος δεν έχει τριβή και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα ισχύει το Θεώρημα Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας και έτσι η ταχύτητα στην αρχή της περιοχής του φρεναρίσματος είναι η ίδια με την ταχύτητα στη Θέση Α. (μον 1)

Στην περιοχή του φρεναρίσματος οι δυνάμεις πάνω στο αυτοκίνητάκι είναι το Βάρος του Β η Κάθετη Αντίδραση Ν από την επιφάνεια και Τριβή Τ μεταξύ των τροχών και των ραγών.



$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_y &= 0 \Rightarrow N = B \\ \Sigma F_x &= m \cdot a \Rightarrow -T = m \cdot a \\ T_{ol} &= \mu_{ol} \cdot N \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\mu_{ol} \cdot \cancel{m} \cdot g = \cancel{m} \cdot a$$

$$a = -\mu_{ολ} g = -0,75 \cdot 9,8 \Rightarrow a = -7,35 \text{ m/s}^2 \quad (\text{μον } 1)$$

Η κίνηση που εκτελεί το αυτοκινητάκι στην περιοχή του φρεναρίσματος είναι επιβραδυνόμενη κίνηση και οι εξισώσεις κίνησης του είναι:

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} a t^2, \quad v = v_0 - a t$$

Ο χρόνος που χρειάζεται το αυτοκινητάκι για να σταματήσει ($v=0$) είναι:

$$0 = 35,7 - 7,35 t \Rightarrow t = \frac{35,7}{7,35} \Rightarrow t = 4,86 \text{ s} \quad (\text{μον } 1)$$

Η απόσταση που πρέπει να διανύσει το αυτοκινητάκι για να σταματήσει είναι:

$$x = 35,7 \cdot 4,86 - \frac{1}{2} \cdot 7,35 \cdot 4,86^2 = 173,50 - 86,80 \Rightarrow x = 86,7 \text{ m} \quad (\text{μον } 1)$$

Αφού η περιοχή φρεναρίσματος είναι 80m και η απόσταση που χρειάζεται το αυτοκινητάκι για να σταματήσει είναι 86,7 m το αυτοκινητάκι συνεχίζει την κίνηση του μετά από αυτήν. (μον 1)

δ) Το έργο που καταναλώνεται από την δύναμη της Τριβής στην περιοχή του φρεναρίσματος.

$$W_T = -T \cdot x = -\mu_{ολ} \cdot N \cdot x = -\mu_{ολ} \cdot m \cdot g \cdot x = -0,75 \cdot 250 \cdot 9,8 \cdot 80 \Rightarrow W_T = -147000 \text{ J} \quad (\text{μον } 1)$$

ε) Επειδή ισχύει το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας – Έργου

$$W_T = \Delta E_K = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_o^2)$$

$$-147000 = \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot (v_f^2 - 35,7^2) \Rightarrow -1176 = v_f^2 - 1274,49 \Rightarrow$$

$$v_f = \sqrt{98,5} \Rightarrow v_f = 9,92 \text{ m/s} \quad (\text{μον } 2)$$

Το δ και ε μπορεί να λυθεί και ως εξής

Ο χρόνος που χρειάζεται το αυτοκινητάκι θα να διανύσει την περιοχή φρεναρίσματος είναι:

$$80 = 35,7 t - \frac{1}{2} \cdot 7,35 t^2 \Rightarrow 7,35 t^2 - 71,4 t + 160 = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{-(-71,4) \pm \sqrt{71,4^2 - 4 \cdot 7,35 \cdot 160}}{2 \cdot 7,35} = \frac{71,4 \pm 19,85}{14,7} \Rightarrow t_1 = 6,2 \text{ s, } t_2 = 3,51 \text{ s} \quad (\text{μον } 1)$$

Το μέτρο της ταχύτητας μετά που περνά την περιοχή του φρεναρίσματος.

$$v_f = 35,7 - 7,35 \cdot 3,51 \Rightarrow v_f = 9,9 \text{ m/s} \quad (\text{μον } 1)$$

Το έργο που καταναλώνεται από την δύναμη της Τριβής στην περιοχή του φρεναρίσματος ισούται με την μεταβολή της Κινητικής Ενέργειας που παρατηρείται στο αυτοκινητάκι.

$$W_T = \Delta E_K = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_o^2 = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_o^2)$$

$$W_T = \frac{1}{2} \cdot 250 \cdot (9,9^2 - 35,7^2) \Rightarrow W_T = -147060 \text{ J} \quad (\text{μον } 1)$$

Η όποια διαφορά που προκύπτει είναι λόγω των στρογγυλοποιήσεων.

ΘΕΜΑ 4

Α. α) Ο σταθμός έχει κάνει μέχρι σήμερα 45500 περιστροφές στα 9 χρόνια που βρίσκεται σε τροχιά γύρω από τη Γη.

$$f = \frac{k}{t} = \frac{45500 \text{περ}}{9 \text{year}} = \frac{45500}{9.365.24.600.600} \Rightarrow f = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ Hz}$$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1,6 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow T = 6250 \text{ s} \Rightarrow \boxed{T = 104 \text{ min}} \quad (\text{μον.2})$$

$$\beta) v = \omega r = \frac{2\pi}{T} \cdot r = \frac{2\pi}{T} \cdot (R_{\Gamma} + h) = \frac{2\pi}{6250} \cdot (6,37 \cdot 10^6 + 3,9 \cdot 10^5) = 1 \cdot 10^{-3} 6,76 \cdot 10^6$$

$$\Rightarrow v = 6795,89 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v = 6,8 \text{ Km/s}} \quad (\text{μον. 2})$$

$$\gamma) g = \frac{GM_{\Gamma}}{r^2} \Rightarrow \left. \begin{aligned} g_h &= \frac{GM_{\Gamma}}{(R+h)^2} \\ g_0 &= \frac{GM_{\Gamma}}{R^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 \Rightarrow g_h = \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 g_0 \quad (\text{μον. 1})$$

$$g_h = \left(\frac{6,37 \cdot 10^6}{6,37 \cdot 10^6 + 0,39 \cdot 10^6} \right)^2 9,8 \Rightarrow \boxed{g_h = 8,7 \text{ N/Kg}} \quad (\text{μον. 1})$$

δ) Η γραμμική ταχύτητα του αστροναύτη είναι ίδια με του διαστημικού σταθμού. Έτσι:

$$F_{\epsilon\lambda\epsilon} = F_{\kappa\epsilon\nu} \Rightarrow \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

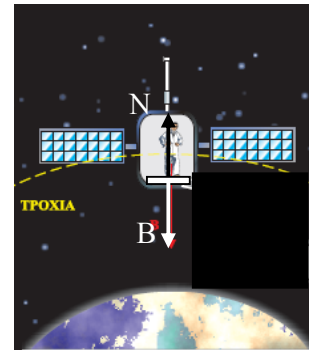
Για τον αστροναύτη:

$$\Sigma F = F_{\kappa\epsilon\nu} \Rightarrow B - N = F_{\kappa\epsilon\nu}$$

Η ένδειξη της ζυγαριάς ελατηρίου θα είναι ίση με το N

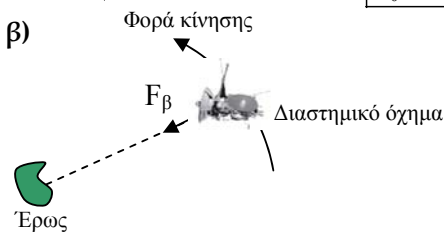
$$N = B - F_{\kappa\epsilon\nu} = m_{\alpha} \cdot g_h - \frac{m_{\alpha} \cdot v^2}{R+h} = m_{\alpha} \cdot \frac{GM_{\Gamma}}{(R+h)^2} - \frac{m_{\alpha} \cdot GM_{\Gamma}}{R+h} \cdot \frac{1}{R+h}$$

$$\Rightarrow N = 0. \text{ Άρα η ένδειξη της ζυγαριάς ελατηρίου θα είναι 0.} \quad (\text{μον. 4})$$



$$\text{B. } \alpha) B_0 = m \cdot g_0 = 450 \cdot 9,8 \Rightarrow \boxed{B_0 = 4410 \text{ N}} \quad (\text{μον. 1})$$

β)



Η δύναμη που ασκείται πάνω στο διαστημικό σκάφος είναι η βαρυτική ελκτική δύναμη F_{β} που ασκεί ο αστεροειδής πάνω στο σκάφος. (μον. 2)

γ) Επειδή η δύναμη που ασκείται πάνω στο διαστημικό σκάφος είναι συνεχώς κάθετη στη μετατόπιση του δεν παράγεται ούτε καταναλώνεται ενέργεια κατά την κίνηση του και έτσι δεν χρειάζεται προσφορά ενέργειας για την κίνηση του. (μον. 2)

δ) Αφού το διαστημικό σκάφος περιστρεφόταν σε τροχιά γύρω από τον αστεροειδή

$$F_{\epsilon\lambda\epsilon} = F_{\kappa\epsilon\nu} \Rightarrow \frac{G \cdot M_{\epsilon} \cdot m_{\delta\sigma}}{r^2} = m_{\delta\sigma} \cdot \omega^2 \cdot r \Rightarrow \frac{G \cdot M_{\epsilon}}{r^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r \Rightarrow M_{\epsilon} = \frac{4\pi^2}{G \cdot T^2} \cdot r^3 \quad (\text{μον. 2})$$

$$\Rightarrow M_{\epsilon} = \frac{4\pi^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (16.60.60)^2} \cdot (5 \cdot 10^4)^3 \Rightarrow \boxed{M_{\epsilon} = 2,23 \cdot 10^{16} \text{ Kg}} \quad (\text{μον. 1})$$

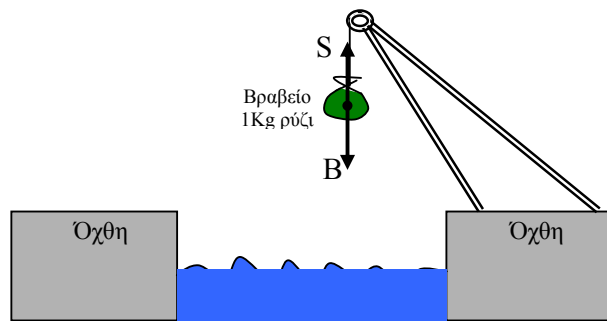
ΘΕΜΑ 5

α) Αφού το βραβείο ισορροπεί η συνισταμένη δύναμη που ασκείται πάνω είναι ίση με 0. $\boxed{\Sigma F = 0}$ (μον. 1)

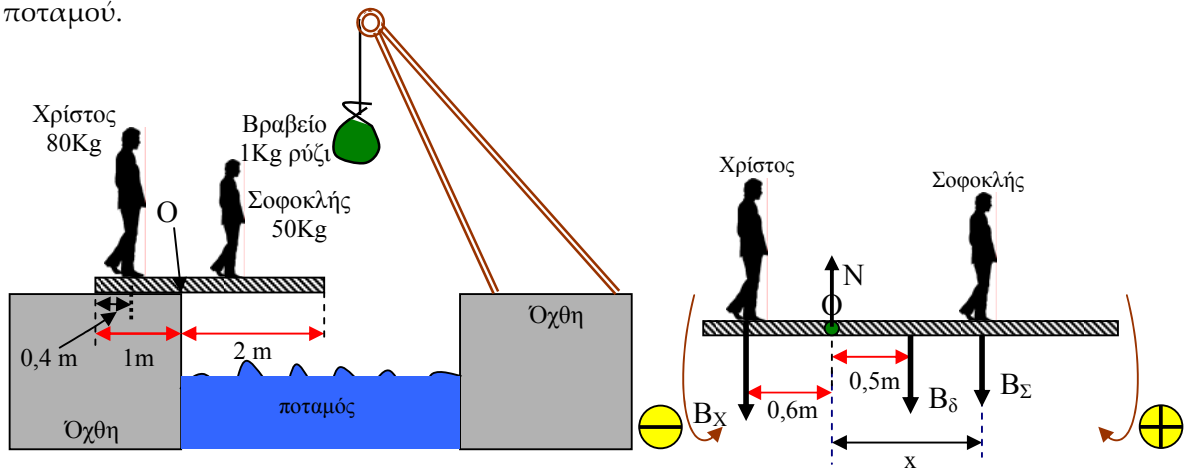
β) Οι δυνάμεις που ασκούνται πάνω στο βραβείο είναι η τάση του νήματος S και το βάρος του B . Άρα:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow S = B \Rightarrow S = m \cdot g = 1.9,8$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 9,8N} \quad (\text{μον. 2})$$



γ) Η δοκός τείνει να περιστραφεί γύρω από το σημείο O στην άκρη της όχθης του ποταμού.



$$\Sigma M_O = 0 \Rightarrow B_\Sigma \cdot x + B_\delta \cdot 0,5 - B_X \cdot 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{B_X \cdot 0,6 - B_\delta \cdot 0,5}{B_\Sigma} = \frac{80 \cdot 0,6 - 40 \cdot 0,5}{50} = \frac{4,8 - 2}{5} = \frac{2,8}{5}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 0,56m} \quad (\text{μον. 2})$$

Το x είναι η απόσταση από την άκρη του ποταμού που μπορεί να σταθεί ο Σοφοκλής, άρα η απόσταση από το άκρο της δοκού είναι $d = x + 1 = 0,56 + 1 \Rightarrow \boxed{d = 1,56m}$ (μον. 1)

δ) Εάν ο Χρίστος ήταν πιο κοντά στα άκρο της δοκού ο Σοφοκλής θα μπορούσε να κοντέψει περισσότερο στο βραβείο. Με αυτό τον τρόπο αυξάνεται η αριστερόστροφη ροπή της δοκού και έτσι για να αυξηθεί η δεξιόστροφη ροπή της δοκού ο Σοφοκλής θα πρέπει να απομακρυνθεί περισσότερο από τον άξονα περιστροφής ώστε να εξισωθούν οι ροπές. (μον. 2)

ΘΕΜΑ 6

A. α) $Q_1 = -12,3 \mu\text{C}$ και $Q_2 = -24 \mu\text{C}$

$$V_A = V_{A1} + V_{A2} = \frac{KQ_1}{r_{A1}} + \frac{KQ_2}{r_{A2}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-12,3 \cdot 10^{-6})}{6,71 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-24 \cdot 10^{-6})}{6,71 \cdot 10^{-2}} = -1,65 \cdot 10^6 - 3,22 \cdot 10^6$$

$$\Rightarrow V_A = -4,87 \cdot 10^6 \text{ V} \quad (\text{μον. 2})$$

$$V_B = V_{B1} + V_{B2} = \frac{KQ_1}{r_{B1}} + \frac{KQ_2}{r_{B2}} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-12,3 \cdot 10^{-6})}{8,48 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-24 \cdot 10^{-6})}{8,48 \cdot 10^{-2}} = -1,30 \cdot 10^6 - 2,55 \cdot 10^6$$

$$\Rightarrow V_B = -3,85 \cdot 10^6 \text{ V} \quad (\text{μον. 2})$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -3,85 \cdot 10^6 - (-4,87 \cdot 10^6) \Rightarrow \Delta V = 1,02 \cdot 10^6 \text{ V} \quad (\text{μον. 1})$$

β) $W_{A \rightarrow B} = q \cdot (V_A - V_B) = -q \cdot (V_B - V_A) = -1,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1,02 \cdot 10^6 \Rightarrow W_{A \rightarrow B} = -1,53 \text{ J}$ είναι το έργο του πεδίου. Άρα η δύναμη προσφέρει ενέργεια $W_F = 1,53 \text{ J}$ (μον. 2)

γ) Η δύναμη που ασκεί το φορτίο Q_1 στο φορτίο Q_2 ίση και αντίθετη με τη δύναμη που ασκεί το φορτίο Q_2 στο φορτίο Q_1 σύμφωνα με το Θεώρημα Δράσης - Αντίδρασης. (μον. 1)

$$F_{12} = F_{21} = \frac{K \cdot Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 12,3 \cdot 10^{-6} \cdot 24 \cdot 10^{-6}}{(12 \cdot 10^{-2})^2} = \frac{2656,8 \cdot 10^{-3}}{144 \cdot 10^{-4}} = 18,45 \cdot 10$$

$$\Rightarrow F_{12} = F_{21} = 184,5 \text{ N} \quad (\text{μον. 1})$$

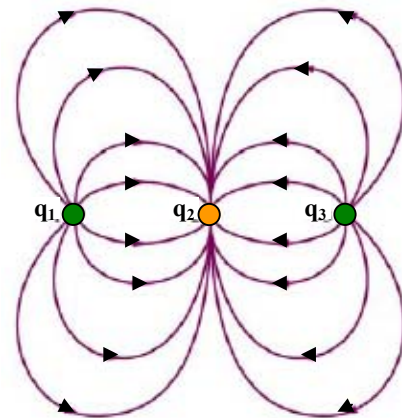
Τα διανύσματα φαίνονται στο σχήμα

(μον. 1)

B. α) Οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές έχουν ως αρχή τα θετικά φορτία και ως τέλος τα αρνητικά φορτία. Βλέπουμε από το σχήμα ότι οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές αρχίζουν από τα q_1 και q_3 και τελειώνουν στο q_2 και έτσι τα q_1 και q_3 είναι θετικά φορτία και το q_2 είναι αρνητικό φορτίο. (μον. 2)

Διαφορετικά

Επειδή η ηλεκτρική δυναμική γραμμή μας δείχνουν πως ένα θετικό φορτίο μπορεί να κινηθεί όταν τοποθετηθεί πάνω σε αυτή, το θετικό φορτίο κινείται πάντοτε από το θετικό φορτίο προς το αρνητικό φορτίο.



β) Για να υπολογίσουμε την ποσότητα των φορτίων θα πρέπει να παρατηρήσουμε ότι οι ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές στο σχήμα είναι συμμετρικές. Έτσι, τα φορτία q_1 και q_3 πρέπει να είναι ίσα. Όπως γνωρίζουμε από τη θεωρία ο αριθμός των ηλεκτρικών

δυναμικών γραμμών είναι ανάλογος προς την ένταση του Ηλεκτρικού Πεδίου. Όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών, τόσο μεγαλύτερη είναι η ένταση του Ηλεκτρικού Πεδίου. Παρατηρούμε, ότι, υπάρχουν 16 γραμμές που φτάνουν στο φορτίο q_2 και μόνο 8 γραμμές φεύγουν από τα φορτία q_1 και q_3 αντιστοίχως. Συνεπώς, τα φορτία q_1 και q_3 θα πρέπει να έχουν δύο φορές μικρότερη ποσότητα φορτίου από το φορτίο q_2 και έτσι $q_1 = q_3 = +5\mu\text{C}$. **(μον. 3)**

Γ. α) Για να λειτουργεί κανονικά η λάμπα, πρέπει η τάση στα άκρα της να είναι ίση με την τάση λειτουργίας που δίνει ο κατασκευαστής.

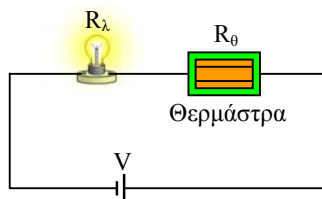
Την αντίσταση κάθε συσκευής τη βρίσκουμε από τα στοιχεία που είναι αναγραφμένα πάνω στη συσκευή, δηλαδή την ισχύ και την τάση λειτουργίας.

Για τη θερμάστρα:

$$P_g = \frac{V_g^2}{R_g} \Rightarrow R_g = \frac{V_g^2}{P_g} = \frac{120^2}{600} \Rightarrow R_g = 24\Omega$$

Για τη λάμπα:

$$P_\lambda = \frac{V_\lambda^2}{R_\lambda} \Rightarrow R_\lambda = \frac{V_\lambda^2}{P_\lambda} = \frac{6^2}{36} \Rightarrow R_\lambda = 1\Omega$$



(μον. 1)

Η θερμάστρα και η λάμπα είναι συνδεδεμένες σε σειρά και έτσι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι:

$$I = \frac{V}{R_{ολ}} = \frac{V}{R_g + R_\lambda} = \frac{120}{24 + 1} \Rightarrow I = 4,8\text{A}$$

(μον. 1)

Για αυτό το ρεύμα η τάση στα άκρα της λάμπας θα είναι:

$$V_\lambda = I \cdot R_\lambda = 4,8 \cdot 1 \Rightarrow V_\lambda = 4,8\text{V}$$

(μον. 1)

Επειδή η τάση αυτή είναι μικρότερη από την τάση λειτουργίας της η λάμπα δεν λειτουργεί κανονικά. **(μον. 1)**

β) Για να λειτουργεί κανονικά η λάμπα θα πρέπει η τάση που επικρατεί στα άκρα να είναι 6V. Για να συμβεί αυτό θα πρέπει η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα να αυξηθεί και να γίνει $I_\lambda = \frac{V_\lambda}{R_\lambda} = \frac{6}{1} \Rightarrow I_\lambda = 6\text{A}$

(μον. 1)

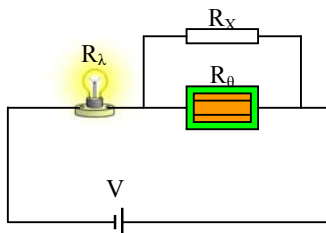
Άρα η ολική αντίσταση θα ισούται: $I = \frac{V}{R'_{ολ}} \Rightarrow R'_{ολ} = \frac{V}{I} = \frac{120}{6} \Rightarrow R'_{ολ} = 20\Omega$

(μον. 1)

Για να μειωθεί η ολική αντίσταση θα πρέπει να συνδεθεί παράλληλα με την θερμάστρα. (εάν συνδεθεί με την λάμπα θα μειωθεί τόσο ώστε να γίνει ίση με 20Ω). Έτσι η ισοδύναμη αντίσταση της θερμάστρας με την αντίσταση θα είναι:

$$R_{ολ} = R_{g,x} + R_\lambda \Rightarrow 20 = R_{g,x} + 1 \Rightarrow R_{g,x} = 19\Omega$$

(μον. 1)



$$\frac{1}{R_{g,x}} = \frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_x} \Rightarrow R_x = \frac{R_{g,x} \cdot R_g}{R_{g,x} - R_g} = \frac{19 \cdot 24}{24 - 19} \Rightarrow R_x = 91,2\Omega$$

(μον. 1)