



ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

8^η ΚΥΠΡΙΑΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ

Απρίλιος 2007

ΧΡΟΝΟΣ: 60 ΛΕΠΤΑ

ΔΟΚΙΜΙΟ ΓΙΑ Α΄, Β΄, Γ΄ Γυμνασίου

Άσκηση 1. $1 + \frac{2}{100} + \frac{1}{1000} =$

A: 1,21 B: 0,121 Γ: 1,021 Δ: 1,0201 E: 0,021

Άσκηση 2. Ο μέσος όρος πέντε αριθμών είναι 18. Οι τέσσερις από αυτούς είναι οι αριθμοί 23, 19, 10, 17. Ο πέμπτος είναι:

A: 8 B: 21 Γ: 54 Δ: 70 E: 17

Άσκηση 3. Ποιου αριθμού το 0,001% είναι το 70;

A: 7 B: 700 Γ: 7 000 Δ: 70 000 E: 7 000 000

Άσκηση 4. Ποια είναι η τετραγωνική ρίζα του $1\frac{9}{16}$;

A: $1\frac{3}{4}$ B: $\frac{3}{4}$ Γ: $\frac{5}{4}$ Δ: 1,2502 E: 1,3

Άσκηση 5. Το άθροισμα 9 διαδοχικών θετικών ακέραιων αριθμών είναι 2007. Ποια είναι η διαφορά του μικρότερου από το μεγαλύτερο;

A: 8 B: 9 Γ: 10 Δ: 18 E: 223

Άσκηση 6. Οι αριθμοί 72, 8, 24, 10, 5, 45, 36, 15 γράφονται σε ζευγάρια έτσι ώστε το γινόμενο κάθε ζευγαριού να είναι το ίδιο. Ποιος αριθμός ζευγαρώνεται με τον αριθμό 10;

A: 36 B: 45 Γ: 24 Δ: 15 E: 72

Άσκηση 7. Η οξεία γωνία μεταξύ των δεικτών του ρολογιού η ώρα 09:35 είναι:

A: 60° B: 65.5° Γ: 70° Δ: 77.5° E: 82.5°

Άσκηση 8. Αν a, b, c είναι θετικοί αριθμοί έτσι ώστε $3a = 4b = 5c$, και $a + b = kc$, ποια είναι η τιμή του k ;

A: $\frac{12}{35}$ B: $\frac{5}{7}$ Γ: $\frac{10}{7}$ Δ: $\frac{7}{5}$ E: $\frac{35}{12}$

Άσκηση 9. Ποιο από τα πιο κάτω αθροίσματα ισούται με το 2003;

A: $16^2 + 26^2 + 32^2$
 B: $16^2 + 26^2 + 33^2$
 Γ: $15^2 + 27^2 + 32^2$
 Δ: $17^2 + 25^2 + 33^2$
 E: $17^2 + 24^2 + 34^2$

Άσκηση 10. Ένας θετικός αριθμός λέγεται αύξων αν κάθε ψηφίο του είναι μεγαλύτερο του προηγούμενου του (π.χ. 2479). Ο αριθμός των αυξόντων αριθμών μεταξύ του 4000 και 5000 είναι:

A: 8 B: 7 Γ: 10 Δ: 11 E: 9

Άσκηση 11. Το πλήθος των διαγωνίων ενός δεκαγώνου είναι:

A: 35 B: 40 Γ: 45 Δ: 50 E: 70

Άσκηση 12. Ο μικρότερος από τους αριθμούς είναι:

A: 2^{250} B: 3^{150} Γ: 5^{100} Δ: 30^{50} E: 4^{125}

Άσκηση 13. Η τιμή του γινομένου

$$\left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{59}\right) \text{ είναι:}$$

A: $\frac{1}{118}$ B: 20 Γ: 60 Δ: 59 E: 118

Άσκηση 14. Πόσοι τριψήφιοι αριθμοί υπάρχουν που το γινόμενο των ψηφίων τους να είναι 42;

A: Κανένας B: 12 Γ: 4 Δ: 6 E: 21

Άσκηση 15. Το πλήθος των θετικών ακεραίων που είναι μικρότεροι του 200 και δεν διαιρούνται ούτε με το 3 ούτε με το 5 είναι:

A: 86 B: 102 Γ: 107 Δ: 119 E: 121

Άσκηση 16. Ο $n(n+3)$, όπου n φυσικός αριθμός, είναι πάντοτε:

- A: Άρτιος B: Περιττός Γ: πολλαπλό του 3
Δ: πολλαπλό του 5 Ε: τίποτε από αυτά

Άσκηση 17. Αν ο Α είναι 25 km ανατολικά του Β, ο οποίος είναι 12 km νότια του Γ, ο οποίος είναι 9 km δυτικά του Δ, πόση είναι η απόσταση σε km, του Α από τον Δ;

- A: 20 B: $5\sqrt{34}$ Γ: $5\sqrt{41}$ Δ: $10\sqrt{13}$ Ε: 71

Άσκηση 18. Αν το άθροισμα όλων των θετικών άρτιων μικρότερων του 1000 είναι Α, πόσο είναι το άθροισμα όλων των θετικών περιττών μικρότερων του 1000 .

- A: $A - 998$ B: $A - 499$ Γ: $A+1$ Δ: $A + 500$ Ε: $\frac{A}{2} + 999$

Άσκηση 19. Αν $\frac{2x+3y}{3x-y} = \frac{7}{3}$ τότε $\frac{x}{y}$ ισούται με:

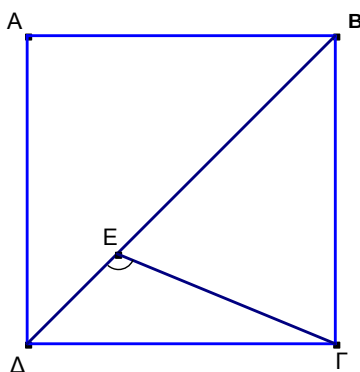
- A: $\frac{2}{9}$ B: $\frac{2}{3}$ Γ: $\frac{15}{16}$ Δ: $\frac{16}{15}$ Ε: $\frac{42}{9}$

Άσκηση 20. Στον πιο κάτω πίνακα πόσα τετράγωνα υπάρχουν οποιουδήποτε μεγέθους έτσι ώστε το άθροισμα των αριθμών που είναι σ' αυτά να δίνουν άρτιο αποτέλεσμα.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

- A: 12 B: 20 Γ: 32 Δ: 36 Ε: 45

Άσκηση 21.

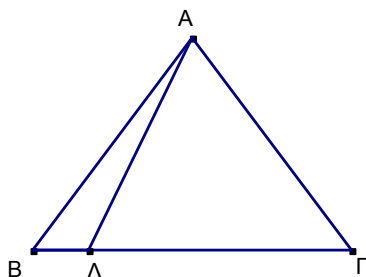


Το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο. $BE = A\Delta$.
Τότε η γωνία $\Delta\hat{E}\Gamma$ ισούται με:

A: 105° B: 120° Γ: 135°

Δ: $67,5^\circ$ E: $112,5^\circ$

Άσκηση 22.



Το $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές τρίγωνο με
 $AB = A\Gamma = 5$ και $B\Gamma = 6$. Αν $B\Delta = 1$ τότε $A\Delta$
ισούται με:

A: 3 B: 4 Γ: $\sqrt{10}$ Δ:
 $\sqrt{20}$ E: $\sqrt{15}$

Άσκηση 23. Τρεις εργάτες συμφώνησαν να εκτελέσουν μιαν εργασία. Ο πρώτος μπορεί να τελειώσει μόνος του την εργασία σε 8 ώρες, ο δεύτερος σε 12 ώρες και ο τρίτος σε 24 ώρες. Σε πόσες ώρες και οι τρεις μαζί θα τελειώσουν την εργασία;

A: 2 B: 4 Γ: 6 Δ: 9 E: 44

Άσκηση 24. Το ψηφίο των μονάδων του αριθμού $2^{2008} - 1$ είναι:

A: 1 B: 3 Γ: 4 Δ: 9 E: 5

Άσκηση 25. Ο πληθυσμός μιας μικρής πόλης παρουσιάζει μείωση 20% κάθε πέντε χρόνια. Αν σήμερα ο πληθυσμός της πόλης είναι 5000 άτομα, πόσος θα είναι ο πληθυσμός ύστερα από 20 χρόνια;

A: 1000 B: 1840 Γ: 2048 Δ: 2400 E: 2908

Άσκηση 26. Το άθροισμα των ψηφίων του αριθμού $10^{75} - 75$ είναι:

A: 8 B: 664 Γ: 673 Δ: 655 E: 675

Άσκηση 27. Πόσους διαφορετικούς πενταψήφιους αριθμούς μπορούμε να κατασκευάσουμε με τα ψηφία 9, 7, 5, 3, 1 αν σε κάθε αριθμό το κάθε ψηφίο χρησιμοποιείται μόνο μια φορά;

A: 24 B: 48 Γ: 60 Δ: 100 E: 120

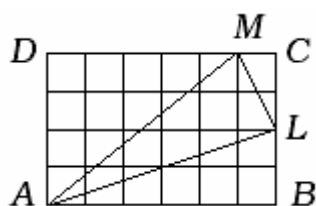
Άσκηση 28. Σε μια τάξη 40 μαθητών, 13 έχουν τη δική τους τηλεόραση και 18 έχουν το δικό τους υπολογιστή. Αν 16 δεν έχουν ούτε τηλεόραση ούτε υπολογιστή, πόσοι μαθητές έχουν και τηλεόραση και υπολογιστή;

A: 0 B: 3 Γ: 6 Δ: 7 E: 11

Άσκηση 29. Ο Άρης μετακινείται με το ποδήλατο του από την πόλη Α στην πόλη Β με σταθερή ταχύτητα. Αν αυξήσει τη ταχύτητα του κατά 3 m/s θα φθάσει στην πόλη Β τρεις φορές γρηγορότερα. Πόσες φορές πιο γρήγορα θα φθάσει στην πόλη Β αν αυξήσει τη ταχύτητα του κατά 6 m/s ;

A: 4 B: 4,5 Γ: 6 Δ: 5 E: 8

Άσκηση 30. Ορθογώνιο ABCD (βλέπε σχήμα) αποτελείται από 24 μικρά τετράγωνα πλευράς 1 μονάδας. Ποιο είναι το εμβαδόν του τριγώνου ALM;



A: 5 B: 6 Γ: 7 Δ: 8 E: τίποτε από αυτά





CYPRUS MATHEMATICAL SOCIETY
8th CYPRUS MATHEMATICAL OLYMPIAD

April 2007

Time: 60 minutes

PAPER FOR A', B', C' GYMNASIUM

ENGLISH VERSION

1. $1 + \frac{2}{100} + \frac{1}{1000} =$

A: 1,21 B: 0,121 Γ: 1,021 Δ: 1,0201 E: 0,021

2. The average (arithmetic mean) of five numbers is 18. Four of them are the numbers 23, 19, 10, 17. The fifth number is:

A: 8 B: 21 Γ: 54 Δ: 70 E: 17

3. The 0,001% of which number is 70?

A: 7 B: 700 Γ: 7 000 Δ: 70 000 E: 7 000 000

4. The square root of $1\frac{9}{16}$ is:

A: $1\frac{3}{4}$ B: $\frac{3}{4}$ Γ: $\frac{5}{4}$ Δ: 1,2502 E: 1,3

5. The sum of 9 consecutive positive whole numbers is 2007. What is the difference between the largest and smallest of these numbers?

A: 8 B: 9 Γ: 10 Δ: 18 E: 223

6. The numbers 72, 8, 24, 10, 5, 45, 36, 15 are grouped in pairs so that the product of each pair is the same. Which number is paired with 10?

A: 36 B: 45 Γ: 24 Δ: 15 E: 72

7. At time 09.35 the acute angle between the hands of a watch is:

A: 60° B: 65.5° Γ: 70° Δ: 77.5° E: 82.5°

8. If a, b, c are positive numbers such that $3a = 4b = 5c$, and if $a + b = kc$, what is the value of k ? A: $\frac{12}{35}$ B: $\frac{5}{7}$ Γ: $\frac{10}{7}$ Δ: $\frac{7}{5}$ E: $\frac{35}{12}$				
9. Which of the following sums is equal to 2003? A: $16^2 + 26^2 + 32^2$ B: $16^2 + 26^2 + 33^2$ Γ: $15^2 + 27^2 + 32^2$ Δ: $17^2 + 25^2 + 33^2$ E: $17^2 + 24^2 + 34^2$				
10. One positive number is growing if any digit is greater than the previous digit (ex. 2479). How many growing numbers are there between 4000 and 5000 ? A: 8 B: 7 Γ: 10 Δ: 11 E: 9				
11. How many diagonals does any 10-sided polygon has? A: 35 B: 40 Γ: 45 Δ: 50 E: 70				
12. Which of the following numbers is the smallest? A: 2^{250} B: 3^{150} Γ: 5^{100} Δ: 30^{50} E: 4^{125}				
13. $\left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{59}\right) =$ A: $\frac{1}{118}$ B: 20 Γ: 60 Δ: 59 E: 118				
14. How many 3-digit numbers are there for which the product of their digits is 42. A: None B: 12 Γ: 4 Δ: 6 E: 21				
15. The number of all the positive integers less than 200, not divisible by 3 and not divisible by 5 is: A: 86 B: 102 Γ: 107 Δ: 119 E: 121				

16. The $n(n+3)$, n natural number, is always :

A: Even

B: Odd

Γ: multiple by 3

Δ: multiple by 5

E: prime

17. If A is 25 kilometers east of B, which is 12 kilometers south of C, which is 9 kilometers west of D, how far, in kilometres, is A from D

A: 20

B: $5\sqrt{34}$

Γ: $5\sqrt{41}$

Δ: $10\sqrt{13}$

E: 71

18. If the sum of all the positive even integers less than 1000 is A, what is the sum of all the positive odd integers less than 1000

A: A - 998

B: A - 499

Γ: A+1

Δ: A + 500

E: $\frac{A}{2} + 999$

19. If $\frac{2x+3y}{3x-y} = \frac{7}{3}$ then $\frac{x}{y}$ is equal to:

A: $\frac{2}{9}$

B: $\frac{2}{3}$

Γ: $\frac{15}{16}$

Δ: $\frac{16}{15}$

E: $\frac{42}{9}$

20. In the diagram below, how many squares, of any size, are there whose entries add up to an even total?

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

A: 12

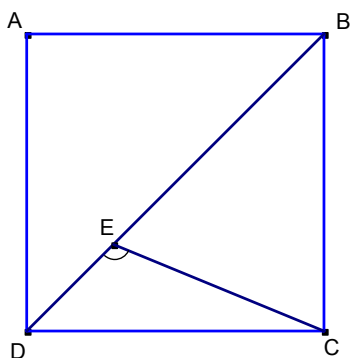
B: 20

Γ: 32

Δ: 36

E: 45

21.

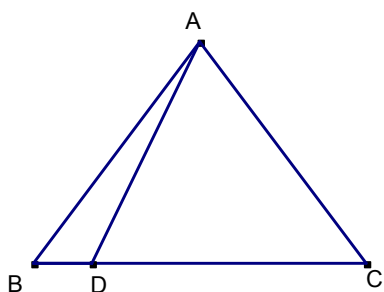


ABCD is a square and $BE = AD$. Then the angle $\hat{DEC}$ is equal to:

A: 105° B: 120° C: 135°

D: $67,5^\circ$ E: $112,5^\circ$

22.



ABC is an isosceles triangle with $AB = AC = 5$ and $BC = 6$. If $BD = 1$ then AD is equal to:

A: 3 B: 4 C: $\sqrt{10}$

D: $\sqrt{20}$ E: $\sqrt{15}$

23. Three workers agreed to complete together a job. The first worker can complete the job alone in 8 hours, the second worker in 12 hours and the third worker in 24 hours. In how many hours can the three workers complete the job together?

A: 2

B: 4

 Γ : 6 Δ : 9

E: 44

24. The last digit of the number $2^{2008} - 1$ is :

A: 1

B: 3

 Γ : 4 Δ : 9

E: 5

25. The population of a small town decreases by 20% every five years. If the population of the town is today 5000 persons, what will be its population after 20 years?

A: 1000

B: 1840

 Γ : 2048 Δ : 2400

E: 2908

26. The sum of the digits of the number $10^{75} - 75$ is :

A: 8

B: 664

Γ: 673

Δ: 655

E: 675

27. How many different 5-digit numbers can be written using each of the numerals 9, 7, 5, 3, 1 only once each time?

A: 24

B: 48

Γ: 60

Δ: 100

E: 120

28. In a class of 40 students, 13 have their own TV's and 18 have their own computers. If 16 have neither a TV nor a computer, how many students have both?

A: 0

B: 3

Γ: 6

Δ: 7

E: 11

29. Peter rides a bicycle from town A to town B with constant speed. If he increases his speed by 3 m/s, he will arrive to town B 3 times faster. How many times faster will Peter arrive to town B, if he increases his speed by 6 m/s.

A: 4

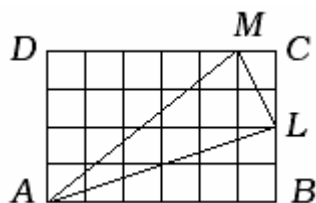
B: 4,5

Γ: 6

Δ: 5

E: 8

30. Rectangle ABCD (see the picture) is built out of 24 little squares with the length of each side equal to 1. What is the area of triangle ALM?



A: 5

B: 6

Γ: 7

Δ: 8

E: Other

